고등학교 수학,
개념을 제대로 익히면 누구나 잘 할 수 있습니다.

고등학교 수학은 개념이 어렵다고 공식만 암기하면서 공부해서는 안 됩니다.
개념을 꼼꼼히 분류하고 그 개념에 맞는 단계화된 문제를 통해서
각 개념의 필수 공식과 문제 유형들을 정확히 익혀야 합니다.

자이스토리는 최신 학교시험과 학력평가 문제를 철저히 분석해
세밀하게 유형을 분류하고 개념을 알맞게 적용시키는 실전 유형 훈련으로
고등 수학 실력을 탄탄하게 올릴 수 있게 만들었습니다.
그래서 어떤 신유형 문제가 출제되어도 쉽게 해결할 수 있습니다.

또한, 자이스토리의 정확하고 꼼꼼한 분석 해설과 풍부한 보충 첨삭은
문제를 바르게 풀어가면서 동시에 핵심 개념을 알맞게 적용하는 방법을
자연스럽게 익힐 수 있도록 도와줍니다.

특별한 사람만이 수학을 좋아하고 잘하는 것이 아닙니다.
개념을 바르게 이해하고, 쉬운 문제부터 단계를 밟아 기본을 다지면
수학은 어느새 재미있고 즐거운 과목이 되어 있을 것입니다.

어떤 목표를 달성하는 데 가장 중요한 것은 자신감이라고 하지요?
해낼 수 있다는 자신감을 갖고 자이스토리와 함께 하면
수학 1등급을 반드시 이룰 수 있습니다.

– 대한민국 No.1 수능 문제집 자이스토리 –



학교시험 1등급 완성 학습 계획표 [35일]

Day	문항 번호	틀린 문제 / 헷갈리는 문제 번호 적기	날짜	복습 날짜
1	A 01~77		월 일	월 일
2	78~127		월 일	월 일
3	B 01~77		월 일	월 일
4	78~137		월 일	월 일
5	C 01~75		월 일	월 일
6	76~118		월 일	월 일
7	D 01~76		월 일	월 일
8	77~121		월 일	월 일
9	E 01~70		월 일	월 일
10	71~120		월 일	월 일
11	F 01~63		월 일	월 일
12	64~122		월 일	월 일
13	123~168		월 일	월 일
14	G 01~69		월 일	월 일
15	70~111		월 일	월 일
16	112~149		월 일	월 일
17	H 01~54		월 일	월 일
18	55~94		월 일	월 일
19	I 01~59		월 일	월 일
20	60~102		월 일	월 일
21	103~140		월 일	월 일
22	J 01~59		월 일	월 일
23	60~104		월 일	월 일
24	K 01~62		월 일	월 일
25	63~115		월 일	월 일
26	116~151		월 일	월 일
27	L 01~68		월 일	월 일
28	69~122		월 일	월 일
29	123~169		월 일	월 일
30	M 01~73		월 일	월 일
31	74~123		월 일	월 일
32	124~165		월 일	월 일
33	모의 A~E		월 일	월 일
34	모의 F~I		월 일	월 일
35	모의 J~M		월 일	월 일



• 나는 _____ 대학교 _____ 학과 _____ 학번이 된다.

• 磨斧作針 (마부작침) – 도끼를 갈아 바늘을 만든다. (아무리 어려운 일이라도 끈기 있게 노력하면 이룰 수 있음을 비유하는 말)

집필진 · 감수진 선생님들



자이스토리는 수능 준비를 가장 효과적으로 할 수 있도록
수능, 평가원, 학력평가 기출문제를 개념별, 유형별, 난이도별로
수록하였으며, 명강의로 소문난 학교·학원 선생님들께서
명쾌한 해설을 입체 첨삭으로 집필하셨습니다.

[집필진]

김덕환 대전 대성여고
배수나 가인아카데미
이종석 저)일등급 수학
전경준 서울 풍문고
최대철 서울 인창고
홍지언 부산 피보나치수학
홍지우 안양 평촌고

황광희 경기 시흥고
수경 수학 컨텐츠 연구소

[다른 풀이 집필]
강 현 경주 비상아이비츠 강현학원
김리안 인천 수리안학원
김예진 경남 수능수학 전문컨설턴트
김 준 인천 쭌에듀학원

신은숙 서울 펜타곤학원
유대호 서울 잉글리쉬앤매쓰매니저
유재영 평택 비전고
이보형 성남 매쓰코드학원
이세복 서울 일타수학학원
전승환 안양 공즐학원
정경애 대구 수투수학학원
정석균 천안 힐베르트 수학과학학원
채송화 부산 채송화수학

개념&문제 풀이 강의 선생님 유튜브 채널
'수학문제 다깨기'

[감수진]

강종철 서울 쿠메수학교습소
기소연 남양주 매쓰키수학
김기덕 서울 메가매쓰수학학원
김덕한 대전 더칸수학학원
김동민 서울 호크마수학학원
김동욱 서울 디파인수학전문학원
김동현 광명 수능수학 전문컨설턴트
김미영 서울 명수학교습소
김민경 강릉 강릉고
김보라 제주 라딕스수학
김상호 전주 휴민고등수학
김새로미 화성 스터디온학원
김영대 천안 탑씨크리트학원
김영준 서울 매쓰탑학원
김장훈 제주 프로젝트M수학학원
김재광 광주 디투엠 수학학원
김재혁 천안 불당동 라온프라임 학원
김지선 남양주 스튜디오D코딩수학학원
김지선 서울 수학전문 순수
김진식 대구 경신고
김착한 구리 수능수학 전문컨설턴트
남병조 서울 로드맵플러스
노명훈 원주 노명훈쌤의 알수학학원
박경보 서울 최고수챌린지에듀학원
박동훈 안산 에스엠수학
박묘인 용인 이투스수학
박소영 서울 정상수학학원
박영선 세종유얼수학

박재홍 용인 열린학원
박정희 인천 수능수학 전문컨설턴트
박진홍 군포 고밀도학원
박한얼 나주 두드림영수학원
방성의 시흥 초고수수학학원
성수경 울산 위룰수학영어학원
신선호 화성 하버드수학
심재현 용인 웨이메이커 수학학원
심혜림 성주 별고을교육원
안병훈 부산 팀매쓰수학전문학원
양유식 부여 정석학원
오선화 부산 다대대성제넥스학원
오정민 인천 갈루아수학학원
옥승길 부산 옥승길수학학원
유재형 평택 비전고
유형기 서울 유형기 수학교습소
이동헌 평택 S4국영수학원
이동훈 대구 이동훈수학학원
이상혁 광주 감성수학
이서윤 화성 목동 곰수학학원
이세진 부산 서용기과학,이세진수학학원
이양근 용인 양지메가스터디 기숙학원
이연희 부산 오른수학
이은경 익산 베리타스영수학원
이준석 서울 로드맵수학학원
이지훈 세종 공부수다 학원
이지훈 서울 백향목학원
이창현 양주 U2M 옥정캠퍼스

이한나 울산 꿈꾸는고래학원
이한샘 광명 진성고
이혜진 평택 S4국영수학원
이호균 인천 투스카이수학과학학원
임명진 안양 서연고학원
장성인 부산 노마드수학전문학원
전호완 성남 숭신여고
정민정 평택 S4국영수학원
정지민 청주 스텝업수학
정지훈 용인 최상위권수학학원
정진영 인천 정선생수학연구소
정한울 포천 한울스터디
정화진 서울 진화수학학원
조일형 금산 별무리고
채은영 서울 사당베스트수학
최고은 익산 수학코치
최백화 서울 최백화수학
최지현 대구 CMC수학
최현섭 울산 세인학원
홍성진 서울 대치 김앤홍 수학전문학원
홍준서 서울 퍼씰수학전문학원
홍진국 대전 저스트수학

[My Top Secret 집필]
곽지훈 서울대 수학교육과
정서린 서울대 약학과
정호재 서울대 경제학부
황대윤 서울대 수리과학부

차 례 [총 180개 유형 분류]

Ⅰ 다항식

A 다항식의 연산 – 12개 유형 분류

개념 스토리 / 개념 확인 문제 10
내신+학평 유형 스토리 12
서술형 스토리 24
1등급 고난도 스토리 25

B 항등식과 나머지정리 – 12개 유형 분류

개념 스토리 / 개념 확인 문제 28
내신+학평 유형 스토리 30
서술형 스토리 43
1등급 고난도 스토리 45
동아리 소개/중앙대 중앙상추 48

C 인수분해 – 13개 유형 분류

개념 스토리 / 개념 확인 문제 50
내신+학평 유형 스토리 52
서술형 스토리 63
1등급 고난도 스토리 64
동아리 소개/연세대 연세문학회 66

Ⅱ 방정식과 부등식

D 복소수 – 12개 유형 분류

개념 스토리 / 개념 확인 문제 68
내신+학평 유형 스토리 70
서술형 스토리 81
1등급 고난도 스토리 82
동아리 소개/ 고려대 쉐어링콰이어 84

E 이차방정식 – 14개 유형 분류

개념 스토리 / 개념 확인 문제 86
내신+학평 유형 스토리 88
서술형 스토리 100
1등급 고난도 스토리 101

F 이차방정식과 이차함수 – 11개 유형 분류

개념 스토리 / 개념 확인 문제 104
내신+학평 유형 스토리 108
서술형 스토리 125
1등급 고난도 스토리 127

G 여러 가지 방정식 – 16개 유형 분류

개념 스토리 / 개념 확인 문제 134
내신+학평 유형 스토리 136
서술형 스토리 153
1등급 고난도 스토리 155

H 부등식 – 13개 유형 분류

개념 스토리 / 개념 확인 문제 158
내신+학평 유형 스 토리 160
서술형 스토리 169
1등급 고난도 스토리 170

I 이차부등식 – 16개 유형 분류

개념 스토리 / 개념 확인 문제 172
내신+학평 유형 스토리 174
서술형 스토리 189
1등급 고난도 스토리 191
동아리 소개/이화여대 이화 플레이걸스 194

Ⅲ 도형의 방정식

J 평면좌표 – 11개 유형 분류

개념 스토리 / 개념 확인 문제 196
내신+학평 유형 스토리 198
서술형 스토리 210
1등급 고난도 스토리 211

K 직선의 방정식 – 18개 유형 분류

개념 스토리 / 개념 확인 문제 214
내신+학평 유형 스토리 218
서술형 스토리 234
1등급 고난도 스토리 236
동아리 소개 / 연세대 연영회 240

