THE FIRST CLASS MATHEMATICS

일등급 수학 · 중등 **수학 2** (하)

[해설편]

Ⅴ 삼각형의 성질

Ⅵ 사각형의 성질

Ⅶ 도형의 닮음과 피타고라스 정리

Ⅷ 확률과 그 기본 성질

특별부록 단원별 테스트(학교시험 대비)

빠른 정답 찾기

Ⅴ 삼각형의 성질

01 이등변삼각형의 성질

01 ② 02 ④ 03 (가): $\overline{AC}$ (나): $\overline{AD}$ (다): $\angle CAD$
04 ③ 05 36° 06 (1) 80° (2) 16° 07 ⑤
08 6 cm^2 09 ③ 10 24° 11 ② 12 52°
13 ⑤ 14 ④ 15 $\angle ABC=50^\circ$, $\angle GCE=30^\circ$
16 ③ 17 (1) 해설 참조 (2) 15°
18 (1) 해설 참조 (2) 32° 19 ② 20 53°

02 직각삼각형의 합동 조건

21 (가): $90^\circ-\angle D$ (나): $\angle B=\angle E$ (다): $\overline{AB}=\overline{DE}$
22 ①, ⑤ 23 ⑤ 24 2 cm 25 7 cm 26 ③
27 20 cm 28 (1) 60 cm^2 (2) 10 cm
29 8 cm 30 ② 31 ③ 32 (1) 해설 참조
(2) 해설 참조 (3) 13 cm (4) $\frac{89}{2}\text{ cm}^2$
33 (1) 10 cm^2 (2) 2 cm 34 9 cm 35 64°

03 삼각형의 외심과 내심

36 65° 37 ⑤ 38 30° 39 30° 40 ④
41 125° 42 ④ 43 40° 44 120° 45 18°
46 ⑤ 47 ④ 48 ㄱ, ㄹ, ㅁ 49 60°
50 ① 51 5 : 24 52 2 cm, $(4-\pi)\text{ cm}^2$
53 $18\pi\text{ cm}^2$ 54 195° 55 20° 56 50°
57 (1) 60° (2) 60° (3) 22 cm (4) $\frac{25}{11}$ cm
58 l: 14 cm, S: 7 cm^2 59 55°

❖ 대단원 만점 문제

01 ② 02 20° 03 ⑤ 04 ② 05 110°
06 70 cm^2 07 30 cm^2 08 ④

Ⅵ 사각형의 성질

04 평행사변형

01 ④ 02 ① 03 ㄴ, ㄹ 04 3 cm 05 50°
06 2 cm 07 ④ 08 65° 09 11 cm
10 ⑤ 11 ② 12 ⑤ 13 20 cm^2
14 15 cm^2 15 60 cm^2 16 $\frac{2}{5}$
17 (1) 해설 참조 (2) 15 cm^2 18 해설 참조
19 $\frac{2a+b}{2}$ 20 10 cm^2

05 여러 가지 사각형

21 ②, ④ 22 45° 23 ③ 24 48 cm^2 25 ①
26 18 cm^2 27 ③, ⑤ 28 (1) 60° (2) 120°
29 ⑤ 30 ③ 31 12 : 13 32 6 cm
33 해설 참조 34 ㄴ, ㄹ, ㅁ 35 ③
36 ③ 37 ④ 38 평행사변형 39 ⑤
40 ③ 41 ③ 42 5 cm^2 43 ④
44 10 cm^2 45 20 cm^2 46 20 cm^2
47 해설 참조 48 15 49 마름모, 해설 참조
50 (1) 등변사다리꼴 (2) 19 cm 51 80° 52 40 cm^2

❖ 대단원 만점 문제

01 ④ 02 ④ 03 3 : 2 04 48 05 ③
06 38 cm^2 07 20 cm^2 08 ①

Ⅶ 도형의 닮음과 피타고라스 정리

06 도형의 닮음

01 ④, ⑤ 02 ② 03 ② 04 해설 참조
05 ④ 06 ② 07 (1) △EBA (2) 4 cm
08 9 09 6 10 ③ 11 $\frac{1}{4}$배

12 (1) △DBA (2) 145° **13** 40 cm
14 130 cm **15** 9 cm **16** ⑤ **17** ③
18 16 : 25 **19** ② **20** $\frac{9}{5}$ cm
21 (1) △CEA, △BDA (2) 12
22 (1) 90° (2) 4 : 1 **23** 48 cm^2 **24** 3 cm

07 평행선과 선분의 길이의 비

25 $\frac{5}{8}$ **26** ④ **27** ⑤ **28** 6 cm **29** 5
30 24 cm **31** ② **32** 4 cm
33 $\frac{36}{5}$ cm **34** 12 cm **35** ⑤
36 $\frac{an+bm}{m+n}$ **37** $\frac{15}{2}$ cm **38** ①
39 (1) 1 : 2 (2) 8 : 1 **40** $\frac{8}{3}$ cm
41 ③ **42** 14 cm **43** 30 cm
44 10 cm **45** 28° **46** ⑤ **47** ②
48 12 cm^2 **49** ㄴ, ㄷ **50** ②
51 (1) 5 : 1 (2) 7 : 5 **52** 6 cm **53** 6
54 6 cm^2 **55** ③ **56** ⑤
57 (1) 6 cm (2) $\frac{35}{6}$ **58** (1) 3 : 5 : 4 (2) 6
59 ① **60** 5 : 3 **61** 3 cm **62** $\frac{24}{13}$ cm
63 8 cm **64** (1) $\frac{25}{2}$ cm (2) 32 : 7 (3) $\frac{49}{13}$ cm^2

08 닮음의 활용

65 25 cm^2 **66** 111 cm^3 **67** 11
68 ③ **69** 111π cm^3 **70** ③ **71** (1) 4
(2) 12 **72** 39π cm^3 **73** ② **74** 16 cm^2

09 피타고라스 정리

75 28 cm^2 **76** ②, ④ **77** $c^2 : b^2 : a^2$
78 5 **79** ③ **80** 6 cm^2 **81** 15 cm
82 $\frac{25}{41}$ **83** 9 **84** 24 cm^2 **85** ⑤
86 6 **87** 32 **88** 18 **89** 65 **90** 61
91 125 **92** ③ **93** 4 cm **94** ③ **95** $\frac{12}{5}$
96 $\frac{15}{2}$ cm **97** 193 **98** 56 cm^2

❖ 대단원 만점 문제

01 5 : 6 **02** 6 cm **03** ③ **04** 2 : 1 **05** 20 cm
06 ④ **07** (1) 3 : 1 (2) 4 cm **08** 60
09 $\frac{11}{2}$ cm **10** $\frac{12}{5}$ cm **11** $\frac{9}{10}$ cm
12 $\frac{225}{24}$ cm

Ⅷ 확률과 그 기본 성질

10 경우의 수

01 6가지 **02** ⑤ **03** ② **04** ② **05** ⑤
06 ④ **07** ④ **08** ② **09** ② **10** 16개
11 20가지 **12** (1) 24가지 (2) 12가지 **13** 24가지
14 36가지 **15** 36가지 **16** 96개 **17** 12가지 **18** 3가지
19 ④ **20** 20 **21** 15가지
22 (1) 59번째 (2) *baedc* **23** 9가지 **24** ③

11 확률과 그 계산

25 ①, ④ **26** ④ **27** ⑤ **28** ② **29** $\frac{1}{4}$
30 $x=3$, $y=5$ **31** ③ **32** ③ **33** $\frac{3}{8}$
34 $\frac{29}{40}$ **35** $\frac{1}{2}$ **36** ① **37** ② **38** $\frac{1}{3}$
39 $\frac{25}{42}$ **40** 10명 **41** ② **42** $\frac{1}{6}$ **43** ④
44 $\frac{5}{16}$ **45** 0.5 **46** $\frac{11}{24}$ **47** $\frac{13}{18}$ **48** 0.51

❖ 대단원 만점 문제

01 ④ **02** 20가지 **03** 15가지 **04** ④ **05** $\frac{1}{12}$
06 $\frac{7}{10}$ **07** $\frac{1}{2}$ **08** $\frac{7}{15}$

특별부록 단원별 테스트(학교시험 대비)

01 이등변삼각형의 성질

01 $x=72$, $y=5$ **02** ② **03** ②
04 $\angle ADB=30°$, $\overline{DO}=3$ **05** $112°$ **06** $23°$
07 $59°$ **08** $65°$ **09** ③ **10** 이등변삼각형

02 직각삼각형의 합동 조건

01 (가): $\overline{PO}$ (나): RHS (다): $\angle COP=\angle DOP$
02 ⑤ **03** 3 cm **04** 6 cm^2 **05** ④ **06** ①
07 $67.5°$ **08** $9°$ **09** 4 cm **10** 7.2 km

03 삼각형의 외심과 내심

01 $54°$ **02** ②, ③ **03** $30°$ **04** $60°$ **05** ①
06 4 **07** ④ **08** ④ **09** $120°$ **10** 24 cm^2

04 평행사변형

01 ③ **02** $140°$ **03** $96°$ **04** ④
05 $A(-3, 3)$ **06** ① **07** $126°$ **08** $90°$
09 (1) $75°$ (2) 15 (3) 160
10 (1) 7 cm (2) 22 cm (3) 15 cm

05 여러 가지 사각형

01 ④ **02** ② **03** $56°$ **04** $\angle x=30°$, $\angle y=60°$
05 ④ **06** $45°$ **07** 18 cm^2 **08** 20
09 ④ **10** 1 : 7

06 도형의 닮음

01 ① **02** $\frac{13}{2}$ **03** ② **04** $\frac{14}{3}$ cm
05 $\frac{12}{5}$ cm **06** $\frac{75}{8}$ **07** ④ **08** ④
09 $\frac{10}{3}$ cm **10** 30

07 평행선과 선분의 길이의 비

01 12 **02** 9 cm **03** 3 cm **04** ③ **05** $\frac{28}{5}$
06 100 cm^2 **07** 13 cm **08** ②
09 5 **10** 9

08 닮음의 활용

01 24개 **02** ⑤ **03** ② **04** $\frac{40}{9}S$
05 (1) $\frac{7}{3}$ (2) $\frac{98}{75}$ **06** ④ **07** 19 : 98
08 78분 **09** 30 m **10** 4 m

09 피타고라스 정리

01 12 **02** ③ **03** 24 cm^2 **04** 6 cm
05 $\frac{13}{2}$ cm^2 **06** 13 cm **07** 6개
08 21 cm **09** $\frac{10}{3}$ cm **10** ②

10 경우의 수

01 (1) 9가지 (2) 9가지 **02** ④ **03** ④
04 ① **05** 8가지 **06** ③ **07** 42가지
08 ④ **09** 7가지
10 (1) 16가지 (2) 26가지 (3) 44가지

11 확률과 그 계산

01 ④ **02** ③ **03** (1) $\frac{1}{10}$ (2) $\frac{9}{10}$
04 ⑤ **05** $\frac{12}{49}$ **06** 0.62 **07** ④ **08** ①
09 ③ **10** $\frac{2}{9}$

V 삼각형의 성질

01 이등변삼각형의 성질

문제편 8P

01 답 ②

② $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$이므로 $\overline{BD}=\overline{CD}=\frac{1}{2}\overline{BC}$이다.

02 답 ④

$\angle DBC=\angle x$라 하면 $\angle ABD=\angle x$

$\triangle ABC$가 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\angle ACB=2\angle x$

$\triangle ABC$에서 세 내각의 크기의 합은 $180°$이므로

$48°+4\angle x=180°$, $4\angle x=132°$

$\therefore \angle x=33°$

[다른 풀이]

$\triangle ABC$가 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\angle B=\frac{1}{2}(180°-48°)=66°$

$\overline{BD}$는 $\angle B$의 이등분선이므로

$\angle DBC=\frac{1}{2}\times 66°=33°$

03 답 (가) : $\overline{AC}$ (나) : $\overline{AD}$ (다) : $\angle CAD$

04 답 ③

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle ABC=\angle C=70°$

$\therefore \angle A=180°-2\times 70°=40°$

$\overline{BC}=\overline{BD}$이므로 $\angle BDC=\angle C=70°$

$\angle ADB=180°-\angle BDC=180°-70°=110°$

따라서 $\triangle ABD$에서

$\angle ABD=180°-(40°+110°)=30°$

05 답 $36°$

$\angle A=\angle x$라 하면 $\triangle ABD$가 이등변삼각형이므로

$\angle ABD=\angle A=\angle x$

$\triangle ABD$에서 외각의 성질에 의하여

$\angle BDC=2\angle A=2\angle x$

$\triangle BCD$가 이등변삼각형이므로

$\angle C=\angle BDC=2\angle x$

따라서 $\triangle ABC$의 세 내각의 합이 $180°$이므로

$\angle x+2\angle x+2\angle x=180°$

$5\angle x=180°$ $\therefore \angle x=36°$

06 답 (1) $80°$ (2) $16°$

(1) $\overline{AB}=\overline{BC}$이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle BCA=\angle A=20°$

$\triangle ABC$에서 외각의 성질에 의하여 $\angle CBD=2\angle A=40°$

$\overline{BC}=\overline{CD}$이므로 $\angle CDB=\angle CBD=40°$

$\triangle DAC$에서 외각의 성질에 의하여 $\angle DCE=3\angle A=60°$

$\overline{CD}=\overline{DE}$이므로 $\angle DEC=\angle DCE=60°$

$\triangle ADE$에서 외각의 성질에 의하여 $\angle EDF=4\angle A=80°$

$\overline{DE}=\overline{EF}$이므로 $\angle DFE=\angle EDF=80°$

(2) $\triangle AFE$에서 외각의 성질에 의하여 $\angle FEG=5\angle A$ ⋯ ㉠

$\triangle CBD$에서

$\angle BCD=180°-(\angle CBD+\angle CDB)=180°-4\angle A$ ⋯ ㉡

$\angle FEG=\angle BCD-36°$에 ㉠, ㉡을 대입하면

$5\angle A=(180°-4\angle A)-36°$, $9\angle A=144°$

$\therefore \angle A=16°$

07 답 ⑤

⑤ $\overline{AD}\perp\overline{BC}$, $\overline{BD}=\overline{CD}$

08 답 6 cm^2

$\triangle ABE$와 $\triangle ACE$에서

$\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{AE}$는 공통, $\angle BAE=\angle CAE$이므로

$\triangle ABE\equiv\triangle ACE$(SAS 합동)

$\angle EAC=\angle ECA$이므로 $\overline{EA}=\overline{EC}$

$\therefore \overline{CE}=\overline{BE}=\overline{AE}=4\text{ cm}$

$\therefore \triangle AEC=4\times 3\times\frac{1}{2}=6(\text{cm}^2)$

09 답 ③

① $\triangle ABE$와 $\triangle ACD$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{AE}=\overline{AD}$

$\angle A$는 공통이므로 $\triangle ABE\equiv\triangle ACD$(SAS 합동)

$\therefore \overline{BE}=\overline{CD}$

②, ④ $\triangle DBO$와 $\triangle ECO$에서

$\overline{BD}=\overline{AB}-\overline{AD}=\overline{AC}-\overline{AE}=\overline{CE}$

($\because$ $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{AD}=\overline{AE}$)

$\angle DBO=\angle ECO$($\because$ $\triangle ABE\equiv\triangle ACD$)

$\triangle OBC$는 이등변삼각형이므로 $\overline{OB}=\overline{OC}$

$\therefore \triangle DBO\equiv\triangle ECO$(SAS 합동)

⑤ $\triangle ABO$와 $\triangle ACO$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{AO}$는 공통,

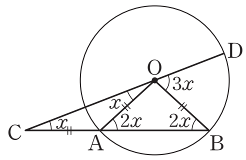
$\overline{OB}=\overline{OC}$이므로 $\triangle ABO\equiv\triangle ACO$(SSS 합동)

$\therefore \angle BAO=\angle CAO=\frac{1}{2}\angle A$

따라서 점 O는 $\angle A$의 이등분선 위에 있다.

그러므로 옳지 않은 것은 ③이다.

10 답 $24°$



$\angle ACO = \angle x$라 하면

$\overline{AC} = \overline{AO}$이므로

$\angle AOC = \angle x$

$\triangle CAO$에서 외각의 성질에 의하여

$\angle OAB = 2\angle x$

원 O에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$이므로

$\angle OBA = \angle OAB = 2\angle x$

$\triangle OCB$에서 외각의 성질에 의하여

$\angle BOD = \angle x + 2\angle x = 3\angle x = 72°$

$\therefore \angle x = 24°$ $\quad\therefore \angle ACO = 24°$

11 답 ②

$\triangle ABD$와 $\triangle ACD$에서 $\angle BAD = \angle CAD$

$\triangle ABC$에서 두 밑각의 크기가 같으므로 $\angle ABC = \angle ACB$이고

삼각형의 세 내각의 합이 $180°$이므로 $\angle ADB = \angle ADC$

$\overline{AD}$는 공통이므로 $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$(ASA 합동)

$\therefore \overline{AB} = \overline{AC}$

② $\overline{AB} = \overline{AC}$는 증명의 결과이므로 설명에 이용되는 성질이 아니다.

12 답 $52°$

$\triangle ADE$가 $\triangle BDE$로 접어지므로 $\angle A = \angle DBE$

$\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ACB = \angle ABC = \angle ABE + 12° = \angle A + 12°$

$\triangle ABC$에서 세 내각의 크기의 합은 $180°$이므로

$\angle A + \angle ABC + \angle ACB = 180°$

$\angle A + 2(\angle A + 12°) = 180°$

$3\angle A = 156°$ $\quad\therefore \angle A = 52°$

13 답 ⑤

$\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle B = \angle C = \frac{1}{2}(180° - 36°) = 72°$

$\overline{BD}$는 $\angle ABC$의 이등분선이므로 $\angle ABD = \angle DBC = 36°$

따라서 $\triangle DAB$에서 $\angle DAB = \angle DBA = 36°$이므로

$\triangle DAB$는 이등변삼각형이다. $\quad\therefore \overline{DA} = \overline{DB}$

또한, $\angle C = 72°$, $\angle DBC = 36°$이므로 $\angle BDC = 72°$

즉, $\triangle BDC$는 이등변삼각형이다. $\quad\therefore \overline{BD} = \overline{BC} = b$

따라서 $\overline{BC} = \overline{BD} = \overline{AD} = b$이므로

$\overline{DC} = \overline{AC} - \overline{AD} = a - b$

14 답 ④

$\triangle ABC$와 $\triangle ABD$는 합동인 이등변삼각형이므로

$\angle ABC = \angle ACB = \angle BAD = \angle BDA$

즉, $\angle ABE = \angle BAE$이므로 $\triangle ABE$에서

$\angle ABE = \angle BAE = \frac{1}{2}(180° - 80°) = 50°$

이때, $\angle C$는 $\triangle ABC$의 밑각이고, $\angle D$는 $\triangle ABD$의 밑각이므로

$\angle C = \angle ABE = 50°$, $\angle D = \angle BAE = 50°$

$\therefore \angle C + \angle D = 100°$

15 답 $\angle ABC = 50°$, $\angle GCE = 30°$

$\triangle BCD$는 $\overline{BC} = \overline{CD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle CBD = \angle CDB = 25°$

$\overline{FB} \,/\!/\, \overline{DC}$이므로 $\angle ABE = \angle BDC = 25°$(엇각)

$\therefore \angle ABC = \angle ABE + \angle DBC = 50°$

$\triangle FBC$는 $\overline{CB} = \overline{CF}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BFC = \angle FBC = 50°$

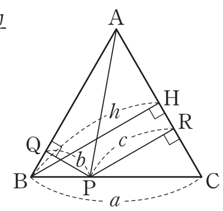
$\therefore \angle FCB = 180° - (\angle BFC + \angle FBC) = 80°$

$\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ACB = \angle ABC = 50°$

$\therefore \angle GCE = \angle FCB - \angle ACB = 80° - 50° = 30°$

16 답 ③



점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고

$\overline{BH} = h$라 하면

$\triangle ABC = \triangle ABP + \triangle ACP$에서

$\frac{1}{2} \times \overline{AC} \times h$

$= \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{PQ} + \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{PR}$

$\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times h = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{PQ} + \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{PR}$

$\therefore h = \overline{PQ} + \overline{PR} = b + c$

17 답 (1) 해설 참조 (2) $15°$

(1) $\triangle ABD$와 $\triangle ACE$에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ … ㉠

$\overline{BE} = \overline{AB} = \overline{AC} = \overline{CD}$이므로

$\overline{BD} = \overline{BE} - \overline{DE} = \overline{CD} - \overline{DE} = \overline{CE}$ … ㉡

$\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로 $\angle B = \angle C$ … ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의하여 $\triangle ABD \equiv \triangle ACE$(SAS 합동)

$\therefore \overline{AD} = \overline{AE}$

따라서 $\triangle ADE$는 이등변삼각형이다. ---------- ⓐ

(2) $\angle DAE = 50°$이고, $\triangle ADE$는 이등변삼각형이므로

$\angle ADE = \angle AED = \frac{1}{2}(180° - 50°) = 65°$

$\triangle ABE$는 이등변삼각형이므로 $\angle BAE = \angle BEA = 65°$

$\therefore \angle BAD = \angle BAE - \angle DAE = 65° - 50° = 15°$ ---------- ⓑ

| 채점기준 |

ⓐ $\triangle ADE$가 이등변삼각형임을 삼각형의 합동을 이용하여 설명한다. [70%]

ⓑ $\angle BAD$의 크기를 구한다. [30%]

18 답 (1) 해설 참조 (2) $32°$

(1) $\angle AEF = \angle FEC$(접은 각)

$\overline{AD} // \overline{BC}$이므로 $\angle AFE = \angle FEC$(엇각)

$\therefore \angle AEF = \angle AFE$

따라서 $\triangle AEF$는 $\overline{AE} = \overline{AF}$인 이등변삼각형이다. ⓐ

(2) $\triangle AEF$에서 $\angle FAE = 90° - 26° = 64°$이므로

$\angle AFE = \frac{1}{2}(180° - 64°) = 58° = \angle GFD$(맞꼭지각)

따라서 직각삼각형 GFD에서

$\angle FGD = 90° - 58° = 32°$ ⓑ

| 채점기준 |

ⓐ $\triangle AEF$가 이등변삼각형임을 보인다. [50%]

ⓑ $\angle FGD$의 크기를 구한다. [50%]

19 답 ②

$\triangle ABC$가 이등변삼각형이므로

$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180° - 40°) = 70°$

$\triangle ABD$와 $\triangle ACE$에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$

$\angle ADB = \angle AEC = 90°$, $\angle A$는 공통이고

삼각형의 세 내각의 합이 $180°$이므로 $\angle ABD = \angle ACE$

$\therefore \triangle ABD \equiv \triangle ACE$(ASA 합동)

즉, $\overline{AD} = \overline{AE}$이므로 $\triangle ADE$는 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle ADE = \frac{1}{2}(180° - 40°) = 70°$

한편, $\overline{BM} = \overline{EM}$이므로 $\angle MEB = \angle MBE = 70°$

$\therefore \angle MED = 180° - \angle AED - \angle MEB$

$= 180° - 70° - 70° = 40°$

20 답 $53°$

$\triangle FBD$와 $\triangle DCE$에서

$\overline{BD} = \overline{CE}$, $\overline{BF} = \overline{CD}$

또한, $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$\angle FBD = \angle DCE = \frac{1}{2}(180° - \angle A) = 74°$

$\therefore \triangle FBD \equiv \triangle DCE$(SAS 합동)

따라서 $\triangle DEF$는 $\overline{ED} = \overline{DF}$인 이등변삼각형이므로

$\angle EDF = 180° - (\angle FDB + \angle EDC)$

$= 180° - (\angle FDB + \angle BFD)$

$= 180° - (180° - \angle FBD)$

$= \angle FBD = 74°$

$\therefore \angle DEF = \frac{1}{2}(180° - \angle EDF) = 53°$

02 직각삼각형의 합동 조건

문제편 14P

21 답 (가): $90° - \angle D$ (나): $\angle B = \angle E$ (다): $\overline{AB} = \overline{DE}$

22 답 ①, ⑤

① ㄱ, ㄹ : RHA 합동

⑤ ㄷ, ㅁ : RHS 합동

23 답 ⑤

(가) : $180°$ (나) : 이등변삼각형 (다) : $\angle B = \angle E$

24 답 2 cm

삼각형의 외각은 이웃하지 않는 두 내각의 합과 같으므로

$\angle DAB + \angle D = \angle ABE = \angle EBC + \angle ABC$에서

$\angle DAB = \angle EBC$($\because \angle D = \angle ABC = 90°$),

$\overline{AB} = \overline{BC}$, $\angle D = \angle E = 90°$이므로 $\triangle ADB \equiv \triangle BEC$(RHA 합동)

따라서 $\overline{AD} = \overline{BE} = 3$ cm이므로 $\overline{DB} = 5 - 3 = 2$ (cm)

$\therefore \overline{CE} = \overline{DB} = 2$ (cm)

25 답 7 cm

$\triangle ABD$와 $\triangle CAE$에서 $\angle D = \angle E = 90°$, $\overline{AB} = \overline{CA}$,

$\angle BAD = 90° - \angle CAE = \angle ACE$이므로

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$(RHA 합동)

$\therefore \overline{AD} = \overline{CE} = 12$ cm, $\overline{AE} = \overline{BD} = 5$ cm

$\therefore \overline{DE} = \overline{AD} - \overline{AE} = 12 - 5 = 7$(cm)

26 답 ③

$\triangle MBD$와 $\triangle MCE$에서

$\angle MDB = \angle MEC = 90°$, $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{MD} = \overline{ME}$이므로

$\triangle MBD \equiv \triangle MCE$(RHS 합동) $\therefore \angle DBM = \angle ECM$

따라서 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$\angle DBM = \frac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$

$\therefore \angle BMD = 90° - \angle DBM = 35°$

27 답 20 cm

$\triangle ADE$와 $\triangle ACE$에서

$\angle ADE = \angle ACE = 90°$, $\overline{AE}$는 공통, $\overline{AD} = \overline{AC}$이므로

$\triangle ADE \equiv \triangle ACE$(RHS 합동) $\therefore \overline{DE} = \overline{CE}$

$\therefore$ ($\triangle BDE$의 둘레의 길이)$= \overline{BD} + \overline{BE} + \overline{DE}$

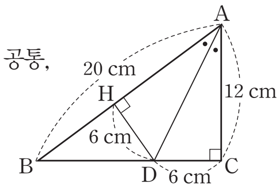
$= \overline{BD} + \overline{BE} + \overline{CE}$

$= \overline{BD} + \overline{BC} = \overline{AB} - \overline{AD} + \overline{BC}$

$= 13 - 5 + 12 = 20$(cm)

28 답 (1) 60 cm^2 (2) 10 cm

(1) 점 D에서 빗변 AB에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle ADH$와 $\triangle ADC$에서

$\angle AHD=\angle ACD=90^\circ$, $\overline{AD}$는 공통,

$\angle DAH=\angle DAC$이므로

$\triangle ADH\equiv\triangle ADC$(RHA 합동)

$\therefore \overline{DH}=\overline{DC}=6\text{ cm}$

따라서 $\triangle ABD$의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{DH}=\frac{1}{2}\times20\times6=60(\text{cm}^2)$

(2) $\triangle ABD=\frac{1}{2}\times\overline{BD}\times\overline{AC}=60(\text{cm}^2)$이므로

$\frac{1}{2}\times\overline{BD}\times12=60$ $\therefore \overline{BD}=10\text{ cm}$

29 답 8 cm

$\triangle ABM$과 $\triangle AHM$에서

$\angle ABM=\angle AHM=90^\circ$, $\overline{BM}=\overline{HM}$, $\overline{AM}$은 공통

$\therefore \triangle ABM\equiv\triangle AHM$(RHS 합동)

마찬가지로 $\triangle MCD\equiv\triangle MHD$(RHS 합동)

한편 $\square ABCD=2(\triangle AMH+\triangle DHM)=2\triangle AMD$이므로

$\triangle AMD=\frac{1}{2}\times\overline{AD}\times\overline{MH}=\frac{1}{2}\times\overline{AD}\times3=12(\text{cm}^2)$

$\therefore \overline{AD}=8(\text{cm})$

30 답 ②

$\triangle AOP$와 $\triangle BOP$에서

$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$, $\overline{OP}$는 공통, $\angle AOP=\angle BOP$이므로

$\triangle AOP\equiv\triangle BOP$(RHA 합동)

$\therefore \overline{PA}=\overline{PB}$

따라서 ②는 결론이므로 설명에 사용되는 것이 아니다.

