1 판매량 1 만족도 1 평가도

2027 자이스토리

Xi story

Xistory stands for eXtra Intensive Story
for the University Entrance Examination.

- 최신 수능 대비 기출문제 및 기출 변형 문제 수록
- 핵심 개념 총정리 + 개념 확인 문제
- 101개 유형의 체계적인 구성과 유형 접근법 제시
- 내신 서술형 문제 – 단계별 반복 연습
- 1등급 문제 분리 수록, (단서), (발상), (적용) 특별 해설
- 내신과 학력평가를 한 번에 대비하는 단원별 모의고사
- 다른 풀이, 톡톡 풀이, 쉬운 풀이, 입체 첨삭 해설
- 동영상 강의: 개념 + 내신 + 학평 문제
- QR코드 해설 보기(단원별)

대한민국 No.1 수능 기출문제집

고2 확률과 통계

수경출판사

개념과 기출 유형의 완벽한 연결로
수학 1등급의 토대를 만듭니다.

공식 암기만으로는 사고력이 필요한
내신과 수능의 복합적인 유형 문제를 해결하기 어렵습니다.

자이스토리는 새 교육과정에 맞춰
내신 시험과 최신 학력평가 기출문제를 철저히 분석했습니다.
이를 바탕으로 문제 유형을 촘촘하게 분류하고,
개념을 문제에 적용하는 체계적인 유형별 훈련을 제공합니다.
반복 학습을 통해 수학의 기본기를 탄탄하게 다지고,
어떤 문제에도 흔들리지 않는 실력을 키울 수 있습니다.

또한 자이스토리만의 명쾌한 문제 분석과 풍부한 보충 첨삭 해설,
다른 풀이·톡톡 풀이·쉬운 풀이는
다양한 관점에서 문제를 이해하고 해결하는 힘을 길러 줍니다.
어려운 문제도 스스로 풀어 내는 경험을 통해
수학 공부의 자신감과 성취감을 높일 수 있습니다.

목표를 이루는 첫걸음은 할 수 있다는 믿음입니다.
『자이스토리 고2 확률과 통계』와 함께 개념부터 기출 유형까지
차근차근 실력을 쌓아 보세요.
여러분의 수학 1등급을 향한 도전을 응원합니다.



- 대한민국 No.1 수능 문제집 자이스토리 -

해설편 QR코드

QR코드를 스캔해서 해설을 빠르고 쉽게 확인할 수 있습니다.

QR 코드 A01~A76 정답과 해설

문제편 홀수 페이지 하단에 수록 (단원별)

학교시험 1등급 완성 학습 계획표 [25일]

Day	문항 번호	틀린 문제 / 헷갈리는 문제 번호 적기	날짜	복습 날짜
1	A 01~67		월 일	월 일
2	68~108		월 일	월 일
3	B 01~53		월 일	월 일
4	54~88		월 일	월 일
5	C 01~52		월 일	월 일
6	53~76		월 일	월 일
7	D 01~79		월 일	월 일
8	80~125		월 일	월 일
9	126~155		월 일	월 일
10	E 01~44		월 일	월 일
11	45~79		월 일	월 일
12	F 01~40		월 일	월 일
13	41~77		월 일	월 일
14	G 01~62		월 일	월 일
15	63~106		월 일	월 일
16	107~128		월 일	월 일
17	H 01~58		월 일	월 일
18	59~109		월 일	월 일
19	110~139		월 일	월 일
20	I 01~68		월 일	월 일
21	69~115		월 일	월 일
22	116~139		월 일	월 일
23	모의 A, B, C		월 일	월 일
24	모의 D, E, F		월 일	월 일
25	모의 G, H, I		월 일	월 일



- 나는 _____ 대학교 _____ 학과 _____ 학번이 된다.
- 磨斧作針 (마부작침) – 도끼를 갈아 바늘을 만든다. (아무리 어려운 일이라도 끈기 있게 노력하면 이룰 수 있음을 비유하는 말)

집필진 · 감수진 선생님들



자이스토리는 내신 + 수능 준비를 가장 효과적으로 할 수 있도록 수능,
모의평가, 학력평가 기출문제를 개념별, 유형별, 난이도별로 수록하였습니다.
그리고 명강의로 소문난 학교·학원 선생님들께서 명쾌한 해설을 입체 첨삭으로
집필하셨습니다.

[집필진]

김덕환 대전 대성여자고등학교
김대식 하남 하남등학교
민경도 서울 강남 종로학원
박소희 안양 안양외국어고등학교
박숙녀 아산 충남삼성고등학교
배수나 서울 더프라임수학학원
손인철 군포 수리고등학교
신명선 안양 신성고등학교
신현준 안양 신성고등학교
이종석 일등급 수학 저자
이창희 THE 다원수학
위경아 서울 강남대성기숙의대관
장광걸 김포 김포외국어고등학교
장경호 가평 청평중학교
장영환 제주 제로링수학교실
장철희 서울 보성고등학교
전경준 서울 풍문고등학교
조승원 수원 경기과학고등학교
지강현 안양 신성고등학교
홍지언 부산대학교 수학 박사 과정
홍지우 안양 부흥고등학교
황광희 성남 생각루트수학아카데미

수경 수학 컨텐츠 연구소

[다른 풀이 집필]

김기웅 구미 브리튼 영어수학학원
김우진 세종 정진수학학원
문선영 서울 로드맵수학학원
박혜린 전주 싸이매스수학과학학원
성지희 파주 snt수학학원
이상구 익산 이일여자고등학교
이상협 인천 마스터수학학원
조은영 김포 고려수학

[특별 감수진]

강태희 파주 한민고등학교
김하현 서울 대치넥서스수학
박우혁 광주 종로학원/원픽학원
배종성 창원 배종성개념수학
서민재 서울 하이뉴스터디학원
소윤영 광주 플라톤학원
손태성 대구 하놀수학
양해영 서울 청출어람학원
윤혜진 청주 블랙엑스수학학원
임성환 서울 로엔스쿨학원
임장미 목포 미래학원
장성훈 서울 미독수학
전수현 전) 서울 페르마수학학원
조수완 파주 해솔중학교
최선락 서울 중계수학의중심학원
추정한 서울 미래탐구
황금별 과천 과천외국어고등학교
황화연 전주 전주근영여자고등학교

[감수진]

강경지 제주 알파수학과학학원
강선영 서울 해냄수학학원
강이진 인천 우리동네공부방
강태완 울산 아르케수학학원
고광범 서울 로드맵플러스학원
고라현 제주 로고스수학
고준호 인천 베스트교육(마전직영점)
고현우 서울 학습컨설턴트
곽병열 대구 GOM수학
권예람 광명 아가토스수학과학학원
권용현 서울 상승곡선학원
김가람 파주 더영수학원
김가영 대전한빛고등학교
김금화 서울 대치메이드
김덕훈 대구 한우물수학학원
김도현 부산 해신수학학원
김동욱 서울 디파인수학전문학원
김동현 포천 아름다운우리학원
김미선 용인 바른수학학원
김민규 부산 다비드수학학원
김민운 서울 강의하는아이들(전농답십리)
김영규 서울 스카이플러스학원
김운엽 부산 마이드림학원
김은아 제주 이도학원
김재홍 대구 경북여자상업고등학교
김종훈 천안 마스터수학과학학원
김주원 인천 삼산고등학교
김지형 부산 성균관수학
김진회 인천 인천외국어고등학교
김한음 인천 수잉클국영수학원
김효선 사천 인아카데미학원
노미경 거제 FM수학
노준선 서울(우장산) 카이로스학원
문지웅 수원 수학의아침
박강희 하남 (미사)끝장수학
박경수 서울 제이에스학원
박명훈 구미 수학행수학학원
박민용 광주 한수위수완수학전문학원
박상원 하남 (위례)수학을채우다수학학원
박성진 광주 한수위수학학원
박성찬 수원 성찬쌤's수학의공간
박순찬 대구 찬스수학
박정재 인천 청담바름학원
박준형 안양 (평촌)박준형심화수학학원
박진만 군포 쎈하이브수학
박찬혁 부산 퐁당수학학원
박현욱 고양 (백마)명인학원
박혜선 파주 동패고등학교
서동원 대전 수학의 중심학원
서봉원 서산 SM수학교습소
서성보 서울 더원학원
서은애 서울 하이탑수학학원
서평승 부산 신의학원
성원모 평촌 헤일로수학
송연준 부산 김시현sky수학학원
신아영 거창 신아영수학
신연준 대전 하늘교육반석학원
안재근 서울 (마포)대치명인학원
양유식 세종 정석학원
엄준용 광명 대치아이작수학
여준현 시흥 려영수학원
오경택 고양 (향동)유투엠고등관
오제환 세종 우함수학원
윤성호 파주 수학의힘운정본원
이경미 포천 빡쎈학원
이경아 성주 별고을교육원
이수영 강릉 pf math
이승준 의왕 (오전동)E&CT영수학원
이승현 서울 에듀피아학원 (수학스타스튜디오)
이아영 울산 아이비수학학원
이욱진 인천 SB이욱진수학학원
이웅종 용인 나음에듀케이션학원
이원용 서울 필과수학원
이정훈 포항 일품수학학원
이준형 평택 이튼영어수학학원
이창길 광주 이창길수학학원
이철호 군포 파스칼수학학원
이한빛 고양 (일산)한빛수학학원
이헌일 대구 헤라매쓰
이현재 남양주 퇴계원고등학교
이호균 인천 베스트교육학원
이홍석 대구 프로테우스수학
임경훈 서울 대진여자고등학교
임명진 안양 서연고학원
정다원 광주 인성고등학교
정유진 부산 해운대고등학교
정재훈 구미 제일고등학교
정태성 부산 다이나믹학원
조경미 양주 브랜유아카데미학원
조성용 수원 율천고등학교
지용성 서산 영어세상미래수학
지인선 서울 (은평)목동사과나무학원
최세남 서울 엑시엄수학과학학원
최지은 양산 최강영어수학전문학원
최진영 대전 지아카데미학원
한규욱 고양 (일산)대치메이드학원
한아름 전주 더앎수학전문학원
홍승혁 서울 (대치)SNT학원
홍진호 인천 (송도)이투스247
황규연 화성 (동탄)연세멘토수학학원
황홍연 광주 김원용수학학원