L 원의 방정식 – 19개 유형 분류

개념 스토리 / 개념 확인 문제 242
내신+학평 유형 스토리 246
서술형 스토리 266
1등급 고난도 스토리 268

M 도형의 이동 – 13개 유형 분류

개념 스토리 / 개념 확인 문제 274
내신+학평 유형 스토리 278
서술형 스토리 296
1등급 고난도 스토리 298
동아리 소개 / 서울대 달리사 302

Special 내신+학평 대비 단원별 모의고사

A 다항식의 연산 304
B 항등식과 나머지정리 306
C 인수분해 308
D 복소수 310
E 이차방정식 312
F 이차방정식과 이차함수 314
G 여러 가지 방정식 316
H 부등식 318
I 이차부등식 320
J 평면좌표 322
K 직선의 방정식 324
L 원의 방정식 326
M 도형의 이동 328

빠른 정답 찾기 330

개념 & 문제 풀이 강의 선생님 유튜브 채널

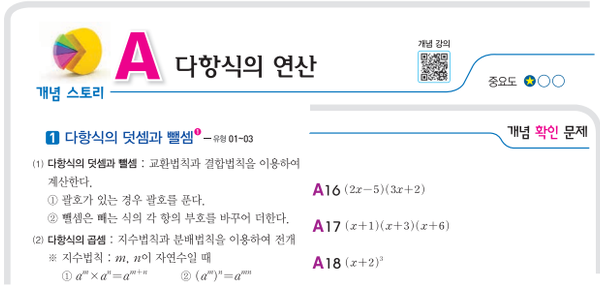
'수학문제 다깨기'

유형별 문제와 1등급 대비 문제 훈련으로 내신 1등급 완성

1 개념 스토리+개념 확인 문제

수학(상)에서 꼭 알아야 하는 중요한 교과서 개념을 쉽게 이해되도록 설명하였습니다. 또한, 개념과 공식을 확실히 자신의 것으로 만들 수 있는 개념 확인 문제를 함께 수록했습니다.

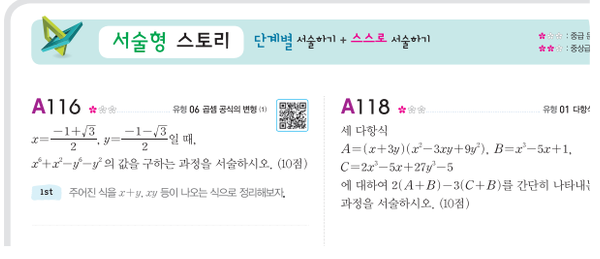
- **중요도 ★★★** : 시험에 자주 나오는 개념과 유형의 중요 정도 제시
- **개념 확인 문제** : 개념 하나하나에 대한 맞춤 문제로 구성



- **QR 코드 :** 수학 전문 강사의 생생한 개념 강의를 통해 완벽한 개념 학습을 할 수 있도록 하였습니다.

3 서술형 스토리 – 단계별 문제해결 방법 제시

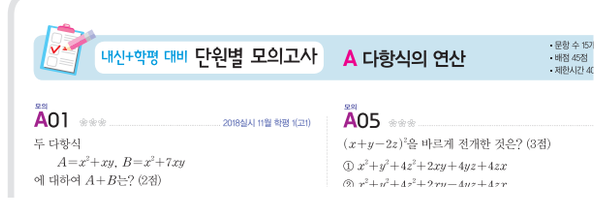
학교시험에서 출제되는 다양한 서술형 문제를 단계적으로 풀어 나가는 과정을 제시하여 서술형 문제에 대한 자신감을 얻을 수 있게 구성하였습니다.



4 단원별 모의고사 – 내신+학평 대비와 단원 실력 최종 점검

중간, 기말 학교 시험에 대비할 수 있는 단원별 모의고사를 통해 자신의 실력을 체크하고, 부족한 부분은 보충할 수 있습니다.

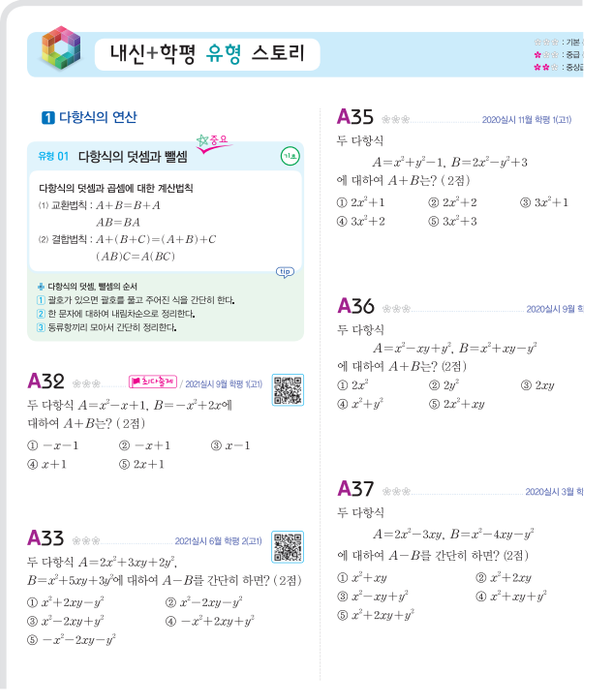
★ 주요 문항 동영상 강의 제공



2 내신+학평 유형 스토리

개념에 따른 유형을 자세히 공부할 수 있도록 학교 시험이나 학력평가에서 출제되었던 문제들을 촘촘하게 세분화하여 개념순, 난이도 순으로 수록하였습니다.

- **유형 정리 :** 시험에서 출제되었던 모든 유형을 제시하여 효과적이고 완벽한 유형 분석을 할 수 있도록 하였습니다.
- **tip :** 유형에 따라 한 번 더 상기해야 할 개념과 접근법을 제시하였습니다.
- **QR 코드 :** 유형별 핵심 문제와 혼자 풀기 어려운 문제의 풀이 과정을 동영상 강의를 통해 한 번 더 학습할 수 있도록 하였습니다.



- **난이도 :** ❀❀❀ – 기본 문제, ✿❀❀ – 중급 문제, ✿✿❀ – 중상급 문제, ✿✿✿ – 상급 문제

- **출처표시 :** 수능, 평가원 – 대비연도, 학력평가 – 실시연도
  - 2017대비 수능(나) 22번 : 2016년 11월에 실시한 수능
  - 2016실시 6월 학평 16(고1) : 2016년 6월에 실시한 학력평가
  - 2023실시 3월 학평 10(고2) : 2023년 3월에 실시한 학력평가

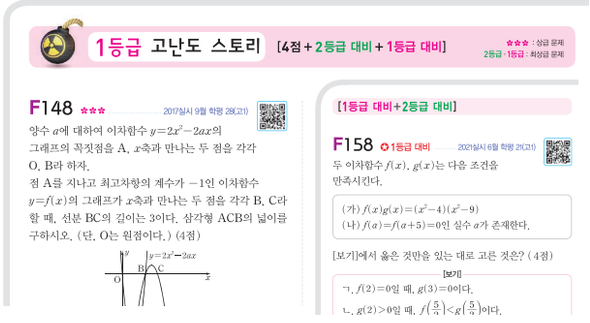
- 최다출제 : 내신, 학평에서 가장 출제율이 높은 문제
- 신유형 : 최근 내신+학평에서 출제되는 새로운 유형의 문제
- 필수 : 유형 학습을 위해 꼭 확인 해야 하는 문제
- 중요 : 시험에 반드시 출제되는 중요 유형 체크

5 1등급 고난도 스토리 – 4점 문제+2등급 대비+1등급 대비

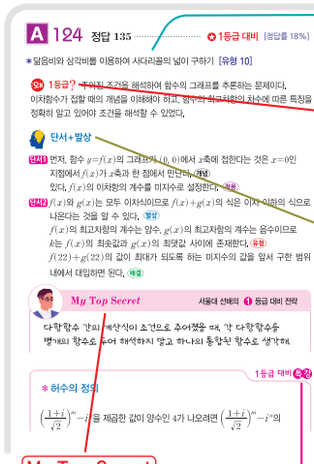
1등급을 가르는 변별력 있는 고난도 문제를 난이도 순으로 배열하여 종합적인 사고력과 응용력을 길러서 반드시 수학 1등급을 달성할 수 있도록 구성했습니다.

✪ 1등급 대비 : 정답률이 9% 미만인 문제로, 1등급을 가르는 최고난도 문제

✪ 2등급 대비 : 정답률이 9%~15%인 문제로, 1, 2등급으로 발돋움하는 데 도움이 되는 최상급 문제



6 1등급 대비 · 2등급 대비 문제 특별 해설



문제 분석
어떤 유형이 1, 2등급 대비 문제로 출제되었는지 알려줍니다.

왜 1등급, 왜 2등급
1, 2등급 대비 문제의 핵심 내용과 구하고자 하는 목표를 확실히 알도록 제시해줍니다.

단서+발상
단서 문제 풀이의 핵심이 되는 단서를 꼭 짚어 설명합니다.
개념 문제 풀이에 필요한 개념을 다시 한 번 확인합니다.
유형 숨어 있는 기출 유형을 찾아 설명합니다.
발상 핵심 단서로 문제 풀이 방법을 구체적으로 설명합니다.
적용 생각하기 힘든 개념이나 꼬여 있는 문제의 답을 얻기 위해 적용해야 할 내용입니다.
해결 찾아야 하는 것들을 다 찾은 뒤 공식을 적용하여 해결합니다.

My Top Secret
1, 2등급 대비 문제를 다루는 서울대 선배의 특별 비법을 수록했습니다.

1등급 대비 특강
고난도 문제에서 특별히 알고 있으면 유용한 개념이나 Tip을 제시합니다.

7 입체 첨삭 해설!

정답 공식
출제 의도를 짚어 주고, 문제 속의 숨은 조건을 해석하여 풀이 전략을 세우도록 도와줍니다.

