

문제 유형을 촘촘히 분류해 개념을 적용시키면 수학이 쉬워집니다!

개념을 익히고 그 개념들을 단계별로
연결하여 파악하는 것이 수학 공부의 기본입니다.
만약 개념 이해 과정을 소홀히 하고, 문제만 반복하여 풀다면
개념 사이의 연계성을 파악할 수 없어
오랜 시간 공부해도 성적을 올릴 수 없습니다.

자이스토리 고3 수학은
최신 수능, 평가원, 학력평가 및 경찰대, 삼사 기출 문제를 정밀하게 분석해
개념의 연계성에 따라 문제 유형을 촘촘히 분류하였습니다.
따라서 유형별 기출 문제를 순서대로 차근차근 풀어가면
개념의 연계성이 명쾌하게 파악되어서 문제 풀이가 쉬워집니다.

또한, 자이스토리의 정확하고 자세한 단계별 해설과 풍부한 보충 첨삭은
문제를 풀어가면서 개념을 알맞게 적용하는 방법을
자연스럽게 익힐 수 있습니다.

이 책의 마지막 페이지를 넘길 때쯤 여러분은 이미
수학 1등급에 도달해 있을 것입니다.

- 대한민국 No.1 수능 문제집 **자이스토리** -



수능 1등급 완성 학습 계획표 [34일]

Day	문항 번호	틀린 문제 / 헛갈리는 문제 번호 적기	날짜		복습 날짜	
1	A01~61		월	일	월	일
2	62~102		월	일	월	일
3	103~166		월	일	월	일
4	167~189		월	일	월	일
5	190~209		월	일	월	일
6	B01~39		월	일	월	일
7	40~76		월	일	월	일
8	77~107		월	일	월	일
9	108~136		월	일	월	일
10	C01~49		월	일	월	일
11	50~96		월	일	월	일
12	97~133		월	일	월	일
13	134~161		월	일	월	일
14	D01~50		월	일	월	일
15	51~92		월	일	월	일
16	93~126		월	일	월	일
17	127~163		월	일	월	일
18	E01~46		월	일	월	일
19	47~83		월	일	월	일
20	84~116		월	일	월	일
21	117~155		월	일	월	일
22	F01~45		월	일	월	일
23	46~85		월	일	월	일
24	86~124		월	일	월	일
25	125~160		월	일	월	일
26	161~197		월	일	월	일
27	198~232		월	일	월	일
28	G01~44		월	일	월	일
29	45~81		월	일	월	일
30	82~117		월	일	월	일
31	118~149		월	일	월	일
32	모의 1회		월	일	월	일
33	모의 2회		월	일	월	일
34	모의 3회		월	일	월	일



- 나는 _____ 대학교 _____ 학과 _____ 학년이 된다.
- 磨斧作針 (마부작침) - 도끼를 갈아 바늘을 만든다. (아무리 어려운 일이라도 끈기 있게 노력하면 이를 수 있음을 비유하는 말)



자이스토리 고3 수학 II 활용법+α

① 개념·공식 학습 후 수능 출제 경향 확인!

- 각 단원에 필수적으로 알아야 하는 핵심 개념과 관련된 보충 설명을 꼼꼼히 살펴보세요.
- 최신 출제 경향을 파악하고 앞으로의 수능을 예측하세요.



② 수능과 모의고사에 나오는 모든 유형을 촘촘히 섭렵하자!

- 촘촘히 분류된 모든 유형을 확인하고 유형별 풀이 비법을 확인하세요.
- 유형 안에서 난이도 순으로 다시 분류된 문제를 보면서 각 유형에서 쉬운 문제는 어떻게 출제되는지, 고난도 문제는 어떻게 출제되는지 확인하세요.

③ 부족한 유형을 다시 한 번 점검하자!

- 자신에게 부족한 유형을 찾아낸 후 부족한 부분을 여러 번 반복 학습해 보세요.
- 부족한 유형에 대한 특징과 핵심 개념을 다시 한 번 확인한 후 유형 해결 요령을 터득하세요.



④ 1등급을 좌우하는 고난도 문항을 완벽하게 마스터하자!

- 1등급 대비 문제는 복합적인 개념을 묻기 때문에 여러 개념을 정확히 파악한 뒤 종합적 사고를 하세요.
- 1등급 문제의 핵심이 되는 (단서)로 조건을 파악하고 조건을 이용하여 접근하는 방법을 (발상)해서 문제 풀이에 (적용)하는 방법을 익히세요.

⑤ 쉽게 이해되는 입체 첨삭 해설을 공부해서 다시는 틀리지 말자!

- [첨삭 해설]과 [실수, 함정, 주의 첨삭]을 따라가다 보면 풀이 과정에서 놓치기 쉬운 부분이나 이해가 어려운 부분을 쉽게 풀어 주어 해설을 완벽하게 이해할 수 있어요.
- 쉬운 풀이, 톡톡 풀이, 다른 풀이를 꼼꼼히 읽어서 시간을 줄일 수 있는 풀이법을 찾아보세요.
- 문제 해결 과정에 사용된 개념·공식을 다시 한 번 확인하여 놓치고 있었던 내용이 없는지 확인하세요.
- 수능 핵강으로 문제에 대한 개념을 완벽하게 이해하세요.



⑥ 오답노트를 만들어 100% 활용하자!

- 반드시 오답노트를 만들어 보세요. 해설에 제시된 단서 또는 접근법도 같이 기록하여 풀어 봤던 문제는 다시는 틀리지 않도록 여러 번 풀어보세요.
- 시간이 지난 후 오답노트를 읽어 보며 해설의 아이디어를 바탕으로 풀이를 따라가 보고 자신만의 풀이도 추가해 보세요.



단원별 핵심 문제 + 최신·중요 문제

동영상 강의 QR코드



- 1 개념 강의로 핵심 개념을 이해하고 개념이 문제에 적용되는 것을 확인해 보세요!
- 2 동영상 문제 풀이로 해설을 좀 더 빠르게 이해할 수 있어요!
- 3 해설의 풀이를 읽어보고 동영상 강의를 시청하면 더 쉽게 이해될 거예요!
- 4 풀기 어려운 고난도 문제는 동영상 강의를 여러 번 반복 시청해 보세요!



차 례 [총 133개 유형 분류]



I 함수의 극한과 연속

A 함수의 극한 - 20개 유형 분류

핵심 개념 정리	12
기본 기출 문제	13
수능 유형별 기출 문제	14
1등급 마스터 문제	52
경찰대, 삼사 중요 기출 문제	55
동아리 소개/서울대 GLEAP	56

B 함수의 연속 - 13개 유형 분류

핵심 개념 정리	58
기본 기출 문제	59
수능 유형별 기출 문제	60
1등급 마스터 문제	83
경찰대, 삼사 중요 기출 문제	87

II 미분

C 미분계수와 도함수 - 17개 유형 분류

핵심 개념 정리	90
기본 기출 문제	91
수능 유형별 기출 문제	92
1등급 마스터 문제	115
경찰대, 삼사 중요 기출 문제	118

D 도함수의 활용 (1) - 24개 유형 분류

핵심 개념 정리	120
기본 기출 문제	121
수능 유형별 기출 문제	122
1등급 마스터 문제	148
경찰대, 삼사 중요 기출 문제	152
동아리 소개/고려대 Korea Tigers	154

E 도함수의 활용 (2) - 18개 유형 분류

핵심 개념 정리	156
기본 기출 문제	157
수능 유형별 기출 문제	158
1등급 마스터 문제	182
경찰대, 삼사 중요 기출 문제	190

III 적분

F 부정적분과 정적분 - 26개 유형 분류

핵심 개념 정리	194
기본 기출 문제	195
수능 유형별 기출 문제	196
1등급 마스터 문제	228
경찰대, 삼사 중요 기출 문제	236

G 정적분의 활용 - 15개 유형 분류

핵심 개념 정리	242
기본 기출 문제	243
수능 유형별 기출 문제	244
1등급 마스터 문제	271
경찰대, 삼사 중요 기출 문제	275
동아리 소개/연세대 Glee Club	278



수학 II 실전 기출 모의고사

1회 모의고사 [2026학년도 수능 대비 ①]	280
2회 모의고사 [2026학년도 수능 대비 ②]	282
3회 모의고사 [2026학년도 수능 대비 ③]	284
동아리 소개/이화여대 홍작	286

빠른 정답 찾기 287

개념&문제 풀이 강의 선생님 유튜브 채널

셀프수학





개념 총정리 + 촘촘한 유형 분류 기출 문제 = 수능 1등급

1 핵심 개념 정리 - 쉽게 이해되는 개념과 공식

가장 중요하고 꼭 알아야 하는 개념과 공식을 쉽게 이해할 수 있도록 요약 정리하였습니다. 또한, QR코드를 통해 제공되는 강의와 보충 설명으로 개념과 공식의 이해를 돕고 실전 문제에서 적절하게 개념을 사용할 수 있는 방법을 제시하였습니다.

- **중요도** ★★★★★ : 시험에 자주 나오는 개념과 유형의 중요도 제시
- **+개념 보충**, **한걸음 더!**, **왜 그럴까?** : 공식이 유도되는 과정 중 반드시 알아야 하는 내용이나 확장 개념을 제시
- **출제** : 2025학년도 수능과 평가원 기출을 분석하여 출제된 개념과 경향을 제시

A 함수의 극한

1 좌극한과 우극한 - 유형 01-02

함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = a$ (a 는 실수)이면 $x=a$ 에서 $f(x)$ 의 우극한과 좌극한이 모두 존재하고 그 값은 a 로 같다.
또, 그 역도 성립하므로
 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = a \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = a$

2 함수의 극한에 대한 성질 - 유형 03, 14-16

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = a, \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \beta$ (a, β 는 실수)일 때,
(1) $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = a + \beta$ (2) $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - g(x)) = a - \beta$
(3) $\lim_{x \rightarrow a} (kf(x)) = k \lim_{x \rightarrow a} f(x)$ (k 는 상수) (4) $\lim_{x \rightarrow a} (c \cdot f(x)) = c$ (c 는 상수)

국한값 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 가 존재하지 않는 경우는

(1) $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ 와 $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ 의 값이 존재하지 않거나
(2) $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ 와 $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ 의 값이 존재하지만 같지 않거나
(3) $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ 와 $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ 가 무한대일 때이다.

