문제 유형을 촘촘히 분류해 개념을 적용시키면
수학이 쉬워집니다!

개념을 익히고 그 개념들을 단계별로
연결하여 파악하는 것이 수학 공부의 기본입니다.
만약 개념 이해 과정을 소홀히 하고, 문제만 반복하여 푼다면
개념 사이의 연계성을 파악할 수 없어
오랜 시간 공부해도 성적을 올릴 수 없습니다.

자이스토리 고3 수학은
최신 수능, 평가원, 학력평가 및 경찰대, 삼사 기출 문제를 정밀하게 분석해
개념의 연계성에 따라 문제 유형을 촘촘히 분류하였습니다.
따라서 유형별 기출 문제를 순서대로 차근차근 풀어가면
개념의 연계성이 명쾌하게 파악되어서 문제 풀이가 쉬워집니다.

또한, 자이스토리의 정확하고 자세한 단계별 해설과 풍부한 보충 첨삭은
문제를 풀어가면서 개념을 알맞게 적용하는 방법을
자연스럽게 익힐 수 있습니다.

이 책의 마지막 페이지를 넘길 때쯤 여러분은 이미
수학 1등급에 도달해 있을 것입니다.

– 대한민국 No.1 수능 문제집 **자이스토리** –

수능 1등급 완성 학습 계획표 [23일]

Day	문항 번호	틀린 문제 / 헷갈리는 문제 번호 적기	날짜	복습 날짜
1	A 01~57		월 일	월 일
2	58~91		월 일	월 일
3	92~131		월 일	월 일
4	132~167		월 일	월 일
5	168~197		월 일	월 일
6	198~224		월 일	월 일
7	B 01~48		월 일	월 일
8	49~92		월 일	월 일
9	93~124		월 일	월 일
10	C 01~50		월 일	월 일
11	51~92		월 일	월 일
12	93~136		월 일	월 일
13	137~171		월 일	월 일
14	172~204		월 일	월 일
15	D 01~50		월 일	월 일
16	51~101		월 일	월 일
17	102~135		월 일	월 일
18	E 01~50		월 일	월 일
19	51~93		월 일	월 일
20	94~125		월 일	월 일
21	모의 1회		월 일	월 일
22	모의 2회		월 일	월 일
23	모의 3회		월 일	월 일

- 나는 ________________대학교 ________________학과 __________학번이 된다.
- 磨斧作針 (마부작침) – 도끼를 갈아 바늘을 만든다. (아무리 어려운 일이라도 끈기 있게 노력하면 이룰 수 있음을 비유하는 말)

자이스토리 고3 기하 활용법+α

❶ 개념 · 공식 학습 후 수능 출제 경향 확인!

- 각 단원에 필수적으로 알아야 하는 핵심 개념과 관련된 보충 설명을 꼼꼼히 살펴보세요.
- 최신 출제 경향을 파악하고 앞으로의 수능을 예측하세요.

❷ 수능과 모의고사에 나오는 모든 유형을 촘촘히 섭렵하자!

- 촘촘히 분류된 모든 유형을 확인하고 유형별 풀이 비법을 확인하세요.
- 유형 안에서 난이도 순으로 다시 분류된 문제를 보면서 각 유형에서 쉬운 문제는 어떻게 출제되는지, 고난도 문제는 어떻게 출제되는지 확인하세요.

❸ 부족한 유형을 다시 한 번 점검하자!

- 자신에게 부족한 유형을 찾아낸 후 부족한 부분을 여러 번 반복 학습해 보세요.
- 부족한 유형에 대한 특징과 핵심 개념을 다시 한 번 확인한 후 유형 해결 요령을 터득하세요.

❹ 1등급을 좌우하는 고난도 문항을 완벽하게 마스터하자!

- 1등급 대비 문제는 복합적인 개념을 묻기 때문에 여러 개념을 정확히 파악한 뒤 종합적 사고를 하세요.
- 1등급 문제의 핵심이 되는 단서로 조건을 파악하고 조건을 이용하여 접근하는 방법을 발상해서 문제 풀이에 적용하는 방법을 익히세요.

❺ 쉽게 이해되는 입체 첨삭 해설을 공부해서 다시는 틀리지 말자!

- [첨삭 해설]과 [실수, 함정, 주의 첨삭]을 따라가다 보면 풀이 과정에서 놓치기 쉬운 부분이나 이해가 어려운 부분을 쉽게 풀어 주어 해설을 완벽하게 이해할 수 있어요.
- 쉬운 풀이, 톡톡 풀이, 다른 풀이를 꼼꼼히 읽어서 시간을 줄일 수 있는 풀이법을 찾아보세요.
- 문제 해결 과정에 사용된 개념 · 공식을 다시 한 번 확인하여 놓치고 있었던 내용이 없는지 확인하세요.
- 수능 핵강으로 문제에 대한 개념을 완벽하게 이해하세요.

❻ 오답노트를 만들어 100% 활용하자!

- 반드시 오답노트를 만들어 보세요. 해설에 제시된 단서 또는 접근법도 같이 기록하여 풀어 봤던 문제는 다시는 틀리지 않도록 여러 번 풀어보세요.
- 시간이 지난 후 오답노트를 읽어 보며 해설의 아이디어를 바탕으로 풀이를 따라가 보고 자신만의 풀이도 추가해 보세요.

단원별 핵심 문제 + 최신 · 중요 문제 동영상 강의 QR코드

1. 개념 강의로 핵심 개념을 이해하고 개념이 문제에 적용되는 것을 확인해 보세요!
2. 동영상 문제 풀이로 해설을 좀 더 빠르게 이해할 수 있어요!
3. 해설의 풀이를 읽어보고 동영상 강의를 시청하면 더 쉽게 이해될 거예요!
4. 풀기 어려운 고난도 문제는 동영상 강의를 여러 번 반복 시청해 보세요!

차 례 [총 81개 유형 분류]

Ⅰ 이차곡선

A 이차곡선 – 25개 유형 분류

핵심 개념 정리 12

개념 확인 문제 13

수능 유형별 기출 문제 14

1등급 마스터 문제 55

B 이차곡선과 직선 – 14개 유형 분류

핵심 개념 정리 62

개념 확인 문제 63

수능 유형별 기출 문제 64

1등급 마스터 문제 82

Ⅱ 평면벡터

C 평면벡터의 연산 – 18개 유형 분류

핵심 개념 정리 86

개념 확인 문제 87

수능 유형별 기출 문제 88

1등급 마스터 문제 114

Ⅲ 공간도형과 공간좌표

D 공간도형과 정사영 – 9개 유형 분류

핵심 개념 정리 124
개념 확인 문제 125
수능 유형별 기출 문제 126
1등급 마스터 문제 153

E 공간좌표와 구 – 15개 유형 분류

핵심 개념 정리 162
개념 확인 문제 163
수능 유형별 기출 문제 164
1등급 마스터 문제 180

Special 기하 실전 기출 모의고사

1회 모의고사 [2027학년도 수능 대비①] 184
2회 모의고사 [2027학년도 수능 대비②] 186
3회 모의고사 [2027학년도 수능 대비③] 188

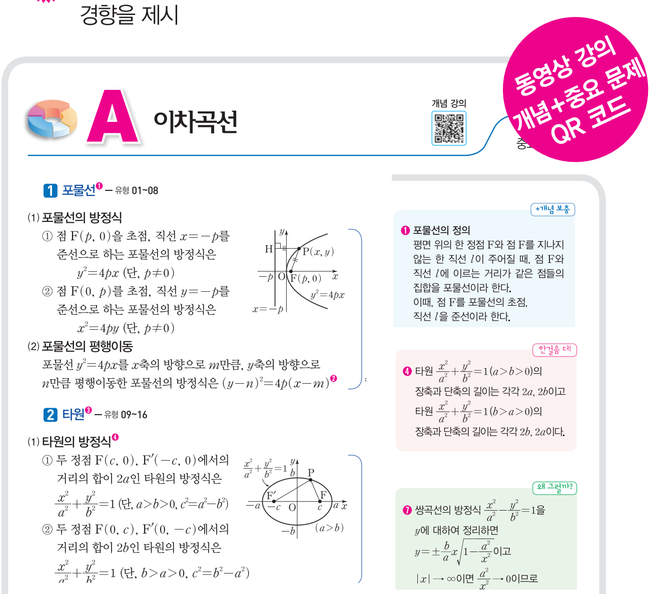
빠른 정답 찾기 191

개념 총정리 + 촘촘한 유형 분류 기출 문제 = 수능 1등급

1 핵심 개념 정리–쉽게 이해되는 개념과 공식

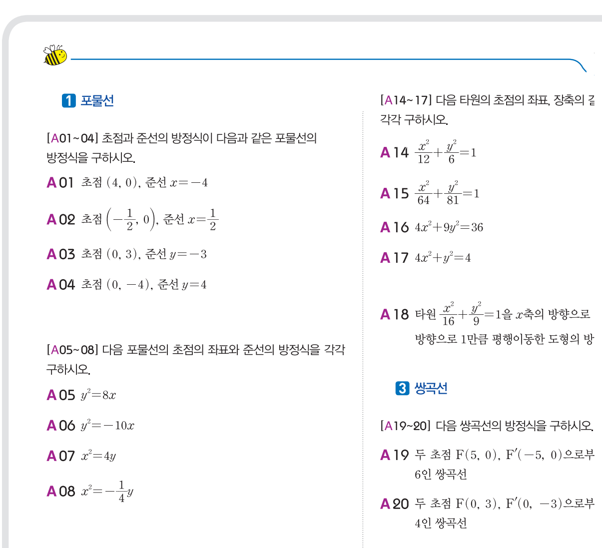
가장 중요하고 꼭 알아야 하는 개념과 공식을 쉽게 이해할 수 있도록 요약 정리하였습니다. 또한, QR코드를 통해 제공되는 강의와 보충 설명으로 개념과 공식의 이해를 돕고 실전 문제에서 적절하게 개념을 사용할 수 있는 방법을 제시하였습니다.

- **중요도** ★★★ : 시험에 자주 나오는 개념과 유형의 중요도 제시
- +개념 보충, 한걸음 더!, 왜 그럴까? : 공식이 유도되는 과정 중 반드시 알아야 하는 내용이나 확장 개념을 제시
- 출제 : 2026학년도 수능과 평가원 기출을 분석하여 출제된 개념과 경향을 제시



2 개념 확인 문제–개념에 대한 이해도 확인 문제

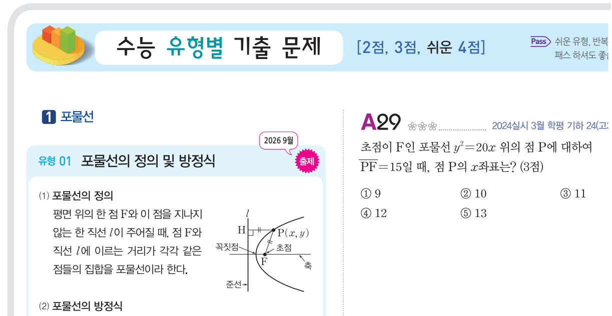
앞에서 공부한 핵심 개념을 잘 기억하고 있는지, 놓친 것은 없는지 확인할 수 있도록 개념 이해를 위한 필수 문제를 수록하였습니다.



3 유형별 기출 문제–유형+개념+난이도에 따른 문제 배열

최신 수능 경향을 꼼꼼히 분석하여 유형, 개념, 난이도 순서대로 문항을 배열하였습니다. 기출 문제가 부족한 단원이나 유형은 고품격 수능 기출 변형 문제를 출제하여 추가 수록하였습니다.

- tip : 유형에 따라 다시 한 번 더 상기해야 할 개념과 접근법을 제시하였습니다.
- QR코드 : 유형별 핵심 문제와 혼자 풀기 어려운 문제의 풀이 과정을 동영상 강의를 통해 한 번 더 학습할 수 있도록 하였습니다.



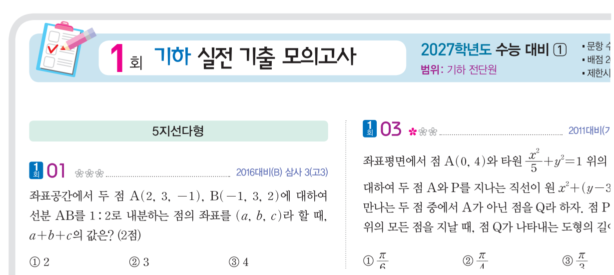
- **유형 분류** : 출제 – 2026 수능, 평가원에서 출제된 유형
  고난도 – 여러 개념을 복합적으로 묻는 고난도 유형

- **대표** : 제시된 유형에서 가장 자주 출제되는 대표 유형 문제입니다.
- **난이도** : ☆☆☆ – 기본 문제 ★☆☆ – 중급 문제 ★★☆ – 중상급 문제 ★★★ – 상급 문제
- Pass : 간단한 계산 문제로 패스해도 좋은 문제

- 출처표시 : 수능, 평가원 – 대비연도, 학력평가 – 실시연도
  - 2026대비 수능 기하 23(고3) : 2025년 11월에 실시한 수능
  - 2026대비 6월 모평 기하 24(고3) : 2025년 6월에 실시한 평가원
  - 2025실시 4월 학평 기하 25(고3) : 2025년 4월에 실시한 학력평가
  - 2026대비 9월 모평 기하 26(고3) : 2025년 9월에 실시한 평가원
  - 표시 없는 문제 : 기출 변형 문제

4 기하 실전 기출 모의고사

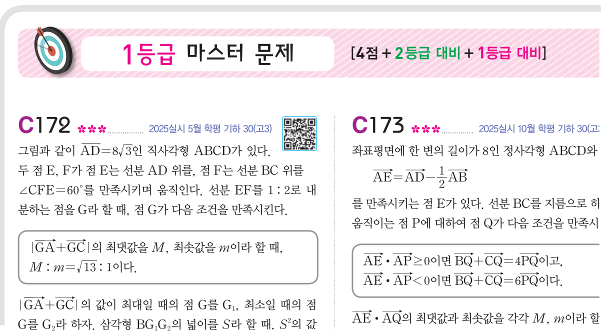
기출 문제로 구성한 3회의 실전 모의고사입니다.
수능을 대비하여 실력을 점검하는 데 큰 도움이 될 것입니다.