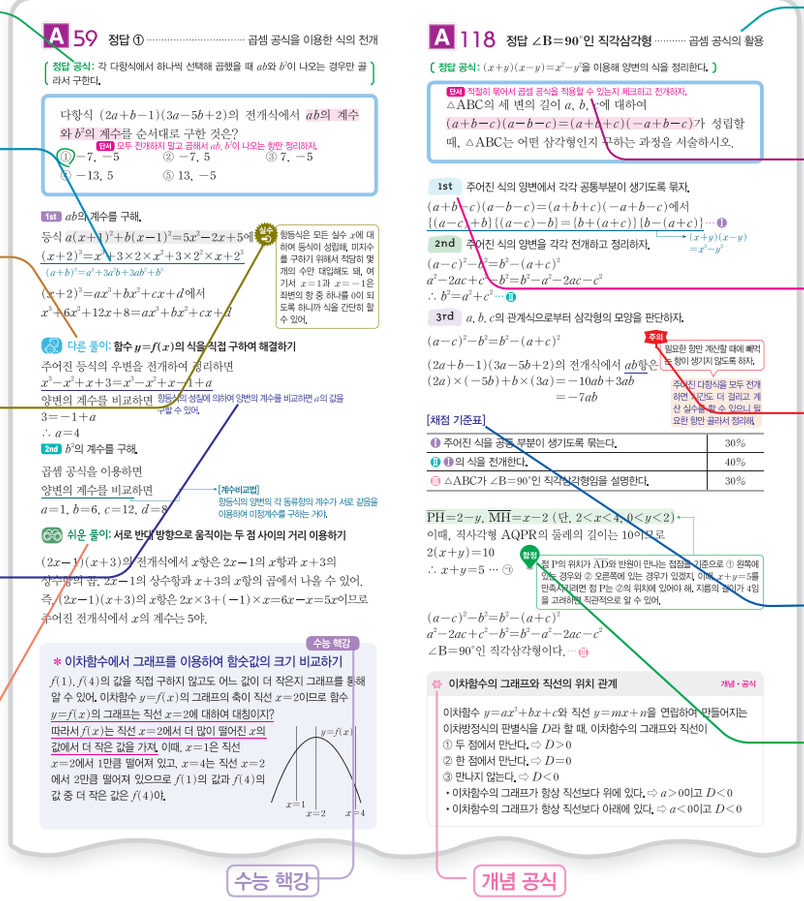
해설 적용 공식
해설에 직접적 간접적으로 사용된 개념, 공식을 보여줍니다.

다른 풀이
문제를 풀 때는 다각적으로 사고하는 연습이 필요합니다. 이에 다른 방법으로 문제에 접근할 수 있는 방법을 알려줍니다.

실수 주의
문제를 푸는 과정이나 잘못된 개념을 적용하는 실수를 지적해 주고 해결의 열쇠를 제공해 주는 코너입니다.

보충 설명
더욱 정확하고 완벽하게 해설을 이해할 수 있도록 해설에 내재된 내용을 설명하였습니다.

쉬운 풀이, 톡톡 풀이
직관적으로 풀거나, 교육과정 외의 개념 또는 특이한 풀이 방법을 알려줍니다.



수능 핵강
문제를 조금 더 쉽고 빠르게 풀 수 있는 스킬 등을 자세히 설명하였습니다.

개념 공식
문제를 풀기 위해 요구되는 주요 개념과 공식을 정리하였습니다.

적용 개념
문제에 적용된 핵심 개념을 제시하여 비슷한 유형의 문제에서 같은 개념을 사용할 수 있도록 하였습니다.

핵심 단서
문제를 푸는 데 핵심이 되는 단서와 그 단서를 문제 풀이에 적용하는 방법을 설명하였습니다.

단계별 명쾌 풀이
문제를 푸는 데 요구되는 사고의 순서를 구체적으로 단계를 나누어 제시하였습니다

주의
풀이 과정에서 주어진 조건을 빼먹거나 잘못 이용할 가능성이 있을 때, 적절한 주의를 주어서 올바른 풀이로 나아갈 수 있도록 한 코너입니다.

채점 기준표
서술형 문제에 대한 적절한 풀이 기준을 제시하여 중요한 포인트를 놓치지 않게 하였습니다.

함정
개념을 정확히 이해하지 못한다면 반드시 빠지게 되어 있는 함정을 체크해 주고 해결할 수 있는 방법을 제시하였습니다.

문항 배열 및 구성 [1945제]

❶ 개념 이해와 개념 확인 문제 [380제]

각 단원에서 배울 개념 중 중요한 것들을 자세히 설명하고 개념 하나하나에 대한 맞춤 문제를 수록하였습니다.

❷ 최신 10개년 학력평가 기출 문제 전 문항 수록 [새교육과정 1945제]

- 2020~2023 학력평가 전 문항 수록 (370제)
- 새교육과정에 맞는 2013~2019 학력평가 우수 문항 선별 수록 (413제)
- 새교육과정 완벽 대비를 위한 유형별 내신 기출 변형 문제 수록 (782제)
- 필수 유형 완전 학습-내신+학평 유형 스토리 [180 유형, 문제 1131제]

★ 내신 1등급을 위한 내신 기출 변형 문제 추가 수록

1. 내신 1등급을 위해 180개 문제 유형으로 세분화

수학 개념을 쉽고 빠르게 이해하는 가장 좋은 학습법은 문제 유형을 세분화해서 공부하는 것입니다.
학교 시험은 다양한 유형에서 고르게 출제되기 때문에, 유형을 세분화해서 공부해야 합니다.
그래서 내신 유형 대비를 위한 기출 변형 문제를 수록하였습니다.

2. 180개 유형 연습을 위한 기출 문제 + 내신 기출 변형 문제 보충 수록

학력평가는 특별한 유형에서 많이 출제되기 때문에 어떤 유형은 기출 문제가 과하게 많고,
어떤 유형은 기출 문제가 없습니다. 그래서 180개 유형에 맞는 내신 기출 변형 문제를 충분히 수록해서
내신 1등급을 위한 학습을 완벽히 할 수 있도록 하였습니다.

❸ 서술형 단계별 훈련을 위한 내신 기출 변형 문제 서술형 스토리 [서술형 100제]

각 단원 중 서술형 출제 방식에 적합하고 출제 비율이 높은 내신 기출 변형 서술형 문제를 구성하였습니다.

❹ 내신+학평 대비 단원별 모의고사 [기출 문제+기출 변형 문제 182제]

[고1 수학(상) 문항 구성표]

시행연도	고1 3월 학력평가	고1 6월 학력평가	고1 9월 학력평가	고1 11월 학력평가	고2 3월 학력평가	연도별 문항 수
2023	0	30	30	0	16	76
2022	0	30	30	22	15	97
2021	0	30	30	22	16	98
2020	0	30	30	24	15	99
2019	6	28	27	22	28	111
2018	0	28	28	16	9	81
2017	2	13	11	5	10	41
2016	3	20	12	5	11	51
2015	2	10	10	8	11	41
2014	1	15	18	10	6	50
2013	2	11	9	8	8	38
내신 기출 변형 문제	682					
기본 개념, 서술형 문제	480					
총 수록 문항 수						1945

■ 내신 기출 변형 문제 : 180개 유형 예상 문제 수록
■ 학평 기출 : 2023~2020 학평 전부 수록, 2019~2013(7개년) 학평 선별



A 다항식의 연산

★ 유형 차례

중요 유형 01 다항식의 덧셈과 뺄셈

유형 02 다항식의 연산의 실생활에의 활용

유형 03 다항식의 전개식에서의 계수 찾기

유형 04 곱셈 공식을 이용한 식의 전개

유형 05 치환을 이용한 식의 전개

중요 유형 06 곱셈 공식의 변형
– $(x\pm y)^2$, $(x\pm y)^3$ 이용

유형 07 곱셈 공식의 변형 – $x\pm\frac{1}{x}$ 이용

유형 08 곱셈 공식의 변형
– $a^2+b^2+c^2$, $a^3+b^3+c^3$ 이용

유형 09 곱셈 공식의 활용 – 수의 계산

중요 유형 10 곱셈 공식의 활용 – 도형

유형 11 다항식의 나눗셈 – 몫과 나머지

유형 12 다항식의 나눗셈 – $A=BQ+R$



♣ 단원 학습 목표

- 중학교 과정에서 학습한 다항식의 뜻과 간단한 다항식을 계산하는 방법으로부터 두 개 이상의 문자를 포함한 복잡한 다항식의 사칙연산을 할 수 있다.
- 중학교에서 학습한 지수법칙을 바탕으로, 단항식의 곱셈으로부터 삼차식과 항이 3개인 곱셈 공식을 알고, 이를 다항식의 연산에 활용할 수 있다.

★ 자주 출제되는 필수 개념 학습법

- 다항식의 연산에서는 주어진 식을 먼저 간단히 한 후 다항식을 대입하여 계산한다. 이때, 괄호로 묶어서 대입하면 실수를 줄일 수 있는데, 괄호를 풀 때 괄호 앞의 부호에 주의한다.
- 곱셈 공식 또는 곱셈 공식의 변형을 통해 식의 값을 묻는 문제가 자주 출제되므로 반드시 정리해두도록 한다.
- (다항식)÷(다항식)은 각 다항식을 내림차순으로 정리한 후 자연수의 나눗셈과 같은 방법으로 계산한다.

★ 자주 출제되는 개념+공식

1 자주 쓰이는 곱셈 공식

(1) $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

(2) $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$
$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$

(3) $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$

2 다항식 A를 다항식 $B(B\neq0)$로 나눌 때의 몫을 Q, 나머지를 R라 하면
$A=BQ+R$(단, (R의 차수)<(B의 차수))

개념 스토리

A 다항식의 연산

개념 강의

중요도 ★○○

1 다항식의 덧셈과 뺄셈[1] – 유형 01~03

(1) **다항식의 덧셈과 뺄셈** : 교환법칙과 결합법칙을 이용하여 동류항(다항식에서 문자와 차수가 같은 항)끼리 모아서 정리한 후 계산한다.
① 괄호가 있는 경우 괄호를 푼다.
② 뺄셈은 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어 더한다.

(2) **다항식의 곱셈** : 지수법칙과 분배법칙을 이용하여 전개한다.
※ 지수법칙 : m, n이 자연수일 때
① $a^m \times a^n = a^{m+n}$ ② $(a^m)^n = a^{mn}$ ③ $(ab)^m = a^m b^m$
④ $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$ (단, $b \neq 0$) ⑤ $a^m \div a^n = \begin{cases} a^{m-n} & (m>n) \\ 1 & (m=n) \\ \frac{1}{a^{n-m}} & (m<n) \end{cases}$ (단, $a \neq 0$)

2 곱셈 공식[2] – 유형 04~05

(1) $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$
(2) $(a-b)(a+b) = a^2-b^2$
(3) $(x+a)(x+b) = x^2+(a+b)x+ab$
(4) $(ax+b)(cx+d) = acx^2+(ad+bc)x+bd$
(5) $(x+a)(x+b)(x+c) = x^3+(a+b+c)x^2+(ab+bc+ca)x+abc$
(6) $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$, $(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$[3]
(7) $(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3$, $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$
(8) $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$
(9) $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) = a^3+b^3+c^3-3abc$
(10) $(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2) = a^4+a^2b^2+b^4$

(1)~(4) : 이미 배웠던 공식
(5)~(10) : 새로 배우는 공식

3 곱셈 공식의 변형 – 유형 06~10

(1) $a^2+b^2 = (a+b)^2-2ab = (a-b)^2+2ab$[4]
(2) $a^3+b^3 = (a+b)^3-3ab(a+b)$, $a^3-b^3 = (a-b)^3+3ab(a-b)$
(3) $a^2+b^2+c^2 = (a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$
(4) $a^3+b^3+c^3 = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc$

참고 (1), (2)에 a 대신 x, b 대신 $\frac{1}{x}$을 대입하면 다음과 같다.