31 답 ③

$\triangle PAO$와 $\triangle PBO$에서

$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$, $\overline{PA}=\overline{PB}$, $\overline{PO}$는 공통이므로

$\triangle PAO\equiv\triangle PBO$(RHS 합동) $\therefore \angle POA=\angle POB$

따라서 ③은 결론이므로 증명에 사용되는 것이 아니다.

32 답 (1) 해설 참조 (2) 해설 참조 (3) 13 cm (4) $\frac{89}{2}\text{ cm}^2$

(1) $\angle ABD=90^\circ-\angle BAD$

$\angle CAE=180^\circ-(90^\circ+\angle BAD)=90^\circ-\angle BAD$

$\therefore \angle ABD=\angle CAE$ ---------- ⓐ

(2) $\angle ABD=\angle CAE$, $\overline{AB}=\overline{CA}$, $\angle ADB=\angle CEA=90^\circ$

$\therefore \triangle ADB\equiv\triangle CEA$(RHA 합동) ---------- ⓑ

(3) $\overline{DE}=\overline{AD}+\overline{AE}=\overline{CE}+\overline{BD}=8+5=13(\text{cm})$ ---------- ⓒ

(4) $\triangle ABC=\square DBCE-\triangle DBA-\triangle EAC$

$=\frac{1}{2}\times(8+5)\times13-2\times\frac{1}{2}\times8\times5$

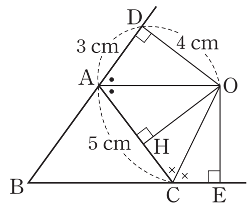
$=\frac{89}{2}(\text{cm}^2)$ ---------- ⓓ

| 채점기준 |

ⓐ $\angle ABD=\angle CAE$임을 보인다.	[30%]
ⓑ $\triangle ADB\equiv\triangle CEA$임을 보인다.	[30%]
ⓒ $\overline{DE}$의 길이를 구한다.	[20%]
ⓓ $\triangle ABC$의 넓이를 구한다.	[20%]

33 답 (1) 10 cm^2 (2) 2 cm

(1) 점 O에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.



$\triangle ODA$와 $\triangle OHA$에서

$\angle ODA=\angle OHA=90^\circ$,

$\overline{OA}$는 공통, $\angle OAD=\angle OAH$

이므로 $\triangle ODA\equiv\triangle OHA$(RHA 합동)

$\therefore \overline{OH}=\overline{OD}=4\text{ cm}$

$\therefore \triangle OAC=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{OH}=\frac{1}{2}\times5\times4=10(\text{cm}^2)$

(2) $\triangle OHC$와 $\triangle OEC$에서

$\angle OHC=\angle OEC=90^\circ$, $\overline{OC}$는 공통, $\angle OCH=\angle OCE$이므로

$\triangle OHC\equiv\triangle OEC$(RHA 합동) $\therefore \overline{CE}=\overline{CH}$

한편, $\overline{AH}=\overline{AD}=3\text{ cm}$이므로

$\overline{CE}=\overline{CH}=\overline{AC}-\overline{AH}=2(\text{cm})$

34 답 9 cm

$\overline{BD}$는$\angle ABC$의 이등분선이므로 $\angle EBF=\angle CBD$

직각삼각형 EBF와 DBC에서

$\angle BDC=90^\circ-\angle CBD=90^\circ-\angle EBF=\angle BFE$

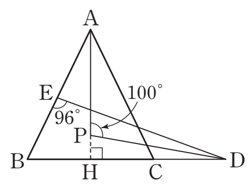
또한, 맞꼭지각의 성질에 의하여 $\angle BFE=\angle CFD$

즉, $\angle CFD=\angle CDF$이므로 $\triangle CDF$는 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{CF}=\frac{3}{5}\overline{CE}=9\text{ cm}$이므로 $\overline{CD}=\overline{CF}=9\text{ cm}$

35 답 64°

$\overline{AP}$가 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선이므로 그 연장선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 H라 하면 $\overline{AH}\perp\overline{BC}$



$\triangle HDP$에서

$\angle HDP=180^\circ-(90^\circ+80^\circ)=10^\circ$

이므로

$\angle BDE=2\angle HDP=20^\circ$

$\therefore \angle ABC=180^\circ-(\angle BED+\angle BDE)$

$=180^\circ-(96^\circ+20^\circ)=64^\circ$

36 답 65°

△ABC에서 외심의 성질에 의하여

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이므로 $\angle OAB=\angle OBA=\angle x$

$\therefore \angle x+\angle y=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times 130°=65°$

37 답 ⑤

⑤ 삼각형의 외심은 세 변의 수직이등분선의 교점이다.

38 답 30°

점 O는 △ABC의 외심이므로 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$

△ABO에서 $\overline{OB}=\overline{OA}$이므로

$\angle BAO=\angle ABO=30°$

△ABC의 외심이 빗변의 중점에 있으므로 △ABC는 ∠A=90°인 직각삼각형이다.

$\angle OAC=90°-30°=60°$이므로

$\angle OO'C=2\angle OAC=120°$

$\therefore \angle O'OC=\frac{1}{2}\times(180°-120°)=30°$

39 답 30°

점 M은 △ABC의 외심이므로 $\overline{MA}=\overline{MB}=\overline{MC}$

$\angle MAC=\angle MCA=30°$

$\therefore \angle MCB=90°-30°=60°$

그런데 △BCM은 $\overline{MB}=\overline{MC}$인 이등변삼각형이므로 △BCM은 정삼각형이다.

$\therefore \angle HCM=90°-60°=30°$

40 답 ④

외심의 성질에 의하여 $\angle BOC=2\angle A=72°$

점 O는 △ABC의 외심이므로 △OBC는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle OBC=\frac{1}{2}\times(180°-72°)=54°$

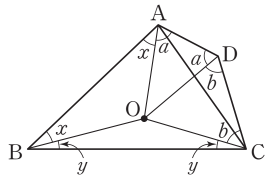
또한, $\angle BO'C=2\angle BOC=2\times 72°=144°$

점 O′는 △OBC의 외심이므로 △O′BC는 $\overline{O'B}=\overline{O'C}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle O'BC=\frac{1}{2}\times(180°-144°)=18°$

$\therefore \angle OBO'=54°-18°=36°$

41 답 125°



$\angle ABO=\angle x$, $\angle OBC=\angle y$라 하면

$\angle x+\angle y=55°$

△ABC에서 외심의 성질에 의하여

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\angle BAO=\angle x$, $\angle BCO=\angle y$

△AOC에서

$\angle AOC=180°-(\angle OAC+\angle OCA)$

$=180°-\{180°-2(\angle x+\angle y)\}$

$=2(\angle x+\angle y)=2\times 55°=110°$

한편, $\angle ADO=\angle a$, $\angle CDO=\angle b$라 하면 $\angle ADC=\angle a+\angle b$

△ADC에서 외심의 성질에 의하여 $\overline{OA}=\overline{OD}=\overline{OC}$이므로

$\angle DAO=\angle a$, $\angle DCO=\angle b$

□AOCD의 내각의 합은 360°이므로

$2(\angle a+\angle b)+110°=360°$

$\therefore \angle a+\angle b=\angle ADC=125°$

[다른 풀이]

외심에 관련된 각 공식을 이용하여 간단히 풀 수 있다.

예각삼각형 ABC에서 외심의 성질에 의하여

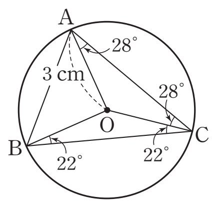
$\angle AOC=2\angle ABC=110°$

둔각삼각형 ADC에서 외심의 성질에 의하여

∠AOC(큰 각)=360°−∠AOC(작은 각)=2∠ADC

$\therefore \angle ADC=\frac{360°-110°}{2}=125°$

42 답 ④



△AOC, △OBC는 이등변삼각형이므로

$\angle ACO=28°$, $\angle BCO=22°$

$\angle ACB=28°+22°=50°$

$\angle AOB=2\angle ACB=100°$이므로

$\overset{\frown}{AB}=2\pi\times 3\times\frac{100}{360}=\frac{5}{3}\pi(\text{cm})$

43 답 40°

점 M은 △ABC의 외심이므로 $\overline{MA}=\overline{MC}$ 즉, △MAC는 이등변삼각형이다.

$\angle AMN=\angle CMN=25°$이므로 $\angle CMA=50°$

$\therefore \angle MCD=180°-(90°+50°)=40°$

44 답 120°

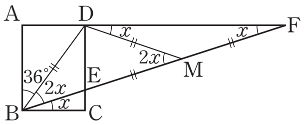
$\angle DOE:\angle EOF:\angle FOD=5:6:7$이므로

$\angle EOF=360°\times\frac{6}{5+6+7}=120°$

□OECF에서 $\angle C=360°-(90°+120°+90°)=60°$

△ABC에서 외심의 성질에 의하여 $\angle AOB=2\angle C=120°$

45 답 18°



오른쪽 그림과 같이 $\overline{EF}$의 중점을 M이라 하면 점 M은 직각삼각형 DEF의 빗변의 중점이므로 $\triangle DEF$의 외심이다.

$\therefore \overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{EF}=\overline{EM}=\overline{FM}=\overline{DM}$

$\angle EBC=\angle x$라 하면

평행선의 엇각의 성질에 의하여 $\angle EFD=\angle x$

$\overline{DM}=\overline{FM}$이므로 $\angle FDM=\angle EFD=\angle x$

$\triangle DFM$에서 외각의 성질에 의하여 $\angle DME=2\angle x$

$\overline{BD}=\overline{DM}$이므로 $\angle DBM=\angle DME=2\angle x$

따라서 $\angle ABC=36^\circ+\angle DBE+\angle EBC=90^\circ$에서

$36^\circ+3\angle x=90^\circ \qquad \therefore \angle x=\angle EBC=18^\circ$

46 답 ⑤

점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로 세 내각의 이등분선의 교점이다.

따라서 $\angle CAI=\angle x=35^\circ$이고, $\angle ACI=\angle BCI=25^\circ$이므로

$\angle y=180^\circ-50^\circ-70^\circ=60^\circ$

47 답 ④

점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로 $\angle DBI=\angle CBI$

또한 $\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle DIB=\angle CBI$

즉, $\angle DBI=\angle DIB$이므로 $\triangle DBI$는 이등변삼각형이다.

같은 방법으로 $\triangle EIC$도 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{DB}=\overline{DI},\ \overline{EI}=\overline{EC}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

48 답 ㄱ, ㄹ, ㅁ

종이접기를 하면 점 P는 내각의 이등분선의 교점이므로 내심이다.

ㄱ. 내심의 성질에 의하여 $\angle PBA=\angle PBC$ (참)

ㄴ. 점 P가 외심이면 $\angle PAB=\angle PBA$이다. (거짓)

ㄷ. 점 P가 외심이면 $\overline{PA}=\overline{PB}=\overline{PC}$이다. (거짓)

ㄹ. 내심의 성질에 의하여 점 P에서 세 변까지의 거리는 모두 같다. (참)

ㅁ. 내심의 성질에 의하여 $\overline{BP}$는 $\angle B$의 이등분선이다. (참)

따라서 점 P에 대한 설명으로 옳은 것은 ㄱ, ㄹ, ㅁ이다.

49 답 60°

점 I가 $\triangle ABC$의 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$\angle BAI=\angle CAI=\angle x,\ \angle ABI=\angle CBI=\angle y,$

$\angle ACI=\angle BCI=\angle z$

라 하면 삼각형의 내각의 크기의 합이 180°이므로

$\angle x+\angle y+\angle z=90^\circ$ …㉠

구하려는 각이 $\angle ABC=2\angle y$이므로 $\angle x+\angle z$의 크기를 구하자.

$\angle CIA=180^\circ-(\angle x+\angle z)$이고

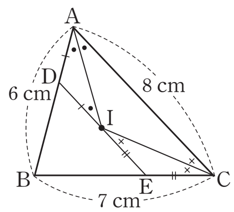
$\angle AIB : \angle BIC : \angle CIA=6:4:5$에서

$\angle CIA=360^\circ\times\frac{5}{6+4+5}=120^\circ$이므로 $\angle x+\angle z=60^\circ$ … ㉡

따라서 ㉠, ㉡에서 $\angle y=90^\circ-(\angle x+\angle z)=30^\circ$

$\therefore \angle ABC=2\angle y=60^\circ$

50 답 ①



점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle DAI=\angle CAI,\ \angle ECI=\angle ACI$

또한, $\overline{DE}\,/\!/\,\overline{AC}$이므로

$\angle CAI=\angle DIA,\ \angle ACI=\angle EIC$

따라서 $\triangle ADI,\ \triangle ECI$는 이등변삼각형이므로 $\overline{DA}=\overline{DI},\ \overline{EI}=\overline{EC}$

$\therefore$ ($\triangle BDE$의 둘레의 길이)

$=\overline{BD}+\overline{DE}+\overline{BE}=\overline{BD}+\overline{DI}+\overline{EI}+\overline{BE}$

$=\overline{BD}+\overline{DA}+\overline{EC}+\overline{BE}=\overline{AB}+\overline{BC}=6+7=13(\text{cm})$

51 답 5 : 24

$\triangle ABC$의 내접원 I의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\triangle ABC=\triangle IAB+\triangle IBC+\triangle ICA$

$=\frac{1}{2}r(9+8+7)=12r(\text{cm}^2)$

한편, $\overline{BD}=x$ cm라 하면 $\triangle ABC$에서 내심의 성질에 의하여

$\overline{BD}=\overline{BE}=x$ cm, $\overline{AD}=\overline{AF}=(9-x)$ cm,

$\overline{CE}=\overline{CF}=(8-x)$ cm이고 $\overline{AF}+\overline{FC}=\overline{AC}$이므로

$(9-x)+(8-x)=7,\ -2x=-10 \qquad \therefore x=5(\text{cm})$

$\therefore \triangle BDI=\frac{1}{2}\times5\times r=\frac{5}{2}r(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle BDI : \triangle ABC=\frac{5}{2}r : 12r=5:24$

만점 UP

＊삼각형과 삼각형의 내접원의 접점에 의한 변의 길이 사이의 관계

공식을 이용하여 $\overline{BD}$의 길이를 간단히 구할 수 있다.

$\overline{BD}=\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{BC}-\overline{AC})=\frac{1}{2}(9+8-7)=5$

52 답 2 cm, $(4-\pi)$ cm^2

내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하자.

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times8=\frac{1}{2}r(6+8+10)$이므로

$12r=24 \qquad \therefore r=2(\text{cm})$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=$(사각형 IDCE의 넓이)$-$(부채꼴 IDE의 넓이)

$=2^2-\frac{1}{4}\times\pi\times2^2=4-\pi(\text{cm}^2)$

53 답 18π cm^2

내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\triangle ABC=\frac{1}{2}r(28+17+25)=35r=210$ $\therefore r=6(\text{cm})$

$\angle AID=\angle AIF$, $\angle BID=\angle BIE$, $\angle CIE=\angle CIF$이므로

$\angle AID+\angle BIE+\angle CIF=180^\circ$

따라서 색칠한 부채꼴의 넓이의 합은 $\frac{1}{2}\times\pi\times6^2=18\pi(\text{cm}^2)$

54 답 195°

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle BAD=\angle CAD=\angle a$, $\angle ABE=\angle CBE=\angle b$라 하면

$2\angle a+2\angle b=110^\circ$이므로 $\angle a+\angle b=55^\circ$

그런데 $\angle IEA=\angle b+70^\circ$, $\angle IDB=\angle a+70^\circ$이므로

$\angle IEA+\angle IDB=\angle a+\angle b+140^\circ$

$=55^\circ+140^\circ=195^\circ$

55 답 20°

$\angle A=180^\circ-(\angle B+\angle C)=70^\circ$이고, 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle BAI=\frac{1}{2}\angle A=35^\circ$

또한, 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\angle AOB=2\angle C=150^\circ$

$\triangle OAB$는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BAO=\frac{1}{2}(180^\circ-150^\circ)=15^\circ$

$\therefore \angle OAI=\angle BAI-\angle BAO=35^\circ-15^\circ=20^\circ$

56 답 50°

두 점 O, I는 각각 $\triangle ABC$의 외심, 내심이므로

$\angle BOC=2\angle A$, $\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A$ ---------- ⓐ

$\angle BIC-\angle BOC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A-2\angle A$

$=90^\circ-\frac{3}{2}\angle A=15^\circ$ ---------- ⓑ

$\therefore \angle A=50^\circ$ ---------- ⓒ

| 채점기준 |

ⓐ $\angle BOC$, $\angle BIC$를 $\angle A$에 대한 식으로 나타낸다.	[40%]
ⓑ $\angle BIC-\angle BOC$를 $\angle A$에 대한 식으로 나타낸다.	[40%]
ⓒ $\angle A$의 크기를 구한다.	[20%]

57 답 (1) 60° (2) 60° (3) 22 cm (4) $\frac{25}{11}$ cm

(1) 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로 $\angle ICE=\angle ICB$

$\therefore \angle IBC+\angle ICE=\angle IBC+\angle ICB$

$=180^\circ-\angle BIC=60^\circ$ ---------- ⓐ

(2) $90^\circ+\frac{1}{2}\angle A=\angle BIC$이므로

$\angle A=2(120^\circ-90^\circ)=60^\circ$ ---------- ⓑ

(3) 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로 $\angle IBC=\angle IBD$

$\overline{DE}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로 $\angle DIB=\angle IBC$(엇각)

따라서 $\triangle DBI$는 이등변삼각형이다.

마찬가지로 $\triangle ECI$도 $\overline{IE}=\overline{CE}$인 이등변삼각형이다.

따라서 $\triangle ADE$의 둘레의 길이는

$\overline{AD}+\overline{DI}+\overline{IE}+\overline{AE}=\overline{AD}+\overline{DB}+\overline{EC}+\overline{AE}$

$=\overline{AB}+\overline{AC}$

$=12+10=22(\text{cm})$ ---------- ⓒ

(4) $\triangle ADE$의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\triangle ADE=\frac{1}{2}\times r\times(\triangle ADE$의 둘레의 길이$)$

$=\frac{1}{2}\times r\times22=11r$

$11r=25$ $\therefore r=\frac{25}{11}(\text{cm})$ ---------- ⓓ

| 채점기준 |

ⓐ $\angle IBC+\angle ICE$의 크기를 구한다.	[20%]
ⓑ $\angle A$의 크기를 구한다.	[20%]
ⓒ $\triangle ADE$의 둘레의 길이를 구한다.	[30%]
ⓓ $\triangle ADE$의 내접원의 반지름의 길이를 구한다.	[30%]

58 답 l : 14 cm, S : 7 cm^2

점 O는 직각삼각형 ABC의 외심이므로 $\overline{BC}=2\overline{BO}=6$ cm

$\square O'DAF$는 정사각형이므로 $\overline{DA}=\overline{FA}=1$ cm

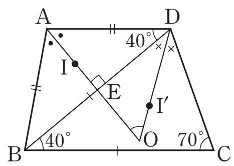
$\overline{CF}=x$라 하면 $\overline{CE}=\overline{CF}=x$, $\overline{BE}=\overline{BD}=6-x$

$\therefore l=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=(7-x)+6+(x+1)=14(\text{cm})$

따라서 내접원의 반지름의 길이가 1 cm이고, $\triangle ABC$의 둘레의 길이가 14 cm이므로 $\triangle ABC$의 넓이는

$S=\frac{1}{2}\times1\times14=7(\text{cm}^2)$

59 답 55°



$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

$\angle ADB=\angle DBC=40^\circ$

$\overline{AI}$는 이등변삼각형 ABD의 꼭지각의 이등분선이므로 $\overline{AI}$의 연장선과 $\overline{BD}$의 교점을 E라 하면 $\angle AED=90^\circ$

$\therefore \angle DAI=90^\circ-\angle ADB=50^\circ$

한편, $\triangle BCD$는 이등변삼각형이므로

$\angle BDC=\frac{1}{2}(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

점 I′은 $\triangle BCD$의 내심이므로 $\angle BDI'=\frac{1}{2}\angle BDC=35^\circ$

따라서 $\angle ADO=\angle ADB+\angle BDI'=75^\circ$이고 $\triangle AOD$에서

$\angle AOD=180^\circ-\angle DAO-\angle ADO$

$=180^\circ-50^\circ-75^\circ=55^\circ$

대단원 만점 문제

문제편 26P

01 답 ②

$\triangle AED$와 $\triangle AEC$에서 $\angle ADE=\angle ACE=90^\circ$

빗변인 $\overline{AE}$는 공통이고 $\overline{AD}=\overline{AC}$이므로

$\triangle AED\equiv\triangle AEC$(RHS 합동)

② $\angle DEB=90^\circ-\angle B=50^\circ$이므로 $\triangle DBE$는 이등변삼각형이 아니다. $\therefore\ \overline{BD}\neq\overline{DE}$

02 답 20°

두 내각의 합은 한 외각의 크기와 같고 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같으므로

$\angle DAE+\angle DEA=\angle EDF=\angle EFD=2\angle x$

$\angle DAE+\angle DFE=\angle FEC=\angle FCE=3\angle x$

$\angle DAE+\angle FCE=\angle CFB=\angle CBF=\angle ACB=4\angle x$

$\triangle ABC$의 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle x+4\angle x+4\angle x=180^\circ\qquad\therefore\ \angle x=20^\circ$

03 답 ⑤

① $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{BC}=\overline{EF}$(SAS 합동)

② $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{AC}=\overline{DF}$(RHS 합동)

③ $\overline{AC}=\overline{DF}$, $\angle C=\angle F$(RHA 합동)

④ $\overline{AC}=\overline{DF}$, $\angle A=\angle D$(RHA 합동)

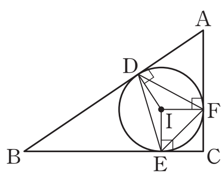
04 답 ②

② 삼각형의 내심은 항상 삼각형의 내부에 존재하지만, 예각삼각형의 외심은 삼각형의 내부, 직각삼각형의 외심은 빗변의 중심, 둔각삼각형의 외심은 삼각형의 외부에 존재한다.

③ 정삼각형은 모든 내각의 이등분선이 대변의 수직이등분선과 일치하므로 외심과 내심이 일치한다.

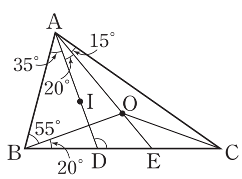
④ 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선과 밑변의 수직이등분선이 일치하므로 내심과 외심 모두 꼭지각의 이등분선 위에 존재한다.

⑤ $\triangle ABC$의 내접원 I와 삼각형의 세 접점 D, E, F에 대하여 $\overline{ID}=\overline{IE}=\overline{IF}$이므로 $\triangle ABC$의 내심 I는 $\triangle DEF$의 외심과 일치한다.



05 답 110°

오른쪽 그림에서 내심의 성질에 의하여



$\angle BAI=\angle CAI=35^\circ$이므로

$\angle OAI=\angle CAI-\angle CAO=20^\circ$

외심의 성질에 의하여

$\angle BOC=2\angle BAC=140^\circ$

$\triangle OAB$, $\triangle OBC$는 모두 이등변삼각형이므로

$\angle OBA=\angle OAB=\angle BAI+\angle OAI=55^\circ$,

$\angle OBC=\angle OCB=\dfrac{1}{2}(180^\circ-\angle BOC)=20^\circ$

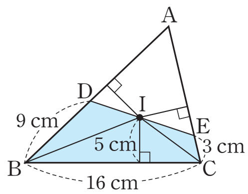
$\therefore\ \angle ABC=\angle OBA+\angle OBC=75^\circ$

$\triangle ABD$에서 외각의 성질에 의하여

$\angle ADE=\angle BAD+\angle ABD=35^\circ+75^\circ=110^\circ$

06 답 $70\ \text{cm}^2$

오른쪽 그림과 같이 내심 I와 꼭짓점 B, C를 연결하면



$\square DBCE=\triangle IDB+\triangle IBC+\triangle ICE$

내심의 성질에 의하여 나뉘어진 세 삼각형의 높이는 모두 5 cm로 같으므로

$\triangle IDB=\dfrac{1}{2}\times9\times5=\dfrac{45}{2}(\text{cm}^2)$

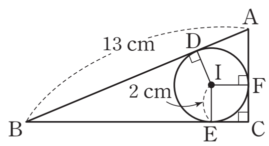
$\triangle IBC=\dfrac{1}{2}\times16\times5=40(\text{cm}^2)$

$\triangle ICE=\dfrac{1}{2}\times3\times5=\dfrac{15}{2}(\text{cm}^2)$

$\therefore\ \square DBCE=\triangle IDB+\triangle IBC+\triangle ICE=70(\text{cm}^2)$

07 답 $30\ \text{cm}^2$

내접원과의 접점을 각각 D, E, F라 하면



$\overline{AD}=\overline{AF}$, $\overline{BD}=\overline{BE}$이므로

($\triangle ABC$의 넓이)

$=\dfrac{1}{2}\times$(내접원의 반지름)$\times$(삼각형 ABC의 둘레의 길이)

$=\dfrac{1}{2}\times2\times(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC})$

$=\dfrac{1}{2}\times2\times(\overline{AB}+\overline{BE}+2+\overline{AF}+2)$

$=\dfrac{1}{2}\times2\times(\overline{AB}+\overline{BD}+\overline{AD}+4)$

$=\dfrac{1}{2}\times2\times(\overline{AB}+\overline{AB}+4)$

$=30(\text{cm}^2)$

08 답 ④

삼각형의 내각의 합은 180°이므로 $\angle ABC=90^\circ-56^\circ=34^\circ$

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로 $\angle PBC=\dfrac{1}{2}\angle ABC=17^\circ$

점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\triangle OBC$는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이다.

따라서 $\angle PCB=\angle ABC=34^\circ$

$\therefore\ \angle BPC=180^\circ-\angle PBC-\angle PCB=180^\circ-17^\circ-34^\circ=129^\circ$

Ⅵ 사각형의 성질

04 평행사변형

문제편 30P

01 답 ④

$\angle CBO=\angle ADO=40^\circ$ (엇각),

$\angle DCO=\angle BAO=60^\circ$ (엇각)

$\triangle BCD$에서 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$40^\circ+\angle x+60^\circ+\angle y=180^\circ$ $\quad\therefore \angle x+\angle y=80^\circ$

02 답 ①

$\angle BDE=\angle a$라 하면 $\overline{BE}=\overline{DE}$이고 $\overline{DE}$가 $\angle BDC$의 이등분선이므로 $\angle BDE=\angle DBE=\angle EDC=\angle a$ $\quad\therefore \angle BDC=2\angle a$

□ABCD가 평행사변형이므로 $\angle C=\angle A=126^\circ$

$\triangle BCD$에서 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle a+2\angle a+126^\circ=180^\circ$ $\quad\therefore \angle a=\angle BDE=18^\circ$

03 답 ㄴ, ㄹ

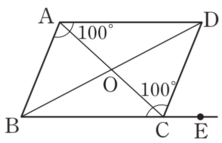
ㄴ. 한 대각선이 다른 대각선을 이등분하므로 평행사변형이다.

ㄹ. 그림과 같이 $\overline{BC}$의 연장선 위에 점 E를 잡으면 $\angle DCE=180^\circ-100^\circ=80^\circ$

이때, $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로

$\angle B=\angle DCE=80^\circ$

따라서 $\angle D=\angle B=80^\circ$이고 두 쌍의 대각의 크기가 같으므로 평행사변형이다.

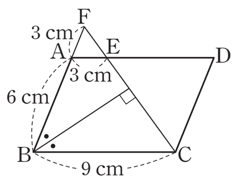


따라서 □ABCD가 평행사변형인 것은 ㄴ, ㄹ이다.

04 답 3 cm

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BA}$의 연장선과 $\overline{CE}$의 연장선의 교점을 F라 하면

$\triangle BCF$는 꼭지각의 이등분선이 밑변과 수직이므로 이등변삼각형이다.



