1 판매량 1 만족도 1 평가도

2027 자이스토리

Xi story

Xistory stands for eXtra Intensive Story
for the University Entrance Examination.

- 최신 고1 학력평가 및 내신 기출문제 수록
- 핵심 개념 총정리 + 개념 확인 문제
- 197개 유형의 체계적인 구성과 유형 접근법 제시
- 내신 서술형 문제 – 단계별 반복 연습
- 1등급 문제 분리 수록, (단서), (발상), (적용) 특별 해설
- 내신과 학력평가를 한 번에 대비하는 단원별 모의고사
- 다른 풀이, 톡톡 풀이, 쉬운 풀이, 입체 첨삭 해설
- 동영상 강의: 개념 + 내신 + 학평 문제
- QR코드 해설 보기(단원별)

대한민국 No.1 수능 기출문제집

공통수학 2

강남인강 강의교재

수경출판사

개념을 정확히 이해하고 문제 유형을 익히면
수학 성적이 오릅니다.

수학은 공식만 암기하면서 공부하면
성적이 오르지 않습니다.

개념이 적용되는 단계별 유형 문제들을
난이도 순서대로 익혀가야 합니다.

자이스토리는 새 교육과정에 맞게
최신 학교시험과 학력평가 문제를 철저히 분석해
촘촘하게 유형을 분류하고 개념 적용 유형 훈련으로
수학 실력을 탄탄하게 올릴 수 있게 만들었습니다.

또한, 자이스토리만의 명쾌한 문제 분석과 풍부한 보충 첨삭 해설은
문제를 풀어가면서 동시에 개념과 유형을 자연스럽게
익힐 수 있도록 도와줍니다.

특별한 사람만이 수학을 좋아하고 잘하는 것이 아닙니다.
개념을 바르게 이해하고, 쉬운 문제부터 단계를 밟아 기본을 다지면
수학은 어느새 재미있는 과목이 되어 있을 것입니다.

어떤 목표를 달성하는 데 가장 중요한 것은 자신감이라고 하지요?
해낼 수 있다는 자신감을 갖고 자이스토리와 함께 하면
수학 1등급을 반드시 이룰 수 있습니다.

- 대한민국 No.1 수능 문제집 자이스토리 -



해설편 QR코드

QR코드를 스캔해서 해설을 빠르고 쉽게 확인할 수 있습니다.

QR 코드 A01~A98 정답과 해설 문제편 홀수 페이지 하단에 수록 (단원별)

학교시험 1등급 완성 학습 계획표 [38일]

Day	문항 번호	틀린 문제 / 헷갈리는 문제 번호 적기	날짜	복습 날짜
1	A 01~67		월 일	월 일
2	68~100		월 일	월 일
3	101~108		월 일	월 일
4	B 01~64		월 일	월 일
5	65~103		월 일	월 일
6	104~141		월 일	월 일
7	142~165		월 일	월 일
8	C 01~75		월 일	월 일
9	76~124		월 일	월 일
10	125~163		월 일	월 일
11	164~197		월 일	월 일
12	D 01~72		월 일	월 일
13	73~121		월 일	월 일
14	122~153		월 일	월 일
15	154~169		월 일	월 일
16	E 01~78		월 일	월 일
17	79~108		월 일	월 일
18	109~117		월 일	월 일
19	F 01~83		월 일	월 일
20	84~119		월 일	월 일
21	120~146		월 일	월 일
22	147~157		월 일	월 일
23	G 01~71		월 일	월 일
24	72~124		월 일	월 일
25	125~177		월 일	월 일
26	178~195		월 일	월 일
27	H 01~80		월 일	월 일
28	81~119		월 일	월 일
29	120~148		월 일	월 일
30	149~190		월 일	월 일
31	191~223		월 일	월 일
32	I 01~83		월 일	월 일
33	84~152		월 일	월 일
34	153~164		월 일	월 일
35	J 01~97		월 일	월 일
36	98~126		월 일	월 일
37	모의 A, B, C, D, E		월 일	월 일
38	모의 F, G, H, I, J		월 일	월 일



• 나는 _____ 대학교 _____ 학과 _____ 학번이 된다.

• 磨斧作針 (마부작침) – 도끼를 갈아 바늘을 만든다. (아무리 어려운 일이라도 끈기 있게 노력하면 이룰 수 있음을 비유하는 말)

집필진 · 감수진 선생님들



자이스토리는 수능 준비를 가장 효과적으로 할 수 있도록
수능, 평가원, 학력평가 기출문제를 개념별, 유형별, 난이도별로
수록하였으며, 명강의로 소문난 학교·학원 선생님들께서
명쾌한 해설을 입체 첨삭으로 집필하셨습니다.

[집필진]

김덕환 대전 대성여자고등학교
배수나 가인아카데미
이종석 일등급 수학 저자
신건률 대치 다원교육
장영환 제주 제로링수학교실
장철희 서울 보성고등학교
전경준 서울 풍문고등학교
전준홍 서울 압구정 Yestudy
최대철 서울 인창고등학교
홍지언 부산대학교 수학 박사과정
홍지우 안양 부흥고등학교
황광희 시흥 시흥고등학교
수경 수학 컨텐츠 연구소

[다른 풀이 집필]
강 현 경주 비상아이비츠 강현학원
곽웅수 광주 카르페영수학원
김리안 인천 수리안학원
김예진 경남 수학 전문컨설턴트
김 준 인천 쭌에듀학원
박경희 화성 대치정인학원
신은숙 서울 펜타곤학원
유대호 평촌 플랜지에듀
유재영 평택 비전고등학교
이보형 성남 매쓰코드학원
이세복 서울 일타수학학원
전승환 안양 공즐학원
정경애 대구 수투수학학원
정석균 천안 힐베르트 수학과학학원
채송화 부산 채송화수학
홍영표 안양 더큰꿈학원
황선아 수원 서나학원

[특별 감수진]

강신성 창원 에임원수학학원
김상호 전주 휴민고등수학
김홍임 파주 심학고등학교
노하나 부산 반여넘버원수학교습소
박세정 대전 가우스수학전문학원
선 철 광명 대치아이작수학학원
심혜림 성주 별고을교육원
안주형 수원 K&P 수학학원
양지현 용인(수지)와이솔루션수학학원
용현중 서울 미래산업과학고등학교
원용연 서울(강동)용수학전문학원
이제원 양평 마루수학학원
이태현 춘천 하이탑수학학원
정형희 청주 (오창)EM수학학원
조준현 용인(수지)OLA수학전문학원
황인수 제주 SM아카데미학원

[감수진]

강수정 경기도 부천 노마드 수학학원
강태공 덕은 에픽입시학원
고묘정 세종 고투유입시학원
고형문 서울 티에스(TS)광풍학원
공지환 대전 더안수학학원
구상윤 부산 대치명인학원
권병국 부산 수력발전소수학학원
권오서 경기 평택 이충고등학교
김강수 전주 한수수학교습소
김경문 부산 (정관)정상학원
김경율 김천 이루다수학과학학원
김경태 부산 백퍼센트수학학원
김관우 구미 수학의정석학원
김대한 인천 학산학원
김문결 성남 (위례)김문경수학
김민범 서울 오류고등학교
김병용 청주 동남 수학하는 사람들 학원
김상열 의정부 김상열핏수학전문학원
김상윤 의정부 골드클래스 학원
김성미 서울 에이원매쓰
김수은 부산 예주학원
김수호 문경 비안수학학원
김슬기 세종 오늘도수학학원
김연향 화순 수매쓰학원
김영대 충남아산 탑씨크리트배방학원
김영란 서울 피타수학교습소
김원웅 전주 너를위한수학과학학원
김윤경 구리 국빈수학학원
김자윤 의왕 매쓰로드 수학학원
김정원 인천 리원학원
김종담 김포 JD입시전문학원
김진용 부산 화명고
김한준 서울 (노원)돌핀수학
김현철 부천 목동피앤엘수학학원
김희수 인천 태풍학원
노시웅 부천 오늘새벽학원
문상경 대구 수아일체수학학원
문준상 보령 일품수학학원
문지현 목동 정시파이터수학교습소
박동호 화성 (봉담)공감수학학원
박민규 경남진주 하이퍼수학마루학원
박상욱 경기도 안양 양명고등학교
박순옥 화성시 아이퍼스트학원
박정조 의왕 타이거에듀
박현수 경상남도 김해시 이츠학원
박현철 진천 셀마현수학학원
배기훈 천안 브이매쓰학원
백인혁 식사동 매신저수학학원
서가영 성남 미네르바수학교습소
서지원 부산 코어영어수학전문학원
송민 김해 A수학학원
송우성 서울 송파 서강학원
송은연 군포 오른수학
심혜령 천안 아산 마인영어수학학원
양해조 파주 방선생수학학원
양호석 남양주 광동고등학교
여민희 하남 꿈이룸영수학원
오수린 광주광역시 리얼수학학원
우병년 대구 한상철수학학원
유슬기 창원 인테그랄수학학원
유승범 수원 (광교)생각하는수학
유장상 전주 정정일대입전문학원
유정호 세종 깜냥수학
유현우 평촌 비담수학
윤정원 용인 (수지)더올림수학
윤정현 광주광역시 차앤차수학학원
윤창호 양주 파워수학학원
윤현선 전남 목포시 채움수학채움영어학원
이관수 강릉 PF math 수학 학원
이명용 순천 제일고등학교
이민형 인천 대인학원
이영수 제주 이영수학원
이영환 부산 센텀교육인학원
이유라 원주 강장섭수학학원
이재진 영광 다니엘학원
이재현 서울시 서대문구 THE 수학학원
이창용 서울 (성북)미래탐구학원
이하은 목포 덕인고등학교
이혜상 전북 익산 S수학전문학원
임안철 안양 에이엠수학학원
장우주 경산 EMC국영수학원
장한나 부천 봄날의 수학
전상균 성남 (판교)에스메틱스학원
전은주 춘천 더올림학원
전준영 대구 옥수학학원
전찬용 부산 개금페르마학원
전호동 대전 호동쌤수학학원
정성욱 서울 (대치)미래탐구
정소흔 남양주 (다산)정점국어수학학원
정아인 광주 올림수학학원
정인호 분당 이노수학
정태수 광주 진월페르마수학학원
조강인 울산 SG수학영재학원
지승원 대구 JM수학학원
차강일 순천참수학학원
최경철 구미 맥학원
최관혁 서울 베리타스 수학학원
최선혜 고양 애플학원
최원신 용인 매쓰피티수학학원
필박 서울 (노원)대원학원
한철호 울산 수토바수학과학학원
허윤정 부산 올림수학전문학원
현영하 부산 서울대인학원
홍유정 부산 해운대하이탑학원
황치화 서울 (목동)미래탐구
황하남 부산 과학수학의봄날학원

[My Top Secret 집필]
곽지훈 서울대 수학교육과
김진형 서울대 약학과
문지원 서울대학교 의예과
석민준 서울대학교 첨단융합학과
장현준 서강대 수학과
정서린 서울대 약학과
정호재 서울대 경제학부
조선하 서울대학교 자유전공학부
황대윤 서울대 수리과학부

차 례 [총 197개 유형]

Ⅰ 도형의 방정식

A 평면좌표 – 14개 유형

개념 스토리 / 개념 확인 문제 10
내신+학평 유형 스토리 12
서술형 스토리 27
1등급 고난도 스토리 28

B 직선의 방정식 – 20개 유형

개념 스토리 / 개념 확인 문제 32
내신+학평 유형 스토리 36
서술형 스토리 53
1등급 고난도 스토리 55

C 원의 방정식 – 22개 유형

개념 스토리 / 개념 확인 문제 64
내신+학평 유형 스토리 68
서술형 스토리 88
1등급 고난도 스토리 90

D 도형의 이동 – 14개 유형

개념 스토리 / 개념 확인 문제 104
내신+학평 유형 스토리 108
서술형 스토리 124
1등급 고난도 스토리 126

Ⅱ 집합과 명제

E 집합의 뜻과 표현 – 16개 유형

개념 스토리 / 개념 확인 문제 136
내신+학평 유형 스토리 140
서술형 스토리 152
1등급 고난도 스토리 153

F 집합의 연산 – 18개 유형

개념 스토리 / 개념 확인 문제 156
내신+학평 유형 스토리 160
서술형 스토리 177
1등급 고난도 스토리 178

G 명제 – 28개 유형

개념 스토리 / 개념 확인 문제 186
내신+학평 유형 스토리 190
서술형 스토리 214
1등급 고난도 스토리 216

Ⅲ 함수와 그래프

H 함수 – 30개 유형

개념 스토리 / 개념 확인 문제 220
내신+학평 유형 스 토리 225
서술형 스토리 250
1등급 고난도 스토리 252

I 유리식과 유리함수 – 20개 유형

개념 스토리 / 개념 확인 문제 262
내신+학평 유형 스토리 266
서술형 스토리 284
1등급 고난도 스토리 286

J 무리식과 무리함수 – 15개 유형

개념 스토리 / 개념 확인 문제 292
내신+학평 유형 스토리 294
서술형 스토리 307
1등급 고난도 스토리 309

동영상 강의 **유승완 선생님**
이원경 선생님

Special 내신+학평 대비 단원별 모의고사

A 평면좌표 314
B 직선의 방정식 316
C 원의 방정식 318
D 도형의 이동 320
E 집합의 뜻과 표현 322
F 집합의 연산 324
G 명제 326
H 함수 328
I 유리식과 유리함수 330
J 무리식과 무리함수 332

빠른 정답 찾기 334

해설편 QR코드

QR코드를 스캔해서 해설을 빠르고 쉽게 확인할 수 있습니다.