(1) $x^2+\frac{1}{x^2} = \left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2 = \left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2$
(2) $x^3+\frac{1}{x^3} = \left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3\left(x+\frac{1}{x}\right)$, $x^3-\frac{1}{x^3} = \left(x-\frac{1}{x}\right)^3+3\left(x-\frac{1}{x}\right)$

4 다항식의 나눗셈 – 유형 11~12

(1) **다항식의 나눗셈** : 다항식 A를 다항식 $B(B \neq 0)$로 나눌 때의 몫을 Q, 나머지를 R라 하면 $A = BQ+R$ (단, (R의 차수)<(B의 차수))
특히, $R=0$, 즉 $A=BQ$이면 A는 B로 나누어떨어진다고 한다.
(2) **(다항식)÷(다항식)의 계산**[5] : (다항식)÷(다항식)은 먼저 각 다항식을 내림차순으로 정리한 후 자연수의 나눗셈과 같은 방법으로 계산한다.

+개념 보충

[1] 다항식의 정리 방법
① 내림차순 : 한 문자에 대하여 차수가 높은 항부터 낮은 항의 순서로 나타내는 것
② 오름차순 : 한 문자에 대하여 차수가 낮은 항부터 높은 항의 순서로 나타내는 것
참고 다항식을 한 문자에 대하여 내림차순이나 오름차순으로 정리할 때, 기준이 되는 문자를 제외한 나머지 문자는 상수로 생각한다.

예) 다항식 $x^2+3xy-y^2-2x+5y+4$에 대하여
① x에 대하여 내림차순 정리
$x^2+(3y-2)x-y^2+5y+4$
② x에 대하여 오름차순 정리
$-y^2+5y+4+(3y-2)x+x^2$

+개념 확장

[2] 다항식의 덧셈과 곱셈에 대한 계산법칙
다항식 A, B, C에 대하여
① 교환법칙 : $A+B=B+A$, $AB=BA$
② 결합법칙 : $(A+B)+C=A+(B+C)$, $(AB)C=A(BC)$
③ 분배법칙 : $A(B+C)=AB+AC$, $(A+B)C=AC+BC$

+개념 Tip

[3] $(a-b)^3$
$=\{a+(-b)\}^3$
$=a^3+3a^2(-b)+3a(-b)^2+(-b)^3$
$=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

[4] $(a+b)^2-2ab=(a-b)^2+2ab$에서
$(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$

+개념 보충

[5] 예) $(2x^2+3x+4)\div(x-1)$의 계산

$$\begin{array}{r} 2x+5 \\ x-1\overline{)\,2x^2+3x+4} \\ \underline{2x^2-2x} \\ 5x+4 \\ \underline{5x-5} \\ 9 \end{array}$$

$2x$ ← 몫
$(x-1)\times 2x$
$(x-1)\times 5$
9 ← 나머지

1 다항식의 연산

[A01~A03] 두 다항식 $A=x^3-3x^2+2x+4$, $B=-2x^3+4x^2-x$에 대하여 다음을 계산하시오.

A01 $A+B$

A02 $3A-2B$

A03 $B-2(A-B)$

[A04~A07] 다음 식을 간단히 하시오.

A04 $-2ax^2\times5a^2x$

A05 $(3x^2y)^2\times(-xy^2)^3$

A06 $(-a^3b^2)^3\div(-2a^2b^4)^2$

A07 $(x^2y^3)^3\times(-x^3)^2\div(-xy^2)^4$

[A08~A11] 다음 식을 전개하시오.

A08 $3x(2x^2-3x+4)$

A09 $-y(5x^2+3x)+2x(y^2-y)$

A10 $(a^2+b)(a^2-2b-3)$

A11 $(a^2-2a+6)(a+1)-3(a+4)$

2 곱셈 공식

[A12~A24] 곱셈 공식을 이용하여 다음 식을 전개하시오.

A12 $(3x+1)^2$

A13 $(2x-y)^2$

A14 $(4x+y)(4x-y)$

A15 $(x+2)(x+5)$

A16 $(2x-5)(3x+2)$

A17 $(x+1)(x+3)(x+6)$

A18 $(x+2)^3$

A19 $(x-1)^3$

A20 $(x+2)(x^2-2x+4)$

A21 $(2a-1)(4a^2+2a+1)$

A22 $(a-2b+c)^2$

A23 $(x^2+2xy+4y^2)(x^2-2xy+4y^2)$

A24 $(a+b-c)(a^2+b^2+c^2-ab+bc+ca)$

3 곱셈 공식의 변형

A25 $a+b=3$, $ab=-2$일 때, 다음 식의 값을 구하시오.
(1) a^2+b^2 (2) a^3+b^3

A26 $a-b=1$, $ab=4$일 때, 다음 식의 값을 구하시오.
(1) a^2+b^2 (2) a^3-b^3

A27 $x+\frac{1}{x}=3$일 때, $x^2+\frac{1}{x^2}$의 값을 구하시오.

4 다항식의 나눗셈

[A28~A29] 다음 식을 계산하시오.

A28 $(6x^3+15x^2-3x)\div3x$

A29 $(4a^2b^3+8a^3b-10ab^2)\div2ab$

[A30~A31] 다음 나눗셈의 몫과 나머지를 구하시오.

A30 $(x^3+4x^2-5)\div(x-2)$

A31 $(2x^3-x^2-6x+1)\div(x+1)$

❖ 정답 및 해설 2p

1 다항식의 연산

유형 01 다항식의 덧셈과 뺄셈

중요 기초

다항식의 덧셈과 곱셈에 대한 계산법칙

(1) 교환법칙 : $A+B=B+A$
$AB=BA$

(2) 결합법칙 : $A+(B+C)=(A+B)+C$
$(AB)C=A(BC)$

tip

다항식의 덧셈, 뺄셈의 순서

1 괄호가 있으면 괄호를 풀고 주어진 식을 간단히 한다.
2 한 문자에 대하여 내림차순으로 정리한다.
3 동류항끼리 모아서 간단히 정리한다.

A32 ❀❀❀ 최다출제 / 2021실시 9월 학평 1(고1)

두 다항식 $A=x^2-x+1$, $B=-x^2+2x$에 대하여 $A+B$는? (2점)

① $-x-1$ ② $-x+1$ ③ $x-1$
④ $x+1$ ⑤ $2x+1$

A33 ❀❀❀ 2021실시 6월 학평 2(고1)

두 다항식 $A=2x^2+3xy+2y^2$, $B=x^2+5xy+3y^2$에 대하여 $A-B$를 간단히 하면? (2점)

① $x^2+2xy-y^2$ ② $x^2-2xy-y^2$
③ $x^2-2xy+y^2$ ④ $-x^2+2xy+y^2$
⑤ $-x^2-2xy-y^2$

A34 ❀❀❀ 2021실시 3월 학평 1(고2)

두 다항식
$A=3x^2+2xy$, $B=-x^2+xy$
에 대하여 $A+2B$를 간단히 하면? (2점)

① x^2+3xy ② x^2+4xy ③ x^2+5xy
④ $2x^2+4xy$ ⑤ $2x^2+5xy$

A35 ❀❀❀ 2020실시 11월 학평 1(고1)

두 다항식
$A=x^2+y^2-1$, $B=2x^2-y^2+3$
에 대하여 $A+B$는? (2점)

① $2x^2+1$ ② $2x^2+2$ ③ $3x^2+1$
④ $3x^2+2$ ⑤ $3x^2+3$

A36 ❀❀❀ 2020실시 9월 학평 1(고1)

두 다항식
$A=x^2-xy+y^2$, $B=x^2+xy-y^2$
에 대하여 $A+B$는? (2점)

① $2x^2$ ② $2y^2$ ③ $2xy$
④ x^2+y^2 ⑤ $2x^2+xy$

A37 ❀❀❀ 2020실시 3월 학평 1(고2)

두 다항식
$A=2x^2-3xy$, $B=x^2-4xy-y^2$
에 대하여 $A-B$를 간단히 하면? (2점)

① x^2+xy ② x^2+2xy
③ x^2-xy+y^2 ④ x^2+xy+y^2
⑤ $x^2+2xy+y^2$

A38 ❀❀❀ 2019실시 11월 학평 1(고1)

두 다항식
$A=xy+x-1$, $B=xy-x+2$
에 대하여 $A+B$는? (2점)

① $xy+1$ ② $xy+2$ ③ $2xy+1$
④ $2xy+2$ ⑤ $2xy+3$

A116 ✿❀❀ 유형 06 곱셈 공식의 변형 (1)

$x=\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$, $y=\frac{-1-\sqrt{3}}{2}$일 때,
$x^6+x^2-y^6-y^2$의 값을 구하는 과정을 서술하시오. (10점)

1st 주어진 식을 $x+y$, xy 등이 나오는 식으로 정리해보자.

2nd $x+y$, $x-y$, xy, x^2+y^2의 값을 계산하자.

3rd 앞에서 구한 값들을 대입하여 주어진 식의 값을 구하자.

A117 ✿❀❀ 유형 08 곱셈 공식의 변형 (3)

실수 a, b, c에 대하여 $a+b+c=\sqrt{3}$, $a^2+b^2+c^2=5$, $a^3+b^3+c^3=3\sqrt{3}$일 때, abc의 값을 구하는 과정을 서술하시오. (10점)

1st $ab+bc+ca$의 값을 구하자.

2nd $a^3+b^3+c^3$과 abc가 있는 곱셈 공식을 떠올리자.

3rd abc의 값을 구하자.