$\angle AFE=\angle BCE$, $\overline{BF}=\overline{BC}$이고,

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle BCE=\angle AEF$

따라서 $\angle AFE=\angle AEF$이므로 $\overline{AE}=\overline{AF}$

$\therefore \overline{AE}=\overline{AF}=\overline{BC}-\overline{AB}=9-6=3$(cm)

05 답 50°

$\overline{AD}/\!/\overline{BE}$이므로 $\angle DAE=\angle BEA=40^\circ$(엇각)

$\angle DAE:\angle EAC=2:1$이므로 $\angle EAC=20^\circ$

$\angle DAC=20^\circ+40^\circ=60^\circ$

$\angle B=\angle D=70^\circ$이므로 $\triangle ACD$에서

$\angle ACD=180^\circ-\angle DAC-\angle D=50^\circ$

06 답 2 cm

평행사변형 ABCD에서 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle AEB=\angle EAD=\angle BAE$ $\quad\therefore \overline{AB}=\overline{BE}=5$ cm

$\angle DFC=\angle FDA=\angle CDF$ $\quad\therefore \overline{DC}=\overline{FC}=5$ cm

$\therefore \overline{FE}=\overline{BE}+\overline{FC}-\overline{BC}=5+5-8=2$(cm)

07 답 ④

$\overline{AP}/\!/\overline{CQ}$이므로 $\overline{AQ}/\!/\overline{PC}$가 되면 □APCQ는 평행사변형이 된다.

따라서 $\overline{AQ}/\!/\overline{PC}$가 되려면 $\overline{AP}=\overline{CQ}$이면 된다.

점 Q가 출발한 지 t초 후에 $\overline{CQ}=8t$ cm이고, 점 P는 점 Q보다 6초 먼저 출발했으므로 $\overline{AP}=5(t+6)$ cm

$\overline{AP}=\overline{CQ}$에서 $5(t+6)=8t$ $\quad\therefore t=10$

따라서 점 Q가 출발한 지 10초 후에 $\overline{AQ}/\!/\overline{PC}$가 된다.

08 답 65°

□ABCD가 평행사변형이므로 $\overline{AO}=\overline{CO}$

$\triangle ACE$에서 $\angle E$의 이등분선이 $\overline{AC}$를 이등분하므로

$\overline{AE}=\overline{CE}$, $\angle EOC=90^\circ$이다.

$\overline{AB}/\!/\overline{ED}$이므로 $\angle BAC=\angle ACD$(엇각)

$\therefore \angle BAC=\angle ACD=90^\circ-\angle OEC=90^\circ-25^\circ=65^\circ$

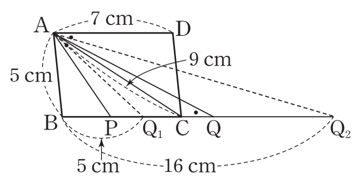
09 답 11 cm

오른쪽 그림에서

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle AQP=\angle DAQ$

$=\angle QAP$



$\therefore \overline{AP}=\overline{PQ}$

따라서 점 P가 선분 BC 위에서 움직일 때 점 Q는 반직선 BC 위에 점 B로부터 $\overline{BP}+\overline{AP}$만큼 떨어진 위치에 있게 된다.

특히, 점 P가 점 B에 있을 때

$\overline{BP}+\overline{AP}=\overline{AB}=5$ cm(그림에서 Q_1),

점 P가 점 C에 있을 때

$\overline{BP}+\overline{AP}=\overline{BC}+\overline{AC}=7+9=16$(cm)(그림에서 점 Q_2)

따라서 점 Q가 움직인 거리는

$\overline{Q_1Q_2}=\overline{BQ_2}-\overline{BQ_1}=16-5=11$(cm)

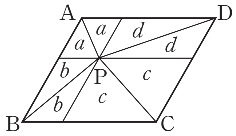
10 답 ⑤

□AFCH와 □AECG는 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 모두 평행사변형이다.

따라서 $\overline{AP}/\!/\overline{QC}$, $\overline{AQ}/\!/\overline{PC}$, 즉 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 □APCQ는 평행사변형이다.

11 답 ②

오른쪽 그림과 같이 점 P를 지나고 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$에 평행한 직선을 각각 긋는다.



이때, $\square$ABCD는 4개의 평행사변형으로 나누어지고, 각각의 평행사변형은 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$, $\overline{PC}$, $\overline{PD}$에 의하여 이등분된다.

따라서 $\triangle PAD+\triangle PBC=\triangle PAB+\triangle PCD=\frac{1}{2}\square ABCD$이고

$\square$ABCD의 넓이는 $10\times 8=80(\text{cm}^2)$이므로

$\triangle PBC=\frac{1}{2}\square ABCD-\triangle PAD=40-15=25(\text{cm}^2)$

[다른 풀이]

$\triangle$PAD의 높이를 a cm, $\triangle$PBC의 높이를 b cm라 하면

$\triangle PAD=\frac{1}{2}\times\overline{AD}\times a=\frac{1}{2}\times 10\times a=15$ $\quad\therefore a=3$

$a+b=8$이므로 $b=5$

$\therefore \triangle PBC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times b=\frac{1}{2}\times 10\times 5=25(\text{cm}^2)$

12 답 ⑤

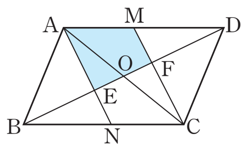
평행사변형의 내부의 한 점과 각 꼭짓점을 연결했을 때 만들어지는 4개의 삼각형은 마주보는 삼각형끼리의 넓이의 합이 평행사변형의 넓이의 $\frac{1}{2}$로 같다.

즉, $\triangle APB+\triangle CPD=\triangle BPC+\triangle APD$이므로

$16+14=12+\triangle APD$ $\quad\therefore \triangle APD=18(\text{cm}^2)$

13 답 20 cm²

오른쪽 그림에서 $\overline{AM}\parallel\overline{NC}$이고 $\overline{AM}=\overline{NC}$이므로 $\square$ANCM은 평행사변형이다. $\quad\therefore \overline{AN}\parallel\overline{MC}$



또한, $\square$ABCD의 두 대각선의 교점을 O라 하면 평행사변형의 성질에 의하여 $\overline{AO}=\overline{CO}$

한편, $\triangle$AOE와 $\triangle$COF에서

$\overline{AO}=\overline{CO}$, $\angle AOE=\angle COF$(맞꼭지각), $\angle OAE=\angle OCF$(엇각)

이므로 $\triangle AOE\equiv\triangle COF$(ASA 합동)

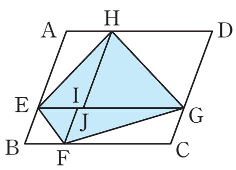
$\therefore \square AEFM=\triangle AOE+\square AOFM=\triangle COF+\square AOFM$

$=\triangle ACM=\frac{1}{2}\triangle ACD$

$=\frac{1}{4}\square ABCD=\frac{1}{4}\times 80=20(\text{cm}^2)$

14 답 15 cm²

오른쪽 그림과 같이 $\overline{EG}$ 위에 $\overline{EB}\parallel\overline{IF}\parallel\overline{HJ}$가 되도록 점 I, J를 잡으면



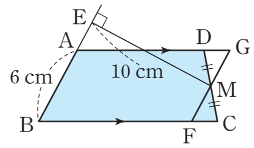
$\triangle AEH=\triangle JHE$, $\triangle HJG=\triangle GDH$,

$\triangle EBF=\triangle FIE$, $\triangle IFG=\triangle CGF$

$\therefore \square EFGH=\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{2}\times 30=15(\text{cm}^2)$

15 답 60 cm²

오른쪽 그림과 같이 점 M을 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 직선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 F, $\overline{AD}$의 연장선과 만나는 점을 G라 하자.



$\triangle$MGD와 $\triangle$MFC에서 $\angle DMG=\angle CMF$(맞꼭지각),

$\overline{DM}=\overline{CM}$, $\angle MDG=\angle MCF$(엇각)이므로

$\triangle MGD\equiv\triangle MFC$(ASA 합동)

$\therefore \square ABCD=\square ABFG=\overline{AB}\times\overline{EM}$

$=6\times 10=60(\text{cm}^2)$

16 답 $\frac{2}{5}$

$\overline{AD}\parallel\overline{BC}$이므로 $\angle EBF=\angle AEB$(엇각)

즉, $\triangle$ABE는 이등변삼각형이므로 $\overline{AB}=\overline{AE}=6(\text{cm})$

같은 방법으로 $\triangle$CDF도 이등변삼각형이므로

$\overline{CF}=\overline{CD}=6(\text{cm})$

$\square$BFDE에서 $\overline{ED}=\overline{BF}=4$ cm, $\overline{ED}\parallel\overline{BF}$이므로 $\square$BFDE는 평행사변형이다.

$\square$ABCD와 $\square$EBFD는 높이가 같은 평행사변형이므로 높이를 h라 하면 $\square ABCD=10h$, $\square BFDE=4h$

따라서 $\square BFDE=\frac{2}{5}\square ABCD$이므로 $k=\frac{2}{5}$

17 답 (1) 해설 참조 (2) 15 cm²

(1) $\triangle$AOE와 $\triangle$COF에서 평행사변형의 한 대각선은 다른 대각선을 이등분하므로 $\overline{OA}=\overline{OC}$

평행선에서 엇각의 성질에 의하여 $\angle EAO=\angle FCO$

맞꼭지각의 성질에 의하여 $\angle AOE=\angle COF$

따라서 $\triangle AOE\equiv\triangle COF$(ASA 합동)이므로 $\overline{OE}=\overline{OF}$

따라서 $\square$AFCE는 한 대각선이 다른 대각선을 이등분하므로 평행사변형이다. ---- ⓐ

(2) $\triangle AOE\equiv\triangle COF$이므로 $\triangle AOE=\triangle COF$

$\therefore \triangle DOE+\triangle COF=\triangle DOE+\triangle AOE=\triangle AOD$

$=\frac{1}{4}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\times 10\times 6=15(\text{cm}^2)$ ---- ⓑ

| 채점기준 |

ⓐ 평행사변형의 조건을 이용하여 $\square$AFCE가 평행사변형임을 설명한다. [60%]

ⓑ 삼각형의 합동을 이용하여 $\triangle DOE+\triangle COF$의 넓이를 구한다. [40%]

18 답 해설 참조

$\square$BFED : $\overline{BC}=\overline{CE}$, $\overline{DC}=\overline{CF}$로 한 대각선이 다른 대각선을 이등분하므로 평행사변형이다. ---- ⓐ

$\square$ACED : $\overline{AD}\parallel\overline{CE}$, $\overline{AD}=\overline{BC}=\overline{CE}$로 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다. ---- ⓑ

$\square$ABFC : $\overline{AB} /\!/ \overline{CF}$, $\overline{AB}=\overline{DC}=\overline{CF}$로 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다. ---------- ⓒ

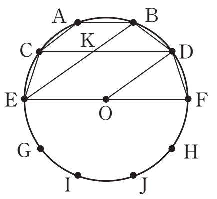
| 채점기준 |

ⓐ 평행사변형의 조건을 이용하여 $\square$BFED가 평행사변형임을 설명한다. [30%]

ⓑ 평행사변형의 조건을 이용하여 $\square$ACED가 평행사변형임을 설명한다. [35%]

ⓒ 평행사변형의 조건을 이용하여 $\square$ABFC가 평행사변형임을 설명한다. [35%]

19 답 $\dfrac{2a+b}{2}$



오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라 하고 $\overline{CD}$와 $\overline{BE}$의 교점을 K라 하자.

사각형 ACDB에서

$\angle ACD=\angle BDC$이고

$\angle A=\angle ABD$이므로 $\angle A+\angle C=180^\circ$

$\therefore \overline{AB} /\!/ \overline{CD}$

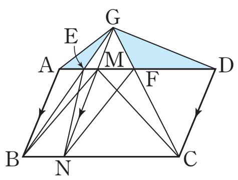
같은 방법으로 사각형 CEFD에서 $\overline{CD} /\!/ \overline{EF}$이고 또 $\overline{CA} /\!/ \overline{EB}$, $\overline{EB} /\!/ \overline{OD}$임을 알 수 있다.

따라서 사각형 ACKB, KEOD는 평행사변형이므로

$\overline{CK}=\overline{AB}$, $\overline{KD}=\overline{EO}$

$\therefore \overline{CD}=\overline{CK}+\overline{KD}=\overline{AB}+\overline{EO}=a+\dfrac{b}{2}=\dfrac{2a+b}{2}$

20 답 10 cm²



오른쪽 그림과 같이 점 G를 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 직선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 M, N이라 하면

$\overline{AB} /\!/ \overline{GN}$이므로

$\triangle AMG=\triangle GBM$

$\triangle AGE+\triangle GEM=\triangle EBM+\triangle GEM$이므로

$\triangle AGE=\triangle EBM$

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\triangle EBM=\triangle ENM$

$\therefore \triangle AGE=\triangle ENM$

한편, $\overline{DC} /\!/ \overline{GN}$이므로 $\triangle GMD=\triangle GMC$

$\triangle GFD+\triangle GMF=\triangle MFC+\triangle GMF$이므로

$\triangle GFD=\triangle MFC$

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\triangle MFC=\triangle MNF$

$\therefore \triangle GFD=\triangle MNF$

$\therefore \triangle AGE+\triangle GFD=\triangle ENM+\triangle MNF=\triangle ENF$

그런데 $\overline{AE} : \overline{EF} : \overline{FD}=1:2:3$이므로

$\triangle ENF=\dfrac{2}{1+2+3}\triangle AND=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\square ABCD$

$=\dfrac{1}{6}\times 60=10(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle AGE+\triangle GFD=10(\text{cm}^2)$

21 답 ②, ④

$\square$ABCD에서 $\angle DAB+\angle ABC=180^\circ$이므로

$\angle EAB+\angle ABE=90^\circ$

$\therefore \angle HEF=90^\circ$

같은 방법으로 $\angle EFG=\angle FGH=\angle GHE=90^\circ$

즉, $\square$EFGH는 직사각형이다.

②, ④는 마름모에 대한 설명이다.

22 답 45°

$\overline{BN}=2\overline{NC}$이므로 $\overline{BN}$의 중점 L을 잡으면

$\overline{BL}=\overline{LN}=\overline{NC}$

$\overline{AM}=\overline{BM}$이고 $\overline{AB} : \overline{BC}=2:3$이므로

$\overline{MB}=\overline{NC}$

$\triangle MBN$과 $\triangle NCD$에서

$\overline{MB}=\overline{NC}$, $\overline{BN}=\overline{CD}$, $\angle MBN=\angle NCD=90^\circ$이므로

$\triangle MBN\equiv\triangle NCD$(SAS 합동)

$\therefore \angle BNM=\angle CDN$

따라서 $\overline{MN}=\overline{ND}$이고 $\angle MNB+\angle DNC=90^\circ$이므로

$\triangle MDN$은 직각이등변삼각형이고 $\angle MDN=45^\circ$

$\therefore \angle ADM+\angle BNM=\angle ADM+\angle CDN$

$=90^\circ-\angle MDN$

$=45^\circ$

23 답 ③

평행사변형 ABCD에서 $\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$이므로

$\triangle ABP$와 $\triangle DFP$에서 $\overline{AB}=\overline{CD}=\overline{DF}$

평행선에서 엇각의 성질에 의하여

$\angle BAP=\angle FDP$, $\angle ABP=\angle DFP$이므로

$\triangle ABP\equiv\triangle DFP$(ASA 합동)

$\therefore \overline{AP}=\overline{DP}=\dfrac{1}{2}\overline{AD}=\overline{AB}$ ⋯ ㉠

마찬가지 방법으로 $\triangle ABQ$와 $\triangle ECQ$에서

$\overline{AB}=\overline{DC}=\overline{EC}$, $\angle ABQ=\angle ECQ$(엇각), $\angle BAQ=\angle CEQ$(엇각)

이므로 $\triangle ABQ\equiv\triangle ECQ$(ASA 합동)

$\therefore \overline{BQ}=\overline{QC}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=\overline{AB}$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡에서 $\overline{AP} /\!/ \overline{BQ}$, $\overline{AP}=\overline{BQ}=\overline{AB}$이므로 $\square$ABQP는 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형, 즉 마름모이다.

$\overline{AQ}$와 $\overline{BP}$의 교점을 O라 하면 $\angle POQ=90^\circ$

따라서 $\triangle FOE$에서

$\angle AEF+\angle BFE=180^\circ-\angle POQ$

$=90^\circ$

24 답 48 cm²

△ABE와 △BCF에서

$\overline{AB}=\overline{BC}$, $\angle ABE=\angle BCF=90^\circ$, $\overline{BE}=\overline{CF}$이므로

△ABE≡△BCF(SAS 합동)　∴ △ABE=△BCF

△ABE=△ABP+△PBE이고, △BCF=△PBE+□PECF

이므로

△ABP=□PECF=26 cm²

∴ △PBE+□APFD=□ABCD−△ABP−□PECF

$=100-2\times26=48(\text{cm}^2)$

25 답 ①

△ABF와 △CBF에서

$\overline{AB}=\overline{CB}$, $\angle ABF=\angle CBF=45^\circ$, $\overline{BF}$는 공통이므로

△ABF≡△CBF(SAS 합동)

∴ $\angle BFC=\angle BFA=\angle DFE$

$=180^\circ-\angle FDE-\angle DEF$

$=180^\circ-45^\circ-63^\circ=72^\circ$

26 답 18 cm²

△BGC와 △DCE에서

$\overline{BC}=\overline{DC}$, $\angle GCB=90^\circ-\angle DCG=\angle ECD$, $\overline{GC}=\overline{EC}$이므로

△BGC≡△DEC(SAS 합동), △BGC=△DEC

∴ △DCE=△BGC$=\frac{1}{2}$□ABCD$=\frac{1}{2}\times36=18(\text{cm}^2)$

27 답 ③, ⑤

① △ABC와 △DCB에서 $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\angle ABC=\angle DCB$, $\overline{BC}$는 공통이므로 △ABC≡△DCB(SAS 합동)　∴ $\overline{AC}=\overline{DB}$

② △ABD와 △DCA에서 $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{DB}=\overline{AC}$, $\overline{AD}$는 공통이므로 △ABD≡△DCA(SSS 합동)　∴ $\angle DAB=\angle ADC$

④ △ABC≡△DCB에서 △OBC를 같이 포함하고 있으므로 △AOB≡△DOC(ASA 합동)

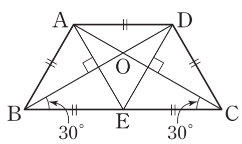
따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다.

28 답 (1) 60°　(2) 120°

(1) 점 A에서 $\overline{DC}$와 평행한 선을 그어 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라 하면 □AECD는 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형이므로 마름모이다.　∴ $\overline{AD}=\overline{AE}=\overline{EC}$, $\overline{BE}=\overline{EC}$

따라서 △ABE는 정삼각형이므로 $\angle ABC=60^\circ$

(2) □AECD, □ABED는 마름모이므로 $\overline{AC}\perp\overline{DE}$, $\overline{AE}\perp\overline{BD}$



따라서 △ABE에서

$\angle ABD=\angle DBE=30^\circ$이고

△CDE에서 $\angle DCA=\angle BCA=30^\circ$

따라서 △OBC에서 $\angle BOC=180^\circ-\angle OBC-\angle OCB=120^\circ$

29 답 ⑤

△ABC≡△DCB (SAS 합동)이고 △ABO≡△DCO (ASA 합동)이다.　∴ $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AC}=\overline{DB}$, $\angle ABC=\angle DCB$

따라서 옳지 않은 것은 ㄹ, ㅁ이다.

30 답 ③

□ABCD는 평행사변형이므로 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이고

$\angle AEC=180^\circ-\angle AEB=180^\circ-\angle ABE=\angle DCE$

따라서 □AECD는 밑각의 크기가 같은 사다리꼴, 즉 등변사다리꼴이다.

등변사다리꼴의 대각선의 길이는 같으므로

$\overline{DE}=\overline{AC}=8$ cm

[다른 풀이]

△AED와 △DCA에서 $\overline{AE}=\overline{AB}=\overline{DC}$

이등변삼각형 ABE에서 $\angle ABE=\angle AEB$

□ABCD가 평행사변형이므로 $\angle ABE=\angle ADC$

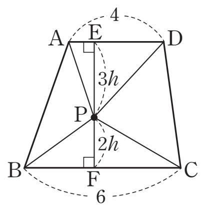
$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle AEB=\angle DAE$　∴ $\angle DAE=\angle ADC$

$\overline{AD}$는 공통이므로 △AED≡△DCA(SAS 합동)

∴ $\overline{DE}=\overline{AC}=8$ cm

31 답 12 : 13

오른쪽 그림과 같이 점 P를 지나고 $\overline{AD}$에 수직인 직선을 그었을 때, $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 E, F라 하자.



△PAD=△PBC이므로 $2\overline{EP}=3\overline{PF}$

∴ $\overline{EP}:\overline{PF}=3:2$

$\overline{EP}=3h$, $\overline{PF}=2h$라 하면

△PAD=△PBC$=6h$

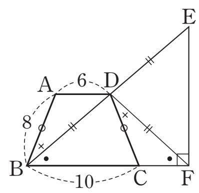
□ABCD$=\frac{1}{2}\times10\times5h=25h$

∴ △PAB+△PCD=□ABCD−(△PAD+△PBC)$=13h$

∴ (△PAD+△PBC) : (△PAB+△PCD)$=12h:13h=12:13$

32 답 6 cm

오른쪽 그림에서 △EBF는 직각삼각형이고, 점 D는 빗변 EB의 중점이므로 △EBF의 외심이다.



따라서 $\overline{BD}=\overline{DF}$이므로

$\angle DBF=\angle DFB$

한편, □ABCD는 등변사다리꼴이므로 밑각의 크기가 같고 평행하지 않은 두 변의 길이가 같다.

∴ $\angle ABC=\angle DCB$, $\overline{AB}=\overline{DC}$

△ABD와 △CDF에서 $\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{BD}=\overline{DF}$,

$\angle CDF=\angle DCB-\angle DFC=\angle ABC-\angle DBC=\angle ABD$이므로

△ABD≡△CDF(SAS 합동)　∴ $\overline{CF}=\overline{AD}=6$ cm

33 답 (1) ① 사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 직사각형 ④ 마름모 ⑤ 정사각형 (2) 해설 참조

(2) ㉠ 나머지 한 쌍의 대변이 서로 평행하다.
㉡ 이웃하는 두 각의 크기가 같다(한 내각이 직각이다). 또는 두 대각선의 길이가 같다.
㉢ 이웃하는 두 변의 길이가 같다. 또는 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.
㉣ 이웃하는 두 변의 길이가 같다. 또는 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.
㉤ 이웃하는 두 각의 크기가 같다(한 내각이 직각이다). 또는 두 대각선의 길이가 같다.

34 답 ㄴ, ㄹ, ㅁ

ㄱ. 한 내각이 직각인 평행사변형이 직사각형이다. (거짓)
ㄷ. 두 대각선이 서로 직교하는 평행사변형은 마름모이다. (거짓)
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ, ㅁ이다.

35 답 ③

③ 평행사변형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 평행사변형이다.

36 답 ③

① 평행사변형 EFGH에서 $\overline{OE}=\overline{OG}$, $\overline{OF}=\overline{OH}$
$\therefore$ $\overline{OA}=\overline{OE}-\overline{AE}=\overline{OG}-\overline{CG}=\overline{OC}$,
$\overline{OB}=\overline{OF}-\overline{BF}=\overline{OH}-\overline{DH}=\overline{OD}$
따라서 □ABCD는 한 대각선이 다른 대각선을 이등분하므로 평행사변형이다.
② 평행사변형 EFGH에서
$\angle E+\angle F=\angle F+\angle G=\angle G+\angle H=\angle H+\angle E=180^\circ$
그러므로 △AEF에서 $\angle EAF=180^\circ-\frac{1}{2}(\angle E+\angle F)=90^\circ$
같은 방법으로 $\angle FDG=\angle GCH=\angle EBH=90^\circ$
따라서 □ABCD는 네 각이 모두 90°로 같으므로 직사각형이다.
③ □EBGD와 □DFBH는 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 모두 평행사변형이다.
$\therefore$ $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$, $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$
따라서 □ABCD는 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다.
④ △AEB와 △CFD에서 $\overline{AE}=\overline{CF}$이고 $\angle AEB=\angle CFD$이므로
△AEB≡△CFD(RHA 합동) $\therefore$ $\overline{AB}=\overline{CD}$
또, $\angle ABD=\angle CDB$이므로 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$
따라서 □ABCD는 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다.
⑤ $\angle A+\angle B=180^\circ$이므로
$\angle AOB=180^\circ-\frac{1}{2}(\angle A+\angle B)=90^\circ$
또한 $\angle ABD=\angle CDB$, $\angle DBC=\angle BDA$,
$\angle BAC=\angle ACD$, $\angle CAD=\angle ACB$이므로
$\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$
$\therefore$ $\angle AOB=\angle BOC=\angle COD=\angle AOD=90^\circ$
따라서 □ABCD의 대각의 크기가 각각 같고, 대각선이 수직으로 만나므로 마름모이다.

37 답 ④

④ $\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}=\overline{DO}$인 사각형은 직사각형이다.

38 답 평행사변형

삼각형의 내심은 각의 이등분선의 교점이므로
△ABD에서 $\angle IBD=\frac{1}{2}\angle ABD$, △DBC에서 $\angle DBI'=\frac{1}{2}\angle DBC$
$\therefore$ $\angle IBI'=\angle IBD+\angle DBI'=\frac{1}{2}\angle B$
마찬가지로
$\angle IDI'=\angle IDB+\angle BDI'=\frac{1}{2}\angle ADB+\frac{1}{2}\angle BDC=\frac{1}{2}\angle D$
그런데 □ABCD는 평행사변형이므로 $\angle B=\angle D$
$\therefore$ $\angle IBI'=\angle IDI'$ ⋯ ㉠
또한 내심의 성질에 의하여
$\angle BID=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A$, $\angle BI'D=90^\circ+\frac{1}{2}\angle C$
그런데 □ABCD는 평행사변형이므로
$\angle A=\angle C$에서 $90^\circ+\frac{1}{2}\angle A=90^\circ+\frac{1}{2}\angle C$
$\therefore$ $\angle BID=\angle BI'D$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡에서 □IBI'D는 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형이다.

39 답 ⑤

$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$이므로 △AEC=△AED
$\overline{AC}\,/\!/\,\overline{EF}$이므로 △AEC=△AFC
$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로 △AFC=△CDF
$\therefore$ △AEC=△AED=△AFC=△CDF

40 답 ③

$\overline{BC}:\overline{CE}=2:1$이므로
△ABC : △ACE=2 : 1 $\therefore$ △ABC=2△ACE
$\overline{AC}\,/\!/\,\overline{DE}$이므로 △ACD=△ACE
□ABCD=△ABC+△ACD=△ABC+△ACE
=3△ACE=24(cm^2)
이므로 △ACE=8 cm^2
$\therefore$ △ACD=△ACE=8 cm^2

41 답 ③

사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로 $\triangle ABD=\triangle ACD$에서

$\triangle ABE=\triangle DEC=15\,\text{cm}^2$

$\overline{DF}\,/\!/\,\overline{FC}=2:3$이므로 $\triangle ECF=\frac{3}{5}\triangle DEC=9(\text{cm}^2)$

$\overline{EF}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로 $\triangle EBF=\triangle ECF=9\,\text{cm}^2$

42 답 5 cm²

평행사변형 ABCD에서 $\triangle ABD=\triangle BCD$이므로

$\triangle AFD+\triangle ABF=\triangle DFE+\triangle BFE+\triangle EBC$ ⋯ ㉠

또한 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$에서 $\triangle ADE=\triangle BDE$이므로

$\triangle AFD+\triangle DEF=\triangle BFE+\triangle DEF$ $\quad\therefore \triangle AFD=\triangle BFE$

$\therefore \triangle DFE=\triangle ABF-\triangle EBC$($\because$ ㉠)$=21-16=5(\text{cm}^2)$

43 답 ④

$\overline{AC}\,/\!/\,\overline{DE}$가 되도록 점 E를 잡으면 $\triangle ADC$와 $\triangle ACE$는 $\overline{AC}$를 공통을 밑변으로 하고, 높이가 같으므로 $\triangle ADC=\triangle ACE$

$\therefore \square ABCD=\triangle ABC+\triangle ADC=\triangle ABC+\triangle ACE=\triangle ABE$

44 답 10 cm²

$\triangle DBE:\triangle DEC=\overline{BE}:\overline{EC}=3:2$이므로

$\triangle DBE:8=3:2 \quad \therefore \triangle DBE=12\,\text{cm}^2$

$\therefore \triangle BDC=\triangle DBE+\triangle DEC=12+8=20(\text{cm}^2)$

같은 방법으로 $\triangle DBC:\triangle ADC=2:1$이므로

$20:\triangle ADC=2:1$

$\therefore \triangle ADC=10\,\text{cm}^2$

45 답 20 cm²

$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DE}$이므로 $\triangle DEF=\triangle DEB$

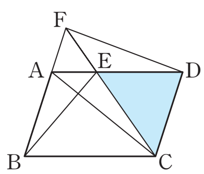
$\square FDCE=\triangle DEF+\triangle DCE=\triangle DEB+\triangle DCE=\triangle EBC$

이때, $\overline{AE}:\overline{EC}=3:5$이므로

$\triangle EBC=\frac{5}{8}\triangle ABC=\frac{5}{8}\times 32=20(\text{cm}^2)$

$\therefore \square FDCE=20\,\text{cm}^2$

46 답 20 cm²



대각선 AC를 연결하면 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

$\triangle ABE=\triangle AEC$

또한, $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$이므로 $\triangle FED=\triangle AEC$

$\triangle ABE+\triangle FED=20\,\text{cm}^2$이므로

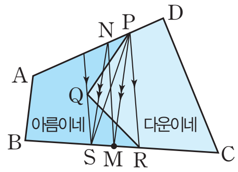
$\triangle ABE=10\,\text{cm}^2$

한편,

$\triangle ABE+\triangle ECD=\triangle AEC+\triangle ECD=\frac{1}{2}\square ABCD=30(\text{cm}^2)$

$10+\triangle ECD=30 \quad \therefore \triangle EDC=20\,\text{cm}^2$

47 답 해설 참조



우선, $\overline{PR}$를 긋고, 점 Q를 지나며 $\overline{PR}$에 평행한 직선을 그어 $\overline{BC}$와 만나는 점을 S라 하자.