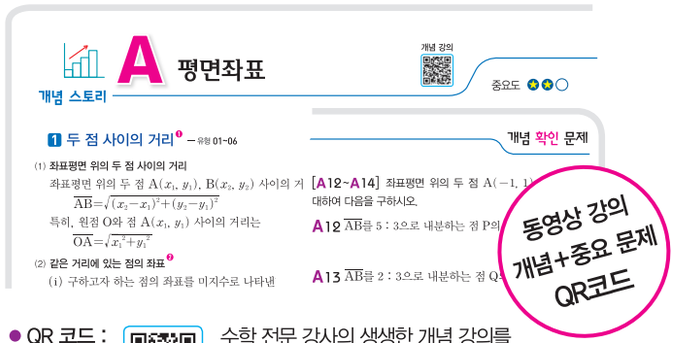
QR 코드 A01~A98 정답과 해설 문제편 홀수 페이지 하단에 수록 (단원별)

촘촘한 유형별 문제와 서술형 대비 문제 훈련으로 내신 1등급 완성

1 개념 스토리+개념 확인 문제

공통수학1에서 꼭 알아야 하는 중요한 교과서 개념을 쉽게 이해되도록 설명하였습니다. 또한, 개념과 공식을 확실히 자신의 것으로 만들 수 있는 개념 확인 문제를 함께 수록했습니다.

- **중요도** ★★★ : 시험에 자주 나오는 개념과 유형의 중요 정도 제시
- **개념 확인 문제** : 개념 하나하나에 대한 맞춤 문제로 구성



- **QR 코드** : 수학 전문 강사의 생생한 개념 강의를 통해 완벽한 개념 학습을 할 수 있도록 하였습니다.

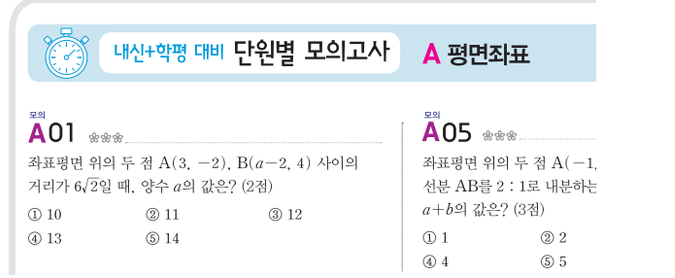
3 서술형 스토리 – 단계별 문제해결 방법 제시

학교시험에서 출제되는 서술형 문제를 쉽게 단계적으로 풀어나가는 과정을 제시하여 서술형 문제에 대한 자신감을 얻을 수 있도록 구성하였습니다.



4 단원별 모의고사 – 내신+학평 대비와 단원 실력 최종 점검

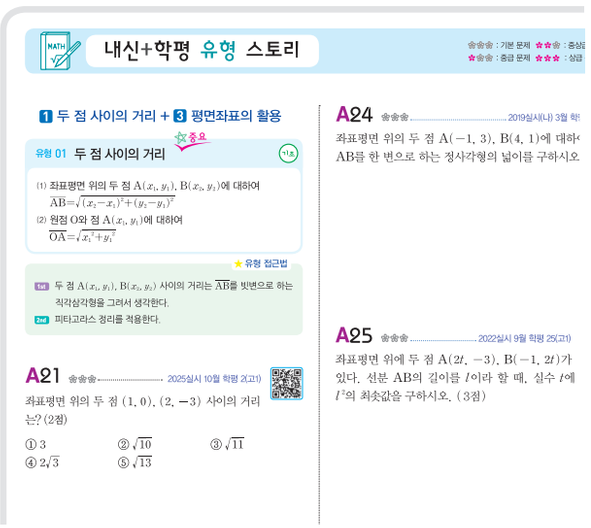
중간, 기말고사에 대비할 수 있는 단원별 모의고사를 통해 자신의 실력을 체크하고, 부족한 부분은 보충할 수 있습니다.



2 내신+학평 유형 스토리

개념에 따른 유형을 자세히 공부할 수 있도록 학교 시험이나 학력평가에서 출제되었던 문제들을 촘촘하게 세분화하여 개념순, 난이도 순으로 수록하였습니다.

- **유형 정리** : 시험에서 출제되었던 모든 유형을 제시하여 효과적이고 완벽한 유형 분석을 할 수 있도록 하였습니다.
- ★ **유형 접근법** : 해당 유형의 문제를 해결하기 위한 핵심 풀이 과정을 단계별로 제시하여 문제 분석부터 식의 변형, 계산까지 풀이의 순서와 흐름을 안내합니다.
- **tip** : 문제를 더 쉽고 정확하게 해결할 수 있도록 핵심 발상과 효율적인 풀이 방법, 계산 과정에서 실수하기 쉬운 부분 등을 안내합니다.



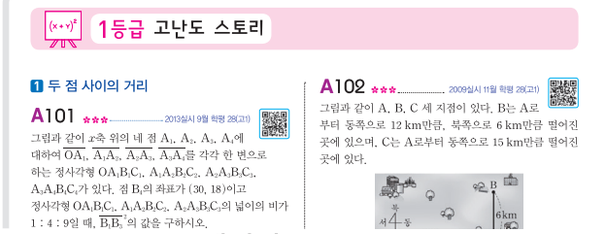
- **난이도** : ☆☆☆ – 기본 문제, ★☆☆ – 중급 문제, ★★☆ – 중상급 문제, ★★★ – 상급 문제

- **출처표시** : 수능, 평가원 – 대비연도, 학력평가 – 실시연도
  - 2027대비 수능(나) 22번 : 2026년 11월에 실시한 수능
  - 2026실시 6월 학평 16(고1) : 2026년 6월에 실시한 학력평가
  - 2025실시 3월 학평 10(고2) : 2025년 3월에 실시한 학력평가
  - 표시 없는 문제 : 기출 변형 문제

- 최다출제 : 내신, 학평에서 가장 출제율이 높은 문제
- 신유형 : 최근 내신+학평에서 출제되는 새로운 유형의 문제
- 필수 : 유형 학습을 위해 꼭 확인 해야 하는 문제
- ☆중요 : 시험에 반드시 출제되는 중요 유형 체크
- 고난도 : 여러 개념을 복합적으로 묻는 고난도 유형
- 기초 : 문제 해결에 필요한 기본 개념과 원리를 확인하고, 이를 직접 적용하여 기초적인 문제 해결 능력을 기르는 유형
- 이해 : 기본 개념과 원리를 바탕으로 문제의 조건과 수학적 관계를 파악하여 해결하는 유형
- 활용 : 학습한 개념과 원리를 다양한 상황에 적용하고, 여러 조건을 종합적으로 분석하여 해결하는 유형

5 1등급 고난도 스토리

1등급을 가르는 변별력 있는 고난도 문제를 개념 순서로 배열하였습니다.
종합적인 사고력과 응용력을 길러서 반드시 수학 1등급을 달성할 수 있습니다.

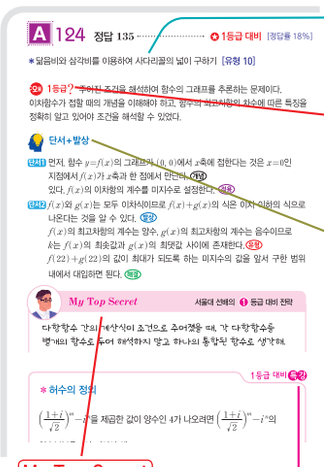


해설편 QR코드

QR코드를 스캔해서 해설을 빠르고 쉽게 확인할 수 있습니다.

QR 코드 A01~A98 정답과 해설 — 문제편 홀수 페이지 하단에 수록 (단원별)

6 1등급 대비 · 2등급 대비 문제 특별 해설



My Top Secret
1, 2등급 대비 문제를 다루는 서울대 선배의 특별 비법을 수록했습니다.

1등급 대비 특강
고난도 문제에서 특별히 알고 있으면 유용한 개념이나 Tip을 제시합니다.

문제 분석
어떤 유형이 1, 2등급 대비 문제로 출제되었는지 알려줍니다.

왜 1등급, 왜 2등급
1, 2등급 대비 문제의 핵심 내용과 구하고자 하는 목표를 확실히 알도록 제시해줍니다.

단서+발상
단서 문제 풀이의 핵심이 되는 단서를 꼭 짚어 설명합니다.
개념 문제 풀이에 필요한 개념을 다시 한 번 확인합니다.
유형 숨어 있는 기출 유형을 찾아 설명합니다.
발상 핵심 단서로 문제 풀이 방법을 구체적으로 설명합니다.
적용 생각하기 힘든 개념이나 꼬여 있는 문제의 답을 얻기 위해 적용해야 할 내용입니다.
해결 찾아야 하는 것들을 다 찾은 뒤 공식을 적용하여 해결합니다.

7 입체 첨삭 해설!

정답 공식
출제 의도를 짚어 주고, 문제 속의 숨은 조건을 해석하여 풀이 전략을 세우도록 도와줍니다.

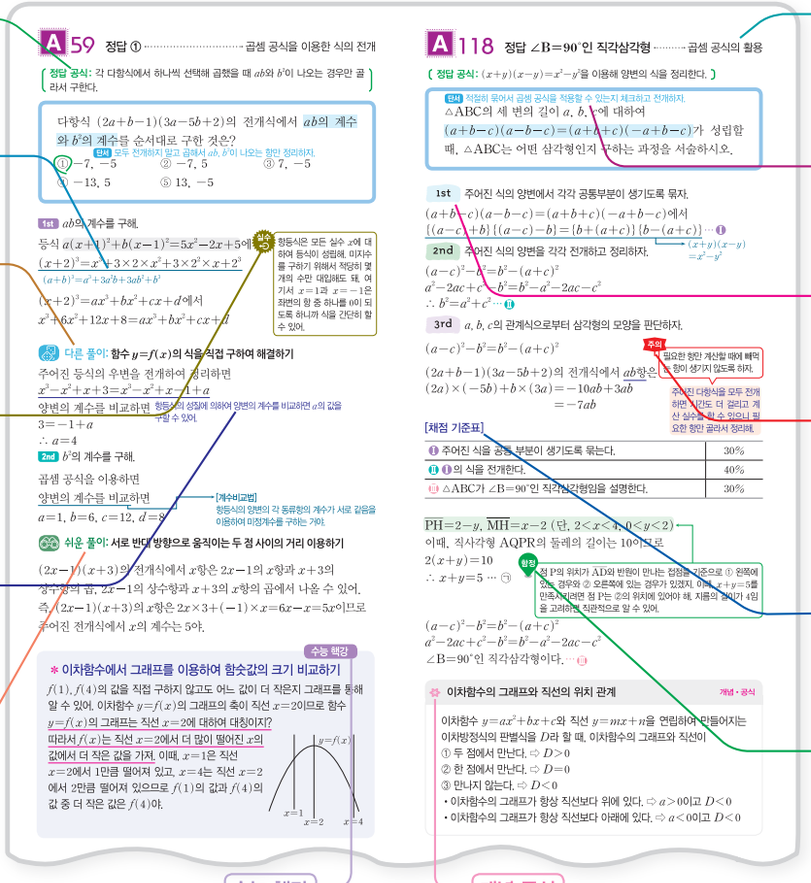
해설 적용 공식
해설에 직접적, 간접적으로 사용된 개념, 공식을 보여줍니다.