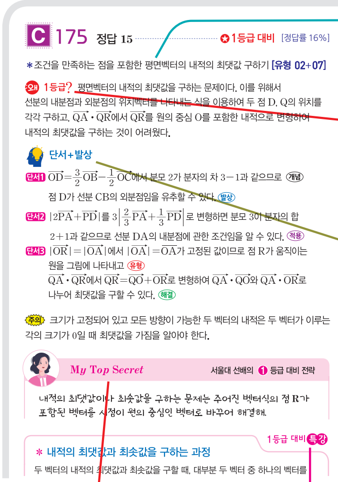
5 1등급 마스터 문제 – 1등급 대비, 2등급 대비, 4점 문제 수록

1등급을 가르는 변별력 있는 고난도 문제를 엄선하여 별도로 수록하였습니다. 종합적인 사고력과 응용력을 키워서 반드시 수학 1등급에 도달할 수 있습니다.

- ✲✲✲ – 상급 문제
- 2등급 대비 – 정답률이 21~30%인 문제로 1, 2등급으로 발돋움하는 데 도움이 되는 고난도 문제
- 1등급 대비 – 정답률이 20% 이하인 문제로 1등급을 가르는 최고난도 문제



6 1등급 대비 · 2등급 대비 문제 특별 해설



문제 분석
어떤 유형이 1, 2등급 대비 문제로 출제되었는지 알려줍니다.

왜 1등급, 왜 2등급
1, 2등급 대비 문제의 핵심 내용과 구하고자 하는 목표를 확실히 알도록 제시해줍니다.

단서+발상

- **단서** 문제 풀이의 핵심이 되는 단서를 꼭 짚어 설명합니다.
- **개념** 문제 풀이에 필요한 개념을 다시 한 번 확인합니다.
- **유형** 숨어 있는 기출 유형을 찾아 설명합니다.
- **발상** 핵심 단서로 문제 풀이 방법을 구체적으로 설명합니다.
- **적용** 생각하기 힘든 개념이나 꼬여 있는 문제의 답을 얻기 위해 적용해야 할 내용입니다.
- **해결** 찾아야 하는 것들을 다 찾은 뒤 공식을 적용하여 해결합니다.

My Top Secret
1, 2등급 대비 문제를 다루는 서울대 선배의 특별 비법을 수록했습니다.

1등급 대비 특강
고난도 문제에서 특별히 알고 있으면 유용한 개념이나 Tip을 제시합니다.

7 입체 첨삭 해설!

정답 공식
출제 의도를 짚어 주고, 문제 속의 숨은 조건을 해석하여 풀이 전략을 세우도록 도와줍니다.

단계별 명쾌 풀이
문제를 푸는 데 요구되는 사고의 순서를 구체적으로 단계를 나누어 제시하였습니다.

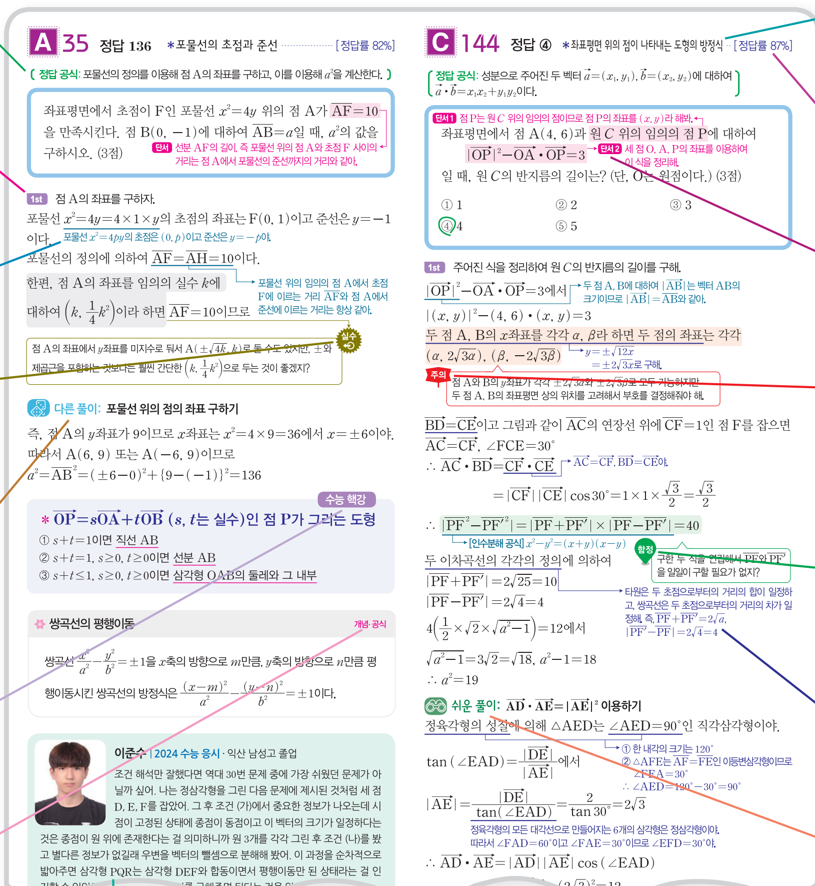
해설 적용 공식
해설에 직접적, 간접적으로 사용된 개념, 공식을 보여줍니다.

실수
문제를 푸는 과정이나 잘못된 개념을 적용하는 실수를 지적해 주고 해결의 열쇠를 제공해 주는 코너입니다.

다른 풀이
문제를 풀 때는 다각적으로 사고하는 연습이 필요합니다. 이에 다른 풀이로 문제에 접근할 수 있는 방법을 알려줍니다.

수능 핵강
문제를 조금 더 쉽고 빠르게 풀 수 있는 스킬 등을 자세히 설명하였습니다.

개념 공식
문제를 풀기 위해 요구되는 주요 개념과 공식을 정리하였습니다.



생생체험
수능을 먼저 정복한 선배들의 경험이 100% 녹아 있는 실제적인 조언을 담았습니다.

출제 개념
문제에 적용된 핵심 개념을 제시하여 비슷한 유형의 문제에서 같은 개념을 사용할 수 있도록 하였습니다.

정답률
교육청 자료, 기타 기관 공지 자료와 내부 분석 검토 과정을 거쳐서 제시됩니다.

핵심 단서
문제를 푸는 데 핵심이 되는 단서와 그 단서를 문제 풀이에 적용하는 방법을 설명하였습니다.

주의
풀이 과정에서 주어진 조건을 빼먹거나 잘못 이용할 가능성이 있을 때, 적절한 주의를 주어서 올바른 풀이로 나아갈 수 있도록 한 코너입니다.

함정
개념을 정확히 이해하지 못한다면 반드시 빠지게 되어 있는 함정을 체크해 주고 해결할 수 있는 방법을 제시하였습니다.

보충 설명
더욱 정확하고 완벽하게 해설을 이해할 수 있도록 해설에 내재된 내용을 설명하였습니다.

쉬운 풀이, 톡톡 풀이
직관적으로 풀거나, 교육과정 외의 개념 또는 특이한 풀이 방법을 알려줍니다.

집필진 · 감수진 선생님들

자이스토리는 수능 준비를 가장 효과적으로 할 수 있도록
수능, 평가원, 학력평가 기출문제를 개념별, 유형별, 난이도별로
수록하였으며, 명강의로 소문난 학교 · 학원 선생님들께서
명쾌한 해설을 입체 첨삭으로 집필하셨습니다.

[집필진]

김덕환 대전 대성여자고등학교
김대식 하남 하남고등학교
민경도 서울 생각하는 수학학원
박소희 안양외국어고등학교
박숙녀 아산 충남삼성고등학교
배수나 서울 가인아카데미
신건률 대치 다원교육특목관
수경 수학 컨텐츠 연구소
신명선 안양 신성고등학교
신현준 안양 신성고등학교
이종석 일등급 수학 저자
이창희 서울 THE 다원수학
위경아 서울 강남대성기숙의대관
장광걸 김포 김포외국어고등학교
장경호 가평 청평중학교
장철희 서울 보성고등학교
전경준 서울 풍문고등학교
전준홍 서울 압구정 YEstudy
조승원 수원 경기과학고등학교
지강현 안양 신성고등학교
홍지언 부산대학교 수학 박사과정
홍지우 안양 부흥고등학교

[다른 풀이 집필]

김병노 대구 태전시스템수학
김지운 서울 더블유매쓰(W-Math) 수학
박진산 인천 절대학원
신은숙 마곡 펜타곤학원

개념&문제 풀이
강의 선생님
유튜브 채널
셀프수학

[특별 감수진]

강지민 함안 명덕고등학교
강현아 서울 (대치)매쓰테라피
김대식 하남 하남고등학교
김동현 서울 대치이상학원
김미나 서울 (목동)씨앤씨
김미연 광명 충현고등학교
김보원 서울 동일여자고등학교
김정인 양주 옥정고등학교
김정환 안양 신성고등학교
김진회 인천 인천외국어고등학교
김현주 포항 유성여자고등학교
박기두 서울 목동종로학원
윤규환 광주 광주석산고등학교
이나라 이천 양정여자고등학교
이선혜 광주 광주서석고등학교
이태형 서울 (목동)고대수학학원
전호완 성남 숭신여자고등학교
조현정 서울 동덕여자고등학교
한재철 당진 송악고등학교

[감수진]

강수미 세종 청람수학전문학원
강유식 대전 연세제일학원
공아란 전주 세움입시학원
구무회 청주 엑스텐수학학원
권정철 부산 가야고등학교
기미나 인천 기쌤수학
김경미 춘천 페르마석사본원
김미희 인천 희수학
김민서 안산 수풀림수학학원
김병수 안양 (평촌)인재와고수
김보미 고양 유투엠향동캠퍼스
김성미 서울 에이원매쓰
김성현 서울 하이탑수학
김양준 양산 이룸학원
김영대 아산 탑씨크리트배방학원
김용희 인천 수학의성지
김우영 광주 김우영수학학원
김장훈 제주 프로젝트M수학학원
김재훈 세종 최고수학학원
김정태 서울 미래산업과학고등학교
김지현 대전 파스칼대덕학원
김철준 파주 (운정)명인학원
김태성 광주 김태성수학
김현석 서울 1타수학목동관학원
김형진 서울 마포예일학원
김호승 성남 (분당)수학의아침
김호원 성남 (분당)원수학학원
김훤재 서울 반포파인만고등관
남광현 서울 수학의힘강동본원
문정탁 대구 STM수학학원
민태흠 성남 (분당)생각하는수학공간학원
박동민 울산 동지수학과학전문학원
박성찬 수원 성찬쌤's수학의공간
박 찬 제주 찬수학학원
박현준 서울 절대수학학원
박현철 진천 셀마현수학학원
배홍규 대구 매쓰피아수학학원
백은지 부산 백퍼센트수학학원
서동원 대전 수학의중심학원
서영덕 진주 탑앤탑학원
서영준 대전 힐탑학원
소윤영 광주 (상무)플라톤학원
손승태 구리 인창고등학교
신선학 울산 신쌤플러스수학전문학원
심혜림 성주 별고을교육원
안형진 전주 혁신청람수학
양유식 세종 정석학원
양지현 성남 (분당)일비충천수학학원
양창진 의정부 수학의숲학원
어흥범 광주 수바시&매쓰피아
오정민 인천 갈루아수학학원
윤동빈 춘천 페르마학원
윤미령 안산 미령수학
윤세진 창원 매쓰플랜수학학원
이경환 서울 꿈이룬수학전문학원
이경효 고양 효수학학원
이나영 창원 티오피에듀정상학원
이상아 서울 (위례)솔수학
이성준 인천 지담수학학원
이세복 고양 퍼스널수학
이수동 부천 E&T수학전문학원
이수연 수원 매향여자정보고등학교
이수현 대구 구정남수학학원
이승주 인천 명신여자고등학교
이준석 서울 이준석수학
이진형 안동 성희여자고등학교
이현석 서울 이현석수학학원
이현호 고양 스카이맥스수학
이효진 서울 올토수학학원
이훈관 광주 일품수학학원
임정수 서울 (성북)시그마수학학원
이창현 서울 (중계)미래탐구메인수학센터
장광덕 화성 동탄의수학학원
장용준 의정부 상우고등학교
장혜림 인천 와풀수학
장혜민 성남 우주수학학원
전찬용 부산 개금페르마학원
정재웅 부산 수학1번가
정재훈 용인 시너지수학학원
조우영 부산 위드유수학학원
최성문 서울 파이온수학학원
최수민 서울 완벽한수학학원
최예나 광주 티오티수학학원
최인구 서울 강북제일학원
최정곤 서울 깊은생각
최진규 성남 (분당)TSM수학학원
황선아 서울 큐수학

[My Top Secret 집필]

곽지훈 서울대 수학교육과
김진형 서울대 약학과
문지원 서울대학교 의예과
석민준 서울대학교 첨단융합학과
정서린 서울대 약학과
정호재 서울대 경제학부
조선하 서울대학교 자유전공학부
황대윤 서울대 수리과학부
장현준 서강대 수학과

수능 선배들의 비법 전수 – 수험장 생생 체험 소개

긴장되고 떨리는 수험장에서 선배들이
문제를 풀면서 겪은 생생한 체험과 나만의 풀이 비법을
자이스토리 해설편에 수록했습니다.

