

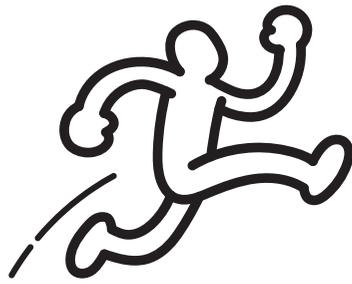


수
력



충
전

수학 실력 100% 충전



미적분 I



구성과 특징

수력충전을 공부하면 ...

- 수학의 원리를 스스로 터득하여 자신감을 회복할 수 있습니다.
- 수학의 흥미를 잃은 학생에게 문제를 푸는 재미를 느끼게 합니다.
- 개념과 수능 수학 실력을 위한 연산 능력을 동시에 정복할 수 있습니다.

1 대단원 개념 - 한 눈에 보기

단원 전체 중요 개념의 A to Z를 연결하여 한 눈에 볼 수 있도록 정리하였습니다.



$\frac{0}{0}$ 꼴

- ① 분자와 분모가 다항식인 경우 : 분모와 분자를 인수분해한 다음 공통인수를 약분한다.
- ② 분자나 분모에 $\sqrt{\quad}$ 가 있는 경우 : $\sqrt{\quad}$ 가 있는 쪽을 유리화한 다음 분모, 분자의 공통인수를 약분한다.

$\frac{\infty}{\infty}$ 꼴

분모의 최고차항으로 분모, 분자를 각각 나누어 극한값을 구한다.

두 다항식 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ 의 값은

- (1) (분자의 차수) < (분모의 차수) : $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$
- (2) (분자의 차수) = (분모의 차수) :

함수의 연속

함수 $f(x)$ 와 실수 a 에 대하여
 (i) 함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 정의
 (ii) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 가 존재하며
 (iii) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$
 일 때, 함수 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 **연속**이다.
 즉, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ 이면 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 연속이다.
 함수의 불연속 : 위 세 조건 중 어
 않으면 함수 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 불연속이다.

연속함수

함수 $f(x)$ 가 어떤 구간에서 연속일 때, $f(x)$ 를 그 구간에서 연속 함수라 한다.

연속함수의 성질

2 개념 정리

반드시 알아야 하는 기본적인 수학 개념과 원리가 쉽게 설명되어 있습니다. 실제 연산 문제에 유용하게 적용하는 수학적 내용들을 첨삭으로 자세히 설명하였습니다.

예) 개념의 이해를 돕기 위한 적절한 예를 제시

주의) 틀리기 쉬운 개념 짚어주기

참고) 개념을 보충 설명하기

06 극한값이 존재할 조건



★ 극한값 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 가 존재할 조건

함수 $f(x)$ 에 대하여 극한값 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ 로 존재하면 $x=a$ 에서 함수 $f(x)$ 의 우극한과 좌극한이 모두 존재하여 그 값이 L 로 서로 같으면 극한값 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 가 존재한다.
 ② ①, ②를 만족해야 극한값이 존재해.

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \iff \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L$$

주의) 극한값 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 가 존재하지 않는 경우

• 우극한 $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ 의 값 또는 좌극한 $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ 의 값이 L 와 다를 때

3 개념 이해 + 기초 유형 연산

유형별로 나누어 가장 기본적인 연산 문제를 반복적으로 풀 수 있어 개념을 확실하게 이해할 수 있도록 하였습니다.

- **빈칸 채우기:** 풀이 과정에 있는 빈칸 채우기를 통해 문제해결의 기본 원리를 터득할 수 있습니다.

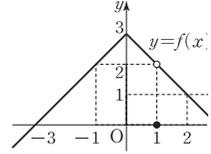
유형 01 그래프가 $x \rightarrow a$

[01-06] 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 극한값을 구하여라.

01 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

☞ 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 $x \rightarrow 0$ 에 한없이 가

[01-06] 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 극한값을 구하여라.



01 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

☞ 함수 $y=f(x)$ 의 그래프에서 x 의 값이 0이 아닌 0에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값이 에 한 가까워지므로 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \text{$

4 개념 체크

각 유형별 학습의 마지막에 개념을 다시 한번 체크할 수 있는 코너입니다. 개념을 확실하게 오래도록 기억할 수 있게 해줍니다.

개념 체크

14 다음 빈칸에 알맞은 것을 써넣어라.

- (1) 함수 $f(x)$ 에서 x 의 값이 한없이 커질 때, $f(x)$ 의 값이 일정한 값 L 에 한없이 가까워지면 함수 $f(x)$ 는 L 에 []한다고 하고 $x \rightarrow \infty$ 일 때, [] 또는 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = [\text{}]$ 과 같이 나타낸다.
- (2) x 의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커질 때, $f(x)$ 의 값이 일정한 값 M 에 한없이 가까워지면

5 단원 마무리 평가

공부한 단원 개념을 학교 시험에서 출제되는 기본 문제로 풀어보도록 구성했습니다. 따라서 배웠던 개념과 원리를 여러 개념의 흐름 속에서 하나로 연결하는 능력을 향상시킬 수 있습니다.



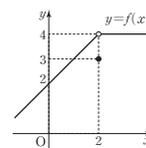
학교 시험 기본 문제 **단원 마무리 평가**

이 $x \rightarrow a$ 일 때 함수의 수 15 함수

01

함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 의 값은?

- ① 2 ② 3
③ 4 ④ 5
⑤ 6



05

다음 <보기> 중 극한값이 고른 것은?

- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{2}{x} - 1)$
ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{|x - 2|}$
ㄷ. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 5x + 6}{x + 3}$



차례

I 함수의 극한과 연속

1. 함수의 극한

01 $x \rightarrow a$ 일 때 함수의 수렴	10
02 $x \rightarrow \infty, x \rightarrow -\infty$ 일 때 함수의 수렴	13
03 $x \rightarrow a$ 일 때 함수의 발산	15
04 $x \rightarrow \infty, x \rightarrow -\infty$ 일 때 함수의 발산	17
05 우극한과 좌극한	19
06 극한값이 존재할 조건	22
07 함수의 극한에 대한 성질	24
08 $\frac{0}{0}$ 꼴의 함수의 극한	26
09 $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴의 함수의 극한	27
10 $\infty - \infty$ 꼴의 함수의 극한	29
11 $\infty \times 0$ 꼴의 함수의 극한	30
12 미정계수의 결정	32
13 다항함수의 결정	35
14 함수의 극한의 대소 관계	37
15 함수의 극한의 활용	39
* 단원 마무리 평가	41