A118 ✿❀❀ 유형 01 다항식의 연산

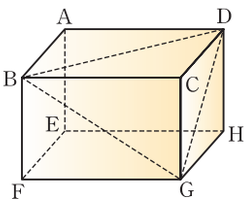
세 다항식
$A=(x+3y)(x^2-3xy+9y^2)$, $B=x^3-5x+1$,
$C=2x^3-5x+27y^3-5$
에 대하여 $2(A+B)-3(C+B)$를 간단히 나타내는 과정을 서술하시오. (10점)

A119 ✿❀❀ 유형 10 곱셈 공식의 활용 – 도형

△ABC의 세 변의 길이 a, b, c에 대하여
$(a+b-c)(a-b-c)=(a+b+c)(-a+b-c)$
가 성립할 때, △ABC는 어떤 삼각형인지 구하는 과정을 서술하시오. (10점)

A120 ✿❀❀ 유형 10 곱셈 공식의 활용 – 도형

오른쪽 그림과 같은 직육면체의 겉넓이가 46이고, △BGD의 세 변의 길이의 제곱의 합이 108일 때, 이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합을 구하는 과정을 서술하시오. (10점)



1등급 고난도 스토리 [4점 + 2등급 대비 + 1등급 대비]

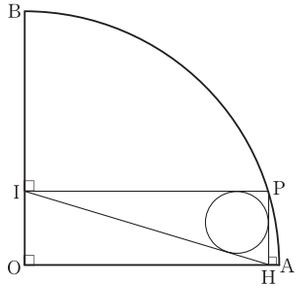
★★★ : 상급 문제
2등급·1등급 : 최상급 문제

A121 ★★★

$a+b=-1$, $a^2+b^2=2$일 때,
$a^7+b^7+a^4b^3+a^3b^4$의 값을 구하시오. (4점)

A122 ★★★ 2020실시 11월 학평 19(고1)

그림과 같이 중심이 O, 반지름의 길이가 4이고 중심각의 크기가 90°인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 두 선분 OA, OB에 내린 수선의 발을 각각 H, I라 하자. 삼각형 PIH에 내접하는 원의 넓이가 $\frac{\pi}{4}$일 때, $\overline{PH}^3+\overline{PI}^3$의 값은? (단, 점 P는 점 A도 아니고 점 B도 아니다.) (4점)



① 56 ② $\frac{115}{2}$ ③ 59
④ $\frac{121}{2}$ ⑤ 62

A123 ★★★

$x^2-3x+1=0$일 때, $x^5+\frac{1}{x^5}$의 값을 구하시오. (4점)

[1등급 대비+2등급 대비]

A124 ✪1등급 대비 2013실시 6월 학평 28(고1)

세 실수 x, y, z가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) x, y, $2z$ 중에서 적어도 하나는 3이다.
(나) $3(x+y+2z)=xy+2yz+2zx$

$10xyz$의 값을 구하시오. (4점)

❖ 정답 및 해설 20~23p

동아리 소개

연세문학회

연세대학교 문예 창작 동아리

윤동주가 동아리 선배라고?!

〈연세문학회〉는 윤동주, 정현종, 기형도, 나희덕, 마광수, 성석제, 원재길,
황경신, 우상호 등 유명한 문인들을 배출한 문예 창작 동아리입니다.

1941년 윤동주 시인이 만든 〈문우〉에서 출발하여
1958년 정현종 시인에 의해 〈연세문학회〉라는 현재의 이름을 얻었습니다.

매주 문학에 열정을 가진 학우들이 모여
시, 소설, 독서, 합평 분야별로 창작 활동을 합니다.
학우들이 직접 쓴 작품을 함께 읽으며 창조적 비평을 진행하고,
학기 말에는 학우들의 작품을 수합하여 정기 문집《연세문학》을 발간합니다.
또한 합동 합평회를 통해 다른 학교의 문학 동아리와 교류하기도 합니다.

〈연세문학회〉는 연세 대학교의 문학청년들이
마음껏 창작의 나래를 펼치는 드넓은 '광장'입니다.

전공과 관계없이, 문학을 사랑하는 학우라면 〈연세문학회〉의 문을 두드리세요!



A 다항식의 연산

- 문항 수 15개
- 배점 45점
- 제한시간 40분

모의
A01 ❀❀❀

2018실시 11월 학평 1(고1)

두 다항식

$A=x^2+xy$, $B=x^2+7xy$

에 대하여 $A+B$는? (2점)

① x^2+2xy ② x^2+4xy ③ $2x^2+4xy$
④ $2x^2+8xy$ ⑤ $3x^2+2xy$

모의
A02 ❀❀❀

2016실시 6월 학평 1(고1)

두 다항식 $A=2x^2+3xy+1$, $B=2x^2+2xy-3$에 대하여 $A-B$는? (2점)

① $xy+4$ ② $xy+2$ ③ xy
④ $xy-2$ ⑤ $xy-4$

모의
A03 ❀❀❀

두 다항식 $A=2x^3+x^2-3x+2$, $B=x^3-3x^2+2$에 대하여 $(3A+B)-(A+2B)$를 계산하면? (2점)

① $2x^3-5x^2-3x-2$ ② $2x^3+5x^2-5x+2$
③ $3x^3-5x^2-2x-2$ ④ $3x^3+5x^2-4x-2$
⑤ $3x^3+5x^2-6x+2$

모의
A04 ❀❀❀

$(1+x+x^2+\cdots+x^{2018})^2$의 전개식에서 x^4의 계수는? (3점)

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

모의
A05 ❀❀❀

$(x+y-2z)^2$을 바르게 전개한 것은? (3점)

① $x^2+y^2+4z^2+2xy+4yz+4zx$
② $x^2+y^2+4z^2+2xy-4yz+4zx$
③ $x^2+y^2+4z^2+2xy-4yz-4zx$
④ $x^2+y^2-4z^2+2xy+4yz+4zx$
⑤ $x^2+y^2-4z^2+2xy-4yz+4zx$

모의
A06 ❀❀❀

$a+3b+2c=13$, $3ab+6bc+2ca=20$일 때, $a^2+9b^2+4c^2$의 값은? (3점)

① 127 ② 129 ③ 131
④ 133 ⑤ 135

모의
A07 ❀❀❀

$a-b=-3$, $a^3-b^3=9$일 때, a^2-ab+b^2의 값은? (3점)

① 1 ② 5 ③ 8
④ 12 ⑤ 15

모의
A08 ❀❀❀

$x^2+3x+1=0$일 때, $x^5+\frac{1}{x^5}$의 값은? (3점)

① -115 ② -117 ③ -119
④ -121 ⑤ -123

모의
A09 ✿✿❀

$a+b+c=\sqrt{3}$이고 $a^2+b^2+c^2=1$일 때, $3a+6b+9c=k\sqrt{3}$이다. k의 값은? (단, a, b, c는 실수, k는 유리수) (3점)

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

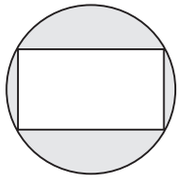
모의
A10 ✿❀❀

$91\times99\times111$의 값은? (3점)

① 111111 ② 999999 ③ 1111111
④ 9999999 ⑤ 99999999

모의
A11 ✿❀❀

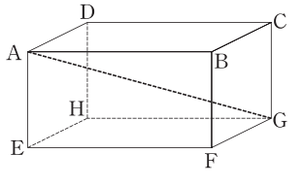
오른쪽 그림과 같이 넓이가 8π인 원에 내접하는 직사각형의 둘레의 길이가 14일 때, 이 직사각형의 넓이는? (3점)



① $\frac{13}{2}$ ② 7
③ $\frac{15}{2}$ ④ 8
⑤ $\frac{17}{2}$

모의
A12 ❀❀❀ 2016실시 6월 학평 10(고1)

그림과 같이 모든 모서리 길이의 합이 20인 직육면체 ABCD−EFGH가 있다. $\overline{AG}=\sqrt{13}$일 때, 직육면체 ABCD−EFGH의 겉넓이는? (3점)



① 10 ② 12 ③ 14
④ 16 ⑤ 18

모의
A13 ❀❀❀

다항식 A를 $3x^2-2x+1$로 나누었을 때의 몫은 $x-2$이고 나머지는 -4일 때, 다항식 A의 x^3의 계수와 x의 계수의 합은? (3점)

① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

모의
A14 ✿❀❀

다항식 $P(x)$를 $3x-6$으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R라고 할 때, $P(x)$를 $x-2$로 나누었을 때의 몫과 나머지를 차례로 구하면? (3점)

① $Q(x)$, R ② $2Q(x)$, R ③ $3Q(x)$, R
④ $2Q(x)$, $2R$ ⑤ $3Q(x)$, $2R$

서술형

모의
A15 ✿❀❀

$a+2b=5$, $ab=1$일 때, a^6+64b^6의 값을 구하는 과정을 서술하시오. (6점)

33 DAY

❖ 정답 및 해설 508~511p

A 다항식의 연산

개념 확인 문제

A 01 정답 $-x^3+x^2+x+4$

A 02 정답 $7x^3-17x^2+8x+12$

A 03 정답 $-8x^3+18x^2-7x-8$

A 04 정답 $-10a^3x^3$

A 05 정답 $-9x^7y^8$

A 06 정답 $-\frac{a^5}{4b^2}$

A 07 정답 x^8y

A 08 정답 $6x^3-9x^2+12x$

A 09 정답 $-5x^2y-5xy+2xy^2$

A 10 정답 $a^4-a^2b-3a^2-2b^2-3b$

A 11 정답 a^3-a^2+a-6

A 12 정답 $9x^2+6x+1$

A 13 정답 $4x^2-4xy+y^2$

A 14 정답 $16x^2-y^2$

A 15 정답 $x^2+7x+10$

A 16 정답 $6x^2-11x-10$

A 17 정답 $x^3+10x^2+27x+18$

A 18 정답 $x^3+6x^2+12x+8$

A 19 정답 x^3-3x^2+3x-1

A 20 정답 x^3+8

A 21 정답 $8a^3-1$

A 22 정답 $a^2+4b^2+c^2-4ab-4bc+2ca$

A 23 정답 $x^4+4x^2y^2+16y^4$

A 24 정답 $a^3+b^3-c^3+3abc$

A 25 정답 (1) 13 (2) 45

(1) $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=3^2-2\times(-2)=9+4=13$

(2) $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$
$=3^3-3\times(-2)\times3=27+18=45$

A 26 정답 (1) 9 (2) 13

(1) $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab=1^2+2\times4=1+8=9$

(2) $a^3-b^3=(a-b)^3+3ab(a-b)$
$=1^3+3\times4\times1=1+12=13$

A 27 정답 7

$x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=3^2-2=9-2=7$

A 28 정답 $2x^2+5x-1$

A 29 정답 $2ab^2+4a^2-5b$

A 30 정답 몫 : $x^2+6x+12$, 나머지 : 19

A 31 정답 몫 : $2x^2-3x-3$, 나머지 : 4

내신+학평 유형 스토리

A 32 정답 ④ ····· 다항식의 연산

(정답 공식: 동류항끼리 모아서 계산한다.)

두 다항식 $A=x^2-x+1$, $B=-x^2+2x$에 대하여 $A+B$는?

단서 $A+B$에 두 다항식 A, B를 대입하여 동류항끼리 계산해.