두 다항함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ 의 값은

(1) (분모의 차수) < (분자의 차수)이면 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$ 이다.

동영상 강의
개념+중요 문제
QR 코드

2 기본 기출 문제 - 쉬운 기출 문제로 개념 점검

앞에서 공부한 핵심 개념을 잘 기억하고 있는지, 놓친 것은 없는지 확인할 수 있도록 기본 개념과 공식을 확인하는 기출 문제를 수록하였습니다. 이는 개념 이해를 강화하고 응용 문제를 풀 수 있는 초석을 쌓는 과정입니다.

1+2 좌극한과 우극한

A01 ★☆☆ 2013대비(나) 9월 모평 5(고3)

함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? (3점)

4 미정계수의 결정

A05 ★☆☆ 2010대비(7)

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax - b}{x - 1} = 3$ 이 성립하도록 상수 a, b 의 값 $a+b$ 의 값은? (2점)

① 9 ② 11 ③ 13
④ 15 ⑤ 17

3 경찰대·삼사 기출 문제 - 최신 중요 기출 문제 수록

경찰대 기출과 삼사 기출 문제 중 수능 출제 기준에 맞는 중요 문항을 엄선하여 수록하였습니다.

경찰대, 삼사 중요 기출 문제 [어려운 3점+4점+5점]

A207 ★☆☆ 2023대비(나) 12(고3)

함수 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & (x \leq 2) \\ ax + b & (x > 2) \end{cases}$ 에 대하여 $f(x) + \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$ 를 만족시키는 실수 a 의 계수가 4이고, 이 네 수의 합이 8이다. $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) (4점)

[1등급 대비+2등급 대비]

A209 ★☆☆ 2017대비 경찰대 16:

좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 직선 $y = -\frac{1}{2}$ 이 만나는 점을 A, B라 하자. 점 $P(0, t) \left(t \neq -\frac{1}{2} \right)$ 에 대하여 $\angle APB$ 가 최대가 되는 점 P 의 계수를 구하라.

4 유형별 기출 문제 - 유형+개념+난이도에 따른 문제 배열

최신 수능 경향을 꼼꼼히 분석하여 유형, 개념, 난이도 순서대로 문항을 배열하였습니다. 기출 문제가 부족한 단위이나 유형은 고품격 수능 기출 변형 문제를 출제하여 추가 수록하였습니다.

- **tip** : 유형에 따라 다시 한 번 더 상기해야 할 개념과 접근법을 제시하였습니다.
- **QR코드** : 유형별 핵심 문제와 혼자 풀기 어려운 문제의 풀이 과정을 동영상 강의를 통해 한 번 더 학습할 수 있도록 하였습니다.

수능 유형별 기출 문제 [2점, 3점, 쉬운 4점]

1 좌극한과 우극한

유형 01 함수의 좌극한과 우극한 2025 9월 6월

(1) 좌극한 : x 의 값이 a 보다 작으면서 a 에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값이 일정한 값 a 에 가까워지면 a 를 $x=a$ 에서의 함수 $f(x)$ 의 좌극한이라 하고, 기호로 다음과 같이 나타낸다.
 $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = a$ 또는 $x \rightarrow a^-$ 일 때 $f(x) \rightarrow a$

(2) 우극한 : x 의 값이 a 보다 크면서 a 에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값이 일정한 값 β 에 가까워지면 β 를 $x=a$ 에서의 함수 $f(x)$ 의 우극한이라 하고, 기호로 다음과 같이 나타낸다.
 $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \beta$ 또는 $x \rightarrow a^+$ 일 때 $f(x) \rightarrow \beta$

A10 ★☆☆ 2024실시 7월 학평 4(고3)

함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

- **유형 분류** : **출제** - 2025 수능, 평가원에서 출제된 유형
고난도 - 여러 개념을 복합적으로 묻는 고난도 유형

- **난이도** : ★☆☆ - 기본 문제 ★☆☆ - 중급 문제
★★☆ - 중상급 문제 ★★★ - 상급 문제
- **Pass** : 간단한 계산 문제로 패스해도 좋은 문제

- **출처표시** : 수능, 평가원 - 대비연도, 학력평가 - 실시연도
- **2024대비 수능 1(고3)** : 2023년 11월에 실시한 수능
- **2024대비 6월 모평 2(고3)** : 2023년 6월에 실시한 평가원
- **2023실시 4월 학평 3(고3)** : 2023년 4월에 실시한 학력평가
- **2024대비 9월 모평 2(고3)** : 2023년 9월에 실시한 평가원
- **표시 없는 문제** : 기출 변형 문제

5 수학 II 실전 기출 모의고사

기출 문제로 구성된 3회의 실전 모의고사입니다. 수능을 대비하여 실력을 점검하는 데 큰 도움이 될 것입니다.

1 회 수학 II 실전 기출 모의고사 2026학년도 수능 대비

5지선다형

[A·유형 07] ★☆☆ 2011실시(가) 11월 학평 2(고2)

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x-6}{x^2-2x-2}$ 의 값은? (2점)

① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

[B·유형 01] 연속이 되도록 하는 미정계수의 결정

1 04 ★☆☆ 2016실시(나) 1

함수 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & (x \neq 3) \\ a & (x = 3) \end{cases}$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은

① 9 ② 10 ③ 11
④ 12 ⑤ 13



6 1등급 마스터 문제 - 1등급 대비, 2등급 대비, 4점 문제 수록

1등급을 가르는 변별력 있는 고난도 문제를 엄선하여 별도로 수록하였습니다. 종합적인 사고력과 응용력을 키워서 반드시 수학 1등급에 도달할 수 있습니다.

*** - 상급 문제

★ 2등급 대비 - 정답률이 21~30%인 문제로 1, 2등급으로 발돋움하는 데 도움이 되는 고난도 문제

★ 1등급 대비 - 정답률이 20% 이하인 문제로 1등급을 가르는 최고난도 문제

1등급 마스터 문제 [4점 + 2등급 대비 + 1등급 대비]

A195 ***

두 함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 두 조건을 만족시킨다.

(가) $x + f(x) = g(x) - f(x)$

(나) $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 4$

이때, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + f(x)}{2x - f(x)} = \frac{q}{p}$ 일 때, p, q 의 값을 구하시오.
(단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) (4점)

A201 ★ 2등급 대비 2011대비가 6월 6일 24:

x 가 양수일 때, x 보다 작은 자연수 중에서 소수의 개수를 $f(x)$ 라 하고, 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x > 2f(x)) \\ \frac{1}{f(x)} & (x \leq 2f(x)) \end{cases}$$

라고 하자. 예를 들어, $f(\frac{7}{2}) = 2$ 이고 $\frac{7}{2} < 2 \times 2(\frac{7}{2})$.

8 입체 침삭 해설!

정답 공식
출제 의도를 짚어 주고, 문제 속의 숨은 조건을 해석하여 풀이 전략을 세우도록 도와줍니다.

단계별 명쾌 풀이
문제를 푸는 데 요구되는 사고의 순서를 구체적으로 단계를 나누어 제시하였습니다.

해설 적용 공식
해설에 직접적, 간접적으로 사용된 개념, 공식을 보여줍니다.

참고
문제를 푸는 과정에서 잘못된 개념을 적용하는 실수를 지적해 주고 해결의 열쇠를 제공해주는 코너입니다.

다른 풀이
문제를 풀 때는 다각적으로 사고하는 연습이 필요합니다. 이에 다른 방법으로 문제에 접근할 수 있는 방법을 알려줍니다.

수능 해킹
문제를 조금 더 쉽고 빠르게 풀 수 있는 스킬 등을 자세히 설명하였습니다.

개념 공식
문제를 풀기 위해 요구되는 주요 개념과 공식을 정리하였습니다.

A 71 정답 124 ★ 거듭제곱근이 자연수, 유리수가 되는 조건 [정답률 82%]

정답 공식: $(a^m)^n = a^{mn}$, $a^2 = \sqrt{a}$, 소수 a , 자연수 m, n 에 대해 $a^{\frac{m}{n}}$ 이 자연수가 되기 위해서는 m 이 n 의 배수(n 이 m 의 약수)이어야 한다.

1등급 거듭제곱근을 이용하여 둘 다 3² 꼴로 나타낼 수 있다.
2 이상의 자연수 m 에 대하여 $(\sqrt[3]{3})^m$ 과 $\sqrt[3]{3^m}$ 이 모두 자연수가 되도록 하는 모든 m 의 값의 합을 구하시오. (4점)

1등급 거듭제곱근의 성질을 이용하여 $f(n)$ 을 구해.
정사각형의 넓이가 $\sqrt[3]{64}$ 이므로 정사각형의 한 변의 길이 $f(n)$ 은 $f(n) = \sqrt[3]{64} = 2\sqrt[3]{2} = 2^{\frac{5}{3}}$

2등급 3²이 자연수가 되도록 하는 m 의 값을 구해.
2 이상의 자연수 n 중에서 100의 약수이면 동시에 4의 배수인 자연수 n 은 4, 20, 100이므로 구하는 모든 m 의 값의 합은 $4 + 20 + 100 = 124$

다른 풀이: $f(x), g(x)$ 가 서로 역함수 관계임을 이용하기
($g \circ f$)(x) = x 이므로 $f(x)$ 와 $g(x)$ 는 서로 역함수 관계.
따라서 $g(13) = a$ 라 하면 $f(a) = 13$ 에서 $1 + 3\log a = 13$
 $\log a = 4 \therefore a = 2^4 = 16$ $f(a) = 3\log a = 12$

★ 이차방정식의 판별식의 부호가 양수임을 이용하기
(가)의 방법과 다르게 이차방정식 $f(t) = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가져야 하므로 이차방정식 $t^2 - 5t + k = 0$ 에서 (판별식) $25 - 4k > 0$ 임을 이용하여 범위를 구할 수 있다.
고1 수학에서 배웠던 개념을 잘 정리해 두자.