[My Top Secret 집필]

곽지훈 서울대 수학교육과
김진형 서울대 약학과
문지원 서울대 의예과
석민준 서울대 첨단융합학과
장현준 서강대 수학과
정서린 서울대 약학과
정호재 서울대 경제학부
조선하 서울대 자유전공학부
황대윤 서울대 수리과학부

차 례 [총 101개 유형 분류]

Ⅰ 경우의 수

A 여러 가지 순열 – 10개 유형 분류

핵심 개념 정리/개념 확인 문제 10
수능 유형별 기출 문제 12
내신 유형별 서술형 문제 26
1등급 마스터 문제 28

B 중복조합 – 7개 유형 분류

핵심 개념 정리/개념 확인 문제 34
수능 유형별 기출 문제 36
내신 유형별 서술형 문제 44
1등급 마스터 문제 46

C 이항정리 – 8개 유형 분류

핵심 개념 정리/개념 확인 문제 54
수능 유형별 기출 문제 56
내신 유형별 서술형 문제 62
1등급 마스터 문제 64
동아리 소개/ 서강대 서강만화창작부 66

Ⅱ 확률

D 확률의 뜻과 활용 – 14개 유형 분류

핵심 개념 정리/개념 확인 문제 68
수능 유형별 기출 문제 72
내신 유형별 서술형 문제 92
1등급 마스터 문제 94

E 조건부확률 – 6개 유형 분류

핵심 개념 정리/개념 확인 문제 102
수능 유형별 기출 문제 104
내신 유형별 서술형 문제 112
1등급 마스터 문제 114

F 독립시행의 확률 – 7개 유형 분류

핵심 개념 정리/개념 확인 문제 122
수능 유형별 기출 문제 124
내신 유형별 서술형 문제 132
1등급 마스터 문제 134

Ⅲ 통계

G 이산확률분포 – 13개 유형 분류

핵심 개념 정리/개념 확인 문제 140
수능 유형별 기출 문제 144
내신 유형별 서술형 문제 158
1등급 마스터 문제 160

H 연속확률분포 – 17개 유형 분류

핵심 개념 정리/개념 확인 문제 166
수능 유형별 기출 문제 170
내신 유형별 서술형 문제 188
1등급 마스터 문제 190

I 통계적 추정 – 19개 유형 분류

핵심 개념 정리/개념 확인 문제 198
수능 유형별 기출 문제 202
내신 유형별 서술형 문제 226
1등급 마스터 문제 228
동아리 소개/ POSTECH PLUS 234

동영상 강의 **유승완 선생님**
이원경 선생님

Special 내신+수능 대비 단원별 모의고사

A 여러 가지 순열 (10문항) 236
B 중복조합 (11문항) 238
C 이항정리 (11문항) 240
D 확률의 뜻과 활용 (12문항) 242
E 조건부확률 (11문항) 244
F 독립시행의 확률 (11문항) 246
G 이산확률분포 (9문항) 248
H 연속확률분포 (12문항) 250
I 통계적 추정 (10문항) 252

빠른 정답 찾기 254

해설편 QR코드

QR코드를 스캔해서 해설을 빠르고 쉽게 확인할 수 있습니다.

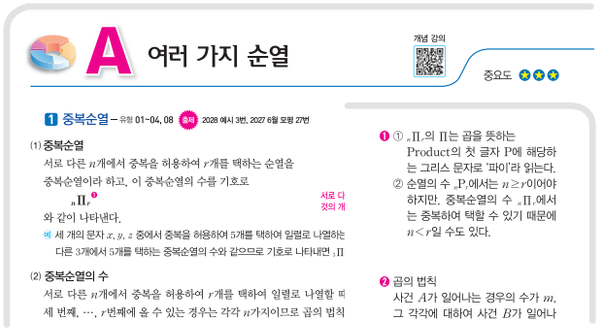
QR 코드 A01~A76 정답과 해설 문제편 홀수 페이지 하단에 수록 (단원별)

촘촘한 유형별 문제 + 서술형 문제 훈련으로 내신 + 수능 1등급 완성

1 핵심 개념 정리 – 쉽게 이해되는 개념과 공식

고2 수학의 각 단원에서 가장 중요하고 꼭 알아야 하는 개념을 요약 정리하였습니다. 또한, QR코드를 통해 개념과 공식을 쉽게 이해할 수 있도록 강의하였습니다.

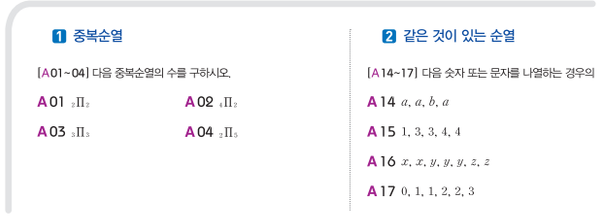
- **중요도** ★★★ : 시험에 자주 나오는 개념과 유형의 중요 정도 제시
- 출제 : 2028 대비 예시 문제와 2027 대비 평가원 출제 경향 분석



- QR 코드 : 유형별 핵심 문제와 혼자 풀기 어려운 문제의 풀이 과정을 동영상 강의를 통해 한 번 더 학습할 수 있도록 하였습니다.

2 개념 확인 문제 – 개념에 대한 이해도 확인 문제

앞에서 공부한 핵심 개념을 잘 기억하고 있는지 확인할 수 있는 개념 이해 필수 문제를 수록하였습니다.



3 내신 유형별 서술형 문제 – 단계별 문제 해결 방법 제시

학교시험에서 출제되는 다양한 서술형 문제를 단계별로 풀이 과정을 훈련해서 서술형 문제에 대한 자신감을 키울 수 있도록 구성하였습니다.

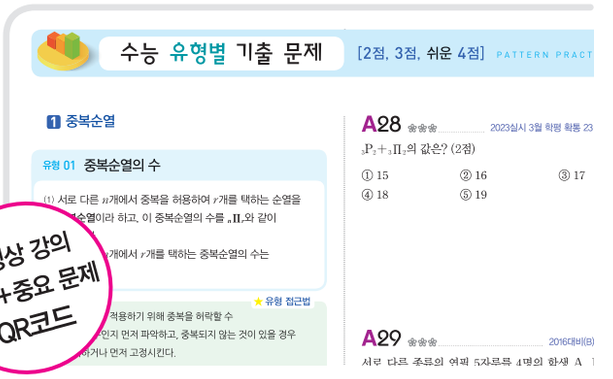


- 1st, 2nd, 3rd : 풀이의 시작과 끝을 막힘없이 따라갈 수 있게 도와주는 단계별 접근을 제시하였습니다.

4 수능 유형별 기출 문제 – 유형+개념+난이도에 따른 문제 배열

최신 수능 출제 유형을 촘촘하게 세분화하여 유형순, 개념순, 난이도순으로 문항을 배열하였습니다.

- ★ 유형 접근법 : 해당 유형의 문제를 해결하기 위한 핵심 풀이 과정을 단계별로 제시하여 문제 분석부터 식의 변형, 계산까지 풀이의 순서와 흐름을 안내합니다.
- tip : 문제를 더 쉽고 정확하게 해결할 수 있도록 핵심 발상과 효율적인 풀이 방법, 계산 과정에서 실수하기 쉬운 부분 등을 안내합니다.



동영상 강의 개념+중요 문제 QR코드

- 유형 분류 : 시험에서 출제되었던 모든 유형을 제시하여 효과적이고 완벽한 유형 분석을 할 수 있도록 하였습니다.
  고난도 – 여러 개념을 복합적으로 묻는 고난도 유형입니다.
- 대표 : 제시된 유형에서 가장 자주 출제되는 대표 유형 문제입니다.

- 난이도 : ❀❀❀ – 기본 문제 ✿❀❀ – 중급 문제 ✿✿❀ – 중상급 문제

- 출처표시 : 수능, 평가원 – 대비연도, 학력평가 – 실시연도
  - 2026대비 수능(홀) 1(고3) : 2025년 11월에 실시한 수능
  - 2027대비 6월 모평 2(고3) : 2026년 6월에 실시한 평가원
  - 2026실시 7월 학평 3(고3) : 2026년 7월에 실시한 학력평가
  - 표시 없는 문제 : 기출 변형 문제

5 내신+수능 대비 단원별 모의고사 – 최종 실력 점검

중단원별 학교시험 필수 문제와 수능형 문항, 서술형 문항을 수록하여 학교시험을 더욱 충실히 대비할 수 있습니다.



6 1등급 마스터 문제

1등급을 가르는 변별력 있는 고난도 문제를 엄선하여 별도로 수록하였습니다.