• 2025년

강다은 대구 계성고 졸(서울대 의예과)
김연우 대구 정화여고 졸(연세대 의예과)
김효원 제주 제일고 졸(서울대 의예과)
박정빈 대구 남산고 졸(서울대 아동가족학과)
배지오 성남 낙생고 졸(연세대 약학과)
백승준 광주숭일고 졸(카이스트 새내기과정학부)
서정후 광주 숭덕고 졸(아주대 의학과)
성예현 대전전민고 졸(건국대 의학과)
안한민 익산 남성고 졸
오현준 서울 한영고 졸(경상대 약학과)
이정근 안양 평촌고 졸(동국대 wise 의예과)
이지원 대구 성화여고 졸(고려대 생명과학부)
임지호 부산 동아고 졸(울산대 의예과)
장윤서 부산 사직여고 졸(중앙대 간호학과)
정규원 부산 남성여고 졸
최승우 광주서석고 졸(서울대 약학계열)
최아람 서울 광영고 졸(서울대 국어교육과)
한규진 대구 계성고 졸(연세대 치의예과)

• 2024년

곽지훈 서울 한영외고 졸(서울대 자유전공학부)
권민재 서울 광영여고 졸(강릉원주대 치의예과)
김동현 안성 안법고 졸(연세대 실내건축학과)
김서현 대전한빛고 졸(카이스트 새내기과정학부)
김신유 익산 남성고 졸(순천향대 의예과)
김아린 대전한빛고 졸(충남대 의예과)
김용희 화성 화성고 졸(단국대 의예과)
김지희 광주 국제고 졸(고려대 한국사학과)
김태현 부산 대연고 졸(서울대 수리과학부)
류이레 광주대동고 졸(연세대 의예과)
문지민 대구 정화여고 졸(고려대 중어중문학과)
변준서 화성 화성고 졸(건국대 수의예과)
심기현 대구 계성고 졸(경북대 의예과)
오서윤 서울 광문고 졸(충남대 의예과)
전성연 부산국제고 졸(서울대 사회학과)
조수근 성남 태원고 졸(순천향대 의예과)

2026 응시


강기헌
천안 천안고 졸업
– 독해 실전, 어법·어휘 실전


김서영
서울 잠실여고 졸업
– 생명과학 I


김서호
안양 신성고 졸업
– 고3 미적분


김연준
안성 안법고 졸업
– 독해 실전, 어법·어휘 실전


김윤
익산 이리남성여고 졸업
– 독해 실전, 어법·어휘 실전


김준성
부산 대연고 졸업
– 화학 II


김준영
서울 강서고 졸업
– 고3 확률과 통계


김준희
부산 동천고 졸업
– 세계지리


박수현
대구 대진고 졸업
– 수능 한국사


박예서
화성 안화고 졸업
– 고3 수학 I, 고3 수학 II


박준서
부산 대동고 졸업
– 지구과학 I


방진환
부산 해운대고 졸업
– 고3 기하


우다솔
서울 중앙고 졸업
– 물리학 I


원강희
대전동산고 졸업
– 화법과 작문 실전


이영서
대구 대진고 졸업
– 생명과학 II


이지민
광주대동고 졸업
– 동아시아사


이현수
부산 대동고 졸업
– 화학 I


임준호
광주 문성고 졸업
– 지구과학 II


임지안
광주 금호중앙여고 졸업
– 문학 실전


전상훈
서울 대원고 졸업
– 독서 실전


전시원
대전 한밭고 졸업
– 언어와 매체 실전


정윤서
부산 사직여고 졸업
– 생활과 윤리


정희주
익산 이리남성여고 졸업
– 윤리와 사상


최경준
광주서석고 졸업
– 한국지리


한기주
화성 삼괴고 졸업
– 고3 수학 I, 고3 수학 II


홍서연
남양주 도농고 졸업
– 사회·문화

문항 배열 및 구성 [836제]

❶ 개념 이해 체크를 체크할 수 있는 개념 확인 문제 (133제)
개념 하나하나에 대한 맞춤 확인 문제를 제시하여 개념 이해도를 높이고 기초 실력을 쌓도록 구성하였습니다.

❷ 최신 5개년 수능, 평가원 및 학력평가 기출 전 문항 수록 (562제)
- 최근 출제 경향을 파악할 수 있도록 최신 5개년 수능, 평가원 및 학력평가 기출 전 문항을 수록하였습니다.
- 2020~1994 수능, 평가원 및 학력평가 기출 문항 중 수능 출제 기준에 맞는 문항을 엄선하여 수록하였습니다.

❸ 삼사 중요 기출 문제 수록 (80제)
삼사 기출 문항 중 중요 문항을 선별하여 수록하였습니다.

❹ 수능 대비를 위한 고품격 수능 기출 변형 문제 (61제)
수능을 대비해서 충분한 문제로 훈련할 수 있도록 수능 기출 변형 문제를 추가 수록하였습니다.

[고3 기하 수록 문항 구성표]

대비연도	3월	4월	6월	7월	9월	10월	수능	합계	비고
2026	8	8	8	8	8	8	8	56	*2027학년도 수능에 적합한 전 문항 수록
2025	8	8	8	8	8	8	8	56	
2024	8	8	8	8	8	8	8	56	
2023	8	8	8	8	8	8	8	56	
2022	8	8	8	8	8	8	8	56	
2021	0	0	0	0	0	0	0	0	*수능, 평가원, 학력평가 엄선 수록
2020	0	2	4	6	5	6	6	29	
2019	0	3	2	7	5	4	5	26	
2018	0	2	3	5	6	3	4	23	
2017	0	4	4	6	4	5	3	26	
2016	0	0	3	4	4	3	4	18	
2015	0	0	2	4	4	3	5	18	
2014	0	0	3	3	3	4	3	16	
2013	0	0	2	4	3	3	5	17	
2012	0	0	1	1	4	2	4	12	
2011이전	0	1	3	0	26	20	32	82	
2022, 2014, 2005대비 예비 평가								15	
수능 기출 변형 문제								61	
개념 확인 문제								133	
삼사 문제								80	
총 문항수								836	

2026학년도 6월, 9월 평가원+수능

기하 문항 배치표

문항 번호	6월 수록 교재	6월 수록 번호	9월 수록 교재	9월 수록 번호	수능 수록 교재	수능 수록 번호
23	기하	C52	기하	A28	기하	C51
24	기하	B30	기하	C151	기하	A66
25	기하	C152	기하	E52	기하	E51
26	기하	B101	기하	D37	기하	B99
27	기하	C124	기하	B100	기하	D36
28	기하	A98	기하	E110	기하	D82
29	기하	A157	기하	A138	기하	A218
30	기하	C184	기하	C185	기하	C194

• 기하: 2027 수능 대비 자이스토리 고3 기하

A 이차곡선

★ 유형 차례

- (중요) 유형 01 포물선의 정의 및 방정식
- 유형 02 포물선의 정의와 피타고라스 정리의 활용
- 유형 03 포물선의 정의와 닮음의 활용
- 유형 04 포물선의 정의와 방정식의 활용
- 유형 05 포물선의 정의와 초점을 지나는 직선의 활용
- 유형 06 포물선의 평행이동
- 유형 07 포물선과 원
- 유형 08 포물선과 곡선
- (중요) 유형 09 타원의 정의 및 방정식
- 유형 10 타원의 초점과 단축, 장축
- (중요) 유형 11 타원의 정의의 활용
- 유형 12 타원과 피타고라스 정리의 활용
- 유형 13 타원과 삼각비의 활용
- 유형 14 타원의 평행이동
- 유형 15 타원과 원
- 유형 16 타원과 타원, 타원과 포물선
- (중요) 유형 17 쌍곡선의 정의 및 방정식
- 유형 18 쌍곡선의 초점과 주축의 길이
- 유형 19 쌍곡선의 점근선
- 유형 20 쌍곡선의 점근선의 활용
- 유형 21 쌍곡선과 도형의 넓이
- 유형 22 쌍곡선과 도형의 길이
- 유형 23 쌍곡선의 평행이동
- 유형 24 쌍곡선과 원
- 유형 25 쌍곡선과 곡선

★ 최신 3개년 수능+모평 출제 경향

학년도		출제 유형	난이도
2026	수능	유형 06 포물선의 평행이동	☆☆☆
		유형 16 타원과 타원, 타원과 포물선	★★★
	9월	유형 01 포물선의 정의 및 방정식	☆☆☆
		유형 16 타원과 타원, 타원과 포물선	★★☆
	6월	유형 11 타원의 정의의 활용	★★☆
		유형 18 쌍곡선의 초점과 주축의 길이	★★☆
2025	수능	유형 06 포물선의 평행이동	☆☆☆
		유형 21 쌍곡선과 도형의 넓이	★★★
	9월	유형 10 타원의 초점과 단축, 장축	☆☆☆
		유형 25 쌍곡선과 곡선	★☆☆
	6월	유형 16 타원과 타원, 타원과 포물선	☆☆☆
		유형 19 쌍곡선의 점근선	☆☆☆
		유형 25 쌍곡선과 곡선	★★★
2024	수능	유형 05 포물선의 정의와 초점을 지나는 직선의 활용	★☆☆
		유형 18 쌍곡선의 초점과 주축의 길이	★★☆
	9월	유형 04 포물선의 정의와 방정식의 활용	☆☆☆
		유형 15 타원과 원	★★★
	6월	유형 06 포물선의 평행이동	☆☆☆
		유형 16 타원과 타원, 타원과 포물선	★☆☆
		유형 16 타원과 타원, 타원과 포물선	★★☆
		유형 22 쌍곡선과 도형의 길이	★★★

★ 2026 수능 출제 경향 분석

- **포물선의 평행이동 :** 평행이동한 포물선의 초점과 준선 사이의 거리를 구하는 문제가 출제되었다. [A66 문항]
- **타원과 포물선 :** 타원과 포물선의 정의, 타원의 대칭성을 이용하여 삼각형의 변의 길이를 한 문자에 관한 식으로 나타낸 후 미지수의 값을 구하는 문제가 출제되었다. [A218 문항]

★ 2027 수능 예측

1. 이차곡선의 정의를 이용하여 포물선, 타원, 쌍곡선에서 만들어지는 선분의 길이 또는 도형의 넓이를 구하는 문제가 출제될 수 있다.
2. 고1 수학에서 배운 원과 이차곡선이 통합된 유형이나 삼각함수와 이차곡선의 정의를 이용한 문제가 출제될 수 있다.
3. 이차곡선끼리의 성질을 이용하여 통합적인 개념을 묻는 문제도 출제 가능성이 있다.

A 이차곡선

개념 강의

중요도 ★★○

1 포물선❶ – 유형 01~08

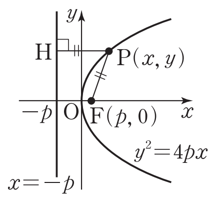
(1) 포물선의 방정식

① 점 $\mathrm{F}(p,\ 0)$을 초점, 직선 $x=-p$를 준선으로 하는 포물선의 방정식은

$y^2=4px$ (단, $p\neq0$)

② 점 $\mathrm{F}(0,\ p)$를 초점, 직선 $y=-p$를 준선으로 하는 포물선의 방정식은

$x^2=4py$ (단, $p\neq0$)



(2) 포물선의 평행이동

포물선 $y^2=4px$를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 포물선의 방정식은 $(y-n)^2=4p(x-m)$❷

출제 2026 수능 24번 / 2026 9월 모평 23번

★ 수능에는 평행이동한 포물선의 초점과 준선 사이의 거리를 구하는 하 난이도의 문제가, 9월에는 포물선의 초점의 좌표를 구하는 하 난이도의 문제가 출제되었다.

2 타원❸ – 유형 09~16

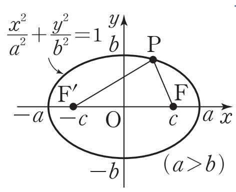
(1) 타원의 방정식❹

① 두 정점 $\mathrm{F}(c,\ 0)$, $\mathrm{F'}(-c,\ 0)$에서의 거리의 합이 $2a$인 타원의 방정식은

$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ (단, $a>b>0$, $c^2=a^2-b^2$)

② 두 정점 $\mathrm{F}(0,\ c)$, $\mathrm{F'}(0,\ -c)$에서의 거리의 합이 $2b$인 타원의 방정식은

$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ (단, $b>a>0$, $c^2=b^2-a^2$)



(2) 타원의 평행이동

타원 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$을 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 타원의 방정식은 $\dfrac{(x-m)^2}{a^2}+\dfrac{(y-n)^2}{b^2}=1$❺

출제 2026 수능 29번 / 2026 9월 모평 29번 / 2026 6월 모평 28번

★ 수능에는 타원과 포물선의 정의, 타원의 대칭성을 이용하여 선분의 길이를 구하는 상 난이도 문제가, 9월에는 두 타원의 초점을 파악한 후 타원의 정의를 이용하여 두 타원의 장축의 길이를 각각 구하는 중상 난이도의 문제가, 6월에는 두 타원이 주어졌을 때 타원의 정의와 대칭성을 이용하여 두 변의 길이의 합을 구하는 중 난이도의 문제가 출제되었다.

3 쌍곡선❻ – 유형 17~25

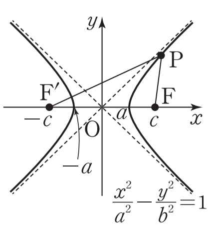
(1) 쌍곡선의 방정식

① 두 정점 $\mathrm{F}(c,\ 0)$, $\mathrm{F'}(-c,\ 0)$에서의 거리의 차가 $2a$인 쌍곡선의 방정식은

$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ (단, $c>a>0$, $c^2=a^2+b^2$)

② 두 정점 $\mathrm{F}(0,\ c)$, $\mathrm{F'}(0,\ -c)$에서의 거리의 차가 $2b$인 쌍곡선의 방정식은

$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=-1$ (단, $c>b>0$, $c^2=a^2+b^2$)



(2) 쌍곡선의 점근선의 방정식❼

쌍곡선 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=\pm1$의 점근선의 방정식은 $y=\pm\dfrac{b}{a}x$

(3) 쌍곡선의 평행이동

쌍곡선 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=\pm1$을 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 쌍곡선의 방정식은 $\dfrac{(x-m)^2}{a^2}-\dfrac{(y-n)^2}{b^2}=\pm1$❽(복호동순)

출제 2026 6월 모평 29번

★ 쌍곡선의 정의를 이용하여 쌍곡선의 주축의 길이를 구하는 중하 난이도의 문제가 출제되었다.

+개념 보충

❶ **포물선의 정의**
평면 위의 한 정점 F와 점 F를 지나지 않는 한 직선 l이 주어질 때, 점 F와 직선 l에 이르는 거리가 같은 점들의 집합을 포물선이라 한다.
이때, 점 F를 포물선의 초점, 직선 l을 준선이라 한다.

