

문제 유형을 촘촘히 분류해 개념을 적용시키면 수학이 쉬워집니다!

개념을 익히고 그 개념들을 단계별로
연결하여 파악하는 것이 수학 공부의 기본입니다.
만약 개념 이해 과정을 소홀히 하고, 문제만 반복하여 풀다면
개념 사이의 연계성을 파악할 수 없어
오랜 시간 공부해도 성적을 올릴 수 없습니다.

자이스토리 고3 수학은
최신 수능, 평가원, 학력평가 및 경찰대, 삼사 기출 문제를 정밀하게 분석해
개념의 연계성에 따라 문제 유형을 촘촘히 분류하였습니다.
따라서 유형별 기출 문제를 순서대로 차근차근 풀어가면
개념의 연계성이 명쾌하게 파악되어서 문제 풀이가 쉬워집니다.

또한, 자이스토리의 정확하고 자세한 단계별 해설과 풍부한 보충 첨삭은
문제를 풀어가면서 개념을 알맞게 적용하는 방법을
자연스럽게 익힐 수 있습니다.

이 책의 마지막 페이지를 넘길 때쯤 여러분은 이미
수학 1등급에 도달해 있을 것입니다.

- 대한민국 No.1 수능 문제집 자이스토리 -



수능 1등급 완성 학습 계획표 [30일]

Day	문항 번호	틀린 문제 / 헛갈리는 문제 번호 적기	날짜	복습 날짜
1	A01~72		월 일	월 일
2	73~117		월 일	월 일
3	118~139		월 일	월 일
4	B01~64		월 일	월 일
5	65~99		월 일	월 일
6	100~126		월 일	월 일
7	127~150		월 일	월 일
8	C01~65		월 일	월 일
9	66~83		월 일	월 일
10	D01~63		월 일	월 일
11	64~116		월 일	월 일
12	117~149		월 일	월 일
13	150~174		월 일	월 일
14	E01~57		월 일	월 일
15	58~100		월 일	월 일
16	101~121		월 일	월 일
17	F01~47		월 일	월 일
18	48~89		월 일	월 일
19	90~101		월 일	월 일
20	G01~59		월 일	월 일
21	60~104		월 일	월 일
22	105~115		월 일	월 일
23	H01~44		월 일	월 일
24	45~89		월 일	월 일
25	90~109		월 일	월 일
26	I01~47		월 일	월 일
27	48~79		월 일	월 일
28	모의 1회		월 일	월 일
29	모의 2회		월 일	월 일
30	모의 3회		월 일	월 일



• 나는 _____ 대학교 _____ 학과 _____ 학년이 된다.

• 磨斧作針 (마부작침) – 도끼를 갈아 바늘을 만든다. (아무리 어려운 일이라도 끈기 있게 노력하면 이룰 수 있음을 비유하는 말)



자이스토리 고3 확률과 통계 활용법+α

① 개념·공식 학습 후 수능 출제 경향 확인!

- 각 단원에 필수적으로 알아야 하는 핵심 개념과 관련된 보충 설명을 꼼꼼히 살펴보세요.
- 최신 출제 경향을 파악하고 앞으로의 수능을 예측하세요.



② 수능과 모의고사에 나오는 모든 유형을 촘촘히 섭렵하자!

- 촘촘히 분류된 모든 유형을 확인하고 유형별 풀이 비법을 확인하세요.
- 유형 안에서 난이도 순으로 다시 분류된 문제를 보면서 각 유형에서 쉬운 문제는 어떻게 출제되는지, 고난도 문제는 어떻게 출제되는지 확인하세요.

③ 부족한 유형을 다시 한 번 점검하자!

- 자신에게 부족한 유형을 찾아낸 후 부족한 부분을 여러 번 반복 학습해 보세요.
- 부족한 유형에 대한 특징과 핵심 개념을 다시 한 번 확인한 후 유형 해결 요령을 터득하세요.



④ 1등급을 좌우하는 고난도 문항을 완벽하게 마스터하자!

- 1등급 대비 문제는 복합적인 개념을 묻기 때문에 여러 개념을 정확히 파악한 뒤 종합적 사고를 하세요.
- 1등급 문제의 핵심이 되는 **(단서)**로 조건을 파악하고 조건을 이용하여 접근하는 방법을 **(발상)**해서 문제 풀이에 **(적용)**하는 방법을 익히세요.

⑤ 쉽게 이해되는 입체 첨삭 해설을 공부해서 다시는 틀리지 말자!

- [첨삭 해설]과 [실수, 함정, 주의 첨삭]을 따라가다 보면 풀이 과정에서 놓치기 쉬운 부분이나 이해가 어려운 부분을 쉽게 풀어 주어 해설을 완벽하게 이해할 수 있어요.
- 쉬운 풀이, 특독 풀이, 다른 풀이를 꼼꼼히 읽어서 시간을 줄일 수 있는 풀이법을 찾아보세요.
- 문제 해결 과정에 사용된 개념·공식을 다시 한 번 확인하여 놓치고 있었던 내용이 없는지 확인하세요.
- 수능 핵강으로 문제에 대한 개념을 완벽하게 이해하세요.



⑥ 오답노트를 만들어 100% 활용하자!

- 반드시 오답노트를 만들어 보세요. 해설에 제시된 단서 또는 접근법도 같이 기록하여 풀어 봤던 문제는 다시는 틀리지 않도록 여러 번 풀어보세요.
- 시간이 지난 후 오답노트를 읽어 보며 해설의 아이디어를 바탕으로 풀이를 따라가 보고 자신만의 풀이도 추가해 보세요.



단원별 핵심 문제 + 최신·중요 문제

동영상 강의 QR코드



- 1 개념 강의로 핵심 개념을 이해하고 개념이 문제에 적용되는 것을 확인해 보세요!
- 2 동영상 문제 풀이로 해설을 좀 더 빠르게 이해할 수 있어요!
- 3 해설의 풀이를 읽어보고 동영상 강의를 시청하면 더 쉽게 이해될 거예요!
- 4 풀기 어려운 고난도 문제는 동영상 강의를 여러 번 반복 시청해 보세요!



차 례 [총 83개 유형 분류]



I 경우의 수

A 여러 가지 순열 - 11개 유형 분류

핵심 개념 정리	12
기본 기출 문제	13
수능 유형별 기출 문제	14
1등급 마스터 문제	40
경찰대, 삼사 중요 기출 문제	44
동아리 소개/서울대 Caffe人	46

B 중복조합 - 8개 유형 분류

핵심 개념 정리	48
기본 기출 문제	49
수능 유형별 기출 문제	50
1등급 마스터 문제	69
경찰대, 삼사 중요 기출 문제	79

C 이항정리 - 6개 유형 분류

핵심 개념 정리	82
기본 기출 문제	83
수능 유형별 기출 문제	84
1등급 마스터 문제	95
경찰대, 삼사 중요 기출 문제	96

II 확률

D 여러 가지 확률 - 10개 유형 분류

핵심 개념 정리	98
기본 기출 문제	99
수능 유형별 기출 문제	100
1등급 마스터 문제	129
경찰대, 삼사 중요 기출 문제	136

E 조건부확률 - 8개 유형 분류

핵심 개념 정리	140
기본 기출 문제	141
수능 유형별 기출 문제	142
1등급 마스터 문제	164
경찰대, 삼사 중요 기출 문제	169

F 독립시행의 확률 - 10개 유형 분류

핵심 개념 정리	172
기본 기출 문제	173
수능 유형별 기출 문제	174
1등급 마스터 문제	190
경찰대, 삼사 중요 기출 문제	192



III 통계

G 이산확률분포 - 10개 유형 분류

핵심 개념 정리	194
기본 기출 문제	195
수능 유형별 기출 문제	196
1등급 마스터 문제	220
경찰대, 삼사 중요 기출 문제	222
동아리 소개/성균관대 성균지	224

H 연속확률분포 - 11개 유형 분류

핵심 개념 정리	226
기본 기출 문제	227
수능 유형별 기출 문제	228
1등급 마스터 문제	248
경찰대, 삼사 중요 기출 문제	251

I 통계적 추정 - 9개 유형 분류

핵심 개념 정리	254
기본 기출 문제	255
수능 유형별 기출 문제	256
1등급 마스터 문제	272
경찰대, 삼사 중요 기출 문제	273



확률과 통계 실전 기출 모의고사

1회 모의고사 [2026학년도 수능 대비 ①]	276
2회 모의고사 [2026학년도 수능 대비 ②]	278
3회 모의고사 [2026학년도 수능 대비 ③]	280

빠른 정답 찾기[문제편] 282

개념&문제 풀이 강의 선생님 유튜브 채널

셀프수학





개념 총정리 + 촌촌한 유형 분류 기출 문제 = 수능

1등급

1 핵심 개념 정리 - 쉽게 이해되는 개념과 공식

가장 중요하고 꼭 알아야 하는 개념과 공식을 쉽게 이해할 수 있도록 요약 정리하였습니다. 또한, QR코드를 통해 제공되는 강의와 보충 설명으로 개념과 공식의 이해를 돕고 실전 문제에서 적절하게 개념을 사용할 수 있는 방법을 제시하였습니다.

- **중요도** ★★★★★ : 시험에 자주 나오는 개념과 유형의 중요도 제시
- **개념 보충**, **한걸음 더**, **왜 그럴까?** : 공식이 유도되는 과정 중 반드시 알아야 하는 내용이나 확장 개념을 제시
- **출제** : 2025학년도 수능과 평가원 기출을 분석하여 출제된 개념과 경향을 제시

A 여러 가지 순열

1 원순열 - 01-02

(1) 원순열 : 서로 다른 것을 원형으로 배열하는 순열
(2) 서로 다른 n 개를 원형으로 배열하는 원순열의 수는 $\frac{n!}{n} = (n-1)!$

서로 다른 3개를 나열

세 개의 문자 A, B, C를 일렬로 나열하면

ABC CAB BCA
ACB BAC CBA

순열의 수는: $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$

서로 다른 3개를 원형으로 배열

세 개의 문자 A, B, C를 원형으로 배열하면

ABC CAB BCA
ACB BAC CBA

순열의 수는: $\frac{3!}{3} = \frac{6}{3} = 2$

(3) 다각형 모양의 학자에 둘러앉는 경우의 수

동영상 강의 개념+중요 문제 QR 코드

2 기본 기출 문제 - 쉬운 기출 문제로 개념 점검

앞에서 공부한 핵심 개념을 잘 기억하고 있는지, 놓친 것은 없는지 확인할 수 있도록 기본 개념과 공식을 확인하는 기출 문제를 수록하였습니다. 이는 개념 이해를 강화하고 응용 문제를 풀 수 있는 초석을 쌓는 과정입니다.