2. 함수의 연속

16 $x=a$ 에서 함수의 연속과 불연속	46
17 한 점에서 연속인 함수의 미정계수의 결정	49
18 구간	50
19 연속함수	52
20 연속함수의 성질	55
21 최대·최소 정리	57
22 사잇값 정리	60
* 단원 마무리 평가	63

II 다항함수의 미분법

1. 미분계수와 도함수

01 평균변화율	72
02 미분계수	74
03 미분계수를 이용한 극한값의 계산	75
04 미분계수의 기하적 의미	80
05 미분가능성과 연속성	82
06 도함수	85
07 미분법 공식 - 함수 $y=x^n$ 과 상수함수의 도함수	87
08 미분법 공식 - 함수의 실수배, 합의 미분법	88
09 미분법 공식 - 함수의 곱의 미분법	90
10 미분계수와 도함수의 활용	93
11 미분계수를 이용하여 미정계수 구하기	95
12 도함수를 포함한 관계식에서의 함수의 추론	96
13 나머지정리와 도함수	98
* 단원 마무리 평가	99

2. 접선의 방정식과 평균값 정리

14 접선의 기울기	104
15 접선의 방정식-점점의 좌표가 주어질 때	106
16 접선에 수직인 직선의 방정식	107
17 접선의 방정식-접선의 기울기가 주어질 때	108
18 접선의 방정식-곡선 밖의 한 점에서 그은 접선	110
19 접선의 방정식의 활용	112
20 롤의 정리	115
21 평균값 정리	117
* 단원 마무리 평가	119

Ⅲ 다항함수의 적분법

3. 함수의 극대, 극소와 그래프

22	함수의 증가와 감소	124
23	함수의 증가와 감소 판정	125
24	함수의 극대와 극소	129
25	미분가능한 함수의 극값의 판정	131
26	삼차함수의 그래프의 개형	135
27	사차함수의 그래프의 개형	137
28	다항함수의 그래프의 개형	139
29	삼차함수가 극값을 가질 조건	142
30	사차함수가 극값을 가질 조건	144
31	함수의 최댓값과 최솟값	145
32	최대·최소의 활용	147
	* 단원 마무리 평가	151

4. 도함수의 활용

33	방정식의 실근과 함수의 그래프	156
34	삼차방정식의 근의 판별	160
35	부등식에의 활용	164
36	속도와 가속도	166
37	시각에 대한 길이, 넓이, 부피의 변화율	170
	* 단원 마무리 평가	172

1. 부정적분

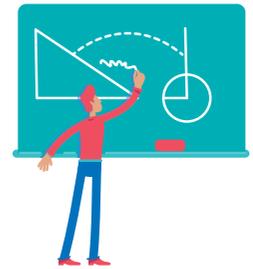
01	부정적분	180
02	부정적분과 미분의 관계	182
03	함수 $y=x^n$ 과 상수함수의 부정적분	184
04	함수의 실수배, 합, 차의 부정적분	185
05	부정적분과 도함수	187
06	도함수의 정의를 이용한 부정적분	190
07	함수와 부정적분의 관계식이 주어질 때	192
	* 단원 마무리 평가	193

2. 정적분

08	정적분의 정의	198
09	$a > b$ 일 때, 정적분 $\int_a^b f(x)dx$ 의 정의	200
10	정적분과 미분의 관계	202
11	부정적분과 정적분의 관계	204
12	정적분의 성질	207
13	구간에 따라 다르게 정의된 함수의 정적분	210
14	정적분 $\int_{-a}^b x^n dx$ 의 계산	213
15	주기함수의 정적분	215
16	정적분으로 정의된 함수의 미분	217
17	정적분을 포함한 등식 — 적분 구간이 상수인 경우	219
18	정적분을 포함한 등식 — 적분 구간에 변수 x 가 있는 경우	221
19	정적분으로 정의된 함수의 극대·극소	224
20	정적분으로 정의된 함수의 극한	227
	* 단원 마무리 평가	229

3. 정적분의 활용

21	곡선과 x 축 사이의 넓이	234
22	두 곡선 사이의 넓이	237
23	포물선과 넓이	241
24	두 도형의 넓이가 같을 조건	243
25	두 곡선 사이의 넓이의 활용	245
26	역함수의 그래프와 넓이	247
27	속도와 거리	249
	* 단원 마무리 평가	252





수력충전 학습계획표

Day	학습 내용	페이지	틀린 문제 / 헛갈리는 문제 번호 적기	학습 날짜	복습 날짜
01	I 함수의 극한과 연속 01~04	10-18		월 일	월 일
02	05-07	19-25		월 일	월 일
03	08-11	26-31		월 일	월 일
04	12-15	32-40		월 일	월 일
05	단원 마무리 평가	41-45		월 일	월 일
06	16~18	46-51		월 일	월 일
07	19-20	52-56		월 일	월 일
08	21~22	57-62		월 일	월 일
09	단원 마무리 평가	63-67		월 일	월 일
10	II 다항함수의 미분법 01~03	72-79		월 일	월 일
11	04~06	80-86		월 일	월 일
12	07~09	87-92		월 일	월 일
13	10~13	93-98		월 일	월 일
14	단원 마무리 평가	99-103		월 일	월 일
15	14~17	104-109		월 일	월 일
16	18~19	110-114		월 일	월 일
17	20~21	115-118		월 일	월 일
18	단원 마무리 평가	119-123		월 일	월 일
19	22~23	124-128		월 일	월 일
20	24~25	129-134		월 일	월 일
21	26~28	135-141		월 일	월 일
22	29~31	142-146		월 일	월 일
23	32	147-150		월 일	월 일
24	단원 마무리 평가	151-155		월 일	월 일
25	33	156-159		월 일	월 일
26	34~35	160-165		월 일	월 일
27	36~37	166-171		월 일	월 일
28	단원 마무리 평가	172-176		월 일	월 일
29	III 다항함수의 적분법 01~04	180-186		월 일	월 일
30	05~07	187-192		월 일	월 일
31	단원 마무리 평가	193-197		월 일	월 일
32	08~10	198-203		월 일	월 일
33	11~12	204-209		월 일	월 일
34	13~15	210-216		월 일	월 일
35	16~18	217-223		월 일	월 일
36	19~20	224-228		월 일	월 일
37	단원 마무리 평가	229-233		월 일	월 일
38	21~22	234-240		월 일	월 일
39	23~25	241-246		월 일	월 일
40	26~27	247-251		월 일	월 일
41	단원 마무리 평가	252-256		월 일	월 일