자수법칙
 $a > 0, b > 0$ 이고, x, y 가 실수일 때
① $a^x a^y = a^{x+y}$ ② $a^x \div a^y = a^{x-y}$
③ $(a^x)^y = a^{xy}$ ④ $(ab)^x = a^x b^x$

변종서 2024 수능 응시·화성 화성고 졸
시간법칙과 코사인법칙을 이용하여 해결하는 도형 문제는 최근 반드시 출제되는 유형이고 2024학년도 6월에서도 13번 자리에 난이도 있는 문제로 출제되었어, 이 문제의 조건에서는 특이하게 길이의 곱을 줘서 처음에 어디에 쓰지 싶었는데 두 삼각형의 넓이의 비가 주어진 것을 보고 삼각형의 넓이를 이용해서 그 두 변의 제곱의 크기를 구하는 문제라는 것을 파악했어.
그 다음은 시간법칙과 코사인법칙을 적절히 활용해서 답을 구했지.

생생채원

수능을 먼저 정복한 선배들의 경험치 100% 녹아 있는 실제적인 조언을 담았습니다.

7 1등급 대비 · 2등급 대비 문제 특별 해설

A 115 정답 ⑤ ★ 1등급 대비 [정답률 22%]

★ 자연수가 되도록 하는 자연수의 순서쌍의 개수 구하기 [유형 01-02-07]

1등급 2. 거듭제곱근의 성질과 자수법칙을 이용하여 두 거듭제곱근의 곱 $f(p) \times f(q)$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 p, q 의 순서쌍 (p, q) 의 개수를 구하는 문제로 $f(n)$ 이 어떻게 정의되어 있는지 살펴봐야 하는데, n 이 홀수일 때와 짝수일 때 $f(n)$ 의 식이 다르므로 p, q 가 홀수인 경우와 짝수인 경우를 나누어 따져줘야 한다.

단서+발상
1등급 자연수 1, 2, 3, ..., n 에 대하여 $f(n)$ 이 n 이 홀수이면 홀수에 맞는 정의를 따라 대입하고 짝수이면 짝수에 맞는 정의를 따라 대입한다. **개념**
 $f(2) = \sqrt{1 \times 3}, f(3) = \sqrt{9 \times 2}, f(4) = \sqrt{1 \times 3}, \dots$ 이런 규칙을 찾을 수 있고 이 가운데서 문제를 푸는 실마리를 잡을 수 있다. **해설**
1등급 p, q 가 홀수, 짝수인 경우를 각각 나누어 $f(p) \times f(q)$ 의 식을 구한다. **개념**
근호 안의 수가 내제곱수이면 근호 $\sqrt{\quad}$ 가 없게 되어서 자연수가 될 수 있다. 따라서 자연수 a 에 대하여 근호 안의 수는 a^2 꼴로 나타내야 한다. **개념**
3등급 정의를 활용 $f(n)$ 에 대하여 $f(p) \times f(q)$ 가 자연수가 되기 위한 조건을 여러 경우로 나누어 따져줘야 한다.

My Top Secret
서울대 선배의 ★ 1등급 대비 전략
세 갈 x, y, z 에 대해 각 계식이 복잡하기 때문에 식만을 연립해서 구하려고 한다면 쉽게 해결할 수 없어.

★ 등차수열과 등차수열의 합 사이의 관계

My Top Secret

1, 2등급 대비 문제를 다루는 서울대 선배의 특별 비법을 수록했습니다.

1등급 대비 특강

고난도 문제에서 특별히 알고 있으면 유용한 개념이나 Tip을 제시합니다.

문제 분석

어떤 유형이 1, 2등급 대비 문제로 출제되었는지 알려줍니다.

왜 1등급, 왜 2등급

1, 2등급 대비 문제의 핵심 내용과 구하고자 하는 목표를 확실하게 알려줍니다.

단서+발상

단서 문제 풀이의 핵심이 되는 단서를 꼭 짚어 설명합니다.

개념 문제 풀이에 필요한 개념을 다시 한 번 확인합니다.

유형 숨어 있는 기출 유형을 찾아 설명합니다.

발상 핵심 단서로 문제 풀이 방법을 구체적으로 설명합니다.

적용 생각하기 힘든 개념이나 꼬여 있는 문제의 답을 얻기 위해 적용해야 할 내용입니다.

해결 찾아야 하는 것들을 다 찾은 뒤 공식을 적용하여 해결합니다.

출제 개념

문제에 적용된 핵심 개념을 제시하여 비슷한 유형의 문제에서 같은 개념을 사용할 수 있도록 하였습니다.

정답률

교육청 자료, 기타 기관 공지 자료와 내부 분석 검토 과정을 거쳐서 제시됩니다.

핵심 단서

문제를 푸는 데 핵심이 되는 단서와 그 단서를 문제 풀이에 적용하는 방법을 설명하였습니다.

주의

풀이 과정에서 주어진 조건을 빼먹거나 잘못 이용할 가능성이 있을 때, 적절한 주의를 주어서 올바른 풀이로 나아가길 수 있도록 한 코너입니다.

활정

개념을 정확히 이해하지 못한다면 반드시 빠지게 되어 있는 함정을 체크해 주고 해결할 수 있는 방법을 제시하였습니다.

보충 설명

더욱 정확하고 완벽하게 해설을 이해할 수 있도록 해설에 내재된 내용을 설명하였습니다.

쉬운 풀이, 톡톡 풀이

직관적으로 풀거나, 교과과정 외의 개념 또는 특이한 풀이 방법을 알려줍니다.

평가원 해설

오답 이외의기된 문항에 대해 평가원 출제 위원들이 요구한 사고 과정을 확인할 수 있습니다.



집필진 · 감수진 선생님들



자이스토리는 수능 준비를 가장 효과적으로 할 수 있도록
수능, 평가원, 학력평가 기출문제를 개념별, 유형별, 난이도별로
수록하였으며, 명강의로 소문난 학교·학원 선생님들께서
명쾌한 해설을 입체 첨삭으로 집필하셨습니다.

[집필진]

김덕환 대전 대성여자고등학교	신건률 대치 오름학원	위경아 서울 강남대성기숙의대관	전준홍 서울 압구정 Yestudy
김대식 경기 하남고등학교	신명선 안양 신성고등학교	장광결 김포외국어고등학교	조승원 수원 경기과학고등학교
민경도 서울 강남 종로학원	신현준 안양 신성고등학교	장경호 오산 운천고등학교	지강현 안양 신성고등학교
박소희 안양 안양외국어고등학교	윤장노 안양 신성고등학교	장영환 제주 제로링수학교실	홍지연 부산대학교 수학 박사과정
박숙녀 아산 충남삼성고등학교	이종석 일등급 수학 저자	장철희 서울 보성고등학교	홍지우 안양 평촌고등학교
배수나 서울 가인아카데미	이창희 서울 THE 다원수학	전경준 서울 풍문고등학교	황광희 시흥 시흥고등학교
			수경 수학 콘텐츠 연구소

[다른 풀이 집필]

강성운 광주 더오름학원	사공 원 의정부 호연지기	이태경 서울 오산고등학교
김준호 대구 유신학원	서봉원 충남 SM수학교습소	정지민 청주 스텝업수학
김현지 하남 수능수학 전문컨설팅	어성웅 수원 어쌤수학학원	

개념&문제 풀이
강의 선생님
유튜브 채널



셀프수학

[특별 감수진]

박경문 전주 해성중학교	양해영 서울 청출어람학원	이준형 사천 사천고등학교	전수현 전 서울 페르마수학학원
박우혁 광주 종로학원/원픽학원	유재영 안성 경기창조고등학교	장용준 의정부 상우고등학교	정유진 부산 센텀고등학교
박주현 서울 장훈고등학교	이용환 원주 원주여자고등학교	장현민 세종 장영실고등학교	최선락 서울 최선락수학교실학원
신창훈 광주 송원고등학교	이윤희 인천 송덕여자중학교		

[감수진]

강동운 제주 이엠스쿨	박미옥 목포 폴리야학원	윤지원 인천 송도일프로팀수학	조바울 고양 킨플러스학원
강동은 서울 반포세정학원	박소영 대전 둔산깊은생각	윤현선 목포 채움수학학원	조형두 서울 잇을스파르다대치센터
강연호 고양 일산유투엠수학학원	박수빈 인천 루원로드맵수학학원	윤희용 부천 매트릭스학원	주태빈 군포 선본수학을관하다학원
곽경은 인천 쫄에듀학원	박시현 청주 성호학원	이경수 부산 경수학	최세남 서울 엑시엄학원
권용식 광주 와이엠수학전문학원	박신태 수원 디엘수학전문학원	이기용 제주 재동학원	최은미 서울 위플라이수학
김기덕 서울 메가매쓰수학학원	박영언 의정부 멘토학원	이성준 대구 공감수학학원	최정은 대구 수본수학학원
김봉섭 부산 한수위수학전문학원	박종범 용인 상현돌격수학학원	이세연 의정부 에이스인학원	최항석 서울 목동PGA본관
김선화 광주 풍암필즈수학학원	방성익 시흥 초고수수학학원	이승현 고양 일산공수학M학원	한정엽 성남 최상위학원
김슬기 대전 매쓰풀랜수학학원반석	배민정 부산 엠제이수학학원	이유환 부산 이유환수학학원	홍성문 시흥 홍성문수학학원
김윤경 구리 국빈수학학원	백은지 부산 백퍼센트수학학원	이준석 서울 이가수학학원	홍성주 서울 목동굿매쓰수학
김주진 전주 M진수학학원	서상현 서울 버팀수학	이창길 광주 이창길수학학원	황선아 수원 서나수학
김 준 인천 쫄에듀학원	서영덕 진주 탑애탑학원	이충열 인천 루원로드맵수학학원	
김지훈 서울 까공수학	서예지 군포 고밀도학원	이태권 대구 보담학원	
김태은 용인 수지수학의아침	서원준 서울 잠실시그마수학학원	이현석 서울 강서풀수학	
김현석 서울 1다수학목동관학원	서한삼 광주 퍼스트수학학원	이현재 세종 몰입수학전문학원	[My Top Secret 집필]
김홍만 울산 멘토링단과학원	신정식 서울 미래탐구오목캠퍼스	장민희 청주 아인학원	곽지훈 서울대 수학교육과
남인제 대구 미쓰매쓰수학학원	신진아 양평 에듀셀파기숙학원	장성인 부산 노마드수학전문학원	김진형 서울대 약학과
럼영순 인천 이팀교육학원		장치현 평촌 유수하수학학원	정서린 서울대 약학과
류세정 대전 피톤치드수학학원	여원구 제주 피드백수학전문학원	전준혁 서울 카이만수학학원	정호재 서울대 경제학부
박경수 서울 제이에스학원	유두열 파주 열린학원	정영진 수원 공부의자신감학원	황대운 서울대 수리과학부

수능 선배들의 **비법** 전수 - 수험장 생생 체험 소개

긴장되고 떨리는 수험장에서 선배들이
문제를 풀면서 겪은 생생한 체험과 나만의 풀이 비법을
자이스토리 해설편에 수록했습니다.