다른 풀이
문제를 풀 때는 다각적으로 사고하는 연습이 필요합니다. 이에 다른 방법으로 문제에 접근할 수 있는 방법을 알려줍니다.

발상
문제를 푸는 과정이나 잘못된 개념을 적용하는 실수를 지적해 주고 해결의 열쇠를 제공해 주는 코너입니다.

보충 설명
더욱 정확하고 완벽하게 해설을 이해할 수 있도록 해설에 내재된 내용을 설명하였습니다.

쉬운 풀이, 톡톡 풀이
직관적으로 풀거나, 교육과정 외의 개념 또는 특이한 풀이 방법을 알려줍니다.



개념 공식
문제를 풀기 위해 요구되는 주요 개념과 공식을 정리하였습니다.

적용 개념
문제에 적용된 핵심 개념을 제시하여 비슷한 유형의 문제에서 같은 개념을 사용할 수 있도록 하였습니다.

핵심 단서
문제를 푸는 데 핵심이 되는 단서와 그 단서를 문제 풀이에 적용하는 방법을 설명하였습니다.

단계별 명쾌 풀이
문제를 푸는 데 요구되는 사고의 순서를 구체적으로 단계를 나누어 제시하였습니다

주의
풀이 과정에서 주어진 조건을 빼먹거나 잘못 이용할 가능성이 있을 때, 적절한 주의를 주어서 올바른 풀이로 나아갈 수 있도록 한 코너입니다.

채점 기준표
서술형 문제에 대한 적절한 풀이 기준을 제시하여 중요한 포인트를 놓치지 않게 하였습니다.

함정
개념을 정확히 이해하지 못한다면 반드시 빠지게 되어 있는 함정을 체크해 주고 해결할 수 있는 방법을 제시하였습니다.

문항 배열 및 구성 [1752제]

❶ 개념 이해와 개념 확인 문제 [401제]

각 단원의 핵심 개념을 자세히 설명하고 개념 하나하나에 대한 맞춤 문제를 수록하였습니다.

❷ 최신 10개년 학력평가 기출 문제 수록 [새교육과정 1752제]

- 새교육과정에 맞는 2017~2026 학력평가 문제 수록 (344제)
- 새교육과정 완벽 대비를 위한 유형별 내신 기출 변형 문제 수록 (725제)

❸ 내신 1등급을 위한 내신 기출 변형 문제 추가 수록

1. 내신 1등급을 위해 197개 문제 유형으로 세분화
   수학 개념을 쉽고 빠르게 이해하는 가장 좋은 학습법은 문제 유형을 세분화해서 공부하는 것입니다.
   학교 시험은 다양한 유형에서 고르게 출제되기 때문에, 유형을 세분화해서 충분히 연습해야 합니다.

2. 197개 유형 연습을 위한 기출 문제 + 내신 기출 변형 문제 수록
   학력평가는 특별한 유형에서 많이 출제되기 때문에 어떤 유형은 기출 문제가 과하게 많고,
   어떤 유형은 기출 문제가 부족합니다. 그래서 197개 유형에 맞는 내신 기출 변형 문제를 보충 수록해서
   1등급을 위한 완벽한 학습이 되도록 하였습니다.

❹ 서술형 단계별 훈련을 위한 서술형 스토리 [서술형 83제]

각 단원 중 서술형 출제 방식에 적합하고 출제 비율이 높은 서술형 문제를 구성하였습니다.

❺ 내신+학평 대비 단원별 모의고사 [기출 문제+기출 변형 문제 131제]

중간 · 기말고사를 대비한 문제를 수록하였습니다.

[공통수학2 문항 구성표]

<table>
<tr><th>시행연도</th><th>고1 3월
학력평가</th><th>고1 6월
학력평가</th><th>고1 9월
학력평가</th><th>고1 11월
학력평가</th><th>고2 3월
학력평가</th><th>연도별
문항 수</th></tr>
<tr><td>2026</td><td rowspan="10" colspan="3">출제 되지 않음</td><td>0</td><td>14</td><td>14</td></tr>
<tr><td>2025</td><td>8</td><td>14</td><td>22</td></tr>
<tr><td>2024</td><td>13</td><td>16</td><td>18</td><td>47</td></tr>
<tr><td>2023</td><td>12</td><td>16</td><td>15</td><td>43</td></tr>
<tr><td>2022</td><td>11</td><td>14</td><td>16</td><td>41</td></tr>
<tr><td>2021</td><td>8</td><td>15</td><td>15</td><td>38</td></tr>
<tr><td>2020</td><td>12</td><td>11</td><td>15</td><td>38</td></tr>
<tr><td>2019</td><td>11</td><td>11</td><td>18</td><td>40</td></tr>
<tr><td>2018</td><td>9</td><td>13</td><td>15</td><td>37</td></tr>
<tr><td>2017</td><td>0</td><td>1</td><td>7</td><td>4</td><td>12</td><td>24</td></tr>
<tr><td>2016 이전</td><td>7</td><td>22</td><td>49</td><td>65</td><td>56</td><td>199</td></tr>
<tr><td>내신 기출 변형 문제</td><td colspan="5">725</td></tr>
<tr><td>개념 확인 문제</td><td colspan="5">401</td></tr>
<tr><td>서술형 문제</td><td colspan="5">83</td></tr>
<tr><td colspan="6">총 수록 문항 수</td><td>1752</td></tr>
</table>

A 평면좌표

★ 유형 차례

중요 유형 01 두 점 사이의 거리
중요 유형 02 같은 거리에 있는 점
유형 03 같은 거리에 있는 점의 활용
유형 04 두 점 사이의 거리의 활용 – 선분의 길이의 제곱의 합의 최솟값
유형 05 두 점 사이의 거리의 활용 – 삼각형의 모양 고난도
유형 06 중선정리
유형 07 수직선에서 선분의 내분점
중요 유형 08 좌표평면에서 선분의 내분점
유형 09 선분의 내분점의 활용 – 내분점이 어떤 직선 위에 있는 경우
유형 10 선분의 내분점의 활용 – 넓이의 비 조건이 주어진 경우
중요 유형 11 삼각형의 무게중심
유형 12 평행사변형과 마름모의 성질 고난도
유형 13 각의 이등분선의 성질
유형 14 점이 그리는 도형의 방정식 – 직선



♣ 단원 학습 목표

- 중학교에서 배운 수직선 위의 두 점 사이의 거리 공식과 피타고라스 정리를 이용하여 좌표평면 위의 두 점 사이의 거리 공식을 유도하고 이를 활용하여 문제를 풀 수 있다.
- 선분의 내분을 기하학적으로 이해하여 공식을 이용해 내분점의 좌표를 구하고, 이를 활용할 수 있다.

★ 자주 출제되는 필수 개념 학습법

- 좌표를 이용하면 변의 길이를 식으로 나타낼 수 있기 때문에 도형의 성질을 쉽게 파악할 수 있다.
  즉, 주어진 도형을 좌표평면 위에 옮겨 두 점 사이의 거리와 내분점의 좌표를 구하는 연습을 꾸준히 한다.
- 선분의 내분점 공식에 의해 삼각형의 무게중심의 좌표도 구할 수 있다. 좌표평면 위의 도형의 활용문제에서 무게중심과 연관된 여러 성질들을 종합적으로 적용할 수 있도록 한다.

★ 자주 출제되는 개념+공식

1 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1)$, $\mathrm{B}(x_2, y_2)$에 대하여
$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

2 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1)$, $\mathrm{B}(x_2, y_2)$에 대하여
(1) 선분 AB를 $m:n$ $(m>0, n>0)$으로 내분하는 점을 P라 하면
$\mathrm{P}\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n}, \frac{my_2+ny_1}{m+n}\right)$
(2) 선분 AB의 중점을 M이라 하면
$\mathrm{M}\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

3 좌표평면 위의 세 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1)$, $\mathrm{B}(x_2, y_2)$, $\mathrm{C}(x_3, y_3)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심을 G라 하면
$\mathrm{G}\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

개념 스토리

A 평면좌표

개념 강의

중요도 ★★○

1 두 점 사이의 거리[1] — 유형 01~06

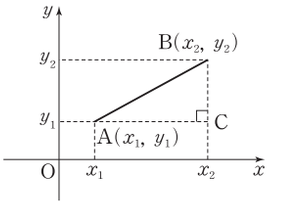
(1) **좌표평면 위의 두 점 사이의 거리**

좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 사이의 거리는

$$\overline{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

특히, 원점 O와 점 $A(x_1, y_1)$ 사이의 거리는

$$\overline{OA}=\sqrt{x_1^2+y_1^2}$$



(2) **같은 거리에 있는 점의 좌표**[2]

(i) 구하고자 하는 점의 좌표를 미지수로 나타낸다.

예) x축 위에 있다. $\Rightarrow (a, 0)$ y축 위에 있다. $\Rightarrow (0, b)$

함수 $y=f(x)$의 그래프 위에 있다. $\Rightarrow (c, f(c))$

(ii) 두 점 사이의 거리 공식을 활용하여 식을 세우고 방정식을 푼다.

2 선분의 내분점 — 유형 07~10

점 P가 선분 AB 위에 있고, $\overline{AP}:\overline{PB}=m:n\ (m>0,\ n>0)$일 때, 점 P는 선분 AB를 $m:n$으로 **내분한다**고 하며 점 P를 선분 AB의 **내분점**이라 한다.

(1) **수직선 위의 선분의 내분점**

수직선 위의 두 점 $A(x_1)$, $B(x_2)$에 대하여 선분 AB를 $m:n\ (m>0,\ n>0)$으로 내분하는 점을 P라 하면

$$\mathrm{P}\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n}\right)$$

특히, 선분 AB의 중점 M의 좌표는 $\mathrm{M}\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)$

(2) **좌표평면 위의 선분의 내분점**

좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$에 대하여 선분 AB를 $m:n\ (m>0,\ n>0)$으로 내분하는 점을 P라 하면

$$\mathrm{P}\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n},\ \frac{my_2+ny_1}{m+n}\right)$$

특히, 선분 AB의 중점 M의 좌표는 $\mathrm{M}\left(\frac{x_1+x_2}{2},\ \frac{y_1+y_2}{2}\right)$ → 중점은 선분을 1 : 1로 내분하는 점이다.

참고 선분 AB의 내분점 P는 m, n의 값에 관계없이 항상 선분 AB 위에 있다.

3 평면좌표의 활용 — 유형 01~12

(1) **삼각형의 무게중심**[3]

① 좌표평면 위의 세 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심을 G라 하면

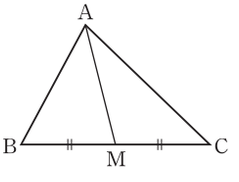
$$\mathrm{G}\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\ \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$$

② 삼각형 ABC의 세 변 AB, BC, CA를 $m:n\ (m>0,\ n>0)$으로 내분하는 점을 각각 D, E, F라 할 때, 삼각형 ABC와 삼각형 DEF의 무게중심은 일치한다.

(2) **중선정리 (파푸스의 정리)**

삼각형 ABC에서 변 BC의 중점을 M이라고 할 때,

$$\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=2(\overline{AM}^2+\overline{BM}^2)$$



---

[1] 수직선 위의 두 점 $A(x_1)$, $B(x_2)$ 사이의 거리는 $\overline{AB}=|x_2-x_1|$
특히, 원점 O와 점 $A(x_1)$ 사이의 거리는 $\overline{OA}=|x_1|$

참고 왼쪽 그림과 같이 직각삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{AB}^2=|x_2-x_1|^2+|y_2-y_1|^2$$
$$=(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2$$
$$\therefore\ \overline{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

[2] **삼각형의 외심**

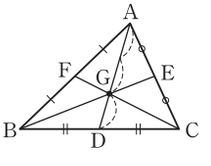
① 삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점을 외심이라 한다.