1 원순열

A01 ★1분 2018학년도 9월 모의 6(고3)

서로 다른 5개의 점시를 원 모양의 식탁에 일정한 간격을 두고 원형으로 놓는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점)

① 115 ② 120 ③ 125

2 중복순열

A04 ★1분 2017학년도 7월 수능 1

숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 네 개를 택해 일 나열하여 만든 네 자리의 자연수가 5의 배수인 경우의 수는?

3 경찰대·삼사 중요 기출 문제 - 최신 중요 기출 문제 수록

경찰대 기출과 삼사 기출 문제 중 수능 출제 기준에 맞는 중요 문항을 엄선하여 수록하였습니다.

경찰대, 삼사 중요 기출 문제 [어려운 3점 + 4점 + 5점]

A132 ★★☆☆ 2025학년도 삼사 학평 28(고3)

숫자 1, 1, 2, 2, 4, 4, 4가 하나씩 적혀 있는 7장의 카드가 있다. 이 7장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, 서로 이웃한 2장의 카드에 적혀 있는 두 수의 차를 각각 a, b, c, d, e, f 라 하자. 예를 들어 그림과 같이 나열한 경우 $a=3, b=1, c=1, d=3, e=0, f=2$ 이다.

4 1 2 1 4 4 2

A134 ★☆☆☆ 2021학년도 경찰대 14(고)

$(x-y+1)^{n+2}$ 의 전개식에서 x^ny^0 의 계수를 $f(n)$ 이라 할 때,

$\frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(3)} + \dots + \frac{1}{f(2020)} = \frac{a}{b}$ 이다. $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 서로소인 자연수이다)

① 2019 ② 2020 ③ 2021
④ 2022 ⑤ 2023

4 수능 유형별 기출 문제 - 유형+개념+난이도에 따른 문제 배열

최신 수능 경향을 꼼꼼히 분석하여 유형, 개념, 난이도 순서대로 문항을 배열하였습니다. 기출 문제가 부족한 단원이나 유형은 고평격 수능 기출 변형 문제를 출제하여 추가 수록하였습니다.

- **tip** : 유형에 따라 다시 한 번 더 상기해야 할 개념과 접근법을 제시하였습니다.
- **QR코드** : 유형별 핵심 문제와 혼자 풀기 어려운 문제의 풀이 과정을 동영상 강의를 통해 한 번 더 학습할 수 있도록 하였습니다.

수능 유형별 기출 문제 [2점, 3점, 쉬운 4점]

1 원순열

유형 01 원순열

(1) 원순열 : 서로 다른 것을 원형으로 배열하는 순열
(2) 서로 다른 n 개를 원형으로 배열하는 원순열의 수는 $\frac{n!}{n} = (n-1)!$

원순열의 경우 회전하여 일치하는 것을 같은 것으로 보기 때문에 회전하는 경우를 단순한 나열로 생각하기 위해서 한 자리를 고정시키고 그 후에 나머지를 일렬로 배열하는 경우로 접근해야 한다.

A09 ☆☆☆ 2023학년도 4월 학평 학평 25(고)

세 학생 A, B, C를 포함한 7명의 학생이 있다. 이 7명의 학생 중에서 A, B, C를 포함하여 5명이 이 5명의 학생 모두를 일정한 간격으로 원 모양의 1 앵개 하는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것으로 본다.) (3점)

- **유형 분류** : **출제** - 2025 수능, 평가원에서 출제된 유형
고난도 - 여러 개념을 복합적으로 묻는 고난도 유형

- **난이도** : ☆☆☆ - 기본 문제 ☆☆☆ - 중급 문제
☆☆☆ - 중상급 문제 ☆☆☆ - 상급 문제
- **Pass** : 간단한 계산 문제로 패스해도 좋은 문제

- **출처 표시** : 수능, 평가원 - 대비연도, 학력평가 - 실시연도
 - **2024대비 수능 1(고3)** : 2023년 11월에 실시한 수능
 - **2024대비 6월 모평 2(고3)** : 2023년 6월에 실시한 평가원
 - **2023실시 4월 학평 3(고3)** : 2023년 4월에 실시한 학력평가
 - **2024대비 9월 모평 2(고3)** : 2023년 9월에 실시한 평가원
 - **표시 없는 문제** : 기출 변형 문제

5 확률과 통계 실전 기출 모의고사

기출 문제로 구성된 3회의 실전 모의고사입니다.

수능을 대비하여 실력을 점검하는 데 큰 도움이 될 것입니다.

1 회 확률과 통계 실전 기출 모의고사 2026학년도 수능 대비 ①

범위 : 확률과 통계 전단원

5지선다형

1 01 ☆☆☆ 2018학년도 7월 학평 3(고3)

확률변수 X 가 이항분포 $B(12, \frac{1}{3})$ 를 따를 때, $E(X)$ 의 값은? (2점)

① 1 ② 2 ③ 3

1 03 ☆☆☆ 2004학년도

세 숫자 1, 2, 3을 중복 사용하여 네 자리의 자연수 1과 2가 모두 포함되어 있는 자연수의 개수는? (3점)

① 58 ② 56 ③ 54
④ 52 ⑤ 50

직관적으로 풀거나, 교육과정
외의 개념 또는 특이한 풀이
방법을 알려줍니다.



집필진 · 감수진 선생님들



자이스토리는 수능 준비를 가장 효과적으로 할 수 있도록
수능, 평가원, 학력평가 기출문제를 개념별, 유형별, 난이도별로
수록하였으며, 명강의로 소문난 학교·학원 선생님들께서
명쾌한 해설을 입체 첨삭으로 집필하셨습니다.

[집필진]

김덕환 대전 대성여자고등학교	이종석 일등급 수학 저자	조승원 서울 경기과학고등학교	문정탁 대구 STM수학학원
김대식 경기 하남고등학교	이준석 서울 이가수학학원	지강현 안양 신성고등학교	박혜린 전주 싸이매스수학과학학원
민경도 서울 강남 종로학원	이창희 서울 다원교육 고등부	홍지연 부산대학교 수학 박사과정	사공 원 의정부 호연지기
박소희 안양 안양외국어고등학교	위경아 서울 강남대성기숙의대관	홍지우 안양 평촌고등학교	서봉원 충남 SM수학교습소
박숙녀 아산 충남삼성고등학교	장광걸 김포 김포외국어고등학교		성지희 파주 snt수학학원
배수나 서울 가인아카데미	장경호 오산 운천고등학교	[다른 풀이 집필]	유한별 김과외수리물리고수
신건률 대치 오름학원	장영환 제주 제로링수학교실	김기웅 구미 브리튼영어수학학원	이상구 익산 이일여자고등학교
신명선 안양 신성고등학교	장철희 서울 보성고등학교	김우진 세종 정진수학학원	조은영 김포 고려수학
신현준 안양 신성고등학교	전경준 서울 풍문고등학교	김정태 서울 미래산업과학고등학교	
윤장노 안양 신성고등학교	전준홍 압구정 Yestudy	김준호 대구 유신학원	
		문선영 서울 로드맵수학학원	

[특별 감수진]

박우혁 광주 종로학원/원픽학원	전수현 전 서울 페르마수학학원	함민호 서울 뉴파인마포고등관
양해영 서울 청출어람학원	정병보 대전 카이탑수학	
이서윤 화성 동탄곰수학학원	최선락 서울 중계수학의중심학원	

개념&문제 풀이
강의 선생님
유튜브 채널



셀프수학

[감수진]