$\triangle PQR$와 $\triangle PSR$에서 $\overline{PR}$가 공통이고 $\overline{PR}\,/\!/\,\overline{QS}$이므로

$\triangle PQR=\triangle PSR$

$\therefore$ (다운이네 땅)$=\triangle PQR+\square PRCD$

$=\triangle PSR+\square PRCD=\square PSCD$

따라서 다운이네 땅과 아름이네 땅의 넓이는 변화시키지 않고 경계선을 $\overline{PS}$로 단순화할 수 있다.

다음으로, 점 M을 지나는 직선으로 땅을 나누기 위해 위에서 구한 점 S를 이용할 수 있다.

$\overline{PM}$을 긋고, 점 S를 지나며 $\overline{PM}$에 평행한 직선을 그어 $\overline{AD}$와 만나는 점을 N이라 하자.

$\triangle PSM$과 $\triangle PNM$에서 $\overline{PM}$이 공통이고 $\overline{PM}\,/\!/\,\overline{NS}$이므로

$\triangle PSM=\triangle PNM$

$\therefore$ (다운이네 땅)$=\triangle PSM+\square PMCD$

$=\triangle PNM+\square PMCD=\square NMCD$

따라서 다운이네 땅과 아름이네 땅의 넓이는 변화시키지 않고 경계선을 원하는 지점 M을 지나는 경계선 $\overline{NM}$으로 단순화할 수 있다.

48 답 15

$\overline{AB}=\overline{CD}=a$, $\overline{AD}=\overline{BC}=b$라 하면

$\square ABCD=a\times b=70 \quad \therefore ab=70$

$\triangle ABP=\frac{1}{2}\times a\times\overline{BP}=10$이므로 $\overline{BP}=\frac{20}{a}$

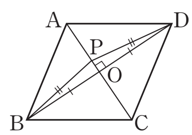
$\therefore \overline{PC}=\overline{BC}-\overline{BP}=b-\frac{20}{a}=\frac{ab-20}{a}=\frac{50}{a}$

$\triangle AQD=\frac{1}{2}\times b\times\overline{DQ}=14$이므로 $\overline{DQ}=\frac{28}{b}$

$\therefore \overline{QC}=\overline{CD}-\overline{DQ}=a-\frac{28}{b}=\frac{ab-28}{b}=\frac{42}{b}$

$\therefore \triangle PCQ=\frac{1}{2}\times\overline{PC}\times\overline{QC}=\frac{1}{2}\times\frac{50}{a}\times\frac{42}{b}=\frac{1050}{ab}=\frac{1050}{70}=15$

49 답 마름모, 해설 참조



오른쪽 그림에서 $\triangle PBD$는 조건에 의하여 이등변삼각형이다. ⓐ

그런데 평행사변형은 두 대각선이 다른 대각선을 이등분하므로 두 대각선의 교점 O는 이등변삼각형 PBD의 밑변의 중점이 된다.

따라서 $\overline{PO}\perp\overline{BD}$에서 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이다. ⓑ

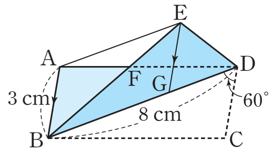
즉, 사각형 ABCD는 두 대각선이 직교하는 평행사변형이므로 마름모이다. ⓒ

| 채점기준 |

ⓐ △BPD가 이등변삼각형임을 안다. [30%]
ⓑ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$임을 설명한다. [40%]
ⓒ □ABCD가 어떤 사각형인지 설명한다. [30%]

50 답 (1) 등변사다리꼴 (2) 19 cm

(1) 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$와 $\overline{BE}$의 교점을 F라 하면 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이고, $\overline{BD}$는 접은 선이므로



$\angle FDB = \angle DBC = \angle FBD$ ··· ㉠

따라서 △FBD는 이등변삼각형이므로 $\overline{FB} = \overline{FD}$

또한, 평행사변형의 성질에 의하여 $\overline{AD} = \overline{BC} = \overline{BE}$이므로

$\overline{AF} = \overline{AD} - \overline{FD} = \overline{BE} - \overline{FB} = \overline{EF}$

따라서 △FAE는 이등변삼각형이므로

$\angle FAE = \angle FEA$ ··· ㉡

㉠, ㉡에서 삼각형의 외각의 성질에 의해

$\angle EFD = 2\angle EAF = 2\angle FDB$ ∴ $\angle EAF = \angle FDB$

따라서 엇각의 크기가 같으므로 $\overline{AE} /\!/ \overline{BD}$에서

□ABDE는 사다리꼴이다. ··· ㉢ ---------- ⓐ

한편, $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$이므로

$\angle ABD = \angle BDC = \angle EDB = 60°$ ··· ㉣

㉢, ㉣에서 □ABDE는 밑각의 크기가 같은 사다리꼴이므로

□ABDE는 등변사다리꼴이다. ---------- ⓑ

(2) 위 그림과 같이 점 E를 지나고 $\overline{AB}$와 평행한 직선을 그려 $\overline{BD}$와의 교점을 G라 하면 □ABGE는 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다.

∴ $\overline{AE} = \overline{BG}$, $\overline{EG} = \overline{AB} = \overline{ED} = 3$ cm

또한, $\angle EDG = 60°$이므로 △EGD는 정삼각형이다.

∴ $\overline{GD} = 3$ cm

그러므로 $\overline{AE} = \overline{BG} = \overline{BD} - \overline{GD} = 8 - 3 = 5$(cm)

따라서 □ABDE의 둘레의 길이는

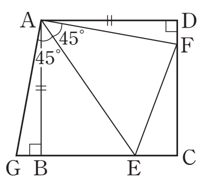
$5+3+3+8=19$(cm) ---------- ⓒ

| 채점기준 |

ⓐ □ABDE가 사다리꼴임을 안다. [40%]
ⓑ □ABDE가 등변사다리꼴임을 안다. [30%]
ⓒ □ABDE의 둘레의 길이를 구한다. [30%]

51 답 80°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{DF} = \overline{GB}$가 되도록 $\overline{BC}$의 연장선 위에 점 G를 정하면



△AGB와 △AFD에서

$\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle ABG = \angle ADF = 90°$,

$\overline{DF} = \overline{GB}$이므로 △AGB≡△AFD(SAS 합동)

∴ $\angle GAB = \angle FAD = 10°$, $\overline{AG} = \overline{AF}$

한편, △GAE와 △FAE에서

$\overline{AE}$는 공통, $\angle GAE = \angle GAB + \angle BAE = 45° = \angle FAE$,

$\overline{AG} = \overline{AF}$이므로 △GAE≡△FAE(SAS 합동)

∴ $\angle AFE = \angle AGB = 90° - 10° = 80°$

52 답 40 cm²

△ADF : △BDF $= \overline{AD} : \overline{DB} = 1 : 4$이고

△ADF $= 2$ cm²이므로 △BDF $= 8$ cm²

△ABF : △AFC $= \overline{BE} : \overline{EC} = 5 : 3$이고 △ABF $= 10$ cm²이므로

△AFC $= 6$ cm²

△AFC : △FBC $= \overline{AD} : \overline{DB} = 1 : 4$이므로 △FBC $= 24$ cm²

∴ △ABC = △ABF + △FBC + △AFC

$= 10 + 24 + 6 = 40$(cm²)

대단원 만점 문제

Ⅵ. 사각형의 성질
문제편 46P

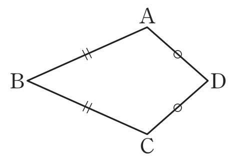
01 답 ④

ㄱ. 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 □ABCD는 평행사변형이다.

ㄴ. △ABC≡△CDA이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{BC} = \overline{DA}$

따라서 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 □ABCD는 평행사변형이다.

ㄷ. 【반례】 오른쪽과 그림과 같은 사각형의 경우 □ABCD는 평행사변형이 되지 않는다.



ㄹ. $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$이므로 평행선의 성질에 의해 $\angle B + \angle C = 180°$, $\angle A + \angle D = 180°$

한편, 조건에서 $\angle B = \angle D$이므로 $\angle A = \angle C$

따라서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 □ABCD는 평행사변형이다.

따라서 평행사변형인 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.

02 답 ④

①, ②, ③ △DBE와 △ABC에서 $\overline{DB} = \overline{AB}$, $\overline{BE} = \overline{BC}$,

$\angle DBE = 60° - \angle EBA = \angle ABC$이므로

△DBE≡△ABC(SAS 합동)

$\overline{DE} = \overline{AC}$이므로 $\overline{DE} = \overline{AF}$ ··· ㉠

한편, △FEC와 △ABC에서 $\overline{EC} = \overline{BC}$, $\overline{FC} = \overline{AC}$,

$\angle FCE = 60° - \angle ECA = \angle ACB$이므로

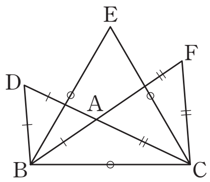
△FEC≡△ABC(SAS 합동)

$\overline{FE} = \overline{AB}$이므로 $\overline{FE} = \overline{AD}$ ··· ㉡

㉠, ㉡에서 □AFED는 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.

④ 평행사변형 AFED에서 $\angle EDA=\angle DAF$이면 네 각이 모두 90°이므로 □AFED는 직사각형이다. 직사각형의 이웃하는 두 변의 길이는 항상 같다고는 할 수 없다.

⑤ $\angle BAC=120^\circ$이면



$\angle DBF=\angle BFC=60^\circ$이므로

$\overline{DB} /\!/ \overline{CF}$이고,

$\triangle DAF \equiv \triangle BAC$(SAS 합동)이므로

$\angle DFC=\angle BCF$

따라서 □DBCF는 두 밑각의 크기가 같은 등변사다리꼴이다.

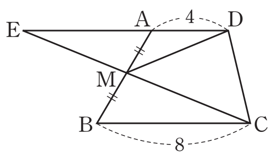
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

03 답 3 : 2

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\triangle ABC$와 $\triangle ACD$의 높이는 같다.

$\therefore \triangle ABC : \triangle ACD=\overline{BC} : \overline{AD}=8:4=2:1$

$\therefore \triangle MBC=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\square ABCD=\frac{1}{3}\square ABCD$ … ㉠



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$의 연장선과 $\overline{MC}$의 연장선의 교점을 E라 하자.

$\triangle EMA$와 $\triangle CMB$에서

$\overline{AM}=\overline{BM}$, $\angle EAM=\angle CBM$(엇각),

$\angle EMA=\angle CMB$(맞꼭지각)이므로

$\triangle EMA \equiv \triangle CMB$(ASA 합동)　　$\therefore \overline{EM}=\overline{CM}$

또한, $\triangle EMA=\triangle CMB$이므로 $\triangle DEC=\square ABCD$

따라서 $\triangle DMC=\frac{1}{2}\triangle DEC=\frac{1}{2}\square ABCD$ … ㉡

㉠, ㉡에 의해

$\triangle DMC : \triangle MBC=\frac{1}{2}\square ABCD : \frac{1}{3}\square ABCD=3:2$

04 답 48

(마름모 ABCD의 넓이)$=\frac{1}{2}\times 40\times 30=600$

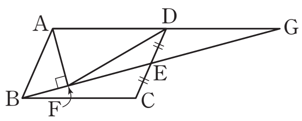
$\square ABCD=\triangle ABP+\triangle BCP+\triangle CDP+\triangle DAP$에서

$\triangle ABP$, $\triangle BCP$, $\triangle CDP$, $\triangle DAP$는 밑변의 길이가 모두 25로 같으므로

$600=\frac{1}{2}\times 25\times(\overline{PE}+\overline{PF}+\overline{PG}+\overline{PH})$

$\therefore \overline{PE}+\overline{PF}+\overline{PG}+\overline{PH}=48$

05 답 ③



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$의 연장선과 $\overline{BE}$의 연장선이 만나는 점을 G라 하자.

$\triangle EBC$와 $\triangle EGD$에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle C=\angle EDG$(엇각)

$\angle BEC=\angle GED$(맞꼭지각), $\overline{CE}=\overline{DE}$이므로

$\triangle EBC \equiv \triangle EGD$(ASA 합동)

$\therefore \overline{DG}=\overline{BC}=\overline{AD}$

따라서 직각삼각형 AFG에서 점 D가 $\overline{AG}$의 중점이므로 점 D는 $\triangle AFG$의 외심이다.

$\therefore \overline{DF}=\overline{DG}=\overline{AD}=6$ cm

06 답 38 cm²

$\triangle APS=\frac{1}{2}\triangle ABS=\frac{1}{4}\triangle ABD$, $\triangle QCR=\frac{1}{2}\triangle QCD=\frac{1}{4}\triangle BCD$

$\therefore \triangle APS+\triangle QCR=\frac{1}{4}(\triangle ABD+\triangle BCD)$

$=\frac{1}{4}\square ABCD=19(\text{cm}^2)$

같은 방법으로

$\triangle PBQ=\frac{1}{2}\triangle ABQ=\frac{1}{4}\triangle ABC$, $\triangle SRD=\frac{1}{2}\triangle ARD=\frac{1}{4}\triangle ACD$

$\therefore \triangle PBQ+\triangle SRD=\frac{1}{4}(\triangle ABC+\triangle ACD)$

$=\frac{1}{4}\square ABCD=19(\text{cm}^2)$

$\triangle APS+\triangle QCR+\triangle PBQ+\triangle SRD=\frac{1}{2}\square ABCD$이므로

$\square PQRS=\frac{1}{2}\square ABCD=38(\text{cm}^2)$

07 답 20 cm²

$\triangle APD+\triangle PBC=\frac{1}{2}\square ABCD$이고

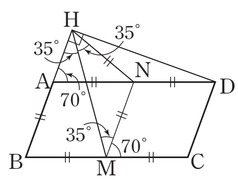
$\triangle AED=\triangle APD+\triangle DPE=\frac{1}{2}\square ABCD$

$\therefore \triangle DPE=\triangle PBC=30\text{ cm}^2$

또한, $\overline{AP} : \overline{PE}=\triangle APD : \triangle DPE=2:3$이므로

$\triangle APD=\frac{2}{3}\triangle DPE=\frac{2}{3}\times 30=20(\text{cm}^2)$

08 답 ①



오른쪽 그림에서 $\overline{AD}$의 중점을 N이라 하면 $\overline{AN}=\overline{ND}$

$2\overline{AB}=\overline{BC}$이므로 □ABMN은 마름모이다.

$\therefore \overline{AB} /\!/ \overline{NM}$, $\overline{AB}=\overline{NM}$

따라서 $\angle HMN=\angle BHM=35^\circ$(엇각)

한편, $\triangle HAD$는 직각삼각형이므로 점 N은 $\triangle HAD$의 외심이다.

$\therefore \overline{HN}=\overline{AN}$

따라서 $\overline{HN}=\overline{NM}$이므로 $\angle NHM=\angle NMH=35^\circ$

$\therefore \angle HAN=\angle AHN=\angle NHM+\angle MHA=70^\circ$

또한, $\overline{AB} /\!/ \overline{NM}$이므로 $\angle HAN=\angle NMC=70^\circ$

$\therefore \angle HMC=\angle HMN+\angle NMC=35^\circ+70^\circ=105^\circ$

VII 도형의 닮음과 피타고라스 정리

06 도형의 닮음

문제편 50P

01 답 ④, ⑤

④ 밑각의 크기가 같아도 각각의 대응변의 길이의 비가 다르면 닮은 도형이 아니다.

⑤ 네 변의 길이의 비가 모두 같은 평행사변형이라도 각각의 대응각이 다르면 닮은 도형이 아니다.

따라서 항상 닮은 도형이라고 할 수 없는 것은 ④, ⑤이다.

02 답 ②

ㄱ. $\angle D=\angle D'=115^\circ$이므로

$\angle A=360^\circ-\angle B-\angle C-\angle D$

$=360^\circ-70^\circ-80^\circ-115^\circ=95^\circ$

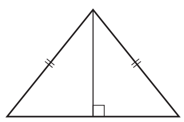
ㅁ. 닮음비는 $\overline{AB}:\overline{A'B'}=3:2$이므로

$\overline{AD}:\overline{A'D'}=3:2$, $8:\overline{A'D'}=3:2$ $\quad\therefore \overline{A'D'}=\dfrac{16}{3}$ cm

따라서 옳지 않은 것은 ㄱ, ㅁ이다.

03 답 ②

ㄱ. 오른쪽 그림과 같이 두 도형에서 대응하는 변은 서로 평행하지 않을 수 있다. (거짓)

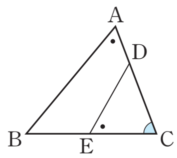


ㄴ. 두 쌍의 대응변의 길이의 비가 같고 그 끼인각의 크기가 같을 때, 두 삼각형은 서로 닮은 도형이다. (거짓)

ㄷ. 두 삼각형에서 두 쌍의 대응각의 크기가 각각 같으면 두 삼각형은 AA 닮음이다. (참)

ㄹ. 세 쌍의 대응변이 모두 평행하면 세 쌍의 대응각의 크기가 각각 같으므로 AA 닮음이다. (참)

ㅁ. 공통인 각을 가지는 두 삼각형에서 다른 한 내각의 크기가 같으면 두 도형은 AA 닮음이지만 오른쪽 그림과 같이 $\angle C$의 대변인 $\overline{AB}$와 $\overline{DE}$가 평행하지 않을 수 있다. (거짓)



따라서 옳은 것은 ㄷ, ㄹ의 2개이다.

04 답 (1) △DBE∽△CBA, $x=\dfrac{9}{2}$ (2) △ABC∽△DAC, $x=\dfrac{27}{2}$

(1) △DBE와 △CBA에서

$\overline{DB}:\overline{CB}=\overline{BE}:\overline{BA}=3:8$이고 $\angle B$는 공통이므로

△DBE∽△CBA(SAS 닮음)

따라서 $\overline{DE}:\overline{CA}=x:12=3:8$이므로

$x=\dfrac{3}{8}\times12=\dfrac{9}{2}$

(2) △ABC와 △DAC에서

$\angle ABC=\angle DAC$이고, $\angle C$는 공통이므로

△ABC∽△DAC(AA 닮음)

따라서 $\overline{BC}:\overline{AC}=\overline{AC}:\overline{DC}=\overline{AB}:\overline{DA}=2:1$이므로

$\overline{BC}=2\overline{AC}=18$, $\overline{DC}=\dfrac{1}{2}\overline{AC}=\dfrac{9}{2}$

$\therefore x=\overline{BC}-\overline{CD}=18-\dfrac{9}{2}=\dfrac{27}{2}$

05 답 ④

$\overline{CD}=\overline{BC}-\overline{BD}=16-7=9$(cm)

△CAD와 △CBA에서 $\angle C$는 공통이고,

$\overline{CD}:\overline{CA}=\overline{CA}:\overline{CB}=3:4$이므로

△CAD∽△CBA(SAS 닮음)

$\overline{AD}:\overline{BA}=3:4$에서 $\overline{AD}:8=3:4$ $\quad\therefore \overline{AD}=6$ cm

06 답 ②

접은 도형이므로 $\overline{EF}=\overline{AF}=7$이고, $\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{FC}=10$

따라서 △ABC의 한 변의 길이는 10이므로 $\overline{BE}=10-8=2$

△BDE와 △CEF에서 $\angle B=\angle C=60^\circ$

삼각형의 외각의 성질에 의하여

$\angle DBE+\angle BDE=\angle DEF+\angle CEF$에서

$\angle DBE=\angle DEF=60^\circ$이므로

$\angle BDE=\angle CEF$ $\quad\therefore$ △BDE∽△CEF(AA 닮음)

$\overline{BE}:\overline{CF}=\overline{DE}:\overline{EF}$에서 $2:3=\overline{DE}:7$

$\therefore \overline{DE}=\dfrac{14}{3}$

$\therefore \overline{AD}=\overline{DE}=\dfrac{14}{3}$

07 답 (1) △EBA (2) 4 cm

(1) $\overline{CA}=\overline{CD}=\overline{CE}$이므로 점 C는 △ADE의 외심이고, 이는 $\overline{DE}$의 중점이므로 △ADE는 $\angle DAE=90^\circ$인 직각삼각형이다.

△ABD와 △EBA에서

$\angle BAD=90^\circ-\angle DAC=\angle EAC=\angle BEA$,

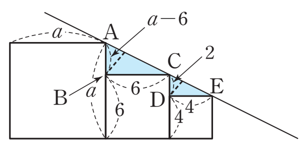
$\angle B$는 공통이므로 △ABD∽△EBA(AA 닮음)

(2) △ABD∽△EBA이므로 $\overline{AB}:\overline{EB}=\overline{BD}:\overline{BA}$

$\overline{AB}^2=\overline{EB}\times\overline{BD}=8\times2=16$ $\quad\therefore \overline{AB}=4$ cm

08 답 9

오른쪽 그림과 같이 △ABC와 △CDE에서 $\angle B=\angle D=90^\circ$이고 $\angle CAB=\angle ECD$(동위각)이므로



△ABC∽△CDE(AA 닮음)

따라서 $(a-6):2=6:4$에서 $4a-24=12$이고,

$4a=36$이므로 $a=9$

09 답 6

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle DFC = \angle FDA$(엇각)

$\therefore \angle DFC = \angle FDC$

따라서 $\triangle CDF$는 이등변삼각형이므로 $\overline{CF} = \overline{CD} = 15$

또한, $\angle AEB = \angle EAD$(엇각) $\quad \therefore \angle AEB = \angle EAB$

따라서 $\triangle BEA$는 이등변삼각형이므로 $\overline{BE} = \overline{BA} = 15$

$\overline{AD} = \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{FC} - \overline{EF}$에서 $20 = 15 + 15 - \overline{EF}$

$\therefore \overline{EF} = 10$

또한, $\angle GAD = \angle GEF$, $\angle GDA = \angle GFE$이므로

$\triangle GAD \backsim \triangle GEF$(AA 닮음)

닮음비는 $\overline{AD} : \overline{EF} = 20 : 10 = 2 : 1$이므로 $\overline{GA} : \overline{GE} = 2 : 1$

$\overline{GE} = x$라 하면 $\overline{GA} = 18 - x$이므로 $(18 - x) : x = 2 : 1$

$2x = 18 - x \qquad \therefore x = \overline{GE} = 6$

10 답 ③

$\triangle ABC \backsim \triangle DCE$이므로 $\overline{AC} : \overline{DE} = \overline{AB} : \overline{DC} = 2 : 3$

또한, $\angle ACB = \angle DEC$(동위각)이므로 $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$

따라서 $\triangle ACF$와 $\triangle EDF$에서 $\angle FAC = \angle FED$,

$\angle FCA = \angle FDE$이므로 $\triangle ACF \backsim \triangle EDF$(AA 닮음)

즉, $\overline{CF} : \overline{DF} = \overline{AC} : \overline{ED} = 2 : 3$이므로 $\overline{CD} : \overline{DF} = 5 : 3$

$\therefore \overline{DF} = \frac{3}{5} \times \overline{DC} = \frac{3}{5} \times 6 = \frac{18}{5}$(cm)

11 답 $\frac{1}{4}$배

□ABCD는 등변사다리꼴이므로 $\overline{AB} = \overline{DC}$

□AECD는 평행사변형이므로 $\overline{AE} = \overline{DC}$

따라서 $\overline{AB} = \overline{AE}$이므로 $\triangle ABE$는 이등변삼각형이다.

두 이등변삼각형 CAB와 ABE에서

밑각인 $\angle B$가 공통이므로 $\triangle CAB \backsim \triangle ABE$(AA 닮음)

즉, $\overline{AB} : \overline{BE} = \overline{BC} : \overline{EA} = 2 : 1$이므로 $\overline{AB} = 2\overline{BE}$

$\therefore \overline{BE} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{4}\overline{BC}$

따라서 $\overline{BE}$의 길이는 $\overline{BC}$의 길이의 $\frac{1}{4}$배이다.

12 답 (1) $\triangle DBA$ (2) $145°$

(1) $\triangle ABC \backsim \triangle DBE$(AA 닮음)에서 $\overline{AB} : \overline{DB} = \overline{BC} : \overline{BE}$

따라서 $\triangle DBA$와 $\triangle EBC$에서 $\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{DB} : \overline{EB}$이고

$\angle EBC = \angle EBA + \angle ABC = \angle EBA + \angle DBE = \angle DBA$

$\therefore \triangle EBC \backsim \triangle DBA$(SAS 닮음)

(2) $\triangle DBA \backsim \triangle EBC$이므로 $\angle DAB = \angle ECB$

따라서 $\triangle AFC$에서 외각의 성질에 의하여

$$\begin{aligned}\angle AFE &= \angle FAC + \angle ACF = \angle DAB + \angle BAC + \angle ACF \\ &= \angle ECB + \angle BAC + \angle ACF \\ &= \angle BAC + \angle ACB = 180° - \angle ABC = 145°\end{aligned}$$

13 답 40 cm

$\triangle ABH$의 둘레의 길이가 24 cm이므로

$\overline{AB} + \overline{BH} + \overline{HA} = 24$(cm)

$\triangle ACH$의 둘레의 길이가 32 cm이므로

$\overline{CA} + \overline{AH} + \overline{HC} = 32$(cm)

이때, $\triangle CAH \backsim \triangle ABH$(AA 닮음)이므로 닮음비를 $1 : k$라 하면

$\frac{\overline{AB}}{\overline{CA}} = \frac{\overline{BH}}{\overline{AH}} = \frac{\overline{HA}}{\overline{HC}} = k$이므로

$\overline{AB} + \overline{BH} + \overline{HA} = k(\overline{CA} + \overline{AH} + \overline{HC}) = 32k = 24$

$\therefore k = \frac{3}{4}$

따라서 $\overline{BH} = \frac{3}{4}\overline{AH}$이므로 $\overline{AB} + \overline{BH} + \overline{HA} = 24$에서

$10 + \frac{3}{4}\overline{AH} + \overline{HA} = 24$, $10 + \frac{7}{4}\overline{AH} = 24$

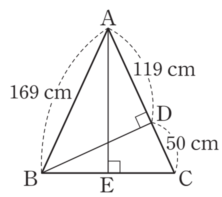
$\therefore \overline{AH} = 8$ cm, $\overline{BH} = 6$ cm

또한, $\triangle ABH \backsim \triangle CBA$(AA 닮음)이고 닮음비는

$\overline{AB} : \overline{HB} = 5 : 3$이므로 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned}\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} &= \frac{5}{3}(\overline{HB} + \overline{BA} + \overline{AH}) \\ &= \frac{5}{3} \times 24 = 40\text{(cm)}\end{aligned}$$

14 답 130 cm



오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 E라 하자.