① $-x-1$ ② $-x+1$ ③ $x-1$
④ $x+1$ ⑤ $2x+1$

1st $A+B$를 구해.

$A+B=(x^2-x+1)+(-x^2+2x)=x^2-x^2-x+2x+1$
$=(1-1)x^2+(-1+2)x+1=x+1$

교환법칙을 이용하여 동류항끼리 모은 거야.

A 33 정답 ② ····· 다항식의 연산

(정답 공식: 문자와 차수가 같은 항끼리 계산하여 식을 간단히 한다.)

두 다항식 $A=2x^2+3xy+2y^2$, $B=x^2+5xy+3y^2$에 대하여 $A-B$를 간단히 하면?

단서 동류항끼리 모아서 식을 간단히 해.

① $x^2+2xy-y^2$ ② $x^2-2xy-y^2$
③ $x^2-2xy+y^2$ ④ $-x^2+2xy+y^2$
⑤ $-x^2-2xy-y^2$

1st $\overline{BH}=x$를 구하자.

두 삼각형 AHC, CHB가 서로 닮음이므로

$\overline{AH}:\overline{CH}=\overline{CH}:\overline{BH}$ ∠CAH=90°−∠ACH, ∠BCH=90°−∠ACH에서 ∠CAH=∠BCH이고 ∠AHC=∠CHB=90°이므로 AA 닮음이야.

$\therefore \overline{CH}^2=\overline{AH}\times\overline{BH}$

이때, $\overline{CH}=1$이고 삼각형 ABC의 넓이는 $\frac{4}{3}$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{CH}=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times1=\frac{4}{3}$에서

$\overline{AB}=\frac{8}{3}$

$\overline{BH}=x$이고 $\overline{AH}=\overline{AB}-\overline{BH}=\frac{8}{3}-x$이므로

$\overline{CH}^2=\overline{AH}\times\overline{BH}$에서

$1^2=\left(\frac{8}{3}-x\right)x$, $3x^2-8x+3=0$ … ㉠ → 이차방정식의 짝수 근의 공식을 이용해.

$\therefore x=\frac{4\pm\sqrt{7}}{3}$

그런데 $0<x<1$이므로 $x=\frac{4-\sqrt{7}}{3}$ … ㉡

2nd ㉠을 이용하여 다항식 $3x^3-5x^2+4x+7$을 간단히 하자.

$3x^3-5x^2+4x+7$을 다항식 $3x^2-8x+3$으로 나누면 몫은 $x+1$이고 나머지는 $9x+4$이다. 다항식 A를 다항식 $B(B\neq0)$로 나누었을 때의 몫을 Q, 나머지를 R라 하면 $A=BQ+R$ (단, (R의 차수)<(B의 차수))이다.

$3x^3-5x^2+4x+7=(3x^2-8x+3)(x+1)+9x+4$

이때, $3x^2-8x+3=0$이므로

$3x^3-5x^2+4x+7=9x+4$ … ㉢

3rd 구하는 값을 구하자.

따라서 ㉡, ㉢에 의하여 구하는 값은

$9x+4=9\times\frac{4-\sqrt{7}}{3}+4=16-3\sqrt{7}$이다.

서술형 스토리

A 116 정답 $-\frac{19\sqrt{3}}{4}$ ····· 곱셈 공식의 변형

정답 공식: $x^2=X$, $y^2=Y$로 치환해 주어진 식을 정리하고, X, Y의 값을 구해 대입한다.

$x=\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$, $y=\frac{-1-\sqrt{3}}{2}$일 때, $x^6+x^2-y^6-y^2$의 값을 구하는 과정을 서술하시오. 단서 $(x^6-y^6)+(x^2-y^2)$으로 놓고 인수분해해보자.

1st 주어진 식을 $x+y$, xy 등이 나오는 식으로 정리해보자. → 주어진 두 수 x, y는 $\sqrt{3}$ 앞에 있는 부호만 다르므로 $x+y$와 xy를 구하기가 쉬워.

$x^6+x^2-y^6-y^2$
$=(x^6-y^6)+(x^2-y^2)$
$=(x^2-y^2)(x^4+x^2y^2+y^4)+(x^2-y^2)$
$=(x^2-y^2)(x^4+x^2y^2+y^4+1)$
$=(x+y)(x-y)\{(x^2+y^2)^2-x^2y^2+1\}$ … ㉠ … Ⅰ

2nd $x+y$, $x-y$, xy, x^2+y^2의 값을 계산하자.

$x+y=\frac{-1+\sqrt{3}}{2}+\frac{-1-\sqrt{3}}{2}=-1$

$x-y=\frac{-1+\sqrt{3}}{2}-\frac{-1-\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

$xy=\frac{(-1+\sqrt{3})(-1-\sqrt{3})}{2\times2}=\frac{1-3}{4}=-\frac{1}{2}$

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=1-2\left(-\frac{1}{2}\right)=2$ … Ⅱ

3rd 앞에서 구한 값들을 대입하여 주어진 식의 값을 구하자.

따라서 ㉠에 이 값들을 대입하면 구하는 식의 값은

$(-1)\times\sqrt{3}\times\left(2^2-\frac{1}{4}+1\right)=-\frac{19\sqrt{3}}{4}$ … Ⅲ

[채점 기준표]

Ⅰ 주어진 식을 정리한다.	30%
Ⅱ $x+y$, xy 등의 식의 값을 구한다.	40%
Ⅲ Ⅰ의 식에 Ⅱ를 대입하여 주어진 식의 값을 구한다.	30%

A 117 정답 $-\sqrt{3}$ ····· 곱셈 공식의 변형

정답 공식: $a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$이므로 $a+b+c$와 $a^2+b^2+c^2$에서 $ab+bc+ca$의 값을 구해서, abc의 값을 구한다.

단서 $a^3+b^3+c^3-3abc$의 인수분해 공식을 기억하자.

실수 a, b, c에 대하여 $a+b+c=\sqrt{3}$, $a^2+b^2+c^2=5$, $a^3+b^3+c^3=3\sqrt{3}$일 때, abc의 값을 구하는 과정을 서술하시오.

1st $ab+bc+ca$의 값을 구하자.

$a+b+c=\sqrt{3}$의 양변을 제곱하면 $a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)=3$

$a^2+b^2+c^2=5$이므로

$5+2(ab+bc+ca)=3$ $\therefore ab+bc+ca=-1$ … Ⅰ

2nd $a^3+b^3+c^3$과 abc가 있는 곱셈 공식을 떠올리자.

$a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$에서 → $a+b+c$, $a^2+b^2+c^2$, $a^3+b^3+c^3$의 값이 주어졌으니까 이 등식을 이용하면 abc의 값을 구하기 쉬워.

$a^3+b^3+c^3=3\sqrt{3}$이므로

3rd abc의 값을 구하자.

$3\sqrt{3}-3abc=\sqrt{3}\cdot\{5-(-1)\}$

$3abc=-3\sqrt{3}$ $\therefore abc=-\sqrt{3}$ … Ⅱ

[채점 기준표]

Ⅰ $ab+bc+ca$의 값을 구한다.	40%
Ⅱ $a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$를 이용하여 abc의 값을 구한다.	60%

A 118 정답 $-5x^3-27y^3+20x+14$ · 다항식의 덧셈과 뺄셈

정답 공식: A를 곱셈 공식을 이용해 전개한 후, A, B, C를 대입해 정리한다.

단서 1 무조건 전개하지 말고 곱셈 공식을 적용할 수 있는지 체크하자.

세 다항식 $A=(x+3y)(x^2-3xy+9y^2)$, $B=x^3-5x+1$, $C=2x^3-5x+27y^3-5$에 대하여 $2(A+B)-3(C+B)$를 간단히 나타내는 과정을 서술하시오. 단서 2 식부터 간단히 정리하고 A, B, C를 대입하여 정리하자.

1st $2(A+B)-3(C+B)$를 전개하여 간단히 나타내자.

$A=(x+3y)(x^2-3xy+9y^2)=x^3+27y^3$ … Ⅰ $(x+3y)\{x^2-x\cdot3y+(3y)^2\}=x^3+(3y)^3$임을 이용한 거야.

$2(A+B)-3(C+B)$
$=2A+2B-3C-3B$
$=2A-B-3C$ … Ⅱ

실수 주어진 식을 먼저 간단히 정리하면 계산 과정에서 실수를 줄일 수 있어.

2nd 앞에서 구한 식에 A, B, C의 식을 대입하자.

$=2(x^3+27y^3)-(x^3-5x+1)-3(2x^3-5x+27y^3-5)$
$=2x^3+54y^3-x^3+5x-1-6x^3+15x-81y^3+15$

3rd 내림차순으로 정리해보자.

$=-5x^3-27y^3+20x+14$ … Ⅲ

1등급 고난도 스토리 [4점 + 2등급 대비 + 1등급 대비]

B 121 정답 ③ ····· 항등식에서 계수의 합 구하기

정답 공식: 짝수 차수 항의 계수를 모두 더하고 a_0을 뺀 식을 구하므로, $x=0$, $x=1$, $x=2$를 각각 대입한 후 연립하여 주어진 식의 값을 구한다.

등식 단서 1 x에 대한 항등식이니까 x에 어떤 숫자를 넣어도 등식은 성립하겠지?

$(x^2-3x+1)^5=a_{10}(x-1)^{10}+a_9(x-1)^9+\cdots+a_1(x-1)+a_0$

이 x에 대한 항등식일 때, 상수 a_0, a_1, $\cdots$, a_9, a_{10}에 대하여 $a_2+a_4+a_6+a_8+a_{10}$의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1
④ 3 ⑤ 5

단서 2 주어진 등식에 적당한 x의 값을 대입하여 a_0, a_1, $\cdots$, a_9, a_{10}에 대한 식을 만들면 연산을 통해 $a_2+a_4+a_6+a_8+a_{10}$의 값을 구할 수 있어. 이 식에 a_0이 없는 것에 주의해.

1st $x-1$의 값이 ±1, 0이 되는 x의 값을 주어진 항등식에 대입해봐.

$x-1=1$, 즉 $x=2$를 주어진 등식에 대입하면

$-1=a_{10}+a_9+a_8+\cdots+a_2+a_1+a_0$ … ㉠

등식의 좌변에 $x=2$를 대입한 값이야.

즉, $(4-6+1)^5=(-1)^5=-1$

항등식의 계수들의 합에 대한 문제에서는 $(-1)^n$을 활용할 때가 많아. 짝수 번째 계수들과 홀수 번째 계수들 각각의 합을 구하는 테크닉이야.