강명식 수원 매향수학학원	김태성 광주 김태성수학	오정민 인천 갈루아수학학원	정병보 대전 카이탑수학
강민영 대구 온빛수학학원	김한빛 천안 한빛수학학원	유승범 수원 광고생각하는수학	정인호 성남 분당이노수학
강성철 서울 일타수학학원	박강록 순천 베리타스수능학원	윤규환 광주 광주석산고등학교	정지민 청주 스텝업수학
강신준 수원 영통수학의이집	박경호 부산 MATH CLASS	윤성민 화성 동탄수학의품격	정찬우 대전 우리학원
강지연 광주 봉선한수위수학학원	박교국 서울 목동백인대장	이관희 대전 아인스학원	정하영 안양 정하영수학학원
고유정 광주 연제렉스학원	박규진 김포 김포하이스트	이만희 대구 오르라수학전문학원	정현우 부산 청담수학학원
곽재혁 파주 유트엠수학학원	박대희 제주 실전수학	이보근 군산 미래클입시학원	조바울 고양 킨플러스학원
권가영 서울 목동커스텀수학학원	박유하 부산 유일수학	이성근 서울 송파베리타스수학학원	조성근 김포 거미수학학원
김경민 천안 수확다인성학원	박종민 성남 분당수림수학	이성준 인천 지담수학학원	조성연 서울 채움수학학원
김경태 서울 구주이배	박진만 파주 윤정상수학학원	이세복 고양 퍼스널수학	조현정 서울 동덕여자고등학교
김국철 광주 풍암필즈수학학원	박진아 대전 호동샘수학학원	이승주 인천 명신여자고등학교	조형우 청주 와이파이스수학학원
김동영 서울 목동국선수학학원	박진홍 군포 고밀도학원	이원영 고양 일산FM수학학원	차동희 용인 수학전문공감학원
김면중 서울 노원올림피아드학원	박현서 김포 일타수학학원	이재욱 대전 청명대입학원	최병현 양산 프라임수학전문학원
김미림 김포 우리학원	배탐스 안양 삼성학원	이준호 성남 최상위수학학원	한기석 김포 매향수학학원
김모미 고양 유트엠동캠퍼스	배현경 서울 대진고등학교	이진희 서울 서준학원	한철호 울산 혁신수학전문학원
김봉조 울산 퍼스트클래스수학영어전문학원	성정화 서울 LNS 수학학원	이춘호 익산 이리고등학교	홍영표 안양 평촌스카이스수학학원
김상현 대전 진플수학학원	송승용 광주 송승용수학전문학원	이한나 울산 꿈꾸는고래학원	홍유진 안양 평촌지수학학원
김상호 전주 휴민고등수학전문학원	신욱희 진주 창익학원	이한샘 광명 진성고등학교	홍의찬 고양 일산원수학학원
김선홍 군포 고밀도학원	신원섭 원주 빼어난수학학원	이효상 부산 미래EMS학원	황진영 부산 진심수학
김송림 서울 관악구 EG학원	신은숙 서울 마곡펜타곤학원	임명진 안양 서연고학원	
김수정 서울 대치동합영원입시학원	심수경 강릉 PF math	임지은 서울 마포채움수학	[My Top Secret 집필]
김수진 광주 영재서관학원	안대호 서울 말글국어더함수학학원	장광덕 화성 동탄의수학학원	곽지훈 서울대 수학교육과
김영득 인천 고수학학원	안세경 서울 성남고등학교	장길하 서울 새움수학학원	김진형 서울대 약학과
김정원 인천 이명학원	안유선 서울 이루트학원	장성훈 서울 미독수학	정서린 서울대 약학과
김주혁 대전 대전한빛고등학교	안준석 부산 이든수학	장한나 부천 봄날의수학교습소	정호재 서울대 경제학부
김진수 대전 둔산엘트학원	양지현 성남 분당일비초천	전상균 성남 분당에스메틱스학원	황대운 서울대 수리과학부
김진식 대구 경신고등학교	여성웅 수원 어썸수학학원	전찬용 부산 다이내믹학원	
김춘식 서울 목동엠플러스수학학원	오성일 대구 연세EMS학원	정민호 대구 스테듀입시학원	

수능 선배들의 **비법** 전수 - 수험장 생생 체험 소개

긴장되고 떨리는 수험장에서 선배들이
문제를 풀면서 겪은 생생한 체험과 나만의 풀이 비법을
자이스토리 해설편에 수록했습니다.



2025 응시



강다은
대구 계성고 졸업
- 문학 실전



김강민
광주 국제고 졸업
- 세계지리



김덕우
부산 해운대고 졸업
- 지구과학 II



김연우
대구 정화여고 졸업
- 화학 I



김효원
제주 제일고 졸업
- 고3 미적분



박서영
부산 금곡고 졸업
- 사회·문화



박정빈
대구 남산고 졸업
- 생활과 윤리



배지오
성남 낙생고 졸업
- 독해 실전, 어법·어휘 실전



백승준
광주 광주송일고 졸업
- 독해 실전, 어법·어휘 실전



서정후
광주 송덕고 졸업
- 지구과학 I



성예현
대전 대전전민고 졸업
- 언어와 매체 실전



안한민
익산 남성고 졸업
- 화법과 작문 실전



오현준
서울 한영고 졸업
- 생명과학 II



윤혁준
서울 강서고 졸업
- 생명과학 I



이예슬
서울 독산고 졸업
- 동아시아시아



이정근
안양 평촌고 졸업
- 기하



이지원
대구 성화여고 졸업
- 고3 수학 I, 고3 수학 II



임지호
부산 동아고 졸업
- 물리학 I



장윤서
부산 사직여고 졸업
- 독서 실전



정규원
부산 남성여고 졸업
- 고3 확률과 통계



최승우
광주 광주서석고 졸업
- 화학 II



최아람
서울 광영고 졸업
- 윤리와 사상



최여진
광주 국제고 졸업
- 한국지리



한규진
대구 계성고 졸업
- 독해 실전, 어법·어휘 실전



한상호
성남 낙생고 졸업
- 수능 한국사



한성은
익산 남성여고 졸업
- 고3 수학 I, 고3 수학 II

2024년

곽지훈 서울 한영외고 졸 (서울대 자유전공학부)
권민재 서울 광영외고 졸 (강릉원주대 치의예과)
김동현 안성 안법고 졸 (연세대 실내건축학과)
김서현 대전한빛고 졸 (카이스트 새내기과정학부)
김신유 익산 남성고 졸 (순천향대 의예과)
김아린 대전한빛고 졸 (충남대 의예과)
김용희 화성 화성고 졸 (단국대 의예과)
김지희 광주 국제고 졸 (고려대 한국사학과)
김태현 부산 대연고 졸 (서울대 수리과학부)
류이레 광주대동고 졸 (연세대 의예과)
문지민 대구 정화여고 졸 (고려대 중어중문학과)
변준서 화성 화성고 졸 (건국대 수의예과)
심기현 대구 계성고 졸 (경북대 의예과)
오서운 서울 광문고 졸 (충남대 의예과)
진성연 부산국제고 졸 (서울대 사회학과)
조수근 성남 태원고 졸 (순천향대 의예과)

2023년

강 한 서울 배재고 졸 (고려대 융합에너지공학과)
권주원 서울 배재고 졸 (서울대 정치외교학부)
김보겸 광주서석고 졸 (연세대 지구시스템과학과)
김수정 부산국제고 졸 (고려대 서어서문학과)
김준서 부산 대연고 졸 (부산대 의예과)
김태산 광주서석고 졸 (고려대 정치외교학과)
김현서 경기 평택고 졸 (서강대 정치외교학과)
나인규 광주 국제고 졸 (한양대 경영학과)
명준하 광주서석고 졸 (연세대 사회환경시스템공학부)
박서영 부산 해운대고 졸 (서울대 심리학과)
박세민 광주 광덕고 졸 (서울대 의예과)
장경은 서울 세화여고 졸 (고려대 통계학과)
장성욱 부산 대연고 졸 (동아대학교 의예과)
정서린 서울 세화여고 졸 (서울대 약학과)
조현준 익산 이리고 졸 (전북대 의예과)
최윤성 서울 양정고 졸 (서울대 공과대학 광역)
홍채연 서울 한영고 졸 (고려대 불어불문학과)

문항 배열 및 구성 [1095제]

① 개념 이해 체크를 위한 기본 기출 문제 (50제)

필수 개념과 공식을 확인할 수 있는 기출 문제를 제시하여 개념 이해도를 높이고 기초 실력을 쌓도록 구성하였습니다.

② 최신 5개년 수능, 평가원 및 학력평가 기출 전 문항 수록 (976제)

- 최근 출제 경향을 파악할 수 있도록 최신 6개년 수능, 평가원 및 학력평가 기출 전 문항을 수록하였습니다.
- 2018~1994 수능, 평가원 및 학력평가 기출 문항 중 새수능 출제 기준에 맞는 문항을 엄선하여 수록하였습니다.

③ 경찰대, 삼사 중요 기출 문제 수록 (64제)

경찰대, 삼사 기출 문항 중 중요 문항을 선별하여 수록하였습니다.

④ 수능 대비를 위한 고품격 수능 기출 변형 문제 (5제)

수능을 대비해서 충분한 문제로 훈련할 수 있도록 수능 기출 변형 문제를 추가 수록하였습니다.

[고3 확률과 통계 수록 문항 구성표]

대비연도	3월	4·5월	6월	7월	9월	10월	수능	합계	비고
2025	8	8	8	8	8	8	8	56	* 2026학년도 수능에 적합한 전 문항 수록
2024	8	8	8	8	8	8	8	56	
2023	7	8	8	8	7	8	8	54	
2022	6	8	8	8	8	7	7	52	
2021	5	10	11	14	13	17	13	83	
2020	3	5	8	10	10	11	12	59	
2019	3	6	9	10	11	11	12	62	
2018	2	6	6	11	11	13	12	61	
2017	2	5	7	11	10	8	10	53	
2016	0	0	2	7	10	10	11	40	
2015	0	0	2	3	10	3	10	28	* 수능, 평가원, 학력평가 엄선 수록
2014	0	0	2	3	8	3	8	24	
2013	0	0	2	5	9	8	8	32	
2012	0	0	2	1	8	2	8	21	
2011	7	3	8	7	11	4	12	52	
2010	4	3	9	4	10	6	11	47	
2010이전	19	11	20	17	57	27	57	208	
2022, 2014, 2005 대비 예비 평가								25	
수능 기출 변형 문제								5	
고1/고2 학력평가								13	
삼사 및 경찰대								64	
총 문항 수								1095	

2025학년도 6월, 9월 평가원+수능

확률과 통계 문항 배치표

문항 번호	6월		9월		수능	
	수록 교재	수록 번호	수록 교재	수록 번호	수록 교재	수록 번호
23	확률과 통계	A48	확률과 통계	A47	확률과 통계	C06
24		D101		F32		E07
25		C07		D64		I53
26		D67		I14		D117
27		A15		G15		I70
28		E101		E35		B78
29		D50		H95		H93
30		B132		B117		D141

• 확률과 통계 : 2026 수능 대비 자이스토리 고3 확률과 통계



여러 가지 순열

★ 유형 차례

- ★ 중요 유형 01 원순열
- 유형 02 원순열을 이용하여 색칠하는 방법의 수 구하기
- 유형 03 자연수의 개수와 중복순열
- ★ 중요 유형 04 신호 또는 문자 만들기과 중복순열
- 유형 05 같은 것이 있는 문자의 나열
- 유형 06 같은 것이 있는 수의 나열로 만든 자연수의 개수
- 유형 07 배분과 같은 것이 있는 순열
- 유형 08 배분과 같은 것이 있는 순열
- 조건이나 표가 주어진 경우
- ★ 중요 유형 09 도로망에서 최단 경로 - 점 P를 지나는 경우
- 유형 10 도로망에서 최단 경로
- 제외되는 점이나 장애물이 있는 경우
- 유형 11 분할 및 분배의 수



★ 최신 3개년 수능+모평 출제 경향

학년도	출제 유형	난이도
2025	수능 출제되지 않음	
	9월 유형 05 같은 것이 있는 문자의 나열	***
	6월 유형 01 원순열 유형 05 같은 것이 있는 문자의 나열	* **
2024	수능 유형 05 같은 것이 있는 문자의 나열	***
	9월 유형 09 도로망에서 최단 경로 - 점 P를 지나는 경우	***
	6월 유형 05 같은 것이 있는 문자의 나열	***
2023	수능 유형 03 자연수의 개수와 중복순열	* **
	9월 출제되지 않음	
	6월 유형 04 신호 또는 문자 만들기과 중복순열 유형 05 같은 것이 있는 문자의 나열	* **

★ 2025 수능 출제 경향 분석

- 이번 수능에는 출제되지 않았지만 6월 모평과 9월 모평에서 모두 출제된 만큼, 원순열, 중복순열과 같은 것이 있는 순열에 대한 개념과 공식을 잘 알아야 하고 여러 유형의 문제들을 많이 학습해야 한다.

