



형상기억 필수 개념 + 문제 수학 공식집 [고1 수학]

[해설편]

I. 다항식	184
II. 방정식과 부등식	190
III. 도형의 방정식	204
IV. 집합과 명제	216
V. 함수와 그래프	222
VI. 경우의 수	229

고1 수학 개념과 공식이 머릿속에 통째로 기억된다!

I. 다항식

01 지수법칙 ~ 09 인수분해

핵심 개념 문제 정답

문제편 p. 10

01 (1) x^9 (2) a^7b^4 (3) x^4y^6 (4) $\frac{32b^{15}}{a^{25}}$

02 (1) a^7b^{14} (2) x^8y^7

03 9

04 (1) $7x-9y$ (2) $3m^2-2m+5$

05 $a^2+12a+3$

06 (1) $5a^2-11a$ (2) $3b^3+4ab-1$
(3) $6x+y$

07 -5 08 풀이 참조

09 $3x, -5x+1$ 10 풀이 참조

11 20 12 19

13 풀이 참조 14 ③ 15 -3

16 (1) $\times$ (2) $\circ$ (3) $\times$

17 풀이 참조 18 25

19 (1) 7 (2) -2 20 $\frac{8}{3}$ 21 ③

22 ④ 23 풀이 참조

24 (1) 36 (2) ± 24

25 풀이 참조 26 ⑤ 27 -12

01 [답] (1) x^9 (2) a^7b^4

(3) x^4y^6 (4) $\frac{32b^{15}}{a^{25}}$

(1) $x^5 \times x^4 = x^{5+4} = x^9$

(2) $a^2 \times b^3 \times a^5 \times b = a^{2+5} \times b^{3+1} = a^7b^4$

(3) $(x^2y^3)^2 = x^{2 \times 2}y^{3 \times 2} = x^4y^6$

(4) $\left(\frac{2b^3}{a^5}\right)^5 = \frac{2^5b^{3 \times 5}}{a^{5 \times 5}} = \frac{32b^{15}}{a^{25}}$

02 [답] (1) a^7b^{14} (2) x^8y^7

(1) $(a^3)^2 \times (b^4)^3 \times a \times b^2$
 $= a^6 \times b^{12} \times a \times b^2 = a^{6+1} \times b^{12+2}$
 $= a^7b^{14}$

(2) $(xy^2)^3 \times (x^3y)^2 \div xy$
 $= \frac{x^3y^6 \times x^6y^2}{xy} = \frac{x^9y^8}{xy}$
 $= \frac{x^9}{x} \times \frac{y^8}{y} = x^8y^7$

03 [답] 9

$3^5 \div 3^3 \div a = 1$, $3^{5-3} \div a = 1$ (자수법칙 이용)

$3^2 \div a = 1$ 이므로 $\frac{3^2}{a} = 1$

$\therefore a = 3^2 = 9$

04 [답] (1) $7x-9y$

(2) $3m^2-2m+5$

(1) $(4x-2y) + (3x-7y)$

$= 4x-2y+3x-7y$

$= 4x+3x-2y-7y$

$= 7x-9y$

(2) $(m^2-m) - (-2m^2+m-5)$

$= m^2-m + (2m^2-m+5)$

$= m^2-m+2m^2-m+5$

$= 3m^2-2m+5$

05 [답] $a^2+12a+3$

$4a^2 - \{3a^2 - 5a - (7a+3)\}$

$= 4a^2 - (3a^2 - 5a - 7a - 3)$ (소괄호부터 풀고)

$= 4a^2 - (3a^2 - 12a - 3)$ (괄호 안을 간단히 계산)

$= 4a^2 - 3a^2 + 12a + 3$ (부호에 주의하면서 괄호를 풀고)

$= a^2 + 12a + 3$ (동류항끼리 계산)

06 **답** (1) $5a^2-11a$
 (2) $3b^3+4ab-1$
 (3) $6x+y$

(1) $3a(a-2)-a(5-2a)$
 $=3a^2-6a-5a+2a^2$
 $=3a^2+2a^2-6a-5a$
 $=5a^2-11a$
 (2) $(12a^2b^4+16a^3b^2-4a^2b) \div 4a^2b$
 $=3b^3+4ab-1$
 (3) $\frac{6x^2-12xy}{3x} - \frac{8xy+10y^2}{-2y}$
 $=\frac{6x^2}{3x} - \frac{12xy}{3x} - \frac{8xy}{-2y} - \frac{10y^2}{-2y}$
 $=2x-4y+4x+5y=6x+y$

07 **답** -5
 $A+B-C$ $\rightarrow xy^2$ 항이 나오는 것은 A, B뿐이므로 A-B만 계산해도 된다.
 $= (2x^2y-xy-3xy^2) + (x^3-2xy^2)$
 $\quad - (6x^2y-4xy+x^3)$
 $= -4x^2y-5xy^2+3xy$
 따라서 xy^2 의 계수는 -5 이다.

08 **답** (1) $10x^2+8x$
 (2) $-a^2b-3ab^2$
 (3) $3x^5-12x^3-11x^2-22x$
 (1) $2x(5x+4)=2x \times 5x+2x \times 4$
 $=10x^2+8x$
 (2) $-ab(a+3b)=-ab \times a-ab \times 3b$
 $=-a^2b-3ab^2$
 (3) $(x^2+2x)(3x^3-6x^2-11)$
 $=3x^5-6x^4-11x^2+6x^4-12x^3-22x$
 $=3x^5-12x^3-11x^2-22x$

09 **답** $3x, -5x+1$

$$\begin{array}{r} 3x \\ x^2+2 \overline{) 3x^3+x+1} \\ \underline{3x^3+6x} \\ -5x+1 \end{array}$$

$\therefore$ 몫 : $3x$, 나머지 : $-5x+1$

10 **답** (1) $2ac-ad+10bc-5bd$
 (2) x^2-16
 (3) $-3x^2-xy+14y^2$

(1) $(a+5b)(2c-d)$
 $=a \times 2c + a \times (-d) + 5b \times 2c$
 $\quad + 5b \times (-d)$
 $=2ac-ad+10bc-5bd$
 (2) $(x+4)(x-4)=x^2-16$
 (3) $(x-2y)(-3x-7y)$
 $=1 \times (-3)x^2$
 $\quad + \{1 \times (-7) + (-2) \times (-3)\}xy$
 $\quad + (-2) \times (-7)y^2$
 $=-3x^2-xy+14y^2$

11 **답** 20
 $(x+A)^2=x^2+2Ax+A^2$ 이므로 $2A=10, A^2=B$
 $(x+A)^2=x^2+10x+B$ 의 우변에서 x 의
 계수가 10이므로 $A=5, B=25$
 $(x+C)(x-C)=x^2-\frac{4}{9}$ 에서
 $C=\frac{2}{3}$ ($\because C>0$)

$\therefore (A+B) \times C = (5+25) \times \frac{2}{3}$
 $=30 \times \frac{2}{3}=20$

12 **답** 19

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$
 $=5^2-2 \times 3=19$

13 **답** (1) $2a^3+15a^2+39a+35$

(2) $a^3+6a^2-45a-50$

(3) -54

(1) $(a+2)^3+(a+3)^3$
 $=a^3+3 \times a^2 \times 2+3 \times a \times 2^2+2^3$
 $+a^3+3 \times a^2 \times 3+3 \times a \times 3^2+3^3$
 $=2a^3+15a^2+39a+35$

(2) $(a+1)(a-5)(a+10)$
 $=a^3+(1-5+10)a^2$
 $+ \{1 \times (-5) - 5 \times 10 + 1 \times 10\}a$
 $+ 1 \times (-5) \times 10$
 $=a^3+6a^2-45a-50$

(3) $(a-3)(a^2+3a+9)$
 $-(a+3)(a^2-3a+9)$
 $=a^3-3^3-(a^3+3^3)=-54$

14 **답** ③

곱셈 공식을 이용할 수
있도록 순서를 바꾼다.

$(x^2-1)(x^2-x+1)(x^2+x+1)$
 $=\underline{(x+1)(x-1)(x^2-x+1)(x^2+x+1)}$
 $=\underline{(x+1)(x^2-x+1)(x-1)(x^2+x+1)}$
 $=\underline{(x^3+1)(x^3-1)}$
 $=\underline{(x^3)^2-1}$
 $=x^6-1$

15 **답** -3

$(x+y)^3=x^3+y^3+3xy(x+y)$ 이므로
 $1^3=-5+3xy, 3xy=6$
 $\therefore xy=2$
 $\therefore x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$
 $=1^2-2 \times 2=-3$

16 **답** (1) $\times$ (2) $\circ$ (3) $\times$

(1) 양변의 계수가 같지 않으므로 항등식이 아니다. ($\times$)

(2) 주어진 식의 좌변을 전개하여 정리하면
 $-2(-2x+1)+3=4x+1$
 좌변과 우변이 같으므로 항등식이다. ($\circ$)

(3) 주어진 식의 우변을 전개하여 정리하면
 $(x+1)(x+5)=x^2+6x+5$
 양변의 계수가 같지 않으므로 항등식이 아니다. ($\times$)

17 **답** (1) $a=2, b=-13$

(2) $a=3, b=1, c=-10$

(3) $a=2, b=-4, c=2$

(1) 항등식의 성질에 의하여

$a=2, b=-13$

(2) 우변의 최고차항의 계수는 3이므로

$a=3$ 이다.

이를 주어진 식에 대입하여 전개하면

$(x+2)(3x-5)=3x^2+x-10$
 $=3x^2+bx+c$

이므로 $b=1, c=-10$ 이다.

(3) 좌변을 조립제법을 이용하여 정리하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 1 & -2 & -6 & 4 \\ & & -2 & 8 & -4 \\ \hline & 1 & -4 & 2 & 0 \end{array}$$

이므로

$x^3-2x^2-6x+4=(x+2)(x^2-4x+2)$

에서 $a=2, b=-4, c=2$ 이다.

18 **답** 25

$(k+2)x-(k+1)y+k-7=0$ 을

k 에 대하여 정리하면 k 값에 관계없이 성립하므로

$(x-y+1)k+(2x-y-7)=0$

이 식이 k 에 대한 항등식이므로

$x-y+1=0 \cdots \textcircled{1}, 2x-y-7=0 \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하면 $x=8, y=9$

$\therefore 2x+y=2 \times 8+9=25$

19 **답** (1) 7 (2) -2

(1) $f(x) = 3x^3 + 2x^2 - 4x + 6$ 이라 하면

$$f(1) = 3 + 2 - 4 + 6 = 7$$

(2) $f(x) = 3x^3 + 2x^2 - 4x + 6$ 이라 하면

$$\begin{aligned} f(-2) &= 3 \times (-2)^3 + 2 \times (-2)^2 - 4 \times (-2) + 6 \\ &= -24 + 8 + 8 + 6 \\ &= -2 \end{aligned}$$

20 **답** $\frac{8}{3}$

$f(x) = 3x^3 - 2x^2 - ax + 1$ 이라 하면 인수정리에 의하여

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = 0 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} f\left(\frac{1}{3}\right) &= 3\left(\frac{1}{3}\right)^3 - 2\left(\frac{1}{3}\right)^2 - a\left(\frac{1}{3}\right) + 1 \\ &= \frac{1}{9} - \frac{2}{9} - \frac{a}{3} + 1 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$-\frac{1}{9} - \frac{a}{3} + 1 = 0 \quad \therefore a = \frac{8}{3}$$

21 **답** ③

$a = 5k_1 + 1, b = 5k_2 + 3$ (단, k_1, k_2 는 정수)이라 하면 a 는 A_1 꼴, b 는 A_3 꼴

$$\begin{aligned} a + 2b &= 5k_1 + 1 + 2(5k_2 + 3) \\ &= 5k_1 + 10k_2 + 7 \\ &= 5(k_1 + 2k_2 + 1) + 2 \end{aligned}$$

따라서 $a + 2b$ 는 A_2 꼴이다.

22 **답** ④

주어진 식을 인수분해하면

$$\begin{aligned} 6x^3 - 2x^2y &= 2x^2(3x - y) \text{ 이므로 } x^2y \text{는 인수가 될 수 없다.} \\ &\rightarrow 6x^2 - 2x^2y \text{의 인수는 } 1, 2x, \dots, \\ &\quad x^2(3x - y), 2x^2(3x - y) \end{aligned}$$

23 **답** (1) $(a-1)(a-b)$

$$(2) (x-y+z)(x-y-z)$$

$$(3) (5x-1)(x+2)$$

$$\begin{aligned} (1) a^2 - ab - a + b &= a(a-b) - (a-b) \\ &= (a-1)(a-b) \end{aligned}$$

$$(2) (x-y)^2 - z^2 = (x-y+z)(x-y-z)$$

$$(3) 5x^2 + 9x - 2 = (5x-1)(x+2)$$

24 **답** (1) 36 (2) ± 24

$$\begin{aligned} (1) x^2 + 12x + \square \\ &= x^2 + 2 \times x \times 6 + \square \\ \therefore \square &= 6^2 = 36 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) 9x^2 + \square x + 16 \\ &= (3x)^2 + \square x + 4^2 \\ \square x &= \pm 2 \times 3x \times 4 = \pm 24x \\ \therefore \square &= \pm 24 \end{aligned}$$

25 **답** (1) $(x-2)(x^2+2x+4)$

$$(2) (a+b-8)(a+b+2)$$

$$(3) (x+1)(x-1)(x+2)(x-2)$$

$$(4) (x-1)(x-2)(x+3)$$

$$(1) x^3 - 8 = (x-2)(x^2+2x+4)$$

$$\begin{aligned} (2) a+b &= X \text{라 치환하면} \\ (a+b)^2 - 6(a+b) - 16 \\ &= X^2 - 6X - 16 \\ &= (X-8)(X+2) \\ &= (a+b-8)(a+b+2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) x^2 &= X \text{라 치환하면} \\ x^4 - 5x^2 + 4 \\ &= X^2 - 5X + 4 \\ &= (X-1)(X-4) \\ &= (x^2-1)(x^2-4) \\ &= (x+1)(x-1)(x+2)(x-2) \end{aligned}$$

(4) $f(x) = x^3 - 7x + 6$ 이라 하면

$f(1) = 1 - 7 + 6 = 0$ 이므로 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 0 & -7 & 6 \\ & & 1 & 1 & -6 \\ \hline & 1 & 1 & -6 & 0 \end{array}$$

이므로

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-1)(x^2+x-6) \\ &= (x-1)(x-2)(x+3) \end{aligned}$$

26 답 ⑤

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= (b-c)a^2 - (b^2-c^2)a + bc(b-c) \\ &= (b-c)\{a^2 - (b+c)a + bc\} \\ &= (b-c)(a-b)(a-c) \\ &= -(a-b)(b-c)(c-a) \end{aligned}$$

a에 대하여
내림차순으로 정리

문자의 순서를 확인하여 선택지와
비교한다.

27 답 -12

$f(x) = x^3 - 13x + 12$ 라 하면

$f(1) = 0$ 이므로

조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 0 & -13 & 12 \\ & & 1 & 1 & -12 \\ \hline & 1 & 1 & -12 & 0 \end{array}$$

이므로

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-1)(x^2+x-12) \\ &= (x-1)(x-3)(x+4) \end{aligned}$$

$$\therefore \alpha\beta\gamma = 1 \times 3 \times (-4) = -12$$

종합 연습 문제 정답

문제편 p. 28

28 9	29 ②	30 11
31 ⑤	32 ⑤	33 ⑤
34 ③	35 218	

28 답 9

$$\begin{aligned} -2A + 3(-A + X) &= 3B \text{에서} \\ -2A - 3A + 3X &= 3B, 3X = 5A + 3B \end{aligned}$$

$$\therefore X = \frac{1}{3}(5A + 3B)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{3}\{5(6x^2 + 3xy - 3y^2) \\ &\quad + 3(-7x^2 + 11xy - 5y^2)\} \\ &= \frac{1}{3}(30x^2 + 15xy - 15y^2 \\ &\quad - 21x^2 + 33xy - 15y^2) \\ &= \frac{1}{3}(9x^2 + 48xy - 30y^2) \\ &= 3x^2 + 16xy - 10y^2 \end{aligned}$$

따라서 계수들의 합은 $3 + 16 - 10 = 9$

29 답 ②

$$(x^4 - 3x^3 + x^2 - x + 1)(x^3 - 2x^2 + 3x - 2)$$

의 전개식에서 삼차항은

$$\begin{aligned} &-3x^3 \times (-2), x^2 \times 3x, -x \times (-2x^2), \\ &1 \times x^3 \end{aligned}$$

주어진 다항식을 모두 전개하지 말고
삼차항이 되는 경우만 계산한다.
의 네 가지 경우에서만 생기므로 이들을 모두 더하면

$$6x^3 + 3x^3 + 2x^3 + x^3 = 12x^3$$

따라서 x^3 의 계수는 12이다.

30 답 11

$$\begin{aligned} &a^2 + b^2 + c^2 \\ &= (a-b+c)^2 + 2(ab+bc-ca) \\ &= 2^2 + 2 \times 1 = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore a^3 - b^3 + c^3 \\ &= (a-b+c)\{a^2+b^2+c^2+ab+bc-ca\} \\ &\quad - 3abc \\ &= 2 \times (6+1) - 3 = 11\end{aligned}$$

31 답 ⑤

$x=1$ 을 대입하면

$$(1-2+5)^3 = a_6 + a_5 + \cdots + a_1 + a_0$$

$x=-1$ 을 대입하면

$$(1+2+5)^3 = a_6 - a_5 + \cdots - a_1 + a_0$$

두 식을 더하면 $\rightarrow a_1, a_3, a_5$ 항이 소거된다.

$$64 + 512 = 2(a_6 + a_4 + a_2 + a_0)$$

$$\therefore a_0 + a_2 + a_4 + a_6 = 288$$

32 답 ⑤

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 4$ 라 하면

$$\begin{cases} f(-1) = -1 + a - b + 4 = -3 \\ f(2) = 8 + 4a + 2b + 4 = 0 \end{cases}$$

$x+1$ 로 나눈 나머지가 -3
 $x-2$ 로 나누어떨어진다.

두 식을 연립하여 풀면

$$a = -4, b = 2$$

$$\therefore b - a = 2 - (-4) = 6$$

33 답 ⑤

$$a^3 - b^3 + a^2b - ab^2$$

$$= a^3 + a^2b - b^3 - ab^2 \rightarrow \text{공통인수}$$

$$= a^2(a+b) - b^2(a+b)$$

$$= (a+b)(a^2 - b^2)$$

$$= (a+b)(a+b)(a-b)$$

$$= (a+b)^2(a-b)$$

$$= 3^2(a-b) = 45$$

$$\text{즉, } 9(a-b) = 45 \text{이므로 } a-b=5$$

34 답 ③

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{5}\right)Q(x) + 5 \text{이므로}$$

$$xf(x) = x\left(x - \frac{1}{5}\right)Q(x) + 5x$$

$$= (5x-1) \times \frac{x}{5}Q(x) + (5x-1) + 1$$

$$= (5x-1) \left\{ \frac{x}{5}Q(x) + 1 \right\} + 1$$

$\rightarrow$ 공통인수 $(5x-1)$ 로 묶어주면
몫과 나머지를 쉽게
찾을 수 있다.