2025 응시



강다은
대구 계성고 졸업
- 문학 실전



김강민
광주 국제고 졸업
- 세계지리



김덕우
부산 해운대고 졸업
- 지구과학 II



김연우
대구 정화여고 졸업
- 화학 I



김효원
제주 제일고 졸업
- 고3 미적분



박서영
부산 금곡고 졸업
- 사회·문화



박정빈
대구 남산고 졸업
- 생활과 윤리



배지오
성남 낙생고 졸업
- 독해 실전, 어법·어휘 실전



백승준
광주 광주송일고 졸업
- 독해 실전, 어법·어휘 실전



서정후
광주 송덕고 졸업
- 지구과학 I



성예현
대전 대전전민고 졸업
- 언어와 매체 실전



안한민
익산 남성고 졸업
- 화법과 작문 실전



오현준
서울 한영고 졸업
- 생명과학 II



윤혁준
서울 강서고 졸업
- 생명과학 I



이예슬
서울 독산고 졸업
- 동아시아시아



이정근
안양 평촌고 졸업
- 기하



이지원
대구 성화여고 졸업
- 고3 수학 I, 고3 수학 II



임지호
부산 동아고 졸업
- 물리학 I



장윤서
부산 사직여고 졸업
- 독서 실전



정규원
부산 남성여고 졸업
- 고3 확률과 통계



최승우
광주 광주서석고 졸업
- 화학 II



최아람
서울 광영고 졸업
- 윤리와 사상



최여진
광주 국제고 졸업
- 한국지리



한규진
대구 계성고 졸업
- 독해 실전, 어법·어휘 실전



한상효
성남 낙생고 졸업
- 수능 한국사



한성준
익산 남성여고 졸업
- 고3 수학 I, 고3 수학 II

2024년

곽지훈 서울 한영외고 졸 (서울대 자유전공학부)
권민재 서울 광영여고 졸 (강릉원주대 치의예과)
김동현 안성 안법고 졸 (연세대 실내건축학과)
김서현 대전한빛고 졸 (카이스트 새내기과정학부)
김신유 익산 남성고 졸 (순천향대 의예과)
김아린 대전한빛고 졸 (충남대 의예과)
김용희 화성 화성고 졸 (단국대 의예과)
김지희 광주 국제고 졸 (고려대 한국사학과)
김태현 부산 대연고 졸 (서울대 수리과학부)
류이레 광주대동고 졸 (연세대 의예과)
문지민 대구 정화여고 졸 (고려대 중어중문학과)
변준서 화성 화성고 졸 (연세대 실내건축학과)
심기현 대구 계성고 졸 (경북대 의예과)
오서윤 서울 광문고 졸 (충남대 의예과)
진성연 부산국제고 졸 (서울대 사회학과)
조수근 성남 태원고 졸 (순천향대 의예과)

2023년

강 한 서울 배재고 졸 (고려대 융합에너지공학과)
권주원 서울 배재고 졸 (서울대 정치외교학부)
김보겸 광주서석고 졸 (연세대 지구시스템과학과)
김수정 부산국제고 졸 (고려대 서어서문학과)
김준서 부산 대연고 졸 (부산대 의예과)
김태산 광주서석고 졸 (고려대 정치외교학과)
김현서 경기 평택고 졸 (서강대 정치외교학과)
나인규 광주 국제고 졸 (한양대 경영학과)
명준하 광주서석고 졸 (연세대 사회환경시스템공학부)
박서영 부산 해운대고 졸 (서울대 심리학과)
박세민 광주 광덕고 졸 (서울대 의예과)
장경은 서울 세화여고 졸 (고려대 통계학과)
장성욱 부산 대연고 졸 (동아대학교 의예과)
정서린 서울 세화여고 졸 (서울대 약학과)
조현준 익산 이리고 졸 (전북대 의예과)
최윤성 서울 양정고 졸 (서울대 공과대학 광역)
홍채연 서울 한영고 졸 (고려대 불어불문학과)

문항 배열 및 구성 [1205제]

① 개념 이해 체크를 위한 기본 기출 문제 (52제)

핵심 개념 정리과 공식을 확인할 수 있는 기출 문제를 제시하여 개념 이해도를 높이고 기초 실력을 쌓도록 구성하였습니다.

② 최신 5개년 수능, 평가원 및 학력평가 기출 전 문항 수록 (975제)

- 최근 출제 경향을 파악할 수 있도록 최신 5개년 수능, 평가원 및 학력평가 기출 전 문항을 수록하였습니다.
- 2020~1994 수능, 평가원 및 학력평가 기출 문항 중 수능 출제 기준에 맞는 문항을 엄선하여 수록하였습니다.

③ 경찰대, 삼사 중요 기출 문제 수록 (65제)

경찰대, 삼사 기출 문항 중 중요 문항을 선별하여 수록하였습니다.

④ 수능 대비를 위한 고품격 수능 기출 변형 문제 (113제)

수능을 대비해서 충분한 문제로 훈련할 수 있도록 수능 기출 변형 문제를 추가 수록하였습니다.

[고3 수학 II 수록 문항 구성표]

대비연도	3월	4·5월	6월	7월	9월	10월	수능	합계	비고
2025	11	11	11	11	11	11	11	77	* 2026학년도 수능에 적합한 전 문항 수록
2024	11	11	11	11	11	11	11	77	
2023	11	11	11	11	11	11	11	77	
2022	11	11	11	1	1	11	11	75	
2021	23	11	10	10	10	11	11	86	
2020	0	3	7	9	8	10	8	45	* 수능, 평가원, 학력평가 엄선 수록
2019	0	3	9	8	9	8	9	46	
2018	0	4	8	9	9	9	8	47	
2017	0	3	6	7	8	7	9	40	
2016	1	5	8	8	8	9	7	46	
2015	2	3	6	6	6	6	7	36	
2014	2	4	9	6	8	6	5	40	
2013	3	3	10	11	9	9	8	53	
2012	1	3	8	7	5	5	7	36	
2011	0	0	8	5	3	2	2	20	
2010이전	0	6	41	15	26	11	24	123	
2022, 2014, 2005 대비 예비 평가								16	
수능 기출 변형 문제								113	
고1/고2 학력평가								83	
삼사 및 경찰대								65	
총 문항 수								1205	

2025학년도 6월, 9월 평가원+수능

수학 I + 수학 II 문항 배치표

문항 번호	6월		9월		수능	
	수목 교재	수목 번호	수목 교재	수목 번호	수목 교재	수목 번호
1	수 I	A27	수 I	A25	수 I	A23
2	수 II	C72	수 II	C73	수 II	C74
3	수 I	H14	수 I	G114	수 I	G113
4	수 II	A09	수 II	A11	수 II	B12
5	수 II	C38	수 II	C47	수 II	C48
6	수 I	E127	수 I	E115	수 I	E114
7	수 II	E26	수 II	B10	수 II	F119
8	수 I	G126	수 I	D85	수 I	B52
9	수 II	B09	수 II	F71	수 II	F78
10	수 I	F68	수 I	F16	수 I	E86
11	수 II	D22	수 II	E99	수 II	E88
12	수 I	C144	수 I	H103	수 I	H84
13	수 II	G29	수 II	G54	수 II	G30
14	수 I	D151	수 I	C131	수 I	F73
15	수 II	F201	수 II	F173	수 II	E42
16	수 I	D68	수 I	D66	수 I	D65
17	수 II	F13	수 II	F14	수 II	F15
18	수 I	H32	수 I	H10	수 I	H09
19	수 II	G90	수 II	D115	수 II	D116
20	수 I	E175	수 I	E171	수 I	D160
21	수 II	F183	수 II	E121	수 II	A164
22	수 I	I121	수 I	I47	수 I	I113

• 수 I : 2026 수능 대비 자이스토리 고3 수학 I

• 수 II : 2026 수능 대비 자이스토리 고3 수학 II



함수의 극한

★ 유형 차례

- ★ 중요 유형 01 함수의 좌극한과 우극한
- 유형 02 함수의 극한값의 존재
- 유형 03 간단한 함수의 극한값
- 유형 04 $[x]$ 꼴을 포함한 함수의 극한
- ★ 중요 유형 05 함수의 극한에 대한 성질
- ★ 중요 유형 06 $\frac{0}{0}$ 꼴의 극한 - 분수식
- 유형 07 $\frac{0}{\infty}$ 꼴의 극한 - 무리식
- 유형 08 $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴의 극한
- 유형 09 $\infty - \infty$ 꼴의 극한
- 유형 10 $\infty \times 0$ 꼴의 극한
- ★ 중요 유형 11 인수분해를 이용한 미정계수의 결정
- ★ 중요 유형 12 유리화를 이용한 미정계수의 결정
- ★ 중요 유형 13 분수식의 극한값이 존재할 조건
- ★ 중요 유형 14 새롭게 정의된 함수의 극한
- 유형 15 합성함수의 극한
- ★ 중요 유형 16 함수의 극한을 이용한 다항함수의 결정
- 유형 17 함수의 극한의 대소 관계
- 유형 18 도형의 길이에 대한 극한
- 유형 19 도형의 넓이에 대한 극한
- 유형 20 좌표평면에서의 여러 가지 극한



★ 최신 3개년 수능+모평 출제 경향

학년도	출제 유형	난이도
2025	수능 유형 16 함수의 극한을 이용한 다항함수의 결정	***
	9월 유형 01 함수의 좌극한과 우극한	***
	6월 유형 01 함수의 좌극한과 우극한	***
2024	수능 유형 14 새롭게 정의된 함수의 극한	***
	9월 유형 01 함수의 좌극한과 우극한	***
2023	수능 유형 08 $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴의 극한	***
	9월 유형 18 도형의 길이에 대한 극한	***
	6월 유형 01 함수의 좌극한과 우극한	***

★ 2025 수능 출제 경향 분석

- 분수 꼴로 표현된 함수의 극한에서 극한값이 존재함을 이용해 다항함수를 결정하는 문제가 출제되었다. 삼차방정식은 적어도 한 개의 실근을 가지므로 분모가 0에 수렴할 때, 분자도 0에 수렴함을 이용하면 답을 구할 수 있었다. [A164 문항]

★ 2026 수능 예측

1. 함수의 그래프가 주어지고 우극한과 좌극한을 찾아 계산하는 문제 또는 $\frac{0}{0}$ 꼴, $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴 등의 극한값을 구하는 쉬운 계산 문제가 출제 예상되므로 극한의 개념을 확실히 알고 있어야 한다.
2. 분수식의 극한값이 존재하는 조건에서의 분모와 분자의 미정계수를 결정하는 유형은 출제 가능성이 매우 높은 유형이다. 극한값이 존재하고 분모(또는 분자)가 0으로 다가갈 때, 분자(또는 분모)의 극한값이 어떻게 되는지 꼭 기억하자.
3. 좌표평면 위의 그래프에서 도형의 길이나 넓이 등에 대한 극한값을 구하는 문제에 대비하기 위해 함수의 그래프와 도형의 성질을 유기적으로 연결하여 해결하는 연습을 충분히 하자.