❷ 평행이동한 포물선의 초점의 좌표는 $(p+m,\ n)$, 준선의 방정식은 $x=-p+m$이다.

❸ **타원의 정의**
평면 위의 서로 다른 두 점 F, F′으로부터의 거리의 합이 일정한 점들의 집합을 타원이라 하고, 두 점 F, F′을 타원의 초점이라 한다.

한걸음 더!

❹ 타원 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$의 장축과 단축의 길이는 각각 $2a$, $2b$이고
타원 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(b>a>0)$의 장축과 단축의 길이는 각각 $2b$, $2a$이다.

+개념 보충

❺ 평행이동한 타원의 꼭짓점의 좌표는 $(a+m,\ n)$, $(-a+m,\ n)$, $(m,\ b+n)$, $(m,\ -b+n)$이다.

❻ **쌍곡선의 정의**
평면 위의 서로 다른 두 점 F, F′에서의 거리의 차가 일정한 점들의 집합을 쌍곡선이라 하고, 두 점 F, F′을 쌍곡선의 초점이라 한다.

왜 그럴까?

❼ 쌍곡선의 방정식 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$을 y에 대하여 정리하면
$y=\pm\dfrac{b}{a}x\sqrt{1-\dfrac{a^2}{x^2}}$이고
$|x|\to\infty$이면 $\dfrac{a^2}{x^2}\to0$이므로
쌍곡선은 직선 $y=\pm\dfrac{b}{a}x$에 한없이 가까워진다. 즉, 쌍곡선의 점근선의 방정식은 $y=\pm\dfrac{b}{a}x$이다.

+개념 보충

❽ 평행이동한 쌍곡선의 점근선의 방정식은 $y=\pm\dfrac{b}{a}(x-m)+n$이다.

1 포물선

[A01~04] 초점과 준선의 방정식이 다음과 같은 포물선의 방정식을 구하시오.

A01 초점 $(4, 0)$, 준선 $x=-4$

A02 초점 $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$, 준선 $x=\frac{1}{2}$

A03 초점 $(0, 3)$, 준선 $y=-3$

A04 초점 $(0, -4)$, 준선 $y=4$

[A05~08] 다음 포물선의 초점의 좌표와 준선의 방정식을 각각 구하시오.

A05 $y^2=8x$

A06 $y^2=-10x$

A07 $x^2=4y$

A08 $x^2=-\frac{1}{4}y$

A09 포물선 $y^2=\frac{1}{4}x$를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하시오.

2 타원

[A10~13] 다음 타원의 방정식을 구하시오.

A10 두 초점 $\mathrm{F}(4, 0)$, $\mathrm{F}'(-4, 0)$으로부터의 거리의 합이 10인 타원

A11 두 초점이 $\mathrm{F}(\sqrt{7}, 0)$, $\mathrm{F}'(-\sqrt{7}, 0)$으로부터의 거리의 합이 8인 타원

A12 두 초점이 $\mathrm{F}(0, 1)$, $\mathrm{F}'(0, -1)$으로부터의 거리의 합이 4인 타원

A13 두 초점이 $\mathrm{F}(0, \sqrt{5})$, $\mathrm{F}'(0, -\sqrt{5})$으로부터의 거리의 합이 6인 타원

[A14~17] 다음 타원의 초점의 좌표, 장축의 길이, 단축의 길이를 각각 구하시오.

A14 $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{6}=1$

A15 $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{81}=1$

A16 $4x^2+9y^2=36$

A17 $4x^2+y^2=4$

A18 타원 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$을 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하시오.

3 쌍곡선

[A19~20] 다음 쌍곡선의 방정식을 구하시오.

A19 두 초점 $\mathrm{F}(5, 0)$, $\mathrm{F}'(-5, 0)$으로부터의 거리의 차가 6인 쌍곡선

A20 두 초점 $\mathrm{F}(0, 3)$, $\mathrm{F}'(0, -3)$으로부터의 거리의 차가 4인 쌍곡선

[A21~24] 다음 쌍곡선의 초점의 좌표와 주축의 길이를 각각 구하시오.

A21 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{25}=1$

A22 $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=-1$

A23 $5x^2-4y^2=20$

A24 $4x^2-9y^2=-36$

[A25~26] 다음 쌍곡선의 점근선의 방정식을 구하시오.

A25 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$

A26 $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{2}=-1$

A27 쌍곡선 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$을 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하시오.

❖ 정답 및 해설 4~5p

수능 유형별 기출 문제 [2점, 3점, 쉬운 4점]

Pass 쉬운 유형, 반복 계산 문제로 패스 하셔도 좋습니다.

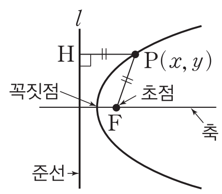
1 포물선

2026 9월 출제

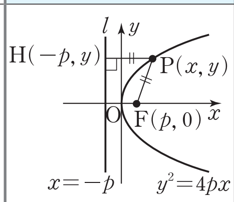
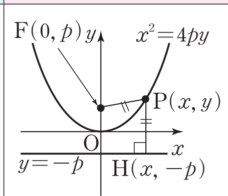
유형 01 포물선의 정의 및 방정식

(1) 포물선의 정의

평면 위의 한 점 F와 이 점을 지나지 않는 한 직선 l이 주어질 때, 점 F와 직선 l에 이르는 거리가 각각 같은 점들의 집합을 포물선이라 한다.



(2) 포물선의 방정식

	$y^2=4px$ (단, $p>0$)	$x^2=4py$ (단, $p>0$)
그래프		
초점의 좌표	$(p, 0)$	$(0, p)$
준선의 방정식	$x=-p$	$y=-p$
꼭짓점	$(0, 0)$	$(0, 0)$
축	$y=0$ (x축)	$x=0$ (y축)

tip

1. 포물선 위의 임의의 점 P와 초점 F, 점 P에서 준선에 내린 수선의 발 H에 대하여 $\overline{PH}=\overline{PF}$
2. x축에 평행한 축을 갖는 포물선의 방정식의 일반형은 $y^2+Ax+By+C=0$ (단, $A\neq0$)
3. y축에 평행한 축을 갖는 포물선의 방정식의 일반형은 $x^2+Ax+By+C=0$ (단, $B\neq0$)

A28 대표 2026대비 9월 모평 기하 23(고3)

포물선 $y^2=8x$의 초점의 좌표가 $(p, 0)$일 때, p의 값은? (2점)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

A29 2024실시 3월 학평 기하 24(고3)

초점이 F인 포물선 $y^2=20x$ 위의 점 P에 대하여 $\overline{PF}=15$일 때, 점 P의 x좌표는? (3점)

① 9 ② 10 ③ 11
④ 12 ⑤ 13

A30 2023대비 수능 기하 24(고3)

초점이 $F\left(\frac{1}{3}, 0\right)$이고 준선이 $x=-\frac{1}{3}$인 포물선이 점 $(a, 2)$를 지날 때, a의 값은? (3점)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

A31 2022실시 3월 학평 기하 23(고3)

초점이 F인 포물선 $y^2=8x$ 위의 점 P와 y축 사이의 거리가 3일 때, 선분 PF의 길이는? (2점)

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

A32 2019실시(가) 4월 학평 26(고3)

좌표평면에서 점 $P(-2, k)$와 초점이 F인 포물선 $y^2=8x$ 위의 점 Q에 대하여 $\overline{PQ}=\overline{QF}=10$일 때, 양수 k의 값을 구하시오. (4점)

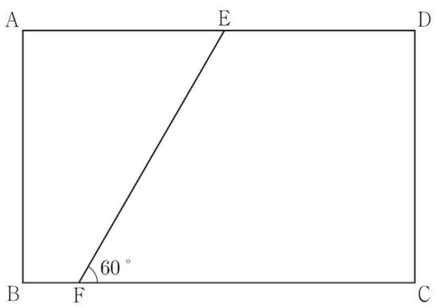
1등급 마스터 문제 [4점 + 2등급 대비 + 1등급 대비]

C172 ✽✽✽ 2025실시 5월 학평 기하 30(고3)

그림과 같이 $\overline{\mathrm{AD}}=8\sqrt{3}$인 직사각형 ABCD가 있다.
두 점 E, F가 점 E는 선분 AD 위를, 점 F는 선분 BC 위를 $\angle \mathrm{CFE}=60^\circ$를 만족시키며 움직인다. 선분 EF를 $1:2$로 내분하는 점을 G라 할 때, 점 G가 다음 조건을 만족시킨다.

> $|\overrightarrow{\mathrm{GA}}+\overrightarrow{\mathrm{GC}}|$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M:m=\sqrt{13}:1$이다.

$|\overrightarrow{\mathrm{GA}}+\overrightarrow{\mathrm{GC}}|$의 값이 최대일 때의 점 G를 $\mathrm{G_1}$, 최소일 때의 점 G를 $\mathrm{G_2}$라 하자. 삼각형 $\mathrm{BG_1G_2}$의 넓이를 S라 할 때, S^2의 값을 구하시오. (단, $\overline{\mathrm{AB}}\le 18$) (4점)



C173 ✽✽✽ 2025실시 10월 학평 기하 30(고3)

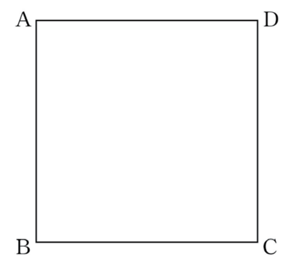
좌표평면에 한 변의 길이가 8인 정사각형 ABCD와

$$\overrightarrow{\mathrm{AE}}=\overrightarrow{\mathrm{AD}}-\frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{AB}}$$

를 만족시키는 점 E가 있다. 선분 BC를 지름으로 하는 원 위를 움직이는 점 P에 대하여 점 Q가 다음 조건을 만족시킨다.

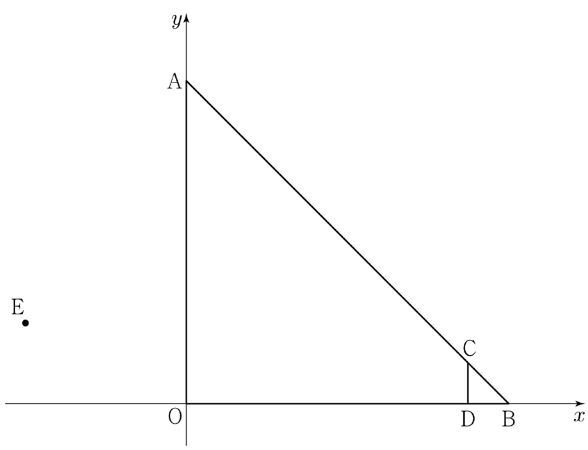
> $\overrightarrow{\mathrm{AE}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AP}}\ge 0$이면 $\overrightarrow{\mathrm{BQ}}+\overrightarrow{\mathrm{CQ}}=4\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$이고,
> $\overrightarrow{\mathrm{AE}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AP}}<0$이면 $\overrightarrow{\mathrm{BQ}}+\overrightarrow{\mathrm{CQ}}=6\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$이다.

$\overrightarrow{\mathrm{AE}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AQ}}$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $(M+m)^2$의 값을 구하시오. (4점)



C174 ✽✽✽ 2025대비 9월 모평 기하 30(고3)

좌표평면 위에 다섯 점 A$(0, 8)$, B$(8, 0)$, C$(7, 1)$, D$(7, 0)$, E$(-4, 2)$가 있다. 삼각형 AOB의 변 위를 움직이는 점 P와 삼각형 CDB의 변 위를 움직이는 점 Q에 대하여 $|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}+\overrightarrow{\mathrm{OE}}|^2$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) (4점)



C175 ✽✽✽ 2024대비 6월 모평 기하 28(고3)

좌표평면의 네 점 $A(2, 6)$, $B(6, 2)$, $C(4, 4)$, $D(8, 6)$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 점 X의 집합을 S라 하자.

(가) $\{(\overrightarrow{OX}-\overrightarrow{OD})\cdot\overrightarrow{OC}\}\times\{|\overrightarrow{OX}-\overrightarrow{OC}|-3\}=0$
(나) 두 벡터 $\overrightarrow{OX}-\overrightarrow{OP}$와 $\overrightarrow{OC}$가 서로 평행하도록 하는 선분 AB 위의 점 P가 존재한다.