함수의 극한과 연속

1 함수의 극한

- 01 $x \rightarrow a$ 일 때 함수의 수렴
- 02 $x \rightarrow \infty, x \rightarrow -\infty$ 일 때 함수의 수렴
- 03 $x \rightarrow a$ 일 때 함수의 발산
- ★04 $x \rightarrow \infty, x \rightarrow -\infty$ 일 때 함수의 발산
- 05 우극한과 좌극한
- 06 극한값이 존재할 조건
- ✓07 함수의 극한에 대한 성질
- ★08 $\frac{0}{0}$ 꼴의 함수의 극한
- ✓09 $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴의 함수의 극한
- 10 $\infty - \infty$ 꼴의 함수의 극한
- 11 $\infty \times 0$ 꼴의 함수의 극한
- ★12 미정계수의 결정
- 13 다항함수의 결정
- 14 함수의 극한의 대소 관계
- ★15 함수의 극한의 활용

2 함수의 연속

- ★16 $x=a$ 에서 함수의 연속과 불연속
- 17 한 점에서 연속인 함수의 미정계수의 결정
- 18 구간
- 19 연속함수
- 20 연속함수의 성질
- ✓21 최대·최소 정리
- ★22 사잇값 정리



I

함수의 극한과 연속

1 함수의 극한

함수의 수렴

- $x \rightarrow a$ 일 때, 함수 $f(x)$ 가 L 에 수렴
 $x \rightarrow a$ 일 때, $f(x) \rightarrow L$ 또는 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$
 이때, L 을 $x \rightarrow a$ 일 때의 함수 $f(x)$ 의 극한값 또는 극한이라 한다.
- $x \rightarrow \infty$ 일 때, 함수 $f(x)$ 가 L 에 수렴
 x 의 값이 한없이 커지는 것
 $x \rightarrow \infty$ 일 때, $f(x) \rightarrow L$ 또는 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L$
- $x \rightarrow -\infty$ 일 때, 함수 $f(x)$ 가 M 에 수렴
 x 의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커지는 것
 $x \rightarrow -\infty$ 일 때, $f(x) \rightarrow M$ 또는 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = M$

함수의 발산

- $x \rightarrow a$ 일 때, 함수 $f(x)$ 가 양의 무한대로 발산
 $x \rightarrow a$ 일 때, $f(x) \rightarrow \infty$ 또는 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$
- $x \rightarrow a$ 일 때, 함수 $f(x)$ 가 음의 무한대로 발산
 $x \rightarrow a$ 일 때, $f(x) \rightarrow -\infty$ 또는 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$
- $x \rightarrow \infty$ 일 때, 함수 $f(x)$ 가 양의 무한대나 음의 무한대로 발산
 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$
- $x \rightarrow -\infty$ 일 때, 함수 $f(x)$ 가 양의 무한대나 음의 무한대로 발산
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

우극한과 좌극한

- 우극한
 x 가 a 보다 크면서 a 에 한없이 가까워질 때,
 $f(x)$ 의 값이 일정한 값 L 에 한없이 가까워지면
 L 을 $x=a$ 에서 함수 $f(x)$ 의 우극한이라 하고,
 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.
 $x \rightarrow a+$ 일 때, $f(x) \rightarrow L$ 또는
 $\lim_{x \rightarrow a+} f(x) = L$
- 좌극한
 x 가 a 보다 작으면서 a 에 한없이 가까워질 때,
 $f(x)$ 의 값이 일정한 값 M 에 한없이 가까워지면
 M 을 $x=a$ 에서 함수 $f(x)$ 의 좌극한이라 하고,
 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.
 $x \rightarrow a-$ 일 때, $f(x) \rightarrow M$ 또는
 $\lim_{x \rightarrow a-} f(x) = M$

극한값이 존재할 조건

- $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ 이면 $x=a$ 에서 $f(x)$ 의 우극한과 좌극한이 모두 존재하고 그 값은 L 로 모두 같다.
- $x=a$ 에서 함수 $f(x)$ 의 우극한과 좌극한이 모두 존재하고 그 값이 L 로 서로 같으면 극한값 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 가 존재한다.

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \iff \lim_{x \rightarrow a+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a-} f(x) = L$$

함수의 극한에 대한 성질

- $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \alpha, \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \beta$ (α, β 는 실수)일 때
- (1) $\lim_{x \rightarrow a} kf(x) = k \lim_{x \rightarrow a} f(x) = k\alpha$ (단, k 는 상수)
 - (2) $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) + g(x)\} = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \alpha + \beta$
 - (3) $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) - g(x)\} = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \alpha - \beta$
 - (4) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \times \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \alpha\beta$
 - (5) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} = \frac{\alpha}{\beta}$ (단, $\beta \neq 0$)

주의 극한에 대한 성질은 각각의 함수의 극한값이 존재할 때만 성립한다.

2 함수의 연속

$\frac{0}{0}$ 꼴

- ① 분모와 분자가 다항식인 경우 : 분모와 분자를 인수분해한 다음 공통인수를 약분한다.
- ② 분모나 분자에 $\sqrt{\quad}$ 가 있는 경우 : $\sqrt{\quad}$ 가 있는 쪽을 유리화한 다음 분모, 분자의 공통인수를 약분한다.

$\frac{\infty}{\infty}$ 꼴

분모의 최고차항으로 분모, 분자를 각각 나누어 극한값을 구한다.

두 다항식 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ 의 값은

(1) (분자의 차수) < (분모의 차수) : $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$

(2) (분자의 차수) = (분모의 차수) :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{(f(x) \text{의 최고차항의 계수})}{(g(x) \text{의 최고차항의 계수})}$$

(3) (분자의 차수) > (분모의 차수) :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \infty \text{ (발산)} \text{ 또는 } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = -\infty \text{ (발산)}$$

$\infty - \infty$ 꼴

- ① 다항식인 경우 : 최고차항으로 묶는다.
- ② $\sqrt{\quad}$ 가 있는 경우 : 분모를 1로 보고 분자를 유리화한다.

$\infty \times 0$ 꼴

통분 또는 유리화하여 $\frac{0}{0}$ 꼴, $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴 등으로 만들어 극한값을 구한다.

함수의 극한의 활용

두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \alpha$ (α 는 상수)일 때,

- ① $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$
- ② $\alpha \neq 0$ 이고 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$

함수의 연속

함수 $f(x)$ 와 실수 a 에 대하여

- (i) 함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 정의되어 있고
- (ii) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 가 존재하며
- (iii) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

일 때, 함수 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 연속이라 한다.

즉, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ 이면 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 연속이다.

함수의 불연속 : 위 세 조건 중 어느 하나라도 만족시키지 않으면 함수 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 불연속이라 한다.

연속함수

함수 $f(x)$ 가 어떤 구간에 속하는 모든 실수에 대하여 연속일 때, $f(x)$ 를 그 구간에서 연속 또는 연속함수라 한다.