② 삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.
즉, O가 삼각형 ABC의 외심이면 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이다.

[3] 삼각형의 무게중심은 세 중선을 각 꼭짓점으로부터 2 : 1로 내분한다.
또한, 삼각형 ABC의 무게중심 G에 대하여

(1) $\triangle GAB=\triangle GBC=\triangle GCA=\frac{1}{3}\triangle ABC$

(2) $\triangle GAF=\triangle GBF=\triangle GBD=\triangle GCD=\triangle GCE=\triangle GAE=\frac{1}{6}\triangle ABC$



1 두 점 사이의 거리

[A01~A02] 수직선 위의 다음 두 점 사이의 거리를 구하시오.

A01 $A(2)$, $B(-3)$

A02 $A(-8)$, $B(1)$

[A03~A07] 좌표평면 위의 다음 두 점 사이의 거리를 구하시오.

A03 $O(0, 0)$, $A(-6, 8)$

A04 $A(1, 7)$, $B(4, 3)$

A05 $A(-3, 1)$, $B(4, -1)$

A06 $A(-5, -2)$, $B(1, -6)$

A07 $A(6, -5)$, $B(2, 3)$

2 선분의 내분점

[A08~A10] 수직선 위의 두 점 $A(-3)$, $B(5)$에 대하여 다음을 구하시오.

A08 $\overline{AB}$를 3 : 1로 내분하는 점 P의 좌표

A09 $\overline{BA}$를 3 : 1로 내분하는 점 Q의 좌표

A10 $\overline{AB}$의 중점 M의 좌표

A11 수직선 위의 두 점 $A(-4)$, $B(6)$에 대하여 $\overline{AB}$를 1 : 2로 내분하는 점의 좌표를 a, 2 : 1로 내분하는 점의 좌표를 b라 할 때, $a+b$의 값을 구하시오.

[A12~A14] 좌표평면 위의 두 점 $A(-1, 1)$, $B(3, 7)$에 대하여 다음을 구하시오.

A12 $\overline{AB}$를 5 : 3으로 내분하는 점 P의 좌표

A13 $\overline{AB}$를 2 : 3으로 내분하는 점 Q의 좌표

A14 $\overline{AB}$의 중점 M의 좌표

A15 좌표평면 위의 두 점 $A(a, 3)$, $B(4, b)$에 대하여 $\overline{AB}$를 3 : 1로 내분하는 점 R의 좌표가 $(4, 0)$일 때, $a-b$의 값을 구하시오.

3 평면좌표의 활용

[A16~A18] 좌표평면 위의 다음 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심 G의 좌표를 구하시오.

A16 $A(3, 1)$, $B(2, 6)$, $C(7, 2)$

A17 $A(1, 8)$, $B(-2, 3)$, $C(4, -5)$

A18 $A(-1, -2)$, $B(5, -3)$, $C(-6, 8)$

[A19~A20] 좌표평면 위의 세 점 $A(0, 5)$, $B(4, -3)$, $C(p, q)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심 G의 좌표가 다음과 같을 때, pq의 값을 구하시오.

A19 $G(1, 0)$

A20 $G(4, -1)$

❖ 정답 및 해설 8p

1 두 점 사이의 거리 + 3 평면좌표의 활용

유형 01 두 점 사이의 거리

중요 기초

(1) 좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$에 대하여
$\overline{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

(2) 원점 O와 점 $A(x_1, y_1)$에 대하여
$\overline{OA}=\sqrt{x_1^2+y_1^2}$

★ 유형 접근법

1st 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 사이의 거리는 $\overline{AB}$를 빗변으로 하는 직각삼각형을 그려서 생각한다.

2nd 피타고라스 정리를 적용한다.

A21 ❀❀❀ 2025실시 10월 학평 2(고1)

좌표평면 위의 두 점 $(1, 0)$, $(2, -3)$ 사이의 거리는? (2점)

① 3 ② $\sqrt{10}$ ③ $\sqrt{11}$
④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{13}$

A22 ❀❀❀ 2024실시 10월 교육청 2(고1)

좌표평면 위의 두 점 $(1, 3)$, $(2, 5)$ 사이의 거리는? (2점)

① $\sqrt{5}$ ② $\sqrt{6}$ ③ $\sqrt{7}$
④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 3

A23 ❀❀❀ 2024실시 9월 학평 4(고1)

좌표평면 위의 두 점 $A(1, 3)$, $B(2, a)$ 사이의 거리가 $\sqrt{17}$일 때, 양수 a의 값은? (3점)

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

A24 ❀❀❀ 2019실시(나) 3월 학평 23(고2)

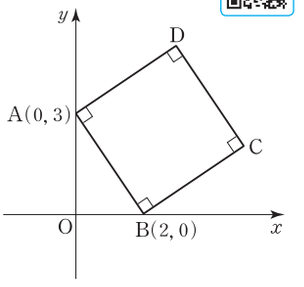
좌표평면 위의 두 점 $A(-1, 3)$, $B(4, 1)$에 대하여 선분 AB를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이를 구하시오. (3점)

A25 ❀❀❀ 2022실시 9월 학평 25(고1)

좌표평면 위에 두 점 $A(2t, -3)$, $B(-1, 2t)$가 있다. 선분 AB의 길이를 l이라 할 때, 실수 t에 대하여 l^2의 최솟값을 구하시오. (3점)

A26 ✿❀❀

오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위의 두 점 $A(0, 3)$, $B(2, 0)$을 잇는 선분 AB를 한 변으로 하는 정사각형 ABCD에 대하여 $\overline{OC}^2$의 값을 구하시오.
(단, O는 원점이고, 점 C는 제 1 사분면 위의 점이다.) (4점)



A27 ✻❀❀ 2011실시 9월 학평 9(고1) 변형

좌표평면 위의 한 점 A(4, 1)을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 외심은 변 BC 위에 있고 그 좌표가 $(-2, -1)$일 때, $\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$의 값은? (3점)

① 155 ② 160 ③ 165
④ 170 ⑤ 175

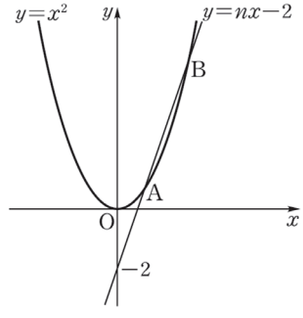
A28 ✻❀❀ 2019실시 9월 학평 13(고1)

이차함수 $f(x)=x^2+4x+3$의 그래프와 직선 $y=2x+k$가 서로 다른 두 점 P, Q에서 만난다. 점 P가 이차함수 $y=f(x)$의 그래프의 꼭짓점일 때, 선분 PQ의 길이는? (단, k는 상수이다.) (3점)

① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{5}$
④ $4\sqrt{5}$ ⑤ $5\sqrt{5}$

A29 ✻❀❀ 2015실시(나) 3월 학평 13(고2)

그림과 같이 3 이상의 자연수 n에 대하여 곡선 $y=x^2$과 직선 $y=nx-2$가 두 점 A, B에서 만난다. 다음 물음에 답하시오. (단, O는 원점이다.)



$n=4$일 때, 선분 AB의 길이는? (3점)

① $\sqrt{17}$ ② $\sqrt{34}$ ③ $2\sqrt{17}$
④ $2\sqrt{34}$ ⑤ $4\sqrt{17}$

A30 ✻❀❀ 2011실시(나) 6월 학평 10(고2)

행렬 $X=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$의 성분을 이용하여 좌표평면 위에 두 점 (a, c), (b, d)를 정하고 이 두 점 사이의 거리를 $L(X)$라 하자. 두 행렬 $A=\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ -y_1 & -y_2 \end{pmatrix}$에 대하여 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은? (3점)

[보기]
ㄱ. $L(A)=L(B)$
ㄴ. $L(2A)=2L(A)$
ㄷ. $L(A+B)=L(A)+L(B)$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

유형 02 같은 거리에 있는 점 ☆중요 이해

점 P가 두 점 A, B에서 같은 거리에 있으면 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이다.
이때, 점 P가
(1) x축 위의 점이면 $P(a, 0)$
(2) y축 위의 점이면 $P(0, b)$
(3) 직선 $y=mx+n$ 위의 점이면 $P(a, ma+n)$
이라 좌표를 놓는다.

★유형 접근법
1st 점의 위치에 따라 좌표를 미지수 한 개로 설정한다.
2nd 계산을 편하게 하기 위해 루트를 제외한 거리의 제곱 식을 세워 방정식을 푼다.

A31 ❀❀❀ 2022실시 9월 학평 4(고1)

좌표평면 위의 원점 O와 두 점 A(5, -5), B(1, a)에 대하여 $\overline{OA}=\overline{OB}$를 만족시킬 때, 양수 a의 값은? (3점)

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

❖ 정답 및 해설 8~11p

A32 ❀❀❀

세 점 A(−5, −7), B(a, −2), C(3, 1)에 대하여 $\overline{AB}=\overline{BC}$를 만족하는 a의 값은? (3점)

① −2 ② −1 ③ 1
④ 2 ⑤ 4

A33 ❀❀❀ 최다출제

좌표평면 위의 두 점 A(−3, 3), B(4, 4)에서 같은 거리에 있는 x축 위의 점 P의 좌표를 구하시오. (3점)

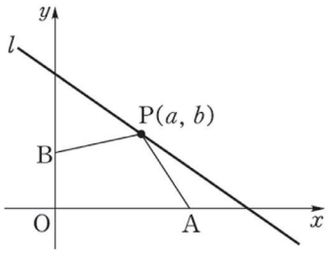
A34 ❀❀❀ 2023실시 11월 학평 9(고1)

좌표평면 위에 두 점 A(2, 4), B(5, 1)이 있다. 직선 $y=-x$ 위의 점 P에 대하여 $\overline{AP}=\overline{BP}$일 때, 선분 OP의 길이는? (단, O는 원점이다.) (3점)

① $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $\sqrt{2}$
④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

A35 ✻❀❀ 2012실시 3월 학평 25(고2)

그림과 같이 직선 l : $2x+3y=12$와 두 점 A(4, 0), B(0, 2)가 있다. $\overline{AP}=\overline{BP}$가 되도록 직선 l 위의 점 P(a, b)를 잡을 때, $8a+4b$의 값을 구하시오. (3점)



유형 03 같은 거리에 있는 점의 활용 이해

세 점으로부터 같은 거리에 있는 경우
⇒ 삼각형의 각 꼭짓점으로부터 같은 거리
⇒ 삼각형의 외심을 찾는다.

tip

삼각형의 외심의 성질
1 삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점
2 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 모두 같다!

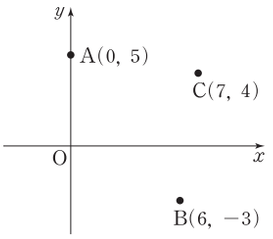
A36 ✻❀❀ 필수

좌표평면 위의 세 점 A(3, 4), B(−3, 0), C(5, 0)을 꼭짓점으로 하는 △ABC의 외심의 좌표를 (a, b)라 할 때, ab의 값은? (3점)

① −1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

A37 ✻❀❀

다음 그림은 A, B, C 세 아파트의 위치를 좌표평면 위에 나타낸 것이다. 학생들의 편의를 위해 각 아파트로부터의 거리가 같은 지점에 학교를 지으려고 할 때, 학교의 위치는 P(a, b)이다. 이때, $a+b$의 값을 구하시오. (4점)



A38 ✻❀❀

세 점 A(1, 0), B(−3, 2), C(−1, −4)를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이는? (3점)

① 3 ② $\sqrt{10}$ ③ $\sqrt{11}$
④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{13}$

A96 ❀❀❀

좌표평면 위의 두 점 A(3, 2), B(−4, 5)에 대하여 $\overline{AC}=\overline{BC}$를 만족하는 점 C가 직선 $y=x-2$ 위의 점일 때, 원점 O에서 점 C까지의 거리를 구하는 과정을 서술하시오. (10점)

1st 직선 위의 점 C의 좌표를 한 문자로 나타내보자.

2nd $\overline{AC}=\overline{BC}$임을 이용하여 점 C의 좌표를 구하자.

3rd $\overline{OC}$의 길이를 구하자.