A

함수의 극한

개념 강의



중요도 ★★○

1 좌극한과 우극한 - 유형 01~02

함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = a$ (a 는 실수)이면 $x=a$ 에서 $f(x)$ 의
우극한과 좌극한이 모두 존재하고 그 값은 a 로 같다.
또, 그 역도 성립하므로

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = a \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a-} f(x) = a$$

출제 2025 9월 모평 4번
2025 6월 모평 4번

★ 주어진 불연속인 그래프를
보고 함수의 좌, 우극한을
찾는 쉬운 난이도의 문제가
출제되었다.

★ 개념 보충

1 극한값 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 가 존재하지 않는
경우는

- (i) $\lim_{x \rightarrow a-} f(x)$ 의 값이 존재하지 않거나
- (ii) $\lim_{x \rightarrow a+} f(x)$ 의 값이 존재하지 않거나
- (iii) $\lim_{x \rightarrow a-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a+} f(x)$ 일 때이다.

2 함수의 극한에 대한 성질 - 유형 03~16

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \alpha, \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \beta$ (α, β 는 실수)일 때, $x \rightarrow a+, x \rightarrow a-, x \rightarrow \infty, x \rightarrow -\infty$ 일 때도 성립한다.

- (1) $\lim_{x \rightarrow a} kf(x) = k \lim_{x \rightarrow a} f(x) = k\alpha$ (단, k 는 상수)
- (2) $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) \pm g(x)\} = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \alpha \pm \beta$ (복호동순)
- (3) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \times \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \alpha\beta$
- (4) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} = \frac{\alpha}{\beta}$ (단, $g(x) \neq 0, \beta \neq 0$)

3 함수의 극한값의 계산 - 유형 06~12, 18~20

→ 실수 k 에 대하여 다항함수 $f(x)$ 의 $x=k$ 에서의
극한값은 $x=k$ 에서의 함수값 $f(k)$ 와 같다. 즉, $\lim_{x \rightarrow k} f(x) = f(k)$ 이다.

- (1) $\frac{0}{0}$ 꼴 : 분자, 분모가 모두 다항식이면 분자, 분모를 각각 인수분해한 다음 약분한다.
분모, 분자 중 무리식이 있으면 근호가 있는 쪽을 유리화한다.
- (2) $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴 : 분모의 최고차항으로 분모, 분자를 각각 나눈다.
- (3) $\infty - \infty$ 꼴 : 다항식은 최고차항으로 묶고, 무리식은 근호가 있는 쪽을 유리화한다.
- (4) $\infty \times 0$ 꼴 : 통분이나 유리화하여 $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴 또는 $\frac{0}{0}$ 꼴로 변형한다.

4 미정계수의 결정 - 유형 11~13, 16

실수 a 와 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \alpha \quad (\alpha \text{는 상수}) \text{일 때,}$$

- (1) $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ 이다.
- (2) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ 이다. (단, $\alpha \neq 0$)

출제 2025 수능 2번

★ 분수식의 극한값이 존재할
조건과 이차방정식의 근의
판별을 이용하는
중상 난이도의 문제가
출제되었다.

★ 개념 보충

2 두 다항함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여
 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ 의 값은

- (1) (분모의 차수) < (분자의 차수)이면
 ∞ 또는 $-\infty$ 로 발산한다.
- (2) (분모의 차수) = (분자의 차수)이면
분모와 분자의 최고차항의 계수의
비로 수렴한다.
- (3) (분모의 차수) > (분자의 차수)이면
0으로 수렴한다.

3 두 다항함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여
 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = a$ (a 는 상수)일 때

- (1) $a \neq 0$ 이면
 $a = \frac{(f(x) \text{의 최고차항의 계수})}{(g(x) \text{의 최고차항의 계수})}$
이고 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 차수가 같다.
- (2) $a = 0$ 이면 $g(x)$ 의 차수가 $f(x)$ 의
차수보다 크다.

5 함수의 극한과 대소 관계 - 유형 17

실수 a 와 세 함수 $f(x), g(x), h(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \alpha, \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \beta \quad (\alpha, \beta \text{는 실수}) \text{일 때,}$$

- (1) $f(x) \leq g(x)$ 이면 $\alpha \leq \beta$
- (2) $f(x) \leq h(x) \leq g(x)$ 이고 $\alpha = \beta$ 이면 $\lim_{x \rightarrow a} h(x) = \alpha$

★ 개념 보충

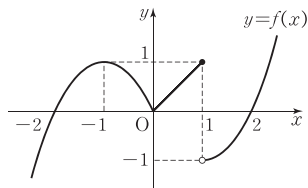
6 a 에 가까운 모든 실수 x 에 대하여
 $f(x) < g(x)$ 이지만

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 인 경우가 있기
때문에 $f(x) < g(x)$ 의 양변에 $\lim_{x \rightarrow a}$ 를
취하면 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 이다.



1+2 좌극한과 우극한

A01 기출 2013대비(나) 9월 모평 5(고3)

함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다. $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은? (3점)

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

A02 기출 2013대비(나) 9월 모평 22(고3)

 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+x}{x+1}$ 의 값을 구하시오. (3점)

2+3 함수의 극한값의 계산

A03 기출 2012대비(나) 수능 22(고3)

 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2+3x+7)}{x-1}$ 의 값을 구하시오. (3점)

A04 기출 2010실시(가) 7월 학평 3(고3)

 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 - 1}}{x + 1}$ 의 값은? (2점)

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5



4 미정계수의 결정

A05 기출 2010대비(가) 9월 모평 2(고3)

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+ax-b}{x^3-1} = 3$ 이 성립하도록 상수 a, b 의 값을 정할 때,
 $a+b$ 의 값은? (2점)

- ① 9 ② 11 ③ 13
 ④ 15 ⑤ 17

A06 기출 2014대비(A) 6월 모평 25(고3)

두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+a}-2}{x-2} = b$ 일 때, $10a+4b$ 의
 값을 구하시오. (3점)

A07 기출 2018대비(나) 9월 모평 12(고3)

다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 2 \qquad (나) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 3$$

 $f(2)$ 의 값은? (3점)

- ① 11 ② 14 ③ 17
 ④ 20 ⑤ 23

5 함수의 극한의 대소 관계

A08 기출

실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가

$$x^2+3x-4 \leq f(x) \leq 3x^2-x-2$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1}$ 의 값은? (3점)

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5



수능 유형별 기출 문제

[2점, 3점, 쉬운 4점]

Pass 쉬운 유형, 반복 계산 문제로 패스 하셔도 좋습니다.

1 좌극한과 우극한

2025
9월, 6월

출제

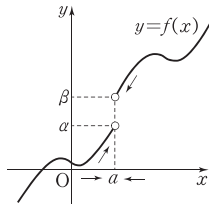
유형 01 함수의 좌극한과 우극한

- (1) 좌극한 : x 의 값이 a 보다 작으면서 a 에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값이 일정한 값 α 에 가까워지면 α 를 $x=a$ 에서의 함수 $f(x)$ 의 좌극한이라 하고, 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \alpha \text{ 또는 } x \rightarrow a^- \text{ 일 때 } f(x) \rightarrow \alpha$$

- (2) 우극한 : x 의 값이 a 보다 크면서 a 에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값이 일정한 값 β 에 가까워지면 β 를 $x=a$ 에서의 함수 $f(x)$ 의 우극한이라 하고, 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \beta \text{ 또는 } x \rightarrow a^+ \text{ 일 때 } f(x) \rightarrow \beta$$

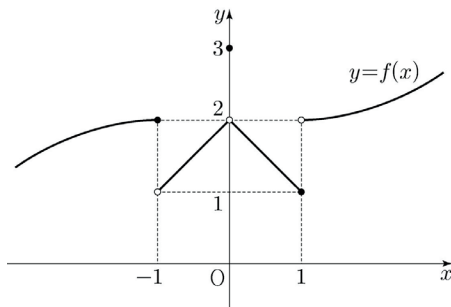


tip

x 의 값이 a 보다 크면서 a 에 한없이 가까워지는 것을 기호로 $x \rightarrow a^+$ 와 같이 나타내고, x 의 값이 a 보다 작으면서 a 에 한없이 가까워지는 것을 기호로 $x \rightarrow a^-$ 와 같이 나타낸다.