연속함수의 성질

두 함수 $f(x), g(x)$ 가 $x=a$ 에서 연속이면 다음 함수도 $x=a$ 에서 연속이다.

- (1) $kf(x)$ (단, k 는 상수)
- (2) $f(x) \pm g(x)$
- (3) $f(x)g(x)$
- (4) $\frac{f(x)}{g(x)}$ (단, $g(a) \neq 0$)

최대·최소 정리

함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속이면 함수 $f(x)$ 는 이 구간에서 반드시 최댓값과 최솟값을 갖는다.

사잇값 정리

함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속이고 $f(a) \neq f(b)$ 일 때, $f(a)$ 와 $f(b)$ 사이의 임의의 값 k 에 대하여 $f(c) = k$ 인 c 가 열린구간 (a, b) 에 적어도 하나 존재한다.

• 사잇값 정리의 방정식의 활용

함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속이고 $f(a)$ 와 $f(b)$ 의 부호가 서로 다르면, 즉 $f(a)f(b) < 0$ 이면 사잇값 정리에 의하여 $f(c) = 0$ 인 c 가 열린구간 (a, b) 에 적어도 하나 존재한다.

따라서 방정식 $f(x) = 0$ 은 열린구간 (a, b) 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

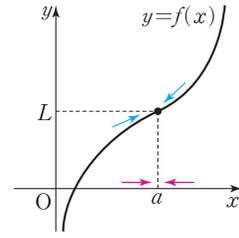
01 $x \rightarrow a$ 일 때 함수의 수렴



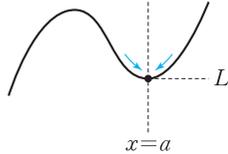
함수 $f(x)$ 에서 x 의 값이 a 가 아니면서 a 에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값이 일정한 값 L 에 한없이 가까워지면 ' $x \rightarrow a$ 일 때, 함수 $f(x)$ 는 L 에 수렴한다.'고 하고, 다음과 같이 나타낸다.

$$x \rightarrow a \text{ 일 때, } f(x) \rightarrow L \text{ 또는 } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

이때, L 을 $x \rightarrow a$ 일 때의 함수 $f(x)$ 의 극한값 또는 극한이라 한다.

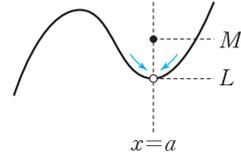


① 그래프가 이어진 경우



$$(\text{함숫값}) = (\text{극한값}) = L$$

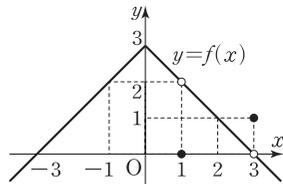
② 그래프가 끊어진 경우



$$\begin{aligned} (\text{함숫값}) &= M \\ (\text{극한값}) &= L \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{함숫값과 극한값이} \\ \text{항상 같지는 않다.} \end{array} \right\}$$

유형 01 그래프가 주어진 함수의 $x \rightarrow a$ 일 때의 수렴

[01-06] 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 극한값을 구하여라.



01 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

함수 $y=f(x)$ 의 그 그래프에서 x 의 값이 0이 0이면서 0에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값이 에 한없이 가까워지므로 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \text{$

02 $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$

03 $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

04 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

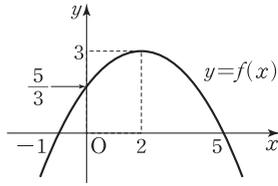
05 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

함수 $y=f(x)$ 의 그 그래프에서 x 의 값이 1이 1이면서 1에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값이 에 한없이 가까워지므로 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \text{$

함숫값과 극한값이 항상 같지는 않습니다.

06 $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

[07-09] 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 극한값을 구하여라.

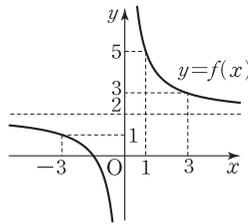


07 $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

08 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

09 $\lim_{x \rightarrow} f(x)$

[10-12] 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 극한값을 구하여라.

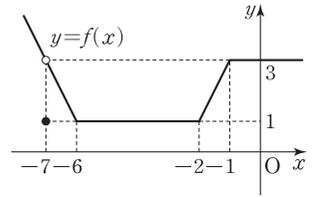


10 $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$

11 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

12 $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

[13-15] 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 극한값을 구하여라.



13 $\lim_{x \rightarrow -7} f(x)$

14 $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

15 $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

유형 02 $x \rightarrow a$ 일 때 함수의 수렴

[16-17] 다음 극한값을 그래프를 이용하여 구하여라.

16 $\lim_{x \rightarrow 3} (x +)$

17 $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 3x)$



01

<보기>의 함수 중 $x=0$ 에서 연속인 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $f(x) = \frac{-x}{x}$

ㄴ. $g(x) = x^2 + x$

ㄷ. $h(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} & (x \neq 0) \\ 1 & (x = 0) \end{cases}$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

02

함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + a & (x > 1) \\ -x + 2 & (x \leq 1) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 4

03

함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & (x > a) \\ -x + 6 & (x \leq a) \end{cases}$$

가 $x=a$ 에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

04

두 함수

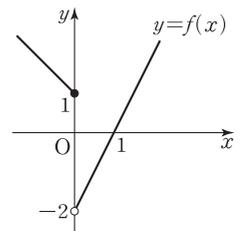
$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 2 & (x \geq 0) \\ x - 2 & (x < 0) \end{cases}, g(x) = \begin{cases} x + k & (x \geq 0) \\ x^2 + & (x < 0) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x) + g(x)$ 가 $x=0$ 에서 연속일 때, 상수 k 의 값은?

- ① - ② - ③ -1
④ 1 ⑤

05

함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같다. 함수 $g(x) = x^2 + 2x + 6 - 2a$ 에



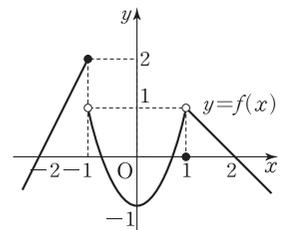
대하여 함수 $\frac{g(x)}{f(x)}$ 가 $x=0$ 에서 연속일 때, 상수 a 의 값은?

- ① 1 ② ③
④ 7 ⑤ 9

06

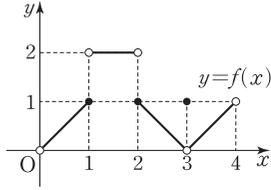
함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같다.