$x-1=-1$, 즉 $x=0$을 주어진 등식에 대입하면

$1=a_{10}-a_9+a_8-\cdots+a_2-a_1+a_0$ … ㉡

등식의 좌변에 $x=0$을 대입한 값이야.

주의 $x-1$의 값이 ±1, 0 이외의 수가 되면 거듭제곱을 계산하기도 어려울 뿐 아니라 소거하기도 힘들겠지.

$x-1=0$, 즉 $x=1$을 주어진 등식에 대입하면

$-1=a_0$ … ㉢

등식의 좌변에 $x=1$을 대입한 값이야.

즉, $(1-3+1)^5=(-1)^5=-1$

2nd ㉠, ㉡, ㉢을 이용하여 $a_2+a_4+a_6+a_8+a_{10}$의 값을 구해봐.

㉠+㉡을 계산하면

$0=2(a_{10}+a_8+a_6+a_4+a_2+a_0)$

$\therefore a_2+a_4+a_6+a_8+a_{10}=-a_0=1$ ($\because$ ㉢)

항등식에서 계수의 합 구하기 개념 • 공식

주어진 등식의 양변에 적당한 수를 대입하여 계수에 대한 식으로 나타낸다. 즉, 등식 $(x+k)^n=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+a_{n-2}x^{n-2}+\cdots+a_0$에서

① 양변에 $x=0$을 대입하면 $k^n=a_0$

② 양변에 $x=1$을 대입하면 $(1+k)^n=a_n+a_{n-1}+a_{n-2}+\cdots+a_0$

B 122 정답 ④ ····· 나머지정리

정답 공식: (나)에서 $f(x)$의 식을 구하고, (가)를 이용해 $f(x)$를 결정한다. 나머지정리를 이용해 $f(a+2)=-6$인 a의 값을 모두 찾는다.

모든 실수 x에 대하여 다항식 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)<0$ 단서 1 $f(x)<0$을 이용하여 다항식 $f(x+1)$을 구해.

(나) $\{f(x+1)\}^2-9=(x-1)(x+1)(x^2+5)$

다항식 $f(x+a)$를 $x-2$로 나눈 나머지가 -6이 되도록 하는 모든 상수 a의 값의 곱은? 단서 2 $f(x+a)=(x-2)Q(x)-6$에서 $f(2+a)=-6$을 만족하는 a의 값을 구하는 거야.

① -9 ② -7 ③ -5
④ -3 ⑤ -1

1st 조건 (나)에서 다항식 $f(x+1)$을 구하자.

$\{f(x+1)\}^2-9=(x-1)(x+1)(x^2+5)$에서

$\{f(x+1)\}^2=(x-1)(x+1)(x^2+5)+9$

$=(x^2-1)(x^2+5)+9$

$=x^4+4x^2+4=(x^2+2)^2$

$\therefore f(x+1)=\pm(x^2+2)$

그런데 조건 (가)에서 모든 실수 x에 대하여 $f(x)<0$이므로

주의 모든 x에 대하여 $f(x)<0$이므로 x 대신에 $x+1$을 대입한 $f(x+1)<0$이야.

$f(x+1)=-(x^2+2)=-x^2-2$ … ㉠

모든 실수 x에 대하여 $x^2\geq0$이므로 $x^2+2>0$에서 $-(x^2+2)<0$이야.

2nd $x+1=t$로 치환하여 다항식 $f(x)$를 구하자.

참정 먼저 $f(x)$를 구해야 x 대신 $x+a$를 대입해서 $f(x+a)$의 식을 세울 수 있어.

㉠에서 $x+1=t$라 하면 $x=t-1$이므로

$f(t)=-(t-1)^2-2=-t^2+2t-3$ … ㉡

㉡에 x 대신에 $t-1$을 대입한 거야.

㉡에서 $t=x+a$라 하면

$f(x+a)=-(x+a)^2+2(x+a)-3$

3rd 항등식의 성질을 이용하자.

다항식 $f(x+a)$를 $x-2$로 나눌 때의 몫을 $Q(x)$라 하면

나머지가 -6이므로

$f(x+a)=(x-2)Q(x)-6$

$-(x+a)^2+2(x+a)-3=(x-2)Q(x)-6$ … ㉢

㉢의 양변에 $x=2$를 대입하면

$-(2+a)^2+2(2+a)-3=-6$

$\therefore a^2+2a-3=0$ → $a^2+2a-3=0$에서 $(a+3)(a-1)=0$ $\therefore a=-3$ 또는 $a=1$

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 모든 상수 a의 값의 곱은 -3이다.

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 각각 α, β라 하면 두 근의 합은 $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$, 두 근의 곱은 $\alpha\beta=\frac{c}{a}$

다른 풀이: 조건 (나)의 등식에 x 대신 $x-1$을 대입해 $f(x)$의 식을 찾은 후 $f(x+a)$의 식 구하기

$\{f(x+1)\}^2=(x-1)(x+1)(x^2+5)+9$에서

$\{f(x)\}^2=(x-1-1)(x-1+1)\{(x-1)^2+5\}+9$

$=x(x-2)(x^2-2x+6)+9$

$=(x^2-2x)(x^2-2x+6)+9$

$=(x^2-2x)^2+6(x^2-2x)+9$

$=(x^2-2x+3)^2$

위의 식에 x 대신에 $x-1$을 대입한 거야.

$\therefore f(x)=\pm(x^2-2x+3)$

$f(x)<0$이므로

$f(x)=-(x^2-2x+3)=-x^2+2x-3$

모든 실수 x에 대하여 $x^2-2x+3=(x-1)^2+2>0$이므로 $-(x^2-2x+3)<0$이야.

$\therefore f(x+a)=-(x+a)^2+2(x+a)-3$

(이하 동일)

항등식 개념 • 공식

항등식은 주어진 문자에 어떤 값을 대입하여도 항상 성립하는 등식이다.

(1) $ax+b=0$이 x에 관한 항등식

$\iff a=0, b=0$

(2) $ax+b=a'x+b'$이 x에 관한 항등식

$\iff a=a', b=b'$

(3) $ax^2+bx+c=0$이 x에 관한 항등식

$\iff a=0, b=0, c=0$

(4) $ax^2+bx+c=a'x^2+b'x+c'$이 x에 관한 항등식

$\iff a=a', b=b', c=c'$

B 133 정답 26 ····· ✪2등급 대비 [정답률 29%]

* 특정 다항식으로 나눈 몫과 나머지가 같은 다항식 구하기 [유형 08]

삼차다항식 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)=2$ 단서2 $f(x)$에 $x=1$을 대입했을 때 2가 나오도록 하자.
(나) $f(x)$를 $(x-1)^2$으로 나눈 몫과 나머지가 같다.
단서1 몫과 나머지를 같은 일차식으로 놓자.

$f(x)$를 $(x-1)^3$으로 나눈 나머지를 $R(x)$라 하자.
$R(0)=R(3)$일 때, $R(5)$의 값을 구하시오.

오! 2등급? 어떤 다항식으로 나눈 몫과 나머지가 같은 다항식을 또 다른 다항식으로 나눈 나머지를 구하는 문제로, 몫과 나머지가 같을 때의 다항식을 세우고 함숫값을 대입해 다항식을 다시 정리하여 나타내는 과정을 생각해내야 해결이 가능하다.

단서+발상

단서1 삼차다항식 $f(x)$를 나누는 식이 $(x-1)^2$이므로 몫과 나머지의 차수는 1이다. 발상
따라서 나머지를 $ax+b$, $f(x)=(x-1)^2(ax+b)+ax+b$라 할 수 있다. 적용

단서2 $f(1)=2$이므로 $a+b=2$에서 $b=2-a$를 대입하면
$ax+b=ax-a+2=a(x-1)+2$이다. 적용
$f(x)=(x-1)^2\{a(x-1)+2\}+a(x-1)+2$라 할 수 있다. 해결

주의 $f(x)$가 삼차다항식이므로 $(x-1)^2$으로 나눈 몫은 일차식이다.

핵심 정답 공식: (나) 조건에서 $f(x)$의 몫과 나머지의 관계식을 세우고, 이를 전개해 $R(x)$의 식을 구한 후, $R(0)=R(3)$ 조건을 이용해 $R(x)$를 결정한다.

[문제 풀이 순서]

1st 이차식으로 나누면 나머지는 일차 이하의 다항식이지?
조건 (나)에 의하여 $f(x)$를 $(x-1)^2$으로 나누었을 때의 몫과 나머지를 $ax+b$라 하면
$f(x)=(x-1)^2(ax+b)+(ax+b)$ … ㉠
이차식으로 나누었으므로 나머지는 일차식 꼴이야.

2nd $f(1)=2$에서 나머지는 $a(x-1)+2$와 같음을 이용해.
조건 (가)에서 $f(1)=2$이므로
$ax+b=a(x-1)+2$라 하고 ㉠에 대입하면
$f(x)=(x-1)^2\{a(x-1)+2\}+a(x-1)+2$
$=a(x-1)^3+2(x-1)^2+a(x-1)+2$
$f(x)$를 $(x-1)^3$으로 나눈 나머지야.
함정 $f(1)=2$이므로 ㉠에서 $b=2-a$지? 즉, $f(x)$를 $(x-1)^n$으로 나눈 나머지가 $a(x-1)+2$가 되는 거야.

3rd $f(x)$를 $(x-1)^3$으로 나눈 나머지 $R(x)$는 이차 이하의 다항식이야.
즉, $f(x)$를 $(x-1)^3$으로 나눈 나머지 $R(x)$는
$R(x)=2(x-1)^2+a(x-1)+2$이고 $R(0)=R(3)$이므로
$2-a+2=8+2a+2$
$\therefore a=-2 \Rightarrow R(x)=2(x-1)^2-2(x-1)+2$
$\therefore R(5)=2\cdot4^2-2\cdot4+2=26$

1등급 대비 특강

* 조건을 해석하여 $f(x)$를 특수한 꼴로 나타내기

조건 (가), (나)와 $R(x)$가 $(x-1)^n$의 계수에 대해 설명하고 있어.
따라서 $f(x)$를 $(x-1)^n$에 대하여 나타내면 간단하게 풀 수 있어.
즉, $f(x)=a(x-1)^3+b(x-1)^2+c(x-1)+d$라 할 수 있고, $f(1)=d=2$야. 몫과 나머지도 직접 구하면 $a=c$, $b=2$임을 알 수 있고, $R(x)$도 직접 구할 수 있어.