A09 * * * 2025대비 6월 모평 4(고3)

함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

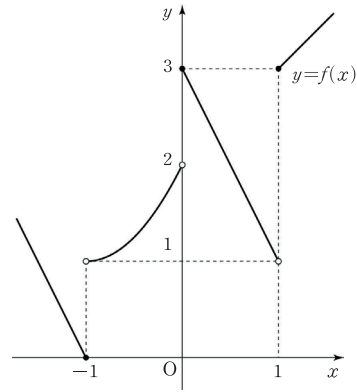


$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 의 값은? (3점)

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

A10 * * * 2024실시 7월 학평 4(고3)

함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

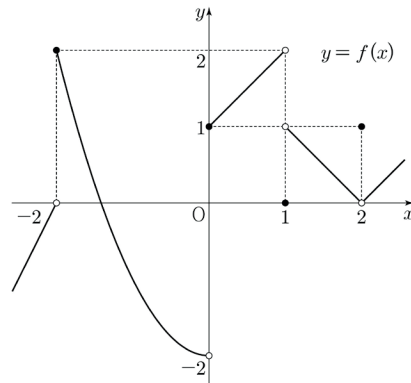


$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? (3점)

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

A11 * * * 2025대비 9월 모평 4(고3)

함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? (3점)

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2



1등급 마스터 문제

[4점 + 2등급 대비 + 1등급 대비]

A195 ***

두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 두 조건을 만족시킨다.

$$(가) \ x + f(x) = g(x) \{x - f(x)\}$$

$$(나) \ \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 4$$

이때, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + f(x)}{2x - f(x)} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하시오.

(단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) (4점)



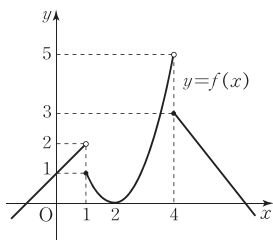
A196 ***

2011대비(가) 6월 모평 7(고3)

실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의

그래프가 그림과 같다. $\lim_{t \rightarrow \infty} f\left(\frac{t-1}{t+1}\right) + \lim_{t \rightarrow -\infty} f\left(\frac{4t-1}{t+1}\right)$ 의

값은? (3점)



① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

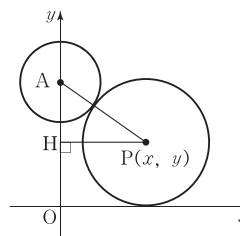


A197 ***

2011실시(나) 10월 학평 16(고3)

그림과 같이 중심이 $A(0, 3)$ 이고 반지름의 길이가 1인 원에 외접하고 x 축에 접하는 원의 중심을 $P(x, y)$ 라 하자.

점 P 에서 y 축에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\overline{PH}^2}{\overline{PA}}$ 의 값은? (4점)



① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

A198 ***

2024실시 5월 학평 20(고3)

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$xf(x) = \left(-\frac{1}{2}x + 3\right)g(x) - x^3 + 2x^2$$

을 만족시킨다. 상수 $k(k \neq 0)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x-1)}{f(x)-g(x)} \times \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\{f(x)\}^2}{g(x)} = k$$

일 때, k 의 값을 구하시오. (4점)





A207 ** 2023대비 삼사 12(고3)



함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & (x \leq 2) \\ ax + b & (x > 2) \end{cases}$$

에 대하여 $f(a) + \lim_{x \rightarrow a+} f(x) = 4$ 를 만족시키는 실수 a 의

개수가 4이고, 이 네 수의 합이 8이다. $a+b$ 의 값은?
(단, a, b 는 상수이다.) (4점)

- ① $-\frac{7}{4}$ ② $-\frac{5}{4}$ ③ $-\frac{3}{4}$
④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

A208 *** 2015대비(A) 삼사 9(고3)



두 다항함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - 2g(x)}{x^2} = 1$

(나) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) + 3g(x)}{x^3} = 1$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) + g(x)}{x^3}$ 의 값은? (3점)

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$
④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

[1등급 대비 + 2등급 대비]

A209 ★ 2등급 대비 2017대비 경찰대 16(고3)



좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 직선 $y = -\frac{1}{2}$ 이 만나는

점을 A, B라 하자. 점 $P(0, t) \left(t \neq -\frac{1}{2} \right)$ 에 대하여 다음
조건을 만족시키는 점 C의 개수를 $f(t)$ 라 하자.

(가) C는 A나 B가 아닌 원 위의 점이다.

(나) A, B, C를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이는 A, B,
P를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이와 같다.

$f(a) + \lim_{t \rightarrow a-} f(t) = 5$ 이고 $\lim_{t \rightarrow 0-} f(t) = b$ 일 때, $a+b$ 의 값은?
(4점)

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5



★ 수학 II

실전 기출 모의고사

[11문항형 / 제한시간 60분]

1 회 모의고사 - 2026학년도 수능 대비 ①

2 회 모의고사 - 2026학년도 수능 대비 ②

3 회 모의고사 - 2026학년도 수능 대비 ③





1 회 수학 II 실전 기출 모의고사

2026학년도 수능 대비 Ⅰ

범위: 수학 II 전단원

- 문항 수 11개
- 배점 37점
- 제한시간 60분

5지선다형

1 회 01 ※※※ 2011실시(가) 11월 학평 2(고2)



$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x-6}{\sqrt{x+2}-2}$ 의 값은? (2점)

- ① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

1 회 02 ※※※ 2018실시(나) 10월 학평 4(고3)

$\int_0^1 (3x^2-2)dx$ 의 값은? (3점)

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

1 회 03 ※※※ 2014대비(A) 6월 모평 6(고3)

함수 $f(x) = x^3 - x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+3h) - f(1)}{2h}$ 의 값은?
(3점)

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3
④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

1 회 04 ※※※ 2016실시(나) 11월 학평 6(고2)

함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & (x \neq 3) \\ a & (x = 3) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? (3점)

- ① 9 ② 10 ③ 11
④ 12 ⑤ 13

1 회 05 ※※※ 2015대비(A) 6월 모평 14(고3)

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 위치 x 가

$x = -t^2 + 4t$ 이다. $t = a$ 에서 점 P의 속도가 0일 때, 상수 a 의 값은? (4점)

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

1 회 06 ※※※ 2015대비(A) 6월 모평 16(고3)



함수 $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x + a$ 의 극댓값이 10일 때, 상수 a 의 값은? (4점)

- ① -12 ② -10 ③ -8
④ -6 ⑤ -4

 차 례

해설편 1

I 함수의 극한과 연속

A 함수의 극한	2
B 함수의 연속	81

II 미분

C 미분계수와 도함수	165
D 도함수의 활용 (1)	232
E 도함수의 활용 (2)	316

★ E15번까지 수록

해설편 2

E 도함수의 활용 (2)	321
---------------	-----

★ E16번부터 수록

III 적분

F 부정적분과 정적분	429
G 정적분의 활용	570



수학 II 실전 기출 모의고사

1회 모의고사 [2026학년도 수능 대비 1]	661
2회 모의고사 [2026학년도 수능 대비 2]	665
3회 모의고사 [2026학년도 수능 대비 3]	669



A 함수의 극한

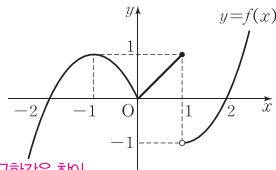


기본 기출 문제

A 01 정답 ③ *함수의 좌극한값과 우극한값 [정답률 96%]

[정답 공식: 그래프에서 $x = -1$ 에서 연속이므로 $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = f(-1)$ 이고, 그래프를 따라가 보고 $\lim_{x \rightarrow +1} f(x)$ 의 값을 찾는다.]

함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



단서 1 $x = -1$ 에서의 극한값을 찾아.

$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) + \lim_{x \rightarrow +1} f(x)$ 의 값은? (3점)

단서 2 $x = 1$ 에서의 우극한값을 찾아.

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

1st 그래프를 이용하여 각 점에서의 극한값을 구하자.

$$\therefore \lim_{x \rightarrow -1} f(x) + \lim_{x \rightarrow +1} f(x) = 1 + (-1) = 0$$

함수 $y=f(x)$ 는 $x=-1$ 에서 연속
이므로 $x=-1$ 에서의 극한값은

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = f(-1) = 1$$

또 $x=1$ 에서의 우극한값은

$$\lim_{x \rightarrow +1} f(x) = -1$$



$x=1$ 에서 함수 $f(x)$ 의 좌극한값
과 우극한값은 서로 달라.

A 02 정답 2 *극한값의 계산 [정답률 96%]

[정답 공식: $x=a$ 에서 유리함수 $f(x)$ 의 (분모) $\neq 0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ 이다.]

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+x}{x+1}$ 의 값을 구하시오. (3점) 단서 함수식에 $x=2$ 를 대입해.

1st 주어진 극한을 계산하자.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+x}{x+1} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x+1)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow 2} x = 2$$

$x=2$ 를 바로 대입해도 돼. 즉 $\frac{4+2}{3} = 2$!

주의

$x=2$ 에서 함수 $\frac{x^2+x}{x+1}$ 는 연속
이므로 $x=2$ 를 바로 대입하면
극한값을 구할 수 있어.

A 03 정답 11 * $\frac{0}{0}$ 꼴의 극한값의 계산(분수식) [정답률 93%]

[정답 공식: $\frac{0}{0}$ 꼴일 때는 분모, 분자의 공통인수를 약분하고 극한값을 계산한다.]

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2+3x+7)}{x-1}$ 의 값을 구하시오. (3점)

단서 $\frac{0}{0}$ 꼴이므로 약분하자.

1st 분모와 분자의 공통인수를 약분해서 극한값을 계산해.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2+3x+7)}{x-1} \rightarrow \frac{0}{0} \text{ 꼴: 분자, 분모를 각각 인수분해한 다음 약분해.}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} (x^2+3x+7)$$

$$= 1+3+7=11$$

A 04 정답 ② * $\frac{0}{0}$ 꼴의 극한값의 계산(무리식) [정답률 91%]

[정답 공식: $x=-t$ 로 치환하여 극한값을 계산한다.]

단서 2 $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴의 극한값을 구할 때에는 분모의 최고차항으로 분자, 분모를 각각 나누어야 해.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-\sqrt{x^2-1}}{x+1}$ 의 값은? (2점)

단서 1 $x=-t$ 로 치환해.

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

1st 주어진 식이 $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴임을 주의하여 계산하자.