$-2 < x < 2$ 에서 함수 $f(x)$ 의 극한값이 존재하지 않는 x 의 값의 개수를 a , 함수 $f(x)$ 가 불연속인 x 의 값의 개수를 b 할 때, $a^2 + b$ 의 값을 구하여라.



07

$0 < x < 4$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



<보기>

- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$
- ㄴ. 함수 $f(x)$ 는 $x=$ 에서 연속이다.
- ㄷ. 함수 $f(x)$ 가 불연속인 x 의 값의 개수는 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

08

함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x-6}{x-2} & (x \neq 2) \\ a & (x = 2) \end{cases}$ 가 모든 실수 x 에 대하여 연속이 되도록 하는 상수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③
- ④ 4 ⑤

09

함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+ax+1}{x-2} & (x \neq 2) \\ 1 & (x = 2) \end{cases}$ 가 모든 실수 x 에서 연속일 때, $a+$ 의 값은? (단, $a,$ 는 상수이다.)

- ① - ② - ③ -1
- ④ 1 ⑤

10

함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+9}-a}{x} & (x \neq 0) \\ & (x = 0) \end{cases}$$

이 $x \geq -9$ 인 모든 실수 x 에서 연속이 되도록 하는 두 상수 $a,$ 에 대하여 a 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$
- ④ 1 ⑤ $\frac{4}{4}$

11

함수 $f(x) = \begin{cases} ax+1 & (1 < x <) \\ x^2-x+ & (x \leq 1 \text{ 또는 } x \geq) \end{cases}$ 이 모든 실수 x 에서 연속일 때, $a+2$ 의 값은?
(단, $a,$ 는 상수이다.)

- ① 2 ② ③ 8
- ④ 11 ⑤ 14

12

함수 $f(x) = \begin{cases} ax+ & (x > a) \\ x^2-2x+a & (x \leq a) \end{cases}$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $f(0)+f(-4)$ 의 값은?
(단, a 는 상수이다.)

- ① 8 ② 12 ③ 16
- ④ 20 ⑤ 24

13

함수 $f(x) = \begin{cases} ax^3+x^2-x+1 & (|x| < 1) \\ |x|-1 & (|x| \geq 1) \end{cases}$ 이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 두 상수 $a,$ 에 대하여 a^2+2 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ -1
- ④ 1 ⑤ 2



차례

빠른 정답 찾기	2
----------------	---

I 함수의 극한과 연속

1. 함수의 극한	13
2. 함수의 연속	35

II 다항함수의 미분법

1. 미분계수와 도함수	48
2. 접선의 방정식과 평균값 정리	69
3. 함수의 극대, 극소와 그래프	83
4. 도함수의 활용	105

III 다항함수의 적분법

1. 부정적분	121
2. 정적분	133
3. 정적분의 활용	157



I-1 함수의 극한

01 $x \rightarrow a$ 일 때 함수의 수렴 ▶ p.10~12

- 01 3 02 0 03 2 04 1 05 2 06 0
 07 0 08 $\frac{5}{3}$ 09 3 10 1 11 5 12 3
 13 3 14 1 15 3 16 5 17 4 18 -1
 19 1 20 5 21 -3 22 -3 23 3 24 L
 25 \approx 26 \neg 27 \square 28 수렴, $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$, 극한값, 극한

02 $x \rightarrow \infty, x \rightarrow -\infty$ 일 때 함수의 수렴 ▶ p.13~14

- 01 0 02 0 03 1 04 -1 05 1 06 0
 07 -1 08 -1 09 -2 10 -2 11 1 12 0
 13 4 14 (1) 수렴, $f(x) \rightarrow L, L$ (2) $f(x) \rightarrow M, M$

03 $x \rightarrow a$ 일 때 함수의 발산 ▶ p.15~16

- 01 ∞ 02 ∞ 03 $-\infty$ 04 ∞ 05 $-\infty$
 06 ∞ 07 $-\infty$ 08 ∞ 09 $-\infty$ 10 ∞
 11 $-\infty$ 12 $-\infty$
 13 (1) 양의 무한대로 발산, $f(x) \rightarrow \infty, \infty$
 (2) 음의 무한대로 발산, $f(x) \rightarrow -\infty, -\infty$

04 $x \rightarrow \infty, x \rightarrow -\infty$ 일 때 함수의 발산 ▶ p.17~18

- 01 ∞ 02 $-\infty$ 03 ∞ 04 $-\infty$ 05 $-\infty$
 06 $-\infty$ 07 ∞ 08 ∞ 09 ∞ 10 $-\infty$
 11 $-\infty$ 12 ∞ 13 ∞ 14 $-\infty$ 15 $-\infty$
 16 (1) $\infty, -\infty$ (2) $-\infty, \infty$

05 우극한과 좌극한 ▶ p.19~21

- 01 0 02 -2 03 1 04 1 05 3 06 2
 07 1 08 0 09 $>$ 10 $>$ 11 $<$ 12 $>$
 13 = 14 2 15 4 16 1 17 -1 18 2
 19 -2 20 0 21 1 22 2 23 1 24 0
 25 -2 26 1 27 -1 28 0 29 -1
 30 (1) 우극한, $a+$ (2) 좌극한, M

06 극한값이 존재할 조건 ▶ p.22~23

- 01 3 02 0 03 존재하지 않는다.
 04 1) ∞ 2) $-\infty$ 3) 존재하지 않는다.
 05 존재하지 않는다. 06 존재하지 않는다. 07 -2
 08 존재하지 않는다. 09 존재하지 않는다.
 10 1) 2 2) 1 3) 존재하지 않는다.
 11 1) 0 2) 1 3) 존재하지 않는다.
 12 우극한, 좌극한, 존재, L

07 함수의 극한에 대한 성질 ▶ p.24~25

- 01 6 02 9 03 -6 04 4 05 $-\frac{2}{3}$ 06 7
 07 0 08 6 09 16 10 8 11 1 12 3
 13 3 14 11 15 11 16 $\frac{1}{5}$ 17 9 18 17
 19 9 20 (1) $a \pm b$ (2) $a \cdot b$ (3) $\frac{a}{b}$

08 $\frac{0}{0}$ 꼴의 함수의 극한 ▶ p.26

- 01 4 02 4 03 3 04 -2 05 2 06 6
 07 $\frac{2}{3}$ 08 8 09 (1) 인수분해 (2) 유리화

09 $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴의 함수의 극한 ▶ p.27~28

- 01 2 02 1 03 ∞ 04 0 05 6 06 1
 07 1 08 1 09 2 10 -2 11 -1 12 0
 13 0 14 4 15 0 16 $-\frac{1}{2}$ 17 -2 18 $-\frac{5}{3}$
 19 -9 20 1 21 최고차항