★ 2026 수능 예측

1. n 개의 자연수가 주어졌을 때, 이를 중복을 허락하여 만들 수 있는 m 자리의 자연수의 개수를 정확하게 구할 수 있어야 한다.
특히, 홀수이려면 일의 자리의 수가 1, 3, 5, 7, 9여야 하고, 짝수이려면 일의 자리의 수가 2, 4, 6, 8, 0이어야 한다.
2. 원순열, 중복순열의 수의 공식을 구분하여 정확하게 계산할 수 있어야 한다.
3. 여사건의 경우를 이용하려면 사건에 대한 여사건을 표현하는 연습을 하고, 직접 구할 수 있어야 한다.



A

여러 가지 순열

개념 강의



중요도 ★★☆☆

1 원순열 — 유형 01~02

(1) 원순열 : 서로 다른 것을 원형으로 배열하는 순열

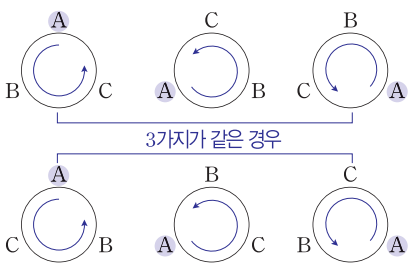
(2) 서로 다른 n 개를 원형으로 배열하는 원순열의 수는 $\frac{n!}{n} = (n-1)!$

출제 2025 6월 모평 27번

★ 특정한 두 의자가 서로 이웃하지 않도록 원형으로 배열하는 경우의 수를 원순열을 이용하여 구하는 중하 난이도의 문제가 출제되었다.

왜 그럴까?

1 서로 다른 n 개를 일렬로 나열한 것을 원형으로 배열하면 같은 것이 n 가지씩 있으므로 원순열의 수는 $\frac{n!}{n}$ 이다.

예	서로 다른 3개를 나열	서로 다른 3개를 원형으로 배열 ²⁾	차이점
	세 개의 문자 A, B, C를 일렬로 나열하면 ABC CAB BCA ACB BAC CBA	세 개의 문자 A, B, C를 원형으로 배열하면  회전시켰을 때, 서로 같은 경우가 존재하므로 일렬로 나열하는 것과는 구분해야 한다. 3가지가 같은 경우	
	순열의 수는 $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$	같은 경우가 3개씩 있으므로 원순열의 수는 $\frac{3!}{3} = (3-1)! = 2! = 2$	(원순열의 수) $= \frac{(\text{순열의 수})}{n}$

+개념 보충

2 원순열에서 회전하여 일치하는 배열은 모두 같은 것으로 본다. 따라서 한 번 나열한 경우에 대하여 그 순서대로 자리를 오른쪽으로 1칸씩, 2칸씩, ..., n 칸씩 회전시켰을 때, 같은 경우를 반드시 따져주어 전체 경우를 n 으로 나눠 주어야 한다.

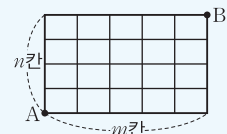
왜 그럴까?

3 다각형 모양의 탁자에 둘러앉은 경우의 수
생각하자. 원순열에 의해 탁자에 둘러앉은 경우의 수는 일단 $(n-1)!$ 이다. 그러나 실제로는 원형이 아니라 다각형 모양의 탁자이므로 탁자의 모양에 의하여 서로 다른 경우가 존재할 수 있다. 이때, 탁자에 둘러앉은 경우를 하나 생각하고, 그 경우에서 서로 다른 경우가 존재하도록 앉은 사람들을 회전시키면 된다.

4 단순히 회전시켰을 때,
① → ② → ③ → ④ → ⑤ → ⑥으로 같은 경우이지만 직사각형 탁자에 앉았으므로
(1) 직사각형의 세로에 ①이 앉은 경우
(2) 직사각형의 가로 왼쪽에 ①이 앉은 경우
(3) 직사각형의 가로 오른쪽에 ①이 앉은 경우
가 모두 다른 경우이다.

+개념 보충

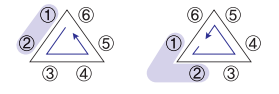
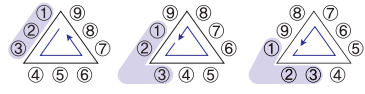
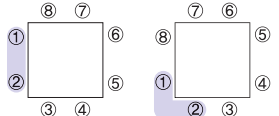
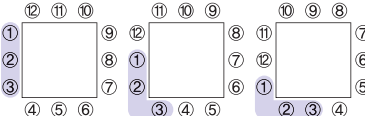
5 A지점에서 B지점까지 최단거리로 가는 방법의 수



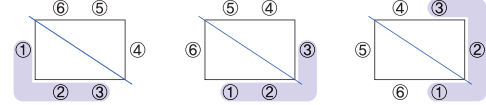
가로로 m 칸, 세로로 n 칸인 경로일 때 같은 것이 각각 m 개, n 개 있는 것을 일렬로 나열하는 순열의 수와 같다. 즉, A지점에서 B지점까지 최단거리로 가는 방법의 수는 $\frac{(m+n)!}{m!n!}$

(3) 다각형 모양의 탁자에 둘러앉은 경우의 수

① 정다각형 모양의 탁자 : n 명이 정다각형 모양의 탁자에 한 번에 k 명씩 앉은 경우의 수는 $k \times (n-1)!$

예	정다각형	한 번에 2명이 앉을 수 있는 경우	한 번에 3명이 앉을 수 있는 경우
(i) 정삼각형 모양의 탁자에 배열하는 한 가지 경우 중 서로 다른 경우			
(ii) 정사각형 모양의 탁자에 배열하는 한 가지 경우 중 서로 다른 경우			

② 직사각형 모양의 탁자 : (회전시켰을 때, 겹치지 않는 경우의 수) $\times$ (원순열의 수)
직사각형을 대각선으로 나눈 뒤, 그 절반의 자리 수

예	직사각형	한 번에 6명이 앉을 수 있는 경우 ⁴⁾
배열하는 한 가지 경우 중 서로 다른 경우		

2 중복순열 — 유형 03~04

(1) 중복순열 : 중복을 허락하여 만든 순열

(2) 서로 다른 n 개에서 중복을 허락하여 r 개를 택하는 중복순열의 수는 $n \Pi_r = n^r$

3 같은 것이 있는 순열⁵⁾ — 유형 05~11

n 개 중에서 서로 같은 것이 각각 p 개, q 개, ..., r 개씩 있을 때 n 개를 일렬로 나열하는 순열의 수는

$$\frac{n!}{p!q!\cdots r!} \quad (\text{단, } p+q+\cdots+r=n)$$

출제 2025 9월 모평 23번

2025 6월 모평 23번

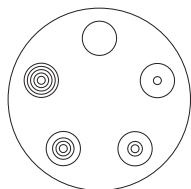
★ 6월, 9월 모두 같은 것이 있는 순열을 이용하여 문자를 일렬로 나열하는 경우의 수를 구하는 아주 쉬운 문제가 출제되었다.



1 원순열

A01 기분 2018대비(나) 9월 모평 6(고3)

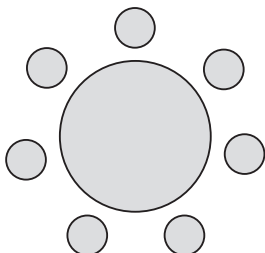
서로 다른 5개의 접시를 원 모양의 식탁에 일정한 간격을 두고 원형으로 놓는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점)



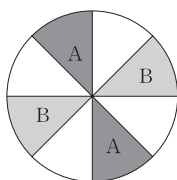
- ① 6 ② 12 ③ 18
④ 24 ⑤ 30

A02 기분 2020실시(가) 4월 학평 25(고3)

그림과 같이 원형 탁자에 7개의 의자가 일정한 간격으로 놓여 있다. A학교 학생 2명, B학교 학생 2명, C학교 학생 3명이 모두 이 7개의 의자에 앉으려고 할 때, A학교 학생 2명이 서로 이웃하여 앉고 B학교 학생 2명도 서로 이웃하여 앉는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점)

A03 기분 2009실시(나) 10월 학평 20(고3)

8등분된 원판에 A, B, C, D, E, F의 6가지 색을 모두 사용하여 영역을 구분하려고 한다. 그림과 같이 A, B 두 가지 색은 이미 칠해져 있을 때, 칠해져 있지 않은 영역에 칠할 수 있는 방법의 수를 구하시오. (단, 한 영역에는 한 가지 색을 칠하고, 회전하여 같은 경우에는 한 가지 방법으로 한다.) (3점)



2 중복순열

A04 기분 2017대비(가) 수능 5(고3)

숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 네 개를 택해 일렬로 나열하여 만든 네 자리의 자연수가 5의 배수인 경우의 수는? (3점)

- ① 115 ② 120 ③ 125
④ 130 ⑤ 135

3 같은 것이 있는 순열

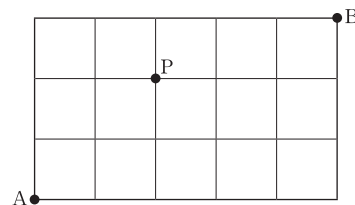
A05 기분 1996대비(인) 수능 5(고3)

영문자 P, A, S, S를 일렬로 배열하는 방법의 수는? (1점)

- ① 6 ② 8 ③ 12
④ 18 ⑤ 24

A06 기분 2018대비(나) 6월 모평 7(고3)

그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A 지점에서 출발하여 P 지점을 지나 B 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는? (3점)



- ① 16 ② 18 ③ 20
④ 22 ⑤ 24



수능 유형별 기출 문제

[2점, 3점, 쉬운 4점]

Pass 쉬운 유형, 반복 계산 문제로
패스 하셔도 좋습니다.