$x=-t$ 로 놓으면 $x \rightarrow -\infty$ 일 때 $t \rightarrow \infty$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-\sqrt{x^2-1}}{x+1} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{-t-\sqrt{t^2-1}}{-t+1}$$

$$= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t+\sqrt{t^2-1}}{t-1} \quad \left(\begin{array}{l} \infty \text{ 꼴이므로 분모의} \\ \text{최고차항인 } t \text{로 분자,} \\ \text{분모를 나누자.} \end{array} \right)$$

$$= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1+\sqrt{1-\frac{1}{t^2}}}{1-\frac{1}{t}} \rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{1-\frac{1}{t}} = 1$$

A 05 정답 ④ *인수분해를 이용한 미정계수의 결정 [정답률 84%]

[정답 공식: (분모) $\rightarrow 0$ 이고, 극한값이 존재하므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이어야 한다. 이후 분
모, 분자의 공통인수를 약분한다.]

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+ax-b}{x^3-1} = 3$ 이 성립하도록 상수 a, b 의 값을 정할 때,

$a+b$ 의 값은? (2점)

단서 $\lim_{x \rightarrow 1} (x^3-1) = 0$ 이고, 극한값이 존재하므로

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x^2+ax-b) = 0 \text{ 이야.}$$

① 9

② 11

③ 13

④ 15

⑤ 17

1st 주어진 식의 극한값이 존재하니까 $\frac{0}{0}$ 꼴이 되어야 해.

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+ax-b}{x^3-1} = 3$ 에서 $x \rightarrow 1$ 일 때, (분모) $\rightarrow 0$ 이므로

(분자) $\rightarrow 0$ 이 되어야 한다.

$$\text{즉, } \lim_{x \rightarrow 1} (x^2+ax-b) = 0 \text{에서 } 1+a-b=0$$

$$\therefore b=a+1 \quad \text{㉠}$$

2nd 분자, 분모를 각각 인수분해한 후 공통인수를 약분해 봐.

㉠을 주어진 식에 대입하여 정리하면

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+ax-(a+1)}{(x-1)(x^2+x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+a+1)}{(x-1)(x^2+x+1)}$$

$$\xrightarrow{x-1 \text{이 분자, 분모의 공통인수 이므로 약분해.}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+a+1}{x^2+x+1} = \frac{a+2}{3} = 3$$

$$\therefore a=7$$

$$\text{㉠에서 } b=8$$

$$\therefore a+b=7+8=15$$

A 06 정답 21 *유리화를 이용한 미정계수의 결정 [정답률 85%]

[정답 공식: 극한값이 존재하고 (분모) $\rightarrow 0$ 이므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이어야 한다.]

두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+a}-2}{x-2} = b$ 일 때, $10a+4b$ 의 값을 구하시오. (3점)

단서 $\lim_{x \rightarrow 2} (x-2) = 0$ 이고, 극한값이 존재하므로 $\lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{x+a}-2) = 0$

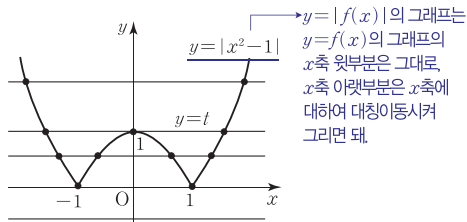
A 194 정답 ④ *좌표평면에서의 극한의 활용 [정답률 49%]

(정답 공식: 그래프를 좌표평면에 나타내서 t 의 값에 따른 교점의 개수를 파악한다.)

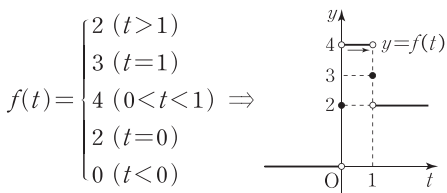
단서 1 $y = |x^2 - 1|$ 의 그래프를 그린 후, t 의 값의 범위에 따라 $f(t)$ 의 값을 구해봐.
 실수 t 에 대하여 직선 $y = t$ 가 함수 $y = |x^2 - 1|$ 의 그래프와 만나는 점의 개수를 $f(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 1^-} f(t)$ 의 값은? (4점)

단서 2 $t = 1$ 에서의 좌극한값을 구해.
 ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

1st 함수 $y = |x^2 - 1|$ 의 그래프를 그려 봐.



그림과 같이 $y = |x^2 - 1|$ 의 그래프를 그려서 t 의 값에 따라 직선 $y = t$ 와 만나는 점의 개수 $f(t)$ 를 조사하면



$$\therefore \lim_{t \rightarrow 1^-} f(t) = 4$$

좌극한과 우극한

개념 · 공식

- ① $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = p$ 일 때, p 를 $x = a$ 에서 $f(x)$ 의 **좌극한값**이라고 한다.
- ② $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = q$ 일 때, q 를 $x = a$ 에서 $f(x)$ 의 **우극한값**이라고 한다.



1등급 마스터 문제 [4점 + 2등급 대비 + 1등급 대비]



A 195 정답 10 *함수의 극한값의 계산 [정답률 38%]

정답 공식: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \alpha, \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \beta$ (α, β 는 실수)일 때,
 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} = \frac{\alpha}{\beta}$ (단, $g(x) \neq 0, \beta \neq 0$)이다.

두 함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 두 조건을 만족시킨다.

(가) $x + f(x) = g(x) \{x - f(x)\}$

(나) $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 4$

단서 극한값을 구해야 하는 식이 $f(x)$ 에 대한 식이므로 조건 (가)의 식을 변형해 봐.

이때, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + f(x)}{2x - f(x)} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하시오.

(단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) (4점)

1st 조건 (가)의 식을 $f(x)$ 에 대하여 정리하자.

조건 (가) $x + f(x) = g(x) \{x - f(x)\}$ 에서
 $f(x) \{1 + g(x)\} = x \{g(x) - 1\}$ 이므로

$x \neq 0$ 일 때, $\frac{f(x)}{x} = \frac{g(x) - 1}{1 + g(x)}$ **단서** $g(x) = -1$ 이면 조건 (나)에서 $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = -1 \neq 4$ 이므로 모순이야. 따라서 $g(x) \neq -1$ 이므로 분모, 분자를 $g(x) + 1$ 로 나눌 수 있는 거야.

2nd $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ 의 값을 구하자.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) - 1}{1 + g(x)} \\ &= \frac{\lim_{x \rightarrow 0} g(x) - 1}{1 + \lim_{x \rightarrow 0} g(x)} \\ &= \frac{4 - 1}{1 + 4} = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

$x \rightarrow 0$ 은 x 가 0이 아니면서 0에 한없이 접근한다는 뜻이야. 즉, $x \neq 0$ 이므로 $\frac{f(x)}{x}$ 의 식을 적용할 수 있어.

3rd 구해야 하는 극한값을 계산해.

$$\begin{aligned} \therefore \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + f(x)}{2x - f(x)} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \frac{f(x)}{x}}{2 - \frac{f(x)}{x}} \\ &= \frac{0 + \frac{3}{5}}{2 - \frac{3}{5}} = \frac{3}{7} \end{aligned}$$

따라서 $p = 7, q = 3$ 이므로

$$p + q = 7 + 3 = 10$$

수능 해강

*** 극한값의 계산에서 자주 하는 실수**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + f(x)}{2x - f(x)} = \frac{0 + f(0)}{0 - f(0)} = \frac{f(0)}{-f(0)} = -1$$

위의 방법처럼 풀면 안 돼!! 왜냐하면 위의 풀이는 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 가 0이 아닌 값을 가질 때만 풀 수 있는 거야.

그런데 주어진 조건만으로는 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 의 존재 여부를 알 수 없지?

즉, 위의 본 풀이처럼 주어진 조건을 이용해 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ 의 값을 구한 후 극한식을 변형하여 구해야 하는 거야.



A 207 정답 ① *새롭게 정의된 함수의 극한 [정답률 58%]

정답 공식: 다항함수 $g(x)$, $h(x)$ 에 대하여 함수 $f(x) = \begin{cases} g(x) & (x \leq k) \\ h(x) & (x > k) \end{cases}$ 로 정의될 때, $f(k) = g(k)$ 이고, $\lim_{x \rightarrow k+} f(x) = h(k)$ 이다.

함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & (x \leq 2) \\ ax + b & (x > 2) \end{cases}$$

에 대하여 $f(a) + \lim_{x \rightarrow a+} f(x) = 4$ 를 만족시키는 실수 a 의 개수가 4이고, 이 네 수의 합이 8이다. $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) (4점)

- ① $-\frac{7}{4}$ ② $-\frac{5}{4}$ ③ $-\frac{3}{4}$ ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

1st x 의 값의 범위를 나누어 $f(a) + \lim_{x \rightarrow a+} f(x) = 4$ 를 만족시키는 실수 a 를 찾자.

(i) $x \neq 2$ 인 경우

$f(x)$ 는 다항함수이므로 $\lim_{x \rightarrow a+} f(x) = f(a)$ 이다.

즉, $f(a) + \lim_{x \rightarrow a+} f(x) = 2f(a) = 4$ 이므로 $f(a) = 2$ 이다.

i) $x < 2$ 일 때

$$f(x) = x^2 + 1 \text{ 이므로 } x^2 + 1 = 2 \text{에서}$$

$$x^2 = 1 \quad \therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 1$$

즉, $f(a) = 2$ 를 만족시키는 a 의 값은 $-1, 1$ 이다.

ii) $x > 2$ 일 때

$f(x) = ax + b$ 에서 $ax + b = 2$ 인 x 의 값이 최대 1개 존재하므로 $a \neq 0$ 일 때 $f(x) = ax + b$ 는 일차함수이므로 $f(a) = 2$ 인 a 의 값이 1개만 존재해. 만약 $a = 0, b = 2$ 이면 $f(x) = 2$ 를 만족시키는 a 의 값은 무수히 많으므로 조건을 만족시키지 않아. 또한 $a = 0, b \neq 2$ 이면 $x > 2$ 에서는 $f(x) = 2$ 를 만족시키는 a 의 값이 없지. 그렇다면 조건을 만족시키는 a 의 값이 $x < 2$ 일 때 2개이므로 $x = 2$ 일 때 1개가 되어도 a 의 값이 모두 4개라는 조건을 만족시키지 않아.

그 값을 a_1 이라 하자.

i), ii)에서 $x \neq 2$ 일 때 $f(a) + \lim_{x \rightarrow a+} f(x) = 4$ 를

만족시키는 실수 a 는 $-1, 1, a_1 (aa_1 + b = 2)$ 의 3개이다.