$\triangle ACE$와 $\triangle BCD$에서

$\angle AEC = \angle BDC = 90°$,

$\angle C$는 공통이므로

$\triangle ACE \backsim \triangle BCD$(AA 닮음)

이때 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$\overline{CE} = \frac{1}{2}\overline{BC}$이고, $\overline{AB} = \overline{AC} = 169$ cm이므로

$\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{CE} : \overline{CD}$에서 $\overline{BC} \times \overline{CE} = \overline{AC} \times \overline{CD}$

$\frac{1}{2}\overline{BC}^2 = 169 \times 50$

$\overline{BC}^2 = 169 \times 100 = 13^2 \times 10^2 = 130^2$

$\therefore \overline{BC} = 130$ cm

15 답 9 cm

$\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로 $\overline{BD} = \overline{CD} = 6$ cm

$\triangle BDF$와 $\triangle ADC$에서 $\angle BDF = \angle D = 90°$,

$\angle BFD = \angle AFE = 90° - \angle DAC = \angle C$이므로

$\triangle BDF \backsim \triangle ADC$(AA 닮음)

즉, $\overline{BD} : \overline{AD} = \overline{DF} : \overline{DC} = 1 : 2$이므로 $6 : \overline{AD} = 1 : 2$

$\therefore \overline{AD} = 12$ cm

$\overline{AD} = \overline{AF} + 3$이므로 $\overline{AF} = 9$ cm

16 답 ⑤

$\triangle ABC$의 넓이에서

$\frac{1}{2}\times 3\times 4=\frac{1}{2}\times 5\times \overline{BH}$이므로 $\overline{BH}=\frac{12}{5}$ cm

또한, $\overline{BC}^2=\overline{CH}\times\overline{CA}$에서 $9=\overline{CH}\times 5$

$\therefore \overline{CH}=\frac{9}{5}$ cm

점 M은 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{5}{2}$(cm)

$\therefore \overline{MH}=\overline{CM}-\overline{CH}=\frac{5}{2}-\frac{9}{5}=\frac{7}{10}$(cm)

$\therefore \triangle MBH=\frac{1}{2}\times\overline{MH}\times\overline{BH}=\frac{1}{2}\times\frac{7}{10}\times\frac{12}{5}=\frac{21}{25}$(cm^2)

17 답 ③

$\triangle BCD$에서 $\overline{OC}^2=\overline{BO}\times\overline{DO}=9\times 4=36$ $\quad\therefore \overline{OC}=6$ cm

$\triangle BOC$와 $\triangle DOP$에서 $\angle OBC=\angle ODP$,

$\angle BOC=\angle DOP$이므로 $\triangle COB\sim\triangle POD$(AA 닮음)

즉, $\overline{OC}:\overline{OP}=\overline{OB}:\overline{OD}$이므로

$6:\overline{OP}=9:4$ $\quad\therefore \overline{OP}=\frac{8}{3}$ cm

18 답 16 : 25

$\angle FED=\angle EDC$(엇각)이므로 $\triangle DFE\sim\triangle CED$(AA 닮음)

$\overline{DE}:\overline{CD}=\overline{EF}:\overline{DE}$에서 $5:\overline{CD}=4:5$ $\quad\therefore \overline{CD}=\frac{25}{4}$ cm

$\angle DEF=\angle ACD$(동위각)이므로 $\triangle DEF\sim\triangle ACD$(AA 닮음)

따라서 $\triangle DFE$와 $\triangle ADC$의 닮음비는

$\overline{EF}:\overline{CD}=4:\frac{25}{4}=16:25$

19 답 ②

$\triangle ABD$와 $\triangle ACE$에서 $\angle CEA=\angle BDA=90°$이고 $\angle A$는 공통이므로 $\triangle ABD\sim\triangle ACE$(AA 닮음)

따라서 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CE}$에서 $6:4=\overline{BD}:a$

$\therefore \overline{BD}=\frac{3}{2}a$ cm

20 답 $\frac{9}{5}$ cm

점 C가 점 F에 오도록 접었으므로

$\overline{BF}=\overline{BC}=10$ cm, $\overline{DF}=4$ cm

$\triangle ABF$와 $\triangle DFE$에서

$\angle A=\angle D=90°$, $\angle ABF=90°-\angle AFB=\angle DFE$이므로

$\triangle ABF\sim\triangle DFE$(AA 닮음)

따라서 $\overline{AF}:\overline{DE}=\overline{BF}:\overline{FE}=\overline{AB}:\overline{DF}=2:1$

$\therefore \overline{DE}=3$ cm, $\overline{FE}=5$ cm

한편, $\triangle FED\sim\triangle DEH$(AA 닮음)이므로

$\overline{ED}^2=\overline{EH}\times\overline{EF}$, $3^2=\overline{EH}\times 5$ $\quad\therefore \overline{EH}=\frac{9}{5}$ cm

21 답 (1) $\triangle CEA$, $\triangle BDA$ (2) 12

(1) $\triangle CEA$와 $\triangle BDA$에서

$\angle EAC=\angle DAB=60°$, $\overline{AE}=\overline{AD}$, $\overline{AC}=\overline{AB}$이므로

$\triangle CEA\equiv\triangle BDA$(SAS 합동) $\quad\therefore \angle ACE=\angle ABD$

$\triangle BEF$와 $\triangle CEA$에서

$\angle FBE=\angle ACE$, $\angle FEB=\angle AEC$(맞꼭지각)이므로

$\triangle BEF\sim\triangle CEA$(AA 닮음)

$\therefore \triangle BEF\sim\triangle CEA\sim\triangle BDA$($\because \triangle CEA\equiv\triangle BDA$) ---- ⓐ

(2) $\triangle BEF\sim\triangle CEA$이므로 $\overline{BE}:\overline{CE}=\overline{EF}:\overline{EA}$

$\therefore \overline{CE}\times\overline{EF}=\overline{BE}\times\overline{EA}=2\times 6=12$ ---- ⓑ

| 채점기준 |

ⓐ $\triangle BEF$와 닮은 삼각형을 모두 구한다.	[60%]
ⓑ 닮음의 성질을 이용하여 $\overline{CE}\times\overline{EF}$의 값을 구한다.	[40%]

22 답 (1) 90° (2) 4 : 1

(1) $\triangle MBC$와 $\triangle NCD$에서

$\overline{BC}=\overline{CD}$, $\overline{MC}=\overline{ND}$, $\angle MCB=\angle NDC=90°$이므로

$\triangle MBC\equiv\triangle NCD$ (SAS 합동) $\quad\therefore \angle MBC=\angle NCD$

$\therefore \angle BEC=180°-(\angle EBC+\angle ECB)$

$=180°-(\angle NCD+\angle ECB)$

$=180°-90°=90°$ ---- ⓐ

(2) $\triangle MCE\sim\triangle CBE$(AA 닮음)이므로

$\overline{ME}:\overline{CE}=\overline{CM}:\overline{BC}=1:2$ $\quad\therefore \overline{CE}=2\overline{ME}$ ⋯ ㉠

$\overline{BE}:\overline{CE}=\overline{CE}:\overline{ME}$, $\overline{CE}^2=\overline{ME}\times\overline{BE}$

$(2\overline{ME})^2=\overline{ME}\times\overline{BE}$($\because$ ㉠) $\quad\therefore \overline{BE}=4\overline{ME}$

$\therefore \overline{BE}:\overline{ME}=4:1$ ---- ⓑ

| 채점기준 |

ⓐ $\angle BEC$의 크기를 구한다.	[50%]
ⓑ $\overline{BE}:\overline{ME}$를 구한다.	[50%]

23 답 48 cm^2

$\triangle ABE$와 $\triangle AQF$에서

$\angle ABE=\angle AQF=90°$, $\angle BAE=45°-\angle EAQ=\angle QAF$

이므로

$\triangle ABE\sim\triangle AQF$(AA 닮음)

$\therefore \overline{AB}:\overline{AQ}=\overline{AE}:\overline{AF}$ ⋯ ㉠

한편, $\triangle AEP$와 $\triangle AFD$에서

$\angle APE=\angle ADF=90°$, $\angle EAP=45°-\angle PAF=\angle FAD$

이므로

$\triangle AEP\sim\triangle AFD$(AA 닮음)

$\therefore \overline{AP}:\overline{AD}=\overline{AE}:\overline{AF}$ ⋯ ㉡

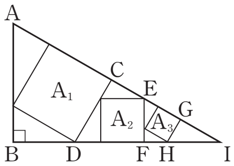
㉠, ㉡에 의하여 $\overline{AP}:\overline{AD}=\overline{AB}:\overline{AQ}$

이때, $\overline{AB}=\overline{AD}$이므로 $\overline{AD}^2=\overline{AP}\times\overline{AQ}=48$

따라서 정사각형 ABCD의 넓이는 48 cm^{2}이다.

24 답 3 cm

오른쪽 그림에서 정사각형 A_2의 한 변의 길이를 x cm라 하면 $\triangle ABI$, $\triangle DCI$, $\triangle EFI$는 직각삼각형이고, $\angle I$가 공통이므로



$\triangle ABI \backsim \triangle DCI \backsim \triangle EFI$(AA 닮음)

이때, 닮음비를 정사각형의 한 변을 기준으로 보면

$\overline{DC} : \overline{EF} : \overline{HG} = 9 : x : 1$ $\quad \therefore \overline{EF} = \frac{x}{9}\overline{DC}$ ⋯ ㉠

한편, 닮음비를 직각삼각형의 한 변을 기준으로 보면

$\overline{AB} : \overline{DC} : \overline{EF} = 9 : x : 1$ $\quad \therefore \overline{EF} = \frac{1}{x}\overline{DC}$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡에서 $\overline{EF} = \frac{x}{9}\overline{DC} = \frac{1}{x}\overline{DC}$이므로

$\frac{x}{9} = \frac{1}{x}$, $x^2 = 9$ $\quad \therefore x = 3$

따라서 정사각형 A_2의 한 변의 길이는 3 cm이다.

07 평행선과 선분의 길이의 비

문제편 57P

25 답 $\frac{5}{8}$

$\overline{AC} : \overline{CE} = 5 : 3$이므로 $\overline{CE} = \frac{3}{5}\overline{AC}$

$\overline{BC} \mathbin{/\!/} \overline{DE}$이므로 $\overline{AB} : \overline{BD} = \overline{AC} : \overline{CE} = 5 : 3$

또한, $\overline{BF} \mathbin{/\!/} \overline{DC}$이므로 $\overline{AF} : \overline{FC} = \overline{AB} : \overline{BD} = 5 : 3$

$\therefore \overline{FC} = \frac{3}{5}\overline{AF} = \frac{3}{8}\overline{AC}$

$\therefore \frac{\overline{FC}}{\overline{CE}} = \frac{\frac{3}{8}\overline{AC}}{\frac{3}{5}\overline{AC}} = \frac{5}{8}$

26 답 ④

외각의 이등분선의 성질에 의하여

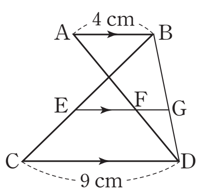
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD} = 4 : 3$

따라서 $\overline{CD} = 3\overline{BC}$이므로

$\triangle ACD = 3\triangle ABC = 3 \times 10 = 30(\text{cm}^2)$

27 답 ⑤

오른쪽 그림에서 $\overline{AF} : \overline{FD} = \overline{BE} : \overline{EC}$이므로 $\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{EF} \mathbin{/\!/} \overline{CD}$이다.



$\overline{EF}$의 연장선과 $\overline{BD}$의 교점을 G라 하면

$\overline{AD} : \overline{FD} = \overline{AB} : \overline{FG} = 5 : 2$이므로

$\overline{FG} = \frac{2}{5}\overline{AB} = \frac{2}{5} \times 4 = \frac{8}{5}(\text{cm})$

또한, $\overline{BE} : \overline{BC} = \overline{EG} : \overline{CD} = 3 : 5$이므로

$\overline{EG} = \frac{3}{5}\overline{CD} = \frac{3}{5} \times 9 = \frac{27}{5}(\text{cm})$

$\therefore \overline{EF} = \overline{EG} - \overline{FG} = \frac{27}{5} - \frac{8}{5} = \frac{19}{5}(\text{cm})$

28 답 6 cm

□DBEF가 마름모이므로 $\overline{DF} \mathbin{/\!/} \overline{BE}$이고 $\overline{DB} = \overline{DF}$이다.

$\overline{DB} = \overline{DF} = x$ cm라 하면 $\triangle ABC \backsim \triangle ADF$(AA 닮음)이므로

$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DF}$, $9 : (9 - x) = 6 : x$ $\quad \therefore x = \frac{18}{5}$

따라서 $\overline{AC} : \overline{AF} = \overline{BC} : \overline{DF} = 6 : \frac{18}{5} = 5 : 3$

$\therefore \overline{AF} = \frac{3}{5}\overline{AC} = 6(\text{cm})$

29 답 5

$\overline{AD} : \overline{DB} = 3 : 2$이므로 $\overline{AD} = \frac{3}{5}\overline{AB}$

한편, $\overline{DF} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$이므로 $\overline{AF} : \overline{FC} = \overline{AD} : \overline{DB} = 3 : 2$

$\overline{FE} \mathbin{/\!/} \overline{AB}$이므로 $\overline{CE} : \overline{EB} = \overline{CF} : \overline{FA} = 2 : 3$

$\overline{EG} \mathbin{/\!/} \overline{CA}$이므로 $\overline{BG} : \overline{GA} = \overline{BE} : \overline{EC} = 3 : 2$

$\therefore \overline{GA} = \frac{2}{5}\overline{AB}$

따라서 $\overline{DG} = \overline{DA} - \overline{GA} = \frac{1}{5}\overline{AB}$이므로 $\frac{\overline{AB}}{\overline{DG}} = 5$

30 답 24 cm

$\overline{BC} = x$ cm라 하면

$\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$이므로 $\triangle AOD \backsim \triangle COB$(AA 닮음)

$\therefore \overline{AO} : \overline{CO} = \overline{DO} : \overline{BO} = \overline{AD} : \overline{CB} = 8 : x$

$\overline{EF} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$이므로 $\triangle AEO \backsim \triangle ABC$(AA 닮음)

$\therefore \overline{EO} : \overline{BC} = \overline{AO} : \overline{AC} = 8 : (8 + x)$ ⋯ ㉠

$\overline{EF} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$이므로 $\triangle DOF \backsim \triangle DBC$(AA 닮음)

$\therefore \overline{OF} : \overline{BC} = \overline{DO} : \overline{DB} = 8 : (8 + x)$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡에서 $\overline{EO} : \overline{BC} = \overline{OF} : \overline{BC}$이므로

$\overline{EO} = \overline{OF} = \frac{1}{2}\overline{EF} = 6(\text{cm})$

따라서 ㉠에서 $6 : x = 8 : (8 + x)$이므로 $x = 24(\text{cm})$

31 답 ②

$\triangle BAD$와 $\triangle BCA$에서 $\angle BAD = \angle BCA$, $\angle B$는 공통이므로

$\triangle BAD \backsim \triangle BCA$(AA 닮음)

따라서 $\overline{AD} : \overline{CA} = \overline{BD} : \overline{BA} = \overline{BA} : \overline{BC} = 1 : 2$이므로

$\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{CA} = 7(\text{cm})$, $\overline{BD} = \frac{1}{2}\overline{BA} = 4(\text{cm})$

한편, $\triangle ADC$에서 $\overline{AE}$는 $\angle A$의 이등분선이고,

$\overline{DC} = \overline{BC} - \overline{BD} = 12(\text{cm})$이므로

$\overline{DE} : \overline{EC} = \overline{AD} : \overline{AC} = 1 : 2$

$\overline{DE} : (12 - \overline{DE}) = 1 : 2$ $\quad \therefore \overline{DE} = 4$ cm

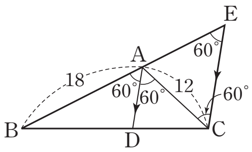
32 답 4 cm

내심은 각의 이등분선들의 교점이므로 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이다.

$\overline{BD}:\overline{DC}=\overline{AB}:\overline{AC}=2:3$

$\therefore \overline{BD}=\frac{2}{5}\overline{BC}=4(\text{cm})$

33 답 $\frac{36}{5}$ cm



오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{AD}$와 평행하게 그은 직선이 $\overline{BA}$의 연장선과 만나는 점을 E라 하면

$\angle AEC=\angle BAD=60°$(동위각),

$\angle ACE=\angle CAD=60°$(엇각)이므로 $\triangle EAC$는 정삼각형이다.

$\therefore \overline{EA}=\overline{EC}=\overline{AC}=12$ cm

$\triangle BAD$와 $\triangle BEC$에서

$\overline{AD}:\overline{EC}=\overline{BA}:\overline{BE}=3:5$

$\therefore \overline{AD}=\frac{3}{5}\overline{EC}=\frac{3}{5}\times 12=\frac{36}{5}(\text{cm})$

34 답 12 cm

내각의 이등분선의 성질에 의하여

$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=3:2$이므로 $(5-\overline{CD}):\overline{CD}=3:2$

$\therefore \overline{CD}=2$ cm

또한, 외각의 이등분선의 성질에 의하여

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BE}:\overline{CE}=3:2$이므로 $(5+\overline{CE}):\overline{CE}=3:2$

$\therefore \overline{CE}=10$ cm

$\therefore \overline{DE}=\overline{CD}+\overline{CE}=2+10=12(\text{cm})$

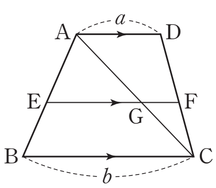
35 답 ⑤

$4:8=x:9$에서 $8x=36$ $\quad\therefore x=\frac{9}{2}$

$(4+8):8=y:7$에서 $8y=84$ $\quad\therefore y=\frac{21}{2}$

$\therefore x+y=\frac{9}{2}+\frac{21}{2}=15$

36 답 $\frac{an+bm}{m+n}$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$와 $\overline{EF}$의 교점을 G라 하면

$\triangle ABC$와 $\triangle AEG$에서

$\overline{AB}:\overline{AE}=\overline{BC}:\overline{EG}$

$(m+n):m=b:\overline{EG}$

$\therefore \overline{EG}=\frac{bm}{m+n}$

$\triangle CAD$와 $\triangle CGF$에서

$\overline{CD}:\overline{CF}=\overline{AD}:\overline{GF}$, $(m+n):n=a:\overline{GF}$

$\therefore \overline{GF}=\frac{an}{m+n}$

$\therefore \overline{EF}=\overline{EG}+\overline{GF}=\frac{an+bm}{m+n}$

37 답 $\frac{15}{2}$ cm

$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로 $\triangle AOD\backsim\triangle COB$(AA 닮음)

$\therefore \overline{AO}:\overline{CO}=\overline{DO}:\overline{BO}=\overline{AD}:\overline{CB}=3:5$

$\overline{EF}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로 $\triangle AEO\backsim\triangle ABC$(AA 닮음)

$\overline{EO}:\overline{BC}=\overline{AO}:\overline{AC}=3:8$이므로

$\overline{EO}=\frac{3}{8}\overline{BC}=\frac{15}{4}(\text{cm})$

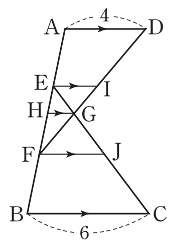
$\overline{EF}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로 $\triangle DOF\backsim\triangle DBC$(AA 닮음)

$\overline{OF}:\overline{BC}=\overline{DO}:\overline{DB}=3:8$이므로

$\overline{OF}=\frac{3}{8}\overline{BC}=\frac{15}{4}(\text{cm})$

$\therefore \overline{EF}=\overline{EO}+\overline{OF}=\frac{15}{2}(\text{cm})$

38 답 ①



오른쪽 그림과 같이 점 E, F에서 $\overline{AD}$와 평행한 직선을 그어 $\overline{DF}$, $\overline{EC}$와 만나는 각각 I, J라 하면

$\triangle AFD$에서 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{EI}$, $\overline{AE}=\overline{EF}$이므로

$\overline{EI}=\frac{1}{2}\overline{AD}=2(\text{cm})$

또한, $\triangle EBC$에서 $\overline{FJ}\,/\!/\,\overline{BC}$, $\overline{EF}=\overline{FB}$이므로

$\overline{FJ}=\frac{1}{2}\overline{BC}=3(\text{cm})$

한편, $\overline{EI}\,/\!/\,\overline{FJ}$이므로 $\triangle EIG\backsim\triangle JFG$(AA 닮음)

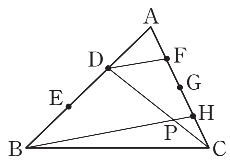
$\therefore \overline{EG}:\overline{JG}=\overline{EI}:\overline{JF}=2:3$

또한, $\overline{HG}\,/\!/\,\overline{FJ}$이므로 $\triangle EHG\backsim\triangle EFJ$(AA 닮음)

따라서 $\overline{HG}:\overline{FJ}=\overline{EG}:\overline{EJ}=2:5$이므로

$\overline{HG}=\frac{2}{5}\overline{FJ}=\frac{6}{5}(\text{cm})$

39 답 (1) 1 : 2 (2) 8 : 1



오른쪽 그림과 같이 점 D와 점 F를 이으면

(1) $\triangle ABH$에서

$\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{AF}:\overline{AH}=1:3$이므로

$\overline{DF}\,/\!/\,\overline{BH}$

$\triangle CFD$에서

$\overline{CP}:\overline{PD}=\overline{CH}:\overline{HF}=1:2$

(2) $\triangle CFD$에서

$\overline{CH}:\overline{CF}=1:3$이므로 $\overline{PH}:\overline{DF}=1:3$

$\therefore \overline{DF}=3\overline{PH}$

또한, $\triangle ABH$에서

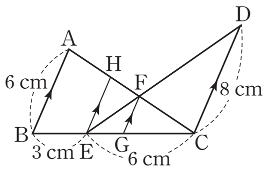
$\overline{BH}:\overline{DF}=\overline{AB}:\overline{AD}=3:1$이므로

$\overline{BH}=3\overline{DF}=9\overline{PH}$ $\quad\therefore \overline{BP}=8\overline{PH}$

$\therefore \overline{BP}:\overline{PH}=8\overline{PH}:\overline{PH}=8:1$

40 답 $\frac{8}{3}$ cm

오른쪽 그림과 같이 점 E를 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 선을 그어 그 선과 $\overline{AC}$의 교점을 H라 하면



$\overline{AB}$ // $\overline{HE}$이므로

△ABC∽△HEC(AA 닮음)

즉, $\overline{AB}:\overline{HE}=\overline{BC}:\overline{EC}=9:6=3:2$

$6:\overline{HE}=3:2$ $\therefore$ $\overline{HE}=4$ cm

또한, $\overline{HE}$ // $\overline{CD}$이므로 △HEF∽△CDF(AA 닮음)

즉, $\overline{EF}:\overline{DF}=\overline{HE}:\overline{CD}=4:8=1:2$

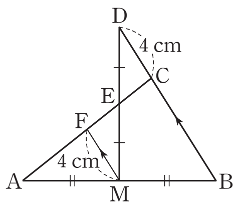
$\overline{FG}$ // $\overline{DC}$이므로 △FEG∽△DEC(AA 닮음)

즉, $\overline{FG}:\overline{DC}=\overline{EF}:\overline{ED}=1:3$, $\overline{FG}:8=1:3$

$\therefore$ $\overline{FG}=\frac{1}{3}\times8=\frac{8}{3}$(cm)

41 답 ③

점 M을 지나고 $\overline{BC}$에 평행한 직선과 $\overline{AC}$의 교점을 F라 하면



△EFM과 △ECD에서

∠EMF=∠EDC(엇각),

∠FEM=∠CED(맞꼭지각),

$\overline{ME}=\overline{DE}$이므로

△EFM≡△ECD(ASA 합동)

$\therefore$ $\overline{FM}=\overline{CD}=4$ cm

$\overline{AM}=\overline{BM}$, $\overline{MF}$ // $\overline{BC}$이므로 $\overline{BC}=2\overline{FM}=8$(cm)

42 답 14 cm

네 점 E, F, G, H는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$의 중점이므로

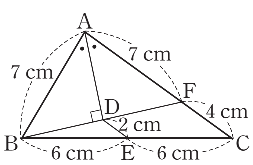
$\overline{EH}=\overline{FG}=\frac{1}{2}\overline{BD}=3$(cm), $\overline{EF}=\overline{HG}=\frac{1}{2}\overline{AC}=4$(cm)

$\therefore$ (□EFGH의 둘레의 길이)$=\overline{EF}+\overline{FG}+\overline{GH}+\overline{HE}$

$=\overline{AC}+\overline{BD}=14$(cm)

43 답 30 cm

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$의 연장선과 $\overline{AC}$의 교점을 F라 하면 △ABF는 꼭지각의 이등분선이 밑변과 수직이므로 이등변삼각형이다.



$\therefore$ $\overline{AB}=\overline{AF}=7$ cm, $\overline{BD}=\overline{DF}$

따라서 △BFC에서 점 D는 $\overline{BF}$의 중점이고 $\overline{DE}$ // $\overline{FC}$이므로

$\overline{FC}=2\overline{DE}=4$(cm), $\overline{BC}=2\overline{BE}=12$(cm)

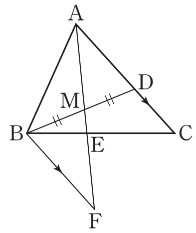
$\therefore$ (△ABC의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

$=7+12+(7+4)$

$=30$(cm)

44 답 10 cm

오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{AC}$와 평행한 직선을 그어 그 직선과 $\overline{AE}$의 연장선의 교점을 F라 하면



△MDA와 △MBF에서

∠MDA=∠MBF(엇각),

∠DMA=∠BMF(맞꼭지각),

$\overline{MD}=\overline{MB}$이므로 △MDA≡△MBF(ASA 합동)

$\therefore$ $\overline{FB}=\overline{AD}=\frac{3}{5}\overline{AC}$

한편, △EBF와 △ECA에서 평행선의 엇각의 성질에 의하여

∠EBF=∠ECA, ∠EFB=∠EAC이므로

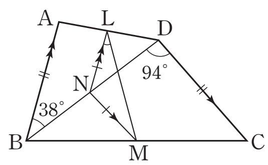
△EBF∽△ECA(AA 닮음)

따라서 $\overline{BE}:\overline{CE}=\overline{FB}:\overline{AC}=\frac{3}{5}\overline{AC}:\overline{AC}=3:5$

$\therefore$ $\overline{EC}=\frac{5}{3}\overline{BE}=\frac{5}{3}\times6=10$(cm)

45 답 28°

오른쪽 그림의 △ABD에서



$\overline{AL}=\overline{LD}$, $\overline{BN}=\overline{ND}$이므로

$\overline{LN}$ // $\overline{AB}$, $\overline{LN}=\frac{1}{2}\overline{AB}$

또한, △DBC에서 $\overline{BN}=\overline{ND}$,

$\overline{BM}=\overline{MC}$이므로

$\overline{NM}$ // $\overline{DC}$, $\overline{NM}=\frac{1}{2}\overline{DC}$

이때 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\overline{LN}=\overline{NM}$

따라서 △LNM은 이등변삼각형이다.

한편, $\overline{LN}$ // $\overline{AB}$, $\overline{NM}$ // $\overline{DC}$이므로

∠LNM=∠LND+∠DNM

=∠LND+(180°−∠BNM)

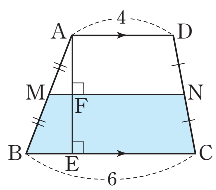
=∠ABD+(180°−∠BDC)

=38°+(180°−94°)=124°

$\therefore$ $\angle NLM=\frac{180^\circ-\angle LNM}{2}=28^\circ$

46 답 ⑤

오른쪽 그림에서 점 M, N은 각각 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$의 중점이므로



$\overline{MN}=\frac{1}{2}\times(4+6)=5$(cm)

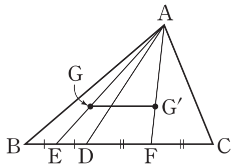
점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 E, $\overline{AE}$와 $\overline{MN}$의 교점을 F라 하고, $\overline{AF}=\overline{FE}=h$라 하면

$\square AMND=\frac{(4+5)}{2}\times h=18$에서 $h=4$ cm

$\therefore$ $\square MBCN=\frac{(6+5)}{2}\times4=22(\text{cm}^2)$

47 답 ②

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AG}$, $\overline{AG'}$의 연장선과 $\overline{BC}$의 교점을 각각 E, F라 하면



$\overline{AE}$와 $\overline{AF}$는 각각 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$의 중선이므로

$\overline{BE}=\overline{ED}$, $\overline{DF}=\overline{FC}$

$\therefore \overline{EF}=\frac{1}{2}(\overline{BD}+\overline{DC})=\frac{1}{2}\overline{BC}$

또한, 무게중심은 중선을 꼭짓점으로부터 2 : 1로 나누므로

$\overline{AG}:\overline{GE}=\overline{AG'}:\overline{G'F}=2:1$

따라서 $\triangle AGG'$과 $\triangle AEF$에서

$\angle GAG'=\angle EAF$, $\overline{AG}:\overline{AE}=\overline{AG'}:\overline{AF}=2:3$이므로

$\triangle AGG' \backsim \triangle AEF$(SAS 닮음)

$\therefore \overline{GG'}=\frac{2}{3}\overline{EF}=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{3}\overline{BC}$

따라서 $\overline{GG'}$의 길이는 $\overline{BC}$의 길이의 $\frac{1}{3}$배이다.