따라서 $xf(x)$ 를 $5x-1$ 로 나눈 몫은

$$\frac{x}{5}Q(x) + 1, \text{ 나머지는 } 1 \text{이다.}$$

35 답 218

$$\overline{AB} = a, \overline{BC} = b \text{라 하면}$$

$$a - b = 2$$

두 정육면체의 겉넓이의 합이 444이므로

$$6(a^2 + b^2) = 444$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 74$$

$$-2ab = (a-b)^2 - (a^2 + b^2) \text{에서}$$

$$-2ab = 2^2 - 74 = -70$$

$$\therefore ab = 35$$

따라서 두 정육면체의 부피의 차는

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$= 2 \times (74 + 35)$$

$$= 218$$

II. 방정식과 부등식

10 복소수의 정의 ~ 22 이차방정식의 근의 분리

핵심 개념 문제 정답

문제편 p. 30

01 풀이 참조 02 풀이 참조

03 (1) $x=0, y=2$ (2) $x=2, y=-2$

04 (1) $10\sqrt{2}$ (2) $2\sqrt{3}-\sqrt{6}$

(3) $3\sqrt{3}-\sqrt{6}$

05 (1) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ (2) $9\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

06 6

07 (1) $6-3i$ (2) $3+i$ (3) i

08 (1) i (2) $1+i$ (3) -2^7i

09 (1) $-3\sqrt{2}$ (2) $-\frac{\sqrt{2}}{2}i$

(3) $\sqrt{6}i$ (4) $-6\sqrt{3}-\frac{\sqrt{10}}{2}i$

10 풀이 참조 11 $x=-3$ 12 8

13 (1) $x=5\pm\sqrt{22}$ (2) $x=\frac{3\pm2\sqrt{3}}{3}$

14 27 15 ①

16 풀이 참조 17 1 18 ②

19 (1) $\frac{1}{2}$ (2) 3 (3) $-\frac{23}{12}$

20 (1) $a=7, b=-1$ (2) $a=6, b=-2$

21 $x^2-4x+6=0$ 22 ⑤ 23 5

24 19 25 풀이 참조 26 4

27 ⑤ 28 풀이 참조

29 (1) $a\neq 3, b=1$ (2) $a=3, b\neq 1$

30 15

31 (1) $(0, 0), (14, 0)$ (2) $(-1, 0), (2, 0)$

32 ④ 33 -4

34 풀이 참조 35 48

36 1초, 25m 37 -1 38 ④

01 [답] (1) $\sqrt{3}i$ (2) $-4\sqrt{2}i$

(3) $3+2\sqrt{3}i$

(1) $\sqrt{-3}=\sqrt{3}i$

(2) $-\sqrt{-32}=-4\sqrt{2}i$

(3) $3+\sqrt{-12}=3+2\sqrt{3}i$

02 [답] (1) $\perp, \sqsubset, \sqsupset$ (2) $\neg, \equiv, \square$

(3) $\neg, \square$

(1) $\perp, \sqrt{16i^2}=4\times(-1)=-4$

$\sqsubset, 0$

$\sqsupset, (-\sqrt{-5})^2=(-\sqrt{5}i)^2$
 $=5\times(-1)=-5$

(2) $\neg, -i$

$\equiv, 2+\sqrt{4}i=2+2i$

$\square, \sqrt{2}i$

(3) $\neg, -i$

$\square, \sqrt{2}i$

03 [답] (1) $x=0, y=2$

(2) $x=2, y=-2$

(1) x, y 실수이므로 복소수가 서로 같을
 조건에 의하여

$x=0, 2-y=0$

$\therefore x=0, y=2$

(2) x, y 실수이므로 복소수가 서로 같을
 조건에 의하여

$2x+6=10, 2-y=4$

$\therefore x=2, y=-2$

04 [답] (1) $10\sqrt{2}$ (2) $2\sqrt{3}-\sqrt{6}$

(3) $3\sqrt{3}-\sqrt{6}$

(1) $\sqrt{50}+\sqrt{72}-\sqrt{2}=5\sqrt{2}+6\sqrt{2}-\sqrt{2}$
 $=10\sqrt{2}$

(2) $\sqrt{2}(\sqrt{6}-\sqrt{3})=2\sqrt{3}-\sqrt{6}$

$$(3) \frac{9-\sqrt{18}}{\sqrt{3}} = \frac{9\sqrt{3}-3\sqrt{6}}{(\sqrt{3})^2} = 3\sqrt{3}-\sqrt{6}$$

05 **답** (1) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ (2) $9\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

$$(1) \frac{1}{\sqrt{3}+1} = \frac{1 \times (\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1) \times (\sqrt{3}-1)} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$$

$$(2) \frac{25\sqrt{6}}{3\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{25\sqrt{6} \times (3\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(3\sqrt{3}-\sqrt{2}) \times (3\sqrt{3}+\sqrt{2})} = \frac{25\sqrt{6} \times (3\sqrt{3}+\sqrt{2})}{25} = \sqrt{6} \times (3\sqrt{3}+\sqrt{2}) = 9\sqrt{2}+2\sqrt{3}$$

06 **답** 6

$$\begin{aligned} \sqrt{80}-2\sqrt{20}+\sqrt{5} &= \sqrt{2^4 \times 5}-2\sqrt{2^2 \times 5}+\sqrt{5} \\ &= 4\sqrt{5}-4\sqrt{5}+\sqrt{5} \\ &= \sqrt{5}=a\sqrt{b} \end{aligned}$$

따라서 $a=1$, $b=5$ 이므로 $a+b=6$

07 **답** (1) $6-3i$ (2) $3+i$ (3) i

$$\begin{aligned} (1) (4+4i) + (2-7i) \\ = (4+2) + (4-7)i \\ = 6-3i \end{aligned}$$

$$(2) (1+i)(2-i) = 2-i+2i+1 = 3+i$$

$$(3) \frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \frac{2i}{2} = i$$

08 **답** (1) i (2) $1+i$ (3) -2^7i

$$(1) i^5 = i^4 \times i = i$$

$$\begin{aligned} (2) i^{40} + (-i)^{43} &= (i^4)^{10} + (-i^4)^{10} \times (-i)^3 \\ &= 1 + 1 \times (-i)^3 \\ &= 1 - i^3 = 1 + i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) (1+i)^2 &= 2i \text{이므로} \\ (1+i)^{14} &= \{(1+i)^2\}^7 = (2i)^7 = -2^7i \end{aligned}$$

09 **답** (1) $-3\sqrt{2}$ (2) $-\frac{\sqrt{2}}{2}i$

(3) $\sqrt{6}i$ (4) $-6\sqrt{3}-\frac{\sqrt{10}}{2}i$

$$(1) \sqrt{-3}\sqrt{-6} = \sqrt{3i}\sqrt{6i} = -3\sqrt{2}$$

$$(2) \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{-18}} = \frac{3}{\sqrt{18}i} = \frac{3i}{3\sqrt{2}i^2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}i$$

$$(3) \frac{\sqrt{-3}\sqrt{-12}}{\sqrt{-6}} = \frac{\sqrt{3i}\sqrt{12i}}{\sqrt{6i}} = \sqrt{6}i$$

$$\begin{aligned} (4) \sqrt{-6}\sqrt{-18} + \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{-6}} \\ = \sqrt{6i}\sqrt{18i} + \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{6}i} \\ = -6\sqrt{3} + \frac{\sqrt{15}i}{\sqrt{6}i^2} \\ = -6\sqrt{3} - \frac{\sqrt{10}}{2}i \end{aligned}$$

10 **답** (1) $x=-3$ 또는 $x=5$

(2) $x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=5$

(3) $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=-1$

(4) $x=-1$ 또는 $x=1$

$$\begin{aligned} (1) (\text{주어진 식}) &= (x+3)(x-5)=0 \\ \therefore x &= -3 \text{ 또는 } x=5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) (\text{주어진 식}) &= (2x+3)(x-5)=0 \\ \therefore x &= -\frac{3}{2} \text{ 또는 } x=5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) (\text{주어진 식}) &= (2x-1)(x+1)=0 \\ \therefore x &= \frac{1}{2} \text{ 또는 } x=-1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) (\text{주어진 식}) &= (x+1)(x-1)=0 \\ \therefore x &= -1 \text{ 또는 } x=1 \end{aligned}$$

11 [답] $x = -3$

$$x^2 - x - 12 = 0 \text{에서 } (x+3)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = -3 \text{ 또는 } x = 4$$

$$2x^2 + 3x - 9 = 0 \text{에서 } (x+3)(2x-3) = 0$$

$$\therefore x = -3 \text{ 또는 } x = \frac{3}{2}$$

따라서 두 이차방정식을 동시에 만족시키는
해는 $x = -3$

12 [답] 8

$$(x+4)^2 - 8 = 0 \text{에서 } (x+4)^2 = 8$$

$$\text{즉, } x+4 = \pm\sqrt{8} = \pm 2\sqrt{2} \text{이므로}$$

$$x = -4 \pm 2\sqrt{2}$$

$$\therefore \alpha\beta = (-4+2\sqrt{2})(-4-2\sqrt{2}) = 8$$

$$\rightarrow (a-b)(a+b) \text{ 꼴이므로 } (-4)^2 - (2\sqrt{2})^2 = 16 - 8$$

13 [답] (1) $x = 5 \pm \sqrt{22}$

$$(2) x = \frac{3 \pm 2\sqrt{3}}{3}$$

$$(1) x = 5 \pm \sqrt{5^2 - 1 \times 3} = 5 \pm \sqrt{22}$$

$$\therefore x = 5 + \sqrt{22} \text{ 또는 } x = 5 - \sqrt{22}$$

$$(2) x = \frac{3 \pm \sqrt{3^2 - 3 \times (-1)}}{3}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{12}}{3} = \frac{3 \pm 2\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore x = \frac{3+2\sqrt{3}}{3} \text{ 또는 } x = \frac{3-2\sqrt{3}}{3}$$

14 [답] 27

$$\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{9}x - 1 = 0 \text{의 양변에 9를 곱하면}$$

$$3x^2 + 2x - 9 = 0$$

근의 공식에 의하여

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{28}}{3} = \frac{a \pm \sqrt{b}}{3}$$

$$a = -1, b = 28 \text{이므로}$$

$$\therefore a + b = 27$$

15 [답] ①

양변에 $\sqrt{2}+1$ 을 곱하여 이차항의 계수를
정수로 만들면 $\rightarrow$ 분모의 유리화처럼

$$(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)x^2 + (\sqrt{2}+1)x + (\sqrt{2}+1)(2-\sqrt{2}) = 0$$

$$x^2 + (\sqrt{2}+1)x + \sqrt{2} = 0,$$

$$(x+1)(x+\sqrt{2}) = 0 \rightarrow \text{합이 } \sqrt{2}+1, \text{ 곱이 } \sqrt{2} \text{인 } \rightarrow \text{두 수는 } 1, \sqrt{2}$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = -\sqrt{2}$$

따라서 두 근의 합은 $-1 - \sqrt{2}$ 이다.

16 [답] 풀이 참조

$$(1) x^2 + 5x - 10 = 0 \text{에서}$$

$$D = 5^2 - 4 \times 1 \times (-10)$$

$$= 25 + 40 = 65 > 0$$

따라서 서로 다른 두 실근을 갖는다.

$$(2) \frac{D}{4} = (-2)^2 - 2 \times 3 = 4 - 6 = -2 < 0$$

따라서 서로 다른 두 허근을 갖는다.

$$(3) \frac{D}{4} = 6^2 - 3 \times 12 = 0$$

따라서 중근을 갖는다.

17 [답] 1 $\rightarrow$ 일차항의 계수가 짝수일 때, $\frac{D}{4}$ 를 사용한다.

$x^2 - 2(k-a)x + k^2 + a^2 - b + 1 = 0$ 의
판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (k-a)^2 - (k^2 + a^2 - b + 1) = 0$$

$$\therefore -2ak + b - 1 = 0$$

이 식이 k 에 대한 항등식이므로

$$-2a = 0, b - 1 = 0 \quad \therefore a = 0, b = 1$$

$$\therefore a + b = 1$$

18 [답] ②

실근을 a 라 하면

$$(2+i)a^2 + (a-2i)a - 3i = 0 \rightarrow \text{실수부분과 허수 } \rightarrow \text{부분으로 나눈다.}$$

$$\therefore (2a^2 + aa) + i(a^2 - 2a - 3) = 0$$

이때, a, a 가 모두 실수이므로 복소수가
서로 같을 조건에 의하여 $\rightarrow (a-3)(a+1)=0$
 $2a^2+aa=0 \cdots \textcircled{1}, a^2-2a-3=0 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$ 에서 $a=-1$ 또는 $a=3$ 이고 이 값을 $\textcircled{2}$
에 대입하면 $a=2$ 또는 $a=-6$
따라서 a 의 값의 합은 $2+(-6)=-4$ 이다.

19 [답] (1) $\frac{1}{2}$ (2) 3 (3) $-\frac{23}{12}$

$$(1) a + \beta = -\frac{-1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$(2) a\beta = \frac{6}{2} = 3$$

$$\begin{aligned} (3) \frac{\beta}{a} + \frac{a}{\beta} &= \frac{a^2 + \beta^2}{a\beta} \\ &= \frac{(a + \beta)^2 - 2a\beta}{a\beta} \\ &= \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \times 3}{3} \\ &= -\frac{23}{12} \end{aligned}$$

20 [답] (1) $a=7, b=-1$ (2) $a=6, b=-2$

(1) 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 에서

$$a + \beta = -\frac{(-a)}{1} = 7 \quad \therefore a = 7$$

$$a\beta = \frac{b}{1} = -1 \quad \therefore b = -1$$

(2) 이차방정식 $ax^2 + 12x - b = 0$ 에서

$$a + \beta = -\frac{12}{a} = -2 \quad \therefore a = 6$$

$$a\beta = -\frac{b}{6} = \frac{1}{3} \quad \therefore b = -2$$

21 [답] $x^2 - 4x + 6 = 0$

이차방정식 $x^2 - 2x + 3 = 0$ 의 두 근이 α, β
이므로 $\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 3$

새로운 이차방정식은 $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근
으로 하므로

두 근의 합은

$$(\alpha + 1) + (\beta + 1) = \alpha + \beta + 2 = 4$$

두 근의 곱은

$$(\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = 6$$

따라서 구하는 이차방정식은

$$\frac{x^2 - 4x + 6 = 0}{\rightarrow x^2 - (\text{합})x + (\text{곱}) = 0}$$

22 [답] ⑤

주어진 이차방정식의 두 실근을 α, β 라 하면
두 근이 모두 음수이므로

(i) 판별식 $\frac{D}{4} = 2^2 - (k-3) \geq 0$ 이므로
합은 음수, 곱은 양수

$$4 - k + 3 \geq 0 \quad \therefore k \leq 7$$

(ii) $\alpha + \beta = -4 < 0$ 이고 $\alpha\beta = k - 3 > 0$
 $\therefore k > 3$

(i), (ii)에 의하여 $3 < k \leq 7$

23 [답] 5

유리수 a, b 에 대하여 이차방정식

$$x^2 + ax + b = 0 \text{의 한 근이 } 4 - \sqrt{3} \text{이므로}$$

다른 한 근은 $4 + \sqrt{3}$ 이다.

근과 계수의 관계에 의하여

$$(4 - \sqrt{3}) + (4 + \sqrt{3}) = -a \quad \therefore a = -8$$

$$(4 - \sqrt{3})(4 + \sqrt{3}) = b \quad \therefore b = 13$$

$$\therefore a + b = 5$$

24 [답] 19

계수가 실수인 이차방정식 $x^2 + px + q = 0$

의 두 근 α, β 에 대하여 $\alpha = 3 + 2i$ 이므로 다
른 한 근은 $\beta = 3 - 2i$ 이다.

근과 계수의 관계에 의하여

$$(3 + 2i) + (3 - 2i) = -p \quad \therefore p = -6$$

$$(3 + 2i)(3 - 2i) = q \quad \therefore q = 13$$

$$\therefore q - p = 13 - (-6) = 19$$

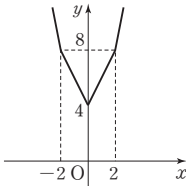
25 **답** (1) $(-1, -6), x = -1$
(2) $(-3, 9), x = -3$

$$\begin{aligned} (1) y &= x^2 + 2x - 5 \\ &= (x^2 + 2x + 1) - 1 - 5 \\ &= (x + 1)^2 - 6 \\ \text{꼭짓점의 좌표} &: (-1, -6), \\ \text{축의 방정식} &: x = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) y &= -\frac{2}{3}x^2 - 4x + 3 \\ &= -\frac{2}{3}(x^2 + 6x + 9 - 9) + 3 \\ &= -\frac{2}{3}(x + 3)^2 + 9 \\ \text{꼭짓점의 좌표} &: (-3, 9), \\ \text{축의 방정식} &: x = -3 \end{aligned}$$

26 **답** 4

- (i) $x < -2$ 일 때,
 $y = -(x+2) - 2x - (x-2)$
 $= -4x$
- (ii) $-2 \leq x < 0$ 일 때,
 $y = (x+2) - 2x - (x-2) = -2x + 4$
- (iii) $0 \leq x < 2$ 일 때,
 $y = (x+2) + 2x - (x-2) = 2x + 4$
- (iv) $x \geq 2$ 일 때,
 $y = (x+2) + 2x + (x-2) = 4x$



따라서 $x=0$ 일 때, 최솟값 4를 갖는다.

27 **답** ⑤

주어진 그림에서 $a > 0, b > 0, c < 0$
 $\therefore ab > 0, bc < 0, ac < 0$
 아래로 볼록하고 대칭축은 y 축의 왼쪽에 존재하며 y 절편이 음이다.

또한, $f(1) = a + b + c = 0$ 이고
 $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b + c < 0$
 $\therefore a + 2b + 4c < 0$

28 **답** 풀이 참조

일차방정식 $3x - 4y - 8 = 0$ 에 대하여

(1) $x=0$ 을 대입하면 y 절편은 -2

$y=0$ 을 대입하면 x 절편은 $\frac{8}{3}$

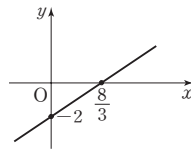
따라서 x 절편과 y 절편을 이용하여 그래프를 그리면 [그림 1]과 같다.

(2) y 에 관하여 풀면 $-4y = -3x + 8$

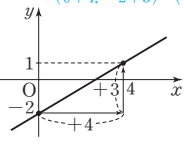
$$\therefore y = \frac{3}{4}x - 2$$

y 절편은 -2 이고, 기울기가 $\frac{3}{4}$ 이므로

점 $(0, -2)$ 에서 x 축으로 4만큼, y 축으로 3만큼 이동한 점 $(4, 1)$ 을 지난다. 즉, 기울기와 y 절편을 이용하여 그래프를 그리면 [그림 2]와 같다.



[그림 1]



[그림 2]

29 **답** (1) $a \neq 3, b = 1$
(2) $a = 3, b \neq 1$

(1) 두 점의 x 좌표는 다르고, y 좌표는 같아야
 하므로 두 점의 x, y 좌표가 각각 같으면 한 점이 된다.

$$\begin{aligned} 4 + 2a &\neq a + 7, 8b = 13 - 5b \\ \therefore a &\neq 3, b = 1 \end{aligned}$$

(2) 두 점의 x 좌표는 같고, y 좌표는 달라야
 하므로

$$\begin{aligned} 4 + 2a &= a + 7, 8b \neq 13 - 5b \\ \therefore a &= 3, b \neq 1 \end{aligned}$$

30 [답] 15

$$(가울기) = \frac{-8}{13-11} = -4 \text{ 이므로 } a = -4$$

이다.

직선 $y = -4x + b$ 가 점 $(2, 4)$ 를 지나므로

$$4 = -4 \times 2 + b \quad \therefore b = 12$$

$$\therefore y = -4x + 12$$

따라서 직선 $y = -4x + 12$ 의 x 절편이 3,
 y 절편이 12이므로 구하는 함은 $\xrightarrow{y=0}$ 대입

$$3 + 12 = 15$$

31 [답] (1) (0, 0), (14, 0)

$$(2) (-1, 0), (2, 0)$$

$$(1) x^2 - 14x = 0, x(x - 14) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 14$$

따라서 교점의 좌표는 $(0, 0), (14, 0)$ 이다.

$$(2) x^2 - x - 2 = 0, (x + 1)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 2$$

따라서 교점의 좌표는 $(-1, 0), (2, 0)$ 이다.

32 [답] ④

이차함수의 그래프가 x 축과 만나지 않으므로 $x^2 + x - k = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = 1 + 4k < 0 \quad \therefore k < -\frac{1}{4}$$

33 [답] -4

방정식 $2x + k = x^2 - 6x + 12$
 $\xrightarrow{y=2x+k \text{ 와 } y=x^2-6x+12 \text{ 를 연결한다.}}$

즉, $x^2 - 8x + 12 - k = 0$ 의 실근이 존재해야
하므로 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = 4^2 - (12 - k) \geq 0, 16 - 12 + k \geq 0$$

$$\therefore k \geq -4 \quad \xrightarrow{\text{만나는 경우는 두 점에서 만나는 경우 또는 접하는 경우가 있다.}}$$

따라서 상수 k 의 최솟값은 -4 이다.

34 [답] (1) $y = x^2 - 6x + 13$

$$(2) y = 2x^2 + 8x + 6$$

(1) 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(3, 4)$ 이므로

$y = a(x - 3)^2 + 4$ 라 놓을 수 있다. 이때,

이차항의 계수가 1인 이차함수이므로 $a = 1$

$$\therefore y = (x - 3)^2 + 4 = x^2 - 6x + 13$$

(2) x 축과 만나는 두 점의 x 좌표가 $-1, -3$

이므로 $y = a(x + 1)(x + 3)$ 이라 놓을

수 있다. 이때, 이 함수의 그래프가 점

$(2, 30)$ 을 지나므로

$$30 = a \times 3 \times 5 = 15a \quad \therefore a = 2$$

$$\therefore y = 2(x + 1)(x + 3) = 2x^2 + 8x + 6$$

35 [답] 48

$$y = 2x^2 - 8x + 3 = 2(x - 2)^2 - 5$$

$x = -3$ 일 때, 최댓값 $M = 45$

$x = 1$ 일 때, 최솟값 $m = -3$

$$\therefore M - m = 45 - (-3) = 48$$

36 [답] 1초, 25m

$$y = -5x^2 + 10x + 20$$

$$= -5(x - 1)^2 + 25 \quad (x \geq 0)$$

따라서 $x = 1$ 일 때, 최댓값이 25이므로

로켓이 가장 높이 올라갔을 때의 시간은 1초,
높이는 25m이다.

37 [답] -1

$f(x) = x^2 - (2m + 2)x + 2m - 3$ 이라 하면

이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근 사이에 2가 있

으므로 $f(2) < 0$ 이 성립한다. 즉,

$$4 - 4m - 4 + 2m - 3 = -2m - 3 < 0$$

$$\therefore m > -\frac{3}{2}$$

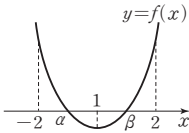
따라서 정수 m 의 최솟값은 -1 이다.

$x = 2$ 는 범위 $-3 \leq x \leq 10$ 에 포함되지 않으므로 범위의 양 끝점의 함수값을 비교하여 최댓값과 최솟값을 구하자.

x 축 후의 높이 $y = -5x^2 + 10x + 20$ 이므로 높이의 최댓값은 이 이차함수의 $x \geq 0$ 인 범위에서의 최댓값이다.