●✻✻✻ – 상급, 고난도 문제

1등급 마스터 문제

1 중복순열

A94 ✻✻✻ 2022실시 3월 학평 확통 28(고3)

세 명의 학생 A, B, C에게 서로 다른 종류의 사탕 5개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수는?
(단, 사탕을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) (4점)

A95 ✻✻✻ 2016실시(가) 10월 학평 3

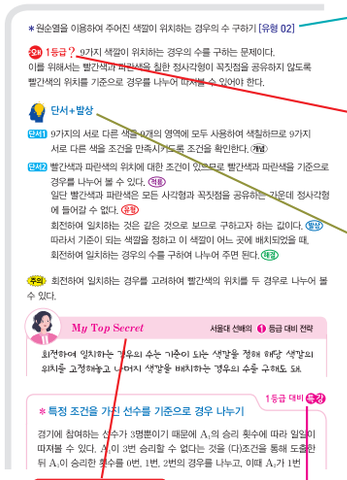
1부터 9까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 9개의 주머니에 들어 있다. 이 주머니에서 공을 한 개씩 i번째($i=1, 2, \cdots, 9$) 꺼낼 공에 적혀 있는 수 $1<p<q<9$인 두 자연수 p, q에 대하여 a_i가 다음 조건을 만족시킨다.

해설편 QR코드

QR코드를 스캔해서 해설을 빠르고 쉽게 확인할 수 있습니다.

QR 코드 **A01 ~ A76** 정답과 해설 — 문제편 홀수 페이지 하단에 수록 (단원별)

7 1등급 대비 문제 특별 해설



My Top Secret

1, 2등급 대비 문제를 다루는 서울대 선배의 특별 비법을 수록했습니다.

1등급 대비 특강

고난도 문제에서 특별히 알고 있으면 유용한 개념이나 Tip을 제시합니다.

문제 분석

어떤 유형이 1등급 대비 문제로 출제되었는지 알려줍니다.

왜 1등급

1등급 대비 문제의 핵심 내용과 구하고자 하는 목표를 확실히 알도록 제시해줍니다.

단서+발상

단서 문제 풀이의 핵심이 되는 단서를 꼭 짚어 설명합니다.

개념 문제 풀이에 필요한 개념을 다시 한 번 확인합니다.

유형 숨어 있는 기출 유형을 찾아 설명합니다.

발상 핵심 단서로 문제 풀이 방법을 구체적으로 설명합니다.

적용 생각하기 힘든 개념이나 꼬여 있는 문제의 답을 얻기 위해 적용해야 할 내용입니다.

해결 찾아야 하는 것들을 다 찾은 뒤 공식을 적용하여 해결합니다.

8 입체 첨삭 해설!

정답 공식

출제 의도를 짚어 주고, 문제 속의 숨은 조건을 해석하여 풀이 전략을 세우도록 도와줍니다.

단계별 명쾌 풀이

문제를 푸는 데 요구되는 사고의 순서를 구체적으로 단계를 나누어 제시하였습니다

실수 주의

문제를 푸는 과정이나 잘못된 개념을 적용하는 실수를 지적해 주고 해결의 열쇠를 제공해 주는 코너입니다.

해설 적용 공식

해설에 직접적, 간접적으로 사용된 개념, 공식을 보여줍니다.

다른 풀이

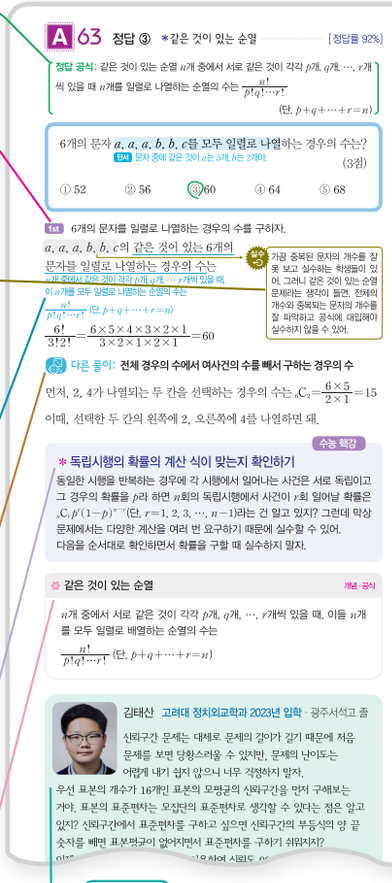
문제를 풀 때는 다각적으로 사고하는 연습이 필요합니다. 이에 다른 방법으로 문제에 접근할 수 있는 방법을 알려줍니다.

수능 핵강

문제를 조금 더 쉽고 빠르게 풀 수 있는 스킬 등을 자세히 설명하였습니다.

개념 공식

문제를 풀기 위해 요구되는 주요 개념과 공식을 정리하였습니다.



출제 개념

문제에 적용된 핵심 개념을 제시하여 비슷한 유형의 문제에서 같은 개념을 사용할 수 있도록 하였습니다.

정답률

교육청 자료, 기타 기관 공지 자료와 내부 분석 검토 과정을 거쳐서 제시됩니다.

핵심 단서

문제를 푸는 데 핵심이 되는 단서와 그 단서를 문제 풀이에 적용하는 방법을 설명하였습니다.

주의

풀이 과정에서 주어진 조건을 빼먹거나 잘못 이용할 가능성이 있을 때, 적절한 주의를 주어서 올바른 풀이로 나아갈 수 있도록 한 코너입니다.

참정

개념을 정확히 이해하지 못한다면 반드시 빠지게 되어 있는 함정을 체크해 주고 해결할 수 있는 방법을 제시하였습니다.

보충 설명

더욱 정확하고 완벽하게 해설을 이해할 수 있도록 해설에 내재된 내용을 설명하였습니다.

쉬운 풀이, 톡톡 풀이

직관적으로 풀거나, 교육과정 외의 개념 또는 특이한 풀이 방법을 알려줍니다.

문항 배열 및 구성 [1086제]

❶ 개념 이해를 체크할 수 있는 개념 확인 문제 [260제]

개념 하나하나에 대한 맞춤 확인 문제를 제시하여 개념 이해도를 높이고 기초실력을 쌓도록 구성하였습니다.

❷ 최신 학력평가 기출 문제+최신 수능 대비 기출 문제 [101유형, 문제 658제]

- 고2 난이도에 맞는 고3 수능+평가원+학력평가 문제 선별 수록 [654제]
- 2018~2008 고1, 고2 학력평가 문항 중에서 교육과정에 꼭 맞는 문제 선별 수록 [4제]

❸ 학교시험+수능 대비를 위한 수능 기출 변형 문제 [78제]

수능에 적합한 개념과 공식을 이해하고 활용할 수 있도록 수능 기출 문제를 변형하여 추가 수록하였습니다.

❹ 서술형 단계별 훈련 – 내신 유형별 서술형 문제 [90제]

각 단원 중 서술형 출제 방식에 적합하고 출제 비율이 높은 내신 기출 변형 문제를 새롭게 구성하였습니다.

❺ 내신+수능 대비 단원별 모의고사 [기출 문제+수능 기출 변형 문제 97제]

각 단원에 출제 빈도가 높은 문제를 최신 출제 경향에 따라 구성하였습니다.

[고2 확률과 통계 문항 구성표]

	고3(대비 연도) – 고2 난이도 수준							
연도	3월 학평	4, 5월 학평	6월 모평	7월 학평	9월 모평	10월 학평	수능	합계
2027	6	6	7	6	7	0	0	32
2026	5	4	6	7	7	4	7	40
2025	3	2	6	3	7	2	8	31
2024	5	2	7	2	7	2	7	32
2023	4	5	5	5	1	2	4	26
2022	5	5	6	6	5	3	5	35
2021	1	5	7	6	7	9	10	45
2020	0	3	7	4	7	4	11	36
2019	1	0	7	3	6	8	8	33
2019이전	18	16	27	28	77	59	86	311
2028, 2022, 2014, 2005 대비 예비 평가 수록 문항 수								24
고1, 2 학력평가 문항 수								4
삼사 및 경찰대								9
수능 기출 변형 문제 수록 문항 수(28개 유형 수능 기출 변형 문제)								78
개념 확인 문제 수록 문항 수								260
서술형 문항 수								90
총 수록 문항 수								1086



A 여러 가지 순열

★ 유형 차례

중요 유형 01 중복순열의 수
유형 02 자연수의 개수
유형 03 신호의 개수
중요 유형 04 문자를 나열하는 경우의 수
유형 05 같은 것이 있는 경우의 자연수의 개수
중요 유형 06 같은 것이 있는 순열의 활용 고난도
중요 유형 07 순서가 정해진 경우의 수
중요 유형 08 함수의 개수와 중복순열 고난도
유형 09 최단 거리로 가는 경우의 수
유형 10 최단 거리로 가는 경우의 수의 활용 고난도



★ 최신 3개년 수능+모평 출제 경향

학년도		출제 유형	난이도
2028	예시	유형 02 자연수의 개수 유형 06 같은 것이 있는 순열의 활용	❀❀❀ ✿✿✿
2027	수능		
	9월	유형 05 같은 것이 있는 경우의 자연수의 개수	❀❀❀
	6월	유형 04 문자를 나열하는 경우의 수 유형 08 함수의 개수와 중복순열	❀❀❀ ❀❀❀
2026	수능	유형 04 문자를 나열하는 경우의 수	❀❀❀
	9월	유형 04 문자를 나열하는 경우의 수	❀❀❀
	6월	유형 04 문자를 나열하는 경우의 수	❀❀❀
2025	수능	출제되지 않음	
	9월	유형 05 같은 것이 있는 경우의 자연수의 개수	❀❀❀
	6월	유형 05 같은 것이 있는 경우의 자연수의 개수	❀❀❀

★ 자주 출제되는 필수 개념 학습법

- 확률과 통계에서 배우는 순열은 공통수학 1에서 배운 순열의 확장 개념이므로 여러 가지 순열을 학습하기 전에 다시 한 번 공통수학 1의 순열의 개념과 공식을 확인해야 한다.
- 문제의 의미만 잘 파악하면 어려운 단원은 아니지만 문장제 문제 유형이 대다수인 단원이기 때문에 체감난이도가 높아 다수의 문항으로 연습하는 것이 중요하다.
- 문제에 주어진 조건에서 중복순열, 같은 것이 있는 순열 중 어떤 것을 이용해야 하는지 빠르게 파악할 수 있도록 여러 문제를 풀어보며 습득한다.
- 문제에서 규칙을 직접 찾아 중복순열의 개념과 연결하여 복합적으로 문제를 푸는 고난도 문제를 대비해야 한다.