48 답 12 cm^2

점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로 $\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$

$\overline{PQ}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로 $\overline{AQ}:\overline{QC}=2:1$

따라서 $\overline{QC}=\frac{1}{3}\overline{AC}$이므로

$\overline{EQ}=\overline{EC}-\overline{QC}=\frac{1}{2}\overline{AC}-\frac{1}{3}\overline{AC}=\frac{1}{6}\overline{AC}$

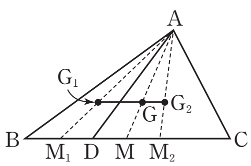
$\triangle EGQ=\frac{1}{6}\triangle AGC=\frac{1}{6}\times\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{18}\triangle ABC$

$\triangle GBD=\frac{1}{6}\triangle ABC$

$\therefore \triangle GBD=3\triangle EGQ=12(cm^2)$

49 답 ㄴ, ㄷ

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$의 중점을 M, $\overline{BD}$의 중점을 M_1, $\overline{DC}$의 중점을 M_2라 하자.



ㄱ. 점 D가 점 M과 일치할 때만 $\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$이다. (거짓)

ㄴ. 점 G_1, G_2는 각각 $\triangle ADB$, $\triangle ADC$의 무게중심이므로
$\overline{AG_1}:\overline{G_1M_1}=\overline{AG_2}:\overline{G_2M_2}=2:1$
따라서 $\overline{G_1G_2}\,/\!/\,\overline{M_1M_2}$이므로 $\overline{G_1G_2}\,/\!/\,\overline{BC}$ (참)

ㄷ. $\overline{AG_1}:\overline{G_1M_1}=\overline{AG}:\overline{GM}=\overline{AG_2}:\overline{G_2M_2}=2:1$이므로
점 G는 $\overline{G_1G_2}$ 위에 있다.
따라서 세 점 G, G_1, G_2는 한 직선 위에 있다. (참)

ㄹ. $\overline{GG_2}:\overline{MM_2}=\overline{AG}:\overline{AM}=2:3$이므로
$\overline{GG_1}:\overline{MM_1}=\overline{GG_2}:\overline{MM_2}$
따라서 $\overline{MM_1}=\overline{MM_2}$일 때, 즉 점 D가 점 M과 일치할 때만
$\overline{GG_1}=\overline{GG_2}$이다. (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

50 답 ②

점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{BD}=\overline{DC}$이고 $\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$

$\triangle BQC$에서 $\overline{DP}\,/\!/\,\overline{CQ}$이고 $\overline{BD}=\overline{DC}$이므로

$\overline{BP}=\overline{PQ}$, $\overline{CQ}=2\overline{PD}=8(cm)$ ⋯ ㉠

한편, $\overline{EF}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로 $\overline{AE}:\overline{EB}=2:1$

$\therefore \overline{EB}=\frac{1}{2}\overline{AE}=1(cm)$

또한, $\overline{FP}\,/\!/\,\overline{CQ}$이므로 $\overline{AP}:\overline{PQ}=\overline{AF}:\overline{FC}=2:1$

$\therefore \overline{AP}=2\overline{PQ}$

그런데 $\overline{AP}=\overline{AE}+\overline{EB}+\overline{BP}=3+\overline{BP}$이고

$\overline{PQ}=\overline{BP}$이므로 $3+\overline{BP}=2\overline{BP}$

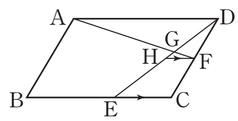
$\therefore \overline{BP}=3$ cm

$\therefore \overline{EQ}=\overline{EB}+\overline{BP}+\overline{PQ}=7(cm)$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡에서 $\overline{CQ}+\overline{EQ}=7+8=15(cm)$

51 답 (1) 5 : 1 (2) 7 : 5

(1) 점 F에서 $\overline{BC}$와 평행한 선을 그었을 때 $\overline{DE}$와의 교점을 H라 하자.



$\overline{EC}\,/\!/\,\overline{HF}$이므로

$\triangle DHF \backsim \triangle DEC$(AA 닮음)

$\overline{HF}:\overline{EC}=\overline{DF}:\overline{DC}=1:2$

$\therefore \overline{HF}=\frac{1}{2}\overline{EC}$

이때, $\overline{EC}=\frac{2}{5}\overline{BC}$이므로 $\overline{HF}=\frac{1}{5}\overline{BC}$

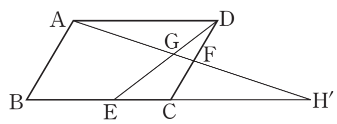
한편, $\triangle ADG$와 $\triangle FHG$에서 평행선의 엇각의 성질에 의하여

$\angle GDA=\angle GHF$, $\angle GAD=\angle GFH$이므로

$\triangle ADG \backsim \triangle FHG$(AA 닮음)

따라서 $\overline{AG}:\overline{GF}=\overline{AD}:\overline{FH}=\overline{BC}:\frac{1}{5}\overline{BC}=5:1$

(2) 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AF}$의 연장선과 $\overline{BC}$의 연장선의 교점을 H′라 하자.



$\triangle ADF$와 $\triangle H'CF$에서 평행선의 엇각의 성질에 의하여

$\angle FDA=\angle FCH'$이고 $\angle AFD=\angle H'FC$($\because$ 맞꼭지각),

$\overline{DF}=\overline{CF}$이므로

$\triangle ADF \equiv \triangle H'CF$(ASA 합동) $\therefore \overline{H'C}=\overline{AD}$

이때, $\overline{EC}=\frac{2}{5}\overline{BC}=\frac{2}{5}\overline{AD}$이므로

$\overline{EH'}=\overline{EC}+\overline{CH'}=\frac{7}{5}\overline{AD}$

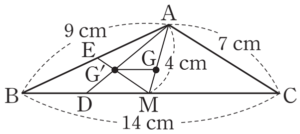
한편, $\triangle GAD$와 $\triangle GH'E$에서 평행선의 엇각의 성질에 의하여

$\angle GAD=\angle GH'E$, $\angle GDA=\angle GEH'$이므로

$\triangle GAD \backsim \triangle GH'E$(AA 닮음)

$\therefore \overline{EG}:\overline{DG}=\overline{EH'}:\overline{DA}=\frac{7}{5}\overline{AD}:\overline{DA}=7:5$

52 답 6 cm



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AG'}$의 연장선과 $\overline{BC}$의 교점을 D, $\overline{MG'}$의 연장선과 $\overline{AB}$의 교점을 E라 하자.

점 G는 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{GM}=\frac{1}{3}\overline{AM}=\frac{4}{3}(\text{cm})$

△AGG′과 △AMD에서

두 점 G, G′은 △ABC, △ABM의 무게중심이므로

$\overline{AG'}:\overline{AD}=\overline{AG}:\overline{AM}=2:3$이고 ∠A는 공통이므로

△AGG′∽△AMD(SAS 닮음)

$\therefore \overline{GG'}:\overline{DM}=2:3$

한편, 점 D는 $\overline{BM}$의 중점이므로

$\overline{DM}=\frac{1}{2}\overline{BM}=\frac{1}{4}\overline{BC}=\frac{7}{2}(\text{cm})$

$\therefore \overline{GG'}=\frac{2}{3}\overline{DM}=\frac{7}{3}(\text{cm})$

△ABC에서 $\overline{AE}=\overline{EB}$, $\overline{BM}=\overline{MC}$이므로

$\overline{EM}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{7}{2}(\text{cm})$

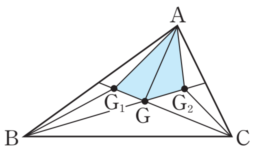
점 G′은 △ABM의 무게중심이므로

$\overline{G'M}=\frac{2}{3}\overline{EM}=\frac{7}{3}(\text{cm})$

따라서 △GMG′의 둘레의 길이는

$\overline{GM}+\overline{G'M}+\overline{GG'}=\frac{4}{3}+\frac{7}{3}+\frac{7}{3}=6(\text{cm})$

53 답 6



오른쪽 그림에서 점 G는 △ABC의 무게중심이므로

△GBC=△GAB=△GCA

$=\frac{1}{3}$△ABC=9

점 G_1은 △GAB의 무게중심이므로

$\triangle G_1GA=\triangle G_1BG=\triangle G_1AB=\frac{1}{3}\triangle GAB=3$

또한, 점 G_2는 △GCA의 무게중심이므로

$\triangle G_2AG=\triangle G_2GC=\triangle G_2CA=\frac{1}{3}\triangle GCA=3$

$\therefore \square AG_1GG_2=\triangle G_1GA+\triangle G_2AG=6$

54 답 6 cm²

□AECG와 □HBFD는 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다.

따라서 $\overline{AG}\,/\!/\,\overline{EC}$, $\overline{BH}\,/\!/\,\overline{DF}$이므로 □PQRS는 평행사변형이다.

한편, △ADS에서 $\overline{HP}\,/\!/\,\overline{DS}$, $\overline{AH}=\overline{HD}$이므로

$\overline{AP}=\overline{PS}$ ⋯ ㉠

□PQRS는 평행사변형이므로 $\overline{PS}=\overline{QR}$ ⋯ ㉡

△BQC에서 $\overline{BQ}\,/\!/\,\overline{FR}$, $\overline{BF}=\overline{FC}$이므로

$\overline{QR}=\overline{RC}$ ⋯ ㉢

△DRC에서 $\overline{SG}\,/\!/\,\overline{RC}$, $\overline{DG}=\overline{GC}$이므로

$\overline{SG}=\frac{1}{2}\overline{RC}$ ⋯ ㉣

㉠, ㉡, ㉢, ㉣에서 $\overline{AP}:\overline{PS}:\overline{SG}=2:2:1$

$\therefore \square PQRS=\frac{2}{5}\square AECG=\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{5}\square ABCD=\frac{1}{5}\times 30=6(\text{cm}^2)$

55 답 ③

△DAC의 넓이는 $\frac{1}{2}\times5\times7=\frac{35}{2}(\text{cm}^2)$이므로

$\triangle EAC=\frac{2}{3}\triangle DAC=\frac{35}{3}(\text{cm}^2)$

한편, △AEH와 △CFH에서 평행선의 엇각의 성질에 의하여

∠AEH=∠CFH, ∠HAE=∠HCF이므로

△AEH∽△CFH(AA 닮음)에서

$\overline{AH}:\overline{CH}=\overline{AE}:\overline{CF}=\frac{2}{3}\overline{AD}:\frac{1}{2}\overline{AD}=4:3$

$\therefore \overline{CH}=\frac{3}{7}\overline{AC}$

또한, △AEG와 △CBG에서 평행선의 엇각의 성질에 의하여

∠AEG=∠CBG, ∠EAG=∠BCG이므로

△AEG∽△CBG(AA 닮음)

$\overline{AG}:\overline{CG}=\overline{AE}:\overline{CB}=\frac{2}{3}\overline{AD}:\overline{AD}=2:3$

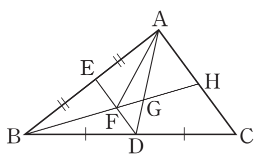
$\therefore \overline{CG}=\frac{3}{5}\overline{AC}$

$\therefore \overline{GH}=\overline{CG}-\overline{CH}=\frac{3}{5}\overline{AC}-\frac{3}{7}\overline{AC}=\frac{6}{35}\overline{AC}$

따라서 $\triangle EAC:\triangle EGH=\overline{AC}:\overline{GH}=35:6$이므로

$\triangle EGH=\frac{6}{35}\triangle EAC=\frac{6}{35}\times\frac{35}{3}=2(\text{cm}^2)$

56 답 ⑤



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BG}$의 연장선과 $\overline{AC}$의 교점을 H라 하면 점 G는 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{BG}=\frac{2}{3}\overline{BH}$

또한, △ABC에서 $\overline{BD}=\overline{DC}$, $\overline{AE}=\overline{EB}$이므로 $\overline{ED}\,/\!/\,\overline{AC}$

△BHC에서 $\overline{FD}\,/\!/\,\overline{HC}$, $\overline{BD}=\overline{DC}$이므로

$\overline{BF}=\overline{FH}=\frac{1}{2}\overline{BH}$

$\therefore \overline{FG}=\overline{BG}-\overline{BF}=\frac{2}{3}\overline{BH}-\frac{1}{2}\overline{BH}=\frac{1}{6}\overline{BH}$

$\therefore \triangle AFG=\frac{1}{6}\triangle ABH=\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{12}\triangle ABC$

따라서 △ABC의 넓이는 △AFG의 넓이의 12배이다.

57 답 (1) 6 cm (2) $\frac{35}{6}$

(1) 점 I는 △ABC의 내심이므로 $\overline{AI}$와 $\overline{BI}$는 각각 ∠A와 ∠B의 이등분선이다. 내각의 이등분선의 성질에 의하여

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}=3:2$이므로 $\overline{AC}=\frac{2}{3}\overline{AB}=10(\text{cm})$

또한, $\overline{BC}:\overline{BA}=\overline{CE}:\overline{AE}=2:3$이므로

$\overline{AE}=\frac{3}{5}\overline{AC}=6(\text{cm})$ ········ ⓐ

(2) △ABE에서 $\overline{AI}$는 ∠A의 이등분선이므로

$\overline{AB}:\overline{AE}=\overline{BI}:\overline{EI}=5:2$

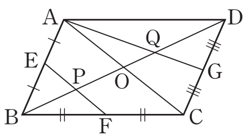
즉, $\triangle AIE=\frac{2}{7}\triangle ABE=\frac{2}{7}\times\frac{3}{5}\triangle ABC=\frac{6}{35}\triangle ABC$

$\therefore \dfrac{\triangle ABC}{\triangle AIE}=\dfrac{\triangle ABC}{\frac{6}{35}\triangle ABC}=\dfrac{35}{6}$ ········ ⓑ

| 채점기준 |

ⓐ	$\overline{AE}$의 길이를 구한다.	[50%]
ⓑ	$\dfrac{\triangle ABC}{\triangle AIE}$의 값을 구한다.	[50%]

58 답 (1) $3:5:4$ (2) 6



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$와 $\overline{AC}$의 교점을 O라 하면

$\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$

(1) △ADC에서 $\overline{AG}$와 $\overline{DO}$는 중선이므로 점 Q는 △ADC의 무게중심이다.

따라서 $\overline{DQ}:\overline{QO}=2:1$이므로 $\overline{DQ}=\frac{2}{3}\overline{DO}$, $\overline{QO}=\frac{1}{3}\overline{DO}$

한편, △ABC에서 점 E와 점 F가 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 중점이므로

$\overline{BP}=\overline{PO}=\frac{1}{2}\overline{BO}$

$\therefore \overline{BP}:\overline{PQ}:\overline{QD}=\overline{BP}:(\overline{PO}+\overline{OQ}):\overline{QD}$

$=\frac{1}{2}\overline{BO}:\left(\frac{1}{2}\overline{BO}+\frac{1}{3}\overline{DO}\right):\frac{2}{3}\overline{DO}$

$=3:5:4$ ($\because \overline{BO}=\overline{DO}$) ········ ⓐ

(2) 점 Q는 △ADC의 무게중심이므로

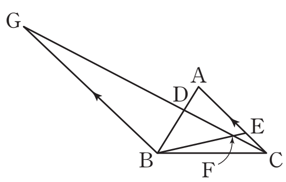
$\triangle DQG=\frac{1}{6}\triangle ADC=4$ $\therefore \triangle ADC=24$

$\therefore \triangle EBF=\frac{1}{2}\triangle EBC=\frac{1}{4}\triangle ABC=\frac{1}{4}\triangle ADC=6$ ········ ⓑ

| 채점기준 |

ⓐ	$\overline{BP}:\overline{PQ}:\overline{QD}$를 구한다.	[60%]
ⓑ	△EBF의 넓이를 구한다.	[40%]

59 답 ①



오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{AC}$와 평행한 직선을 그어 $\overline{CD}$의 연장선과의 교점을 G라 하자.

△ADC와 △BDG에서 평행선의 엇각의 성질에 의하여

∠DAC=∠DBG, ∠DCA=∠DGB이므로

△ADC∽△BDG(AA 닮음)

$\overline{AC}:\overline{BG}=\overline{AD}:\overline{BD}=1:2$ $\therefore \overline{BG}=2\overline{AC}$

한편, △EFC와 △BFG에서 평행선의 엇각의 성질에 의하여

∠FEC=∠FBG, ∠FCE=∠FGB이므로

△EFC∽△BFG(AA 닮음)

$\overline{EF}:\overline{BF}=\overline{EC}:\overline{BG}=\frac{1}{4}\overline{AC}:2\overline{AC}=1:8$

$\therefore \overline{EF}=\frac{1}{8}\overline{BF}=1(\text{cm})$

60 답 $5:3$

정사면체의 전개도이므로 4개의 삼각형은 한 변의 길이가 a인 정삼각형이다.

$\overline{AE}:\overline{EC}=4:1$이고 $\overline{AC}=a$이므로 $\overline{AE}=\frac{4}{5}a$, $\overline{EC}=\frac{1}{5}a$

△A′DG와 △A′AE에서

∠A′DG=∠A′AE=60°, ∠DA′G는 공통이므로

△A′DG∽△A′AE(AA 닮음)

$\overline{AD}=\overline{DA'}$이므로 $\overline{DG}:\overline{AE}=\overline{A'D}:\overline{A'A}=1:2$

$\therefore \overline{DG}=\frac{1}{2}\overline{AE}=\frac{2}{5}a$

한편, △FEC와 △FGD에서

∠FCE=∠FDG=60°, ∠EFC=∠GFD(맞꼭지각)이므로

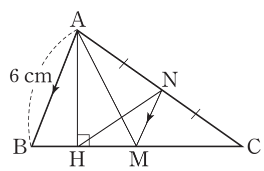
△FEC∽△FGD(AA 닮음)

따라서 $\overline{FC}:\overline{FD}=\overline{EC}:\overline{GD}=\frac{1}{5}a:\frac{2}{5}a=1:2$이므로

$\overline{DF}=\frac{2}{3}\overline{DC}=\frac{2}{3}a$

$\therefore \overline{DF}:\overline{DG}=\frac{2}{3}a:\frac{2}{5}a=5:3$

61 답 3 cm



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$의 중점을 N이라 하면 △ABC에서 $\overline{BM}=\overline{MC}$, $\overline{AN}=\overline{NC}$이므로

$\overline{AB} /\!/ \overline{NM}$, $\overline{NM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=3(\text{cm})$

한편, $\overline{AB} /\!/ \overline{NM}$이므로 ∠NMC=∠ABC

또한, 점 N은 직각삼각형 AHC의 빗변의 중점이므로 △AHC의 외심이다.

따라서 $\overline{NH}=\overline{NC}$이므로 ∠NHM=∠NCM=∠ACB

즉, △NHM에서 외각의 성질에 의하여

∠HNM=∠NMC−∠NHM

=∠ABC−∠ACB=∠ACB

따라서 ∠NHM=∠HNM=∠ACB이므로 △NHM은 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{HM}=\overline{NM}=3$ cm

62 답 $\frac{24}{13}$ cm

$\overline{AB} /\!/ \overline{DE}$, $\overline{BC} /\!/ \overline{FG}$, $\overline{CA} /\!/ \overline{HI}$이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle IFP$(AA 닮음), $\triangle ABC \backsim \triangle PEH$(AA 닮음),

$\triangle ABC \backsim \triangle DPG$(AA 닮음)

이때 $\overline{DE}=\overline{FG}=\overline{HI}=x$ cm라 하면

$\overline{BE}=\overline{FP}$, $\overline{HC}=\overline{PG}$이므로

$\overline{BE}+\overline{HC}=\overline{FP}+\overline{PG}=\overline{FG}=x$ cm

$\therefore \overline{EH}=\overline{BC}-(\overline{BE}+\overline{HC})=(4-x)$ cm

같은 방법으로 $\overline{DG}=(3-x)$ cm, $\overline{FI}=(2-x)$ cm

한편, $\triangle DPG$와 $\triangle ABC$에서 $\overline{DG}:\overline{PG}=\overline{AC}:\overline{BC}=3:4$이므로

$\overline{PG}=\frac{4}{3}\overline{DG}=\frac{4}{3}(3-x)=\overline{HC}$

$\triangle IFP$와 $\triangle ABC$에서 $\overline{IF}:\overline{FP}=\overline{AB}:\overline{BC}=1:2$이므로

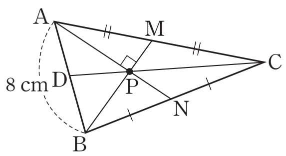
$\overline{FP}=2\overline{IF}=2(2-x)=\overline{BE}$

따라서 $\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{EH}+\overline{HC}$이므로

$4=2(2-x)+(4-x)+\frac{4}{3}(3-x)$에서 $\frac{13}{3}x=8$

$\therefore x=\overline{DE}=\frac{24}{13}$(cm)

63 답 8 cm



오른쪽 그림에서 $\overline{AN}$과 $\overline{BM}$은 $\triangle ABC$의 중선이므로 교점 P는 $\triangle ABC$의 무게중심이다.

$\overline{CP}$의 연장선과 $\overline{AB}$의 교점을 D라 하면 $\triangle ABP$는 직각삼각형이고 점 D는 빗변의 중점이므로 점 D는 $\triangle ABP$의 외심이다.

$\therefore \overline{AD}=\overline{BD}=\overline{PD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=4$(cm)

또한, 점 P는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로 $\overline{PC}:\overline{PD}=2:1$

$\therefore \overline{PC}=2\overline{PD}=8$(cm)

64 답 (1) $\frac{25}{2}$ cm (2) 32 : 7 (3) $\frac{49}{13}$ cm^2

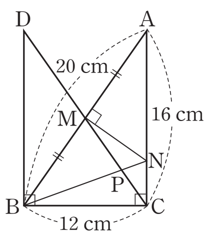
(1) $\triangle ANM$과 $\triangle ABC$에서 $\angle AMN=\angle ACB=90°$,

$\angle A$는 공통이므로 $\triangle ANM \backsim \triangle ABC$(AA 닮음)

따라서 $\overline{AN}:\overline{AB}=\overline{AM}:\overline{AC}=10:16=5:8$이므로

$\overline{AN}=\frac{5}{8}\overline{AB}=\frac{25}{2}$(cm)

(2) 점 B에서 $\overline{AC}$와 평행한 직선을 그어 $\overline{CM}$의 연장선과의 교점을 D라 하자.



$\overline{NC}=\overline{AC}-\overline{AN}=\frac{7}{2}$(cm)

$\triangle MBD$와 $\triangle MAC$에서

$\overline{MB}=\overline{MA}$, $\angle MBD=\angle MAC$(엇각),

$\angle BMD=\angle AMC$(맞꼭지각)이므로

$\triangle MBD \equiv \triangle MAC$(ASA 합동)

$\therefore \overline{BD}=\overline{AC}=16$ cm

$\triangle PBD$와 $\triangle PNC$에서 $\angle PBD=\angle PNC$(엇각),

$\angle PDB=\angle PCN$(엇각)이므로 $\triangle PBD \backsim \triangle PNC$(AA 닮음)

$\therefore \overline{PB}:\overline{PN}=\overline{DB}:\overline{CN}=16:\frac{7}{2}=32:7$

(3) $\overline{PB}:\overline{PN}=\overline{DB}:\overline{CN}=32:7$이고,

$\triangle NBC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{NC}=21$(cm^2)이므로

$\triangle PCN=\frac{7}{39}\triangle NBC=\frac{49}{13}$(cm^2)

08 닮음의 활용

문제편 69P

65 답 25 cm^2

$\triangle AOD \backsim \triangle COB$(AA 닮음)이고 닮음비가 $4:6=2:3$이므로

$\triangle AOD:\triangle COB=2^2:3^2=4:9$

$\therefore \triangle COB=\frac{9}{4}\triangle AOD=9$(cm^2)

또한, $\overline{AO}:\overline{CO}=2:3$이므로 $\triangle DOC=\frac{3}{2}\triangle AOD=6$(cm^2)

$\overline{DO}:\overline{BO}=2:3$이므로 $\triangle ABO=\frac{3}{2}\triangle AOD=6$(cm^2)

$\therefore \square ABCD=\triangle AOD+\triangle ABO+\triangle COB+\triangle DOC=25$(cm^2)

66 답 111 cm^3

닮음인 두 입체도형의 겉넓이의 비가 $9:16=3^2:4^2$이므로 닮음비는 $3:4$이고 부피의 비는 $3^3:4^3=27:64$이다.

이때, 입체도형 B의 부피는 $81\times\frac{64}{27}=192$(cm^3)

따라서 입체도형 B의 부피는 입체도형 A의 부피보다 $192-81=111$(cm^3) 더 크다.

67 답 11

$\triangle ABP$와 $\triangle BMP$에서

$\angle APB=\angle BPM=90°$, $\angle ABP=90°-\angle PBM=\angle BMP$이므로

$\triangle ABP \backsim \triangle BMP$(AA 닮음)

이때, 닮음비는 $\overline{AB}:\overline{BM}=2:1$이므로

$\triangle ABP:\triangle BMP=4:1$ $\therefore \triangle ABP=4\triangle BMP$

한편, $\triangle ABM \equiv \triangle BCN$(SAS 합동)이므로

$\triangle BCN=\triangle ABM=\triangle ABP+\triangle BMP=5\triangle BMP$

또한, $\square ABCD=4\triangle ABM=20\triangle BMP$

$\therefore \square APND=\square ABCD-\triangle ABP-\triangle BCN$

$=20\triangle BMP-4\triangle BMP-5\triangle BMP$

$=11\triangle BMP$

$\therefore \frac{\square APND}{\triangle BMP}=\frac{11\triangle BMP}{\triangle BMP}=11$

68 답 ③

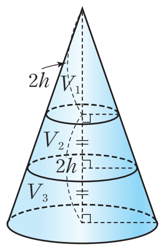
점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\triangle CGB=\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{3}\times 36=12(\text{cm}^2)$

$\triangle CGB \backsim \triangle DGE$(AA 닮음)이고 점 G가 무게중심이므로 닮음비는 $\overline{BC}:\overline{DE}=\overline{CG}:\overline{GD}=2:1$이고, 넓이의 비는 $4:1$이다.

$\therefore\ \triangle DGE=\frac{1}{4}\triangle CGB=\frac{1}{4}\times 12=3(\text{cm}^2)$

69 답 $111\pi\ \text{cm}^3$



모선을 연장하여 원뿔을 그리면 오른쪽 그림과 같다. 가장 작은 원뿔의 밑면과 가장 큰 원뿔의 밑면은 원으로 닮은 도형이고, 넓이의 비가 $16\pi:64\pi=1^2:2^2$이므로 닮음비는 $1:2$이다.

자르기 전 원뿔대의 높이를 $2h$라 하면 가장 작은 원뿔의 높이도 $2h$이고 중간 크기의 원뿔의 높이는 $3h$, 가장 큰 원뿔의 높이는 $4h$이므로 닮은 세 원뿔의 부피의 비는

$2^3:3^3:4^3=8:27:64$이다.

작은 원뿔대의 부피를 V_2, 큰 원뿔대의 부피를 V_3이라 하면

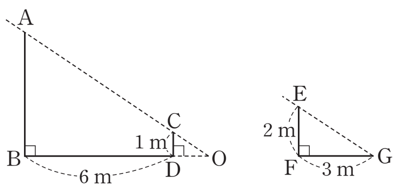
$V_2:V_3=(27-8):(64-27)=19:37$이므로

$V_3=\frac{37}{19}V_2=\frac{37}{19}\times 57\pi=111\pi(\text{cm}^3)$

70 답 ③

다음 그림에서 $\overline{AC}\,/\!/\,\overline{EG}$이므로

$\triangle ABO \backsim \triangle CDO \backsim \triangle EFG$(AA 닮음)



즉, $\triangle CDO \backsim \triangle EFG$에서 $\overline{DO}:\overline{FG}=\overline{CD}:\overline{EF}=1:2$

$\therefore\ \overline{DO}=\frac{1}{2}\overline{FG}=1.5(\text{m})$, $\overline{BO}=6+\overline{DO}=7.5(\text{m})$

$\triangle ABO \backsim \triangle EFG$이므로 $\overline{AB}:\overline{EF}=\overline{BO}:\overline{FG}=7.5:3=5:2$

$\therefore\ \overline{AB}=\frac{5}{2}\overline{EF}=5(\text{m})$

따라서 나무의 높이는 5 m이다.