38 답 ④

$f(x)=x^2+px-1$ 이라 하면 조건을 만족시키는 함수 $f(x)$ 의 그래프의 개형은 다음과 같다.



$$f(-2)=3-2p>0 \text{에서 } p<\frac{3}{2} \dots \textcircled{㉠}$$

$$f(1)=1+p-1<0 \text{에서 } p<0 \dots \textcircled{㉡}$$

$$f(2)=2p+3>0 \text{에서 } p>-\frac{3}{2} \dots \textcircled{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢에서 $-\frac{3}{2}<p<0$

이 경우에는 $-2<(\text{대칭축})<2$ 를 쓸 필요가 없다.
 $f(1)<0$ 이 쓰이면서 대칭축은 -2 와 2 사이에 존재하게 되기 때문이다.

종합 연습 문제 정답

문제편 p. 56

39 256

40 ①

41 4

42 ⑤

43 15

44 3

45 9

46 ④

39 답 256

$$i+i^2+i^3+i^4=i-1-i+1=0 \text{이므로}$$

$$i+i^2+i^3+\dots+i^{510} \xrightarrow{510=127 \times 4 + 2} \\ = (i-1-i+1) + (i-1-i+1) + \dots + (i-1) \\ = i-1$$

$$\text{한편, } (i-1)^2 = -2i \text{이므로}$$

$$(i+i^2+i^3+\dots+i^{510})^{16} = \{(i-1)^2\}^8 \\ = (-2i)^8 \\ = (-2)^8 \times (i^4)^2 \\ = 256$$

40 답 ①

ㄱ. $\alpha=a+bi$, $\beta=c+di$ (단, a, b, c, d 는 실수)라 하면

$$\alpha\bar{\alpha}=(a+bi)(a-bi)$$

$$=a^2+b^2$$

$$\beta\bar{\beta}=(c+di)(c-di)$$

$$=c^2+d^2$$

이므로 실수이다. (참)

ㄴ. [반례] $\alpha=1+2i$, $\beta=1-2i$ 라 하면

$$\bar{\alpha}=\beta \text{이므로 } \alpha-\bar{\beta}=0 \text{이지만}$$

$$\bar{\alpha}\beta=(1-2i)(1-2i)$$

$$=-3-4i \neq 0 \text{ (거짓)}$$

ㄷ. [반례] $\alpha=2i$, $\beta=-2$ 라 하면

$$\alpha+\beta=2i-2i=0 \text{이지만}$$

$$\alpha \neq 0, \beta \neq 0 \text{ (거짓)}$$

따라서 옳은 것은 ㄱ이다.

41 답 4

$$-x^2+3x=-x(x-3) \text{이고}$$

$$\sqrt{-x}\sqrt{x-3}=-\sqrt{-x(x-3)} \text{이므로}$$

$$-x \leq 0, x-3 \leq 0$$

$$\therefore 0 \leq x \leq 3 \xrightarrow{-x=0, x-3=0 \text{일 때에도}} \sqrt{-x}\sqrt{x-3}=-\sqrt{-x^2+3x} \text{가 성립함에 주의하자!}$$

따라서 정수 x 는 0, 1, 2, 3으로 4개이다.

42 답 ⑤

$$x^2-2x-[x]=0 \text{ (단, } 2 \leq x < 4 \text{)} \text{에서}$$

$$(i) 2 \leq x < 3 \text{이면 } x^2-2x-2=0$$

$$\therefore x=1 \pm \sqrt{3}$$

$$\text{그런데 } 2 \leq x < 3 \text{ 이므로 } x=1+\sqrt{3}$$

$$(ii) 3 \leq x < 4 \text{이면 } x^2-2x-3=0$$

$$(x+1)(x-3)=0$$

$$\therefore x=-1 \text{ 또는 } x=3$$

$$\text{그런데 } 3 \leq x < 4 \text{ 이므로 } x=3$$

$$(i), (ii) \text{에 의하여 해는 } x=1+\sqrt{3} \text{ 또는}$$

$$x=3 \text{ 이므로 그 합은 } 4+\sqrt{3} \text{이다.}$$

43 [답] 15

이차함수 $y = -x^2 - ax$ 의 그래프와 직선 $y = -x + b$ 의 두 교점의 x 좌표가 각각 $-1, 5$ 이므로 이차방정식 $-x^2 - ax = -x + b$ 즉, $x^2 + (a-1)x + b = 0$ 의 두 근은 $-1, 5$ 이다.

따라서 근과 계수의 관계에 의하여

$$(\text{두 근의 합}) = -1 + 5 = -a + 1$$

$$\therefore a = -3$$

$$(\text{두 근의 곱}) = (-1) \times 5 = b$$

$$\therefore b = -5$$

$$\therefore ab = (-3) \times (-5) = 15$$

44 [답] 3

$x=1$ 은 범위 $-3 \leq x \leq 3$ 에 포함되고
이차함의 계수가 음수이므로
 $x=1$ 에서 최댓값을 갖는다.

$$y = -x^2 + 2x + k = -(x-1)^2 + 1 + k$$

$x=1$ 일 때,

$$\text{최댓값 } 1 + k = 10 \quad \therefore k = 9$$

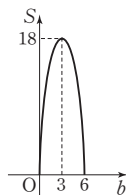
$x = -3$ 일 때, 대칭축 $x=1$ 에 대하여 $x=3$ 보다 $x=-3$ 이 더 멀리 있으므로 더 작은 값을 갖는다.

$$\text{최솟값 } m = -9 - 6 + 9 = -6$$

$$\therefore k + m = 3$$

즉, $b=3$ 일 때, 단면의 넓이 $S=18$ 로 최댓값을 갖는다.

이때, $b=3$ 이면 $a=6$ 이므로 $a+b=9$



46 [답] ④

$f(x) = ax^2 + (2a+1)x + 5$ 라 할 때,

$y=f(x)$ 의 그래프에서

(i) $a > 0$ 일 때,

$$f(-1) < 0 \text{에서 } -a + 4 < 0$$

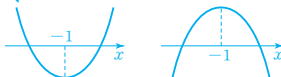
$$\therefore a > 4$$

(ii) $a < 0$ 일 때,

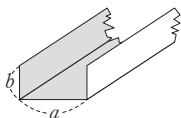
$$f(-1) > 0 \text{에서 } -a + 4 > 0 \Rightarrow a < 4$$

$$\therefore a < 0$$

(i), (ii)에 의하여 $a < 0$ 또는 $a > 4$



45 [답] 9



그림과 같이 구하는 단면의 가로 길이가 a , 세로 길이가 b 이므로

$$\text{금속판의 폭} : a + 2b = 12 \quad \textcircled{㉑}$$

→ 접힌 금속판을 펼쳤을 때, 금속판의 가로의 길이이다.

$$\text{단면의 넓이} : S = ab \quad \textcircled{㉒}$$

$$\therefore S = -2b(b-6)$$

$$= -2(b-3)^2 + 18$$

→ ㉑에서 $a = -2(b-6)$ ($0 < b < 6$)

이고 이것을 ㉒에 대입하자.

23 삼 · 사차방정식의 풀이 ~

32 연립이차부등식

핵심 개념 문제 정답 문제편 p. 58

47 풀이 참조 48 풀이 참조 49 ⑤

50 $x=4, y=4$ 51 $x=\frac{19}{2}, y=9$

52 $x=3, y=3$ 53 1 54 2

55 4 56 풀이 참조 57 8

58 3 59 ② 60 4

61 4 62 ①, ③

63 풀이 참조 64 ①

65 (1) $-3 \leq x < 3$ (2) $2 < x \leq 11$

66 3 67 풀이 참조

68 풀이 참조 69 풀이 참조

70 풀이 참조 71 풀이 참조

72 풀이 참조 73 $\frac{1}{2}$

74 (1) $-2 \leq x \leq 0$ (2) $x \leq -1$

75 $x \leq -1$ 또는 $x \geq 5$ 76 -6

47 [답] (1) $a=-12, x=1 \pm \sqrt{11}$
(2) $a=-31, x=15 \pm \sqrt{255}$

$$(1) (-1)^3 - (-1)^2 + a \times (-1) - 10 = 0$$

$$-1 - 1 - a - 10 = 0 \quad \therefore a = -12$$

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -1 & -12 & -10 \\ & & -1 & 2 & 10 \\ \hline & 1 & -2 & -10 & 0 \end{array}$$

조립제법에 의하여 주어진 방정식은

$$(x+1)(x^2-2x-10)=0$$

따라서 나머지 두 근은 $x=1 \pm \sqrt{11}$

$$(2) 1^3 + a \times 1^2 + 30 = 0$$

$$1 + a + 30 = 0 \quad \therefore a = -31$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -31 & 0 & 30 \\ & & 1 & -30 & -30 \\ \hline & 1 & -30 & -30 & 0 \end{array}$$

조립제법에 의하여 주어진 방정식은

$$(x-1)(x^2-30x-30)=0$$

따라서 나머지 두 근은 $x=15 \pm \sqrt{255}$

48 [답] $x=-2$ 또는 $x=-1$ 또는
 $x=1$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

주어진 방정식의 좌변을 $f(x)$ 라 하면

$$f(1)=0, f(-1)=0 \text{ 이므로}$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} 1 & 2 & 3 & -4 & -3 & 2 \\ & & 2 & 5 & 1 & -2 \\ \hline -1 & 2 & 5 & 1 & -2 & 0 \\ & & -2 & -3 & 2 \\ \hline & 2 & 3 & -2 & 0 \end{array}$$

$$f(x)=(x-1)(x+1)(2x^2+3x-2)$$

$$=(x-1)(x+1)(2x-1)(x+2)$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=-1 \text{ 또는 } x=1$$

$$\text{또는 } x=\frac{1}{2}$$

49 [답] ⑤
 $\omega^3+1=0, (\omega+1)(\omega^2-\omega+1)=0$
 $\omega^3=-1$ 에서 $\omega^2-\omega+1=0$ 이므로
 $\omega^5-\omega^4+\omega^3-\omega^2+\omega$
 $=\omega^3 \cdot \omega^2 - \omega^3 \cdot \omega + \omega^3 - \omega^2 + \omega$
 $=-2(\omega^2-\omega+1)+1=1$

50 [답] $x=4, y=4$

㉠에서 y 를 x 에 관한 식으로 나타내면

$$y=12-2x \cdots \text{㉡}$$

㉡을 ㉠에 대입하면

$$4x-3(12-2x)=4, 10x=40$$

$$\therefore x=4$$

$x=4$ 를 ㉡에 대입하면

$$y=12-2 \times 4 \quad \therefore y=4$$

51 답 $x=\frac{19}{2}, y=9$

㉠의 양변에 10을 곱하고, ㉡의 양변에 3과 2의 최소공배수 6을 곱하면

$$\begin{cases} 2x-y=10 \\ 2(x+1)-3(y-4)=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-y=10 & \cdots \text{㉢} \\ 2x-3y=-8 & \cdots \text{㉣} \end{cases}$$

㉢-㉣를 하면 $2y=18 \quad \therefore y=9$

$y=9$ 를 ㉢에 대입하면

$$2x-9=10 \quad \therefore x=\frac{19}{2}$$

52 답 $x=3, y=3$

$$\begin{cases} 2x+y=9 \cdots \text{㉠} \\ x+2y=9 \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠ $\times 2$ -㉡을 하면 $3x=9 \quad \therefore x=3$

$x=3$ 을 ㉠ 또는 ㉡에 대입하면 $y=3$

53 답 1

$$\begin{cases} x+2y=4 \cdots \text{㉠} \\ x^2+3y^2=31 \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠에서 $x=-2y+4$ 이므로 ㉡에 대입하면

$$(-2y+4)^2+3y^2=31, 7y^2-16y-15=0$$

$$(y-3)(7y+5)=0 \quad \therefore y=3 \text{ 또는 } y=-\frac{5}{7}$$

이것을 ㉠에 대입하면

$$\begin{cases} x=-2 \\ y=3 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=\frac{38}{7} \\ y=-\frac{5}{7} \end{cases}$$

이때, a, b 는 정수이므로 $a=-2, b=3$

$$\therefore a+b=1$$

54 답 2

$$\begin{cases} 2x^2-3xy+y^2=3 \cdots \text{㉠} \\ x^2+2xy-3y^2=5 \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

$$\text{㉠} \times 5 - \text{㉡} \times 3 \text{을 하면}$$

$$7x^2-21xy+14y^2=0$$

상수항을 소거한다.

$$x^2-3xy+2y^2=0, (x-y)(x-2y)=0$$

$$\therefore x=y \text{ 또는 } x=2y$$

㉡에서 $0 \cdot y^2=50$ 이므로 부적합

$$(i) x=y \text{ 일 때, } \text{㉠에서 } 0 \times y^2=3 \Rightarrow \text{부적합}$$

$$(ii) x=2y \text{ 일 때, } \text{㉠에서 } y^2=1$$

$$\therefore y=\pm 1, x=\pm 2 \text{ (복호동순)}$$

$$\therefore a\beta=2$$

$\hookrightarrow a\beta=1 \times 2=2 \text{ 또는 } a\beta=(-1) \times (-2)=2$

55 답 4

$$x+y=-2, xy=-3$$

대칭형으로 x, y 를 바꾸어도 같다.

이므로 x, y 는 t 에 대

한 이차방정식 $t^2+2t-3=0$ 의 두 근이다.

이 방정식의 좌변을 인수분해하면 $\hookrightarrow$ 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$(t+3)(t-1)=0 \quad \therefore t=-3 \text{ 또는 } t=1$$

$$\text{따라서 } x=-3, y=1 \text{ 또는 } x=1, y=-3$$

$$\text{이므로 } |a|+|\beta|=4$$

56 답 풀이 참조

x, y 가 정수이므로 $x+2, y-5$ 도 정수이다.

$x+2$	1	5	-1	-5
$y-5$	5	1	-5	-1

주어진 방정식의 해를 순서쌍 (x, y) 라 하면

(x, y) 는 $(-1, 10)$ 또는 $(3, 6)$ 또는

$(-3, 0)$ 또는 $(-7, 4)$

57 답 8

$$xy=x+y+2 \text{에서 } xy-x-y+1=3$$

$$\therefore (x-1)(y-1)=3 \quad \hookrightarrow (\text{일차식}) \times (\text{일차식}) = (\text{정수})$$

$x-1$	1	3	-1	-3
$y-1$	3	1	-3	-1

이때, x, y 는 양의 정수이므로

$$\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases} \quad \therefore xy=8$$

58 **답 3** x 또는 y 에 대한 내림차순으로 정리한 후
(판별식) ≥ 0 을 이용해서 풀어도 된다.

$$2x^2 - 6xy - 6x + 9y^2 + 9 = 0 \text{에서}$$

$$(x^2 - 6x + 9) + (x^2 - 6xy + 9y^2) = 0$$

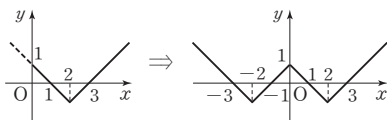
$$(x-3)^2 + (x-3y)^2 = 0 \quad \begin{matrix} A^2+B^2=0 \text{ 풀이} \\ \text{되도록 순서를 바꾼다.} \end{matrix}$$

x, y 는 모두 실수이므로

$$x-3=0, x-3y=0 \quad \therefore x=3, y=1$$

$$\therefore xy=3$$

59 **답 ②**

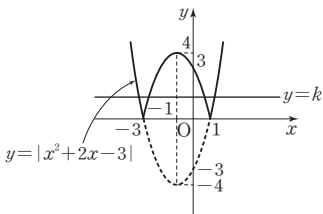


$x \geq 0$ 인 부분만 그린 후 y 축에 대하여 대칭이동한다.

60 **답 4**

방정식 $|x^2 + 2x - 3| - k = 0$ 의 해의 개수는 $y = |x^2 + 2x - 3|$, $y = k$ 의 그래프의 교점의 개수와 같다.

이때, $y = x^2 + 2x - 3 = (x+1)^2 - 4$ 이므로 그래프는 다음과 같다.



따라서 $0 < k < 4$ 일 때 교점의 개수가 4이므로

$$a=4, b=0 \quad \therefore a+b=4$$

61 **답 4**

$$y = x - [x] \text{에서}$$

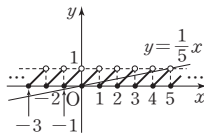
:

$$-1 \leq x < 0 \text{이면 } y = x + 1$$

$$0 \leq x < 1 \text{이면 } y = x$$

$$1 \leq x < 2 \text{ 이면 } y = x - 1$$

:



이므로 그림과 같이 직선 $y = \frac{1}{5}x$ 와의 교점

은 4개이다.

두 점 $(0, 0), (5, 1)$ 을
지나는 곡선

62 **답 ①, ③**

$$\textcircled{1} \quad 0.3 \times 4 - 1.2 = 0 \quad (\text{거짓})$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{1}{2} \times 3 + 11 \geq 12 \quad (\text{참})$$

$$\textcircled{3} \quad -4 + 2 \times 0 < 0 \quad (\text{거짓})$$

$$\textcircled{4} \quad -2 + 10 < 14 \quad (\text{참})$$

$$\textcircled{5} \quad 7 \times 4 + 15 > 2 \times 4 \quad (\text{참})$$

따라서 주어진 수가 해가 아닌 것은 ①, ③이다.

63 **답 풀이 참조**

$$2 - \frac{x-1}{3} \leq 5x + 2 \text{의 양변에 3을 곱하면}$$

$$6 - (x-1) \leq 15x + 6$$

$$6 - x + 1 \leq 15x + 6$$

$$-16x \leq -1$$

$$\therefore x \geq \frac{1}{16} \Rightarrow \left[\frac{1}{16}, \infty \right)$$

64 **답 ①**

$$ax + 6 > 0 \text{에서 } ax > -6 \quad \cdots \textcircled{1}$$

이 부등식의 해가 $x < 2$ 이므로 $a < 0$ 이다.

$$\textcircled{1} \text{의 양변을 } a \text{로 나누면 } x < -\frac{6}{a}$$

$$-\frac{6}{a} = 2 \quad \therefore a = -3$$

$a < 0$ 이니까
부등호 방향이 바뀐다.

65 [답] (1) $-3 \leq x < 3$

(2) $2 < x \leq 11$

(1) $3x+11 \geq 2$ 를 풀면 $3x \geq -9$

$$\therefore x \geq -3 \cdots \text{㉠}$$

$$2x-1 < 5 \text{를 풀면 } 2x < 6$$

$$\therefore x < 3 \cdots \text{㉡}$$

㉠, ㉡에 의하여 해는

$$-3 \leq x < 3$$

(2) $2x-8 \leq x+3$ 에서 $x \leq 11 \cdots \text{㉢}$

$$x+3 < 3x-1 \text{에서}$$

$$4 < 2x \quad \therefore 2 < x \cdots \text{㉣}$$

㉢, ㉣에 의하여 해는 $2 < x \leq 11$

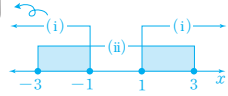
(3) (i) $1 \leq |x|$ 에서 $x \leq -1$ 또는 $x \geq 1$

(ii) $|x| \leq 3$ 에서 $-3 \leq x \leq 3$

(i), (ii)에 의하여

$$-3 \leq x \leq -1$$

$$\text{또는 } 1 \leq x \leq 3$$



68 [답] 풀이 참조

(1) $x < -2$ 또는 $x > 3$

(2) $x \leq -2$ 또는 $x \geq 3$

(3) $-2 < x < 3$

(4) $-2 \leq x \leq 3$

69 [답] 풀이 참조

(1) $x \neq 2$ 인 모든 실수

(2) 모든 실수

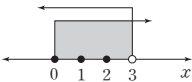
(3) 해가 없다.

(4) $x=2$

66 [답] 3

$$2x-5 < 1 \text{에서 } 2x < 6 \quad \therefore x < 3$$

$$x+5 \geq 5-3x \text{에서 } 4x \geq 0 \quad \therefore x \geq 0$$



따라서 $0 \leq x < 3$ 이 두 부등식을 모두 만족시키는 x 이므로 구하는 정수 x 는 0, 1, 2로 3개이다.

67 [답] (1) $-4 \leq x \leq 4$

(2) $x \leq 0$ 또는 $x \geq 4$

(3) $-3 \leq x \leq -1$ 또는

$$1 \leq x \leq 3$$

(1) $|x| \leq 4$ 에서 $-4 \leq x \leq 4$

(2) (i) $x \geq 2$ 일 때, $x-2 \geq 2$

$$\therefore x \geq 4$$

(ii) $x < 2$ 일 때, $-(x-2) \geq 2$

$$-x+2 \geq 2 \quad \therefore x \leq 0$$

(i), (ii)에 의하여 $x \leq 0$ 또는 $x \geq 4$

70 [답] 풀이 참조

(1) 모든 실수

(2) 모든 실수

(3) 해가 없다.

(4) 해가 없다.