집합 S에 속하는 점 중에서 y좌표가 최대인 점을 Q, y좌표가 최소인 점을 R라 할 때, $\overrightarrow{OQ}\cdot\overrightarrow{OR}$의 값은? (단, O는 원점이다.) (4점)

① 25 ② 26 ③ 27 ④ 28 ⑤ 29

C176 ✽✽✽ 2024대비 9월 모평 기하 30(고3)

좌표평면에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이고 $\angle BAC=\frac{\pi}{2}$인 직각삼각형 ABC에 대하여 두 점 P, Q가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 삼각형 APQ는 정삼각형이고, $9|\overrightarrow{PQ}|\overrightarrow{PQ}=4|\overrightarrow{AB}|\overrightarrow{AB}$이다.
(나) $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AQ}<0$
(다) $\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{CB}=24$

선분 AQ 위의 점 X에 대하여 $|\overrightarrow{XA}+\overrightarrow{XB}|$의 최솟값을 m이라 할 때, m^2의 값을 구하시오. (4점)

C177 ✽✽✽ 2021실시 10월 학평 기하 28(고3)

삼각형 ABC와 삼각형 ABC의 내부의 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PC}=0$, $\dfrac{|\overrightarrow{PA}|}{|\overrightarrow{PC}|}=3$
(나) $\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}|\overrightarrow{PB}||\overrightarrow{PC}|=-2|\overrightarrow{PC}|^2$

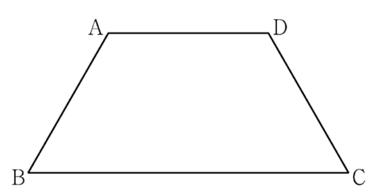
직선 AP와 선분 BC의 교점을 D라 할 때, $\overrightarrow{AD}=k\overrightarrow{PD}$이다. 실수 k의 값은? (4점)

① $\frac{11}{2}$ ② 6 ③ $\frac{13}{2}$ ④ 7 ⑤ $\frac{15}{2}$

C178 ✽✽✽ 2023대비 수능 기하 29(고3)

평면 α 위에 $\overline{AB}=\overline{CD}=\overline{AD}=2$, $\angle ABC=\angle BCD=\frac{\pi}{3}$인 사다리꼴 ABCD가 있다. 다음 조건을 만족시키는 평면 α 위의 두 점 P, Q에 대하여 $\overrightarrow{CP}\cdot\overrightarrow{DQ}$의 값을 구하시오. (4점)

(가) $\overrightarrow{AC}=2(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BP})$
(나) $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{PQ}=6$
(다) $2\times\angle BQA=\angle PBQ<\frac{\pi}{2}$



❖ 정답 및 해설 222~229p

★ 기하

실전 기출 모의고사

[8문항형 / 제한시간 40분]

1회 **모의고사** – 2027학년도 수능 대비 $\boxed{1}$

2회 **모의고사** – 2027학년도 수능 대비 $\boxed{2}$

3회 **모의고사** – 2027학년도 수능 대비 $\boxed{3}$

1회 기하 실전 기출 모의고사

2027학년도 수능 대비 ①

범위: 기하 전단원

- 문항 수 8개
- 배점 26점
- 제한시간 40분

5지선다형

1회 01 2016대비(B) 삼사 3(고3)

좌표공간에서 두 점 $\mathrm{A}(2,\ 3,\ -1)$, $\mathrm{B}(-1,\ 3,\ 2)$에 대하여 선분 AB를 $1:2$로 내분하는 점의 좌표를 $(a,\ b,\ c)$라 할 때, $a+b+c$의 값은? (2점)

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

1회 02 2021실시 3월 학평 기하 25(고3)

꼭짓점이 점 $(-1,\ 0)$이고 준선이 직선 $x=-3$인 포물선의 방정식이 $y^2=ax+b$일 때, 두 상수 a, b의 합 $a+b$의 값은? (3점)

① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

1회 03 2011대비(가) 수능 5(고3)

좌표평면에서 점 $\mathrm{A}(0,\ 4)$와 타원 $\frac{x^2}{5}+y^2=1$ 위의 점 P에 대하여 두 점 A와 P를 지나는 직선이 원 $x^2+(y-3)^2=1$과 만나는 두 점 중에서 A가 아닌 점을 Q라 하자. 점 P가 타원 위의 모든 점을 지날 때, 점 Q가 나타내는 도형의 길이는? (3점)

① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{3}$ ④ $\frac{2}{3}\pi$ ⑤ $\frac{3}{4}\pi$

1회 04 2018실시(가) 4월 학평 12(고3)

좌표평면 위에 두 점 $\mathrm{F}(c,\ 0)$, $\mathrm{F}'(-c,\ 0)$ $(c>0)$을 초점으로 하고 점 $\mathrm{A}(0,\ 1)$을 지나는 타원 C가 있다. 두 점 A, F′을 지나는 직선이 타원 C와 만나는 점 중 점 A가 아닌 점을 B라 하자. 삼각형 ABF의 둘레의 길이가 16일 때, 선분 FF′의 길이는? (3점)

① 6 ② $4\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{15}$ ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{21}$

차 례

빠른 정답 찾기 2

Ⅰ 이차곡선

A 이차곡선 4

B 이차곡선과 직선 113

Ⅱ 평면벡터

C 평면벡터의 연산 165

Ⅲ 공간도형과 공간좌표

D 공간도형과 정사영 258

E 공간좌표와 구 337

Special 기하 실전 기출 모의고사

1회 모의고사 [2027학년도 수능 대비 ①] 378

2회 모의고사 [2027학년도 수능 대비 ②] 381

3회 모의고사 [2027학년도 수능 대비 ③] 385

A 이차곡선

개념 확인 문제

A 01 정답 $y^2=16x$ ＊포물선의 방정식

초점이 x축 위에 있으므로 구하는 포물선의 방정식은
$y^2=4\times4\times x=16x$

A 02 정답 $y^2=-2x$ ＊포물선의 방정식

초점이 x축 위에 있으므로 구하는 포물선의 방정식은
$y^2=4\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times x=-2x$

A 03 정답 $x^2=12y$ ＊포물선의 방정식

초점이 y축 위에 있으므로 구하는 포물선의 방정식은
$x^2=4\times3\times y=12y$

A 04 정답 $x^2=-16y$ ＊포물선의 방정식

초점이 y축 위에 있으므로 구하는 포물선의 방정식은
$x^2=4\times(-4)\times y=-16y$

A 05 정답 풀이 참조 ＊포물선의 방정식

$y^2=8x=4\times2\times x$이므로 주어진 포물선의 초점의 좌표와 준선의 방정식은 각각 $(2,\ 0)$, $x=-2$이다.

A 06 정답 풀이 참조 ＊포물선의 방정식

$y^2=-10x=4\times\left(-\frac{5}{2}\right)\times x$이므로 주어진 포물선의 초점의 좌표와 준선의 방정식은 각각 $\left(-\frac{5}{2},\ 0\right)$, $x=\frac{5}{2}$이다.

A 07 정답 풀이 참조 ＊포물선의 방정식

$x^2=4y=4\times1\times y$이므로 주어진 포물선의 초점의 좌표와 준선의 방정식은 각각 $(0,\ 1)$, $y=-1$이다.

A 08 정답 풀이 참조 ＊포물선의 방정식

$x^2=-\frac{1}{4}y=4\times\left(-\frac{1}{16}\right)\times y$이므로 주어진 포물선의 초점의 좌표와 준선의 방정식은 각각 $\left(0,\ -\frac{1}{16}\right)$, $y=\frac{1}{16}$이다.

A 09 정답 $(y+3)^2=\frac{1}{4}(x-2)$ ＊포물선의 방정식

포물선 $y^2=\frac{1}{4}x$를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 도형의 방정식은 $y^2=\frac{1}{4}x$에 x 대신 $x-2$, y 대신 $y+3$을 대입한 $(y+3)^2=\frac{1}{4}(x-2)$이다.

A 10 정답 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ ＊타원의 방정식

구하는 타원의 방정식을 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$이라 하면
두 초점이 x축 위에 있으므로 $2a=10$에서 $a=5$
또, 두 초점의 x좌표가 각각 4, -4이므로 $a^2-b^2=4^2$에서
$b^2=a^2-16=25-16=9$
따라서 구하는 타원의 방정식은 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$이다.

A 11 정답 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ ＊타원의 방정식

구하는 타원의 방정식을 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$이라 하면
두 초점이 x축 위에 있으므로 $2a=8$에서 $a=4$
또, 두 초점의 x좌표가 각각 $\sqrt{7}$, $-\sqrt{7}$이므로 $a^2-b^2=(\sqrt{7})^2$에서
$b^2=a^2-7=16-7=9$
따라서 구하는 타원의 방정식은 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$이다.

A 12 정답 $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{4}=1$ ＊타원의 방정식

타원의 방정식을 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (b>a>0)$이라 하면
두 초점이 y축 위에 있으므로 $2b=4$에서 $b=2$
또, 두 초점의 y좌표가 각각 1, -1이므로 $b^2-a^2=1^2$에서
$a^2=b^2-1=4-1=3$
따라서 구하는 타원의 방정식은 $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{4}=1$이다.

A 13 정답 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ ＊타원의 방정식

구하는 타원의 방정식을 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (b>a>0)$이라 하면
두 초점이 y축 위에 있으므로 $2b=6$에서 $b=3$
또, 두 초점의 y좌표가 각각 $\sqrt{5}$, $-\sqrt{5}$이므로 $b^2-a^2=(\sqrt{5})^2$에서
$a^2=b^2-5=9-5=4$
따라서 구하는 타원의 방정식은 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$이다.

A 14 정답 풀이 참조 ＊타원의 방정식

타원 $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{6}=1$, 즉 $\frac{x^2}{(2\sqrt{3})^2}+\frac{y^2}{(\sqrt{6})^2}=1$의 장축의 길이는
$2\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$이고 단축의 길이는 $2\times\sqrt{6}=2\sqrt{6}$이다.
한편, 양수 c에 대하여 주어진 타원의 두 초점의 좌표를 $(c,\ 0)$, $(-c,\ 0)$이라 하면 $c^2=12-6=6$ $\quad\therefore c=\sqrt{6}\ (\because c>0)$
따라서 초점의 좌표는 $(\sqrt{6},\ 0)$, $(-\sqrt{6},\ 0)$이다.

A 15 정답 풀이 참조 *타원의 방정식

타원 $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{81}=1$, 즉 $\frac{x^2}{8^2}+\frac{y^2}{9^2}=1$의 장축의 길이는 $2\times9=18$이고 단축의 길이는 $2\times8=16$이다. 한편, 양수 c에 대하여 주어진 타원의 두 초점의 좌표를 $(0, c)$, $(0, -c)$라 하면 $c^2=81-64=17$
$\therefore c=\sqrt{17}$ ($\because c>0$)
따라서 초점의 좌표는 $(0, \sqrt{17})$, $(0, -\sqrt{17})$이다.

A 16 정답 풀이 참조 *타원의 방정식

타원 $4x^2+9y^2=36$에서 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ $\quad\therefore \frac{x^2}{3^2}+\frac{y^2}{2^2}=1$
즉, 주어진 타원의 장축의 길이는 $2\times3=6$이고 단축의 길이는 $2\times2=4$이다.
한편, 양수 c에 대하여 주어진 타원의 두 초점의 좌표를 $(c, 0)$, $(-c, 0)$이라 하면 $c^2=9-4=5$ $\quad\therefore c=\sqrt{5}$ ($\because c>0$)
따라서 초점의 좌표는 $(\sqrt{5}, 0)$, $(-\sqrt{5}, 0)$이다.

A 17 정답 풀이 참조 *타원의 방정식

타원 $4x^2+y^2=4$에서 $x^2+\frac{y^2}{4}=1$ $\quad\therefore \frac{x^2}{1^2}+\frac{y^2}{2^2}=1$
즉, 주어진 타원의 장축의 길이는 $2\times2=4$이고 단축의 길이는 $2\times1=2$이다.
한편, 양수 c에 대하여 주어진 타원의 두 초점의 좌표를 $(0, c)$, $(0, -c)$라 하면 $c^2=4-1=3$ $\quad\therefore c=\sqrt{3}$ ($\because c>0$)
따라서 초점의 좌표는 $(0, \sqrt{3})$, $(0, -\sqrt{3})$이다.

A 18 정답 $\frac{(x+2)^2}{16}+\frac{(y-1)^2}{9}=1$ *타원의 방정식

타원 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$을 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 도형의 방정식은 x 대신 $x+2$, y 대신 $y-1$을 대입한 $\frac{(x+2)^2}{16}+\frac{(y-1)^2}{9}=1$이다.

A 19 정답 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ *쌍곡선의 방정식

두 초점이 x축 위에 있으므로 구하는 쌍곡선의 방정식을 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0, b>0)$이라 하면 거리의 차가 6이므로 $2a=6$에서 $a=3$
또, 두 초점의 x좌표가 각각 5, -5이므로 $a^2+b^2=5^2$에서
$b^2=25-a^2=25-9=16$
따라서 구하는 쌍곡선의 방정식은 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$이다.

A 20 정답 $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=-1$ *쌍곡선의 방정식

두 초점이 y축 위에 있으므로 구하는 쌍곡선의 방정식을 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=-1$ $(a>0, b>0)$이라 하면 거리의 차가 4이므로 $2b=4$에서 $b=2$
또, 두 초점의 y좌표가 각각 3, -3이므로 $a^2+b^2=3^2$에서
$a^2=9-b^2=9-4=5$
따라서 구하는 쌍곡선의 방정식은 $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=-1$이다.

A 21 정답 풀이 참조 *쌍곡선의 방정식

쌍곡선 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{25}=1$, 즉 $\frac{x^2}{2^2}-\frac{y^2}{5^2}=1$의 주축의 길이는 $2\times2=4$
한편, 양수 c에 대하여 주어진 쌍곡선의 두 초점의 좌표를 $(c, 0)$, $(-c, 0)$이라 하면 $c^2=4+25=29$ $\quad\therefore c=\sqrt{29}$ ($\because c>0$)
따라서 초점의 좌표는 $(\sqrt{29}, 0)$, $(-\sqrt{29}, 0)$이다.

A 22 정답 풀이 참조 *쌍곡선의 방정식

쌍곡선 $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=-1$, 즉 $\frac{x^2}{5^2}-\frac{y^2}{4^2}=-1$의 주축의 길이는 $2\times4=8$
한편, 양수 c에 대하여 주어진 쌍곡선의 두 초점의 좌표를 $(0, c)$, $(0, -c)$ 라 하면 $c^2=25+16=41$ $\quad\therefore c=\sqrt{41}$ ($\because c>0$)
따라서 초점의 좌표는 $(0, \sqrt{41})$, $(0, -\sqrt{41})$이다.

A 23 정답 풀이 참조 *쌍곡선의 방정식

$5x^2-4y^2=20$에서 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$ $\quad\therefore \frac{x^2}{2^2}-\frac{y^2}{(\sqrt{5})^2}=1$
즉, 주어진 쌍곡선의 주축의 길이는 $2\times2=4$
한편, 양수 c에 대하여 주어진 쌍곡선의 두 초점의 좌표를 $(c, 0)$, $(-c, 0)$ 이라 하면 $c^2=4+5=9$ $\quad\therefore c=3$ ($\because c>0$)
따라서 초점의 좌표는 $(3, 0)$, $(-3, 0)$이다.

A 24 정답 풀이 참조 *쌍곡선의 방정식

$4x^2-9y^2=-36$에서 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=-1$ $\quad\therefore \frac{x^2}{3^2}-\frac{y^2}{2^2}=-1$
즉, 주어진 쌍곡선의 주축의 길이는 $2\times2=4$
한편, 양수 c에 대하여 주어진 쌍곡선의 두 초점의 좌표를 $(0, c)$, $(0, -c)$라 하면 $c^2=9+4=13$ $\quad\therefore c=\sqrt{13}$ ($\because c>0$)
따라서 초점의 좌표는 $(0, \sqrt{13})$, $(0, -\sqrt{13})$이다.