1 원순열

2025 6월

유형 01 원순열

출제

- (1) 원순열 : 서로 다른 것을 원형으로 배열하는 순열
(2) 서로 다른 n 개를 원형으로 배열하는 원순열의 수

$$\frac{n!}{n} = (n-1)!$$

tip

원순열의 경우 회전하여 일치하는 것을 같은 것으로 보기 때문에
회전하는 경우를 단순한 나열로 생각하기 위해서 한 자리를 고정시키고
그 후에 나머지를 일렬로 배열하는 경우로 접근해야 한다.

A07 ※※※ 2024실시 3월 학평 확통 25(고3)



남학생 5명, 여학생 2명이 있다. 이 7명의 학생이
일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때,
여학생끼리 이웃하여 앉는 경우의 수는?

(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점)

- ① 200 ② 240 ③ 280
④ 320 ⑤ 360

A08 ※※※ 2023실시 3월 학평 확통 24(고3)



5명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에
모두 둘러앉는 경우의 수는?

(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점)

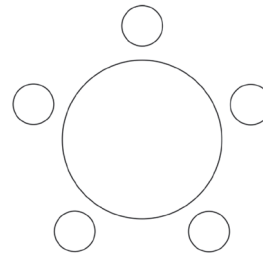
- ① 16 ② 20 ③ 24
④ 28 ⑤ 32

A09 ※※※ 2023실시 4월 학평 확통 25(고3)



세 학생 A, B, C를 포함한 7명의 학생이 있다.

이 7명의 학생 중에서 A, B, C를 포함하여 5명을 선택하고,
이 5명의 학생 모두를 일정한 간격으로 원 모양의 탁자에 둘러
앉게 하는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은
것으로 본다.) (3점)



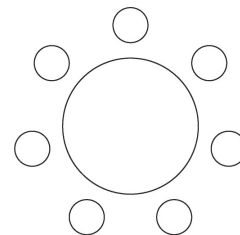
- ① 120 ② 132 ③ 144
④ 156 ⑤ 168

A10 ※※※ 2021대비(나) 6월 모평 12(고3)

1학년 학생 2명, 2학년 학생 2명, 3학년 학생 3명이 있다.

이 7명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두
둘러앉을 때, 1학년 학생끼리 이웃하고 2학년 학생끼리
이웃하게 되는 경우의 수는?

(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점)



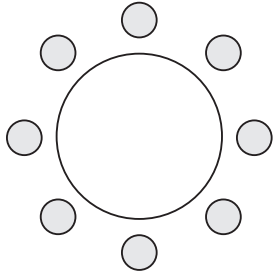
- ① 96 ② 100 ③ 104
④ 108 ⑤ 112

A11 ※※※ 2021실시 3월 학평 25(고3)



어느 고등학교 3학년의 네 학급에서 대표 2명씩 모두 8명의 학생이 참석하는 회의를 한다. 이 8명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때, 같은 학급 학생끼리 서로 이웃하게 되는 경우의 수는?

(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점)



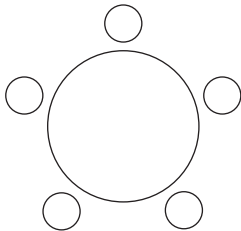
- ① 92 ② 96 ③ 100
④ 104 ⑤ 108

A12 ※※※ 2021대비(나) 9월 모평 14(고3)



다섯 명이 둘러앉을 수 있는 원 모양의 탁자와 두 학생 A, B를 포함한 8명의 학생이 있다. 이 8명의 학생 중에서 A, B를 포함하여 5명을 선택하고 이 5명의 학생 모두를 일정한 간격으로 탁자에 둘러앉게 할 때, A와 B가 이웃하게 되는 경우의 수는?

(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (4점)

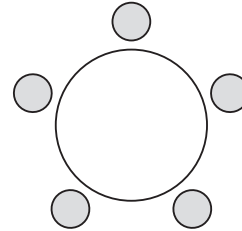


- ① 180 ② 200 ③ 220
④ 240 ⑤ 260

A13 ※※※ 2019실시(가) 3월 학평 9(고3)



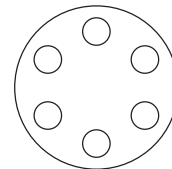
그림과 같이 원형 탁자에 5개의 의자가 일정한 간격으로 놓여 있다. 1학년 학생 2명, 2학년 학생 2명, 3학년 학생 1명이 모두 이 5개의 의자에 앉으려고 할 때, 1학년 학생 2명이 서로 이웃하도록 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점)



- ① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

A14 ※※※ 2012대비(가) 9월 모평 6(고3)

그림과 같이 최대 6개의 용기를 넣을 수 있는 원형의 실험기구가 있다. 서로 다른 6개의 용기 A, B, C, D, E, F를 이 실험 기구에 모두 넣을 때, A와 B가 이웃하게 되는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점)



- ① 36 ② 48 ③ 60
④ 72 ⑤ 84



1등급 마스터 문제

[4점 + 2등급 대비 + 1등급 대비]

A118 *** 2024실시 3월 학평 확통 28(고3)



다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는? (4점)

- (가) $ab^2c = 720$
(나) a 와 c 는 서로소가 아니다.

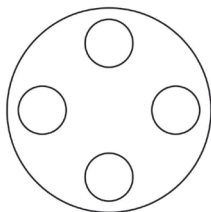
- ① 38 ② 42 ③ 46
④ 50 ⑤ 54

A119 *** 2023실시 3월 학평 확통 28(고3)



원 모양의 식탁에 같은 종류의 비어 있는 4개의 접시가 일정한 간격을 두고 원형으로 놓여 있다. 이 4개의 접시에 서로 다른 종류의 빵 5개와 같은 종류의 사탕 5개를 다음 조건을 만족시키도록 남김없이 나누어 담는 경우의 수는?
(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (4점)

- (가) 각 접시에는 1개 이상의 빵을 담는다.
(나) 각 접시에 담는 빵의 개수와 사탕의 개수의 합은 3 이하이다.



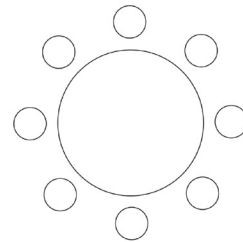
- ① 420 ② 450 ③ 480
④ 510 ⑤ 540

A120 *** 2021실시 4월 학평 29(고3)



두 남학생 A, B를 포함한 4명의 남학생과 여학생 C를 포함한 4명의 여학생이 있다. 이 8명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 다음 조건을 만족시키도록 모두 둘러 앉는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (4점)

- (가) A와 B는 이웃한다.
(나) C는 여학생과 이웃하지 않는다.





A132 * * * 2025대비 삼사 확통 28(고3)



숫자 1, 1, 2, 2, 4, 4, 4가 하나씩 적혀 있는 7장의 카드가 있다. 이 7장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, 서로 이웃한 2장의 카드에 적혀 있는 두 수의 차를 각각 a, b, c, d, e, f 라 하자. 예를 들어 그림과 같이 나열한 경우 $a=3, b=1, c=1, d=3, e=0, f=2$ 이다.

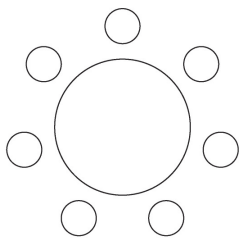


$a+b+c+d+e+f$ 의 값이 짝수가 되도록 카드를 나열하는 경우의 수는? (단, 같은 숫자가 적혀 있는 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.) (4점)

- ① 100 ② 110 ③ 120
④ 130 ⑤ 140

A133 * * * 2021대비(나) 삼사 8(고3)

그림과 같이 원형 탁자에 7개의 의자가 일정한 간격으로 놓여 있다. A, B, C를 포함한 7명의 학생이 모두 이 7개의 의자에 앉으려고 할 때, A, B, C 세 명 중 어느 두 명도 서로 이웃하지 않도록 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점)



- ① 120 ② 132 ③ 144
④ 156 ⑤ 168

A134 * * * 2021대비 경찰대 14(고3)



$(x-y+1)^{n+2}$ 의 전개식에서 $x^n y^2$ 의 계수를 $f(n)$ 이라 할 때,

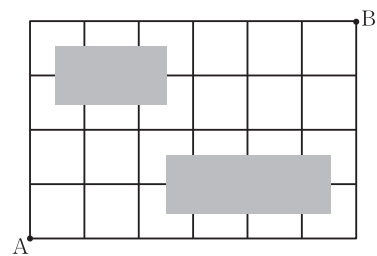
$$\frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(3)} + \cdots + \frac{1}{f(2020)} = \frac{a}{b}$$

이다. $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 서로소인 자연수이다.) (4점)

- ① 2019 ② 2020 ③ 2021
④ 2022 ⑤ 2023

A135 * * * 2017대비(나) 삼사 23(고3)

어느 부대가 그림과 같은 바둑판 모양의 도로망에서 장애물 (어두운 부분)을 피해 A 지점에서 B 지점으로 도로를 따라 이동하려고 한다. A 지점에서 출발하여 B 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수를 구하시오. (3점)





1 회 확률과 통계 실전 기출 모의고사

2026학년도 수능 대비 ①

범위: 확률과 통계 전단원

- 문항 수 8개
- 배점 26점
- 제한시간 40분

5지선다형

1 회 01 ※※※ 2018실시(나) 7월 학평 3(고3)