A97 ❀❀❀

좌표평면 위의 두 점 A(−1, 1), B(4, 4)로부터 같은 거리에 있는 x축 위의 점을 C, y축 위의 점을 D라고 할 때, $\overline{CD}$의 길이를 구하는 과정을 서술하시오. (10점)

1st $\overline{CA}=\overline{CB}$임을 이용하여 점 C의 좌표를 구하자.

2nd $\overline{DA}=\overline{DB}$임을 이용하여 점 D의 좌표를 구하자.

3rd $\overline{CD}$의 길이를 구하자.

A98 ❀❀❀

두 점 A(3, 2), B(−3, −1)을 이은 선분 AB를 2 : 3으로 내분하는 점을 E라 하자. 직선 $y=mx-2$가 점 E를 지날 때, 상수 m의 값을 구하는 과정을 서술하시오. (10점)

A99 ❀❀❀

두 점 A(−4, −3), B(1, −1)에 대하여 점 C(a, b)가 $3\overline{AC}=2\overline{BC}$를 만족할 때, ab의 값을 구하는 과정을 서술하시오. (단, 점 C는 두 점 A와 B를 이은 선분 위에 있고, 점 C는 점 A도 아니고 점 B도 아니다.) (10점)

A100 ❀❀❀

좌표평면 위의 세 점 O(0, 0), A(−3, 5), B(9, −1)을 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB에 대하여 선분 AB를 1 : 3으로 내분하는 점을 P, 선분 AB를 3 : 1로 내분하는 점을 Q라 하자. 두 삼각형 OBP, OQA의 무게중심을 각각 G_1, G_2라 할 때, $\overline{G_1G_2}$의 길이를 구하는 과정을 서술하시오. (10점)

A01 ~ A100 정답과 해설

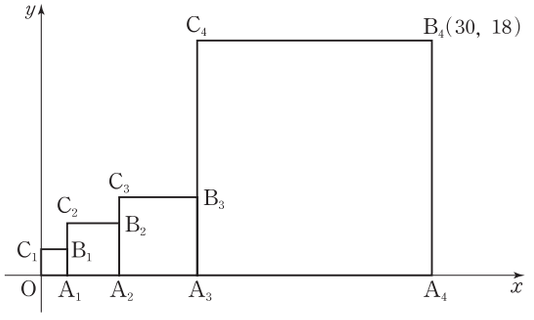
❖ 정답 및 해설 31~34p

1 두 점 사이의 거리

A101 ★★★ 2013실시 9월 학평 28(고1)

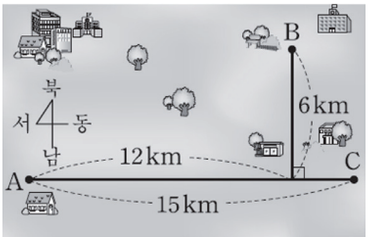
그림과 같이 x축 위의 네 점 A_1, A_2, A_3, A_4에 대하여 $\overline{OA_1}$, $\overline{A_1A_2}$, $\overline{A_2A_3}$, $\overline{A_3A_4}$를 각각 한 변으로 하는 정사각형 $OA_1B_1C_1$, $A_1A_2B_2C_2$, $A_2A_3B_3C_3$, $A_3A_4B_4C_4$가 있다. 점 B_4의 좌표가 $(30, 18)$이고 정사각형 $OA_1B_1C_1$, $A_1A_2B_2C_2$, $A_2A_3B_3C_3$의 넓이의 비가 $1 : 4 : 9$일 때, $\overline{B_1B_3}^2$의 값을 구하시오.

(단, O는 원점이다.) (4점)

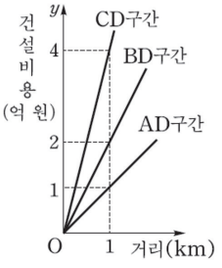


A102 ★★★ 2009실시 11월 학평 28(고1)

그림과 같이 A, B, C 세 지점이 있다. B는 A로부터 동쪽으로 12 km만큼, 북쪽으로 6 km만큼 떨어진 곳에 있으며, C는 A로부터 동쪽으로 15 km만큼 떨어진 곳에 있다.



어떤 건설회사가 A, B, C 각 지점에서 어느 D 지점까지 도로를 건설하려고 한다. 각 구간별 건설예정인 도로의 건설비용은 아래 그림과 같이 거리에 정비례한다.



A, B, C 각 지점에서 D 지점까지의 각각의 도로 건설비용이 모두 같은 D 지점은 두 곳이다. 이 두 지점 사이의 거리를 x(km)라 할 때, x의 값을 구하시오. (단, 네 지점 A, B, C, D는 동일 평면에 위치하며 모든 도로는 두 지점을 직선으로 연결한 평면상의 도로이다.) (4점)

Special

★ 내신 + 학평 대비

단원별 모의고사

[제한시간 40분]

A 평면좌표 – 14문항

B 직선의 방정식 – 13문항

C 원의 방정식 – 14문항

D 도형의 이동 – 13문항

E 집합의 뜻과 표현 – 12문항

F 집합의 연산 – 12문항

G 명제 – 14문항

H 함수 – 13문항

I 유리식과 유리함수 – 13문항

J 무리식과 무리함수 – 13문항

J119~J126 정답과 해설

A 평면좌표

- 문항 수 14개
- 배점 45점
- 제한시간 40분

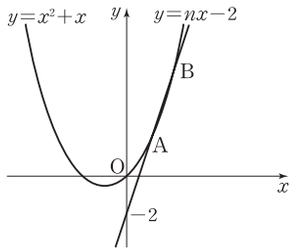
모의 A01 ❀❀❀

좌표평면 위의 두 점 A(3, −2), B(a−2, 4) 사이의 거리가 $6\sqrt{2}$일 때, 양수 a의 값은? (2점)

① 10 ② 11 ③ 12
④ 13 ⑤ 14

모의 A02 ✻❀❀ 2015실시(가) 3월 학평 13(고2)

그림과 같이 4 이상의 자연수 n에 대하여 곡선 $y=x^2+x$와 직선 $y=nx-2$가 두 점 A, B에서 만난다. $n=4$일 때, 선분 AB의 길이는? (3점)



① $\sqrt{17}$ ② $\sqrt{34}$ ③ $2\sqrt{17}$
④ $2\sqrt{34}$ ⑤ $4\sqrt{17}$

모의 A03 ✻❀❀

두 점 A(−1, −3), B(5, 7)에서 같은 거리에 있는 직선 $y=-3x+4$ 위의 점 P의 좌표는? (3점)

① (−1, 7) ② $\left(-\frac{2}{3}, 6\right)$ ③ $\left(-\frac{1}{3}, 5\right)$
④ (0, 4) ⑤ $\left(\frac{1}{3}, 3\right)$

모의 A04 ✻❀❀ 2017실시 9월 학평 10(고1)

좌표평면 위의 세 점 A(−2, 0), B(4, 0), C(1, 2)를 지나는 원이 있다. 이 원의 중심의 좌표를 (p, q)라 할 때, $p+q$의 값은? (3점)

① $-\frac{3}{4}$ ② $-\frac{5}{8}$ ③ $-\frac{1}{2}$
④ $-\frac{3}{8}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$

모의 A05 ❀❀❀ 2016실시 11월 학평 12(고1)

좌표평면 위의 두 점 A(−1, −2), B(5, a)에 대하여 선분 AB를 2 : 1로 내분하는 점 P의 좌표가 (b, 0)일 때, $a+b$의 값은? (3점)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

모의 A06 ❀❀❀

좌표평면 위의 두 점 A(−2, 0), B(0, 7)에 대하여 선분 AB를 2 : 1로 내분하는 점의 좌표가 $\left(-\frac{2}{3}, a\right)$일 때, a의 값을 구하시오. (3점)

모의 A07 ❀❀❀

두 점 A(4, a), B(−1, 2)에 대하여 선분 AB를 3 : 1로 내분하는 점이 x축 위에 있을 때, a의 값은? (3점)

① −6 ② −8 ③ −10
④ −12 ⑤ −14

모의 A08 ❀❀❀

수직선 위의 두 점 A(−4), B(6)이 있다. 선분 AB를 4 : 1로 내분하는 점을 P, 선분 AB를 2 : 3으로 내분하는 점을 Q라 할 때, 선분 PQ의 길이는? (2점)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

모의
A09 ✿❀❀

두 점 A(6, −4), B(1, 1)을 이은 직선 AB 위의 점 C에 대하여 $2\overline{AC}=3\overline{BC}$일 때, 점 C의 좌표를 구하면? (단, 점 C는 선분 AB 위에 존재한다.) (3점)

① (−9, 11) ② (9, −11) ③ (−3, −1)
④ (3, −1) ⑤ (9, 11)

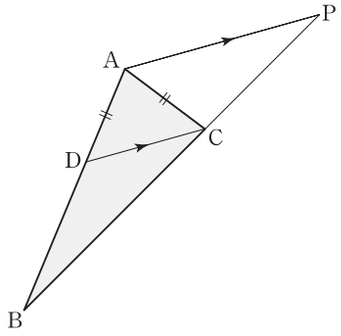
모의
A10 ✿❀❀

세 점 A(2, 2), B(−1, 3), C(−3, 1)을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 변 BC 위에 점 P(a, b)가 있다. 삼각형 ABP와 삼각형 APC의 넓이의 비가 2 : 3일 때, $a+b$의 값은? (4점)

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$
④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

모의
A11 ✿✿❀

세 꼭짓점의 좌표가 A(0, 3), B(−5, −9), C(4, 0)인 삼각형 ABC가 있다. 그림과 같이 $\overline{AC}=\overline{AD}$가 되도록 점 D를 선분 AB 위에 잡는다. 점 A를 지나면서 선분 DC와 평행인 직선이 선분 BC의 연장선과 만나는 점을 P라 하자. 이때, 점 P의 좌표는? (4점)



① $\left(\frac{61}{8}, \frac{29}{8}\right)$ ② $\left(\frac{65}{8}, \frac{33}{8}\right)$ ③ $\left(\frac{69}{8}, \frac{37}{8}\right)$
④ $\left(\frac{73}{8}, \frac{41}{8}\right)$ ⑤ $\left(\frac{77}{8}, \frac{45}{8}\right)$

모의
A12 ❀❀❀

꼭짓점 A의 좌표가 (2, −3)인 △ABC에서 변 BC의 중점의 좌표가 (−1, 6)일 때, △ABC의 무게중심의 좌표는? (3점)

① (−3, 0) ② (−2, 1) ③ (−1, 2)
④ (0, 3) ⑤ (1, 4)

모의
A13 ✿❀❀

평행사변형 ABCD의 네 꼭짓점의 좌표가 A(a, −2), B(−3, 4), C(1, 7), D(3, b)일 때, a^2+b^2의 값은? (3점)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

서술형

모의
A14 ✿❀❀

세 점 A(0, 2), B(4, −2), C(3, 3)을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC에서 세 변 AB, BC, CA를 2 : 1로 내분하는 점을 각각 P, Q, R라 할 때, 삼각형 PQR의 무게중심의 좌표를 구하는 과정을 서술하시오. (6점)

❖ 정답 및 해설 503~507p

A 평면좌표

개념 확인 문제

A 01 정답 5

$\overline{AB}=|-3-2|=5$

A 02 정답 9

$\overline{AB}=|1-(-8)|=9$

A 03 정답 10

$\overline{OA}=\sqrt{(-6-0)^2+(8-0)^2}=\sqrt{100}=10$

A 04 정답 5

$\overline{AB}=\sqrt{(4-1)^2+(3-7)^2}=\sqrt{25}=5$

A 05 정답 $\sqrt{53}$

$\overline{AB}=\sqrt{\{4-(-3)\}^2+(-1-1)^2}=\sqrt{53}$

A 06 정답 $2\sqrt{13}$

$\overline{AB}=\sqrt{\{1-(-5)\}^2+\{-6-(-2)\}^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$

A 07 정답 $4\sqrt{5}$

$\overline{AB}=\sqrt{(2-6)^2+\{3-(-5)\}^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$

A 08 정답 P(3)

$P\left(\frac{3\times5+1\times(-3)}{3+1}\right)$ $\therefore$ P(3)

A 09 정답 Q(−1)

$Q\left(\frac{3\times(-3)+1\times5}{3+1}\right)$ $\therefore$ Q(−1)