A 25 정답 $y=\pm\frac{2}{3}x$ *쌍곡선의 방정식

쌍곡선 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$, 즉 $\frac{x^2}{3^2}-\frac{y^2}{2^2}=1$의 점근선의 방정식은
$y=\pm\frac{2}{3}x$이다.

A 26 정답 $y=\pm\frac{\sqrt{6}}{3}x$ *쌍곡선의 방정식

쌍곡선 $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{2}=-1$, 즉 $\frac{x^2}{(\sqrt{3})^2}-\frac{y^2}{(\sqrt{2})^2}=-1$의 점근선의 방정식은 $y=\pm\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}x=\pm\frac{\sqrt{6}}{3}x$이다.

A 27 정답 $\frac{(x-4)^2}{4}-\frac{(y+2)^2}{3}=1$ *쌍곡선의 방정식

쌍곡선 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$을 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 도형의 방정식은 x 대신 $x-4$, y 대신 $y+2$를 대입한 $\frac{(x-4)^2}{4}-\frac{(y+2)^2}{3}=1$이다.

수능 유형별 기출 문제 [2점, 3점, 쉬운 4점]

A 28 정답 ② *포물선의 방정식 [정답률 95%]

(정답 공식: 포물선 $y^2=4px$의 초점의 좌표는 $(p, 0)$이다.)

포물선 $y^2=8x$의 초점의 좌표가 $(p, 0)$일 때, p의 값은? (2점)

단서 $y^2=8x=4\times2\times x$임을 이용하여 초점의 좌표를 구해.

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

1st 포물선의 초점의 좌표를 구하여 p의 값을 구해.

포물선 $y^2=8x$은 $y^2=4\times2\times x$이므로 초점의 좌표는 $(2, 0)$이다.

$\therefore p=2$ 포물선 $y^2=4px$의 초점의 좌표는 $(p, 0)$이야.

A 29 정답 ② *포물선의 정의 및 방정식 [정답률 91%]

(정답 공식: 포물선 $y^2=4px$ 위의 점 P와 초점 $F(p, 0)$ 사이의 거리는 준선 $x=-p$까지의 거리와 같다.)

초점이 F인 포물선 $y^2=20x$ 위의 점 P에 대하여 $\overline{PF}=15$일 때, 점 P의 x좌표는? (3점)

단서 포물선의 정의를 이용하면 점 P에서 포물선 $y^2=20x$의 준선 $x=-5$까지의 거리도 15야.

① 9 ② 10 ③ 11
④ 12 ⑤ 13

1st 포물선의 정의를 이용하여 점 P의 x좌표를 구해.

포물선 $y^2=20x$의 준선의 방정식은 $x=-5$이다.

포물선 $y^2=20x$의 초점의 좌표를 $(p, 0)$이라 하면
$4p=20$에서 $p=5$이므로 초점의 좌표는 $(5, 0)$이고 준선의 방정식은 $x=-5$야.

점 P에서 준선 $x=-5$에 내린 수선의 발을 H라 하고,
점 P의 x좌표를 $t\ (t>0)$이라 하면 $\overline{PH}=t+5$이다.
포물선의 정의에 의하여 $\overline{PF}=\overline{PH}$이므로 $15=t+5$
$\therefore t=10$
따라서 점 P의 x좌표는 10이다.

수능 핵강

*** 포물선 위의 점과 초점 사이의 거리가 주어지면 알 수 있는 것**

포물선의 방정식을 알고 있으면 초점의 좌표와 준선의 방정식을 구할 수 있고, 포물선 위의 점과 초점 사이의 거리가 주어지면 포물선 위의 점의 x좌표를 알 수 있어.
즉, 포물선 $y^2=4px$ 위의 점 P에서 준선에 내린 수선의 발을 H라 하고 초점을 F라 하면 포물선의 정의에 의해 $\overline{PH}=\overline{PF}$가 성립하고 점 P의 x좌표를 a라 할 때, $\overline{PH}=|p|+|a|$가 되므로 점 P의 x좌표를 구할 수 있어.

포물선의 정의 및 방정식 개념 · 공식

① 포물선의 정의 : 평면 위의 한 점 F와 이 점을 지나지 않는 한 직선 l이 주어질 때, 점 F와 직선 l에 이르는 거리가 각각 같은 점들의 집합을 포물선이라 한다. 이때, 점 F를 초점, 직선 l을 준선이라 한다.
② 초점이 $F(p, 0)$, 준선이 $x=-p$인 포물선의 방정식은
$y^2=4px$ (단, $p\neq0$)
③ 초점이 $F(0, p)$, 준선이 $y=-p$인 포물선의 방정식은
$x^2=4py$ (단, $p\neq0$)

A 30 정답 ③ *포물선의 정의 및 방정식 [정답률 92%]

(정답 공식: 점 $F(p, 0)$을 초점, 직선 $x=-p$를 준선으로 하는 포물선의 방정식은 $y^2=4px$이다. (단, $p\neq0$))

초점이 $F\left(\frac{1}{3}, 0\right)$이고 준선이 $x=-\frac{1}{3}$인 포물선이 점 $(a, 2)$를 지날 때, a의 값은? (3점)

단서 포물선의 정의를 이용하여 방정식을 세워.

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

1st 포물선의 방정식을 이용하여 a의 값을 구해.

초점이 $F\left(\frac{1}{3}, 0\right)$이고 준선이 $x=-\frac{1}{3}$인 포물선의 방정식은

초점과 원점 사이의 거리와 준선과 원점 사이의 거리가 각각 $\frac{1}{3}$로 같으므로 원점이 포물선의 꼭짓점이 됨을 알 수 있어.

$y^2=4\times\frac{1}{3}\times x$

점 $F(p, 0)$을 초점, 직선 $x=-p$를 준선으로 하는 포물선의 방정식은 $y^2=4px\ (p\neq0)$

$\therefore y^2=\frac{4}{3}x$

점 $(a, 2)$가 포물선 $y^2=\frac{4}{3}x$ 위의 점이므로 대입하면

$2^2=\frac{4}{3}a,\ 4=\frac{4}{3}a \qquad \therefore a=4\times\frac{3}{4}=3$

A 31 정답 ② *포물선의 초점과 준선 [정답률 91%]

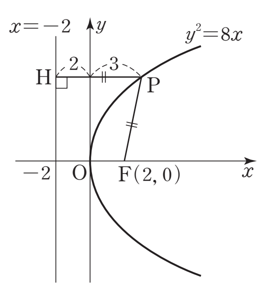
(정답 공식: 포물선 $y^2=4px$ 위의 임의의 점 P와 초점 $F(p, 0)$ 사이의 거리는 점 P에서 준선 $x=-p$까지의 거리와 같다.)

초점이 F인 포물선 $y^2=8x$ 위의 점 P와 y축 사이의 거리가 3일 때, 선분 PF의 길이는? (2점)

단서 포물선의 정의를 이용하여 선분 PF와 길이가 같은 선분을 찾아.

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

1st 포물선의 정의를 이용하여 선분 PF의 길이를 구해.



포물선의 방정식이 $y^2=8x=4\times2\times x$이므로 포물선의 초점 F의 좌표는 $(2, 0)$이고 준선의 방정식은 $x=-2$이다.

$y^2=4px$의 초점의 좌표는 $(p, 0)$이야.

그림과 같이 포물선 위의 점 P에서 준선에 내린 수선의 발을 H라 하면
포물선의 정의에 의하여 $\overline{PH}=\overline{PF}$

포물선 위의 점에서 준선과 초점까지의 거리는 같아.

이때 점 P와 y축 사이의 거리가 3이므로
$\overline{PH}=2+3=5$

$\overline{PH}=|$(준선과 x축의 교점의 x좌표)$|+|$(점 P의 x좌표)$|$

따라서 $\overline{PF}=\overline{PH}=5$

A 32 정답 8 *포물선의 정의 및 방정식 [정답률 85%]

정답 공식: 포물선 $y^2=4px(p>0)$ 위의 점에서 초점 $(p, 0)$까지의 거리와 준선 $x=-p$까지의 거리가 같다.

단서1 $y^2=8x$의 준선이 $x=-2$이므로 점 P는 준선 위의 점이야.

좌표평면에서 점 $P(-2, k)$와 초점이 F인 포물선 $y^2=8x$ 위의 점 Q에 대하여 $\overline{PQ}=\overline{QF}=10$일 때, 양수 k의 값을 구하시오. (4점)

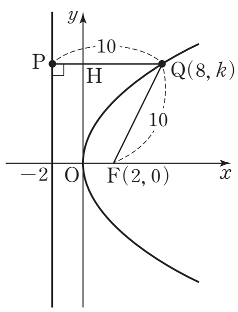
단서2 선분 PQ의 길이는 점 Q에서 준선 $x=-2$까지의 거리야. $\overline{PQ}=\overline{QF}=10$임을 이용해 봐.

1st 포물선의 정의를 이용하여 점 Q의 y좌표를 구해.

포물선 $y^2=8x=4\times2\times x$의 초점 F의 좌표는 $(2, 0)$이고, 준선의 방정식은 $x=-2$이므로 점 $P(-2, k)$는 준선 위의 점이다.

따라서 포물선의 정의에 의하여 $\overline{PQ}=\overline{QF}=10$을 만족시키는 점 Q를 나타내면 그림과 같다.

한 점 F와 이 점을 지나지 않는 직선 l이 있을 때, 점 F와 직선 l에 이르는 거리가 각각 같은 점들의 집합을 포물선이라고 해.



이때, 선분 PQ와 y축이 만나는 점을 H라 하면 $\overline{PH}=2$이므로 점 Q의 좌표는 $(8, k)$이다.

점 Q의 x좌표는 선분 QH의 길이와 같으므로 $\overline{QH}=\overline{PQ}-\overline{PH}=10-2=8$이야.

한편, 점 Q가 포물선 위의 점이므로 포물선의 방정식에 대입하면

$k^2=8\times8=64$

$\therefore k=8\ (\because k>0)$

또한, 선분 PQ는 x축과 평행하므로 점 P와 점 Q의 y좌표는 같아. 따라서 점 Q의 y좌표는 k야.

A 33 정답 13 *포물선의 초점과 준선 [정답률 85%]

정답 공식: 직선이 지나는 점이 포물선의 초점이므로, 포물선은 초점과 준선으로부터 거리가 같은 점들의 집합임을 이용한다.

좌표평면에서 점 $(2, 0)$을 지나고 기울기가 양수인 직선이 포물선 $y^2=8x$와 만나는 두 점을 각각 P, Q라 하자. 선분 PQ의 길이가 17일 때, 두 점 P, Q의 x좌표의 합을 구하시오. (3점)

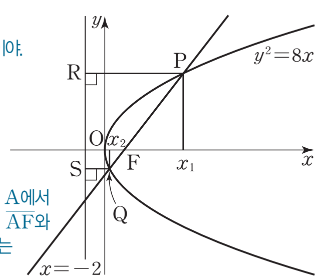
단서 포물선 $y^2=8x$의 초점과 점 $(2, 0)$ 사이의 관계를 파악하여 포물선의 정의를 이용해.

1st 포물선의 정의를 이용하여 두 점 P, Q의 x좌표의 합을 구하자.

포물선 $y^2=8x$의 초점을 F라 하면 점 F의 좌표는 $F(2, 0)$이다.

포물선 $y^2=4px$의 초점의 좌표는 $(p, 0)$이야.

그림과 같이 두 점 P, Q의 x좌표를 각각 x_1, x_2라 하고, 두 점 P, Q에서 준선 $x=-2$에 내린 수선의 발을 각각 R, S라 하자.



포물선 위의 임의의 점 A에서 초점 F에 이르는 거리 $\overline{AF}$와 점 A에서 준선에 이르는 거리는 항상 같아.

포물선의 정의에 의하여 $\overline{PR}=\overline{PF}$, $\overline{QS}=\overline{QF}$이므로

$\overline{PQ}=\overline{PF}+\overline{QF}=\overline{PR}+\overline{QS}$

$17=(x_1+2)+(x_2+2)$

$\therefore x_1+x_2=13$

점 R의 x좌표는 -2이고, 점 P의 x좌표는 x_1이므로 선분 PR의 길이는 x_1+2야. 그럼 선분 QS의 길이는 x_2+2겠지.

따라서 두 점 P, Q의 x좌표의 합은 13이다.

A 34 정답 ① *포물선의 정의 및 방정식 [정답률 89%]

정답 공식: 포물선 $x^2=4py$ (단, $p\neq0$)의 초점은 $F(0, p)$, 준선의 방정식은 $y=-p$이다.

포물선 $x^2=8y$의 초점과 준선 사이의 거리는? (3점)

단서 포물선 $x^2=4py$의 초점은 $(0, p)$, 준선은 $y=-p$임을 이용하면 금방 풀 수 있어.

① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

1st 포물선의 초점과 준선을 구하여 초점과 준선 사이의 거리를 구하자.

포물선 $x^2=8y=4\times2\times y$이므로 초점의 좌표는 $(0, 2)$이고 준선의 방정식은 $y=-2$이다.

따라서 초점과 준선 사이의 거리는 $2\times2=4$이다.

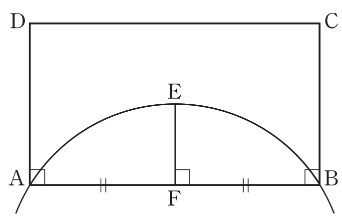
포물선의 정의에 의해 초점에서 꼭짓점 사이의 거리와 꼭짓점에서 준선 사이의 거리가 같음을 이용한 거야.

A 35 정답 ③ *포물선의 초점과 준선 [정답률 80%]

정답 공식: 선분 CD가 포물선의 준선의 일부이므로, 포물선의 정의를 이용해 $\overline{BC}$와 같은 길이를 찾는다.

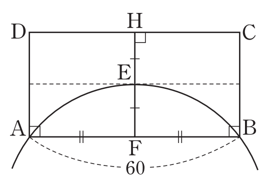
그림의 사각형 ABCD는 직사각형이고, 곡선 AEB는 $\overline{AB}$의 중점 F를 초점으로 하는 포물선의 일부분이다. $\overline{BC}=2\overline{EF}$이고 $\overline{AB}=60$일 때, $\overline{BC}$의 길이는? (3점)

단서 이 조건에 의하여 직선 CD는 포물선의 준선이 된다는 걸 알겠지!