A 여러 가지 순열

개념 강의

중요도 ★★★

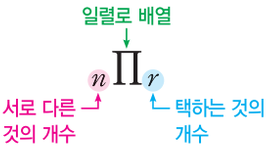
1 중복순열 – 유형 01~04, 08 출제 2028 예시 3번, 2027 6월 모평 27번

(1) 중복순열

서로 다른 n개에서 중복을 허용하여 r개를 택하는 순열을 중복순열이라 하고, 이 중복순열의 수를 기호로

$${}_n\Pi_r$$ ❶

와 같이 나타낸다.



예 세 개의 문자 x, y, z 중에서 중복을 허용하여 5개를 택하여 일렬로 나열하는 경우의 수는 서로 다른 3개에서 5개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로 기호로 나타내면 ${}_3\Pi_5$이다.

❶ ① ${}_n\Pi_r$의 Π는 곱을 뜻하는 Product의 첫 글자 P에 해당하는 그리스 문자로 '파이'라 읽는다.
② 순열의 수 ${}_n\mathrm{P}_r$에서는 $n \geq r$이어야 하지만, 중복순열의 수 ${}_n\Pi_r$에서는 중복하여 택할 수 있기 때문에 $n<r$일 수도 있다.

(2) 중복순열의 수

서로 다른 n개에서 중복을 허용하여 r개를 택하여 일렬로 나열할 때, 첫 번째, 두 번째, 세 번째, …, r번째에 올 수 있는 경우는 각각 n가지이므로 곱의 법칙❷에 의하여

$$\underbrace{n \times n \times n \times \cdots \times n}_{r\text{개}} = n^r$$

이 성립한다.

따라서 서로 다른 n개에서 중복을 허용하여 r개를 택하여 일렬로 나열하는 경우의 수, 즉 서로 다른 n개에서 r개를 택하는 중복순열의 수는

$$\boldsymbol{{}_n\Pi_r = n^r}$$

예 세 개의 숫자 1, 2, 3 중에서 중복을 허용하여 만들 수 있는 네 자리 자연수의 개수는 서로 다른 3개에서 4개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로 ${}_3\Pi_4 = 3^4 = 81$

❷ 곱의 법칙
사건 A가 일어나는 경우의 수가 m, 그 각각에 대하여 사건 B가 일어나는 경우의 수가 n이면 두 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수는 $m \times n$이다.

2 같은 것이 있는 순열 – 유형 04~07, 09~10 출제 2028 예시 21번, 2027 9월 모평 23번, 2027 6월 모평 23번

(1) 같은 것이 있는 순열❹

n개 중 같은 것이 각각 p개, q개, …, r개씩 있을 때, n개를 일렬로 나열하는 순열의 수는

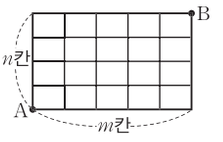
$$\frac{\boldsymbol{n!}}{\boldsymbol{p! \times q! \times \cdots \times r!}}$$ ❸ (단, $p+q+\cdots+r=n$)

예 다섯 개의 문자 a, a, b, b, c를 일렬로 나열하는 경우의 수는 $\frac{5!}{2! \times 2! \times 1!} = 30$

❸ n개 중 같은 것이 각각 p개, q개, …, r개씩 있을 때, 이 n개를 모두 같은 것으로 보고 일렬로 나열한 것 중 같은 경우가 $p! \times q! \times \cdots \times r!$가지씩 있으므로 $p! \times q! \times \cdots \times r!$로 나누어 준다.

(2) 도로망에서 최단 거리로 가는 경우의 수

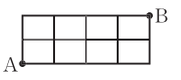
그림과 같이 가로로 m칸, 세로로 n칸 있는 직사각형 모양의 도로망에서 오른쪽으로 한 칸 이동하는 것을 a, 위쪽으로 한 칸 이동하는 것을 b라 하면 A지점에서 B지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 m개의 a와 n개의 b를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같다.



따라서 A지점에서 B지점까지 최단 거리를 가는 경우의 수는

$$\frac{\boldsymbol{(m+n)!}}{\boldsymbol{m! \times n!}}$$

예 그림과 같은 도로망에서 A지점에서 B지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수를 구해 보자.



오른쪽으로 한 칸 이동하는 것을 a, 위쪽으로 한 칸 이동하는 것을 b라 하면 4개의 a와 2개의 b를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

(구하는 경우의 수) $= \frac{(4+2)!}{4! \times 2!} = 15$

❹ 순서가 정해진 경우의 수
서로 다른 n개를 일렬로 나열할 때, 특정한 $r\,(0<r\leq n)$개를 미리 정해진 순서대로 나열하는 경우의 수는 순서가 정해진 r개를 같은 것으로 생각하여 같은 것이 r개 포함된 n개를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로 $\frac{n!}{r!}$

1 중복순열

[A01~04] 다음 중복순열의 수를 구하시오.

A01 ${}_2\Pi_2$

A02 ${}_4\Pi_2$

A03 ${}_3\Pi_3$

A04 ${}_2\Pi_5$

[A05~06] 다음을 만족시키는 자연수 n 또는 자연수 r의 값을 구하시오.

A05 ${}_n\Pi_4=81$

A06 ${}_4\Pi_r=1024$

[A07~10] 다음 경우의 수를 구하시오.

A07 서로 다른 편지 3개를 서로 다른 우체통 4개에 넣는 경우의 수

A08 5명의 학생이 각각 A, B, C 세 개의 교실 중 한 교실을 택하는 경우의 수

A09 4명의 학생이 가위바위보를 할 때, 나올 수 있는 경우의 수

A10 5개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4 중에서 중복을 허용하여 4개를 뽑아 만들 수 있는 네 자리 자연수의 개수

[A11~13] 다음 함수의 개수를 구하시오.

A11 두 집합 $X=\{1, 2\}$, $Y=\{\mathrm{A}, \mathrm{B}\}$에 대하여 집합 X에서 집합 Y로의 함수의 개수

A12 두 집합 $X=\{1, 2\}$, $Y=\{\mathrm{A}, \mathrm{B}, \mathrm{C}\}$에 대하여 집합 X에서 집합 Y로의 함수의 개수

A13 두 집합 $X=\{1, 2, 3\}$, $Y=\{\mathrm{A}, \mathrm{B}, \mathrm{C}, \mathrm{D}\}$에 대하여 집합 X에서 집합 Y로의 함수의 개수

2 같은 것이 있는 순열

[A14~17] 다음 숫자 또는 문자를 나열하는 경우의 수를 구하시오.

A14 a, a, b, a

A15 1, 3, 3, 4, 4

A16 x, x, y, y, y, z, z

A17 0, 1, 1, 2, 2, 3

[A18~20] 1, 2, 2, 3, 3의 다섯 개의 숫자 중에서 다섯 자리 자연수를 만들 때, 다음을 구하시오.

A18 다섯 자리 자연수의 개수

A19 다섯 자리 자연수 중 짝수의 개수

A20 다섯 자리 자연수 중 홀수의 개수

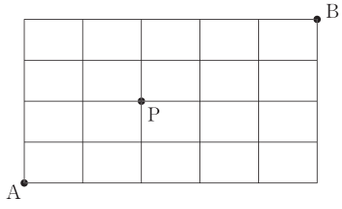
[A21~23] 7개의 기호 ▲, ▽, ▲, ■, ■, △, ■을 일렬로 배열할 때, 다음을 구하시오.

A21 일렬로 배열하는 경우의 수

A22 양 끝에 ■이 놓이도록 배열하는 경우의 수

A23 ▽이 ▲보다 반드시 앞에 오도록 배열하는 경우의 수

[A24~25] 그림과 같은 도로망이 있다. 다음을 구하시오.



A24 A지점에서 출발하여 B지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수

A25 A지점에서 출발하여 P지점을 지나 B지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수

❖ 정답 및 해설 5~6p

수능 유형별 기출 문제 [2점, 3점, 쉬운 4점] PATTERN PRACTICE

1 중복순열

유형 01 중복순열의 수

(1) 서로 다른 n개에서 중복을 허용하여 r개를 택하는 순열을 **중복순열**이라 하고, 이 중복순열의 수를 ${}_n\Pi_r$와 같이 나타낸다.