71 [답] (1) $2 \leq x \leq 5$

(2) $x \leq -2$ 또는 $x \geq 4$

(3) $x = -5$

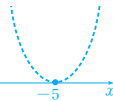
(4) 모든 실수

(1) $(x-2)(x-5) \leq 0$ 에서 $2 \leq x \leq 5$

(2) $(x+2)(x-4) \geq 0$ 에서

$$x \leq -2 \text{ 또는 } x \geq 4$$

(3) $(x+5)^2 \leq 0$ 에서 $x = -5$



(4) $x^2+x+1 = \left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4}$ 이므로

$x^2+x+1 > 0$ 의 해는 모든 실수이다.

72 **답** (1) $x^2 - 11x + 24 \leq 0$

(2) $x^2 - 9 < 0$

(3) $x^2 - 8x + 12 \geq 0$

(4) $x^2 + 4x - 5 > 0$

(1) 해가 $3 \leq x \leq 8$ 이고 이차항의 계수가 1인

이차부등식은 $(x-3)(x-8) \leq 0$

$\therefore x^2 - 11x + 24 \leq 0$

(2) 해가 $-3 < x < 3$ 이고 이차항의 계수가 1

인 이차부등식은 $(x-3)(x+3) < 0$

$\therefore x^2 - 9 < 0$

(3) 해가 $x \leq 2$ 또는 $x \geq 6$ 이고 이차항의 계수가 1인 이차부등식은

$(x-2)(x-6) \geq 0 \therefore x^2 - 8x + 12 \geq 0$

(4) 해가 $x < -5$ 또는 $x > 1$ 이고 이차항의 계수가 1인 이차부등식은

$(x-1)(x+5) > 0 \therefore x^2 + 4x - 5 > 0$

73 **답** $\frac{1}{2}$

$(x-a)(x-\beta) > 0 \iff x < a$ 또는 $x > \beta$ (단, $a < \beta$)
 α, β 가 이차방정식 $x^2 + 2x - 4 = 0$ 의 두 근

이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha + \beta = -2, \alpha\beta = -4$

$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$

74 **답** (1) $-2 \leq x \leq 0$

(2) $x \leq -1$

(1) $4 + x \leq -2x + 10$ 에서 $3x \leq 6$

$\therefore x \leq 2 \dots \text{㉠}$

$x(x+2) \leq 0$ 에서 $-2 \leq x \leq 0 \dots \text{㉡}$

㉠, ㉡의 공통부분은 $-2 \leq x \leq 0$

(2) $x + 2 < -6x + 16$ 에서 $7x < 14$

$\therefore x < 2 \dots \text{㉢}$

$x^2 - x - 2 \geq 0$ 에서 $(x-2)(x+1) \geq 0$

$\therefore x \leq -1$ 또는 $x \geq 2 \dots \text{㉣}$

㉠, ㉢의 공통부분은 $x \leq -1$



75 **답** $x \leq -1$ 또는 $x \geq 5$

$2x^2 - x - 1 > 0$ 에서

$(2x+1)(x-1) > 0$

$\therefore x < -\frac{1}{2}$ 또는 $x > 1 \dots \text{㉠}$

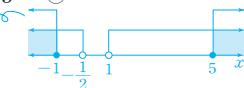
$-x^2 + 4x + 5 \leq 0$ 에서 $x^2 - 4x - 5 \geq 0$

$(x-5)(x+1) \geq 0$

$\therefore x \leq -1$ 또는 $x \geq 5 \dots \text{㉡}$

㉠, ㉡의 공통부분은

$x \leq -1$ 또는 $x \geq 5$



76 **답** -6

$g(x) - f(x) > 0$ 에서 $g(x) > f(x)$ 이므로

부등식 $g(x) - f(x) > 0$ 의 해는 함수

$y = f(x)$ 의 그래프가 함수 $y = g(x)$ 의 그래프보다 아래쪽에 있는 x 의 값의 범위이다.

$\therefore -10 < x < 4$ (두 함수의 그래프의 교점의 x 좌표가 -10, 4이다.)

따라서 $a = -10, \beta = 4$ 이므로

$\alpha + \beta = -6$

종합 연습 문제 정답

문제편 p. 78

77 26

78 18

79 30

80 244

81 ⑤

82 ③

83 ③

84 ②

77 **답** 26

이와 같이 묶어 전개하면 $x^2 - x$ 가 공통이므로 치환하여 간단히 전개가 가능하다.

$(x+1)(x-2)(x+3)(x-4) = 144$

$(x^2 - x - 2)(x^2 - x - 12) = 144$

$$\begin{aligned}
 x^2 - x &= t \text{로 치환하면} \\
 (t-2)(t-12) &= 144 \\
 t^2 - 14t - 120 &= 0, (t+6)(t-20) = 0 \\
 \text{↷ } x^2 - x + 6 = 0 \text{ 또는 } x^2 - x - 20 = 0 \text{의 근과 계수의 관계에} \\
 &\text{의하여 각각 두 근의 곱을 바로 구할 수 있다.} \\
 (x^2 - x + 6)(x^2 - x - 20) \\
 &= (x^2 - x + 6)(x-5)(x+4) = 0 \\
 \therefore x &= -4 \text{ 또는 } x = 5 \text{ 또는 } x = \frac{1 \pm \sqrt{23}i}{2} \\
 \alpha\beta &= -20, \gamma\delta = 6 \\
 \therefore \gamma\delta - \alpha\beta &= 6 - (-20) = 26
 \end{aligned}$$

78 [답] 18

$$\begin{cases} 2x + y = k \cdots \textcircled{1} \\ x^2 + 2y^2 = 4 \cdots \textcircled{2} \end{cases} \text{라 하면}$$

①에서 $y = -2x + k$ 이므로 ②에 대입하면

$$9x^2 - 8kx + 2k^2 - 4 = 0 \cdots \textcircled{3}$$

연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지려면
이차방정식 ③이 중근을 가져야 하므로 판별
식을 D 라 하면 $\frac{D}{4} = 16k^2 - 9(2k^2 - 4) = 0$

$$2k^2 = 36 \quad \therefore k^2 = 18$$

79 [답] 30

두 이차방정식의 공통근을 α 라 하면

$$\begin{cases} 2\alpha^2 - (3k-1)\alpha + 3k = 0 \cdots \textcircled{1} \\ 2\alpha^2 - (k-1)\alpha - 2k = 0 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①-②을 하면 $k(-2\alpha+5)=0$

$$\therefore k=0 \text{ 또는 } \alpha = \frac{5}{2}$$

↷ $2x^2+x=0$ 으로
 $x=0$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$

$k=0$ 이면 주어진 두 이차방정식이 일치하
고, 서로 다른 두 공통근을 갖는다.

따라서 $\alpha = \frac{5}{2}$ 이고 이것을 ①에 대입하면

$$\frac{25}{2} - (3k-1) \times \frac{5}{2} + 3k = 0$$

$$\frac{9}{2}k = 15 \quad \therefore k = \frac{10}{3}$$

$$\therefore 9k = 30$$

80 [답] 244

$$|x^2 + 3x - 4| - \frac{1}{3}x + k = 0 \text{에서}$$

$$|x^2 + 3x - 4| = \frac{1}{3}x - k \text{이므로}$$

$y = \frac{1}{3}x - k$ 의 그
래프가 ①과 ② 사
이에 있어야 서로
다른 네 점에서 만
난다.

↷ $-4 < x < 1$ 일 때 $x^2 + 3x - 4 < 0$ 이므로
 $|x^2 + 3x - 4| = -x^2 - 3x + 4$

①일 때, $-x^2 - 3x + 4 = \frac{1}{3}x - k$

즉, $3x^2 + 10x - 12 - 3k = 0$ 이 중근을 가져
야 하므로 판별식을 D 라 하면

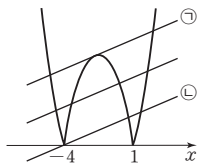
$$\frac{D}{4} = 5^2 - 3 \times (-12 - 3k) = 0 \quad \therefore k = -\frac{61}{9}$$

②일 때, $y = \frac{1}{3}x - k$ 가 $(-4, 0)$ 을 지나므로

$$0 = -\frac{4}{3} - k \quad \therefore k = -\frac{4}{3}$$

따라서 $-\frac{61}{9} < k < -\frac{4}{3}$ 에서

$$a = -\frac{61}{9}, b = -\frac{4}{3} \text{이므로 } 27ab = 244$$



81 [답] ⑤

$$2(x-a) \geq -(3x-1) + 3 \text{에서}$$

$$x \geq \frac{2a+4}{5}$$

$-(a-1) \geq x-2$ 에서 $x \leq -a+3$

주어진 연립부등식의 해가 존재하지 않으려
면 그림과 같아야 한다.

즉, $-a+3 < \frac{2a+4}{5}$ 에서

$$-5a+15 < 2a+4 \quad \therefore a > \frac{11}{7}$$

82 답 ③

두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여

$$f(x) = -(x-a)(x-\gamma)$$

$$g(x) = (x-a)(x-\beta)$$

$f(x) > g(x)$ 에서

$$-(x-a)(x-\gamma) > (x-a)(x-\beta)$$

$$(x-a)(2x-\beta-\gamma) < 0$$

$$\therefore a < x < \frac{\beta+\gamma}{2} \quad (\because a < 0 < \beta < \gamma)$$

83 답 ③

$(k-1)x^2 - (k-1)x + k < 0$ 에서
최고차항의 계수가 음수이어야 한다.

$$k-1 < 0 \text{ 이므로 } k < 1 \cdots \text{㉠}$$

이차방정식 $(k-1)x^2 - (k-1)x + k = 0$

의 판별식을 D 라 할 때, $\rightarrow$ 공통인수 $(k-1)$ 로 묶어주자.

$$D = (k-1)^2 - 4k(k-1)$$

$$= -(3k+1)(k-1) < 0$$

$$\therefore k < -\frac{1}{3} \text{ 또는 } k > 1 \cdots \text{㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡에서 } k < -\frac{1}{3}$$

84 답 ②

해가 $x < -2$ 또는 $x > 5$ 이고 계수가 1인 이차부등식은

$$(x+2)(x-5) > 0, x^2 - 3x - 10 > 0$$

$$\therefore ax^2 - 3ax - 10a < 0 \quad (\because a < 0)$$

$\rightarrow$ 부등호의 방향 통일을 위해 음수를 곱하자.

이 부등식이 $ax^2 + bx + 10 < 0$ 과 같으므로

$$-3a = b, -10a = 10$$

$$\therefore a = -1, b = 3$$

이를 $ax^2 - bx + 10 > 0$ 에 대입하면

$$-x^2 - 3x + 10 > 0, x^2 + 3x - 10 < 0$$

$$(x+5)(x-2) < 0 \quad \therefore -5 < x < 2$$

$\rightarrow$ 양변에 -1 을 곱하여 이차항의 계수를 양수로 바꾸자.
이때, 부등호의 방향이 바뀐다에 유의하자.

III. 도형의 방정식

33 두 점 사이의 거리 ~

41 점과 직선 사이의 거리

핵심 개념 문제 정답 문제편 p. 80

01 (1) 3 (2) 4 02 (1) $2\sqrt{5}$ (2) $\sqrt{85}$

03 (1) 1 (2) $\sqrt{46}$ 04 풀이 참조

05 (3, 5) 06 7

07 풀이 참조 08 2 09 $\frac{4}{3}$

10 풀이 참조 11 풀이 참조

12 풀이 참조 13 풀이 참조

14 풀이 참조 15 $y = 3x - 3$

16 ⑤ 17 2

18 $a = -\frac{2}{3}, b = -7$

19 (1) $m=2, n \neq 1$ (2) $m=2, n=1$

20 $y = -3x - 5$ 21 $\frac{1}{2}$

22 $x + 4y - 8 = 0$ 23 $x + 2y + 1 = 0$

24 -2 25 (1) 1 (2) $2\sqrt{5}$

26 ② 27 $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

01 답 (1) 3 (2) 4

(1) $\overline{AB} = |2 - (-1)| = 3$

(2) $\overline{AB} = |-3 - (-7)| = 4$

02 답 (1) $2\sqrt{5}$ (2) $\sqrt{85}$

(1) A(1, 2), B(5, 4)이므로

두 점 A, B 사이의 거리는

$$\overline{AB} = \sqrt{(5-1)^2 + (4-2)^2} = 2\sqrt{5}$$

(2) A(-2, -3), B(5, 3)이므로

두 점 A, B 사이의 거리는

$$\overline{AB} = \sqrt{[5 - (-2)]^2 + [3 - (-3)]^2} = \sqrt{85}$$

03 답 (1) 1 (2) $\sqrt{46}$

- (1) 중선정리에 의하여 $5^2 + 7^2 = 2(x^2 + 6^2)$
 $74 = 2x^2 + 72, x^2 = 1 \quad \therefore x = 1$
- (2) 중선정리에 의하여
 $x^2 + 6^2 = 2(5^2 + 4^2)$
 $x^2 + 36 = 82, x^2 = 46 \quad \therefore x = \sqrt{46}$

04 답 풀이 참조

- (1) 내분점 : $(2, 2)$, 외분점 : $(-2, 6)$,
 중점 : $(\frac{5}{2}, \frac{3}{2})$ $(\frac{1 \cdot 4 + 2 \cdot 1}{1+2}, \frac{1 \cdot 0 + 2 \cdot 3}{1+2})$
 $(\frac{1 \cdot 4 - 2 \cdot 1}{1-2}, \frac{1 \cdot 0 - 2 \cdot 3}{1-2})$
- (2) 내분점 : $(\frac{4}{3}, -\frac{5}{3})$, 외분점 : $(12, -15)$,
 중점 : $(0, 0)$

05 답 (3, 5)

$D(a, b)$ 라 하면, 평행사변형의 두 대각선 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 는 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{AC}$ 의 중점과 $\overline{BD}$ 의 중점이 일치한다.

$(\frac{1+1}{2}, \frac{2+1}{2})$ $(\frac{-1+a}{2}, \frac{-2+b}{2})$
 즉, $\frac{1+1}{2} = \frac{-1+a}{2}$ 에서 $a=3$,

$\frac{2+1}{2} = \frac{-2+b}{2}$ 에서 $b=5$ 이므로 구하는 점 D의 좌표는 (3, 5)

06 답 7

삼각형 ABC의 무게중심 G의 좌표가 $(-3, 2)$ 이므로 $(\frac{-18+5+a}{3}, \frac{2-3+a}{3})$
 $\frac{2-3+a}{3} = 2, -1+a=6 \quad \therefore a=7$

07 답 풀이 참조

- (1) x절편 : 2, y절편 : -4
 (2) x절편 : $\frac{1}{3}$, y절편 : 1
 (3) x절편 : -8, y절편 : -6

08 답 2

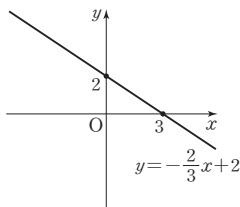
(기울기) = $\frac{(y\text{값의 증가량})}{(x\text{값의 증가량})}$
 $= \frac{9-3}{5-2} = \frac{6}{3} = 2$

09 답 $\frac{4}{3}$

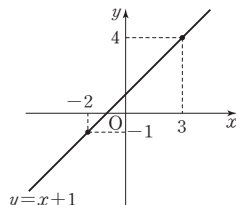
$y=ax+6$ 의 그래프를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프는 $y=ax+6-2=ax+4$ 이다.
 이 그래프의 x절편이 -3이므로 점 $(-3, 0)$ 을 대입하면
 $0 = -3a + 4 \quad \therefore a = \frac{4}{3}$

10 답 풀이 참조

- (1) $y = -\frac{2}{3}x + 2$ 의 그래프가 지나는 두 점은 $(3, 0), (0, 2)$ 이고 그래프는 다음과 같다.



- (2) $y = x + 1$ 의 그래프가 지나는 두 점은 $(3, 4), (-2, -1)$ 이고 그래프는 다음과 같다.



11 [답] 풀이 참조

$$y = -3x + 6 \text{에}$$

$y=0$ 을 대입하면

$$0 = -3x + 6$$

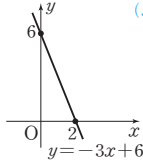
$$\therefore x = 2$$

$$y = -3x + 6 \text{에}$$

$x=0$ 을 대입하면

$$y = -3 \times 0 + 6 \quad \therefore y = 6$$

따라서 $y = -3x + 6$ 의 x 절편과 y 절편은 각각 2, 6이므로 그래프는 그림과 같다.



- (3) 기울기가 $\frac{-3-3}{5+1} = -1$ 이므로
 (y의 증가량)
 (x의 증가량)
 $y = -(x+1) + 3$
 $\therefore y = -x + 2$ (기울기가 -1이고 한 점 $(-1, 3)$ 을 지나는 직선)
 (4) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ 에서 $3x + 2y = 6$
 $\therefore y = -\frac{3}{2}x + 3$

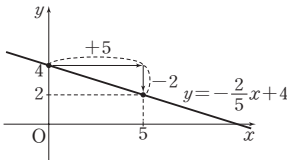
12 [답] 풀이 참조

$$y = -\frac{2}{5}x + 4 \text{에서 } y\text{절편이 } 4, \text{ 기울기가 } -\frac{2}{5}$$

이므로 이 그래프는 점 $(0, 4)$ 에서 x 축으로 5만큼 증가하고, y 축으로 2만큼 감소한

점 $(5, 2)$ 을 지난다. $(0, 4) \Rightarrow (0+5, 4-2) = (5, 2)$

따라서 구하는 그래프는 다음 그림과 같다.



13 [답] (1) $y = \sqrt{3}x - 3$

$$(2) y = \frac{1}{2}x - 2$$

$$(3) y = -x + 2$$

$$(4) y = -\frac{3}{2}x + 3$$

(1) 기울기가 $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$ 이므로

$$y = \sqrt{3}x - 3$$

(x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 θ 이면 (기울기) = $\tan \theta$)

$$(2) y = \frac{1}{2}(x-2) - 1 \quad \therefore y = \frac{1}{2}x - 2$$

14 [답] (1) $3x - 4y - 24 = 0$

$$(2) 13x + 6y - 10 = 0$$

$$(3) x - 3y + 3 = 0$$

(1) 기울기가 $\frac{3}{4}$ 이고, 점 $(4, -3)$ 을 지나는

직선의 방정식은

$$y + 3 = \frac{3}{4}(x - 4)$$

$$\frac{3}{4}x - y - 6 = 0$$

$$\therefore 3x - 4y - 24 = 0$$

(2) 기울기가 $\frac{-7-6}{4-(-2)} = -\frac{13}{6}$ 이고,

점 $(-2, 6)$ 을 지나는 직선의 방정식은

$$y - 6 = -\frac{13}{6}(x + 2)$$

$$6y - 36 = -13x - 26$$

$$\therefore 13x + 6y - 10 = 0$$

(3) x 절편이 -3 , y 절편이 1 인 직선의 방정

$$\text{식은 } \frac{x}{-3} + \frac{y}{1} = 1, x - 3y = -3$$

$$\therefore x - 3y + 3 = 0$$

15 [답] $y = 3x - 3$

두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$$x + 3y - 1 + k(2x + y - 2) = 0 \quad \text{㉠}$$

이 직선이 점 $(2, 3)$ 을 지나므로

$$10 + 5k = 0 \text{에서 } k = -2$$

이를 ㉠에 대입하면 $x=2, y=3$ 을 ㉠에 대입하자.

$$x + 3y - 1 - 2(2x + y - 2) = 0$$

$$\therefore -3x + y + 3 = 0 \Leftrightarrow y = 3x - 3$$

16 [답] ⑤

평행하기 위해서는 기울기가 같고 y 절편은 달라야 한다.

①은 $y+2x=5 \Rightarrow y=-2x+5$
이므로 일치한다.

따라서 ⑤ $y=-2x+4$ 와 평행하다.

17 [답] 2

두 직선이 평행하므로 기울기가 같다.

$$\therefore a=4$$

$y=4x-5$ 의 그래프는 점 $(b, 3)$ 을 지나므로

$x=b, y=3$ 을 대입하면

$$3=4b-5 \quad \therefore b=2$$

$$\therefore a-b=4-2=2$$

18 [답] $a=-\frac{2}{3}, b=-7$

두 일차함수의 그래프가 일치하려면 기울기와 y 절편이 모두 같아야 한다.

즉, $y=-\frac{2}{3}(x-6)+b$ $\xrightarrow{y=ax+b \text{의 꼴로 고쳐서 비교하자.}}$

$$=-\frac{2}{3}x+4+b=ax-3 \text{에서}$$

$$a=-\frac{2}{3}, 4+b=-3$$

$$\therefore a=-\frac{2}{3}, b=-7$$

19 [답] (1) $m=2, n \neq 1$

$$(2) m=2, n=1$$

(1) 두 직선이 평행하려면 기울기가 같고 y 절편이 달라야 하므로 $m=2, n \neq 1$

(2) 두 직선이 일치하려면 기울기와 y 절편이 각각 같아야 하므로 $m=2, n=1$

20 [답] $y=-3x-5$

$y=-3x+1$ 에 평행하므로 직선의 기울기는 -3 이다.