A 10 정답 M(1)

$M\left(\frac{-3+5}{2}\right)$ $\therefore$ M(1)

A 11 정답 2

$a=\frac{1\times6+2\times(-4)}{1+2}=-\frac{2}{3}$, $b=\frac{2\times6+1\times(-4)}{2+1}=\frac{8}{3}$

$\therefore a+b=-\frac{2}{3}+\frac{8}{3}=2$

A 12 정답 $P\left(\frac{3}{2}, \frac{19}{4}\right)$

$P\left(\frac{5\times3+3\times(-1)}{5+3}, \frac{5\times7+3\times1}{5+3}\right)$ $\therefore P\left(\frac{3}{2}, \frac{19}{4}\right)$

A 13 정답 $Q\left(\frac{3}{5}, \frac{17}{5}\right)$

$Q\left(\frac{2\times3+3\times(-1)}{2+3}, \frac{2\times7+3\times1}{2+3}\right)$ $\therefore Q\left(\frac{3}{5}, \frac{17}{5}\right)$

A 14 정답 M(1, 4)

$M\left(\frac{-1+3}{2}, \frac{1+7}{2}\right)$ $\therefore$ M(1, 4)

A 15 정답 5

$R\left(\frac{3\times4+1\times a}{3+1}, \frac{3\times b+1\times3}{3+1}\right)$에서 $R\left(\frac{12+a}{4}, \frac{3b+3}{4}\right)$이 R(4, 0)이어야 하므로

$\begin{cases}12+a=16 \Rightarrow a=4\\ 3b+3=0 \Rightarrow b=-1\end{cases}$ $\therefore a-b=4-(-1)=5$

A 16 정답 G(4, 3)

$G\left(\frac{3+2+7}{3}, \frac{1+6+2}{3}\right)$ $\therefore$ G(4, 3)

A 17 정답 G(1, 2)

$G\left(\frac{1-2+4}{3}, \frac{8+3-5}{3}\right)$ $\therefore$ G(1, 2)

A 18 정답 $G\left(-\frac{2}{3}, 1\right)$

$G\left(\frac{-1+5-6}{3}, \frac{-2-3+8}{3}\right)$ $\therefore G\left(-\frac{2}{3}, 1\right)$

A 19 정답 2

$G\left(\frac{0+4+p}{3}, \frac{5-3+q}{3}\right)$가 G(1, 0)이므로

$p=-1$, $q=-2$ $\therefore pq=2$

A 20 정답 −40

$G\left(\frac{0+4+p}{3}, \frac{5-3+q}{3}\right)$가 G(4, −1)이므로

$p=8$, $q=-5$ $\therefore pq=-40$

내신+학평 유형 스토리

A 21 정답 ② ····· 두 점 사이의 거리

(**정답 공식**: 두 점 (a, b), (c, d) 사이의 거리는 $\sqrt{(a-c)^2+(b-d)^2}$이다.)

단서 두 점 사이의 거리 공식을 이용해.

좌표평면 위의 두 점 (1, 0), (2, −3) 사이의 거리는?

① 3 ② $\sqrt{10}$ ③ $\sqrt{11}$

④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{13}$

1st 두 점 사이의 거리를 구해.

두 점 (1, 0), (2, −3) 사이의 거리는 $\sqrt{(2-1)^2+(-3-0)^2}=\sqrt{10}$

→ 두 점 (a, b), (c, d) 사이의 거리는 $\sqrt{(a-c)^2+(b-d)^2}$

A 93 정답 ③ ····· 점이 그리는 도형의 방정식

(**정답 공식**: 두 점 A, B에서 같은 거리에 있는 점 P에 대하여 $\overline{AP}=\overline{BP}$이다.)

두 점 A$(-1, 4)$, B$(3, 2)$로부터 같은 거리에 있는 점 P의 자취의 방정식은?

단서 두 점 A, B에서 같은 거리에 있는 점 P는 $\overline{AP}=\overline{BP}$가 성립한다는 뜻이야.

① $2x-8y+1=0$ ② $-6x-4y+3=0$
③ $2x-y+1=0$ ④ $-6x-3y+1=0$
⑤ $x-y+4=0$

1st 구하려는 점 P를 곧바로 (x, y)로 설정하자.

두 점 A, B로부터 같은 거리에 있는 점을 P(x, y)라 하면

$\overline{AP}=\overline{BP}$에서 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로

$(x+1)^2+(y-4)^2=(x-3)^2+(y-2)^2$

식으로 풀 때는 루트를 없애기 위해 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$으로 식을 세우면 되겠지?

2nd x^2, y^2을 소거하고, 선분의 수직이등분선의 방정식을 유도하자.

위의 식을 전개하면

$x^2+2x+1+y^2-8y+16=x^2-6x+9+y^2-4y+4$

양변에서 x^2, y^2을 소거하면

$2x-8y+17=-6x-4y+13$, $8x-4y+4=0$

$\therefore 2x-y+1=0$

따라서 점 P의 자취의 방정식은 ③이다.

A 94 정답 $x-y-2=0$ ····· 점이 그리는 도형의 방정식

(**정답 공식**: 거리의 제곱의 차가 상수로 주어지는 조건은 주어진 식대로 정리한다.)

두 점 A$(2, 3)$, B$(4, 1)$에 대하여 $\overline{PA}^2-\overline{PB}^2=4$를 만족시키는 점 P의 자취의 방정식을 구하시오.

단서 제곱 형태이므로 두 점 사이의 거리 공식에서 루트를 쓸 필요가 없어 계산이 직관적이야.

1st 구하려는 점 P를 곧바로 (x, y)로 설정하자.

P(x, y)라 하면 $\overline{PA}^2-\overline{PB}^2=4$이므로

$(x-2)^2+(y-3)^2-\{(x-4)^2+(y-1)^2\}=4$

P(x, y)로 두고 식을 그대로 전개하면 이차항이 무조건 소거되므로 당황하지 말고 연산하여 직선을 유도해.

2nd x^2, y^2을 소거하고, 방정식을 유도하자.

위의 식을 전개하면

$(x^2-4x+4+y^2-6y+9)-(x^2-8x+16+y^2-2y+1)=4$

괄호를 풀고 정리하면

$4x-4y-4=4$, $4x-4y-8=0$

$\therefore x-y-2=0$

A 95 정답 $6x-3y-16=0$ ····· 점이 그리는 도형의 방정식

(**정답 공식**: 움직이는 점 P와 구해야 하는 점 Q가 동시에 등장하면 점 P(a, b), 점 Q(x, y)로 놓아야 한다.)

점 P가 직선 $2x-y-2=0$ 위를 움직일 때, 점 A$(4, 1)$과 점 P를 이은 선분 AP를 $1:2$로 내분하는 점 Q의 자취의 방정식을 구하시오.

단서 두 개의 점이 동시에 나올 때는 '매개점'과 '목표점'을 구별하는 것이 핵심이야. 점 Q를 반드시 (x, y)로 두고, 조연인 점 P는 (a, b)로 둬야 계산이 꼬이지 않아.

1st 점 Q를 반드시 (x, y)로 두고, 점 P는 (a, b)로 두자.

P(a, b)라 하면 점 P는 직선 위의 점이므로

함정 움직이는 점이 항상 주인공이 아니야. 이런 문제에서는 점 P가 조연이고, 마지막에 구해야 하는 주인공 점 Q가 반드시 있다는 것을 잊지 마. 이때, P(a, b)로 두고, Q(x, y)로 둬야해. 헷갈리면 구해야 하는 점은 반드시 (x, y)로 둔다는 걸 외워 둬야 편해.

$2a-b-2=0$ … ㉠

구하고자 하는 점 Q의 좌표를 (x, y)라 하면 점 Q는 선분 AP를 $1:2$로 내분하므로

내분점 공식을 적용한 뒤 $a=(\ )$, $b=(\ )$꼴로 정리하여 점 P가 그 위를 움직이는 직선의 방정식에 대입하는 흐름을 잡아야 해.

$x=\dfrac{1\times a+2\times 4}{1+2}=\dfrac{a+8}{3}$

$\therefore a=3x-8$

$y=\dfrac{1\times b+2\times 1}{1+2}=\dfrac{b+2}{3}$

$\therefore b=3y-2$

이 값들을 ㉠에 대입하면

$2(3x-8)-(3y-2)-2=0$, $6x-16-3y+2-2=0$

$\therefore 6x-3y-16=0$

따라서 점 Q의 자취의 방정식은 $6x-3y-16=0$이다.

서술형 스토리

A 96 정답 $\sqrt{74}$ ····· 두 점으로부터 같은 거리에 있는 점

(**정답 공식**: 점 C가 직선 위의 점임을 이용해 점 C의 좌표를 나타내고, 점 C가 두 점 A, B로부터 거리가 같음을 이용한다.)

단서 2 $\overline{AC}^2=\overline{BC}^2$을 이용하여 $\sqrt{\ }$를 없애자.

좌표평면 위의 두 점 A$(3, 2)$, B$(-4, 5)$에 대하여 $\overline{AC}=\overline{BC}$를 만족하는 점 C가 직선 $y=x-2$ 위의 점일 때, 원점 O에서 점 C까지의 거리를 구하는 과정을 서술하시오.

단서 1 점 C의 좌푯값을 직선의 방정식에 대입해도 등식이 성립해.

1st 직선 위의 점 C의 좌표를 한 문자로 나타내보자.

점 C의 좌표를 C(a, b)라 하면 직선 $y=x-2$ 위의 점이므로 $b=a-2$

$\therefore$ C$(a, a-2)$ … ❶

직선 위에 있는 점의 좌표를 대입하면 등식이 성립해.

2nd $\overline{AC}=\overline{BC}$임을 이용하여 점 C의 좌표를 구하자.

$\overline{AC}=\overline{BC}$ ⇨ $\overline{AC}^2=\overline{BC}^2$이므로

$(a-3)^2+(a-2-2)^2=(a+4)^2+(a-2-5)^2$

$a^2-6a+9+a^2-8a+16=a^2+8a+16+a^2-14a+49$

$8a=-40$ $\therefore a=-5$

[채점 기준표]

❶ 점 C가 선분 AB를 2 : 3으로 내분하는 점임을 안다.	50%
❷ 점 C의 좌표를 구한다.	30%
❸ ab의 값을 구한다.	20%

A 100 정답 $\sqrt{5}$ ····· 선분의 내분점과 삼각형의 무게중심

정답 공식: 내분점의 공식을 이용해 두 점 P, Q의 좌표를 구한 뒤, 무게중심의 공식을 이용해 G_1, G_2의 좌표를 각각 구해 $\overline{G_1G_2}$의 길이를 구한다.

좌표평면 위의 세 점 O(0, 0), A(−3, 5), B(9, −1)을 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB에 대하여 선분 AB를 1 : 3으로 내분하는 점을 P, 선분 AB를 3 : 1로 내분하는 점을 Q라 하자. 두 삼각형 OBP, OQA의 무게중심을 각각 G_1, G_2라 할 때, $\overline{G_1G_2}$의 길이를 구하는 과정을 서술하시오.

단서 무게중심을 구하기 위해 두 점 P와 Q의 좌표를 먼저 구해야 해.

1st 내분점 공식을 이용하여 점 P, Q의 좌표를 구하자.

점 P는 선분 AB를 1 : 3으로 내분하는 점이므로

$$P\left(\frac{1\cdot 9+3\cdot(-3)}{1+3},\ \frac{1\cdot(-1)+3\cdot 5}{1+3}\right)=P\left(0,\ \frac{7}{2}\right)$$

점 Q는 선분 AB를 3 : 1로 내분하는 점이므로

$$Q\left(\frac{3\cdot 9+1\cdot(-3)}{3+1},\ \frac{3\cdot(-1)+1\cdot 5}{3+1}\right)=Q\left(6,\ \frac{1}{2}\right)\cdots ❶$$

2nd 무게중심 공식을 이용하여 G_1, G_2의 좌표를 구하자.