(2) 서로 다른 n개에서 r개를 택하는 중복순열의 수는

$${}_n\Pi_r = n^r$$

★유형 접근법

1st 중복순열을 적용하기 위해 중복을 허락할 수 있는 경우인지 먼저 파악하고, 중복되지 않는 것이 있을 경우 제외하거나 먼저 고정시킨다.

2nd 중복순열 ${}_n\Pi_r = n^r$을 적용하여 중복순열의 수를 구한다.

tip 중복을 허락하여 택하는 대상을 찾는 것이 중요하다.

A26 대표 2026실시 3월 학평 확통 24(고3)

서로 다른 종류의 연필 4자루가 있다. 이 4자루의 연필을 세 명의 학생 A, B, C에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? (단, 연필을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) (3점)

① 72 ② 75 ③ 78
④ 81 ⑤ 84

A27 ❀❀❀ 2025실시 7월 학평 확통 23(고3)

${}_4\Pi_3$의 값은? (2점)

① 8 ② 16 ③ 32
④ 64 ⑤ 128

A28 ❀❀❀ 2023실시 3월 학평 확통 23(고3)

${}_3P_2 + {}_3\Pi_2$의 값은? (2점)

① 15 ② 16 ③ 17
④ 18 ⑤ 19

A29 ❀❀❀ 2016대비(B) 6월 모평 9(고3)

서로 다른 종류의 연필 5자루를 4명의 학생 A, B, C, D에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? (단, 연필을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) (3점)

① 1024 ② 1034 ③ 1044
④ 1054 ⑤ 1064

A30 ✿❀❀ 2026실시 5월 학평 확통 26(고3)

다음 조건을 만족시키는 6 이하의 자연수 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5의 모든 순서쌍 $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$의 개수는? (3점)

(가) $a_5 - a_1 = 4$이고, $2 \le k \le 4$인 모든 자연수 k에 대하여 $a_1 \le a_k \le a_5$이다.
(나) $a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 \times a_5$의 값은 짝수이다.

① 163 ② 178 ③ 193
④ 208 ⑤ 223

A31 ✻❀❀ 2026실시 3월 학평 확통 27(고3)

전체집합 $U=\{-4, -2, -1, 1, 2, 4\}$의 두 부분집합 A, B에 대하여 다음 조건을 만족시키는 집합 A, B의 모든 순서쌍 (A, B)의 개수는? (3점)

(가) $n(A\cap B)\geq 2$
(나) 집합 $A\cap B$의 모든 원소의 합은 0이다.

① 259 ② 262 ③ 265
④ 268 ⑤ 271

A32 ✻❀❀ 2023실시 3월 학평 확통 26(고3)

서로 다른 공 6개를 남김없이 세 주머니 A, B, C에 나누어 넣을 때, 주머니 A에 넣은 공의 개수가 3이 되도록 나누어 넣는 경우의 수는? (단, 공을 넣지 않는 주머니가 있을 수 있다.) (3점)

① 120 ② 130 ③ 140
④ 150 ⑤ 160

유형 02 자연수의 개수

1, 2, 3, …, $n(1\leq n\leq 9)$의 n개의 숫자에서 중복을 허락하여 m개를 뽑아 만들 수 있는 m자리 자연수의 개수
$\Rightarrow {}_n\Pi_m=n^m$

★ 유형 접근법

1st 중복을 허락할 수 있는 경우인지, 숫자의 개수와 몇 자리 자연수의 개수를 구해야 하는지 먼저 파악한다.
2nd 중복순열 ${}_n\Pi_r=n^r$을 적용하여 조건을 만족시키는 자연수의 개수를 구한다.
tip 0이 맨 앞자리에 오는 경우는 제외한다.

A33 대표 2028대비 4월 예시 3(고2)

숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 네 자리의 자연수 중 짝수의 개수는? (2점)

① 150 ② 200 ③ 250
④ 300 ⑤ 350

A34 ✻❀❀ 2023실시 10월 학평 확통 25(고3)

숫자 0, 1, 2 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 네 자리의 자연수 중 각 자리의 수의 합이 7 이하인 자연수의 개수는? (3점)

① 45 ② 47 ③ 49
④ 51 ⑤ 53

❖ 정답 및 해설 6~8p

내신 유형별 서술형 문제

문제에서 단서를 찾고 풀이 방법을 생각해 냅니다!

A84 ✻❀❀ 유형 01

서로 다른 6자루의 연필을 4명의 학생에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수와 서로 다른 4개의 지우개를 n명의 학생에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수가 같을 때, n의 값을 구하고 그 과정을 서술하시오. (단, 연필이나 지우개를 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) (10점)

1st 서로 다른 6자루의 연필을 4명의 학생에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구한다.

2nd 서로 다른 4개의 지우개를 n명의 학생에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구한다.

3rd n의 값을 구한다.

A85 ✻❀❀ 유형 08

두 집합 $A=\{a, b, c, d, e\}$, $B=\{1, 2, 3, 4, 5\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: A \longrightarrow B$의 개수를 구하고 그 과정을 서술하시오. (10점)

(가) $f(a) \neq 1$, $f(a) \neq 5$
(나) $f(b)=f(c)$

1st 조건 (가)를 바탕으로 $f(a)$의 값을 정하는 경우의 수를 구한다.

2nd 조건 (나)를 만족시키면서 $f(b)$, $f(c)$, $f(d)$, $f(e)$의 값을 정하는 경우의 수를 구한다.

3rd 함수의 개수를 구한다.

A86 ✻❀❀ 유형 06

빨간 공 3개, 파란 공 3개, 노란 공 3개를 모두 일렬로 나열할 때, 빨간 공이 2개만 이웃하도록 나열하는 경우의 수를 구하고 그 과정을 서술하시오.
(단, 같은 색의 공은 서로 구별하지 않는다.) (10점)

1st 빨간 공을 제외한 나머지 공을 일렬로 나열하는 경우의 수를 구한다.

2nd 빨간 공 3개를 2개, 1개의 두 묶음으로 나누어 나열된 공 사이에 나열하는 경우의 수를 구한다.

3rd 구하는 경우의 수를 구한다.

A87 ✻✻❀ 유형 08

집합 $X=\{-2, -1, 0, 1, 2\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \longrightarrow X$의 개수를 구하고 그 과정을 서술하시오. (10점)

$f(-2) \times f(-1) \times f(0) \times f(1) \times f(2)=4$

1st 함숫값이 음수가 될 수 있는 경우를 파악하여 음수의 개수를 기준으로 경우를 나눈다.

2nd 각 경우에 대하여 조건을 만족시키는 함수의 개수를 구한다.

3rd 함수의 개수를 구한다.

A88 ✿❀❀ 유형 01

서로 다른 종류의 선물 5개를 학생 3명에게 남김없이 나누어 줄 때, 학생 3명 모두에게 적어도 1개씩 나누어 주는 경우의 수를 구하고 그 과정을 서술하시오. (10점)

A89 ✿❀❀ 유형 02

숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 네 개의 수를 택해 일렬로 나열한 네 자리 자연수 중 백의 자리의 수와 십의 자리의 수의 합이 홀수인 것의 개수를 구하고 그 과정을 서술하시오. (10점)

A90 ✿✿✿ 유형 01

다음 조건을 만족시키는 집합 $U=\{1, 2, 4, 6\}$의 세 부분집합 A, B, C의 모든 순서쌍 (A, B, C)의 개수를 구하고 그 과정을 서술하시오. (10점)

(가) $n(A\cup B)=3$, $A\cap C=\varnothing$
(나) 집합 $A\cap B$는 적어도 한 개의 짝수를 원소로 갖는다.

A91 ✿✿❀ 유형 07

딸기 맛 사탕 4개, 포도 맛 사탕 2개, 레몬 맛 사탕 2개가 들어 있는 상자가 있다. 이 상자에서 임의로 사탕을 하나씩 모두 꺼낼 때, 딸기 맛 사탕을 모두 꺼내기 전에 포도 맛 사탕을 모두 꺼내는 경우의 수를 구하고 그 과정을 서술하시오. (단, 같은 맛 사탕은 서로 구별하지 않고, 꺼낸 사탕은 다시 넣지 않는다.) (10점)

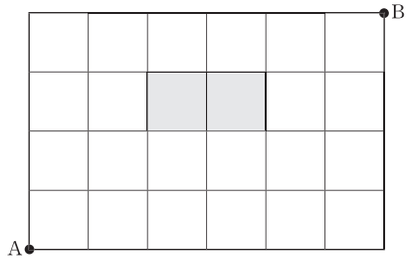
A92 ✿✿❀ 유형 08

집합 $X=\{1, 2, 3, 4\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X\longrightarrow X$의 개수를 구하고 그 과정을 서술하시오. (10점)

(가) 집합 X의 임의의 서로 다른 두 원소 x_1, x_2에 대하여 $f(x_1)\times f(x_2)$의 값은 짝수이다.
(나) 함수 f의 치역의 원소의 개수는 3이다.