① 20 ② 24 ③ 30 ④ 36 ⑤ 40

1st 포물선의 정의를 생각하면서 준선을 찾자.



그림과 같이 점 E에서 $\overline{DC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 F가 포물선의 초점이고 $\overline{EF}=\overline{EH}$이므로 $\overline{DC}$는 포물선의 준선이다.

실수 포물선 문제에서는 일단 초점과 준선부터 찾고 시작하는 게 좋아.

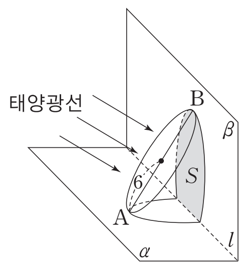
2nd 포물선 위의 임의의 점에서 초점까지의 거리와 준선까지의 거리가 같음을 이용해.

이때, 포물선의 정의에 의하여 $\overline{FB}=\overline{BC}$이고 $\overline{AB}=60$이므로

포물선 위의 한 점 P에서 초점까지의 거리와 준선까지의 거리는 같아.

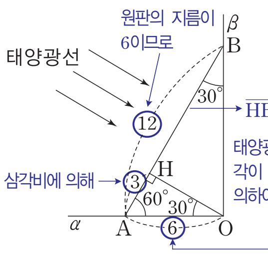
$\overline{BC}=\overline{FB}=\frac{1}{2}\overline{AB}=30$

1st 주어진 조건을 이용하여 문제의 그림을 평면 위의 그림으로 단순화시켜.

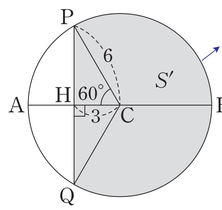


$\overline{AB}$는 원판의 지름이야.

반지름의 길이가 6인 원판이 평면 α, β와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 두 점 A, B에서 교선 l에 내린 수선의 발을 O라 하고, 점 O에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 H라 하면 주어진 상황의 단면을 다음 그림과 같이 나타낼 수 있다.



따라서 그림자 S 부분에 해당되는 영역 S'은 원판에서 다음과 같다.



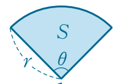
2nd 그림자 S 부분에 해당되는 영역 S'의 넓이를 구해.

$S'=6^2\pi-\{(\text{부채꼴 PAQC의 넓이})-(\text{삼각형 PQC의 넓이})\}$

$=36\pi-\left(\frac{1}{2}\times6^2\times\frac{2}{3}\pi-\frac{1}{2}\times6^2\times\sin\frac{2}{3}\pi\right)$

$=36\pi-(12\pi-9\sqrt{3})$

$=24\pi+9\sqrt{3}$



$S=\frac{1}{2}r^2\theta$
(단, θ는 라디안)

이때, $S=\dfrac{S'}{\cos 30^\circ}$이므로

태양광선을 수직으로 받는 면 위로의 그림자의 정사영은 S'이야. 즉, $S'=S\cos 30^\circ$야.

$S=\dfrac{24\pi+9\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=18+16\sqrt{3}\pi=a+b\sqrt{3}\pi$

따라서 $a=18$, $b=16$이므로 $a+b=34$이다.

수능 핵강

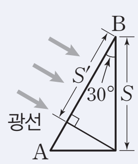
＊ 태양광선이 비스듬히 비출 때 주의할 점

그림자의 넓이 S가 주어졌지? 이를 바로 '정사영'이라고 생각하면 안돼. 왜냐하면 $\overline{AB}$를 포함하는 평면으로 자른 단면을 살펴보면 다음과 같으니까.

$S\cos 30^\circ=S'$이므로

$S=\dfrac{S'}{\cos 30^\circ}$이야.

즉, 그림자의 넓이의 정사영을 찾아야 해.



1등급 마스터 문제 [4점 + 2등급 대비 + 1등급 대비]

D 116 정답 12 ＊정사영의 넓이 [정답률 32%]

정답 공식: 삼각형 ABD의 평면 BCD 위로의 정사영의 넓이는 점 A의 평면 BCD 위로의 수선의 발을 H라 할 때 삼각형 HBD의 넓이와 같다.

공간에 점 O가 중심이고 반지름의 길이가 5인 구 S가 있다. 구 S 위의 서로 다른 네 점 A, B, C, D가

단서 1 구의 반지름의 길이가 5이므로 선분 BD는 구의 지름임을 알 수 있고 선분 BD의 중점은 구의 중심인 O야.

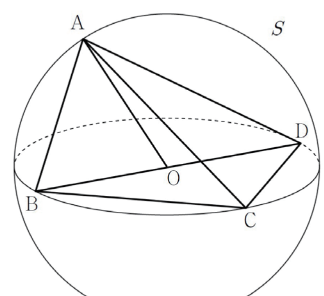
$\overline{BC}=\overline{CD}$, $\overline{BD}=10$, $\overline{AC}=\sqrt{74}$, $\overline{AB}<\overline{AD}$

단서 2 점 A에서 평면 BCD에 내린 수선의 발을 H라 할 때 $\overline{HB}<\overline{HD}$임을 알 수 있어.

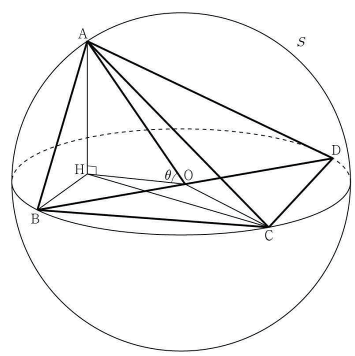
단서 3 점 A에서 평면 BCD에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 선분 OH의 길이를 구할 수 있어.

를 만족시킨다. 직선 OA와 평면 BCD가 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\cos\theta=\frac{3}{5}$이다. 삼각형 ABD의 평면 BCD 위로의 정사영의 넓이를 구하시오. (4점)

단서 4 점 A에서 평면 BCD에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 삼각형 HBD의 넓이를 구해.



1st 점 A에서 평면 BCD에 내린 수선의 발을 H라 하고 선분 CH의 길이를 구해.



점 A에서 평면 BCD에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\cos\theta=\dfrac{\overline{OH}}{\overline{OA}}=\dfrac{\overline{OH}}{5}=\dfrac{3}{5}$이므로 $\overline{OH}=3$

구의 반지름의 길이가 5이니 $\overline{OA}=5$야.

직각삼각형 AOH에 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{AH}^2=\overline{OA}^2-\overline{OH}^2=5^2-3^2=25-9=16$ $\quad\therefore \overline{AH}=4$

$\angle AHC=\frac{\pi}{2}$이므로 삼각형 ACH는 직각삼각형이다.

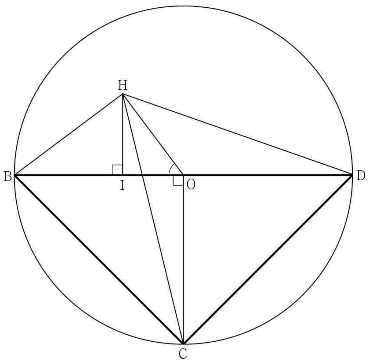
점 H가 점 A에서 평면 BCD에 내린 수선의 발이므로 선분 AH는 평면 BCD 위의 직선 CH와 수직이야.

따라서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{CH}^2=\overline{AC}^2-\overline{AH}^2=(\sqrt{74})^2-4^2=74-16=58$

$\therefore \overline{CH}=\sqrt{58}$

2nd 점 H에서 선분 BD에 내린 수선의 발을 I라 할 때 선분 HI의 길이를 구해.



$\angle HOC=\alpha$라 하면 삼각형 OHC에서 코사인법칙에 의하여

$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$, $\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$, $\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$

$\cos\alpha=\frac{3^2+5^2-(\sqrt{58})^2}{2\times3\times5}=-\frac{24}{30}=-\frac{4}{5}$

점 H에서 선분 BD에 내린 수선의 발을 I라 할 때

$\angle BOC=\frac{\pi}{2}$이므로 $\angle HOI=\alpha-\angle BOC=\alpha-\frac{\pi}{2}$이다.

삼각형 BCD는 문제 조건에 의해 $\overline{BC}=\overline{CD}$인 이등변삼각형이므로 꼭지각인 C와 $\overline{BD}$의 중점인 O를 이은 선분 CO는 선분 BD를 수직이등분해. 따라서 $\angle BOC=\frac{\pi}{2}$야.

$\sin(\angle HOI)=\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)=-\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=-\cos\alpha=\frac{4}{5}$이므로

$\sin(-x)=-\sin x$, $\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cos x$

$\overline{HI}=\overline{OH}\times\sin(\angle HOI)=3\times\frac{4}{5}=\frac{12}{5}$

3rd 삼각형 ABD의 평면 BCD 위로의 정사영의 넓이를 구해.

점 A에서 평면 BCD에 내린 수선의 발이 H이므로 삼각형 ABD의 평면 BCD 위로의 정사영은 삼각형 HBD이다.

삼각형 HBD의 넓이는 $\frac{1}{2}\times\overline{BD}\times\overline{HI}=\frac{1}{2}\times10\times\frac{12}{5}=12$이므로

삼각형 ABD의 평면 BCD 위로의 정사영의 넓이는 12이다.

D 117 정답 32 *직선과 평면의 위치 관계 [정답률 35%]

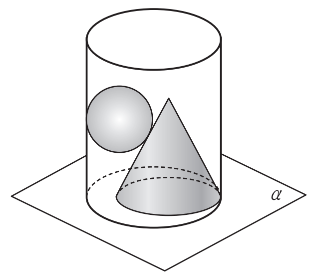
정답 공식: (나) 조건을 이용해 평면 α와 수직이면서 원뿔의 꼭짓점 A를 지나는 평면으로 원기둥을 자른 단면을 그린다. (가) 조건과 도형의 닮음을 이용해 $\tan\theta$의 값을 구한다.

그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 7인 원기둥과 밑면의 반지름의 길이가 5이고 높이가 12인 원뿔이 평면 α 위에 놓여 있고, 원뿔의 밑면의 둘레가 원기둥의 밑면의 둘레에 내접한다. 평면 α와 만나는 원기둥의 밑면의 중심을 O, 원뿔의 꼭짓점을 A라 하자. 중심이 B이고 반지름의 길이가 4인 구 S가 다음 조건을 만족시킨다.

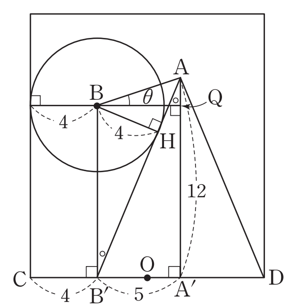
(가) 구 S는 원기둥과 원뿔에 모두 접한다.
(나) 두 점 A, B의 평면 α 위로의 정사영이 각각 A′, B′일 때, $\angle A'OB'=180°$이다.

단서 세 점 A, B, O를 지나는 평면에 의한 원기둥, 구, 원뿔의 단면을 그린 후 θ를 표시해 봐.

직선 AB와 평면 α가 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\tan\theta=p$이다. $100p$의 값을 구하시오. (단, 원뿔의 밑면의 중심과 점 A′은 일치한다.) (4점)



1st 주어진 입체도형의 단면을 그려 문제의 조건을 단순하게 만들어 보자.



두 점 A, B에서 평면 α 위로의 정사영이 각각 A′, B′이므로

그림과 같이 두 점 A, B에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발이 각각 A′, B′이다.

$\angle A'OB'=180°$이기 때문에 한 평면 위에 모두 나타낼 수 있어.

즉, 점 B에서 $\overline{AA'}$에 내린 수선의 발을 Q라 하면

$\overline{AB}$와 $\overline{CD}$가 이루는 각의 크기 θ는 $\overline{AB}$와 $\overline{BQ}$가 이루는 각의 크기와 같다.

이때, $\overline{BQ}/\!/\overline{B'A'}$이므로 $\angle BB'A=\angle B'AA'$ → 엇각의 크기로 같아.

원과 이등변삼각형 AB′D의 접점을 H라 하면 $\overline{BH}\perp\overline{AB'}$

2nd 두 삼각형 BB′H, B′AA′이 닮음임을 이용하여 $\overline{BB'}$의 길이를 구하자.

이때, $\overline{BH}$는 원의 반지름이므로 $\overline{BH}=4$이고, $\overline{AB'}$은 직각삼각형 B′AA′의 빗변이므로

$\overline{AB'}=\sqrt{12^2+5^2}=13$

실수 원과 접선이 나오면 원의 중심과 접점을 잇는 보조선은 일단 긋는 게 좋아.

$\triangle BB'H\backsim\triangle B'AA'$(AA 닮음)이므로

1회 기하 실전 기출 모의고사

문제편 p. 184

1회 01 정답 ③ *선분의 내분점 [정답률 94%]

정답 공식: 두 점 $A(x_1, y_1, z_1)$, $B(x_2, y_2, z_2)$를 $m : n$으로 내분하는 점의 좌표는 $\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n}, \frac{my_2+ny_1}{m+n}, \frac{mz_2+nz_1}{m+n}\right)$이다.

좌표공간에서 두 점 $A(2, 3, -1)$, $B(-1, 3, 2)$에 대하여 선분 AB를 $1:2$로 내분하는 점의 좌표를 (a, b, c)라 할 때, $a+b+c$의 값은? (2점) 단서 좌표공간에서 선분의 내분점을 구하는 공식을 생각해

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

1st 선분 AB를 $1:2$로 내분하는 점의 좌표를 구해.

두 점 $A(2, 3, -1)$, $B(-1, 3, 2)$에 대하여 선분 AB를 $1:2$로 내분하는 점의 좌표가 (a, b, c)이므로

두 점 $A(x_1, y_1, z_1)$, $B(x_2, y_2, z_2)$에 대하여 AB를 $1:2$로 내분하는 점의 좌표는 $\left(\frac{x_2+2x_1}{1+2}, \frac{y_2+2y_1}{1+2}, \frac{z_2+2z_1}{1+2}\right)$

$$a=\frac{1\times(-1)+2\times2}{1+2}=\frac{3}{3}=1$$

$$b=\frac{1\times3+2\times3}{1+2}=\frac{9}{3}=3$$

$$c=\frac{1\times2+2\times(-1)}{1+2}=\frac{0}{3}=0$$

$\therefore a+b+c=1+3+0=4$

1회 02 정답 ② *포물선의 평행이동 [정답률 85%]

정답 공식: 포물선 $y^2=4px$를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 포물선의 방정식은 $(y-n)^2=4p(x-m)$이다.