확률변수 X 가 이항분포 $B\left(12, \frac{1}{3}\right)$ 을 따를 때, $E(X)$ 의 값은?
(2점)

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

1 회 02 ※※※ 2012대비(나) 9월 모평 4(고3)

두 사건 A, B 가 서로 독립이고,

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(A \cup B) = \frac{4}{5}$$

일 때, $P(A \cap B)$ 의 값은? (3점)

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{3}{20}$ ③ $\frac{1}{5}$
④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{3}{10}$

1 회 03 ※※※ 2004대비(인) 수능 14(고3)

세 숫자 1, 2, 3을 중복 사용하여 네 자리의 자연수를 만들 때,
1과 2가 모두 포함되어 있는 자연수의 개수는? (3점)

- ① 58 ② 56 ③ 54
④ 52 ⑤ 50

1 회 04 ※※※ 2009대비(가) 9월 모평 27(고3)

사과 주스, 포도 주스, 감귤 주스 중에서 8병을 선택하려고
한다. 사과 주스, 포도 주스, 감귤 주스를 각각 적어도 1병
이상씩 선택하는 경우의 수는? (단, 각 종류의 주스는 8병
이상씩 있다.) (3점)

- ① 17 ② 19 ③ 21
④ 23 ⑤ 25

1회 05 * * * 2009실시(나) 10월 학평 29(고3)



어느 지역에서 생산되는 굴의 당도는 평균이 m 이고 표준편차가 1.5인 정규분포를 따른다고 한다. 표는 이 지역에서 생산된 굴 중에서 임의로 9개를 추출하여 당도를 측정한 결과를 나타낸 것이다.

당도	10	11	12	13	합계
굴의 개수	4	2	2	1	9

이 결과를 이용하여 이 지역에서 생산되는 굴의 당도의 평균 m 을 신뢰도 95 %로 추정한 신뢰구간은?

(단, $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.475$ 이고 당도의 단위는 브릭스이다.) (3점)

- ① $10.02 \leq m \leq 11.98$ ② $9.77 \leq m \leq 12.23$
 ③ $9.53 \leq m \leq 12.47$ ④ $9.35 \leq m \leq 12.65$
 ⑤ $9.04 \leq m \leq 12.96$

1회 06 * * * 2008대비(나) 수능 13(고3)



어느 회사의 전체 신입 사원 1000명을 대상으로 신체 검사를 한 결과, 키는 평균 m , 표준편차 10인 정규분포를 따른다고 한다. 전체 신입 사원 중에서 키가 177 이상인 사원이 242명이었다. 전체 신입 사원 중에서 임의로 선택한 한 명의 키가 180 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 키의 단위는 cm이다.)

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.7	0.2580
0.8	0.2881
0.9	0.3159
1.0	0.3413

(4점)

- ① 0.1587 ② 0.1841 ③ 0.2119
 ④ 0.2267 ⑤ 0.2420

단답형

1회 07 * * * 2005대비(나) 9월 모평 23(고3)



A 주머니에 흰 공 2개, 검은 공 5개 그리고 B 주머니에 흰 공 3개, 검은 공 4개가 들어 있다. A 주머니에서 한 개의 공을 임의로 꺼내어 B 주머니에 넣은 다음 다시 B 주머니에서 하나의 공을 꺼내기로 한다. B에서 꺼낸 공이 흰 공일 때, A에서 B로 옮겨진 공이 흰 공이었을 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $10p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) (4점)

1회 08 ★ 1등급 대비 2011대비(나) 9월 모평 24(고3)



주머니 안에 스티커가 1개, 2개, 3개 붙어 있는 카드가 각각 1장씩 들어 있다. 주머니에서 임의로 카드 1장을 꺼내어 스티커 1개를 더 붙인 후 다시 주머니에 넣는 시행을 반복한다. 주머니 안의 각 카드에 붙어 있는 스티커의 개수를 3으로 나눈 나머지가 모두 같아지는 사건을 A 라 하자. 시행을 6번 하였을 때, 1회부터 5회까지는 사건 A 가 일어나지 않고, 6회에서 사건 A 가 일어날 확률을 $\frac{q}{p}$ 라 하자. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) (4점)



여러 가지 순열



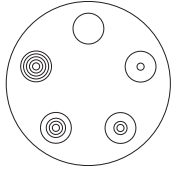
기본 기출 문제

A 01 정답 ④ *원순열 [정답률 91%]

(정답 공식: 원에서 서로 다른 대상 n 개를 배열하는 방법의 수는 $(n-1)!$ 이다.)

서로 다른 5개의 접시를 원 모양의 식탁에 일정한 간격을 두고 ① 원형으로 놓는 경우의 수는? (단, ② 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점)

단서 조건 ① ②와 같이 원형이고 회전하여 일치하는 것은 원순열의 키워드야.



- ① 6 ② 12 ③ 18
④ 24 ⑤ 30

1st 5개의 접시를 원탁에 나열하는 원순열의 수를 구하자.
5개를 일렬로 나열한 후 5로 나누거나, 1개를 고정하고 나머지 4개를 일렬로 나열하는
 $\frac{5!}{5} = (5-1)! = 4! = 24$ 경우의 수이지? 즉, $\frac{5!}{5}$ 또는 $1 \times (5-1)!$

[원순열] n 개를 원형으로 나열하는 경우의 수 $\frac{n!}{n}$ 또는 $1 \times (n-1)!$

수능 해강

* ABC를 원형으로 나열하는 원순열의 수 알아보기

원순열이란? 원형으로 나열하는 순열이야.
원순열에서는 회전하여 일치하면 같은 경우로 취급해.

A, B, C의 순열, 즉 직순열의 수는

$${}_3P_3 = 3! = 6$$

$$(ABC = BCA = CAB)$$

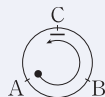
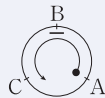
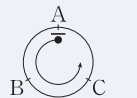
원순열에서는 각각 같은 경우

$$(ACB = BAC = CBA)$$

직순열에서는 다른 경우지만 원순열에서는 회전하면 일치하므로 모두 같은 경우야. 또, 맨 위에 올 수 있는 문자는 A, B, C 3개니까, 회전하여 같은 경우는 3개씩 발생해.

$$\therefore (\text{원순열의 수}) = \frac{{}_3P_3}{3} = 2$$

실제로 의 2가지뿐이야.

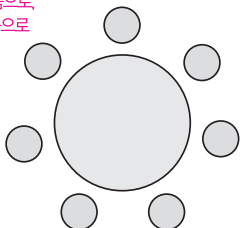


A 02 정답 96 *원순열 [정답률 80%]

(정답 공식: A학교와 B학교 학생을 각각 하나로 묶어 원순열의 수를 구한다.)

그림과 같이 원형 탁자에 7개의 의자가 일정한 간격으로 놓여 있다. A학교 학생 2명, B학교 학생 2명, C학교 학생 3명이 모두 이 7개의 의자에 앉으려고 할 때, A학교 학생 2명이 서로 이웃하여 앉고 B학교 학생 2명도 서로 이웃하여 앉는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점)

단서 A학교 학생을 한 묶음으로, B학교 학생을 한 묶음으로 생각해야겠지?



1st A학교 학생 2명과 B학교 학생 2명을 각각 한 학생으로 생각하여 원형으로 배열하는 경우의 수를 구하자.

A학교 학생 2명과 B학교 학생 2명을 각각 묶어서 한 학생으로 생각하면 전체 학생은 5명이다.

따라서 5명의 학생을 원형으로 배열하는 경우의 수는

$$\frac{5!}{5} = 4! = 24 \quad \text{서로 다른 } n \text{개를 원형으로 배열하는 원순열의 수는 } \frac{n!}{n} = (n-1)!$$

2nd A학교 학생 2명과 B학교 학생 2명이 각각 자리를 바꾸는 경우의 수를 구하자.

1st의 각각에 대하여 A학교 학생 2명이 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 2, B학교 학생 2명이 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 2이다.

3rd 경우의 수를 구하자.

따라서 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여

$$24 \times 2 \times 2 = 96$$

* 원순열

개념·공식

서로 다른 것을 원형으로 배열하는 순열을 원순열이라 한다.

서로 다른 n 개를 원형으로 배열하는 원순열의 수는 $\frac{n!}{n} = (n-1)!$ 이다.

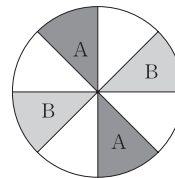
A 03 정답 12 *원순열 - 색 배치 [정답률 78%]

(정답 공식: 이미 A, B의 색이 칠해진 영역을 제외한 나머지 부분에 C, D, E, F를 색칠하는 원순열의 수를 구한다.)

8등분된 원판에 A, B, C, D, E, F의 6가지 색을 모두 사용하여 영역을 구분하려고 한다. 그림과 같이 A, B 두 가지 색은 이미 칠해져 있을 때, 칠해져 있지 않은 영역에 칠할 수 있는 방법의 수를 구하시오. (단, 한 영역에는 한 가지 색을 칠하고, 회전하여 같은 경우에는 한 가지 방법으로 한다.) (3점)

단서 1 회전하므로 원순열을 생각하자.

단서 2 A, B를 제외한 부분에서 회전하여 중복되는 경우가 생기지? 이때, A, B가 자리를 바꾸는 경우도 가능하네.



1st A, B를 제외한 4가지 색을 칠하는 방법의 수를 생각해 볼까?
한 칸씩 띄어진 부분도 회전하면 같은 것이 발생하니까 원순열을 이용해.

먼저 C, D, E, F를 8등분된 원판에 한 칸씩 띄어 색칠하는 방법의 수는 $(4-1)! = 3!$

서로 다른 n 개를 원형으로 배열하는 원순열의 수는 $(n-1)! = (n-1)(n-2) \cdots 3 \times 2 \times 1$

2nd 주어진 그림과 같이 A, B 색의 위치로 생각하여 칠할 수 있는 방법의 수를 계산해.