A93 ✿✿✿ 유형 10

그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다. 색칠된 직사각형의 네 변 중 적어도 한 변을 반드시 지난다고 할 때, 이 도로망을 따라 A지점에서 출발하여 B지점까지 최단거리로 가는 경우의 수를 구하고 그 과정을 서술하시오. (단, 직사각형의 변의 일부만 지나는 경우는 한 변을 지나지 않은 것으로 간주한다.) (10점)



❖ 정답 및 해설 27~34p

1등급 마스터 문제

1 중복순열

A94 ★★★ 2022실시 3월 학평 확통 28(고3)

세 명의 학생 A, B, C에게 서로 다른 종류의 사탕 5개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? (단, 사탕을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) (4점)

(가) 학생 A는 적어도 하나의 사탕을 받는다.
(나) 학생 B가 받는 사탕의 개수는 2 이하이다.

① 167 ② 170 ③ 173
④ 176 ⑤ 179

A95 ★★★ 2016실시(가) 10월 학평 30(고3)

1부터 9까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 9개의 공이 주머니에 들어 있다. 이 주머니에서 공을 한 개씩 모두 꺼낼 때, i번째($i=1, 2, \cdots, 9$) 꺼낸 공에 적혀 있는 수를 a_i라 하자. $1<p<q<9$인 두 자연수 p, q에 대하여 a_i가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $1 \le i < p$이면 $a_i < a_{i+1}$이다.
(나) $p \le i < q$이면 $a_i > a_{i+1}$이다.
(다) $q \le i < 9$이면 $a_i < a_{i+1}$이다.

$a_1=2$, $a_p=8$인 모든 경우의 수를 구하시오. (단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.) (4점)

A96 ★★★ 2021실시 3월 학평 확통 30(고3)

숫자 1, 2, 3, 4 중에서 중복을 허락하여 네 개를 선택한 후 일렬로 나열할 때, 다음 조건을 만족시키도록 나열하는 경우의 수를 구하시오. (4점)

(가) 숫자 1은 한 번 이상 나온다.
(나) 이웃한 두 수의 차는 모두 2 이하이다.

2 같은 것이 있는 순열

A97 ★★★ 2021실시 7월 학평 확통 27(고3)

3개의 문자 A, B, C를 포함한 서로 다른 6개의 문자를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, 두 문자 B와 C 사이에 문자 A를 포함하여 1개 이상의 문자가 있도록 나열하는 경우의 수는? (3점)

① 180 ② 200 ③ 220
④ 240 ⑤ 260

A98 ★★★ 2023실시 4월 학평 확통 28(고3)

숫자 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 8장의 카드가 있다. 이 8장의 카드 중에서 7장을 택하여 이 7장의 카드 모두를 일렬로 나열할 때, 서로 이웃한 2장의 카드에 적혀 있는 수의 곱 모두가 짝수가 되도록 나열하는 경우의 수는? (단, 같은 숫자가 적혀 있는 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.) (4점)



① 264 ② 268 ③ 272
④ 276 ⑤ 280

A99 ★★★ 2023실시 3월 학평 확통 29(고3)

숫자 1, 2, 3 중에서 중복을 허락하여 다음 조건을 만족시키도록 여섯 개를 선택한 후, 선택한 숫자 여섯 개를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수를 구하시오. (4점)

(가) 숫자 1, 2, 3을 각각 한 개 이상씩 선택한다.
(나) 선택한 여섯 개의 수의 합이 4의 배수이다.

A100 ★★★ 2026실시 3월 학평 확통 28(고3)

두 집합 $X=\{x|x$는 9 이하의 자연수$\}$,
$Y=\{1, 2, 4\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \to Y$의 개수는? (4점)

(가) 집합 $\{x|f(x)=1, x\in X\}$의 원소의 개수는 3이고,
집합 $\{x|f(x)=2, x\in X\}$의 원소의 개수는 2이고,
집합 $\{x|f(x)=4, x\in X\}$의 원소의 개수는 4이다.
(나) 7 이하의 모든 자연수 x에 대하여
$f(x)+f(x+1)\neq f(x+2)$이다.

① 920 ② 925 ③ 930
④ 935 ⑤ 940

❖ 정답 및 해설 34~38p

Special

★내신+수능 대비

단원별 모의고사

[제한시간 40분]

A 여러 가지 순열 – 10문항

B 중복조합 – 11문항

C 이항정리 – 11문항

D 확률의 뜻과 활용 – 12문항

E 조건부확률 – 11문항

F 독립시행의 확률 – 11문항

G 이산확률분포 – 9문항

H 연속확률분포 – 12문항

I 통계적 추정 – 10문항



A 여러 가지 순열

- 문항 수 10개
- 배점 40점
- 제한시간 40분

모의
A01 ❀❀❀

2022실시 3월 학평 확통 23(고3)

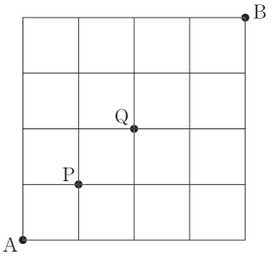
${}_3\Pi_4$의 값은? (2점)

① 63 ② 69 ③ 75
④ 81 ⑤ 87

모의
A02 ❀❀❀

2010실시(가) 4월 학평 30(고3)

그림과 같이 직사각형으로 이루어진 도로망이 있다. A지점에서 B지점까지 최단거리로 갈 때, P와 Q 두 지점을 모두 지나는 경로의 수를 구하시오. (2점)



모의
A03 ❀❀❀

2024실시 3월 학평 확통 24(고3)

숫자 1, 2, 3 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 네 자리 자연수 중 홀수의 개수는? (3점)

① 30 ② 36 ③ 42
④ 48 ⑤ 54

모의
A04 ✻❀❀

2023대비 6월 모평 확통 27(고3)

네 문자 a, b, X, Y 중에서 중복을 허락하여 6개를 택해 일렬로 나열하려고 한다. 다음 조건이 성립하도록 나열하는 경우의 수는? (3점)

(가) 양 끝 모두에 대문자가 나온다.
(나) a는 한 번만 나온다.

① 384 ② 408 ③ 432
④ 456 ⑤ 480

A 여러 가지 순열

개념 확인 문제

A 01 정답 4 ····· *중복순열

${}_2\Pi_2=2^2=4$

A 02 정답 16 ····· *중복순열

${}_4\Pi_2=4^2=16$

A 03 정답 27 ····· *중복순열

${}_3\Pi_3=3^3=27$

A 04 정답 32 ····· *중복순열

${}_2\Pi_5=2^5=32$

A 05 정답 3 ····· *중복순열

${}_n\Pi_4=n^4$이므로 ${}_n\Pi_4=81$에서 $n^4=81=3^4$ $\therefore n=3$

A 06 정답 5 ····· *중복순열

${}_4\Pi_r=4^r$이므로 ${}_4\Pi_r=1024$에서 $4^r=1024=4^5$ $\therefore r=5$

A 07 정답 64 ····· *중복순열

서로 다른 편지 3개를 서로 다른 우체통 4개에 넣는 경우의 수는 서로 다른 4개의 우체통에서 편지를 넣은 3개의 우체통을 택하는 중복순열의 수와 같으므로 ${}_4\Pi_3=4^3=64$

A 08 정답 243 ····· *중복순열

서로 다른 3개 중 중복을 허락하여 5개를 선택하는 순열의 수와 같으므로 ${}_3\Pi_5=3^5=243$

A 09 정답 81 ····· *중복순열

4명의 학생이 가위바위보를 할 때, 나올 수 있는 경우의 수는 서로 다른 3개 중 중복을 허용하여 4개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로 ${}_3\Pi_4=3^4=81$

A 10 정답 500 ····· *중복순열

천의 자리에는 0이 올 수 없으므로 그 경우의 수는 4이고, 백의 자리, 십의 자리, 일의 자리에는 각각 0, 1, 2, 3, 4가 모두 올 수 있으므로 그 경우의 수는 ${}_5\Pi_3=5^3=125$

따라서 구하는 자연수의 개수는 $4\times125=500$

A 11 정답 4 ····· *중복순열

두 집합 $X=\{1, 2\}$, $Y=\{A, B\}$에 대하여 집합 X에서 집합 Y로의 함수는 Y의 원소 A, B의 2개에서 중복을 허용하여 2개를 택하여 X의 원소 1, 2에 대응시키면 된다. 따라서 구하는 함수의 개수는 ${}_2\Pi_2=4$

A 12 정답 9 ····· *중복순열

두 집합 $X=\{1, 2\}$, $Y=\{A, B, C\}$에 대하여 집합 X에서 집합 Y로의 함수는 Y의 원소 A, B, C의 3개에서 중복을 허용하여 2개를 택하여 X의 원소 1, 2에 대응시키면 된다.

따라서 구하는 함수의 개수는 ${}_3\Pi_2=9$

A 13 정답 64 ····· *중복순열

두 집합 $X=\{1, 2, 3\}$, $Y=\{A, B, C, D\}$에 대하여 집합 X에서 집합 Y로의 함수는 Y의 원소 A, B, C, D의 4개에서 중복을 허용하여 3개를 택하여 X의 원소 1, 2, 3에 대응시키면 된다.