삼각형 OBP의 무게중심 G_1의 좌표는

$$G_1\left(\frac{0+9+0}{3},\ \frac{0+(-1)+\frac{7}{2}}{3}\right)=G_1\left(3,\ \frac{5}{6}\right)$$

세 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 무게중심의 좌표는 $\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\ \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

삼각형 OQA의 무게중심 G_2의 좌표는

$$G_2\left(\frac{0+6+(-3)}{3},\ \frac{0+\frac{1}{2}+5}{3}\right)=G_2\left(1,\ \frac{11}{6}\right)\cdots ❷$$

3rd $\overline{G_1G_2}$의 길이를 구하자.

$$\therefore\ \overline{G_1G_2}=\sqrt{(3-1)^2+\left(\frac{5}{6}-\frac{11}{6}\right)^2}=\sqrt{5}\cdots ❸$$

[채점 기준표]

❶ 두 점 P, Q의 좌표를 구한다.	40%
❷ 무게중심 G_1, G_2의 좌표를 구한다.	40%
❸ $\overline{G_1G_2}$의 길이를 구한다.	20%

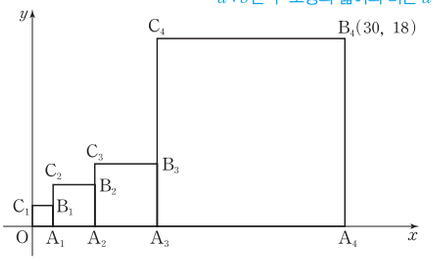
1등급 고난도 스토리

A 101 정답 116 ····· 1등급 대비 [정답률 30%]

정답 공식: 닮음비를 이용해 각 정사각형의 한 변의 길이를 구한다.

그림과 같이 x축 위의 네 점 A_1, A_2, A_3, A_4에 대하여 $\overline{OA_1}$, $\overline{A_1A_2}$, $\overline{A_2A_3}$, $\overline{A_3A_4}$를 각각 한 변으로 하는 정사각형 $OA_1B_1C_1$, $A_1A_2B_2C_2$, $A_2A_3B_3C_3$, $A_3A_4B_4C_4$가 있다. 점 B_4의 좌표가 (30, 18)이고 정사각형 $OA_1B_1C_1$, $A_1A_2B_2C_2$, $A_2A_3B_3C_3$의 넓이의 비가 1 : 4 : 9일 때, $\overline{B_1B_3}^2$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.)

단서 모든 정사각형은 닮은꼴이야. 또, 닮음비가 $a : b$인 두 도형의 넓이의 비는 $a^2 : b^2$이야.



1st 닮은 도형에서 넓이의 비가 $a^2 : b^2 : c^2$이면 닮음비는 $a : b : c$야.

정사각형 $OA_1B_1C_1$, $A_1A_2B_2C_2$, $A_2A_3B_3C_3$의 넓이의 비가 1 : 4 : 9이므로 세 정사각형의 닮음비는 1 : 2 : 3이다.

즉, 양수 a에 대하여 $\overline{OA_1}=a$, $\overline{A_1A_2}=2a$, $\overline{A_2A_3}=3a$라 하면

두 도형의 닮음비가 $a : b$이면 넓이의 비는 $a^2 : b^2$이고, 부피의 비는 $a^3 : b^3$이야.

$\overline{OA_4}=30$, $\overline{A_3A_4}=\overline{A_4B_4}=18$

즉, $\overline{OA_3}=\overline{OA_4}-\overline{A_3A_4}$에서

$a+2a+3a=30-18$

$6a=12$ $\therefore\ a=2$

합정 넓이의 비를 이용해 길이의 비를 알아내야 해.

2nd 두 점 사이의 거리를 구하는 공식을 이용해.

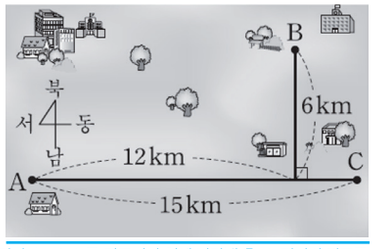
따라서 두 점 B_1, B_3의 좌표는 각각 (2, 2), (12, 6)이므로

$$\overline{B_1B_3}^2=(12-2)^2+(6-2)^2=116$$

A 102 정답 8 ····· 1등급 대비 [정답률 35%]

정답 공식: 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 사이의 거리는 $\overline{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

그림과 같이 A, B, C 세 지점이 있다. B는 A로부터 동쪽으로 12 km만큼, 북쪽으로 6 km만큼 떨어진 곳에 있으며, C는 A로부터 동쪽으로 15 km만큼 떨어진 곳에 있다.



단서 1 세 지점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타낸 후 D 지점의 좌표를 (a, b)로 나타내.

어떤 건설회사가 A, B, C 각 지점에서 어느 D 지점까지 도로

J 내신+학평 대비 단원별 모의고사 문제편 p. 332

모의 J 01 정답 ④ ····· 제곱근의 성질

정답 공식: 주어진 조건에서 a의 범위를 구하고, $\sqrt{x^2}=|x|=\begin{cases} x & (x\geq 0) \\ -x & (x<0) \end{cases}$을 이용한다.

단서 $\sqrt{a}\sqrt{b}=-\sqrt{ab}$가 될 때의 a, b의 값의 부호를 생각해 봐.

$\sqrt{a-3}\sqrt{1-a}=-\sqrt{(a-3)(1-a)}$를 만족시키는 실수 a에 대하여 $\sqrt{(a-1)^2}+\sqrt{(a-4)^2}$을 간단히 하면?

(단, $a\neq 1$, $a\neq 3$, $a\neq 4$)

① $-2a$ ② $-2a+3$ ③ 2
④ 3 ⑤ $2a-5$

1st $\sqrt{A}\sqrt{B}=-\sqrt{AB}$이면 $A<0$, $B<0$임을 이용하여 a의 값의 범위를 구해.

$\sqrt{a-3}\sqrt{1-a}=-\sqrt{(a-3)(1-a)}$이므로

$a-3<0$이고 $1-a<0$ $\therefore 1<a<3$

2nd $\sqrt{\square^2}=|\square|$임을 이용하여 식을 간단히 하자.

따라서 $a-1>0$, $a-4<0$이므로 → $1<a<3$에서 a가 3보다 작으므로 $a<4$이지?

$\sqrt{(a-1)^2}+\sqrt{(a-4)^2}=a-1-(a-4)=3$

$a>0$이면 $\sqrt{a^2}=a$이고 $a<0$이면 $\sqrt{a^2}=-a$

음수의 제곱근의 성질 개념·공식

a, b가 실수일 때

① $a<0$, $b<0$이면 $\sqrt{a}\sqrt{b}=-\sqrt{ab}$ ② $a>0$, $b<0$이면 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=-\sqrt{\frac{a}{b}}$

모의 J 02 정답 ④ ····· 분모의 유리화

정답 공식: $\frac{1}{f(x)}$를 분모의 유리화를 통해 정리하고, 규칙성을 이용해 식의 값을 계산한다.

$f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{x-1}$일 때, 단서 $\frac{1}{f(x)}$을 구해서 분모를 유리화해 봐.

$\frac{1}{f(2)}+\frac{1}{f(3)}+\frac{1}{f(4)}+\cdots+\frac{1}{f(50)}$의 값은?

① $6\sqrt{2}$ ② $7-\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{2}$
④ $5\sqrt{2}-1$ ⑤ -7

1st $\frac{1}{f(x)}$의 분모를 유리화 해.

주어진 식이 $\frac{1}{f(x)}$의 꼴이니까 $\frac{1}{f(x)}$을 $f(x)$의 역수를 구하면 → 먼저 구하고 수를 차례대로 대입해 가는 게 좋아.

$\frac{1}{f(x)}=\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x-1}}\times\frac{\sqrt{x}-\sqrt{x-1}}{\sqrt{x}-\sqrt{x-1}}=\sqrt{x}-\sqrt{x-1}$

2nd 식의 값을 구하자.

$\frac{1}{f(x)}=-\sqrt{x-1}+\sqrt{x}$에 $x=2, 3, 4, \cdots, 50$을 대입하여 더하면

$\frac{1}{f(2)}+\frac{1}{f(3)}+\frac{1}{f(4)}+\cdots+\frac{1}{f(49)}+\frac{1}{f(50)}$

$=(-\sqrt{1}+\sqrt{2})+(-\sqrt{2}+\sqrt{3})+\cdots+(-\sqrt{48}+\sqrt{49})+(-\sqrt{49}+\sqrt{50})$

$=-1+\sqrt{50}=5\sqrt{2}-1$

발상 맨 앞의 항이 남았으니까 맨 뒤의 항이 남는 거야.

모의 J 03 정답 ② ····· 무리식의 값

정답 공식: x, y를 포함한 식을 먼저 분모의 유리화를 통해 간단히 하고, x, y를 대입해 식의 값을 계산한다.

$x=\sqrt{2}+1$, $y=\sqrt{2}-1$일 때, $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$의 값은?

① $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ ② $\sqrt{2}-1$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$
④ $\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{1+\sqrt{3}}{3}$

단서 x, y의 값이 간단치 않으니까 주어진 식의 분모를 유리화해서 간단히 나타낸 뒤 x, y의 값을 대입해.

1st 주어진 식의 분모를 유리화 해.

주어진 식의 분모를 유리화해서 간단히 하면

$\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\times\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}=\frac{x+y-2\sqrt{xy}}{x-y}$

2nd x, y의 숫자를 주어진 식에 대입하자.

$xy=(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)=1$이므로 → 주어진 식에 바로 대입하기보다 이렇게 미리 구해서 대입하는 것이 편리해.

(주어진 식) $=\frac{(\sqrt{2}+1)+(\sqrt{2}-1)-2\times 1}{\sqrt{2}+1-(\sqrt{2}-1)}$

$=\frac{2\sqrt{2}-2}{2}$

$=\sqrt{2}-1$

모의 J 04 정답 ① ····· 무리수의 정수 부분과 소수 부분

정답 공식: 무리수의 소수 부분 b는 $0\leq b<1$임을 이용해 a, b의 값을 구하고 식에 대입해 계산한다.

단서 먼저 분모의 유리화를 통해 구하는 무리수를 간단히 한 후 이 무리수의 값의 범위를 찾아.

$\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b라고 할 때, $(a-3)^2-(b+3)^2$의 값은?

① 1 ② 4 ③ 7
④ 10 ⑤ 13

1st 주어진 수의 분모를 유리화한 후, 정수 부분과 소수 부분을 구하자.

$\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}$

$=\frac{8+2\sqrt{15}}{2}=4+\sqrt{15}$

발상 $3^2<15<4^2$이니까 $3<\sqrt{15}<4$가 되는 거야.

이때, $3<\sqrt{15}<4$에서 $7<4+\sqrt{15}<8$이므로

$4+\sqrt{15}$의 정수 부분은 7, 소수 부분은 $\sqrt{15}-3$ → $(4+\sqrt{15})-7=\sqrt{15}-3$

2nd 식의 값을 구해.

따라서 $a=7$, $b=\sqrt{15}-3$이므로

$(a-3)^2-(b+3)^2=(7-3)^2-(\sqrt{15}-3+3)^2$

$=16-15=1$

무리수의 정수 부분과 소수 부분 개념·공식

무리수 A를 $A=n+\alpha$ (n은 정수 $0\leq\alpha<1$)로 나타낼 때,

① (A의 정수 부분) $=n$

② (A의 소수 부분) $=A-n=\alpha$

모의고사 J

[채점 기준표]

❶ 점 C가 선분 AB를 2 : 3으로 내분하는 점임을 안다.	50%
❷ 점 C의 좌표를 구한다.	30%
❸ ab의 값을 구한다.	20%

A 100 정답 $\sqrt{5}$ ····· 선분의 내분점과 삼각형의 무게중심

정답 공식: 내분점의 공식을 이용해 두 점 P, Q의 좌표를 구한 뒤, 무게중심의 공식을 이용해 G_1, G_2의 좌표를 각각 구해 $\overline{G_1G_2}$의 길이를 구한다.

좌표평면 위의 세 점 O(0, 0), A(−3, 5), B(9, −1)을 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB에 대하여 선분 AB를 1 : 3으로 내분하는 점을 P, 선분 AB를 3 : 1로 내분하는 점을 Q라 하자. 두 삼각형 OBP, OQA의 무게중심을 각각 G_1, G_2라 할 때, $\overline{G_1G_2}$의 길이를 구하는 과정을 서술하시오.

단서 무게중심을 구하기 위해 두 점 P와 Q의 좌표를 먼저 구해야 해.