71 답 (1) 4 (2) 12

(1) $\triangle ABC$에서 $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{BN}=\overline{NC}$이므로

$\overline{MN}\,/\!/\,\overline{AC}$, $\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{AC}$

$\overline{MN}\,/\!/\,\overline{AC}$이므로 $\angle NPQ=\angle CAQ=\angle QAM$

즉, $\triangle MPA$는 이등변삼각형이다.

$\overline{MP}=\overline{AM}=\overline{AC}$이므로 $\overline{NP}=\overline{MP}-\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{AC}$

따라서 $\overline{MN}\,/\!/\,\overline{AC}$이므로 $\triangle PQN \backsim \triangle AQC$(AA 닮음)이고

닮음비는 $\overline{NP}:\overline{CA}=1:2$이므로 ······ ⓐ

넓이의 비는 $\triangle NPQ:\triangle AQC=1:4$

$\therefore\ \triangle AQC=4\triangle NPQ=4$ ······ ⓑ

(2) $\triangle ABC$에서 각의 이등분선의 성질에 의하여

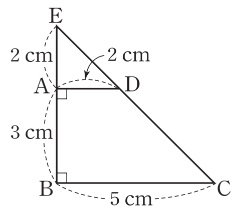
$\overline{BQ}:\overline{QC}=\overline{AB}:\overline{AC}=2:1$이므로

$\triangle ABC=3\triangle AQC=12$ ······ ⓒ

| 채점기준 |

ⓐ $\overline{NP}:\overline{CA}$를 구한다.	[40%]
ⓑ $\triangle AQC$의 넓이를 구한다.	[30%]
ⓒ $\triangle ABC$의 넓이를 구한다.	[30%]

72 답 $39\pi\ \text{cm}^3$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$의 연장선과 $\overline{DC}$의 연장선의 교점을 E라 하자.

$\triangle EAD$와 $\triangle EBC$에서 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

$\triangle EAD \backsim \triangle EBC$(AA 닮음)

$\overline{EA}:\overline{EB}=\overline{AD}:\overline{BC}=2:5$이므로

$\overline{EB}=\frac{5}{2}\overline{EA}=\overline{EA}+3$ $\quad\therefore\ \overline{EA}=2\text{ cm}$ ······ ⓐ

닮은 도형을 회전시킨 큰 원뿔과 작은 원뿔의 닮음비가 $2:5$이므로 부피의 비는 $2^3:5^3=8:125$이다.

(작은 원뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times 2^2\times 2=\frac{8}{3}\pi(\text{cm}^3)$이므로

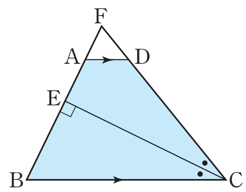
(큰 원뿔의 부피)$=\frac{8}{3}\pi\times\frac{125}{8}=\frac{125}{3}\pi(\text{cm}^3)$

$\therefore$ (원뿔대의 부피)$=\frac{125}{3}\pi-\frac{8}{3}\pi=39\pi(\text{cm}^3)$ ······ ⓑ

| 채점기준 |

ⓐ $\overline{EA}$의 길이를 구한다.	[50%]
ⓑ 회전체의 부피를 구한다.	[50%]

73 답 ②



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BA}$의 연장선과 $\overline{CD}$의 연장선의 교점을 F라 하면 $\triangle CFB$의 꼭지각 C의 이등분선이 밑변에 수직이므로 $\triangle CFB$는 $\overline{CF}=\overline{CB}$인 이등변삼각형이다.

즉, $\overline{FB}=2\overline{EB}$이고 또, $\overline{AE}=\frac{1}{2}\overline{EB}$이므로

$\overline{FA}=\overline{FE}-\overline{AE}=\frac{1}{2}\overline{EB}$

$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로 $\triangle FAD \backsim \triangle FBC$(AA 닮음)이고 닮음비는

$\overline{FA}:\overline{FB}=\frac{1}{2}\overline{EB}:2\overline{EB}=1:4$

넓이의 비는 $\triangle FAD:\triangle FBC=1^2:4^2=1:16$

$\therefore\ \triangle FAD=\frac{1}{16}\triangle FBC=\frac{1}{8}\triangle EBC=2(\text{cm}^2)$

$\therefore\ \square ABCD=\triangle FBC-\triangle FAD=32-2=30(\text{cm}^2)$

74 답 16 cm²

$\overline{DB} // \overline{PF}$, $\overline{IC} // \overline{DG}$, $\overline{IP} // \overline{BG}$이므로 △ABC, △DEP, △PFG, △HPI는 서로 닮은 도형이다. (AA 닮음)

넓이의 비가 △DEP : △PFG : △HPI$=1^2 : 5^2 : 2^2$이므로 닮음비는 1 : 5 : 2이다.

즉, $\overline{DB} // \overline{PF}$이므로 $\overline{BF} : \overline{FG} = \overline{DP} : \overline{PG} = 1 : 5$

$\therefore \overline{BF} = \frac{1}{5}\overline{FG}$ ⋯ ㉠

또한, □ICGP는 평행사변형이므로 $\overline{FG} : \overline{CG} = \overline{FG} : \overline{PI} = 5 : 2$

$\therefore \overline{CG} = \frac{2}{5}\overline{FG}$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡에서

$\overline{BF} : \overline{FC} : \overline{CG} = \frac{1}{5}\overline{FG} : \left(\overline{FG} - \frac{2}{5}\overline{FG}\right) : \frac{2}{5}\overline{FG} = 1 : 3 : 2$

따라서 △ABC∽△PFG이고 닮음비는 $\overline{BC} : \overline{FG} = 4 : 5$이므로

넓이의 비는 △ABC : △PFG$=16 : 25$

$\therefore$ △ABC$=\frac{16}{25}$△PFG$=\frac{16}{25}\times 25 = 16(\text{cm}^2)$

09 피타고라스 정리

문제편 72P

75 답 28 cm²

$\overline{AC} = a$ cm라 하면 □ACDE의 넓이는 a^2 cm²이다.

이때, △ABC가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의하여

$6^2 + a^2 = 8^2$, $a^2 = 8^2 - 6^2 = 28$ $\quad\therefore$ □ACDE$=28$ cm²

76 답 ②, ④

① $2^2+3^2=13\neq 4^2$이므로 직각삼각형이 아니다.

② $3^2+4^2=25=5^2$이므로 직각삼각형이다.

③ $4^2+5^2=41\neq 8^2$이므로 직각삼각형이 아니다.

④ $5^2+12^2=169=13^2$이므로 직각삼각형이다.

⑤ $6^2+11^2=157\neq 14^2$이므로 직각삼각형이 아니다.

77 답 $c^2 : b^2 : a^2$

세 직각삼각형 △ABC, △ACH, △CBH는 닮은 도형(AA 닮음)이고 삼각형의 빗변의 길이가 c, b, a이므로 세 삼각형의 닮음비는 $c : b : a$이다.

닮은 도형에서 넓이의 비는 닮음비의 제곱의 비와 같으므로 세 삼각형 넓이의 비는 $S_1 : S_2 : S_3 = c^2 : b^2 : a^2$이다.

78 답 5

$\overline{AD} = a$라 하면

△ABD는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의하여

$20^2 = 16^2 + a^2$, $a^2 = 400 - 256 = 144$

△ACD도 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의하여

$13^2 = a^2 + x^2$, $13^2 = 144 + x^2$

즉, $x^2 = 169 - 144 = 25 = 5^2$ $\quad\therefore x = 5(\because x>0)$

79 답 ③

△ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

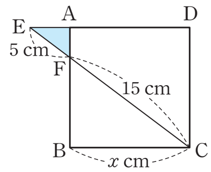
$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{AC}^2 = 13^2 - 5^2 = 12^2$

$\therefore \overline{BC} = 12$ cm ($\because \overline{BC}>0$)

$\angle ACD = \angle BCD$이므로 $\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{BD}$

$\therefore \frac{\overline{BD}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{12}{5}$

80 답 6 cm²



$\overline{BC} = \overline{AB} = x$ cm라 하면

△AEF∽△BCF(AA 닮음)이므로

$\overline{AF} : \overline{BF} = \overline{EF} : \overline{CF} = 5 : 15 = 1 : 3$

이때, $\overline{AF} + \overline{BF} = x$ cm이므로

$\overline{AF} = \frac{1}{4}x$ cm, $\overline{BF} = \frac{3}{4}x$ cm

△FBC에서 피타고라스 정리에 의하여

$x^2 + \left(\frac{3}{4}x\right)^2 = 15^2$, $x^2 = 144$ $\quad\therefore x = 12(\because x>0)$

$\therefore \overline{AF} = \frac{1}{4}\times 12 = 3(\text{cm})$

이때, △FAE에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AE}^2 = \overline{EF}^2 - \overline{AF}^2 = 5^2 - 3^2 = 4^2$ $\quad\therefore \overline{AE} = 4$ cm($\because \overline{AE}>0$)

$\therefore$ △AEF$=\frac{1}{2}\times\overline{AE}\times\overline{AF} = \frac{1}{2}\times 4\times 3 = 6(\text{cm}^2)$

81 답 15 cm

△ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = 12^2 + 16^2 = 20^2$

$\therefore \overline{AC} = 20$ cm ($\because \overline{AC}>0$)

△ABC∽△PMA(AA 닮음)이므로

$\overline{AM} : \overline{PM} = \overline{CB} : \overline{AB} = 16 : 12 = 4 : 3$

$\therefore \overline{PM} = \frac{3}{4}\overline{AM} = \frac{3}{4}\times\frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{3}{8}\times 20 = \frac{15}{2}(\text{cm})$

$\therefore \overline{PQ} = 2\overline{PM} = 2\times\frac{15}{2} = 15(\text{cm})$

82 답 $\frac{25}{41}$

△ABC가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$, 즉 $S_1 = S_2 + S_3$

$\overline{AB} : \overline{AC} = 5 : 4$에서 $\overline{AB}^2 : \overline{AC}^2 = 25 : 16$

즉, $S_2 : S_3 = 25 : 16$이므로 $S_2 = 25k$, $S_3 = 16k$라 하면

$S_1 = 25k + 16k = 41k$ $\quad\therefore \frac{S_2}{S_1} = \frac{25k}{41k} = \frac{25}{41}$

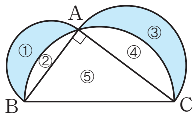
83 답 9

$P=\frac{1}{2}\times\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2=\frac{a^2}{8}\pi$, $Q=\frac{1}{2}\times\pi\left(\frac{b}{2}\right)^2=\frac{b^2}{8}\pi$, $R=\frac{1}{2}\times\pi\left(\frac{c}{2}\right)^2=\frac{c^2}{8}\pi$

이때, $c^2=a^2+b^2$이므로 $P+Q=\frac{a^2}{8}\pi+\frac{b^2}{8}\pi=\frac{c^2}{8}\pi=R$

따라서 $P+Q=10P$이므로 $Q=9P$ $\quad\therefore \frac{Q}{P}=9$

84 답 24 cm²



세 반원과 직각삼각형으로 나누어진 5개의 영역을 오른쪽 그림과 같이 각각 ①~⑤라 하자.

피타고라스 정리에 의하여 직각삼각형의 두 변을 지름으로 하는 반원의 넓이의 합은 빗변을 지름으로 하는 반원의 넓이와 같으므로

(①+②)+(③+④)=(②+④+⑤) $\quad\therefore$ (①+③)=⑤

즉, 색칠한 부분의 넓이는 직각삼각형 ABC의 넓이와 같다.

따라서 구하는 넓이는 $\frac{1}{2}\times8\times6=24(\text{cm}^2)$

85 답 ⑤

$\angle BAD=90°-\angle B=\angle C$, $\angle CAD=90°-\angle C=\angle B$이므로

$\triangle ABC\backsim\triangle DBA\backsim\triangle DAC$ (AA 닮음)

① $\triangle ABC$가 직각삼각형이므로 $a^2=b^2+c^2$ (참)

② $\triangle ABC\backsim\triangle DAC$이므로 $\overline{BC}:\overline{AC}=\overline{AC}:\overline{DC}$에서

$a:b=b:y \quad\therefore b^2=ay$ (참)

③ $\triangle ABC\backsim\triangle DBA$이므로 $\overline{BC}:\overline{BA}=\overline{AB}:\overline{DB}$에서

$a:c=c:x \quad\therefore c^2=ax$ (참)

④ $\triangle ABC\backsim\triangle DBA$이므로 $\overline{AC}:\overline{DA}=\overline{BC}:\overline{BA}$에서

$b:h=a:c \quad\therefore bc=ah$ (참)

⑤ $\triangle DAC\backsim\triangle DBA$이므로 $\overline{AC}:\overline{BA}=\overline{DA}:\overline{DB}=\overline{CD}:\overline{AD}$

$\therefore b:c=h:x=y:h$ (거짓)

86 답 6

$\overline{BF}=x$라 하면 $\triangle AFD\backsim\triangle EFB$(AA 닮음)이므로

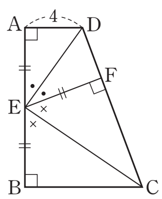
$\overline{AD}:\overline{BE}=\overline{DF}:\overline{BF}$, $6:3=\overline{DF}:x \quad\therefore \overline{DF}=2x$

또한, $\triangle ABD\backsim\triangle FAD$(AA 닮음)이므로

$\overline{AD}:\overline{DF}=\overline{DB}:\overline{AD}$, $\overline{AD}^2=\overline{DB}\times\overline{DF}$

$6^2=3x\times2x \quad\therefore x^2=\overline{BF}^2=6$

87 답 32



오른쪽 그림과 같이 $\overline{DE}$를 그으면

$\overline{AE}=\overline{EF}$이고 $\overline{DE}$는 공통이므로

$\triangle ADE\equiv\triangle FDE$(RHS 합동)

즉, $\overline{DF}=\overline{DA}=4$, $\angle AED=\angle FED$

같은 방법으로 $\overline{CE}$를 그으면

$\triangle BCE\equiv\triangle FCE$(RHS 합동)이므로

$\angle CEB=\angle CEF$

즉, $\angle DEC=90°$이므로 $\triangle DEC$는 직각삼각형이다.

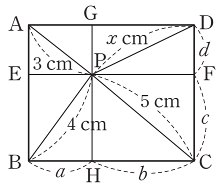
따라서 $\triangle DEC$에서 $\overline{EF}\perp\overline{CD}$이므로 $\overline{EF}^2=\overline{DF}\times\overline{CF}$ ⋯ ㉠

이때, $\overline{CF}:\overline{DF}=2:1$이므로

$\overline{CF}=2\overline{DF}=2\times4=8$이므로

$\overline{EF}^2=4\times8=32$(∵ ㉠)

88 답 18



오른쪽 그림과 같이 점 P를 지나고 각 변에 평행한 직선이 직사각형과 만나는 점을 각각 E, F, G, H라 하고, $\overline{BH}=a$, $\overline{CH}=b$, $\overline{CF}=c$, $\overline{DF}=d$라 하면

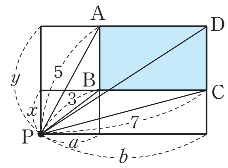
$\overline{PA}^2=a^2+d^2$, $\overline{PB}^2=a^2+c^2$,

$\overline{PC}^2=b^2+c^2$, $\overline{PD}^2=b^2+d^2$

이므로 $\overline{PA}^2+\overline{PC}^2=\overline{PB}^2+\overline{PD}^2$이 성립한다.

즉, $3^2+5^2=4^2+x^2 \quad\therefore x^2=3^2+5^2-4^2=18$

89 답 65



오른쪽 그림에서

$\overline{PA}^2=a^2+y^2$, $\overline{PB}^2=a^2+x^2$,

$\overline{PC}^2=b^2+x^2$, $\overline{PD}^2=b^2+y^2$

이므로 $\overline{PA}^2+\overline{PC}^2=\overline{PB}^2+\overline{PD}^2$

$\therefore \overline{PD}^2=\overline{PA}^2+\overline{PC}^2-\overline{PB}^2$

$=5^2+7^2-3^2=65$

90 답 61

$\angle DAE=90°-\angle ADE=\angle CDE$이므로

$\triangle ACD\backsim\triangle DBC$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{DC}:\overline{BC}=\overline{AD}:\overline{DC}=2:3$이므로

$\overline{BC}=\frac{3}{2}\overline{DC}=\frac{3}{2}\times6=9$

또한, 사각형 ABCD의 두 대각선이 서로 수직이므로

$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$에서 $\overline{AB}^2+6^2=4^2+9^2$

$\therefore \overline{AB}^2=61$

91 답 125

$\triangle AEC$에서 $\overline{AE}^2=\overline{AC}^2+\overline{CE}^2$,

$\triangle DBC$에서 $\overline{BD}^2=\overline{BC}^2+\overline{CD}^2$

$\therefore \overline{AE}^2+\overline{BD}^2=\overline{AC}^2+\overline{CE}^2+\overline{BC}^2+\overline{CD}^2$

$=(\overline{AC}^2+\overline{BC}^2)+(\overline{CE}^2+\overline{CD}^2)$

$=\overline{AB}^2+\overline{DE}^2=10^2+5^2=125$

92 답 ③

삼각형의 결정 조건에서 $3+a>5$이므로 $a>2$ $\cdots$ ㉠

한편, 둔각삼각형이 되기 위해서는 $5^2>3^2+a^2$이므로

$a^2<16$ $\quad\therefore 0<a<4\ (\because a>0)$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $2<a<4$

93 답 4 cm

$\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이므로 각의 이등분선의 성질에 의하여

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{DB}:\overline{CD}=2:1$

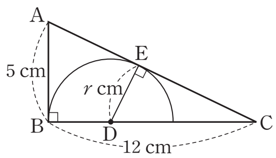
여기서 $\overline{AC}=k$, $\overline{AB}=2k$로 놓으면

$\triangle ABC$에서 $(2k)^2=k^2+6^2$, $3k^2=36$ $\quad\therefore k^2=12$

$\triangle ACD$에서 $\overline{AD}^2=k^2+2^2=12+4=16$

$\therefore \overline{AD}=4\text{ cm}\ (\because \overline{AD}>0)$

94 답 ③



$\overline{AC}^2=5^2+12^2=13^2$이므로

$\overline{AC}=13\text{ cm}\ (\because \overline{AC}>0)$

이때, $\overline{BD}=\overline{DE}=r$ cm라 하면

$\overline{CD}=(12-r)$ cm

한편, $\triangle ABC \backsim \triangle DEC$(AA 닮음)이므로

$\overline{AC}:\overline{AB}=\overline{CD}:\overline{DE}$, $13:5=(12-r):r$

$60-5r=13r$ $\quad\therefore r=\dfrac{10}{3}$

95 답 $\dfrac{12}{5}$

$A(0,\ 3)$, $B(4,\ 0)$이므로 $\overline{OA}=3$, $\overline{OB}=4$

직각삼각형 OAB에서 $\overline{AB}^2=3^2+4^2=5^2$

$\therefore \overline{AB}=5\ (\because \overline{AB}>0)$ ------------ ⓐ

한편, $\triangle OAB$의 넓이는 $\dfrac{1}{2}\times\overline{OA}\times\overline{OB}=\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{OH}$이므로

$\dfrac{1}{2}\times3\times4=\dfrac{1}{2}\times5\times\overline{OH}$ $\quad\therefore \overline{OH}=\dfrac{12}{5}$ ------------ ⓑ

| 채점기준 |

ⓐ $\overline{AB}$의 길이를 구한다.	[60%]
ⓑ $\overline{OH}$의 길이를 구한다.	[40%]

96 답 $\dfrac{15}{2}$ cm

$\triangle BCD$에서 $\overline{BD}^2=12^2+16^2=20^2$

$\therefore \overline{BD}=20\text{ cm}\ (\because \overline{BD}>0)$ ------------ ⓐ

한편, $\angle PBD=\angle CBD=\angle PDB$이므로 $\triangle PBD$는 이등변삼각형

이다. $\quad\therefore \overline{BH}=\overline{DH}=\dfrac{1}{2}\overline{BD}=10\text{(cm)}$

이때, $\triangle PDH \backsim \triangle DBC$(AA닮음)이므로

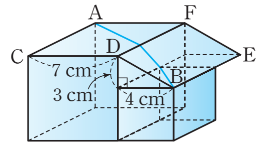
$\overline{DH}:\overline{PH}=\overline{BC}:\overline{DC}$ 즉, $10:\overline{PH}=16:12=4:3$

$\therefore \overline{PH}=\dfrac{3}{4}\times10=\dfrac{15}{2}\text{(cm)}$ ------------ ⓑ

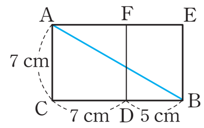
| 채점기준 |

ⓐ $\overline{BD}$의 길이를 구한다.	[60%]
ⓑ $\overline{PH}$의 길이를 구한다.	[40%]

97 답 193



[그림 1]



[그림 2]

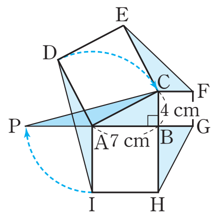
[그림 1]에서 $\overline{BD}^2=3^2+4^2=5^2$이므로 $\overline{BD}=5\text{ cm}\ (\because \overline{BD}>0)$

끈의 최소 길이는 [그림 2]의 전개도에서 선분 AB의 길이와 같다.

$\overline{AB}^2=7^2+12^2=193$

따라서 k^2의 값은 193이다.

98 답 56 cm²



오른쪽 그림과 같이 $\triangle AID$를 점 A를 중심으로 시계 방향으로 90° 회전시키면

$\triangle APC$가 된다.

$\overline{PA}=\overline{AI}=\overline{AB}=7$ cm이므로

$\triangle APC=\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times7\times4=14(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle AID=14\text{ cm}^2$

또한, $\triangle CEF$를 점 C를 중심으로 시계 반대 방향으로 90° 회전시켜 같은 방법으로 하면 $\triangle CEF=\triangle ABC=14\text{ cm}^2$

한편, $\triangle HBG\equiv\triangle ABC$ (SAS 합동)이므로

$\triangle HBG=\triangle ABC=14\text{ cm}^2$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 $14\times4=56(\text{cm}^2)$

대단원 만점 문제

Ⅶ. 도형의 닮음과 피타고라스 정리

문제편 79P

01 답 5 : 6

$\triangle ABE$에서 외각의 성질에 의하여

$\angle DEF=\angle ABE+\angle BAE=\angle ABE+\angle CBF=\angle B$

또한, $\triangle BCF$에서 외각의 성질에 의하여

$\angle EFD=\angle BCF+\angle CBF=\angle BCF+\angle ACD=\angle C$

따라서$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$(AA 닮음)

$\therefore \overline{DE}:\overline{EF}=\overline{AB}:\overline{BC}=5:6$

02 답 6 cm

$\overline{AE}=\overline{AD}$이므로 $\angle AED=\angle ADE$

$\triangle AED$와 $\triangle CBD$에서 외각의 성질에 의하여

$\angle BEA=\angle EAD+\angle ADE=\angle EAD+\angle AED=\angle BDC$

따라서 $\triangle ABE$와 $\triangle CBD$에서 $\angle ABE=\angle CBD$,

$\angle BEA=\angle BDC$이므로 $\triangle ABE \backsim \triangle CBD$ (AA 닮음)

$\therefore \overline{BE}:\overline{BD}=\overline{AB}:\overline{CB}=3:5$ $\quad \therefore 3\overline{BD}=5\overline{BE}$

$\overline{BD}=\overline{BE}+4$이므로 $3(\overline{BE}+4)=5\overline{BE}$ $\quad \therefore \overline{BE}=6$ cm

03 답 ③

점 M은 직각삼각형의 빗변의 중점이므로 $\triangle ABC$의 외심이다.

$\therefore \overline{AM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{15}{2}$(cm)

$\triangle ABC$에서 $\overline{AH}^2=\overline{BH}\times\overline{CH}=36$ $\quad \therefore \overline{AH}=6$ cm

$\overline{AH}^2=\overline{AI}\times\overline{AM}=\frac{15}{2}\overline{AI}=36$ $\quad \therefore \overline{AI}=\frac{24}{5}$ cm

04 답 2 : 1

직사각형 ABCD를 접었으므로 $\angle AMP=\angle ABC=90^\circ$

$\triangle AMD$와 $\triangle MPC$에서

$\angle D=\angle C=90^\circ$, $\angle AMD=90^\circ-\angle PMC=\angle MPC$이므로

$\triangle AMD \backsim \triangle MPC$(AA 닮음) $\quad \therefore \overline{MD}:\overline{PC}=\overline{AM}:\overline{MP}$

또한, $\overline{AM}=\overline{AB}=2\overline{MD}$, $\overline{MP}=\overline{BP}$이므로

$\overline{MD}:\overline{PC}=2\overline{MD}:\overline{BP}$, $\overline{BP}=2\overline{PC}$ $\quad \therefore \overline{BP}:\overline{PC}=2:1$

05 답 20 cm

$\overline{BD}=15$ cm $\overline{BF}:\overline{FD}=1:2$이므로 $\overline{BF}=5$ cm, $\overline{FD}=10$ cm

$\triangle BFE$와 $\triangle CFD$에서 $\angle BEF=\angle CDF=90^\circ$,

$\angle BFE=\angle CFD$(맞꼭지각)이므로 $\triangle BFE \backsim \triangle CFD$(AA 닮음)

$\therefore \overline{BF}:\overline{CF}=\overline{EF}:\overline{DF}=2:5$, $5:\overline{CF}=2:5$

$\therefore \overline{CF}=\frac{25}{2}$ cm, $\overline{EC}=\overline{EF}+\overline{FC}=\frac{33}{2}$(cm)

또한, $\triangle AEC$와 $\triangle ADB$에서 $\angle AEC=\angle ADB=90^\circ$,

$\angle A$는 공통이므로 $\triangle AEC \backsim \triangle ADB$(AA 닮음)

따라서 $\overline{AE}:\overline{AD}=\overline{EC}:\overline{DB}=\frac{33}{2}:15=11:10$이므로

$22:\overline{AD}=11:10$ $\quad \therefore \overline{AD}=20$ cm

06 답 ④

$\overline{AE}:\overline{EB}=\overline{DF}:\overline{FC}=3:1$이므로 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{EF}\,/\!/\,\overline{BC}$

$\therefore \triangle EBP \backsim \triangle ABD$(AA 닮음)

$\overline{EP}:\overline{AD}=\overline{BE}:\overline{BA}=1:4$ $\quad \therefore \overline{EP}=\frac{1}{4}\overline{AD}$

또한, $\triangle AEQ \backsim \triangle ABC$(AA 닮음)이므로

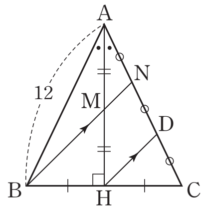
$\overline{EQ}:\overline{BC}=\overline{AE}:\overline{AB}=3:4$ $\quad \therefore \overline{EQ}=\frac{3}{4}\overline{BC}$

$\overline{EP}:\overline{PQ}=\frac{1}{4}\overline{AD}:\left(\frac{3}{4}\overline{BC}-\frac{1}{4}\overline{AD}\right)=1:4$에서

$3\overline{BC}=5\overline{AD}$이므로 $\frac{\overline{AD}}{\overline{BC}}=\frac{3}{5}$

07 답 (1) 3 : 1 (2) 4 cm

(1) 점 H에서 $\overline{BN}$과 평행한 선을 그어 $\overline{AC}$와의 교점을 D라 하자.



이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로 $\overline{BH}=\overline{HC}$

$\triangle NBC$에서 $\overline{BH}=\overline{HC}$이므로

$\overline{HD}=\frac{1}{2}\overline{BN}$

$\triangle AHD$에서 $\overline{AM}=\overline{MH}$이므로 $\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{HD}=\frac{1}{4}\overline{BN}$

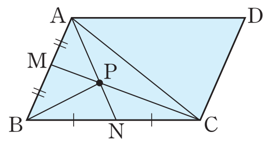
$\therefore \overline{BM}:\overline{MN}=\frac{3}{4}\overline{BN}:\frac{1}{4}\overline{BN}=3:1$

(2) $\triangle ABN$에서 각의 이등분선의 성질에 의하여

$\overline{AB}:\overline{AN}=\overline{BM}:\overline{MN}=3:1$이므로 $\overline{AN}=\frac{1}{3}\overline{AB}=4$(cm)

08 답 60

오른쪽 그림의 $\triangle ABC$에서 점 P는 두 중선 AN, CM의 교점이므로 $\triangle ABC$의 무게중심이다.