(ii) $x = 2$, 즉 $a = 2$ 인 경우

$x < 2$ 에서 $f(x) = x^2 + 1$ 인 a 의 값이 2개이고, $x > 2$ 에서 $f(x) = 2$ 인 a 의 값이 1개이므로 $x = 2$ 에서, 즉 $a = 2$ 일 때 $f(2) + \lim_{x \rightarrow 2+} f(x) = 4$ 가 성립해야 해.

$$f(2) = 2^2 + 1 = 5 \text{ 이므로 } f(2) + \lim_{x \rightarrow 2+} f(x) = 4 \text{에서}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2+} f(x) = 4 - f(2) = 4 - 5 = -1 \text{이다.}$$

$$\text{즉, } \lim_{x \rightarrow 2+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2+} (ax + b) = -1 \text{ 이므로 } 2a + b = -1 \dots \textcircled{1}$$

(i), (ii)에 의해 $f(a) + \lim_{x \rightarrow a+} f(x) = 4$ 를 만족시키는 실수 a 는

$-1, 1, a_1 (aa_1 + b = 2)$, 2의 4개이다.

2nd 실수 a 가 될 수 있는 수의 합을 이용하여 a, b 의 값을 각각 구해.

이때, 실수 a 의 값인 네 수 $-1, 1, a_1 (aa_1 + b = 2)$, 2의 합이 8이므로

$$-1 + 1 + a_1 + 2 = 8 \quad \therefore a_1 = 6$$

$$\therefore 6a + b = 2 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{을 연립하여 풀면 } a = \frac{3}{4}, b = -\frac{5}{2}$$

$$\therefore a + b = \frac{3}{4} + \left(-\frac{5}{2}\right) = -\frac{7}{4}$$

A 208 정답 ③ *함수의 극한을 이용한 다항함수의 결정 ... [정답률 39%]

정답 공식: 다항함수 $F(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{F(x)}{x^n} = a$ (a 는 0이 아닌 실수, n 은 자연수)이면 $F(x)$ 의 차수는 n 이고 최고차항의 계수는 a 이다.

두 다항함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - 2g(x)}{x^2} = 1$ **단서 1** $f(x) - 2g(x)$ 는 최고차항의 계수가 1인 이차함수.

(나) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) + 3g(x)}{x^3} = 1$ **단서 2** $f(x) + 3g(x)$ 는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수.

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) + g(x)}{x^3}$ 의 값은? (3점)

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$
④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

1st 주어진 극한값을 이용해 분자에 있는 식의 꼴을 찾아보자.

두 다항함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여

조건 (가)에서 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - 2g(x)}{x^2} = 1$ 이므로 $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴의 극한에서 극한값이 0이 아닌 값으로 수렴하기 위해서는 분모와 분자의 차수가 같아야 하고, 그 극한값은 최고차항의 계수의 비와 같아.

$f(x) - 2g(x)$ 는 최고차항의 계수가 1인 이차함수이다.

즉, $f(x) - 2g(x) = x^2 + ax + b$ (a, b 는 상수) ... ㉠ 놓을 수 있다.

또한, 조건 (나)에서 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) + 3g(x)}{x^3} = 1$ 이므로

$f(x) + 3g(x)$ 는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이다.

즉, $f(x) + 3g(x) = x^3 + cx^2 + dx + e$ (c, d, e 는 상수) ... ㉡ 놓을 수 있다.

2nd ㉠, ㉡를 이용해 $g(x)$ 의 식을 구해.

이때, ㉠ - ㉡를 하면

$$5g(x) = x^3 + (c-1)x^2 + (d-a)x + e-b$$

$$\therefore g(x) = \frac{1}{5} \{x^3 + (c-1)x^2 + (d-a)x + e-b\} \dots \textcircled{3}$$

3rd $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) + g(x)}{x^3}$ 를 구해.

따라서 ㉠에서 $f(x) = 2g(x) + x^2 + ax + b$ 이므로

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) + g(x)}{x^3} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2g(x) + x^2 + ax + b + g(x)}{x^3} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3g(x) + x^2 + ax + b}{x^3} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3g(x)}{x^3} + \frac{x^2 + ax + b}{x^3} \right) \end{aligned}$$

$$\textcircled{3} \text{에 의해 } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3g(x)}{x^3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{3}{5} \{x^3 + (c-1)x^2 + (d-a)x + e-b\}}{x^3} = \frac{3}{5}$$

$$\text{이고 } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + ax + b}{x^3} = 0 \text{이므로}$$

$$= \frac{3}{5} (\because \textcircled{3})$$



1 회 수학 II 실전 기출 모의고사

문제편
p. 280

1 회 01 정답 ⑤ * $\frac{0}{0}$ 꼴의 극한값의 계산(무리식) [정답률 91%]

[정답 공식: 근호가 포함된 $\frac{0}{0}$ 꼴의 극한은 유리화를 이용하여 식을 정리한다.]

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x-6}{\sqrt{x+2}-2}$ 의 값은? (2점) **단서** 분모에 무리식이 있으니까 유리화해야지?

- ① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

1st 분모를 유리화하여 식을 정리하자.

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x-6}{\sqrt{x+2}-2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3(x-2)(\sqrt{x+2}+2)}{(\sqrt{x+2}-2)(\sqrt{x+2}+2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3(x-2)(\sqrt{x+2}+2)}{(\sqrt{x+2})^2-2^2} \quad \begin{array}{l} \text{0/0 꼴이고} \\ \text{분모에 무리식이 있으니까} \\ \text{유리화하자.} \end{array} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3(x-2)(\sqrt{x+2}+2)}{x+2-4} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3(x-2)(\sqrt{x+2}+2)}{x-2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} 3(\sqrt{x+2}+2) = 3(\sqrt{2+2}+2) = 12\end{aligned}$$

1 회 02 정답 ② * 함수의 정적분 [정답률 95%]

[정답 공식: $\int_a^b f'(x)dx = f(b) - f(a)$]

$\int_0^1 (3x^2-2)dx$ 의 값은? (3점) **단서** $n \neq -1$ 인 실수일 때, $\int_a^b x^n dx = \left[\frac{1}{n+1} x^{n+1} \right]_a^b$ 임을 이용해.

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

1st 다항함수의 정적분을 계산해.

$$\begin{aligned}\int_0^1 (3x^2-2)dx &= \left[x^3-2x \right]_0^1 \\ &= (1-2) - (0-0) = -1\end{aligned}$$

$\rightarrow f(x)$ 의 부정적분 중 하나가 $F(x)$ 일 때, $\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$

1 회 03 정답 ③ * $h \rightarrow 0$ 일 때의 변형된 미분계수의 정의 [정답률 90%]

[정답 공식: $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$]

함수 $f(x) = x^3 - x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+3h)-f(1)}{2h}$ 의 값은? (3점)

단서 분모에 $3h$ 가 있어야 하므로 분모, 분자에 $\frac{3}{2}$ 를 곱해야 해.

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3
④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

1st $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h} = f'(a)$ 임을 이용하자.

$$\begin{aligned}\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+3h)-f(1)}{2h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+3h)-f(1)}{3h} \times \frac{3}{2} \\ &= \frac{3}{2} f'(1) \dots \textcircled{1}\end{aligned}$$

분모를 $3h$ 로 만들고 분수식 전체에 $\frac{3}{2}$ 를 곱해야 해.

2nd 미분계수 $f'(1)$ 을 계산하자.

함수 $f(x) = x^3 - x$ 에서

$$f'(x) = 3x^2 - 1$$

$$\therefore f'(1) = 3 \times 1^2 - 1 = 2$$

따라서 ①에서

$$\frac{3}{2} f'(1) = \frac{3}{2} \times 2 = 3$$

1 회 04 정답 ④ * 연속이 되도록 하는 미정계수의 결정 ... [정답률 94%]

[정답 공식: 함수 $f(x)$ 는 $x \neq 3$ 을 제외한 x 에서는 다항함수이므로 연속이다. 즉, 함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이라면 $x=3$ 에서 연속이어야 한다.]

함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2+3 & (x \neq 3) \\ a & (x=3) \end{cases}$$

단서 $x=3$ 에서만 연속이면 돼. 즉, $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3)$ 이어야 해.

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? (3점)

- ① 9 ② 10 ③ 11
④ 12 ⑤ 13

1st 연속의 정의를 생각해 보자.

함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이므로 $x=3$ 에서도 연속이다.

즉, $f(3) = \lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ 가 성립하므로

$$a = f(3) = \lim_{x \rightarrow 3} (x^2+3) = 12$$

$\rightarrow$ 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(a) = \lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 이면 함수 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 연속이라고 해.

* 함수의 연속

개념 · 공식

함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 연속이기 위해서는 다음의 세 가지 조건을 만족해야 한다.

- (i) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 가 존재
- (ii) $f(a)$ 가 존재
- (iii) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ 가 성립

1 회 05 정답 ② * 수직선 위를 움직이는 점의 속도와 가속도 [정답률 89%]

[정답 공식: 위치함수를 미분하면 속도함수이다.]

수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 t 에서의 위치 x 가 $x = -t^2 + 4t$ 이다. $t=a$ 에서 점 P의 속도가 0일 때, 상수 a 의 값은? (4점)

단서 속도가 0이면 점 P가 멈춘 상태야. 앞으로 진행하다가 뒤로 진행 방향을 바꾸려면 순간적으로 멈추게 돼. 그때 속도가 0인 거지.

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

1st 위치 x 를 t 에 대하여 미분하자.

$x = -t^2 + 4t$ 를 시간 t 에 대하여 미분하면

$$\frac{dx}{dt} = -2t + 4$$

$\rightarrow$ 점 P의 속도가 $0 \leq t < 2$ 일 때, (속도) > 0 이고 $t > 2$ 일 때, (속도) < 0 이야. 즉, 출발하여 2초가 될 때까지는 앞으로 진행하다가 $t=2$ 에서 멈추고 진행방향을 바꾸어서 2초 이후에는 뒤로 진행하는 것을 뜻해.

$t=a$ 에서 점 P의 속도가 0이므로

$$\begin{aligned}-2a + 4 &= 0 \\ \therefore a &= 2\end{aligned}$$

모의고사

1 회