점 $(-2, 1)$ 을 지나므로

$$y=-3(x+2)+1$$

$$\therefore y=-3x-5 \quad \xrightarrow{\text{기울기가 } m \text{이고 점 } (a, b) \text{를 지나는 직선의 방정식은 } y=m(x-a)+b}$$

21 [답] $\frac{1}{2}$

두 직선 $x-ky+2=0, 2x-y+3=0$ 이 평행하므로

$$\frac{1}{2}=\frac{k}{1} \neq \frac{2}{3} \quad \therefore k=\frac{1}{2}$$

$\xrightarrow{x, y \text{의 계수의 비는 같고 상수의 비는 다르다.}}$

22 [답] $x+4y-8=0$

직선의 기울기는 $-\frac{1}{4}$ 이고 점 $(4, 1)$ 을 지나므로

$$\xrightarrow{y=4x+1 \text{에 수직이므로}}$$

$$y=-\frac{1}{4}(x-4)+1=-\frac{1}{4}x+2$$

$$\therefore x+4y-8=0$$

23 [답] $x+2y+1=0$

$4x-2y+3=0$ 에 수직인 직선의 기울기는

$$-\frac{1}{2} \text{이고 점 } (1, -1) \text{을 지나므로}$$

$$y=-\frac{1}{2}(x-1)-1$$

$$=-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$$

$$\therefore x+2y+1=0$$

$$\xrightarrow{2x+4y+c=0 \text{이 점 } (1, -1) \text{을 지나므로 } 2-4+c=0 \text{에서 } c=2 \therefore x+2y+1=0}$$

24 [답] -2

$$1 \times 2 + (-k) \times (-1) = 0$$

$$\therefore k=-2 \quad \xrightarrow{ax+by+c=0, a'x+b'y+c'=0 \text{이 수직이면 } aa'+bb'=0}$$

25 [답] (1) 1 (2) $2\sqrt{5}$

구하는 거리를 d 라고 하면

$$(1) d = \frac{|-5|}{\sqrt{3^2+4^2}} = 1 \quad \begin{array}{l} \text{직선 } ax+by+c=0 \text{ 과 점 } (x_1, y_1) \\ \text{사이의 거리는 } d = \frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} \end{array}$$

$$(2) 2x - y + 10 = 0 \text{ 이므로}$$

$$d = \frac{|2 \times 1 - 2 + 10|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$$

26 [답] ②

점 $(1, -1)$ 과 직선 $4x + 5y + k = 0$ 사이의 거리가 2이므로

$$\frac{|4 \times 1 + 5 \times (-1) + k|}{\sqrt{4^2 + 5^2}} = 2$$

$$\frac{|k-1|}{\sqrt{41}} = 2, |k-1| = 2\sqrt{41}$$

$$k-1 = \pm 2\sqrt{41}$$

$$\therefore k = 2\sqrt{41} + 1 \text{ 또는 } k = -2\sqrt{41} + 1$$

따라서 모든 실수 k 의 값의 합은

$$2\sqrt{41} + 1 + (-2\sqrt{41} + 1) = 2$$

27 [답] $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

주어진 두 직선은 평행하므로 직선

$x + 2y + 5 = 0$ 위의 한 점 $(-5, 0)$ 과 직선

$x + 2y + 8 = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|-5 + 2 \times 0 + 8|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5} \quad \begin{array}{l} \text{직선 위의 임의의} \\ \text{한 점을 찾자.} \end{array}$$

종합 연습 문제 정답

문제편 p. 98

28 풀이 참조 29 $(-2, 0)$

30 $\frac{1}{9}$ 31 1 32 2

33 ① 34 ② 35 ④

28 [답] $\angle A = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형

$A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 에서

$$AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(0-1)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{17}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(-3-0)^2 + (0-5)^2} = \sqrt{34}$$

$$\overline{CA} = \sqrt{(-3-1)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{17}$$

$$\therefore \overline{AB} = \overline{CA}, \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{BC}^2$$

따라서 $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각이등변 삼각형이다.

29 [답] $(-2, 0)$

$A(-4, 5), B(3, 2)$ 에서 같은 거리에 있는

x 축 위의 점을 $P(x, 0)$ 이라 하면

$$\overline{AP} = \overline{BP} \text{ 이므로 } \overline{AP}^2 = \overline{BP}^2 \quad \begin{array}{l} x\text{축 위의 점의} \\ y\text{좌표는 } 0 \text{이다.} \end{array}$$

$$(x+4)^2 + (0-5)^2 = (x-3)^2 + (0-2)^2$$

$$x^2 + 8x + 16 + 25 = x^2 - 6x + 9 + 4$$

$$\text{에서 } 14x = -28 \text{ 이므로 } x = -2$$

즉, 점 P의 좌표는 $(-2, 0)$ 이다.

30 [답] $\frac{1}{9}$

세 점 $A(1, 4), B(a, -4), C(2a, -3)$ 이

한 직선 위에 있으면 점 A가 직선 BC 위에 있게 된다. 즉, 직선 AB의 기울기와 직선 BC의 기울기가 같아야 하므로

$$\frac{4 - (-4)}{1 - a} = \frac{-3 - (-4)}{2a - a}$$

$$8a = 1 - a, 9a = 1 \quad \therefore a = \frac{1}{9}$$

31 답 1

두 직선 $2x+y-3=0$, $x-2y=1$ 의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$$(2x+y-3)+k(x-2y-1)=0 \cdots \textcircled{1}$$

직선 $\textcircled{1}$ 이 점 $(3, 2)$ 를 지나므로

$$5-2k=0 \quad \therefore k=\frac{5}{2}$$

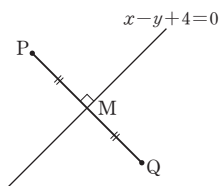
$k=\frac{5}{2}$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하여 정리하면

$$9x-8y-11=0$$

따라서 $a=9$, $b=-8$ 이므로

$$a+b=1$$

32 답 2



직선 PQ와 직선 $y=x+4$ 가 수직이므로

$$(\text{직선 PQ의 기울기}) = \frac{b-4}{a-(-2)} = -1$$

$$\therefore a+b=2 \cdots \textcircled{1}$$

한편, 선분 PQ의 중점을 M이라 하면

$$M\left(\frac{-2+a}{2}, \frac{4+b}{2}\right)$$

이때, 점 M이 직선 $y=x+4$ 위에 있으므로

$$\frac{4+b}{2} = \frac{-2+a}{2} + 4$$

$$\therefore a-b=-2 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a=0$, $b=2$

$$\therefore a+b=2$$

33 답 ①

주어진 두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식은 $(x-y+2)+k(x+y)=0$ 에서

$$(1+k)x-(1-k)y+2=0 \text{이다.}$$

이 직선과 원점 $O(0, 0)$ 사이의 거리 d 는

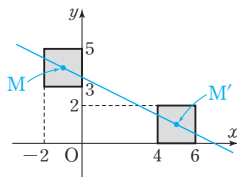
$$\begin{aligned} d &= \frac{2}{\sqrt{(1+k)^2 + (1-k)^2}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{2(k^2+1)}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{k^2+1}} \end{aligned}$$

이때, 거리 d 가 최대이려면 분모가 최소이어야 한다.

따라서 $k=0$ 일 때, d 의 최댓값은 $\sqrt{2}$ 이다.

34 답 ②

두 직사각형의 넓이를 동시에 이등분하는 직선은 두 직사각형의 대각선의 교점을 지난다.



그림과 같이 두 직사각형의 대각선의 교점을 각각 M, M'이라 하면

점 M은 두 점 $(-2, 5)$ 와 $(0, 3)$ 의 중점 (또는 $(0, 5)$ 와 $(-2, 3)$ 의 중점)이므로

$$M\left(\frac{-2+0}{2}, \frac{5+3}{2}\right)$$

$$\therefore M(-1, 4)$$

또, 점 M'은 두 점 $(6, 2)$, $(4, 0)$ 의 중점 (또는 $(4, 2)$ 와 $(6, 0)$ 의 중점)이므로

$$M'\left(\frac{6+4}{2}, \frac{2+0}{2}\right)$$

$$\therefore M'(5, 1)$$

따라서 두 점 $M(-1, 4)$, $M'(5, 1)$ 을 지나는 직선의 방정식은

$$\begin{aligned} y &= \frac{1-4}{5-(-1)}(x+1)+4 \\ &= -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2} \end{aligned}$$

$$\therefore x+2y-7=0$$

35 답 ④

직선 $3x+4y-1=0$ 의 방정식은 표준형으로 표현하면

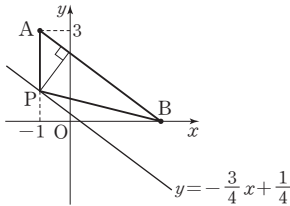
$$y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$$

한편, 두 점 A(-1, 3), B(3, 0)을 지나는 직선의 방정식은

$$y = \frac{3-0}{-1-3}(x-3) \quad \therefore y = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{4}$$

한편, 점 P는 직선 $y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$ 위의 한 점이고 두 직선 $y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$,

$y = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{4}$ 는 서로 평행하므로 점 P의 위치에 상관없이 삼각형 PAB의 넓이는 일정하다.
→ 밑변 AB의 길이는 일정하고 높이는 두 직선 사이의 거리로 항상 일정하므로



이때, 삼각형 PAB의 넓이는 평행한 두 직선 사이의 거리와 같으므로

직선 $y = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{4}$ 위의 한 점 (-1, 3)과 직선 $3x+4y-1=0$ 사이의 거리를 d 라 하면 ($\triangle PAB$ 의 넓이) $= d$

$$= \frac{|3 \times (-1) + 4 \times 3 - 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{8}{5}$$

또한, $\overline{AB} = \sqrt{\{3 - (-1)\}^2 + \{0 - 3\}^2} = 5$ 이므로

$$\triangle PAB = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times d = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{8}{5} = 4$$

42 원의 정의 및 방정식 ~

51 점과 직선에 대한 대칭이동

핵심 개념 문제 정답 문제편 p. 100

- | | |
|---|---------------------------|
| 36 풀이 참조 | 37 풀이 참조 |
| 38 풀이 참조 | 39 (1) 6 (2) 7 |
| 40 3 | 41 $4\pi \text{ cm}^2$ |
| 42 풀이 참조 | 43 5 |
| 44 $4\sqrt{7}$ | 45 5 cm |
| 46 $9\sqrt{3} \text{ cm}^2$ | 47 $y = -x \pm 2\sqrt{2}$ |
| 48 $3x - 4y = 25$ | 49 ③ |
| 50 $y = \pm \frac{5\sqrt{11}}{11}(x-6)$ | |
| 51 $y=5$ 또는 $y = -\frac{12}{5}x + \frac{61}{5}$ | |
| 52 $M = \sqrt{41} + 2$, $m = \sqrt{41} - 2$ | |
| 53 ②, ④ | 54 풀이 참조 55 ① |
| 56 $y = 2x + 5$ | 57 ② |
| 58 풀이 참조 | 59 $a=3$, $b=4$ |
| 60 풀이 참조 | 61 ⑤ |
| 62 (3, 5) | 63 $a=0$, $b=5$, $c=50$ |

36 답 풀이 참조

(1) 중심의 좌표 : (3, -1),

반지름의 길이 : 4

(2) 중심의 좌표 : (7, 0), 반지름의 길이 : 6

37 답 풀이 참조

(1) $x^2 + y^2 - 6y = 0$ 에서

$$x^2 + y^2 - 6y + 9 = 9, \quad x^2 + (y-3)^2 = 3^2$$

중심의 좌표 : (0, 3), 반지름의 길이 : 3

(2) $x^2 + y^2 - 2x + 8y = 0$ 에서

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 + 8y + 16 = 17$$

$$(x-1)^2 + (y+4)^2 = 17$$

중심의 좌표 : (1, -4),

반지름의 길이 : $\sqrt{17}$

38 **답** (1) $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 25$
(2) $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 18$

(1) 반지름의 길이를 r 라 하면

$$r = \sqrt{(-4)^2 + 3^2} = 5$$

$$\therefore (x+4)^2 + (y-3)^2 = 25$$

(2) 지름의 길이가 **중심 $(-4, 3)$ 에서 원 위의 점 $(0, 0)$ 까지의 거리가 반지름의 길이다.**

$$\sqrt{(4+2)^2 + (-1-5)^2} = 6\sqrt{2} \text{이므로 반}$$

지름의 길이를 r 라 하면 $r = 3\sqrt{2}$

$$\text{또, 중심의 좌표는 } \left(\frac{-2+4}{2}, \frac{5-1}{2} \right),$$

즉 $(1, 2)$ 이므로 구하는 원의 방정식은

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 18$$

지름의 중점이 원의 중심이다.

39 **답** (1) 6 (2) 7

(1) 원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로 선분 AH 의 길이는 8이다.

피타고라스 정리에 의하여

$$x = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$$

(2) 원의 중심으로부터 같은 거리에 있는 두 현의 길이는 서로 같으므로

$$\overline{AB} = 14$$

$$\therefore x = \overline{BN} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 7$$

40 **답** 3 $\overline{AB} \perp \overline{OM}$ 이므로 $\overline{AM} = \overline{BM}$

$$\overline{AB} = 8 \text{이므로 } \overline{AM} = 4$$

$\triangle AMO$ 에서 피타고라스 정리에 의하여

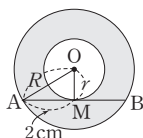
$$(x+2)^2 = x^2 + 4^2 \quad \overline{OA}^2 = \overline{AM}^2 + \overline{OM}^2$$

$$x^2 + 4x + 4 = x^2 + 16, 4x = 12$$

$$\therefore x = 3$$

41 **답** $4\pi \text{ cm}^2$

원의 중심 O 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 M 이라 하자.



$$\overline{AB} \perp \overline{OM} \text{이므로 } \overline{AM} = \overline{BM}$$

큰 원의 반지름의 길이를 R , 작은 원의 반지름의 길이를 r 라 하면

$\triangle AMO$ 에서 피타고라스 정리에 의하여

$$R^2 = r^2 + 2^2 \text{ 즉, } R^2 - r^2 = 4 \cdots \textcircled{1}$$

(어두운 부분의 넓이)

$$= (\text{큰 원의 넓이}) - (\text{작은 원의 넓이})$$

$$= \pi R^2 - \pi r^2$$

$$= \pi(R^2 - r^2)$$

$$= 4\pi(\text{cm}^2) (\because \textcircled{1})$$

42 **답** 풀이 참조 $y = 2x + n$ 을 $x^2 + y^2 = 0$ 에 대입하여 정리하자.

두 식을 연립하면 $5x^2 + 4nx + n^2 - 9 = 0$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = 45 - n^2$$

(1) 원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나면

$$\begin{aligned} D > 0 \text{이므로} \\ -3\sqrt{5} < n < 3\sqrt{5} \end{aligned}$$

(2) 원과 직선이 접하면 $D = 0$ 에서

$$n = \pm 3\sqrt{5}$$

(3) 원과 직선이 만나지 않으면 $D < 0$ 에서

$$n < -3\sqrt{5} \text{ 또는 } n > 3\sqrt{5}$$

43 **답** 5

$$x^2 + (-x+k)^2 - 4 = 0 \text{에서}$$

$$2x^2 - 2kx + k^2 - 4 = 0$$

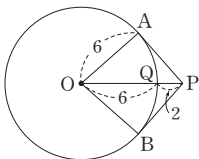
판별식을 D 라 하면 $\frac{D}{4} = -k^2 + 8 > 0$ 에서

$$k^2 < 8$$

따라서 $-\sqrt{8} < k < \sqrt{8}$ 이므로 구하는 정수 k 는 5개이다.

$$-2, -1, 0, 1, 2$$

44 답 $4\sqrt{7}$



$\overline{OQ} = \overline{OA} = 6$ 이고 $\triangle OAP = 90^\circ$ 인 직각삼각형이므로

$$\overline{PA} = \sqrt{\overline{OP}^2 - \overline{OA}^2} = \sqrt{(6+2)^2 - 6^2} = 2\sqrt{7}$$

이때, $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\overline{PA}, \overline{PB}$ 는 원의 접선이므로 $\overline{PA} + \overline{PB} = 2\overline{PA} = 4\sqrt{7}$ 이 두 선분의 길이는 같다.

45 답 5cm

원 밖의 한 점에서 그은 접선의 길이는 같으므로 $\overline{PT} = \overline{PT'}$

즉, $\triangle PTT'$ 은 이등변삼각형이므로

$$\angle PTT' = \angle PT'T = \frac{180^\circ - 60^\circ}{2} = 60^\circ$$

따라서 $\triangle PTT'$ 은 정삼각형이므로

$$\overline{TT'} = \overline{PT} = 5\text{cm}$$

46 답 $9\sqrt{3}\text{cm}^2$

$\angle PTO = \angle PT'O = 90^\circ$, $\overline{OP}$ 는 공통이고

$\overline{PT} = \overline{PT'}$ 이므로 $\triangle PTO \cong \triangle PT'O$ (RHS 합동)

$\therefore \angle POT = 60^\circ \rightarrow \angle POT = \angle POT'$ 이므로

$\triangle PTO$ 의 세 내각의 크기가 각각 $30^\circ, 90^\circ,$

60° 이므로 $\overline{TO} : \overline{OP} : \overline{PT} = 1 : 2 : \sqrt{3}$

$$\overline{TO} : \overline{PT} = 1 : \sqrt{3}, \sqrt{3}\overline{TO} = 3\sqrt{3}$$

이므로 $\overline{TO}$ 의 길이는 3cm 이다.

$$\therefore (\square PTOT' \text{의 넓이}) = 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 3\sqrt{3} \times 3 \right)$$

$\rightarrow$ 두 삼각형 POT, POT'의 넓이의 합 $= 9\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

47 답 $y = -x \pm 2\sqrt{2}$

접선의 기울기는 -1 이므로 공식에 의하여

$$y = -x \pm 2\sqrt{(-1)^2 + 1}$$

$$\therefore y = -x \pm 2\sqrt{2}$$

48 답 $3x - 4y = 25$

공식에 의하여 구하는 접선의 방정식은

$$3x - 4y = 25$$

$$x_1x + y_1y = r^2$$

49 답 ③

원의 중심 $(2, 1)$ 에서 직선 $3x + 4y + 5 = 0$

까지의 거리는 r 와 같으므로

$$r = \frac{|6 + 4 + 5|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{15}{5} = 3$$

점 (x_1, y_1) 과 직선 $ax + by + c = 0$ 사이의 거리는 $d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

50 답 $y = \pm \frac{5\sqrt{11}}{11}(x - 6)$

기울기를 m 이라 하면

점 $(6, 0)$ 을 지나므로 $y - 0 = m(x - 6)$

$$y = m(x - 6) \text{에서 } mx - y - 6m = 0 \dots \textcircled{1}$$

원의 중심에서 접선 $\textcircled{1}$ 까지의 거리는 원의

반지름의 길이 5와 같으므로

$$\frac{|-6m|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = 5 \text{에서}$$

$$11m^2 - 25 = 0, m = \pm \frac{5\sqrt{11}}{11}$$

$$\therefore y = \pm \frac{5\sqrt{11}}{11}(x - 6)$$

51 답 $y = 5$ 또는 $y = -\frac{12}{5}x + \frac{61}{5}$

기울기를 m 이라 하면

점 $(3, 5)$ 를 지나므로 $mx - y - 3m + 5 = 0$

원의 중심 $(1, 2)$ 로부터 이 직선까지의 거리

가 반지름의 길이 3과 같으므로

$$\frac{|-2m + 3|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 3$$

$$|-2m + 3| = 3\sqrt{m^2 + 1}$$

$$5m^2 + 12m = 0 \rightarrow m(5m + 12) = 0$$

$$\therefore m = 0 \text{ 또는 } m = -\frac{12}{5}$$

$$\therefore y = 5 \text{ 또는 } y = -\frac{12}{5}x + \frac{61}{5}$$

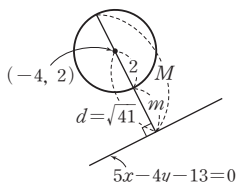
$\rightarrow mx - y - 3m + 5 = 0$ 에 m 의 값을 대입!

52 [답] $M=\sqrt{41}+2, m=\sqrt{41}-2$

원의 중심 $(-4, 2)$ 와 직선

$5x-4y-13=0$ 사이의 거리 d 는

$$d = \frac{|5 \times (-4) - 4 \times 2 - 13|}{\sqrt{5^2 + 4^2}} \\ = \frac{41}{\sqrt{41}} = \sqrt{41}$$



이때, 원의 반지름의 길이가 2이므로

$M = (\text{원의 중심과 직선 사이의 거리}) + (\text{반지름의 길이})$

$$= \sqrt{41} + 2$$

$m = (\text{원의 중심과 직선 사이의 거리}) - (\text{반지름의 길이})$

$$= \sqrt{41} - 2$$

따라서 구하는 최댓값은 $M = \sqrt{41} + 2$, 최솟값은 $m = \sqrt{41} - 2$ 이다.

53 [답] ②, ④

- ① 점 A는 평면 P 밖에 있다. 다른 의미로는 '지나지 않는다.'이다.
 ③ 점 B는 직선 l 밖에 있다.
 ⑤ 직선 l 은 점 A를 지나지 않는다.

54 [답] (1) l, m, n (2) m (3) a, b, n (4) a

- (1) 직선 a 와 만나는 직선은 l, m, n 이다.
 (2) 직선 l 과 평행한 직선은 만나지 않는 것으로 직선 m 이다. 동위각이 같으면 평행
 (3) 직선 m 과 만나는 직선은 a, b, n 이다.
 (4) 직선 b 와 평행한 직선은 만나지 않는 것으로 직선 a 이다.