10 $\infty - \infty$ 꼴의 함수의 극한 ▶ p.29

- 01 ∞ 02 $\frac{1}{2}$ 03 3 04 2 05 1
 06 (1) 최고차항 (2) 유리화

I - 1 함수의 극한

01 $x \rightarrow a$ 일 때 함수의 수렴 ▶ p.10~12

01 답 3

함수 $y=f(x)$ 의 그래프에서 x 의 값이 0이 아니면서 0에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값이 3에 한없이 가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \boxed{3}$$

02 답 0

함수 $y=f(x)$ 의 그래프에서 x 의 값이 -3이 아니면서 -3에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값이 0에 한없이 가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = 0$$

03 답 2

함수 $y=f(x)$ 의 그래프에서 x 의 값이 -1이 아니면서 -1에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값이 2에 한없이 가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 2$$

04 답 1

함수 $y=f(x)$ 의 그래프에서 x 의 값이 2가 아니면서 2에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값이 1에 한없이 가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 1$$

05 답 2

함수 $y=f(x)$ 의 그래프에서 x 의 값이 1이 아니면서 1에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값이 2에 한없이 가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \boxed{2}$$

06 답 0

함수 $y=f(x)$ 의 그래프에서 x 의 값이 3이 아니면서 3에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값이 0에 한없이 가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 0$$

07 답 0

함수 $y=f(x)$ 의 그래프에서 x 의 값이 -1이 아니면서 -1에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값이 0에 한없이 가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 0$$

08 답 $\frac{5}{3}$

함수 $y=f(x)$ 의 그래프에서 x 의 값이 0이 아니면서 0에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값이 $\frac{5}{3}$ 에 한없이 가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{5}{3}$$

09 답 3

함수 $y=f(x)$ 의 그래프에서 x 의 값이 2가 아니면서 2에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값이 3에 한없이 가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$$

10 답 1

함수 $y=f(x)$ 의 그래프에서 x 의 값이 -3이 아니면서 -3에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값이 1에 한없이 가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = 1$$

11 답 5

함수 $y=f(x)$ 의 그래프에서 x 의 값이 1이 아니면서 1에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값이 5에 한없이 가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 5$$

12 답 3

함수 $y=f(x)$ 의 그래프에서 x 의 값이 3이 아니면서 3에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값이 3에 한없이 가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 3$$

13 답 3

함수 $y=f(x)$ 의 그래프에서 x 의 값이 -7이 아니면서 -7에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값이 3에 한없이 가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow -7} f(x) = 3$$

14 답 1

함수 $y=f(x)$ 의 그래프에서 x 의 값이 -2가 아니면서 -2에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값이 1에 한없이 가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 1$$

15 답 3

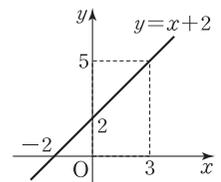
함수 $y=f(x)$ 의 그래프에서 x 의 값이 -1이 아니면서 -1에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값이 3에 한없이 가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 3$$

16 답 5

오른쪽 그래프에서

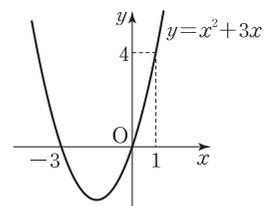
$$\lim_{x \rightarrow 3} (x+2) = 5$$



17 답 4

오른쪽 그래프에서

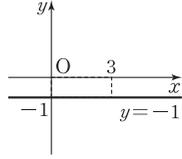
$$\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 3x) = 4$$



18 **답** -1

오른쪽 그래프에서

$$\lim_{x \rightarrow 3} (-1) = -1$$



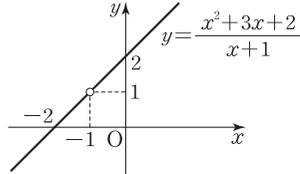
19 **답** 1

$f(x) = \frac{x^2+3x+2}{x+1}$ 라 하면 $x \neq -1$ 일 때,

$$f(x) = \frac{x^2+3x+2}{x+1} = \boxed{x+2}$$

따라서 x 의 값이 -1 에
한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의
값은 **1**에 한없이
가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+3x+2}{x+1} = \boxed{1}$$



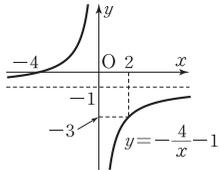
20 **답** 5

$f(x) = 5$ 라 하면 x 의 값이 0 에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의
값은 5 에 한없이 가까워지므로 $\lim_{x \rightarrow 0} 5 = 5$

21 **답** -3

오른쪽 그래프에서

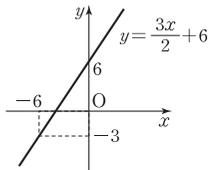
$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(-\frac{4}{x}-1\right) = -3$$



22 **답** -3

오른쪽 그래프에서

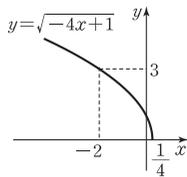
$$\lim_{x \rightarrow -6} \left(\frac{3x}{2}+6\right) = -3$$



23 **답** 3

오른쪽 그래프에서

$$\lim_{x \rightarrow -2} \sqrt{-4x+1} = 3$$



24 **답** ㄴ

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 2} 4 = 4$

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow -3} (-x-5) = -2$

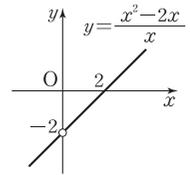
ㄷ. $\lim_{x \rightarrow -1} (\sqrt{-x}+1) = 2$

ㄹ. $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2+5x-3) = 3$

$x \neq 0$ 일 때, $\frac{x^2-2x}{x} = x-2$ 이므로

오른쪽 그래프에서 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2-2x}{x} = -2$

따라서 극한값이 같은 것은 ㄴ이다.

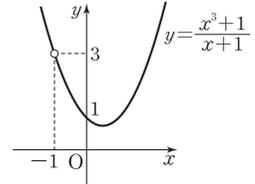


25 **답** ㄹ

$x \neq -1$ 일 때, $\frac{x^3+1}{x+1} = x^2-x+1$ 이므로

오른쪽 그래프에서 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3+1}{x+1} = 3$

따라서 극한값이 같은 것은 ㄹ이다.

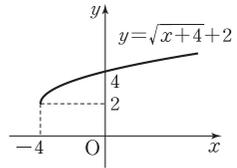


26 **답** ㄱ

오른쪽 그래프에서

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{x+4}+2) = 4$$
이므로

극한값이 같은 것은 ㄱ이다.