남은 빈칸에 그림과 같이 A는 A끼리, B는 B끼리 마주보도록 색칠하는 방법의 수는 2가지이므로 구하는 방법의 수는 $3! \times 2 = 12$



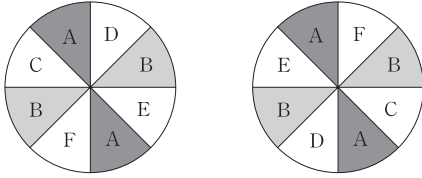
와 같이 2가지 경우가 생기지?

특독 풀이: A, B를 제외한 나머지 4가지를 색칠하는 방법의 수에서 중복되는 경우의 수로 나누기

중복되는 경우를 고려하여 계산해 보자. A, B를 제외한 나머지 4가지 색을 칠하는 방법의 수는 4!이야.

그런데 그림과 같이 각 경우에 대해 중복되는 경우는 2가지씩 나와.

왼쪽 그림을 시계 방향으로 180° 회전시키면 오른쪽 그림이 나오므로
왼쪽 그림과 같이 색을 칠하는 경우와 오른쪽 그림과 같이 색을 칠하는 경우는 같은 경우야.



따라서 구하는 방법의 수는

중복되는 경우가 C, D, E, F를 배열할 때마다 2가지씩 나오므로
C, D, E, F를 배열하는 경우의 수를 2로 나누어야 하는 거야.

$$\frac{4!}{2} = 12 \text{야.}$$

A 04 정답 ③ *중복순열 - 수 나열 [정답률 95%]

[정답 공식: 일의 자리가 0, 5이면 그 수는 5의 배수다.]

숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 네 개를 택해 일렬로 나열하여 만든 네 자리의 자연수가 5의 배수인 경우의 수는? (3점)

- ① 115 ② 120 ③ 125
④ 130 ⑤ 135

단서 '중복을 허락하여 일렬로 나열' 바로 중복순열을 뜻하는 말이야.
이때, 5의 배수하려면 일의 자리 수가 5이거나 0이면 되겠지?

1st 5의 배수가 되어야 하니까 일의 자리 수를 5로 고정시켜 놓고 나머지 수를 결정하자. 일의 자리 수가 5이거나 0이면 돼.

일의 자리수가 5이므로 나머지 세 자리에는 5가 또 반복될 수 있는 걸 주의해.

1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복 선택하여 나열하면 된다.

따라서 네 자리의 자연수가 5의 배수인 경우는

일의 자리는 결정되었으니까 나머지 세 자리에 오는 수를 정해야 해.
서로 다른 5개 중 중복을 허락하여 3개를 선택하는 순열이지?

$${}_5\P_3 = 5^3 = 125$$

쉬운 풀이: 천, 백, 십의 자리에 올 수 있는 경우의 수를 각각 계산하여 경우의 수 구하기

천의 자리에 올 수 있는 수는 5가지,

백의 자리에 올 수 있는 수는 5가지,

십의 자리에 올 수 있는 수는 5가지이고,

이는 동시에 일어나므로

$$5 \times 5 \times 5 = 125 \text{(가지)}$$

또한, 일의 자리는 5로 고정되어 있으므로 1가지

따라서 구하는 경우의 수는

$$125 \times 1 = 125$$

중복순열

개념·공식

서로 다른 n 개에서 중복을 허락하여 r 개를 택하는 순열의 수는 ${}_n\P_r = n^r$

A 05 정답 ③ *같은 것이 있는 순열 [정답률 90%]

[정답 공식: 4개 중 같은 것이 2개 있으므로 $\frac{4!}{2!}$ 이다.]

영문자 P, A, S, S를 일렬로 배열하는 방법의 수는? (1점)

단서 같은 문자가 있는 경우, P가 아니므로 주의하자.

- ① 6 ② 8 ③ 12 ④ 18 ⑤ 24

1st 서로 같은 것이 p, q, r 개 있을 때, 일렬로 배열하는 방법의 수는 $\frac{n!}{p!q!r!}$

(단, $p+q+r=n$)임을 이용해.

P가 1개, A가 1개, S가 2개 있으므로 구하는 방법의 수는

$$\frac{4!}{2!1!1!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1 \times 1 \times 1} = 12 \quad \text{← 같은 것이 2개 있으므로 이것을 나열하는 경우의 수를 2!로 나누어야 해.}$$

같은 것이 있는 순열

개념·공식

n 개 중에서 서로 같은 것이 각각 p 개, q 개, ..., r 개씩 있을 때, 이들 n 개를 모두 일렬로 배열하는 순열의 수는

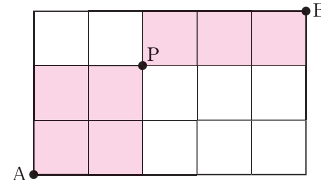
$$\frac{n!}{p!q!\cdots r!} \quad (\text{단, } p+q+\cdots+r=n)$$

A 06 정답 ⑤ *도로망에서 최단 경로 [정답률 81%]

[정답 공식: A에서 P까지 가는 경우의 수, P에서 B까지 가는 경우의 수를 각각 구한다. 오른쪽으로 한 칸 가는 이동, 위쪽으로 한 칸 가는 이동, 이 두 가지 이동을 통해 경로를 표시할 수 있다.]

그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A 지점에서 출발하여 P 지점을 지나 B 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는? (3점)

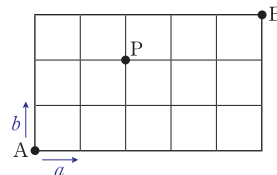
단서 A 지점에서 P 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수와 P 지점에서 B 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수의 곱이 구하는 경우의 수야. 이때, 최단거리로 가려면 위쪽, 오른쪽으로만 이동해야 해.



- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

1st 같은 것이 있는 순열을 이용하여 A → P까지 가는 경우의 수와 P → B까지 가는 경우의 수를 각각 구하자.

n 개 중 같은 것이 p 개, q 개, ..., r 개가 각각 있을 때, 이 n 개를 일렬로 나열하는 순열의 수는 $\frac{n!}{p!q!\cdots r!}$
(단, $p+q+\cdots+r=n$)



주어진 도로망에서 오른쪽으로 한 칸 옮기는 이동을 a , 위쪽으로 한 칸 옮기는 이동을 b 라 하면 A 지점에서 출발하여 B 지점까지 최단거리로 갈 때, P 지점을 지나야 하므로 다음과 같이 경우를 나누자.

(i) A 지점에서 P 지점까지 최단거리로 가는 방법은 a 가 2번, b 가 2번
이므로 경우의 수는 $\frac{(2+2)!}{2!2!} = \frac{4!}{2!2!} = 6$
 a, a, b, b 를 일렬로 나열

(ii) P 지점에서 B 지점까지 최단거리로 가는 방법은 a 가 3번, b 가 1번이
므로 경우의 수는 $\frac{(3+1)!}{3!1!} = \frac{4!}{3!1!} = 4$
 a, a, a, b 를 일렬로 나열

**A 118** 정답 ② *중복순열과 순서쌍의 개수 [정답률 30%]

정답 공식: 서로 다른 n 개에서 중복을 허락하여 r 개를 택하는
중복순열의 수는 ${}_n\Pi_r = n^r$ 이다.

다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c 의 모든 순서쌍
(a, b, c)의 개수는? (4점)

(가) $ab^2c=720$ **단서1** 720을 소인수분해하면 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로 b 가 되는
수를 먼저 선택하고 순서쌍 (a, c)의 개수를 구할 수
(나) a 와 c 는 서로소가 아니다. **있어.**

단서2 전체의 경우에서 서로소인 경우를 빼면 돼.

- ① 38 ② 42 ③ 46
④ 50 ⑤ 54

1st 조건 (가)를 만족시키는 자연수 a, b, c 의 경우의 수를 구해.

720을 소인수분해하면 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로 b^2 이 될 수 있는 수와
 b^2 에 따른 ac 가 될 수 있는 수는 다음과 같다.

b^2	ac
1^2	$2^4 \times 3^2 \times 5$
2^2	$2^2 \times 3^2 \times 5$
3^2	$2^4 \times 5$
4^2	$3^2 \times 5$
$2^2 \times 3^2$	$2^2 \times 5$
$4^2 \times 3^2$	5

(i) $b^2=1^2, ac=2^4 \times 3^2 \times 5$ 인 경우

a, c 는 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 의 약수이므로 순서쌍 (a, c)의 개수는
 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 의 약수의 개수와 같다.

만약 $a=2$ 라 하면 $c=2^3 \times 3^2 \times 5$ 가 되므로 a 를 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 의 약수 중
하나로 선택하면 c 는 자동으로 결정됨을 알 수 있어.

즉, $(4+1) \times (2+1) \times (1+1) = 5 \times 3 \times 2 = 30$

(ii) $b^2=2^2, ac=2^2 \times 3^2 \times 5$ 인 경우

a, c 는 $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 약수이므로 순서쌍 (a, c)의 개수는
 $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 약수의 개수와 같다.

즉, $(2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 3 \times 3 \times 2 = 18$

(iii) $b^2=3^2, ac=2^4 \times 5$ 인 경우

a, c 는 $2^4 \times 5$ 의 약수이므로 순서쌍 (a, c)의 개수는
 $2^4 \times 5$ 의 약수의 개수와 같다.

즉, $(4+1) \times (1+1) = 5 \times 2 = 10$

(iv) $b^2=4^2, ac=3^2 \times 5$ 인 경우

a, c 는 $3^2 \times 5$ 의 약수이므로 순서쌍 (a, c)의 개수는
 $3^2 \times 5$ 의 약수의 개수와 같다.

즉, $(2+1) \times (1+1) = 3 \times 2 = 6$

(v) $b^2=2^2 \times 3^2, ac=2^2 \times 5$ 인 경우

a, c 는 $2^2 \times 5$ 의 약수이므로 순서쌍 (a, c)의 개수는
 $2^2 \times 5$ 의 약수의 개수와 같다.

즉, $(2+1) \times (1+1) = 3 \times 2 = 6$

(vi) $b^2=4^2 \times 3^2, ac=5$ 인 경우

a, c 는 5의 약수이므로 순서쌍 (a, c)의 개수는 2

(i)~(vi)에 의하여 조건 (가)를 만족시키는 경우의 수는

$30 + 18 + 10 + 6 + 6 + 2 = 72$

2nd 자연수 a 와 c 가 서로소인 경우의 수를 구해.