55 [답] ①

$P(a, b)$ 라 하면, 이동된 점은 $P'(a+3, b-2)$

이 점이 $(3, -5)$ 와 같으므로

$$a+3=3, b-2=-5 \quad \therefore a=0, b=-3$$

따라서 점 P 의 좌표는 $(0, -3)$ 이다.

56 [답] $y=2x+5$

$y=2x+1$ 에 x 대신 $x+1, y$ 대신 $y-2$ 를

대입하면 $y-2=2(x+1)+1$

$$\therefore y=2x+5$$

57 [답] ②

$$x^2+y^2-6x-12y+7=0,$$

즉, $(x-3)^2+(y-6)^2=38$ 을 x 축의 방향

으로 $-3, y$ 축의 방향으로 -6 만큼 평행이

동하면 $x^2+y^2=38 \quad \therefore c=38$
원을 평행이동시켜도 반지름의 길이는 변하지 않는다.

58 [답] 풀이 참조

- (1) $(2, 6)$ (2) $(-2, -6)$
 (3) $(-2, 6)$ (4) $(-6, 2)$

59 [답] $a=3, b=4$

점 $P(a, b)$ 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 $(a, -b)$

이 점을 다시 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 $(-b, a)$

이때, 점 $(-b, a)$ 가 점 $(-4, 3)$ 과 일치하므로 $b=4, a=3 \quad \therefore a=3, b=4$

60 [답] 풀이 참조

- (1) $(-x)+4(-y)+5=0$
 $\therefore x+4y-5=0$
 (2) $(-x)^2+(-y)^2+2 \times (-x)$
 $-6 \times (-y)+9=0$
 $\therefore x^2+y^2-2x+6y+9=0$

61 답 ⑤

점 $B(-1, 1)$ 이라 하면 직선 l 은 선분 OA 의 수직이등분선이므로

$OB=AB$, 즉

$$\sqrt{(-1)^2+1^2}=\sqrt{(a+1)^2+(b-1)^2}$$

$$\therefore (a+1)^2+(b-1)^2=2$$

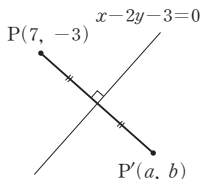
㉠, ㉡을 연립하여 계산하면

$$a=0, b=5$$

원을 대칭이동하더라도 반지름의 길이는 변하지 않으므로 $c=50$

$$\therefore a=0, b=5, c=50$$

62 답 (3, 5)



점 $P(7, -3)$ 의 직선 $x-2y-3=0$ 에 대한 대칭점의 좌표를 $P'(a, b)$ 라 하면

선분 PP' 은 직선 $x-2y-3=0$ 과 수직이므로

$$\frac{b+3}{a-7} \times \frac{1}{2} = -1 \dots \textcircled{1}$$

직선 $x-2y-3=0$ 의 기울기

$$\frac{a+7}{2} - 2 \times \frac{b-3}{2} - 3 = 0 \dots \textcircled{2}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 PP' 의 중점 $\left(\frac{a+7}{2}, \frac{b-3}{2}\right)$ 이 직선 $x-2y-3=0$ 위에 있으므로

$$a=3, b=5$$

따라서 P' 의 좌표는 $(3, 5)$ 이다.

63 답 $a=0, b=5, c=50$

두 원 $(x-5)^2+y^2=50$,

$(x-a)^2+(y-b)^2=c$ 의 중심 $(5, 0)$ 과

(a, b) 가 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이다.

즉, 두 점 $(5, 0)$, (a, b) 를 이은 선분의 중점

$\left(\frac{a+5}{2}, \frac{b}{2}\right)$ 가 직선 $y=x$ 위에 있으므로

$$\frac{a+5}{2} = \frac{b}{2} \dots \textcircled{1}$$

또, 두 점 $(5, 0)$, (a, b) 를 이은 직선이

직선 $y=x$ 와 수직이므로

$$\frac{0-b}{5-a} \times 1 = -1 \quad \therefore 5-a=b \dots \textcircled{2}$$

종합 연습 문제 정답

문제편 p. 120

64 $8\sqrt{2}$

65 ①

66 16

67 $\sqrt{37}$

68 $2x-5y+2=0$

69 ③

70 $3\sqrt{5}$

71 $x-2y+10=0$

64 답 $8\sqrt{2}$

점 $(2, -4)$ 를 지나고 x 축, y 축에 동시에 접하려면 원의 중심이 제4사분면 위에 있어야 하므로 반지름의 길이를 r 라 하면 중심의 좌표는 $(r, -r)$ 이다.

이때, 구하는 원의 방정식을

$(x-r)^2+(y+r)^2=r^2$ 이라 하면 이 원이

점 $(2, -4)$ 를 지나므로

$$(2-r)^2+(-4+r)^2=r^2$$

$$r^2-12r+20=0$$

$$(r-2)(r-10)=0 \quad \therefore r=2, r=10$$

따라서 구하는 두 원의 방정식은

$$(x-2)^2+(y+2)^2=2^2$$

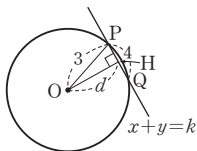
$(x-10)^2+(y+10)^2=10^2$ 이므로 중심의

좌표는 각각 $(2, -2)$, $(10, -10)$ 이다.

$\therefore$ (두 원의 중심 사이의 거리)

$$=\sqrt{(10-2)^2+(-10-(-2))^2}=8\sqrt{2}$$

65 ㉡ ①



원의 중심 $O(2, -3)$ 과 직선 $x+y=k$ 사이의 거리 d 는

$$\frac{|2-3-k|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{|-1-k|}{\sqrt{2}} \dots \textcircled{1}$$

직각삼각형 OPH에서

$$\begin{aligned} OH &= \sqrt{OP^2 - PH^2} \quad \text{원의 중심에서 현에 내린 수선은 현을 이등분하므로 } PH = \frac{1}{2}PQ \\ &= \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5} \dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

$$\textcircled{1} = \textcircled{2} \text{이므로 } \frac{|-1-k|}{\sqrt{2}} = \sqrt{5} \text{에서}$$

$$k+1 = \pm\sqrt{10}$$

$$\therefore k = \sqrt{10} - 1 \text{ 또는 } k = -\sqrt{10} - 1$$

따라서 양수 k 의 값은 $\sqrt{10} - 1$ 이다.

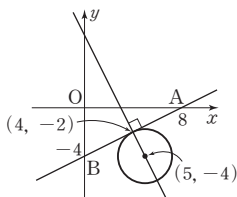
66 ㉡ 16

$$x^2 + y^2 - 10x + 8y + 36 = 0 \text{에서}$$

$$(x-5)^2 + (y+4)^2 = 5$$

원의 중심 $(5, -4)$ 와 점 $(4, -2)$ 를 지나

$$\text{는 직선의 기울기는 } \frac{-4 - (-2)}{5 - 4} = -2$$



원의 중심과 접점을 지나는 직선은 접선에 수직이므로 접선의 기울기는 $\frac{1}{2}$ 이다.

따라서 점 $(4, -2)$ 를 지나고 기울기가 $\frac{1}{2}$ 인

$$\text{직선의 방정식은 } y - (-2) = \frac{1}{2}(x - 4)$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x - 4$$

따라서 접선의 x 절편은 8, 즉 $A(8, 0)$,

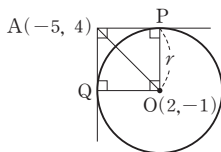
y 절편은 -4 , 즉 $B(0, -4)$ 이므로

$$\text{삼각형 OAB의 넓이는 } \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16$$

67 ㉡ $\sqrt{37}$

점 $A(-5, 4)$ 에서 원

$(x-2)^2 + (y+1)^2 = r^2$ 에 그은 두 접선의 접점을 각각 P, Q라 하고 중심을 O라 하면 두 접선이 수직이므로 그림과 같이 사각형 AQOP는 정사각형이다.



따라서 직각삼각형 OAP에서 피타고라스 정리에 의하여 $\overline{OA}^2 = \overline{OP}^2 + \overline{AP}^2$ 이므로

$$(-5-2)^2 + (4+1)^2 = 2r^2, \quad 2r^2 = 74$$

$$r^2 = 37$$

$$\therefore r = \sqrt{37} \quad (\because r > 0)$$

68 ㉡ $2x - 5y + 2 = 0$

두 원의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$$x^2 + y^2 - 9 - (x^2 + y^2 + 4x - 10y - 5) = 0$$

$$4x - 10y + 4 = 0$$

$$\therefore 2x - 5y + 2 = 0$$

69 ㉡ ③

$$\begin{aligned} x + 2y - 3 = 0 &\xrightarrow[\text{대칭}]{x \leftrightarrow y} x - 2y - 3 = 0 \xrightarrow[\text{대칭}]{y = x} \\ y - 2x - 3 = 0 \end{aligned}$$

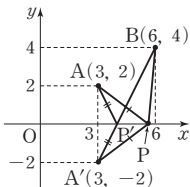
한편, 직선 $y - 2x - 3 = 0$ 이 점 $(1, a)$ 를 지난다.

$\rightarrow$ 원의 넓이를 이등분하므로

원의 중심을 지난다.

즉, $a - 2 - 3 = 0$ 에서 $a = 5$

70 $3\sqrt{5}$



점 A를 x 축에 대해 대칭이동한 점을 A'이라 하면 $\overline{AP} = \overline{A'P}$ 이므로

$$\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{A'P} + \overline{BP}$$

이때, $\overline{A'P} + \overline{BP}$ 의 값이 최소가 되려면 그림과 같이 점 P가 직선 A'B와 x 축의 교점 P'의 위치에 있어야 한다. 즉,

$$\begin{aligned}\overline{AP} + \overline{BP} &\geq \overline{A'P} + \overline{BP} \\ &\geq \overline{A'P'} + \overline{BP'} \\ &= \overline{A'B} \\ &= \sqrt{(6-3)^2 + (4+2)^2} \\ &= 3\sqrt{5}\end{aligned}$$

이므로 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은 $3\sqrt{5}$ 이다.

71 $x-2y+10=0$

점 (a, b) 를 직선 $x-2y-2=0$ 위의 점이라 하면 $a-2b-2=0 \dots \textcircled{1}$ 이 성립한다.

이때, 점 $A(a, b)$ 를 점 $(2, 3)$ 에 대하여 대칭이동시킨 점의 좌표를 $B(x, y)$ 라 할 때, $\overline{AB}$ 의 중점이 점 $(2, 3)$ 이 되어야 하므로

$$2 = \frac{x+a}{2}, 3 = \frac{y+b}{2}$$

$$\therefore a=4-x, b=6-y \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$(4-x)-2(6-y)-2=0$$

$$\therefore x-2y+10=0$$

IV. 집합과 명제

52 집합의 정의와 분류 ~ 58 집합의 원소의 개수

핵심 개념 문제 정답 문제편 p. 122

01 ③, ⑤	02 ②
03 풀이 참조	04 3
05 8	06 ①
07 64	08 4
09 풀이 참조	10 풀이 참조
11 9, 14	12 풀이 참조
13 $B^c, A \cap B$	14 16
15 ③	16 ④
17 ④	18 8
19 18	20 24

01 ③, ⑤

- 8의 양의 약수는 1, 2, 4, 8이므로 이들의 모임은 집합이다.
- 2002년 한국 - 일본 월드컵 4강 진출국은 집합이 분명하다.
- 몸집이 크다는 기준은 사람마다 다르므로 집합이 아니다.
- 1보다 크고 4보다 작은 자연수의 모임은 2, 3이므로 집합이다.
- 푸르다는 기준은 사람마다 다르므로 집합이 아니다.

02 ②

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$\textcircled{2} 12 \in A$$

기호의 방향을 꼭 확인하자.

03 풀이 참조

만약 A가 5의 배수의 집합이라면 $\{\dots, -15, -10, -5, 0, 5, 10, 15, \dots\}$ 으로 음수도 포함해야

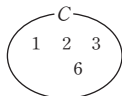
(1) $A = \{5, 10, 15, 20, \dots\}$ 한다.

(2) $B = \{x | x \text{는 } 10 \text{보다 작은 홀수인 자연수}\}$
등과 같이 나타낼 수 있다.

(3) $C = \{x | x \text{는 } 6 \text{의 양의 약수}\} = \{1, 2, 3, 6\}$

따라서 벤 다이어그램으로

나타내면 그림과 같다.



04 답 3

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면

$$A = \{2, 3, 4\} \quad \therefore n(A) = 3$$

05 답 8

$A = \{x | x \text{는 } 20 \text{의 양의 약수 중 홀수}\}$

$$= \{1, 5\} \quad \therefore n(A) = 2$$

$B = \{x | x \text{는 } 4 \text{보다 작은 소수}\}$

$$= \{2, 3\} \quad \therefore n(B) = 2$$

$C = \{x | x \text{는 } x^3 = -3 \text{을 만족시키는 허근}\}$

$$x^3 + 3 = 0$$

$$(x + \sqrt[3]{3})(x^2 - \sqrt[3]{3}x + \sqrt[3]{3^2}) = 0$$

$x^2 - \sqrt[3]{3}x + \sqrt[3]{3^2} = 0$ 에서 판별식 D 는

$$D = (\sqrt[3]{3})^2 - 4 \times 1 \times \sqrt[3]{3^2} < 0 \text{이다. 즉, 이}$$

이차방정식은 서로 다른 두 허근을 갖는다.

$$\therefore n(C) = 2 \quad \therefore n(A) \times n(B) \times n(C) = 8$$

06 답 ①

ㄱ. $\emptyset$ 은 모든 집합의 부분집합이므로

$$\emptyset \subset A \text{ (참)}$$

ㄴ. $\{3, 7\}$ 의 원소 3, 7이 모두 A 의 원소이

$$\text{므로 } \{3, 7\} \subset A \text{ (거짓)}$$

ㄷ. 원소가 2개인 집합 A 의 부분집합은

$$\{1, 3\}, \{1, 5\}, \{1, 7\}, \{3, 5\},$$

$$\{3, 7\}, \{5, 7\} \text{로 6개이다. (거짓)}$$

따라서 옳은 것은 ㄱ뿐이다.

07 답 64

집합 A 의 10개의 원소 중 소수인 원소는 2,

3, 5, 7로 4개이므로 이것을 포함하지 않는

부분집합의 개수는 $2^{10-4} = 2^6 = 64$ (개)이다.

08 답 4

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이므로

$$2 = -a + b \cdots \textcircled{1} \text{이고 } 3a + b = 6 \cdots \textcircled{2} \text{이다.}$$

$$\textcircled{1} \times 3 + \textcircled{2} \text{을 하면}$$

$$4b = 12 \quad \therefore b = 3$$

이를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $a = 1$

$$\therefore a + b = 4$$

09 답 $A \cap B = \{2, 4\}$

$$A \cup B = \{1, 2, 4, 6, 8\}$$

$A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로

$$A \cap B = \{2, 4\}, A \cup B = \{1, 2, 4, 6, 8\}$$

10 답 풀이 참조

$A \cap B = \{2\}$ 이고 $A \cap C = \{1, 3\}$ 이므로

$$(A \cap B) \cup (A \cap C) = \{1, 2, 3\}$$

따라서 이것을 조건제시법으로 나타내면

$$(A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$= \{x | x \text{는 } 3 \text{ 이하의 자연수}\}$$

등과 같이 나타낼 수 있다.

11 답 9, 14

$$A \cap B = \{x | -3 \leq x \leq 5\}$$

$$A \cup B = \{x | -6 \leq x \leq 7\}$$

따라서 $A \cap B$ 의 원소 중 정수는 $-3, -2,$

$-1, \dots, 5$ 로 9개이고, $A \cup B$ 의 원소 중 정

수는 $-6, -5, \dots, 7$ 로 14개이다.

12 답 $A - B = \{8, 16\}$

$$B - A = \emptyset$$

$$A - B = \{1, 2, 4, 8, 16\} - \{1, 2, 4\}$$

$$= \{8, 16\}$$

$$B - A = \{1, 2, 4\} - \{1, 2, 4, 8, 16\} = \emptyset$$

$$\hookrightarrow B \subset A \text{이면 } B - A = \emptyset$$

13 답 $B^c, A \cap B$

$$A - B = A \cap B^c = A - (A \cap B)$$

14 답 16

집합 A, B 를 원소나열법으로 나타내면

$$A = \{2, 3, 5, 7, 11\}$$

$$B = \{1, 3, 5, 15\}$$

$(A - B) \cup X = X$ 이면
 $A - B$ 는 X 의 부분집합이고

$(A \cup B) \cap X = X$ 이면
 $A \cup B$ 는 X 의 부분집합이다.

따라서 $A - B \subset X \subset A \cup B$ 에서

$$\{2, 7, 11\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 5, 7, 11, 15\}$$

이므로 집합 X 의 개수는 $2^{7-3} = 2^4 = 16$
 원소 2, 7, 11의 3개를 꼭 포함해야 하므로

15 답 ③

$5 \in A$ 이므로 $A = \{2, 4, 5\}$
 $A \cap B = \{2, 5\}$ 이므로 $a^2 - a - 1 = 5$

$$a^2 - a - 6 = 0, (a - 3)(a + 2) = 0$$

$$\therefore a = 3 \text{ 또는 } a = -2$$

(i) $a = 3$ 일 때,

$$B = \{2, 3, 5\} \text{에서 } A \cap B = \{2, 5\}$$

(ii) $a = -2$ 일 때,

$$B = \{0, 2, 8\} \text{에서 } A \cap B = \{2\} \text{ (부적합)}$$

따라서 $B = \{2, 3, 5\}$ 이므로 집합 B 의 모든 원소의 합은 10이다.

16 답 ④

드 모르간의 법칙에 의하여

$$A^c \cup B^c = (A \cap B)^c \text{이므로}$$

$$(A^c \cup B^c)^c = A \cap B$$

$$\therefore A \cup (A \cap B) = A$$

17 답 ④

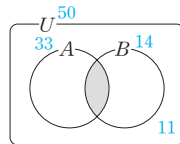
$$④ A \cap (B \cap U) = A \cap B \text{ (거짓)}$$

18 답 8

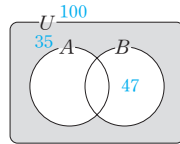
$$\begin{aligned} n((A \cup B)^c) &= n(U) - n(A \cup B) \\ &= 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{에서 } n(A \cup B) &= n(U) - n((A \cup B)^c) \\ &= 50 - 11 = 39 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 33 + 14 - 39 \\ &= 8 \end{aligned}$$



19 답 18



벤 다이어그램의 어두운 부분이 나타내는 집합은 $(A \cup B)^c$ 이다.

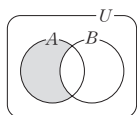
$$\begin{aligned} n((A \cup B)^c) &= n(U) - n(A \cup B) \\ &= n(U) - \{n(A) + n(B - A)\} \\ &= 100 - (35 + 47) \\ &= 18 \end{aligned}$$

20 답 24

학생 전체의 집합을 U , 수학, 영어 과목을 공부하는 학생의 집합을 각각 A, B 라 하면

$$n(U) = 80, n(A) = 54, n(B) = 48$$

수학은 공부하지만 영어는 공부하지 않은 학생은 벤 다이어그램의 어두운 부분이다.



$$\begin{aligned}\text{한편, } n(A^c \cap B^c) &= n((A \cup B)^c) \\ &= n(U) - n(A \cup B) \\ &= 8\end{aligned}$$

이므로

$$\begin{aligned}n(U) - n(A^c \cap B^c) &= n(U) - 8 \\ &= n(A) + n(B) \\ &\quad - n(A \cap B)\end{aligned}$$

$$80 - 8 = 54 + 48 - n(A \cap B)$$

$$\therefore n(A \cap B) = 30 \quad \text{← } n(A \cup B)$$

$$\begin{aligned}\therefore n(A \cap B^c) &= n(A) - n(A \cap B) \\ &= 54 - 30 = 24\end{aligned}$$

수학은 공부하지만 영어는
공부하지 않은 학생의 수

종합 연습 문제 정답 문제편 p. 136

21 17 22 ④ 23 ③

24 34 25 ③ 26 101

21 답 17

1의 약수는 1이므로 1개, ← (1, 1)

3의 약수는 1, 3이므로 2개, ← (1, 3), (3, 3)

5의 약수는 1, 5이므로 2개,

7의 약수는 1, 7이므로 2개,

9의 약수는 1, 3, 9이므로 3개,

12의 약수는 1, 3, 12이므로 3개,

← 12의 약수 중 집합 A의 원소는 1, 3, 12
이므로 (1, 12), (3, 12), (12, 12)

15의 약수는 1, 3, 5, 15이므로 4개

따라서 집합 X의 원소의 개수는

$$1 + 2 + 2 + 2 + 3 + 3 + 4 = 17$$

22 답 ④

$A=B$ 이므로 $3a+3b-1=a+b$ 또는
 $3a+3b-1=b$ 이다.

(i) $3a+3b-1=a+b$ 일 때,

두 집합의 나머지 원소가 같으므로

$$b=1$$

$$A = \{1, 3a+2, 3\},$$

$$B = \{a+1, 1, 3\}$$

$$3a+2=a+1, 2a=-1$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}$$

이때, a 는 정수가 아니므로 조건을 만족
시키지 않는다.