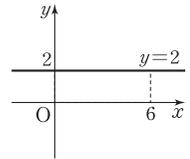


27 **답** ㄷ

오른쪽 그래프에서

$\lim_{x \rightarrow 6} 2 = 2$ 이므로 극한값이 같은 것은

ㄷ이다.



28 **답** 수렴, $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$, 극한값, 극한

02 $x \rightarrow \infty, x \rightarrow -\infty$ 일 때 함수의 수렴

▶ p.13~14

01 **답** 0

함수 $y=f(x)$ 의 그래프에서 x 의 값이 한없이 커질 때, $f(x)$ 의
값이 **0**에 한없이 가까워지므로 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \boxed{0}$

02 **답** 0

함수 $y=f(x)$ 의 그래프에서 x 의 값이 음수이면서 그 절댓값이
한없이 커질 때, $f(x)$ 의 값이 0 에 한없이 가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$$

03 **답** 1

함수 $y=f(x)$ 의 그래프에서 x 의 값이 음수이면서 그 절댓값이
한없이 커질 때, $f(x)$ 의 값이 **1**에 한없이 가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \boxed{1}$$

$$\begin{aligned} \triangle OAB &= \triangle COA + \triangle CAB + \triangle CBO \\ &= \frac{1}{2} \times f(a) \times (\overline{OA} + \overline{AB} + \overline{OB}) \\ &= \frac{1}{2} \times f(a) \times (a + \sqrt{a^2 + 4} + 2) \quad \dots \textcircled{C} \end{aligned}$$

⑦ = ①이므로

$$a = \frac{1}{2} \times f(a) \times (a + \sqrt{a^2 + 4} + 2) \text{에서}$$

$$f(a) = \frac{2a}{a + 2 + \sqrt{a^2 + 4}}$$

$$\begin{aligned} \therefore \lim_{a \rightarrow \infty} f(a) &= \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{2a}{a + 2 + \sqrt{a^2 + 4}} \\ &= \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{2}{1 + \frac{2}{a} + \sqrt{1 + \frac{4}{a^2}}} = \frac{2}{1 + 0 + 1} = 1 \end{aligned}$$

05 [답] $\frac{3}{2}$

점 A(a, b)를 지나는 원의 반지름의 길이는

$$\overline{OA} = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{a^2 + 3a} \quad (\because b = \sqrt{3a}) \text{이고}$$

점 B(a, 0)을 지나는 원의 반지름의 길이는 $\overline{OB} = a$ 이다.

이때, 두 원의 반지름의 길이의 차 f(a)는

$$f(a) = \overline{OA} - \overline{OB} = \sqrt{a^2 + 3a} - a \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} \lim_{a \rightarrow \infty} f(a) &= \lim_{a \rightarrow \infty} (\sqrt{a^2 + 3a} - a) \\ &= \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{a^2 + 3a} - a)(\sqrt{a^2 + 3a} + a)}{\sqrt{a^2 + 3a} + a} \\ &= \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{3a}{\sqrt{a^2 + 3a} + a} = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{3}{\sqrt{1 + \frac{3}{a}} + 1} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

06 [답] 0

원의 반지름의 길이를 r이라 하면 원의 방정식은

$$x^2 + y^2 = r^2$$

점 P(x, y)는 원과 곡선 $y = \sqrt{x}$ 의 교점이므로

$$x^2 + y^2 = r^2, \quad y = \sqrt{x} \text{를 연립하여 } r \text{을 구하면}$$

$$x^2 + x = r^2 \quad \therefore r = \sqrt{x^2 + x}$$

$$\text{이때, } \overline{QH} = r - x = \sqrt{x^2 + x} - x$$

$$\text{또, } \overline{PH}^2 = y^2 = (\sqrt{x})^2 = x$$

$$\begin{aligned} \therefore \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\overline{PH}^2}{\overline{QH}} &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{\sqrt{x^2 + x} - x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x(\sqrt{x^2 + x} + x)}{(\sqrt{x^2 + x} - x)(\sqrt{x^2 + x} + x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sqrt{x^2 + x} + x) = 0 \end{aligned}$$

07 [답] $\frac{1}{2\pi}$

점 A의 좌표가 (t, $\sqrt{2t}$)이므로 원의 반지름의 길이는

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \sqrt{t^2 + 2t}$$

따라서 원의 넓이는 $S(t) = \pi \overline{OA}^2 = \pi(t^2 + 2t)$ 이다.

한편, 점 A에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 하면 삼각형

OAB의 넓이는

$$\begin{aligned} T(t) &= \frac{1}{2} \times \overline{OB} \times \overline{AH} = \frac{1}{2} \times \sqrt{t^2 + 2t} \times \sqrt{2t} \\ &= \frac{t\sqrt{2t+4}}{2} \end{aligned}$$

이때, $\overline{OA} \rightarrow 0$ 이면 $t \rightarrow 0$ 이므로

$$\lim_{\overline{OA} \rightarrow 0} \frac{T(t)}{S(t)} = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\frac{t\sqrt{2t+4}}{2}}{\pi(t^2 + 2t)} = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{2t+4}}{2\pi(t+2)} = \frac{1}{2\pi}$$

08 [답] $\frac{1}{8}$

점 A(a, b)를 지나고 y축과 평행한 직선이 x축과 만나는 점을 H라 하면 $\overline{AH} = b$ 이다.

이때, 점 A는 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위의 점이므로 $b^2 = 1 - a^2$

$$\text{따라서 } b = \sqrt{1 - a^2} \text{이므로 } \overline{AB} = 2\sqrt{1 - a^2}$$

$$\therefore S(a) = \overline{AB}^2 = 4(1 - a^2)$$

$$\therefore \lim_{a \rightarrow 1^-} \frac{1-a}{S(a)} = \lim_{a \rightarrow 1^-} \frac{1-a}{4(1-a^2)} = \frac{1}{8}$$

09 [답] 함수식



단원 마무리 평가 [01~15]

문제편
p.41~45

01 [답] ⑤

x의 값이 0이 아니면서 0에 한없이 가까워질 때, f(x)의 값은

2에 한없이 가까워지므로 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$

x의 값이 2가 아니면서 2에 한없이 가까워질 때, f(x)의 값은

4에 한없이 가까워지므로 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2 + 4 = 6$$

02 [답] ③

$f(x) = \frac{x}{x-2}$ 라 하면 x의 값이 3이

아니면서 3에 한없이 가까워질 때,

f(x)의 값은 3에 한없이 가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x}{x-2} = 3$$