My Top Secret 서울대 선배의 1 등급 대비 전략

$f(x)$가 삼차다항식이라는 조건이 없었으면 어떻게 될까?
이 경우에도 답은 같아. 나머지의 차수는 나누는 식의 차수보다 작으니 차수가 1 이하야. 그래서 $f(x)=(x-1)^2(ax+b)+ax+b$라 할 수 있어.
다만, $a=0$일 수도 있다는 점을 놓치지 않아야 해. 원래 문제에서는 $f(x)$가 삼차다항식이어서 $a\neq0$이었지만, 이 조건이 없으면 꼭 그럴 필요는 없어.

B 134 정답 ④ ····· ✪2등급 대비 [정답률 30%]

* 특정 다항식으로 나눈 나머지를 이용하여 다항식 구하기 [유형 04+08]

다항식 $f(x)$가 다음 세 조건을 만족시킬 때, $f(0)$의 값은?

단서1 삼차식으로 나눈 나머지는 이차식 이하야.
(가) $f(x)$를 x^3+1로 나눈 몫은 $x+2$이다.
(나) $f(x)$를 x^2-x+1로 나눈 나머지는 $x-6$이다.
(다) $f(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지는 -2이다.
단서2 $x^3+1=(x+1)(x^2-x+1)$로 인수분해하고, 이차식 x^2-x+1로 나눈 나머지가 $x-6$이 되도록 만들자.

① -10 ② -9 ③ -8
④ -7 ⑤ -6

오! 2등급? 특정 다항식으로 나눈 몫과 나머지가 주어졌을 때, 다항식을 구하는 문제로, 다항식 x^3+1이 어떤 인수를 가지고 있는지 알아내야 풀이가 가능해진다.

단서+발상

단서1 나누는 식의 차수보다 나머지의 차수가 더 낮아야 하는데, 조건 (가)에서 나누는 식이 삼차식이므로 나머지의 차수는 2 이하이다. 발상
따라서 다항식 $f(x)=(x^3+1)(x+2)+ax^2+bx+c$라 할 수 있다. 적용

단서2 x^3+1을 인수분해하면 $(x+1)(x^2-x+1)$이다. 개념
따라서 $f(x)=(x^2-x+1)(x+1)(x+2)+ax^2+bx+c$이고 $(x^2-x+1)(x+1)(x+2)$는 x^2-x+1로 나누어떨어지므로 $f(x)$를 x^2-x+1로 나눈 나머지는 ax^2+bx+c를 x^2-x+1로 나눈 나머지와 같다. 발상

주의 나누어지는 다항식과 나누는 다항식의 차수가 같으면 몫이 상수이다.
이 문제에서는 ax^2+bx+c를 x^2-x+1로 나눈 몫이 상수이다.

핵심 정답 공식: $f(x)$를 x^3+1로 나눈 나머지를 이차식 $R(x)=ax^2+bx+c$라 하면, (나) 조건에서 계수 비교를 통해 a, b, c에 대한 식을 2개 얻고, (다)에서 식을 1개 얻는다.

[문제 풀이 순서]

1st 다항식 $f(x)$를 삼차식으로 나누면 나머지는 이차 이하의 다항식이지?
조건 (가)에 의해 $f(x)$를 x^3+1로 나눈 나머지를
ax^2+bx+c(a, b, c는 상수)라 하면
$f(x)=(x^3+1)(x+2)+ax^2+bx+c$
$=(x+1)(x^2-x+1)(x+2)+ax^2+bx+c$
$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$
이때, 조건 (나)에서 $f(x)$를 x^2-x+1로 나눈 나머지가 $x-6$이라 하므로
$f(x)=(x+1)(x^2-x+1)(x+2)+a(x^2-x+1)+x-6$
$=(x^2-x+1)\{(x+1)(x+2)+a\}+x-6$
$=(x^2-x+1)(x^2+3x+a+2)+x-6$ … ㉠
ax^2+bx+c의 계수 a를 맞추고 나머지가 $x-6$이 되도록 변형한 거야.

실수 주의 $ax^2+bx+c=a(x^2-x+1)+x-6$에서 a는 최고차항의 계수이기도 하면서 몫이기도 해.

A 내신+학평 대비 단원별 모의고사

문제편 p. 304

모의 **A 01** 정답 ④ ····· 다항식의 연산

〔정답 공식: 두 다항식의 합 또는 차는 동류항끼리의 합 또는 차를 계산한다.〕

두 다항식
$A=x^2+xy$, $B=x^2+7xy$
에 대하여 $A+B$는? 단서 다항식의 덧셈은 문자와 차수가 같은 항들끼리 모아서 정리하자.

① x^2+2xy ② x^2+4xy ③ $2x^2+4xy$
④ $2x^2+8xy$ ⑤ $3x^2+2xy$

1st 동류항끼리 모으고 정리하자.

$A+B=(x^2+xy)+(x^2+7xy)$ (동류항끼리 묶어서 계산해야 해.)
$=(1+1)x^2+(1+7)xy$
$=2x^2+8xy$

모의 **A 02** 정답 ① ····· 다항식의 덧셈과 뺄셈

〔정답 공식: 동류항끼리 모은 후 계수를 계산한다.〕

두 다항식 $A=2x^2+3xy+1$, $B=2x^2+2xy-3$에 대하여 $A-B$는? 단서 $A-B$의 식을 x에 대한 내림차순으로 정리하자.

① $xy+4$ ② $xy+2$ ③ xy ④ $xy-2$ ⑤ $xy-4$

1st A와 B의 식을 대입하고 동류항끼리 묶어서 정리하면 돼.

$A-B$를 동류항을 이용하여 간단히 정리하면
$A-B=(2x^2+3xy+1)-(2x^2+2xy-3)$
$=2x^2+3xy+1-2x^2-2xy+3$
$=(2-2)x^2+(3-2)xy+(1+3)$
$=xy+4$

(문자와 차수가 각각 같은 항을 동류항이라고 해. 보통 식을 정리할 때, 한 문자에 대한 내림차순 또는 오름차순으로 정리하는 것이 식을 간단히 하는 방법이야.)

모의 **A 03** 정답 ⑤ ····· 다항식의 덧셈과 뺄셈

〔정답 공식: A, B에 대한 식을 먼저 정리한 후 A, B를 대입해 식을 정리한다.〕

두 다항식 $A=2x^3+x^2-3x+2$, $B=x^3-3x^2+2$에 대하여 $(3A+B)-(A+2B)$를 계산하면?
단서 다항식의 복잡한 덧셈과 뺄셈을 계산할 때는 주어진 식을 먼저 정리한 후 대입하면 돼.

① $2x^3-5x^2-3x-2$ ② $2x^3+5x^2-5x+2$
③ $3x^3-5x^2-2x-2$ ④ $3x^3+5x^2-4x-2$
⑤ $3x^3+5x^2-6x+2$

1st 구해야 하는 식을 정리한 후에 A와 B의 다항식을 대입해.

$(3A+B)-(A+2B)=3A+B-A-2B$ (상수 k에 대해 kA는 A의 각 항의 계수에 k를 곱해서 계산해.)
$=2A-B$ ($-A$는 A의 각 항의 부호를 바꾼 후 더하여 계산한다. 즉, $-A=+(-A)$이다.)
$=2(2x^3+x^2-3x+2)-(x^3-3x^2+2)$
$=4x^3+2x^2-6x+4-x^3+3x^2-2$
$=3x^3+5x^2-6x+2$

모의 **A 04** 정답 ② ····· 다항식의 전개식에서 계수 구하기

〔정답 공식: x^4이 나오는 부분만 골라서 전개한다.〕

단서 전개하는 문제에서는 필요한 것만 골라서 전개하면 돼.
$(1+x+x^2+\cdots+x^{2018})^2$의 전개식에서 x^4의 계수는?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

1st 주어진 다항식을 제곱할 때, x^4 항이 나오는 경우를 모두 구해.

$(1+x+x^2+\cdots+x^{2018})^2$
$=(1+x+x^2+x^3+x^4+\cdots+x^{2018})(1+x+x^2+x^3+x^4+\cdots+x^{2018})$
이 식의 전개식에서 x^4항은
$1\times x^4+x\times x^3+x^2\times x^2+x^3\times x+x^4\times 1$
$=x^4+x^4+x^4+x^4+x^4$
$=5x^4$
따라서 x^4의 계수는 5이다.

(주어진 식의 전개식에서 x^4의 계수는 $(1+x+x^2+x^3+x^4)(1+x+x^2+x^3+x^4)$의 전개식에서의 x^4의 계수와 같아.)

실수 주의 x^4항이 나올 수 있는 전개식만 고려하면 계산 과정이 편하고 실수를 줄일 수 있어.

모의 **A 05** 정답 ③ ····· 곱셈 공식

〔정답 공식: $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$를 이용한다.〕

단서 곱셈 공식 $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$를 떠올려 계산하면 돼.
$(x+y-2z)^2$을 바르게 전개한 것은?

① $x^2+y^2+4z^2+2xy+4yz+4zx$
② $x^2+y^2+4z^2+2xy-4yz+4zx$
③ $x^2+y^2+4z^2+2xy-4yz-4zx$
④ $x^2+y^2-4z^2+2xy+4yz+4zx$
⑤ $x^2+y^2-4z^2+2xy-4yz+4zx$

1st 곱셈 공식을 이용해서 전개해보자.

곱셈 공식 $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$에 의해
$(x+y-2z)^2=x^2+y^2+(-2z)^2+2xy+2y(-2z)+2(-2z)x$
$=x^2+y^2+4z^2+2xy-4yz-4zx$

($(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$에서 $a=x$, $b=y$, $c=-2z$로 놓고 풀면 돼.)

모의 **A 06** 정답 ② ····· 곱셈 공식의 활용

〔정답 공식: $a=A$, $3b=B$, $2c=C$로 놓으면 $A+B+C$, $AB+BC+CA$가 주어졌으므로 $A^2+B^2+C^2$을 구한다.〕

$a+3b+2c=13$, $3ab+6bc+2ca=20$일 때,
$a^2+9b^2+4c^2$의 값은? 단서 $3ab+6bc+2ca=a\times 3b+3b\times 2c+2c\times a$임을 찾을 수 있어야 해.

① 127 ② 129 ③ 131 ④ 133 ⑤ 135

1st $X^2+Y^2+Z^2=(X+Y+Z)^2-2(XY+YZ+ZX)$임을 이용할 수 있지?

$a^2+9b^2+4c^2=a^2+(3b)^2+(2c)^2$
$=(a+3b+2c)^2-2(a\times 3b+3b\times 2c+2c\times a)$
$=(a+3b+2c)^2-2(3ab+6bc+2ca)$
$=13^2-2\times 20=169-40=129$

($(x+y+z)^2=x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2zx$에서 $x=a$, $y=3b$, $z=2c$이면 문제에서 주어진 식의 모양이 보일 거야.)