(ii) $3a+3b-1=b \cdots \text{㉠}$ 일 때,

두 집합의 나머지 원소가 같으므로

$$a+b=1 \cdots \text{㉡}$$

이때, ㉠에서 $3a+2b=1 \cdots \text{㉢}$ 이므로

㉡, ㉢을 연립하면

$$a=-1, b=2$$

$$\therefore a^2+b^2=(-1)^2+2^2=5$$

23 답 ③

$$\begin{aligned}A \nabla B &= A \cup (A \cup B)^c \quad \text{← 드 모르간의 법칙} \\ &= A \cup (A^c \cap B^c) \\ &= (A \cup A^c) \cap (A \cup B^c) \\ &= A \cup B^c \quad \text{← } A \cup A^c = U\end{aligned}$$

$$\neg. U \nabla \emptyset = U \cup \emptyset^c$$

$$= U \cup U$$

$$= U \quad (\text{참})$$

$$\neg. U \nabla A = U \quad \text{← } U \cup A^c = U \text{이므로}$$

$$(U \nabla A)^c = U^c = \emptyset \quad (\text{참})$$

$$\neg. (A \nabla B)^c = (A \cup B^c)^c$$

$$= A^c \cap B$$

$$= B - A \quad (\text{거짓})$$

따라서 옳은 것은 $\neg, \neg$ 이다.

24 [답] 34

$A \subset B$ 일 때, $n(A \cap B)$ 는 최대가 되므로

$$M=34$$

$A \cup B = U$ 일 때, $n(A \cap B)$ 는 최소가 되

므로 $m=1$

$$\therefore mM=34$$

25 [답] ③

$$\begin{aligned} A_4 \cap (A_5 \cup B_8) &= (A_4 \cap A_5) \cup (A_4 \cap B_8) \\ &= A_{20} \cup A_8 \quad \begin{array}{l} \text{A}_5 \subset \text{A}_4 \\ \text{A}_4 \cap \text{A}_5 = \text{A}_{20} \end{array} \\ \therefore n(A_{20} \cup A_8) &= n(A_{20}) + n(A_8) - n(A_{40}) \\ &= 5 + 12 - 2 = 15 \quad \begin{array}{l} \text{8의 배수의 개수는 12} \\ \text{20의 배수의 개수는 5} \\ \text{40의 배수의 개수는 2} \end{array} \end{aligned}$$

26 [답] 101

전체 학생의 집합을 U , 웹툰 그리기반을 신청한 학생의 집합을 A , 블로그 레시피 요리반을 신청한 집합을 B 라 하면

$$n(U)=156, n(A)=99, n(A \cap B)=78,$$

$$n((A \cup B)^c) = n(A^c \cap B^c) = 34$$

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(U) - n((A \cup B)^c) \\ &= n(U) - \{n(A^c \cap B^c)\} \\ &= 156 - 34 \\ &= 122 \end{aligned}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

에서

$$122 = 99 + n(B) - 78$$

$$\therefore n(B) = 101$$

따라서 블로그 레시피 요리반을 신청한 학생은 101명이다.

59 명제 ~ 61 부등식의 증명과 절대부등식

핵심 개념 문제 정답

문제편 p. 138

27 ⑤ 28 3

29 풀이 참조 30 ④

31 (가) 충분, (나) 필요

32 $A < B < C$ 33 풀이 참조

34 6

27 [답] ⑤

① 【반례】 9는 홀수이나 소수가 아니다.

② 【반례】 9는 3의 배수이지만 15의 배수는 아니다.

③ $x^2 < x$, $x(x-1) < 0$ 이라면 $0 < x < 1$ 이어야 하는데 이를 만족시키는 정수 x 는 존재하지 않는다.

④ 【반례】 $a = \sqrt{3}$, $b = -\sqrt{3}$ 이면 a, b 는 무리수이지만 $a+b=0$ 이므로 무리수가 아니다.

28 [답] 3

두 조건 p, q 를 만족시키는 진리집합을 각각 P, Q 라 하면

$\sim p : x < 1$ 또는 $x \geq 6$ 에서

$P^c = \{6, 7, 8, 9, 10\}$ 전체집합의 원소는 10 이하의 자연수이다.

$q : 3 < x \leq 8$ 에서 $Q = \{4, 5, 6, 7, 8\}$

따라서 조건 ' $\sim p$ 이고 q '를 만족시키는 진리집합은 $P^c \cap Q = \{6, 7, 8\}$ 이므로 구하는 원소의 개수는 3이다.

29 [답] 풀이 참조

가정 : x, y 가 모두 홀수이다.

결론 : xy 는 홀수이다.

이 명제의 대우는 xy 가 짝수이면 x, y 중 하나가 짝수이다.

30 [답] ④

명제와 그 대우의 참·거짓은 일치한다.

$\sim r \rightarrow \sim q$ 가 참이므로 $q \rightarrow r$ 도 참이다.

$$\therefore p \rightarrow q, q \rightarrow r \iff p \rightarrow q \rightarrow r$$

$$\iff \sim r \rightarrow \sim q \rightarrow \sim p$$

따라서 명제 중 참이 아닌 것은 ④이다.

31 [답] (가) 충분, (나) 필요

(가) p : 삼각형 ABC가 정삼각형이다.

$$q : \overline{AB} = \overline{BC} \text{이다.}$$

$$p \rightarrow q \text{ (참)} \quad q \rightarrow p \text{ (거짓)}$$

(나) r : 두 삼각형의 넓이가 같다.

s : 두 삼각형이 합동이다.

$$r \rightarrow s \text{ (거짓)} \quad s \rightarrow r \text{ (참)}$$

따라서 **충분** 조건, **필요** 조건이다.

(가) (나)

32 [답] $A < B < C$

$$A^2 = (2\sqrt{3} + \sqrt{15})^2 = 12 + 15 + 4\sqrt{45}$$

$$= 27 + 12\sqrt{5} \quad \text{근호를 포함한 양수이므로 제곱한 다음 대소를 비교}$$

$$B^2 = (2\sqrt{5} + 3)^2 = 20 + 9 + 12\sqrt{5}$$

$$= 29 + 12\sqrt{5}$$

$$C^2 = (\sqrt{30} + \sqrt{6})^2 = 30 + 6 + 2\sqrt{180}$$

$$= 36 + 12\sqrt{5}$$

$$\therefore A^2 < B^2 < C^2 \Rightarrow A < B < C$$

A, B, C 는 모두 양수

33 [답] (가) $a+b+c$, (나) $b-c$

(다) 0

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

$$= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$$

$$= \frac{1}{2}(a+b+c)(a^2-2ab+b^2 +$$

$$b^2-2bc+c^2+c^2-2ca+a^2)$$

$$= \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2$$

$$+ (c-a)^2\} \geq 0$$

따라서 (가) $a+b+c$, (나) $b-c$, (다) 0이다.

34 [답] 6

$x > 0, y > 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$\frac{15y}{x} + \frac{3x}{5y} \geq 2\sqrt{\frac{15y}{x} \times \frac{3x}{5y}} = 2 \times 3 = 6$$

(단, 등호는 $\frac{15y}{x} = \frac{3x}{5y}$ 일 때 성립)

따라서 $\frac{15y}{x} + \frac{3x}{5y}$ 의 최솟값은 6이다.

종합 연습 문제 **정답**

문제편 p. 144

35 3

36 ④

37 24

38 ④

39 5

40 ④

35 [답] 3

p 가 q 이기 위한 충분조건이므로 명제

‘ $|x-a| \leq 2$ 이면 $-3 \leq x \leq 3$ 이다.’가 참이

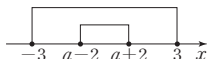
다.

$$-2 \leq x-a \leq 2$$

$$|x-a| \leq 2 \text{에서 } a-2 \leq x \leq a+2$$

그림에서 $a-2 \geq -3, a+2 \leq 3$

$$\therefore -1 \leq a \leq 1$$



따라서 정수 a 는 $-1, 0, 1$ 로 3개이다.

36 [답] ④

귀류법을 이용한 증명 방법으로 결론을 부정

하면 $\sqrt{3}$ 이 **유리수**라 가정한다.

m, n 이 모두 3의 배수가 되는데 이는 m, n

은 **서로소**라는 가정에 모순이다. 즉 부정

한 결론이 거짓이므로 $\sqrt{3}$ 은 **무리수**이다.

37 [답] 24

$x > 0, y > 0$ 이므로 $x + y \geq 2\sqrt{xy}$ 에서
 $8 \geq 2\sqrt{xy}$ ↖ 산술·기하평균의 대소 관계
 $\therefore xy \leq 16$ (단, 등호는 $x=y$ 일 때 성립)
 즉, $x=y=4$ 일 때, xy 의 최댓값은 16이므로
 $a=16, b=c=4 \quad \therefore a+b+c=24$

38 [답] ④

ㄱ. [반례] $a=1, b=-3$ 이라 하면 $\frac{a}{b} < 0$ 이
 지만 $a+b < 0$ (거짓)
 ㄴ. $|a-b| = |a| + |b|$,
 $|a+b| < |a| + |b|$ 이므로
 $|a-b| > |a+b|$ (참) ↖ $\frac{a}{b} < 0$ 이므로 $\frac{b}{a} < 0$
 ㄷ. $\frac{a-b}{a} - \frac{a+b}{b} = -\frac{b}{a} - \frac{a}{b} > 0$ (참)
 따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

39 [답] 5

↖ $\frac{x(x-2)}{2(x-2)} + \frac{16}{2(x-2)}$
 $\frac{x^2-2x+16}{2x-4} = \frac{x}{2} + \frac{8}{x-2}$
 $= \frac{x-2}{2} + \frac{8}{x-2} + 1$
 $\geq 2\sqrt{\frac{x-2}{2} \times \frac{8}{x-2}} + 1 = 5$
 (단, 등호는 $\frac{x-2}{2} = \frac{8}{x-2}$ 일 때 성립)

40 [답] ④

직육면체의 가로 길이, 세로 길이, 높이를 각각 x, y, z 라 하면 $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ 이고,
 (모든 모서리의 길이의 합) $= 4(x+y+z)$
 $= 4x + 4y + 4z$
 $(4^2 + 4^2 + 4^2)(x^2 + y^2 + z^2) \geq (4x + 4y + 4z)^2$
 (단, 등호는 $x=y=z$ 일 때 성립)
 에서 $96 \geq (4x + 4y + 4z)^2$
 $\therefore 4\sqrt{6} \geq 4x + 4y + 4z$
 따라서 구하는 최댓값은 $4\sqrt{6}$ 이다.

V. 함수와 그래프

62 함수의 뜻 ~ 66 역함수

핵심 개념 문제 정답 문제편 p. 146

- 01 ④
 02 (1) 2 (2) 5 (3) -2
 03 (1) -6 (2) 1 (3) -4
 04 풀이 참조 05 ④
 06 ⑤ 07 (1) ㄱ (2) ㄷ
 08 풀이 참조
 09 (1) 7 (2) -3 (3) -26
 10 ② 11 ⑤
 12 풀이 참조 13 ④

01 [답] ④

- ① 한 변의 길이가 x 인 정사각형의 둘레의 길이가 $y=4x$
 ② 밑변의 길이가 x , 높이가 y 인 삼각형의 넓이는 20이므로
 $\frac{1}{2}xy=20 \quad \therefore xy=40$
 ③ 1개에 300원 하는 떡꼬치 x 개의 값 $y=300x$ (원)이다.
 ④ $x=4$ 이면 y 는 1, 2, 4로 하나로 정해지지 않는다.
 ⑤ $xy=8$
 따라서 함수가 아닌 것은 ④이다.

02 [답] (1) 2 (2) 5 (3) -2

- (1) $x=1$ 을 주어진 함수 $y=2x$ 에 대입하면
 $y=2 \times 1 = 2$
 (2) $x=1$ 을 주어진 함수 $y=\frac{5}{x}$ 에 대입하면
 $y=\frac{5}{1} = 5$

- (3) $x=1$ 을 주어진 함수 $y=-3x+1$ 에 대입하면
 $y=-3 \times 1+1=-2$

03 답 (1) -6 (2) 1 (3) -4

- (1) $f(1)=2 \times 1-5=-3$
 $\therefore 2f(1)=2 \times (-3)=-6$
 (2) $f(5)=2 \times 5-5=5$
 $\therefore \frac{1}{5}f(5)=\frac{1}{5} \times 5=1$
 (3) $f(-1)=2 \times (-1)-5=-7$
 $f(3)=2 \times 3-5=1$
 $3f(3)=3 \times 1=3$
 $\therefore f(-1)+3f(3)=-7+3=-4$

04 답 풀이 참조

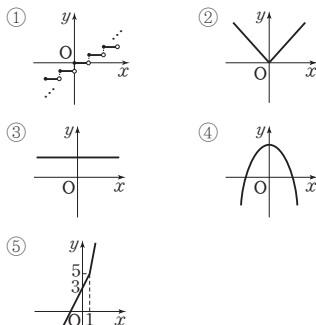
- (1) $\square$
 (2) 정의역: $\{1, 2, 3\}$, 공역: $\{4, 5, 6\}$,
 치역: $\{5, 6\}$

05 답 ④

- ④ 함수 f 의 공역은 Y , 치역은 Z 이므로
 $Z \subset Y$

06 답 ⑤

주어진 각 함수의 그래프를 그려 보면 다음과 같다.



07 답 (1) $\neg$ (2) $\square$

- (1) $\neg$. $f(1)=1, f(2)=2, f(3)=3$
 (2) $\square$. $f(1)=f(2)=f(3)=3$

08 답 풀이 참조

- (1) $(g \circ f)(x)=g(f(x))=g(3x-1)$
 $=2 \times (3x-1)^2$
 $=18x^2-12x+2$
 (2) $(f \circ f)(x)=f(f(x))=f(3x-1)$
 $=3 \times (3x-1)-1$
 $=9x-4$
 (3) $(f \circ g)(x)=f(g(x))=f(2x^2)$
 $=3 \times 2x^2-1$
 $=6x^2-1$

09 답 (1) 7 (2) -3 (3) -26

- (1) $(f \circ g)(1)=f(g(1))=f(3)$
 $=3 \times 3-2=7$ $f(x)=3x-2$
 $g(x)=x+2$ 에서
 $g(1)=1+2=3$
 (2) $(g \circ f)(-1)=g(f(-1))$
 $=g(-5)=-3$
 (3) $(f \circ f \circ f)(0)=f(f(f(0)))$
 $=f(f(-2))$
 $=f(-8)=-26$

10 답 ②

- $(f \circ (h \circ g))(1)=f \circ ((h \circ g)(1))$
 $=f(2)=7$

11 답 ⑤

역함수가 존재하려면 일대일대응이어야 하므로 ⑤이다. $\rightarrow$ 항상 증가하거나
항상 감소

12 **답** (1) $y = \frac{1}{3}x - \frac{5}{3}$

(2) $y = -3x + 12$

(1) $y=f(x)$ 를 x 에 대하여 풀면

$$x = \frac{1}{3}y - \frac{5}{3}$$

x 와 y 를 바꾸면 $y = \frac{1}{3}x - \frac{5}{3}$

따라서 주어진 함수의 역함수는

$$y = \frac{1}{3}x - \frac{5}{3}$$

(2) $y=f(x)$ 를 x 에 대하여 풀면

$$x = -3y + 12$$

x 와 y 를 바꾸면 $y = -3x + 12$

따라서 주어진 함수의 역함수는

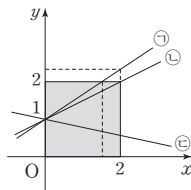
$$y = -3x + 12$$

13 **답** ④

④ 결합법칙은 성립하지만 교환법칙은 성립하지 않는다.

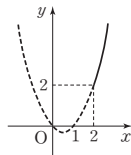
즉, $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$ 이지만

$(f \circ g) \circ h \neq h \circ (f \circ g)$ 이다.



즉, $0 \leq f(2) \leq 2$ 에서 $0 \leq 2a+1 \leq 2$
 $\therefore -\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{1}{2}$ ($f(0)=1$ 이므로 항상 $0 \leq f(0) \leq 2$ 이다.)

15 **답** ③



주어진 함수 $f: X \rightarrow X$ 가 일대일대응이려면

(정의역)=(공역)=(치역)이 되어야 하므로

$$k^2 - k = k, k^2 - 2k = 0, k(k-2) = 0$$

$\therefore k=2$ ($\because f(k)=k$)
($k=0$ 이면 $f(0)=f(1)$ 로 일대일대응이 되지 않는다.)

16 **답** ②

$$(h \circ f)(x) = h(f(x)) = h(x+1)$$

$$= b(x+1) + 2$$

$$= bx + b + 2$$

$$g(x) = -x + a \text{ 이므로}$$

$$b = -1, b + 2 = a \quad \therefore a = 1$$

$\therefore a + b = 0$ ($bx + b + 2 = -x + a$ 에서!)

14 **답** ③

주어진 함수의 그래프는 점 (0, 1)을 지나는

직선이므로 치역이 공역 A의 부분집합이 되

려면 그림의 ㉠ 또는 ㉡과 같이 되어야 한다.

(㉠과 같이 되면 정의역의 원소에 대응하는 y값이 없을 수도 있다.)

종합 연습 문제	정답	문제편 p. 156
14 ③	15 ③	16 ②
17 $\sqrt{3}$	18 ④	19 ④
20 ③	21 3	

17 **답** $\sqrt{3}$

$\pi, \sqrt{2}$ 가 모두 무리수이므로

$$(g \circ f)(\pi) = g(f(\pi)) = g(\sqrt{2}) = \sqrt{3}$$

18 [답] ④

(가)에 의하여 함수 f 는 일대일함수이고,
(나)에 의하여 함수값은 $-1 \leq f(x) \leq 4$ 이다.
정의역의 값이 작은 순서대로 함수값을 정하
는 경우의 수를 구하면 6명 중 2명을 뽑아
줄 세우는 경우의 수와 같으므로
 $6 \times 5 = 30$

19 [답] ④

$$\begin{aligned} f_1(-1) &= 0 \\ f_2(-1) &= (f \circ f)(-1) = 1 \\ f_3(-1) &= (f \circ f \circ f)(-1) = 2 \\ \text{즉, } f_n(-1) &= n-1 \text{ 이므로} \\ f_{3000}(-1) &= 2999 \end{aligned}$$

20 [답] ③

$$\begin{aligned} (f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(1) &= (f \circ f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(1) \\ &= (g^{-1} \circ f)(1) \quad (\text{항등함수}) \\ &= g^{-1}(f(1)) = g^{-1}(2) \\ \text{이때, } g^{-1}(2) &= k \text{ 라 하면 } g(k) = 2 \text{ 에서} \\ -k + 2 &= 2 \text{ 이므로} \\ k &= 0 \quad \therefore g^{-1}(2) = 0 \end{aligned}$$

21 [답] 3

$$\begin{aligned} (g \circ f)(x) &= g(f(x)) = g(ax+b) \\ &= ax+b+c = 3x-2 \\ \therefore a &= 3, b+c = -2 \quad \text{①} \quad \text{항등식의 성질} \\ \text{또, } f^{-1}(2) &= 1 \text{ 에서 } f(1) = 2 \quad \text{②} \quad ax+b=a'x+b' \text{ 이면 } a=a', b=b' \text{ 임을 이용하자.} \\ \therefore a+b &= 2 \quad \text{③} \\ a &= 3 \text{ 을 ③ 에 대입하면 } b = -1 \\ \text{이 값을 ① 에 대입하면 } c &= -1 \\ \therefore a+b-c &= 3+(-1)-(-1) = 3 \end{aligned}$$

67 유리식의 성질과 연산 ~ 71 무리함수의 그래프

핵심 개념 문제 정답 문제편 p. 158

- 22 풀이 참조 23 $a=5, b=5$
24 $\frac{10}{11}$ 25 풀이 참조
26 풀이 참조 27 풀이 참조
28 풀이 참조 29 풀이 참조
30 5 31 풀이 참조 32 ④
33 7 34 $a=-2, b=-4$
35 풀이 참조 36 ③

22 [답] (1) $-\frac{4}{x-2}$

(2) $\frac{x(x+3)}{(x-4)^2}$

$$\begin{aligned} (1) \frac{1}{x-2} + \frac{5}{2-x} &= \frac{1}{x-2} - \frac{5}{x-2} \\ &= -\frac{4}{x-2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \frac{x^2+5x}{x^2-2x-8} \times \frac{x^2+5x+6}{x^2+x-20} \\ &= \frac{x(x+5)}{(x-4)(x+2)} \times \frac{(x+2)(x+3)}{(x-4)(x+5)} \\ &= \frac{x(x+3)}{(x-4)^2} \end{aligned}$$

23 [답] $a=5, b=5$

$$\begin{aligned} \frac{x^2+3x+5}{x+3} - \frac{x^2-3x-5}{x-3} \\ &= \frac{x(x+3)+5}{x+3} - \frac{x(x-3)-5}{x-3} \\ &= x + \frac{5}{x+3} - \left(x - \frac{5}{x-3} \right) \\ &= \frac{5}{x+3} + \frac{5}{x-3} \\ &= \frac{a}{x+3} + \frac{b}{x-3} \\ \therefore a &= 5, b = 5 \end{aligned}$$

24 $\frac{10}{11}$

(주어진 식)

$$= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{11}\right)$$

$\xrightarrow{\text{부분분수로의 변형을 이용하자.}}$

$$= 1 - \frac{1}{11} = \frac{10}{11} \quad \frac{1}{AB} = \frac{1}{B-A} \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B} \right)$$

25 풀이 참조

$$(1) y = \frac{1}{x-2} - 1 \quad (2) y = -\frac{1}{x+3} - 4$$

26 (1) $x=1, y=4$

$$(2) x = \frac{2}{3}, y = -5$$

$$(1) x=1, y=4$$

$$(2) y = \frac{8-15x}{3x-2} = \frac{-5(3x-2)-2}{3x-2}$$

$$= -\frac{2}{3x-2} - 5$$

$$\therefore x = \frac{2}{3}, y = -5$$

27 (1) $y = -\frac{1}{x+2} - 3$

$$(2) y = \frac{x+3}{x-5}$$

$$\left(\text{또는 } y = \frac{8}{x-5} + 1 \right)$$

(1) 주어진 함수를 표준형으로 나타내면

$$y = -\frac{1}{x+3} - 2 \text{ 이므로 점근선의 교점은}$$

$(-3, -2)$ 이다.