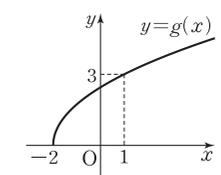
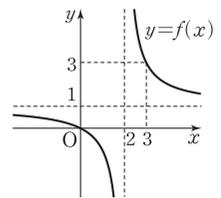
또한, $g(x) = \sqrt{3x+6}$ 이라 하면 x의 값이

1이 아니면서 1에 한없이 가까워질 때,

g(x)의 값은 3에 한없이 가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{3x+6} = 3$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x}{x-2} + \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{3x+6} = 3 + 3 = 6$$



03 답 ④

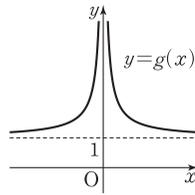
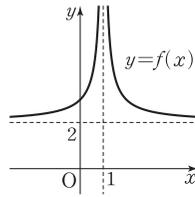
$f(x) = \frac{1}{|x-1|} + 2$ 라 하면 x 의 값이
한없이 커질 때, $f(x)$ 의 값은 2에 한없이
가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{|x-1|} + 2 \right) = 2$$

또한, $g(x) = 1 + \frac{1}{x^2}$ 이라 하면 x 의 값이
음수이면서 그 절댓값이 한없이 커질 때,
 $g(x)$ 의 값은 1에 한없이 가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{1}{x^2} \right) = 1$$

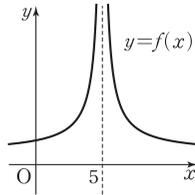
$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{|x-1|} + 2 \right) + \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{1}{x^2} \right) = 2 + 1 = 3$$



04 답 ∞

$f(x) = \frac{4}{|x-5|}$ 라 하면 x 의 값이 5가
아니면서 5에 한없이 가까워질 때,
 $f(x)$ 의 값은 한없이 커지므로

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{4}{|x-5|} = \infty$$



05 답 ④

$$\neg. \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2}{x} - 1 \right) = -1$$

$$\neg. \lim_{x \rightarrow 2+} \frac{x^2-4}{|x-2|} = \lim_{x \rightarrow 2+} \frac{(x+2)(x-2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2+} (x+2) = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 2-} \frac{x^2-4}{|x-2|} = \lim_{x \rightarrow 2-} \frac{(x+2)(x-2)}{-(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2-} \{ -(x+2) \} = -4$$

즉, $\lim_{x \rightarrow 2+} \frac{x^2-4}{|x-2|} \neq \lim_{x \rightarrow 2-} \frac{x^2-4}{|x-2|}$ 이므로 극한값이 존재하지
않는다.

$$\begin{aligned} \neg. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2+5x+6}{x+3} &= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x+2)(x+3)}{x+3} \\ &= \lim_{x \rightarrow -3} (x+2) = -1 \end{aligned}$$

따라서 극한값이 존재하는 것은 \neg , \neg 이다.

06 답 ①

x 의 값이 -1 보다 크면서 -1 에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의
값은 1에 한없이 가까워지므로 $\lim_{x \rightarrow -1+} f(x) = 1$

또한, x 의 값이 1 보다 작으면서 1 에 한없이 가까워질 때,
 $f(x)$ 의 값은 0에 한없이 가까워지므로 $\lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = 0$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow -1+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = 1 + 0 = 1$$

07 답 ②

x 의 값이 2보다 작으면서 2에 한없이 가까워질 때,

$f(x) = 2x - 2$ 의 값은 2에 한없이 가까워지므로 $\lim_{x \rightarrow 2-} f(x) = 2$
 x 의 값이 2보다 크면서 2에 한없이 가까워질 때,

$f(x) = -2x + 3$ 의 값은 -1 에 한없이 가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow 2+} f(x) = -1$$

따라서 $a = 2$, $b = -1$ 이므로 $3a + 2b = 6 - 2 = 4$

08 답 ①

$f(x) = \frac{|x+3|}{x+3}$ 이라 하면 $f(x) = \begin{cases} -1 & (x < -3) \\ 1 & (x > -3) \end{cases}$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow -3+} \frac{|x+3|}{x+3} = 1$$

$g(x) = \frac{x^2+2x-3}{|x-1|}$ 이라 하면 $g(x) = \begin{cases} -x-3 & (x < 1) \\ x+3 & (x > 1) \end{cases}$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 1-} \frac{x^2+2x-3}{|x-1|} = \lim_{x \rightarrow 1-} (-x-3) = -4$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow -3+} \frac{|x+3|}{x+3} + \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{x^2+2x-3}{|x-1|} = 1 + (-4) = -3$$

09 답 ⑤

$$\textcircled{1} \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{x^2-x}{|x-1|} = \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{x(x-1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1+} x = 1,$$

$$\lim_{x \rightarrow 1-} \frac{x^2-x}{|x-1|} = \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{x(x-1)}{-(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1-} (-x) = -1$$

이므로 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-x}{|x-1|}$ 의 값이 존재하지 않는다.

$$\textcircled{2} \lim_{x \rightarrow 2+} [x-1] = 1, \lim_{x \rightarrow 2-} [x-1] = 0 \text{이므로}$$

$\lim_{x \rightarrow 2} [x-1]$ 의 값이 존재하지 않는다.

$$\textcircled{3} \lim_{x \rightarrow 0+} \frac{1}{x} = \infty, \lim_{x \rightarrow 0-} \frac{1}{x} = -\infty \text{이므로 극한값이 존재하지}$$

않는다.

$$\textcircled{4} \lim_{x \rightarrow \infty} (x^2+1) = \infty \text{이므로 극한값이 존재하지 않는다.}$$

$$\textcircled{5} \lim_{x \rightarrow 2+} |x-2| = \lim_{x \rightarrow 2+} (x-2) = 0,$$

$$\lim_{x \rightarrow 2-} |x-2| = \lim_{x \rightarrow 2-} \{ -(x-2) \} = 0 \text{이므로 } \lim_{x \rightarrow 2} |x-2| = 0$$

10 답 ④

$$\lim_{x \rightarrow 2+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2+} (x^2 - 2x + 4) = 4,$$

$\lim_{x \rightarrow 2-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2-} (-2x + k) = -4 + k$ 이고 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 의 값이
존재하려면 $\lim_{x \rightarrow 2+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2-} f(x)$ 이어야 한다.

$$4 = -4 + k \quad \therefore k = 8$$

11 답 ④

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-f(x)g(x)}{2f(x)+g(x)} &= \frac{\lim_{x \rightarrow 0} 1 - \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \times \lim_{x \rightarrow 0} g(x)}{2 \lim_{x \rightarrow 0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0} g(x)} \\ &= \frac{1 - 3 \times (-2)}{2 \times 3 + (-2)} = \frac{7}{4} \end{aligned}$$