1st 내분점 공식을 이용하여 점 P, Q의 좌표를 구하자.

점 P는 선분 AB를 1 : 3으로 내분하는 점이므로

$$P\left(\frac{1\cdot 9+3\cdot(-3)}{1+3},\ \frac{1\cdot(-1)+3\cdot 5}{1+3}\right)=P\left(0,\ \frac{7}{2}\right)$$

점 Q는 선분 AB를 3 : 1로 내분하는 점이므로

$$Q\left(\frac{3\cdot 9+1\cdot(-3)}{3+1},\ \frac{3\cdot(-1)+1\cdot 5}{3+1}\right)=Q\left(6,\ \frac{1}{2}\right)\cdots ❶$$

2nd 무게중심 공식을 이용하여 G_1, G_2의 좌표를 구하자.

삼각형 OBP의 무게중심 G_1의 좌표는

$$G_1\left(\frac{0+9+0}{3},\ \frac{0+(-1)+\frac{7}{2}}{3}\right)=G_1\left(3,\ \frac{5}{6}\right)$$

세 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 무게중심의 좌표는 $\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\ \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

삼각형 OQA의 무게중심 G_2의 좌표는

$$G_2\left(\frac{0+6+(-3)}{3},\ \frac{0+\frac{1}{2}+5}{3}\right)=G_2\left(1,\ \frac{11}{6}\right)\cdots ❷$$

3rd $\overline{G_1G_2}$의 길이를 구하자.

$$\therefore\ \overline{G_1G_2}=\sqrt{(3-1)^2+\left(\frac{5}{6}-\frac{11}{6}\right)^2}=\sqrt{5}\cdots ❸$$

[채점 기준표]

❶ 두 점 P, Q의 좌표를 구한다.	40%
❷ 무게중심 G_1, G_2의 좌표를 구한다.	40%
❸ $\overline{G_1G_2}$의 길이를 구한다.	20%

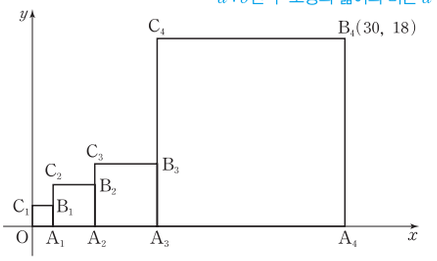
1등급 고난도 스토리

A 101 정답 116 ····· 1등급 대비 [정답률 30%]

정답 공식: 닮음비를 이용해 각 정사각형의 한 변의 길이를 구한다.

그림과 같이 x축 위의 네 점 A_1, A_2, A_3, A_4에 대하여 $\overline{OA_1}$, $\overline{A_1A_2}$, $\overline{A_2A_3}$, $\overline{A_3A_4}$를 각각 한 변으로 하는 정사각형 $OA_1B_1C_1$, $A_1A_2B_2C_2$, $A_2A_3B_3C_3$, $A_3A_4B_4C_4$가 있다. 점 B_4의 좌표가 (30, 18)이고 정사각형 $OA_1B_1C_1$, $A_1A_2B_2C_2$, $A_2A_3B_3C_3$의 넓이의 비가 1 : 4 : 9일 때, $\overline{B_1B_3}^2$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.)

단서 모든 정사각형은 닮은꼴이야. 또, 닮음비가 $a : b$인 두 도형의 넓이의 비는 $a^2 : b^2$이야.



1st 닮은 도형에서 넓이의 비가 $a^2 : b^2 : c^2$이면 닮음비는 $a : b : c$야.

정사각형 $OA_1B_1C_1$, $A_1A_2B_2C_2$, $A_2A_3B_3C_3$의 넓이의 비가 1 : 4 : 9이므로 세 정사각형의 닮음비는 1 : 2 : 3이다.

즉, 양수 a에 대하여 $\overline{OA_1}=a$, $\overline{A_1A_2}=2a$, $\overline{A_2A_3}=3a$라 하면

두 도형의 닮음비가 $a : b$이면 넓이의 비는 $a^2 : b^2$이고, 부피의 비는 $a^3 : b^3$이야.

$\overline{OA_4}=30$, $\overline{A_3A_4}=\overline{A_4B_4}=18$

즉, $\overline{OA_3}=\overline{OA_4}-\overline{A_3A_4}$에서

$a+2a+3a=30-18$

$6a=12$ $\therefore\ a=2$

합정 넓이의 비를 이용해 길이의 비를 알아내야 해.

2nd 두 점 사이의 거리를 구하는 공식을 이용해.

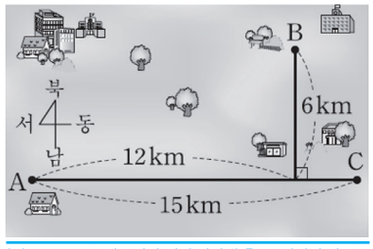
따라서 두 점 B_1, B_3의 좌표는 각각 (2, 2), (12, 6)이므로

$$\overline{B_1B_3}^2=(12-2)^2+(6-2)^2=116$$

A 102 정답 8 ····· 1등급 대비 [정답률 35%]

정답 공식: 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 사이의 거리는 $\overline{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

그림과 같이 A, B, C 세 지점이 있다. B는 A로부터 동쪽으로 12 km만큼, 북쪽으로 6 km만큼 떨어진 곳에 있으며, C는 A로부터 동쪽으로 15 km만큼 떨어진 곳에 있다.



단서 1 세 지점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타낸 후 D 지점의 좌표를 (a, b)로 나타내.

어떤 건설회사가 A, B, C 각 지점에서 어느 D 지점까지 도로

J 내신+학평 대비 단원별 모의고사

문제편 p. 332

모의 J 01 정답 ④ ····· 제곱근의 성질

정답 공식: 주어진 조건에서 a의 범위를 구하고, $\sqrt{x^2}=|x|=\begin{cases} x & (x\geq 0) \\ -x & (x<0) \end{cases}$을 이용한다.

단서 $\sqrt{a}\sqrt{b}=-\sqrt{ab}$가 될 때의 a, b의 값의 부호를 생각해 봐.

$\sqrt{a-3}\sqrt{1-a}=-\sqrt{(a-3)(1-a)}$를 만족시키는 실수 a에 대하여 $\sqrt{(a-1)^2}+\sqrt{(a-4)^2}$을 간단히 하면?

(단, $a\neq 1$, $a\neq 3$, $a\neq 4$)

① $-2a$ ② $-2a+3$ ③ 2
④ 3 ⑤ $2a-5$

1st $\sqrt{A}\sqrt{B}=-\sqrt{AB}$이면 $A<0$, $B<0$임을 이용하여 a의 값의 범위를 구해.

$\sqrt{a-3}\sqrt{1-a}=-\sqrt{(a-3)(1-a)}$이므로

$a-3<0$이고 $1-a<0$ $\therefore 1<a<3$

2nd $\sqrt{\square^2}=|\square|$임을 이용하여 식을 간단히 하자.

따라서 $a-1>0$, $a-4<0$이므로 → $1<a<3$에서 a가 3보다 작으므로 $a<4$이지?

$\sqrt{(a-1)^2}+\sqrt{(a-4)^2}=a-1-(a-4)=3$

$a>0$이면 $\sqrt{a^2}=a$이고 $a<0$이면 $\sqrt{a^2}=-a$

음수의 제곱근의 성질 개념·공식

a, b가 실수일 때

① $a<0$, $b<0$이면 $\sqrt{a}\sqrt{b}=-\sqrt{ab}$ ② $a>0$, $b<0$이면 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=-\sqrt{\frac{a}{b}}$

모의 J 02 정답 ④ ····· 분모의 유리화

정답 공식: $\frac{1}{f(x)}$를 분모의 유리화를 통해 정리하고, 규칙성을 이용해 식의 값을 계산한다.

$f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{x-1}$일 때, 단서 $\frac{1}{f(x)}$을 구해서 분모를 유리화해 봐.

$\frac{1}{f(2)}+\frac{1}{f(3)}+\frac{1}{f(4)}+\cdots+\frac{1}{f(50)}$의 값은?

① $6\sqrt{2}$ ② $7-\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{2}$
④ $5\sqrt{2}-1$ ⑤ -7

1st $\frac{1}{f(x)}$의 분모를 유리화 해.

주어진 식이 $\frac{1}{f(x)}$의 꼴이니까 $\frac{1}{f(x)}$을 $f(x)$의 역수를 구하면 → 먼저 구하고 수를 차례대로 대입해 가는 게 좋아.

$\frac{1}{f(x)}=\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x-1}}\times\frac{\sqrt{x}-\sqrt{x-1}}{\sqrt{x}-\sqrt{x-1}}=\sqrt{x}-\sqrt{x-1}$

2nd 식의 값을 구하자.

$\frac{1}{f(x)}=-\sqrt{x-1}+\sqrt{x}$에 $x=2, 3, 4, \cdots, 50$을 대입하여 더하면

$\frac{1}{f(2)}+\frac{1}{f(3)}+\frac{1}{f(4)}+\cdots+\frac{1}{f(49)}+\frac{1}{f(50)}$

$=(-\sqrt{1}+\sqrt{2})+(-\sqrt{2}+\sqrt{3})+\cdots+(-\sqrt{48}+\sqrt{49})+(-\sqrt{49}+\sqrt{50})$

$=-1+\sqrt{50}=5\sqrt{2}-1$

발상 맨 앞의 항이 남았으니까 맨 뒤의 항이 남는 거야.

모의 J 03 정답 ② ····· 무리식의 값

정답 공식: x, y를 포함한 식을 먼저 분모의 유리화를 통해 간단히 하고, x, y를 대입해 식의 값을 계산한다.

$x=\sqrt{2}+1$, $y=\sqrt{2}-1$일 때, $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$의 값은?

① $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ ② $\sqrt{2}-1$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$
④ $\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{1+\sqrt{3}}{3}$

단서 x, y의 값이 간단치 않으니까 주어진 식의 분모를 유리화해서 간단히 나타낸 뒤 x, y의 값을 대입해.

1st 주어진 식의 분모를 유리화 해.

주어진 식의 분모를 유리화해서 간단히 하면

$\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\times\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}=\frac{x+y-2\sqrt{xy}}{x-y}$

2nd x, y의 숫자를 주어진 식에 대입하자.

$xy=(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)=1$이므로 → 주어진 식에 바로 대입하기보다 이렇게 미리 구해서 대입하는 것이 편리해.

(주어진 식) $=\frac{(\sqrt{2}+1)+(\sqrt{2}-1)-2\times 1}{\sqrt{2}+1-(\sqrt{2}-1)}$

$=\frac{2\sqrt{2}-2}{2}$

$=\sqrt{2}-1$

모의 J 04 정답 ① ····· 무리수의 정수 부분과 소수 부분

정답 공식: 무리수의 소수 부분 b는 $0\leq b<1$임을 이용해 a, b의 값을 구하고 식에 대입해 계산한다.

단서 먼저 분모의 유리화를 통해 구하는 무리수를 간단히 한 후 이 무리수의 값의 범위를 찾아.

$\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b라고 할 때, $(a-3)^2-(b+3)^2$의 값은?

① 1 ② 4 ③ 7
④ 10 ⑤ 13

1st 주어진 수의 분모를 유리화한 후, 정수 부분과 소수 부분을 구하자.

$\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}$

$=\frac{8+2\sqrt{15}}{2}=4+\sqrt{15}$

발상 $3^2<15<4^2$이니까 $3<\sqrt{15}<4$가 되는 거야.

이때, $3<\sqrt{15}<4$에서 $7<4+\sqrt{15}<8$이므로

$4+\sqrt{15}$의 정수 부분은 7, 소수 부분은 $\sqrt{15}-3$ → $(4+\sqrt{15})-7=\sqrt{15}-3$

2nd 식의 값을 구해.

따라서 $a=7$, $b=\sqrt{15}-3$이므로

$(a-3)^2-(b+3)^2=(7-3)^2-(\sqrt{15}-3+3)^2$

$=16-15=1$

무리수의 정수 부분과 소수 부분 개념·공식

무리수 A를 $A=n+\alpha$ (n은 정수 $0\leq\alpha<1$)로 나타낼 때,

① (A의 정수 부분) $=n$

② (A의 소수 부분) $=A-n=\alpha$

모의고사 J