점근선의 교점 $(-3, -2)$ 를 $y=x$ 에 대하여 대칭시킨 점 $(-2, -3)$ 을 점근선의 교점으로 갖는 유리함수는

$$y = -\frac{1}{x+2} - 3 \text{ 이다.}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{x+2} - 3$$

$$(2) y = \frac{5x+3}{x-1} \text{ 의 역함수는 } y = \frac{cx+d}{ax+b} \text{ 의 역함수는}$$

$$y = \frac{-x-3}{-x+5} = \frac{x+3}{x-5} \quad y = \frac{bx-d}{-ax+c} \text{ 이다.}$$

(단, $a \neq 0, ad - bc \neq 0$)

$$\therefore y = \frac{x+3}{x-5} \quad (\text{또는 } y = \frac{8}{x-5} + 1)$$

28 풀이 참조

$$(1) \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3 \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}}{\sqrt{5} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}} = \frac{3\sqrt{5}}{(\sqrt{5})^2}$$

$$= \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

$$(2) \frac{2}{3\sqrt{3}} = \frac{2 \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}}{3\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{3 \times (\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{3 \times 3} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$$

29 (1) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (2) $\frac{\sqrt{15}}{5}$ (3) $-\frac{3\sqrt{7}}{2}$

$$(1) \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$(2) \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{5}}{(\sqrt{5})^2} = \frac{\sqrt{15}}{5}$$

$$(3) -\frac{21}{2\sqrt{7}} = -\frac{21 \times \sqrt{7}}{2\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = -\frac{3\sqrt{7}}{2}$$

30 5

$$\frac{\sqrt{3a}}{3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3a} \times \sqrt{5}}{3\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15a}}{15}$$

$$\text{이므로 } \frac{\sqrt{15a}}{15} = \frac{\sqrt{75}}{15}$$

$$15a = 75 \quad \therefore a = 5$$

31 [답 풀이 참조]

$$(1) x^2 - 4x + 5 = (x-2)^2 + 1 > 0 \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{(x^2 - 4x + 5)^2} = |x^2 - 4x + 5| \\ = x^2 - 4x + 5$$

$$(2) -x^2 + 4x - 12 = -(x-2)^2 - 8 < 0 \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{(-x^2 + 4x - 12)^2} = |-x^2 + 4x - 12| \\ = x^2 - 4x + 12$$

32 [답 ④]

$$\frac{(1+\sqrt{x})(1-\sqrt{x})(1+x)}{x} \\ = \frac{(1-x)(1+x)}{x} = \frac{1-x^2}{x} \\ = \frac{1-(\sqrt{5})^2}{\sqrt{5}} = -\frac{4}{\sqrt{5}} = -\frac{4\sqrt{5}}{5}$$

33 [답 7]

$$(2+\sqrt{3})a - (-2\sqrt{3}-3)b = 7 \text{ 에서}$$

$$(2a+3b) + (a+2b)\sqrt{3} = 7 \text{ 이므로}$$

$$2a+3b=7, a+2b=0$$

연립방정식을 풀면

$$a=14, b=-7$$

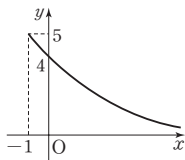
$$\therefore a+b=7$$

34 [답 $a=-2, b=-4$]

함수 $y = \sqrt{x+2} - 4$ 의 그래프는 함수 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동한 것이다.
따라서 $a=-2, b=-4$ 이다.

35 [답 풀이 참조]

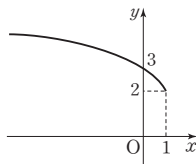
(1) $y = -\sqrt{x+1} + 5$ 의 그래프는 $y = -\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 5 만큼 평행이동한 것이다.
따라서 그래프는 그림과 같고 정의역은 $\{x|x \geq -1\}$, 치역은 $\{y|y \leq 5\}$



$$(2) y = \sqrt{-x+1} + 2 = \sqrt{-(x-1)} + 2$$

의 그래프는 $y = \sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 것이다.

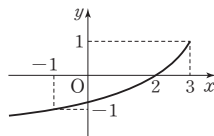
따라서 그래프는 그림과 같고 정의역은 $\{x|x \leq 1\}$, 치역은 $\{y|y \geq 2\}$



$$(3) y = -\sqrt{3-x} + 1 = -\sqrt{-(x-3)} + 1$$

의 그래프는 $y = -\sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

따라서 그래프는 그림과 같고 정의역은 $\{x|x \leq 3\}$, 치역은 $\{y|y \leq 1\}$



36 [답 ③]

$y = 2\sqrt{x+2}$ 의 양변을 제곱하면

$$y^2 = 4(x+2)$$

이를 x 에 대하여 정리하면

$$x = \frac{1}{4}y^2 - 2 \quad (y \geq 0) \quad \textcircled{1}$$

①의 식을 x 와 y 를 바꿔주면 역함수를 구할 수 있다.

$$\therefore y = \frac{1}{4}x^2 - 2 \quad (x \geq 0)$$

①에서 x, y 를 바꿔 쓴다.

37 -1	38 ①	39 ⑤
40 ③	41 ③	42 $-\frac{1}{2}$
43 -12	44 3	

37 답 -1

$$\begin{aligned} & \text{(주어진 식)} = \\ & \frac{3x^3(2x-3)}{(x-8)(x+5)} \times \frac{(x-8)(x+1)}{-x(2x-3)} \\ & \quad \times \frac{(x+5)}{3x^2(x+1)} = -1 \end{aligned}$$

38 답 ①

$$\begin{aligned} & \frac{3x+4y}{5x+6y} = \frac{1}{2} \text{에서 } x = -2y \\ & \therefore \text{(주어진 식)} = \frac{12y^2+2y^2+5y^2}{3y^2} \\ & \quad = \frac{19}{3} \end{aligned}$$

39 답 ⑤

$$\frac{2x+y}{2z} = \frac{2z+y}{2x} = \frac{2x+2z}{y} = k (k \neq 0)$$

라 하면

$$2x+y=2zk, 2z+y=2xk, 2x+2z=yk$$

$$\therefore (2x+y+2z)(k-2)=0 \quad \leftarrow \text{세 식의 각 변을 더하여 정리하자.}$$

(i) $2x+y+2z=0$ 일 때,

$$k = \frac{2x+y}{2z} = \frac{-2z}{2z} = -1$$

(ii) $2x+y+2z \neq 0$ 일 때,

$$k=2$$

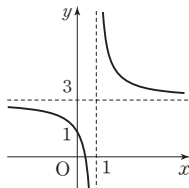
따라서 k 가 될 수 있는 값은 $-1, 2$

40 답 ③

$$y = \frac{3x-1}{x-1} = \frac{3(x-1)+2}{x-1} = \frac{2}{x-1} + 3$$

점근선은 $x=1, y=3$

므로 그래프는 그림과 같고 제 3 사분면을 지나지 않는다.



41 답 ③

$$g(f(x)) = x \text{ 이므로 } g(x) = f^{-1}(x) \text{ 이다.}$$

$$y = \frac{-2x+1}{x+a} \text{에서 } x = \frac{-2y+1}{y+a} \quad \leftarrow x \text{와 } y \text{를 바꿔준다.}$$

$$xy+ax=-2y+1, (x+2)y=-ax+1$$

y 에 관하여 정리하면

$$y = \frac{-ax+1}{x+2}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{-ax+1}{x+2}$$

$$\therefore \frac{-ax+1}{x+2} = \frac{bx+1}{cx+2} \text{에서}$$

$$\begin{aligned} & a = -b, c = 1 \quad \leftarrow \text{분모 · 분자의 상수항이 같으므로} \\ & \therefore a+b+c = 1 \quad \leftarrow x \text{의 계수끼리 비교한다.} \end{aligned}$$

42 답 $-\frac{1}{2}$

$$y = \sqrt{a(x+2)} - 1 \text{의 그래프가 점 } (0, 0) \text{을}$$

지나므로 시작점이 $(-2, -1)$ 인 그래프이므로

$$y = \sqrt{a(x+2)} - 1 \quad (\text{단, } a > 0)$$

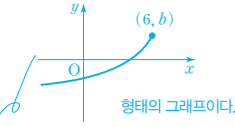
$$0 = \sqrt{2a} - 1 \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

따라서 $y = \sqrt{\frac{1}{2}x+1} - 1$ 이므로

$$a = \frac{1}{2}, b = 1, c = -1$$

$$\therefore abc = -\frac{1}{2}$$

43 [답] -12



$y = -\sqrt{6-x} + b = -\sqrt{-(x-6)} + b$ 이므로
 $x \leq 6$

무리함수의 정의역의 범위가 $x \leq 6$ 이므로 구간 $-3 \leq x \leq a$ 에서 a 는 6보다 작거나 같다.

$\therefore a \leq 6$

$y = -\sqrt{6-x} + b$ 의 그래프는 $y = -\sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 6만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $-3 \leq x \leq a$ 에서

함수 $y = -\sqrt{6-x} + b$ 의 값은

(i) $x = -3$ 일 때, $y = -\sqrt{-x}$ 가 증가함수이므로
 x 의 값이 최소일 때, 함숫값이 최소이다.
 (최솟값) $= -\sqrt{9} + b = -5$

$\therefore b = -2$

(ii) $x = a$ 일 때,

(최댓값) $= -\sqrt{6-a} - 2 = 2$

$\sqrt{6-a} = -4$

$(\sqrt{6-a})^2 = 16, 6-a = 16$

$6-a = 16$

$\therefore a = -10$

따라서 $a+b$ 의 값은 -12 이다.

44 [답] 3

$$\begin{aligned} (f^{-1} \circ g)^{-1}(4) &= (g^{-1} \circ f)(4) \\ &= g^{-1}(f(4)) \\ &= g^{-1}(4) \end{aligned}$$

$g^{-1}(4) = k$ 라 하면 $g(k) = 4$ 이므로

$\sqrt{3k+7} = 4$ 에서

$3k+7 = 16, 3k = 9$

$\therefore k = 3$

VI. 경우의 수

72 사건과 경우의 수의 이해 ~ 76 조합

핵심 개념 문제 정답 문제편 p. 170

01 풀이 참조 02 7 03 12

04 (1) 7 (2) 6 05 60

06 (1) 6 (2) 24

07 (1) 24 (2) 12 (3) 6 08 210

09 1152 10 4 11 54

12 (1) 8640 (2) 1440 13 435

14 15 15 5

01 [답] 풀이 참조

사건 : 3의 배수의 눈이 나온다.

경우의 수 : 3, 6의 2(가지)

02 [답] 7

(i) 눈의 합이 3인 경우는

(1, 2), (2, 1) $\leftarrow$ 2가지

(ii) 눈의 합이 6인 경우는

(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1) $\leftarrow$ 5가지

(i), (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로 합의 법칙에 의하여 구하는 경우의 수는

$2+5=7$

03 [답] 12

동전을 던질 때 나올 수 있는 경우의 수는 2이고, 그 각각의 경우에 대하여 주사위에서 나올 수 있는 경우의 수는 6이다.

따라서 곱의 법칙에 의하여 나올 수 있는 모든 경우의 수는

$2 \times 6 = 12$

04 답 (1) 7 (2) 6

두 주사위에서 나오는 눈의 수를 순서쌍 (x, y) 로 나타내면

(1) (i) 두 눈의 수의 합이 4가 되는 경우는

$(1, 3), (2, 2), (3, 1)$

의 3가지

(ii) 두 눈의 수의 합이 5가 되는 경우는

$(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)$

의 4가지

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는 합의 범

칙에 의하여 $3+4=7$

(2) (i) $x-y=3$ 인 경우는

$(6, 3), (5, 2), (4, 1)$ 의 3가지

(ii) $y-x=3$ 인 경우는

$(3, 6), (2, 5), (1, 4)$ 의 3가지

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는 합의 범

칙에 의하여 $3+3=6$

05 답 60

1에서 100까지의 자연수 중

2의 배수의 개수 $\Rightarrow 50$

5의 배수의 개수 $\Rightarrow 20$

10의 배수의 개수 $\Rightarrow 10$

1부터 m 까지의 자연수
중 n 의 배수의 개수는
 $m \div n$ 의 몫의 자연수
부분과 같다.

$\therefore$ (구하는 경우의 수) $= 50 + 20 - 10 = 60$

06 답 (1) 6 (2) 24

(1) $(a+b+c)(x+y)$ 를 전개하면

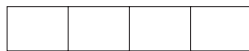
a, b, c 에 x, y 를 각각 곱하여 항이 만들
여지므로 구하는 항의 개수는 $3 \times 2 = 6$

(2) $(a+b)(x+y+z)(c+d+e+f)$ 를 전
개하면 a, b 에 x, y, z 를 각각 곱하여 항
이 만들어지고, 이 각각의 항들에 다시 $c,$
 d, e, f 를 각각 곱하여 항이 만들어지므
로 구하는 항의 개수는

$2 \times 3 \times 4 = 24$

07 답 (1) 24 (2) 12 (3) 6

(1) 네 사람을 일렬로 세우는 경우의 수는



$4 \text{명} \times 3 \text{명} \times 2 \text{명} \times 1 \text{명}$

$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

(2) 회장이 될 수 있는 사람은 4명, 그 각각에
대하여 부회장이 될 수 있는 사람은 회장
1명을 제외한 3명이다.

따라서 경우의 수는

$4 \times 3 = 12$

(3) 대표 2명을 뽑는 방법은 순서와 관계가
없기 때문에 $(A, B), (A, C), (A, D), (B, C),$
 $(B, D), (C, D)$ 의 6가지이다.

$\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$

08 답 210

백의 자리에 올 수 있는 경우의 수 : 1, 2, 3,
4, 5, 6, 7의 7(가지)

십의 자리에 올 수 있는 경우의 수 : 백의 자
리 숫자 하나를 뺀 6(가지)

일의 자리에 올 수 있는 경우의 수 : 십의 자
리 숫자 하나를 또 빼면 5(가지)

$\therefore 7 \times 6 \times 5 = 210$

09 답 1152

연필 묶음을 나열하는 경우의 수는

$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

지우개를 사이사이에 나열하는 경우의 수는

$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

연필이나 지우개 중 어느 것이 먼저 오는가
에 따른 경우의 수는 2

연필을 먼저 나열하면 연필, 지우개, ..., 지우개이고 지우개를
먼저 나열하면 지우개, 연필, ..., 연필의 2가지 경우가 있다.

따라서 구하는 경우의 수는

$24 \times 24 \times 2 = 1152$

10 4

$$\begin{aligned} {}_nP_2 + {}_nP_3 &= 36 \text{에서} \\ n(n-1) + n(n-1)(n-2) &= 36 \\ n(n-1)(n-1) &= 4 \times 3 \times 3 \\ \therefore n &= 4 \end{aligned}$$

11 54

$$\begin{aligned} 6^2 \times 12^3 &= (2 \times 3)^2 \times (2^2 \times 3)^3 \\ &= 2^2 \times 3^2 \times 2^6 \times 3^3 \\ &= 2^8 \times 3^5 \end{aligned}$$

따라서 양의 약수의 개수는

$$(8+1) \times (5+1) = 54$$

12 (1) 8640 (2) 1440

- (1) 여자 4명 중 이웃하는 2명을 선택하는 경우의 수는

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$$

(여) (여) (여) (남) (남) (남) (여)

6명이라고 생각하고 일렬로 배열하는 경우의 수는 6!

이웃한 여자끼리 자리를 바꿀 경우의 수는 2! = 2

$$\therefore 6 \times 6! \times 2 = 8640$$

- (2) 남자끼리 이웃하지 않도록 서게 하려면 여자를 먼저 세우고 그 사이사이에 남자를 세우면 된다.

(여) (여) (여) (여)

먼저 여자를 배열하는 경우의 수는 4!

남자가 사이에 들어갈 수 있는 경우의 수는

$${}_5P_3 = 60$$

$$\therefore 4! \times 60 = 1440$$

13 435

$${}_{30}C_2 = \frac{30 \times 29}{2 \times 1} = 435$$

14 15

$${}_6C_4 = {}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$$

15 5

${}_{n+1}C_{n-1} = {}_{n+1}C_2$ 이므로 주어진 식은

$$\begin{aligned} {}_{n+1}C_3 + {}_{n+1}C_2 &= 35 \rightarrow {}_nC_r = {}_nC_{n-r} \\ \frac{(n+1)n(n-1)}{3!} + \frac{(n+1)n}{2!} &= 35 \end{aligned}$$

$$n(n+1)\{(n-1)+3\} = 35 \times 6$$

$$n(n+1)(n+2) = 5 \times 6 \times 7$$

$$\therefore n = 5$$

종합 연습 문제 정답 문제편 p. 180

16 9	17 106	18 12
19 ③	20 25	21 18
22 225	23 72	

16 9

두 수의 곱이 홀수가 되려면 두 주사위의 눈의 수가 모두 홀수이어야 하므로

$$(구하는 경우의 수) = 3 \times 3 = 9$$

주사위의 눈의 수 중 홀수는 1, 3, 5로 3가지이다.

17 106

(i) 지불할 수 있는 방법의 수

10원짜리 동전 2개로 지불할 수 있는 방법은 0개, 1개, 2개로 3가지

50원짜리 동전 5개로 지불할 수 있는 방법은 0개, 1개, ..., 5개로 6가지

100원짜리 동전 3개로 지불할 수 있는 방법은 0개, 1개, 2개, 3개로 4가지

이때, 모두 0개를 지불하는 것은 지불하지 않은 것과 같으므로

지불할 수 있는 방법의 수는

$$m = 3 \times 6 \times 4 - 1 = 71$$

(ii) 지불할 수 있는 금액의 수

50원짜리 동전 2개와 100원짜리 동전 1개로 지불할 수 있는 금액이 같으므로 100원짜리 동전 3개를 50원짜리 동전 6개로 바꾸어서 생각하면 지불할 수 있는 금액은 10원짜리 동전 2개와 50원 짜리 동전 11개로 지불할 수 있는 금액의 수와 같다.

10원짜리 동전 2개로 지불할 수 있는 방법은 0개, 1개, 2개로 3가지

50원짜리 동전 11개로 지불할 수 있는 방법은 0개, 1개, ..., 11개로 12가지

이때, 모두 0개를 지불하는 것은 지불하지 않은 것과 같으므로 지불할 수 있는 금액의 수는 $n = 3 \times 12 - 1 = 35$

(i), (ii)에서 $m = 71$, $n = 35$ 이므로

$$m + n = 106$$

18 12

자음은 K, R의 2개이고, 모음은 O, E, A의 3개이므로 모음 3개를 한 줄로 나열하고 그 사이사이에 자음 2개를 넣으면 된다.

$$\therefore 3! \times 2! = 12$$

19 ③



출수는 1, 3

(i) 일의 자리가 1인 경우

$$\Rightarrow 3 \times {}_3P_2 = 3 \times 3 \times 2 = 18$$

1과 맨 앞자리 수를 제외한 3개에서 두 개 선택
맨 앞자리에는 0이 들어가는 경우를 제외해야 하므로 3가지이다.

(ii) 일의 자리가 3인 경우 $\Rightarrow$ (i)과 같음

$$\therefore (\text{구하는 경우의 수}) = 18 \times 2 = 36$$

20 25

두 수의 합이 홀수가 되려면 홀수와 짝수의 합이어야 한다.

$$\therefore {}_5C_1 \times {}_5C_1 = 25$$

홀수와 짝수는 동시에 선택되니까
곱의 법칙을 쓴다.

21 18

평행선을 두 개씩 선택하면 평행사변형이 만들어지므로 세로 방향의 평행선 4개 중 2개를 선택, 가로 방향의 평행선 3개 중 2개를 동시에 선택한다.

$$\therefore {}_4C_2 \times {}_3C_2 = 6 \times 3 = 18$$

22 225

10개의 팀이 서로 다른 팀과 1번의 경기를

$$\text{치르는 경우의 수는 } {}_{10}C_2 = \frac{10 \times 9}{2 \times 1} = 45$$

그런데 각 팀이 다른 모든 팀과 5번씩 경기를 치르므로 전체 경기 수는 $45 \times 5 = 225$

23 72

(i) 부모가 모두 포함되도록 4명을 뽑는 경우의 수는 부모를 미리 뽑아 놓고, 나머지 3명 중에서 2명을 뽑으면 되므로 ${}_3C_2$

(ii) 4명을 한 줄로 세우는 경우의 수는 4!

(i), (ii)에 의하여

$${}_3C_2 \times 4! = {}_3C_1 \times 4! = 3 \times 24 = 72$$