따라서 구하는 함수의 개수는 ${}_4\Pi_3=64$

A 14 정답 4 ····· *같은 것이 있는 순열

4개의 문자 중 a가 3개 있으므로 구하는 경우의 수는

$\frac{4!}{3!1!}=4$

A 15 정답 30 ····· *같은 것이 있는 순열

5개의 숫자 중 3이 2개, 4가 2개 있으므로 구하는 경우의 수는

$\frac{5!}{1!2!2!}=30$

A 16 정답 210 ····· *같은 것이 있는 순열

7개의 문자 중 x가 2개, y가 3개, z가 2개 있으므로 구하는 경우의 수는

$\frac{7!}{2!3!2!}=210$

A 17 정답 180 ····· *같은 것이 있는 순열

6개의 숫자 중 1이 2개, 2가 2개 있으므로 구하는 경우의 수는

$\frac{6!}{1!2!2!1!}=180$

A 18 정답 30 ····· *같은 것이 있는 순열

1, 2, 2, 3, 3의 5개의 자연수를 일렬로 배열하므로

구하는 개수는 $\frac{5!}{2!2!}=30$

A 19 정답 12 ····· *같은 것이 있는 순열

다섯 자리 자연수가 짝수가 되려면 일의 자리의 숫자가 2가 되어야 하므로 앞의 네 자리에는 나머지 4개의 숫자 1, 2, 3, 3의 4개의 자연수를 일렬로 배열하면 된다. 따라서 구하는 개수는 $\frac{4!}{2!}=12$

A 20 정답 18 ····· *같은 것이 있는 순열

(i) 끝 자리가 1인 다섯 자리 자연수인 경우

□□□□1에서 빈 자리에 4개의 숫자 2, 2, 3, 3을 일렬로 나열하는 경우의 수는 같은 것이 있는 순열을 이용하면 $\frac{4!}{2!2!}=6$

(ii) 끝 자리가 3인 다섯 자리 자연수인 경우

□□□□3에서 빈 자리에 1, 2, 2, 3을 일렬로 나열하는 경우의 수는 같은 것이 있는 순열을 이용하면 $\frac{4!}{2!}=12$

(i)~(ii)에 의하여 $6+12=18$

A 21 정답 420 ····· *같은 것이 있는 순열

같은 것인 ▲이 2개, ■이 3개 있으므로 구하는 경우의 수는

$\frac{7!}{2!3!}=\frac{7\times6\times5\times4}{2\times1}=420$

A 22 정답 60 ····· *같은 것이 있는 순열

양 끝에 ■을 먼저 놓고, 나머지 5개인 ▲, ▽, ▲, △, ■을 일렬로 배열하면 되므로 구하는 경우의 수는 $\frac{5!}{2!}=60$

A 23 정답 140 ····· *같은 것이 있는 순열

▽과 ▲을 같은 문자로 생각하고 ▲, ▲, ▲, ■, ■, △, ■을 일렬로 배열하면 되므로 구하는 경우의 수는 $\frac{7!}{3!3!}=\frac{7\times6\times5\times4}{3\times2\times1}=140$

A 24 정답 126 ····· *최단 거리

가로 5칸, 세로 4칸이므로 $\frac{9!}{5!4!}=126$

A 25 정답 60 ····· *최단 거리

A → P : 가로 2칸, 세로 2칸, P → B : 가로 3칸, 세로 2칸

$\therefore \frac{4!}{2!2!}\times\frac{5!}{3!2!}=6\times10=60$

수능 유형별 기출 문제 [2점, 3점, 쉬운 4점]

A 26 정답 ④ *중복순열의 수 ····· [정답률 86%]

정답 공식: 서로 다른 n개 중에서 중복을 허락하여 r개를 택해 일렬로 나열하는 중복순열의 수는 ${}_n\Pi_r=n^r$이다.

서로 다른 종류의 연필 4자루가 있다. 이 4자루의 연필을 세 명의 학생 A, B, C에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는?

단서 만약 같은 종류의 연필이었다면 몇 개씩 나누어 주느냐만 결정하면 되지만 서로 다른 종류의 연필 4개를 나누어 주는 경우이므로 각 연필마다 학생 A, B, C 중 하나를 고르는 상황이야. 즉, 중복순열의 경우야.

(단, 연필을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) (3점)

① 72 ② 75 ③ 78
④ 81 ⑤ 84

1st 중복순열의 공식을 이용하여 전체 경우의 수를 구하자.

서로 다른 종류의 연필 4자루를 세 명의 학생 A, B, C에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는 서로 다른 3개에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_3\Pi_4=3^4=81$

[중복순열] 서로 다른 n개 중에서 중복을 허락하여 r개를 택해 일렬로 나열하는 중복순열의 수는 ${}_n\Pi_r=n^r$

주의 첫 번째 연필이 선택할 수 있는 학생의 수는 3이고, 두 번째, 세 번째, 네 번째 연필도 각각 3명의 학생 중 한 명을 선택할 수 있으므로 $3^4=81$이야. 연필을 기준으로 생각해야 하므로 ${}_4\Pi_3$이 아니라 ${}_3\Pi_4$임에 주의하자.

A 27 정답 ④ *중복순열의 수 ····· [정답률 95%]

정답 공식: 서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택하여 일렬로 나열하는 중복순열의 수는 ${}_n\Pi_r=n^r$이다.

${}_4\Pi_3$의 값은? (2점)

단서 서로 다른 4개에서 중복을 허락하여 3개를 택하는 중복순열을 의미해.

① 8 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 128

1st 중복순열을 이용하여 계산하자.

${}_4\Pi_3=4^3$이므로

서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택하여 일렬로 나열하는 중복순열의 수는 ${}_n\Pi_r=n^r$

${}_4\Pi_3=4\times4\times4=64$

A 28 정답 ① *중복순열 의 수 ····· [정답률 87%]

정답 공식: ${}_nP_r=n(n-1)(n-2)\cdots\{n-(r-1)\}$, ${}_n\Pi_r=n^r$

${}_3P_2+{}_3\Pi_2$의 값은? (2점)

단서 순열과 중복순열의 공식을 떠올려봐.

① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

1st 순열과 중복순열의 값을 각각 구하여 더하자.

${}_nP_r=n(n-1)(n-2)\cdots\{n-(r-1)\}$

${}_3P_2=3\times2=6$, ${}_3\Pi_2=3^2=9$이므로

${}_n\Pi_r=\underbrace{n\times n\times\cdots\times n}_{r\text{개}}=n^r$

${}_3P_2+{}_3\Pi_2=6+9=15$

A 29 정답 ① *중복순열의 수 ····· [정답률 83%]

정답 공식: 4명의 학생 중 중복을 허용하여 5명을 뽑는다.

서로 다른 종류의 연필 5자루를 4명의 학생 A, B, C, D에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? (단, 연필을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) (3점)

단서 단서가 의미하는 바를 파악해야 해. 연필이 종류가 다르고, 중복을 허락하는 경우이므로 중복순열을 생각해야 해.

① 1024 ② 1034 ③ 1044 ④ 1054 ⑤ 1064

1st 중복순열을 이용하여 경우의 수를 구해.

서로 다른 종류의 연필 5자루를 4명의 학생 A, B, C, D에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는 서로 다른 4개에서 중복을 허락하여 5개를 택한 후 일렬로 배열하는 순열의 수와 같으므로

4명 중 한 명을 선택하는 것 / 연필의 선택을 받는 것

연필의 종류가 다르므로 순열이야!

${}_4\Pi_5=4^5=2^{10}=1024$

[중복순열] 서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택하는 순열이야.

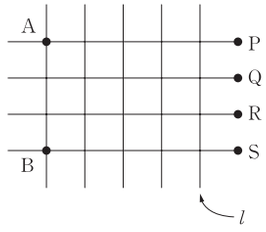
A 83 정답 66 *최단 거리로 가는 경우의 수의 활용 [정답률 60%]

정답 공식: A에서 B로 가는 경우 중 P, Q, R, S의 4지점 중 두 곳을 반드시 지나는 경우로 나눈 뒤, 최단 경로의 수를 각각 구한다.

그림과 같이 가로 방향 도로와 세로 방향 도로가 각각 서로 평행한 도로망이 있다. 도로망 위의 A, B지점에 숙소가 있고, P, Q, R, S지점에 관광지가 있다. 부모님을 모시고 효도관광을 온 어느 가족이 A지점에 있는 숙소를 출발하여 P, Q, R, S지점에 있는 관광지 중 두 곳을 관광한 후 B지점에 있는 숙소로 가기로 하였을 때, 이 가족이 도로망을 따라 이동할 수 있는 최단 경로의 수를 구하시오. (단, P, Q, R, S지점에서 직선도로 l까지의 거리는 모두 같다.) (4점)

단서 1 네 지점에 있는 관광지 중 두 곳을 선택하는 경우를 생각해 봐.

단서 2 위쪽에 있는 관광지를 먼저 가고, 그것보다 아래쪽에 있는 관광지를 그 다음으로 가야겠지?



1st P, Q, R, S지점에 있는 관광지 중 두 곳을 관광할 수 있는 경우를 생각해 봐. 이때, 최단 경로로 이동해야 한다는 것을 잊지마!

P, Q, R, S지점에 있는 관광지 중 최단 경로로 두 곳을 관광하는 경우는 (P, Q), (P, R), (P, S), (Q, R), (Q, S), (R, S)

조건처럼 P지점에 있는 관광지를 가면, 최단 경로로 이동해야 하므로 그 다음 갈 수 있는 관광지는 Q, R, S지점에 있는 관광지야. 시작 지점에 주의하자.

2nd 1st에서 찾은 각각의 경우에 대해 최단 경로의 수를 구해.

(i) A → P → Q → B 경로의 경우

Q → B일 때, ←로 4칸, ↓로 2칸이므로 $1\times①\times\frac{6!}{4!2!}=15$

(ii) A → P → R → B 경로의 경우

R → B일 때, ←로 4칸, ↓로 1칸이므로 $1\times①\times\frac{5!}{4!}=5$

(iii) A → P → S → B 경로의 경우

$1\times①\times1=1$

P, Q, R, S지점을 모두 연결하는 세로 직선도로가 없기 때문에 어느 한 관광지에서 또 다른 관광지로 이동하는 최단 경로의 수는 항상 1가지뿐이야.