(i) $b^2=1^2, ac=2^4 \times 3^2 \times 5$ 인 경우

2^4 은 a 의 약수이거나 c 의 약수인 두 가지 경우가 있고,

만약 $a=2$ 이고 $c=2^3 \times 3^2 \times 5$ 이면 a 와 c 는 서로소가 아니다. a 와 c 가 서로소일 때는
 a 와 c 의 공약수가 1뿐인 경우이므로 $2^4, 3^2, 5$ 가 a 와 c 둘 중 하나의 약수이어야 해

3^2 과 5 도 a 의 약수이거나 c 의 약수인 두 가지 경우가 있다.

따라서 서로소인 순서쌍 (a, c)의 개수는

$${}_2\Pi_3 = 2^3 = 8$$

(ii) $b^2=2^2, ac=2^2 \times 3^2 \times 5$ 인 경우

a 와 c 가 서로소이면 $2^2, 3^2, 5$ 가 각각 a 와 c 둘 중 하나의 약수이어야
하므로 서로소인 순서쌍 (a, c)의 개수는

$${}_2\Pi_3 = 2^3 = 8$$

(iii) $b^2=3^2, ac=2^4 \times 5$ 인 경우

a 와 c 가 서로소이면 2^4 과 5 가 각각 a 와 c 둘 중 하나의 약수이어야
하므로 서로소인 순서쌍 (a, c)의 개수는

$${}_2\Pi_2 = 2^2 = 4$$

(iv) $b^2=4^2, ac=3^2 \times 5$ 인 경우

a 와 c 가 서로소이면 3^2 과 5 가 각각 a 와 c 둘 중 하나의 약수이어야
하므로 서로소인 순서쌍 (a, c)의 개수는

$${}_2\Pi_2 = 2^2 = 4$$

(v) $b^2=2^2 \times 3^2, ac=2^2 \times 5$ 인 경우

a 와 c 가 서로소이면 2^2 과 5 가 각각 a 와 c 둘 중 하나의 약수이어야
하므로 서로소인 순서쌍 (a, c)의 개수는

$${}_2\Pi_2 = 2^2 = 4$$

(vi) $b^2=4^2 \times 3^2, ac=5$ 인 경우

(a, c) = (1, 5), (a, c) = (5, 1) 두 경우 모두 서로소이므로
서로소인 순서쌍 (a, c)의 개수는 2

(i)~(vi)에 의하여 자연수 a 와 c 가 서로소인 경우의 수는

$$8 + 8 + 4 + 4 + 4 + 2 = 30$$

3rd 모든 순서쌍 (a, b, c)의 개수를 구해.

따라서 구하는 모든 순서쌍 (a, b, c)의 개수는

$$72 - 30 = 42$$

☆ 약수의 개수와 중복순열

개념 · 공식

(1) 약수의 개수

자연수 A 가 $A = a^m \times b^n$ (a, b 는 서로 다른 소수, m, n 은 자연수)
으로 소인수분해될 때,

A 의 약수의 개수는 $(m+1) \times (n+1)$

(2) 중복순열

서로 다른 n 개에서 중복을 허락하여 r 개를 택하는 순열의 수는

$${}_n\Pi_r = n^r$$

(e) 두 정사각형 R_2, R_3 의 네 변을 모두 지나는 경우

$A \rightarrow C_4 \rightarrow C_2, C_2 \rightarrow C_4 \rightarrow A$ 의

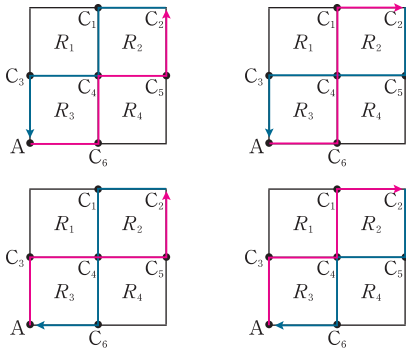
순서로 이동하는 경우의 수는

$$(2 \times 2) \times (1 \times 1) = 4$$

전체 경우에서 제외되는 경우를 찾는 거지?

(a)~(d)까지는 각 정사각형 R_1, R_2, R_3, R_4 에 대하여 네 변을 모두 지나는 경우에 대하여 각각 알아봤어. (e)의 경우는 A 지점에서 출발하여 B 지점을 지나 다시 A 지점까지 돌아오는 방향성 때문에 두 정사각형 R_2, R_3 의 네 변을 모두 지나는 경우도 생기기 때문에 제외시키기 위해 구해야 하는 거야. 이 부분을 놓치면 안돼.

즉, $A \rightarrow C_4 \rightarrow C_2$ 로 이동하는 경로를 빨간색으로, $C_2 \rightarrow C_4 \rightarrow A$ 로 이동하는 경로를 파란색으로 표현하면 다음의 4가지 경우가 있다.



(a)~(e)에 의하여 $A \rightarrow C_2, C_2 \rightarrow A$ 의 순서로 이동할 때, 정사각형 중 네 변을 모두 지나는 정사각형이 없는 경우의 수는 $36 - \{(2+8+8+2) - 4\} = 20$

(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여 $2 \times 20 = 40$

* 정사각형 R의 네 변을 지나기 위해 항상 지나는 점의 위치를 우선 찾기

정사각형 R의 네 변을 지나기 위해 항상 지나가야 하는 점의 위치를 찾은 뒤 나머지 작은 정사각형 8개 중 네 변을 모두 지나게 될 수 있는 정사각형을 골라내면, R_1, R_2, R_3, R_4 가 나와. 이들 정사각형의 네 변을 지나는 경로를 구하여 R의 네 변을 지나는 경우의 수에서 제외하면 R의 네 변만 지나는 경우의 수를 구할 수 있어.

☆ 같은 것이 있는 순열

개념·공식

n 개 중에서 서로 같은 것이 각각 p 개, q 개, ..., r 개씩 있을 때, 이들 n 개를 모두 일렬로 배열하는 순열의 수는

$$\frac{n!}{p!q!\cdots r!} \quad (\text{단, } p+q+\cdots+r=n)$$



경향대, 삼사 중요 기출 문제

[어려운 3점+4점+5점]

A 132 정답 ② *같은 것이 있는 순열-조건 배열 [정답률 58%]

정답 공식: n 개 중에서 서로 같은 것이 각각 p 개, q 개, ..., r 개씩 있을 때 n 개를 일렬로 나열하는 순열의 수는 $\frac{n!}{p!q!\cdots r!}$ (단, $p+q+\cdots+r=n$)

단서1 같은 것이 있는 순열을 생각할 수 있어.

숫자 1, 1, 2, 2, 4, 4, 4가 하나씩 적혀 있는 7장의 카드가 있다. 이 7장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, 서로 이웃한 2장의 카드에 적혀 있는 두 수의 차를 각각 a, b, c, d, e, f 라 하자. 예를 들어 그림과 같이 나열한 경우 $a=3, b=1, c=1, d=3, e=0, f=2$ 이다.



$a+b+c+d+e+f$ 의 값이 짝수가 되도록 카드를 나열하는

단서2 합이 짝수가 되려면 홀수가 짝수 개이어야 해.

경우의 수는? (단, 같은 숫자가 적혀 있는 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.) (4점)

- ① 100 ② 110 ③ 120
④ 130 ⑤ 140

1st 연속된 두 수의 차이가 홀수가 되는 조건과 짝수가 되는 조건을 확인하고 $a+b+c+d+e+f$ 의 값이 짝수가 되는 경우를 확인하자.

연속된 두 수의 차이가 홀수가 되는 조건은 [홀 | 짝] 또는 [짝 | 홀] 이고, 연속된 두 수의 차이가 짝수가 되는 조건은 [짝 | 짝] 또는 [홀 | 홀] 이다. 이때, $a+b+c+d+e+f$ 의 값이 짝수가 되는 경우는 홀수가 짝수 개이어야 한다.

2nd 홀수의 위치에 따라 경우를 나누고 각각의 경우에 대한 카드를 나열하는 경우의 수를 구하자.

(i) 양 끝에 홀수가 위치할 경우

홀	짝	짝	짝	짝	짝	홀
---	---	---	---	---	---	---

a, f 만 홀수가 되는 7장의 카드의 배열인데 숫자를 나열하기 전에 우선 홀수, 짝수만 구분하면 위의 경우처럼 한 가지의 배열만 나오게 돼.

이때, a, f 만 홀수가 되고, 나머지는 짝수가 되므로 $a+b+c+d+e+f$ 의 값이 짝수가 된다.

홀수 위치에 숫자 1, 1을 배열하는 경우의 수는 1

짝수 위치에 숫자 2, 2, 4, 4를 배열하는 경우의 수는

$$\frac{5!}{2!3!} \quad \text{[같은 것이 있는 순열]} \\ \frac{n!}{p!q!\cdots r!} \quad (\text{단, } p+q+\cdots+r=n)$$

$$\text{따라서 경우의 수는 } 1 \times \frac{5!}{2!3!} = 10$$

(ii) 양 끝에 짝수가 오고 짝수들 사이에 홀수가 위치할 경우

짝	홀	짝	홀	짝	짝	짝
---	---	---	---	---	---	---

이때, a, b, c, d, e, f 중에서 홀수가 4개 생기므로

$a+b+c+d+e+f$ 의 값이 짝수가 된다.

홀수 위치에 숫자 1, 1을 배열하는 경우의 수는 ${}_4C_2$

홀수 양옆에는 짝수가 있어야 하므로 먼저 나열된 짝수 5개에서 짝수 사이의 공간 4개 중에서 2개를 택하여 숫자 1, 1이 들어가는 경우의 수는 ${}_4C_2$ 야.

$$\text{짝수 위치에 숫자 2, 2, 4, 4를 배열하는 경우의 수는 } \frac{5!}{2!3!}$$

$$\text{따라서 경우의 수는 } {}_4C_2 \times \frac{5!}{2!3!} = 6 \times 10 = 60$$