단서 주어진 포물선은 꼭짓점이 원점이 어떤 포물선을 평행이동한 것으로 생각해.

꼭짓점이 점 $(-1, 0)$이고 준선이 직선 $x=-3$인 포물선의 방정식이 $y^2=ax+b$일 때, 두 상수 a, b의 합 $a+b$의 값은? (3점)

① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

1st 주어진 포물선을 꼭짓점이 원점이 되도록 평행이동시키자.

점 (a, b)를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동시킨 점의 좌표는 $(a+m, b+n)$이야.

주어진 포물선의 꼭짓점이 점 $(-1, 0)$이므로 이 점을 원점으로 평행이동시키려면 x축의 방향으로 1만큼 평행이동시켜야 한다. 즉, 주어진 포물선을 x축의 방향으로 1만큼 평행이동시키면 꼭짓점은 $(0, 0)$이고 준선은 직선 $x=-2$이다.

포물선을 평행이동시키면 준선과 초점도 같이 평행이동시켜야 해. 즉, 꼭짓점을 x축의 방향으로 1만큼 평행이동시켰으니까 준선도 x축의 방향으로 1만큼 평행이동시켜야 해. 따라서 준선의 방정식은 $x=-3$에서 $x-1=-3$ $\therefore x=-2$

따라서 평행이동시킨 포물선의 방정식은 $y^2=4\times2\times x=8x$이다.

2nd 주어진 포물선의 방정식을 구하자.

초점이 $(p, 0)$이고 준선이 $x=-p$인 포물선의 방정식은 $y^2=4px$야.

다시 원래의 포물선의 방정식을 구하기 위해 포물선 $y^2=8x$를 x축의 방향으로 -1만큼 평행이동시키면 구하는 포물선의 방정식은 $y^2=8(x+1)=8x+8$이므로 $a=8$, $b=8$이다.

$\therefore a+b=8+8=16$

1회 03 정답 ④ *타원 밖의 점에서 그은 접선 [정답률 71%]

정답 공식: 조건에 맞게 그림을 그려 점 Q가 나타내는 도형을 구한다. 타원 바깥의 점에서 타원에 그은 두 접선의 기울기를 찾고 점 Q가 나타내는 도형의 길이를 구한다.

좌표평면에서 점 $A(0, 4)$와 타원 $\frac{x^2}{5}+y^2=1$ 위의 점 P에 대하여 두 점 A와 P를 지나는 직선이 원 $x^2+(y-3)^2=1$과 만나는 두 점 중에서 A가 아닌 점을 Q라 하자. 점 P가 타원 위의 모든 점을 지날 때, 점 Q가 나타내는 도형의 길이는? (3점)

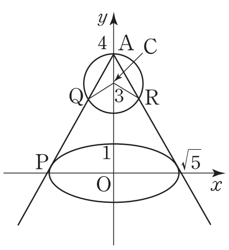
단서 2 점 Q의 위치가 점 P에 따라서 정해져.

단서 1 기울기를 m이라 하면 점 $A(0, 4)$를 지나는 직선의 방정식은 $y=mx+4$야.

① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{3}$ ④ $\frac{2}{3}\pi$ ⑤ $\frac{3}{4}\pi$

1st 조건에 맞게 그림을 그려 점 Q가 그리는 도형을 추론해 보자.

주어진 조건에 맞게 그림을 그리면 그림과 같이 점 Q가 나타내는 도형은 호 QR이다.



실수 그림 없이 주어진 문제는 조건에 맞게 그림을 정확히 그려보면 비교적 쉽게 풀려. 이 문제도 점 P를 임의로 몇 개를 잡아보면 점 Q가 그리는 도형이 호라는 것을 금방 알 수 있고, 반지름의 길이가 주어졌으니까 중심각의 크기를 구해야겠다는 생각을 할 수 있지.

2nd 타원 위의 점을 지나는 직선의 기울기를 m으로 놓고 접선의 성질을 이용해.

점 $A(0, 4)$를 지나고 타원 $\frac{x^2}{5}+y^2=1$에 접하는 직선의 기울기를 m이라 하면 이 접선의 방정식은 $y=mx\pm\sqrt{5m^2+1}$ ⋯ ㉠

타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$에 접하고 기울기가 m인 접선의 방정식은 $y=mx\pm\sqrt{a^2m^2+b^2}$

접선 ㉠이 점 A를 지나므로 ㉠에 $x=0$, $y=4$를 대입하면

$4=\pm\sqrt{5m^2+1}$

양변을 제곱하여 정리하면

$16=5m^2+1$, $m^2=3$

$\therefore m=\pm\sqrt{3}$

3rd 직선 AP가 x축과 이루는 각의 크기를 구한 후 원주각과 중심각의 관계를 이용해.

직선 AP가 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ라 하면

직선 AP의 기울기와 $\tan\theta$가 같지?

$m=\tan\theta=\sqrt{3}$에서 $\theta=\frac{\pi}{3}$ $\left(\because 0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$ $\therefore \angle QAO=\frac{\pi}{6}$

이때, $\angle QAR=\frac{\pi}{3}$이고, 이는 $\overset{\frown}{QR}$의 원주각이므로 $\angle QCR=\frac{2}{3}\pi$이다.

중심각의 크기는 원주각의 크기의 2배야.

$\therefore \overset{\frown}{QR}=1\times\frac{2}{3}\pi=\frac{2}{3}\pi$

반지름의 길이가 r인 원의 호의 길이 $l=r\theta$야.

다른 풀이: 이차방정식의 판별식 이용하기

기울기가 m이고 점 $A(0, 4)$를 지나는 직선의 방정식은

$y=mx+4$ ⋯ ㉠

기울기가 m이고 점 (a, b)를 지나는 직선의 방정식은 $y=m(x-a)+b$야.

직선과 타원이 접하므로 ㉠을 타원의 방정식 $\frac{x^2}{5}+y^2=1$에 대입하면

$\frac{x^2}{5}+(mx+4)^2=1$에서 $(5m^2+1)x^2+40mx+75=0$ ⋯ ㉡

직선과 타원이 접하므로 x에 대한 이차방정식 ㉡의 판별식을 D라 하면

직선과 타원이 접하면 직선과 타원에서 얻은 이차방정식은 중근을 갖지.

$\frac{D}{4}=400m^2-75(5m^2+1)=0$, $m^2=3$ $\therefore m=\pm\sqrt{3}$

(이하 동일)

1회 04 정답 ③ ＊타원과 선분의 길이 [정답률 87%]

정답 공식: 삼각형 ABF의 둘레의 길이와 타원의 정의를 이용하여 초점의 좌표를 찾는다.

단서1 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)(c>0)$을 초점으로 하고 점 $A(0, 1)$을 지나는 타원의 방정식은 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{1}=1$로 둘 수 있지.

좌표평면 위에 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)(c>0)$을 초점으로 하고 점 $A(0, 1)$을 지나는 타원 C가 있다. 두 점 A, F'을 지나는 직선이 타원 C와 만나는 점 중 점 A가 아닌 점을 B라 하자. 삼각형 ABF의 둘레의 길이가 16일 때, 선분 FF'의 길이는? (3점)

단서2 타원 위의 두 점 A, B와 초점 F를 꼭짓점으로 하는 삼각형에서 타원의 정의를 이용해야 해.

① 6 ② $4\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{15}$
④ $6\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{21}$

1st 타원의 장축의 길이를 구해.

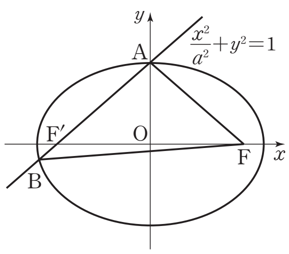
타원 C의 방정식을 $\frac{x^2}{a^2}+y^2=1$이라 하면 타원의 정의에 의하여

타원 C의 방정식을 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$이라 하면
타원 C가 점 $A(0, 1)$을 지나므로 $\frac{1}{b^2}=1$에서 $b^2=1$
$\therefore b=1(\because b>0)$

두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$인 타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 위의 임의의 점 $P(x, y)$에 대하여 항상 $\overline{PF}+\overline{PF'}=2a$가 성립해.

$\overline{AF}+\overline{AF'}=\overline{BF}+\overline{BF'}=2a$ ⋯ ㉠

타원 위의 한 점에서 두 초점까지의 거리의 합이 장축의 길이와 같아.



2nd 삼각형 ABF의 둘레의 길이가 16임을 이용하여 선분 FF'의 길이를 구해.

이때, 삼각형 ABF의 둘레의 길이는 16이므로 ㉠에 의하여

$$\overline{AB}+\overline{BF}+\overline{AF}=(\overline{AF'}+\overline{BF'})+\overline{BF}+\overline{AF}$$
$$=(\overline{AF}+\overline{AF'})+(\overline{BF}+\overline{BF'})$$
$$=2\times 2a=4a=16$$

$\therefore a=4$

즉, 타원 C의 방정식은 $\frac{x^2}{4^2}+y^2=1$이므로

$c^2=4^2-1=16-1=15$ $\therefore c=\sqrt{15}\ (\because c>0)$

$\therefore \overline{FF'}=c-(-c)=2c=2\sqrt{15}$

두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$인 타원의 방정식이 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$일 때, $c^2=a^2-b^2$이야.

쉬운 풀이: 피타고라스 정리와 타원의 정의 이용하기

위의 풀이의 그림과 같이 타원 C와 두 초점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$, 점 $A(0, 1)$을 좌표평면 위에 나타내자.

직각삼각형 AOF에서 $\overline{AO}=1$이고, $\overline{FO}=c$이므로 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AF}^2=\overline{AO}^2+\overline{FO}^2$

$\overline{AF}=\sqrt{c^2+1}$

삼각형 AF'F는 이등변삼각형이므로 $\overline{AF'}=\overline{AF}=\sqrt{c^2+1}$

이때, 삼각형 ABF의 둘레의 길이가 16이고,

$\overline{AF}+\overline{AF'}=\overline{BF}+\overline{BF'}=$(장축의 길이)이므로

$\overline{AF}+\overline{AF'}=8$, $2\overline{AF}=8$ $\therefore \overline{AF}=4$

즉, $\sqrt{c^2+1}=4$에서 $c^2=15$

(이하 동일)

1회 05 정답 ② ＊포물선의 초점과 준선 [정답률 71%]

정답 공식: 두 점 P, Q의 좌표를 p로 나타내고, 삼각형의 닮음을 이용해 주어진 식의 값을 구한다.

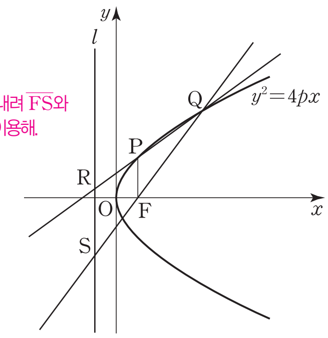
좌표평면에서 포물선 $y^2=4px(p>0)$의 초점을 F, 준선을 l이라 하자.

점 F를 지나고 x축에 수직인 직선과 포물선이 만나는 점 중 제1사분면에 있는 점을 P라 하자.

또, 제1사분면에 있는 포물선 위의 점 Q에 대하여 두 직선 QP, QF가 준선 l과 만나는 점을 각각 R, S라 하자.

$\overline{PF}:\overline{QF}=2:5$일 때, $\frac{\overline{QF}}{\overline{FS}}$의 값은? (3점)

단서 두 점 P, Q에서 준선에 수선의 발을 내려 $\overline{FS}$와 $\overline{QF}$가 있는 삼각형을 찾아 닮음비를 이용해.

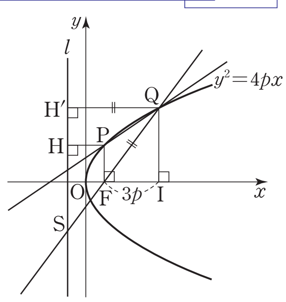


① $\frac{5}{3}$ ② $\frac{3}{2}$
③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{4}$
⑤ $\frac{6}{5}$

1st 포물선의 정의를 이용하여 선분의 길이를 p로 나타내.

포물선 $y^2=4px\ (p>0)$의 초점 F의 좌표는 $(p, 0)$이고 점 P는 제1사분면 위의 점이므로 점 P의 좌표는 $(p, 2p)$이다.

점 P의 x좌표는 p이므로 y좌표는 $y^2=4p^2$에서 $y=2p\ (\because y>0)$야. $\therefore P(p, 2p)$



점 P에서 준선 l에 내린 수선의 발을 H, 점 Q에서 준선 l에 내린 수선의 발을 H'이라 하자.

포물선의 정의에 의하여 $\overline{PF}=\overline{PH}=2p$

포물선 위의 임의의 점에서 초점과 준선에 이르는 거리는 같아.

$\overline{QF}=\overline{QH'}=\frac{5}{2}\overline{PF}=5p\ (\because \overline{PF}:\overline{QF}=2:5)$

2nd 닮은 삼각형을 찾아 닮음비를 이용해.

준선 l과 x축의 교점을 H'', 점 Q에서 x축에 내린 수선의 발을 I라 하면

$\overline{FH''}=2p$ ($\overline{PH}$와 같겠지.)

$\overline{FI}=\overline{QH'}-\overline{FH''}=5p-2p=3p$

이때, $\triangle QFI \backsim \triangle SFH''$ (AA 닮음)이므로

$\angle H''FS=\angle QFI$(맞꼭지각)
$\angle FH''S=\angle QIF=90°$

$\overline{QF}:\overline{FS}=\overline{FI}:\overline{FH''}$, $3p:2p=3:2$

$2\overline{QF}=3\overline{FS}$

$\therefore \frac{\overline{QF}}{\overline{FS}}=\frac{3}{2}$