(iv) A → Q → R → B 경로의 경우

A → Q일 때, →로 4칸, ↓로 1칸이므로 $\frac{5!}{4!}\times①\times\frac{5!}{4!}=25$

(v) A → Q → S → B 경로의 경우

A → Q일 때, →로 4칸, ↓로 1칸이므로 $\frac{5!}{4!}\times①\times1=5$

(vi) A → R → S → B 경로의 경우

A → R일 때, →로 4칸, ↓로 2칸이므로 $\frac{6!}{4!2!}\times①\times1=15$

따라서 (i)~(vi)에 의하여 구하는 최단 경로의 수는

$15+5+1+25+5+15=66$

내신 유형별 서술형 문제

A 84 정답 8 *중복순열의 수 [정답률 78%]

정답 공식: 서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택하여 일렬로 나열하는 중복순열의 수는 ${}_n\Pi_r=n^r$이다.

단서 단서가 의미하는 바를 파악해야 해. 연필과 지우개의 종류가 다르고 중복을 허락하는 경우이므로 중복순열을 생각할 수 있어.

서로 다른 6자루의 연필을 4명의 학생에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수와 서로 다른 4개의 지우개를 n명의 학생에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수가 같을 때, n의 값을 구하고 그 과정을 서술하시오. (단, 연필이나 지우개를 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) (10점)

단서+발상

단서 학생에게 남김없이 나누어 주는 경우로 연필과 지우개의 종류가 모두 다르고 연필이나 지우개를 받지 못하는 학생이 있을 수 있으므로 중복순열임을 알 수 있다. 발상

중복순열의 수를 구할 때 택하는 대상의 수에 주의하여 경우의 수를 구하고 n의 값을 구한다. 해결

[문제 풀이 순서]

1st 서로 다른 6자루의 연필을 4명의 학생에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하자.

서로 다른 6자루의 연필을 4명의 학생에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는 서로 다른 4개에서 중복을 허락하여 6개를 택하여 일렬로 나열하는 중복순열의 수와 같으므로

(4명 중 한 명을 선택하는 것 / 연필의 선택을 받는 것)

(연필의 종류가 다르므로 순열이야.)

${}_4\Pi_6=4^6$ … ㉠

[중복순열] 서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택하여 일렬로 나열하는 중복순열의 수는 ${}_n\Pi_r=n^r$

2nd 서로 다른 4개의 지우개를 n명의 학생에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하자.

서로 다른 4개의 지우개를 n명의 학생에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는 서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 4개를 택하여 일렬로 나열하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_n\Pi_4=n^4$ … ㉡

3rd n의 값을 구하자.

이때, 두 경우의 수가 같으므로 ㉠, ㉡이 서로 같다.

따라서 $n^4=4^6=2^{12}=(2^3)^4$이므로

$n=2^3=8$

[채점 기준표]

1st	서로 다른 6자루의 연필을 4명의 학생에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구한다.	4점
2nd	서로 다른 4개의 지우개를 n명의 학생에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구한다.	4점
3rd	n의 값을 구한다.	2점

i) 변 CD를 지나는 경우

A → C → D → B 경로로 지나는 경우이므로

$\frac{4!}{2!2!}\times 1\times\frac{4!}{2!2!}=6\times 1\times 6=36$

n개 중에서 서로 같은 것이 각각 p개, q개, …, r개씩 있을 때, n개를 모두 일렬로 나열하는 순열의 수는 $\frac{n!}{p!q!\cdots r!}$ (단, $p+q+\cdots+r=n$)

ii) 변 CF를 지나는 경우

A → C → F → B 경로로 지나는 경우이므로

$\frac{4!}{2!2!}\times 1\times\frac{5!}{4!1!}=6\times 1\times 5=30$

iii) 변 DE를 지나는 경우

A → D → E → B 경로로 지나는 경우이므로

$\frac{6!}{4!2!}\times 1\times\frac{3!}{2!1!}=15\times 1\times 3=45$

iv) 변 FE를 지나는 경우

A → F → E → B 경로로 지나는 경우이므로

$\frac{5!}{2!3!}\times 1\times\frac{3!}{2!1!}=10\times 1\times 3=30$

i)~iv)에 의하여 직사각형 CDEF의 각각의 변을 지나는 경우의 수는 $36+30+45+30=141$

동시에 일어나지 않으므로 합의 법칙에 따라 더해주어야 해.

(ii) 직사각형 CDEF의 2개의 변을 지나는 경우

2개의 변을 지나는 경우는 변 CD와 변 DE를 지나거나 변 CF와 변 FE를 지나는 경우뿐이다.

i) 변 CD와 변 DE를 지나는 경우

A → C → D → E → B 경로로 지나는 경우이므로

$\frac{4!}{2!2!}\times 1\times 1\times\frac{3!}{2!1!}=6\times 1\times 1\times 3=18$

ii) 변 CF와 변 FE를 지나는 경우

A → C → F → E → B 경로로 지나는 경우이므로

$\frac{4!}{2!2!}\times 1\times 1\times\frac{3!}{2!1!}=6\times 1\times 1\times 3=18$

i), ii)에 의하여 직사각형 CDEF의 2개의 변을 지나는 경우의 수는 $18+18=36$

3rd 구하는 경우의 수를 구하자.

한편, 각각의 변을 지나는 경우의 수에 2개의 변을 지나는 경우의 수가 중복으로 포함되어 있으므로

(i), (ii)에 의하여 최단거리로 가는 경우의 수는

$141-36=105$

[채점 기준표]

1st	A지점에서 출발하여 B지점까지 조건을 만족시키면서 최단거리로 가는 경우를 확인한다.	3점
2nd	한 개 이상의 변을 지나는 경우의 수를 구한다.	5점
3rd	구하는 경우의 수를 구한다.	2점

1등급 마스터 문제

A 94 정답 ④ *중복순열의 수 [정답률 45%]

정답 공식: 학생 B가 받는 사탕의 개수는 2 이하인 경우에 대하여 학생 A가 사탕 1개는 꼭 받는 경우를 구한다.

세 명의 학생 A, B, C에게 서로 다른 종류의 사탕 5개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? (단, 사탕을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) (4점)

단서 1 학생 A가 사탕을 1개도 못받는 경우를 제외시켜야 해.

(가) 학생 A는 적어도 하나의 사탕을 받는다.

(나) 학생 B가 받는 사탕의 개수는 2 이하이다.

단서 2 학생 B가 받는 사탕의 개수가 0개, 1개, 2개로 3가지의 경우를 나누어 경우의 수를 구해 보자.

① 167 ② 170 ③ 173

④ 176 ⑤ 179

1st 어떤 조건을 기준으로 경우를 나눌지 파악하자.

조건 (나)에서 학생 B가 받는 사탕의 개수는 2 이하이므로

문제의 단서 조항에 2 이하라고 했기 때문에 학생 B가 받는 사탕의 개수가 0인 경우도 빼먹지 말고 반드시 고려해야 해.

학생 B가 받는 사탕의 개수를 기준으로 경우를 나눈 뒤 학생 A는 적어도 하나의 사탕을 받으면서 두 학생 A, C에게 남은 사탕을 나누어 주는 경우를 생각해야 한다.

2nd 학생 B가 받는 사탕의 개수가 2 이하인 경우의 수를 각각 구하자.

(i) 학생 B가 0개의 사탕을 받는 경우

남은 두 학생 A, C가 5개의 사탕을 받으므로

함정 사탕의 종류가 서로 다르기 때문에 나누어 주는 사탕의 순서를 정할 수 있는 관계로 중복조합이 아닌 중복순열로 접근해야 해.

구하는 경우의 수는

${}_2\Pi_5-1=2^5-1=31$

학생 C가 사탕을 모두 받으면 학생 A는 적어도 하나의 사탕을 받아야 한다는 조건을 만족시키지 못하므로 1가지 경우를 빼줘야 해.

[중복순열] 서로 다른 n개에서 중복을 허용하여 r개를 택하는 중복순열의 수는 ${}_n\Pi_r=n^r$

(ii) 학생 B가 1개의 사탕을 받는 경우

남은 두 학생 A, C가 4개의 사탕을 받으므로 구하는 경우의 수는

${}_5C_1\times({}_2\Pi_4-1)=5\times(2^4-1)=75$

학생 C가 사탕을 모두 받으면 학생 A는 적어도 하나의 사탕을 받아야 한다는 조건을 만족시키지 못하므로 1가지 경우를 빼줘야 해.

(iii) 학생 B가 2개의 사탕을 받는 경우

남은 두 학생 A, C가 3개의 사탕을 받으므로 구하는 경우의 수는

${}_5C_2\times({}_2\Pi_3-1)=10\times(2^3-1)=70$

학생 C가 사탕을 모두 받으면 학생 A는 적어도 하나의 사탕을 받아야 한다는 조건을 만족시키지 못하므로 1가지 경우를 빼줘야 해.

3rd 각 경우에 대하여 경우의 수를 구하여 모두 더하자.

(i)~(iii)에 의하여 구하는 경우의 수는

$31+75+70=176$

중복순열 개념·공식

서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택하는 순열의 수는

${}_n\Pi_r=n^r$