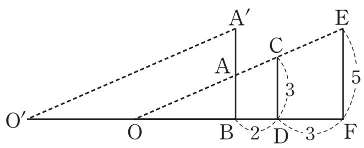
$\triangle PMB=\triangle PBN=\frac{1}{6}\triangle ABC$

$=\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{12}\square ABCD$

따라서 $\square MBNP=\triangle PMB+\triangle PBN=\frac{1}{6}\square ABCD=10$이므로

$\square ABCD=6\times10=60$

09 답 $\frac{11}{2}$ m



그림과 같이 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}\,/\!/\,\overline{EF}$이므로

$\triangle ABO \backsim \triangle CDO \backsim \triangle EFO$(AA 닮음)

$\triangle CDO \backsim \triangle EFO$에서 $\overline{OD}:\overline{OF}=\overline{CD}:\overline{EF}=3:5$

$3\overline{OF}=5\overline{OD}$, $3(\overline{OB}+5)=5(\overline{OB}+2)$ $\quad \therefore \overline{OB}=\frac{5}{2}$(m)

$\triangle ABO \backsim \triangle CDO$에서 $\overline{AB}:\overline{CD}=\overline{OB}:\overline{OD}=\frac{5}{2}:\frac{9}{2}=5:9$

$\therefore \overline{AB}=\frac{5}{9}\overline{CD}=\frac{5}{9}\times3=\frac{5}{3}$(m)

한편, 4년 후의 가장 작은 나무를 $\overline{A'B}$라 하면

$\overline{O'A'}\,/\!/\,\overline{OA}$이므로 $\triangle A'O'B \backsim \triangle AOB$(AA 닮음)

$\overline{A'B}=\overline{AB}+0.5\times4=\frac{11}{3}$(m)이므로

$\overline{OB}:\overline{O'B}=\overline{AB}:\overline{A'B}=\frac{5}{3}:\frac{11}{3}=5:11$

$\therefore \overline{O'B}=\frac{11}{5}\overline{OB}=\frac{11}{5}\times\frac{5}{2}=\frac{11}{2}$(m)

10 답 $\frac{12}{5}$ cm

삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{BC}=5$ cm

$\triangle ABC \backsim \triangle HBA$(AA닮음)에서 $\overline{AB}:\overline{AH}=\overline{BC}:\overline{AC}=5:4$

$\therefore \overline{AH}=\frac{4}{5}\overline{AB}=\frac{12}{5}$(cm)

11 답 $\frac{9}{10}$ cm

$\overline{BC}=\overline{BQ}=5$ cm이므로 $\triangle ABQ$에서 $\overline{AQ}=3$ cm

$\therefore \overline{QD}=2$ cm

$\angle BQP=\angle C=90^\circ$이므로 $\angle PQD+\angle BQA=90^\circ$

$\triangle ABQ$에서 $\angle QBA+\angle BQA=90^\circ$

$\therefore \angle PQD=\angle QBA$

따라서 $\triangle ABQ \backsim \triangle DQP$(AA 닮음)이므로

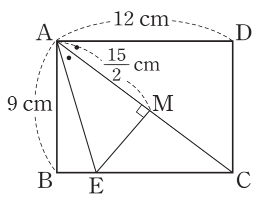
$\overline{DP}:\overline{QD}:\overline{PQ}=\overline{AQ}:\overline{AB}:\overline{BQ}=3:4:5$

$\therefore \overline{DP}=\frac{3}{2}$ cm, $\overline{PQ}=\frac{5}{2}$ cm

$\overline{DP}^2=\overline{PH}\times\overline{PQ}$이므로 $\left(\frac{3}{2}\right)^2=\overline{PH}\times\frac{5}{2}$

$\therefore \overline{PH}=\frac{9}{10}$ cm

12 답 $\frac{225}{24}$ cm



직각삼각형 ACD에서

$\overline{AC}^2=12^2+9^2=225$이므로

$\overline{AC}=15$ cm($\because \overline{AC}>0$)

한편, $\angle DAC=\angle ACE$(엇각)이므로

$\triangle AEC$는 $\overline{AE}=\overline{CE}$인 이등변삼각형이다.

이때, 변 $\overline{AC}$의 중점을 M이라 하면 $\overline{AC}\perp\overline{EM}$이므로 $\triangle AEM$은 직각삼각형이다.

$\triangle ACD \backsim \triangle AEM$(AA 닮음)이므로

$\overline{AC}:\overline{AD}=\overline{AE}:\overline{AM}$ 즉, $15:12=\overline{AE}:\frac{15}{2}$

$\therefore \overline{AE}=\frac{225}{24}$ cm

Ⅷ 확률과 그 기본 성질

10 경우의 수

문제편 84P

01 답 6가지

금액이 큰 동전을 기준으로 표를 만들면 다음과 같다.

100원	50원	10원
5개	0개	0개
4개	2개	0개
	1개	5개
3개	4개	0개
	3개	5개
2개	5개	5개

따라서 구하는 경우의 수는 6가지이다.

02 답 ⑤

눈의 차가 1인 경우는 (6, 5), (5, 4), (4, 3), (3, 2), (2, 1), (5, 6), (4, 5), (3, 4), (2, 3), (1, 2)의 10가지

눈의 차가 2인 경우는 (6, 4), (5, 3), (4, 2), (3, 1), (4, 6), (3, 5), (2, 4), (1, 3)의 8가지

따라서 구하는 경우의 수는 $10+8=18$(가지)

03 답 ②

국어 참고서 A, B, C의 3권 중에서 2권을 사는 경우의 수는 AB, AC, BC의 3가지이고, 수학 참고서 P, Q, R, S의 4권 중에서 2권을 사는 경우의 수는 PQ, PR, PS, QR, QS, RS의 6가지이다.

따라서 구하는 경우의 수는 $3\times6=18$(가지)

04 답 ②

한 교시에는 1개 강좌만 수강할 수 있으므로

(ⅰ) 1, 2교시 강좌를 선택하는 경우의 수는 $2\times3=6$(가지)

(ⅱ) 1, 3교시 강좌를 선택하는 경우의 수는 $2\times4=8$(가지)

(ⅲ) 2, 3교시 강좌를 선택하는 경우의 수는 $3\times4=12$(가지)

따라서 2개 강좌를 수강할 수 있는 모든 경우의 수는

$6+8+12=26$(가지)

05 답 ⑤

도시 B를 한 번만 거치는 방법은 다음 두 가지 경우가 있다.

(ⅰ) $A\to B\to C\to A$: $3\times2\times4=24$(가지)

(ⅱ) $A\to C\to B\to A$: $4\times2\times3=24$(가지)

위의 두 가지는 동시에 일어나지 않으므로 구하는 방법의 수는

$24+24=48$(가지)

06 답 ④

A, B, C 중 하나에 빨강을 칠하고 나머지 두 군데에 다른 색을 칠하는 경우의 수는 모두 같다.

A에 빨강을 칠하는 경우 B에는 빨강을 제외한 4가지, C에는 A와 B에서 사용한 색을 제외한 $5-2=3$(가지) 색을 칠할 수 있으므로

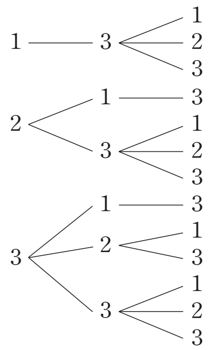
$4\times3=12$(가지)

B, C에 빨강을 칠하는 경우도 A에 빨강을 칠하는 경우와 마찬가지로 각각 12가지이다.

∴ (구하는 경우의 수)$=12+12+12=36$(가지)

07 답 ④

규칙에 따라 수형도를 그리면 다음과 같다.



∴ 13가지

08 답 ②

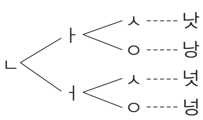
두 계단을 오르는 횟수(회)	5개의 계단을 오르는 경우
0	(1, 1, 1, 1, 1)
1	(2, 1, 1, 1), (1, 2, 1, 1), (1, 1, 2, 1), (1, 1, 1, 2)
2	(2, 2, 1), (2, 1, 2), (1, 2, 2)

따라서 구하는 경우의 수는 8가지이다.

09 답 ②

주어진 5장의 카드에서 3장을 뽑아 글자를 만들려면 자음 2개와 모음 1개를 뽑아서 배열해야 한다.

먼저, 자음 'ㄴ'이 처음에 오는 경우는 4가지이고, 'ㅅ'이 처음에 오는 경우도 역시 4가지이므로 9번째의 글자는 'ㅇ'으로 시작하는 글자 중 첫 번째 글자이다. 따라서 'ㅇ'-'ㅏ'-'ㄴ', 즉 '안'이다.



10 답 16개

(i) 일의 자리 숫자가 나머지 자리의 숫자의 합이 되는 경우

303, 314, 325, 336, 347, 358, 369의 7개

(ii) 십의 자리 숫자가 나머지 자리의 숫자의 합이 되는 경우

330, 341, 352, 363, 374, 385, 396의 7개

(iii) 백의 자리 숫자가 나머지 자리의 숫자의 합이 되는 경우

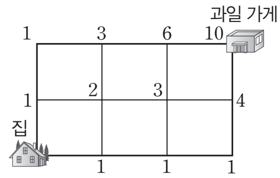
303, 312, 321, 330의 4개

따라서 겹치는 수 303, 330을 각각 하나씩 제외하면 주어진 규칙을 만족시키는 자연수의 개수는

$7+7+4-2=16$(개)

11 답 20가지

먼저, 집에서 과일 가게로 가는 방법의 수는 10가지이다.



각 경우에 대하여 과일 가게에서 병원으로 가는 방법의 수가 2가지이므로 전체 방법의 수는 $10\times2=20$(가지)

12 답 (1) 24가지 (2) 12가지

(1) 남학생들을 묶어서 A, 여학생들을 묶어 B라 하면 A, B를 일렬로 세우는 경우는 2가지이다.

이때, 묶음 내에서 남학생들끼리 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2\times1=2$(가지)

묶음 내에서 여학생들끼리 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$(가지)

따라서 구하는 경우의 수는 $2\times2\times6=24$(가지)

(2) 남학생 2명과 여학생 3명이 번갈아 서려면 여 남 여 남 여와 같이 여학생이 앞줄에 서야 한다.

먼저 여학생 3명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$(가지)

그 사이에 남학생 2명을 세우는 경우의 수는 2가지이다.

따라서 구하는 경우의 수는 $6\times2=12$(가지)

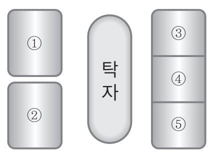
13 답 24가지

a가 앉는 방법은 A 또는 E의 2가지, b가 앉는 방법은 C 또는 D의 2가지이고, 그 각각에 대하여 c, d, e가 앉는 방법의 수는 남은 좌석 3개에 3명이 앉는 방법이므로

$2\times2\times(3\times2\times1)=24$(가지)

14 답 36가지

어머니, 아버지가 이웃할 자리는 오른쪽 그림에서 (①, ②), (③, ④), (④, ⑤)에 앉는 3가지 경우이다.



나머지 가족 3명이 앉는 경우의 수는

$3\times2\times1=6$(가지)

각 경우에 대하여 어머니, 아버지가 자리를 바꾸어 앉을 경우의 수는 2가지이므로 어머니, 아버지가 이웃하여 앉는 경우의 수는

$3\times6\times2=36$(가지)

15 답 36가지

편지는 네 통이고, 각 우체통에는 적어도 한 통의 편지를 넣어야 하므로 세 우체통 중 어느 한 우체통에는 두 통의 편지가 들어가고, 나머지 우체통에는 각각 한 통의 편지가 들어가야 한다.

먼저, 우체통 A에 두 통의 편지가 들어가는 경우의 수를 구해 보자.

편지 a, b, c, d 중 우체통 A에 넣을 두 통의 편지를 택하는 방법의 수는 $\frac{4\times3}{2}=6$(가지)이고, 나머지 두 통의 편지를 우체통 B, C에 넣는 방법의 수는 2가지이므로 경우의 수는 $6\times2=12$(가지)

한편, 우체통 B 또는 C에 두 통의 편지가 들어가는 경우의 수도 마찬가지이므로 구하는 경우의 수는 $12\times3=36$(가지)

16 답 96개

1, 2, 3, 4, 5의 5개의 자연수를 나열하여 만든 다섯 자리의 정수의 개수는 $5\times4\times3\times2\times1=120$(개)

이 중 백의 자리의 수가 3인 것의 개수는 □□3□□ 꼴이고 □에 1, 2, 4, 5를 배열하는 방법의 수와 같으므로 $4\times3\times2\times1=24$(개)

따라서 백의 자리의 수가 3이 아닌 것의 개수는

$120-24=96$(개)

17 답 12가지

두 자리 정수가 3의 배수이려면 자릿수의 합이 3의 배수가 되어야 한다.

자릿수의 합은 1보다 크거나 같고 11보다 작거나 같으므로 그 중 3의 배수는 3, 6, 9이다.

(i) 자릿수의 합이 3이 되는 경우 : 12, 21, 30의 3가지

(ii) 자릿수의 합이 6이 되는 경우 : 15, 24, 42, 51, 60의 5가지

(iii) 자릿수의 합이 9가 되는 경우 : 36, 45, 54, 63의 4가지

∴ (구하는 경우의 수)$=3+5+4=12$(가지)

18 답 3가지

$ax-2=2x+b$에서 교점의 x좌표가 2이므로 $2a-2=4+b$

$\therefore 2a-b=6$

따라서 순서쌍 (a, b)는 $(6, 6)$, $(5, 4)$, $(4, 2)$이므로 구하는 경우의 수는 3가지이다.

19 답 ④

조장의 성별에 따라 주번을 뽑는 상황이 달라지므로 다음과 같이 두 경우로 나누어 생각한다.

(i) 조장이 남자인 경우

남학생 4명 중 조장 1명, 주번 1명을 뽑고, 여학생 5명 중 주번 1명을 뽑으면 되므로 $(4\times3)\times5=60$(가지)

(ii) 조장이 여자인 경우

남학생 4명 중 주번 1명을 뽑고, 여학생 5명 중 조장 1명과 주번 1명을 뽑으면 되므로 $4\times(5\times4)=80$(가지)

따라서 구하는 경우의 수는 $60+80=140$(가지)

[다른 풀이]

조장 1명을 먼저 뽑을 경우 그 성별이 남자인지 여자인지에 따라 나누어 생각해야 하므로 먼저 남녀 주번을 뽑은 후 조장을 결정하자.

먼저 남녀 주번을 뽑는 방법은 $4\times5=20$(가지)이고, 남녀 주번 2명을 제외한 7명 중에서 회장을 뽑으면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는 $20\times7=140$(가지)

20 답 20

삼각형은 5개의 점 중에서 3개를 택하여 이으면 된다.

5개의 점 중에서 순서에 관계없이 3개를 택하는 방법의 수는

$\frac{5\times4\times3}{3\times2}=10$(가지) $\quad\therefore x=10$

선분은 5개의 점 중에서 2개를 택하여 이으면 된다.

5개의 점 중에서 순서에 관계없이 2개를 택하는 방법의 수는

$\frac{5\times4}{2}=10$(가지) $\quad\therefore y=10$

$\therefore x+y=10+10=20$

21 답 15가지

$\frac{a}{2}\times\frac{b}{3}=\frac{ab}{6}$가 자연수가 되려면 ab가 6의 배수이어야 한다.

따라서 ab가 6, 12, 18, 24, 30, 36이 되어야 하므로 ---------- ⓐ

$ab=6$인 경우 : $(1, 6)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(6, 1)$의 4가지

$ab=12$인 경우 : $(2, 6)$, $(6, 2)$, $(3, 4)$, $(4, 3)$의 4가지

$ab=18$인 경우 : $(3, 6)$, $(6, 3)$의 2가지

$ab=24$인 경우 : $(4, 6)$, $(6, 4)$의 2가지

$ab=30$인 경우 : $(5, 6)$, $(6, 5)$의 2가지

$ab=36$인 경우 : $(6, 6)$의 1가지 ---------- ⓑ

∴ (구하는 경우의 수)$=4+4+2+2+2+1=15$(가지) ------ ⓒ

| 채점기준 |

ⓐ $\frac{a}{2}\times\frac{b}{3}$가 자연수가 되는 조건을 구한다.	[20%]
ⓑ ab가 6의 배수가 되는 경우를 구한다.	[60%]
ⓒ 경우의 수를 구한다.	[20%]

22 답 (1) 59번째 (2) *baedc*

(1) a, b로 시작되는 단어는 각각 $4\times3\times2\times1=24$(개)씩이므로 b로 시작되는 단어는 48번째에서 끝난다. 또 ca로 시작되는 단어는 $3\times2\times1=6$(개)이고, cba, cbd로 시작되는 단어는 각각 $2\times1=2$(개)씩이므로 $cbdea$는 $48+6+2+2=58$(번째)단어이다.

따라서 $cbdea$ 다음 단어인 $cbead$는 59번째 단어이다. ----- ⓐ

(2) a, b로 시작되는 단어는 각각 24개씩이므로 30번째 단어는 b로 시작한다. ba로 시작하는 단어는 6개이므로 $baedc$가 $24+6=30$(번째)단어이다. ---------------------------- ⓑ

| 채점기준 |

ⓐ $cbead$는 몇 번째 단어인지 구한다. [50%]
ⓑ 30번째에 배열되는 단어를 찾는다. [50%]

23 답 9가지

4명의 학생을 각각 A, B, C, D라 하고, 네 사람의 상의가 차례로 놓여 있다고 할 때, 구하는 경우는 오른쪽과 같다.
따라서 구하는 경우의 수는 9가지이다.

A B C D
B — A — D — C
B — C — D — A
B — D — A — C
C — A — D — B
C — D — A — B
C — D — B — A
D — A — B — C
D — C — A — B
D — C — B — A

24 답 ③

(i) 1이 한 번만 쓰인 숫자의 개수는
$\boxed{1}\square\square \rightarrow 9\times9=81$(개), $\square\boxed{1}\square \rightarrow 9\times9=81$(개),
$\square\square\boxed{1} \rightarrow 9\times9=81$(개)
$\therefore 81\times3=243$(개)
(ii) 1이 두 번만 쓰인 숫자의 개수는
$\boxed{1}\boxed{1}\square \rightarrow 9$(개), $\boxed{1}\square\boxed{1} \rightarrow 9$(개), $\square\boxed{1}\boxed{1} \rightarrow 9$(개)
$\therefore 9\times3=27$(개)
(iii) 1이 세 번 쓰인 숫자의 개수는 $\boxed{1}\boxed{1}\boxed{1} \rightarrow 1$(개)
따라서 숫자 1이 나오는 횟수는 $243+27\times2+1\times3=300$(번)

11 확률과 그 계산

문제편 91P

25 답 ①, ④

① 확률은 0 이상 1 이하의 값을 갖는다. 하지만 항상 유리수인 것은 아니다.
④ 두 사건 A, B가 동시에 일어나지 않을 때에만 사건 A 또는 사건 B가 일어날 확률은 각 사건이 일어날 확률의 합과 같다.

26 답 ④

7명 중에서 대표 2명을 뽑는 경우의 수는 $\frac{7\times6}{2}=21$(가지)
대표가 모두 여학생만 뽑히는 경우의 수는 여학생 4명 중에서 2명을 뽑는 경우이므로 $\frac{4\times3}{2}=6$(가지)
$\therefore$ (구하는 확률) $=1-$(모두 여학생이 뽑힐 확률)
$=1-\frac{6}{21}=\frac{5}{7}$

27 답 ⑤

모든 경우의 수는 $3\times3\times3=27$(가지)
① A만 이기는 경우가 3가지, A와 B가 이기는 경우가 3가지, A와 C가 이기는 경우가 3가지이므로
A가 이기는 경우는 $3\times3=9$(가지)
A가 이길 확률은 $\frac{9}{27}=\frac{1}{3}$
② 이기는 한 사람과 그 사람이 내는 것을 정하는 방법은
$3\times3=9$(가지)이므로 한 사람만 이길 확률은 $\frac{9}{27}=\frac{1}{3}$
③ 지는 한 사람과 그 사람이 내는 것을 정하는 방법은
$3\times3=9$(가지)이므로 한 사람만 질 확률은 $\frac{9}{27}=\frac{1}{3}$
④ 세 사람이 모두 같은 것을 내는 경우는 3가지, 세 사람이 모두 다른 것을 내는 경우는 $3\times2\times1=6$(가지)이므로 세 사람이 모두 비기는 방법은 $3+6=9$(가지)
따라서 세 사람이 모두 비길 확률은 $\frac{9}{27}=\frac{1}{3}$
⑤ 승부가 날 확률은 $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

28 답 ②

$ax+by=4$에서 x절편은 $y=0$일 때 x의 값인 $\frac{4}{a}$이고
y절편은 $x=0$일 때 y의 값인 $\frac{4}{b}$이다.
x축, y축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times\frac{4}{a}\times\frac{4}{b}=1$
$\therefore ab=8$
$ab=8$인 경우는 $(a, b)=(2, 4), (4, 2)$의 2가지이다. 두 개의 주사위를 던지면 나오는 전체 경우의 수는 $6\times6=36$(가지)이므로
(구하는 확률) $=\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

29 답 $\frac{1}{4}$

아들을 ■, 딸을 □라 하면 3남 1녀를 둔 경우는
(■■■□), (■■□■), (■□■■), (□■■■)의 4가지이다.
$\therefore$ (구하는 확률) $=\frac{4}{2\times2\times2\times2}=\frac{1}{4}$

30 답 $x=3$, $y=5$

주머니 속에 들어 있는 공의 전체 개수는 $(x+y+4)$개이다.
한 개의 공을 꺼낼 때,
(i) 빨간 공이 나올 확률은 $\frac{4}{x+y+4}=\frac{1}{3}$이므로 $x+y=8$ ⋯ ㉠
(ii) 노란 공이 나올 확률은 $\frac{x}{x+y+4}=\frac{1}{4}$이므로 $3x-y=4$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하면 $x=3$, $y=5$

31 답 ③

동전을 네 번 던졌을 때 나올 수 있는 모든 경우의 수는

$2\times2\times2\times2=16$(가지)

점 P가 -2에 오는 경우는 앞면이 1번, 뒷면이 3번 나오는 경우이다. 즉, (앞, 뒤, 뒤, 뒤), (뒤, 앞, 뒤, 뒤), (뒤, 뒤, 앞, 뒤), (뒤, 뒤, 뒤, 앞)의 4가지

$\therefore$ (구하는 확률)$=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$

32 답 ③

직선 $y=-\frac{1}{2}x+k$가 점 A$(0, 2)$를 지날 때, $k=2$

점 B$(4, 2)$를 지날 때, $2=-2+k$, $k=4$

따라서 직선이 선분 AB와 만나려면 $2\le k\le4$이므로 $k=2, 3, 4$의 3가지 경우이다. $\therefore$ (구하는 확률)$=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

33 답 $\frac{3}{8}$

구슬이 갈림길에서 왼쪽 아래로 가는 경우를 a, 오른쪽 아래로 가는 경우를 b라 하면 출구 B로 구슬이 나오려면 왼쪽으로 2번, 오른쪽으로 2번 가야 한다.

따라서 $aabb$를 배열하는 방법의 수와 같으므로 $(aabb)$, $(abab)$, $(abba)$, $(baab)$, $(baba)$, $(bbaa)$의 6가지이다.

갈림길마다 2가지의 선택이 가능하므로 전체 경우의 수는

$2\times2\times2\times2=16$(가지)

$\therefore$ (구하는 확률)$=\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$

34 답 $\frac{29}{40}$

강이가 적어도 한 사람을 만나기 위해서는 강이가 약속 장소에 나타나야 하고, 들이나 산이가 약속 장소에 나타나야 한다.

(들이나 산이가 약속 장소에 나타날 확률)

$=1-$(들이와 산이가 모두 약속 장소에 나타나지 않을 확률)

$=1-\left(1-\frac{4}{5}\right)\left(1-\frac{5}{6}\right)=1-\frac{1}{30}=\frac{29}{30}$

따라서 강이가 적어도 한 사람을 만날 확률은 $\frac{3}{4}\times\frac{29}{30}=\frac{29}{40}$

35 답 $\frac{1}{2}$

두 자연수의 합이 짝수이려면 (홀수)+(홀수) 또는 (짝수)+(짝수)이어야 한다.

(i) a와 b 모두 홀수일 확률은 $\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$

(ii) a와 b 모두 짝수일 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

두 경우가 동시에 성립하지 않으므로 구하는 확률은 $\frac{1}{6}+\frac{1}{3}=\frac{1}{2}$

36 답 ①

구하는 확률은 10개의 제품 중 한 개의 제품을 검사한 결과가 불량품이고, 다시 남은 9개의 제품 중 한 개의 제품을 검사한 결과가 불량품일 확률과 같다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}=\frac{1}{15}$

37 답 ②

(i) 왼쪽에서 두 번째에 2가 올 확률은 $\frac{4\times3\times2\times1}{5\times4\times3\times2\times1}=\frac{1}{5}$

(ii) 왼쪽에서 네 번째에 4가 올 확률은 $\frac{4\times3\times2\times1}{5\times4\times3\times2\times1}=\frac{1}{5}$

(iii) 왼쪽에서 두 번째에 2가 오고, 네 번째에 4가 올 확률은

$\frac{3\times2\times1}{5\times4\times3\times2\times1}=\frac{1}{20}$

$\therefore$ (구하는 확률)$=\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{20}=\frac{7}{20}$

38 답 $\frac{1}{3}$

전체 경우의 수는 $6\times12=72$(가지)

(i) 나온 눈의 수의 합이 3인 경우 : $(2, 1)$의 1가지

(ii) 나온 눈의 수의 합이 6인 경우 :

$(2, 4)$, $(3, 3)$, $(4, 2)$, $(5, 1)$의 4가지

(iii) 나온 눈의 수의 합이 9인 경우 :

$(2, 7)$, $(3, 6)$, $(4, 5)$, $(5, 4)$, $(6, 3)$, $(7, 2)$의 6가지

(iv) 나온 눈의 수의 합이 12인 경우 :

$(2, 10)$, $(3, 9)$, $(4, 8)$, $(5, 7)$, $(6, 6)$, $(7, 5)$의 6가지

(v) 나온 눈의 수의 합이 15인 경우 :

$(3, 12)$, $(4, 11)$, $(5, 10)$, $(6, 9)$, $(7, 8)$의 5가지

(vi) 나온 눈의 수의 합이 18인 경우 :

$(6, 12)$, $(7, 11)$의 2가지

(i)~(iv)에서 나온 눈의 수의 합이 3의 배수인 경우는

$1+4+6+6+5+2=24$(가지)

$\therefore$ (구하는 확률)$=\frac{24}{72}=\frac{1}{3}$

39 답 $\frac{25}{42}$

A 주머니에서 나온 공이 흰 공일 때와 붉은 공일 때로 나누어 풀어 보자.

(i) A 주머니에서 흰 공이 나오고 B 주머니에서도 흰 공이 나올 확률은 $\frac{4}{7}\times\frac{4}{6}=\frac{16}{42}$

(ii) A 주머니에서 붉은 공이 나오고 B 주머니에서 흰 공이 나올 확률은 $\frac{3}{7}\times\frac{3}{6}=\frac{9}{42}$

$\therefore$ (구하는 확률)$=\frac{16}{42}+\frac{9}{42}=\frac{25}{42}$

40 답 10명

여자의 수를 n명이라 하고, 여자가 회장이 될 확률을 구하면 $\frac{n}{16}$이다.

이때 남은 사람은 모두 15명이고 그 중 여자의 수는 $(n-1)$명이므로

여자가 부회장이 될 확률은 $\frac{n-1}{15}$이다.

회장과 부회장이 모두 여자일 확률은

$\frac{n}{16}\times\frac{n-1}{15}=\frac{3}{8}$, $n\times(n-1)=90$ $\quad\therefore n=10$

따라서 여자 회원은 모두 10명이다.

41 답 ②

A가 2승 1패를 한 상황에서 승부를 계속 하였을 때, A가 이기는 경우를 ○, B가 이기는 경우를 ×라 하고, A, B가 이길 확률을 각각 구해 보면 다음과 같다.

1회~3회	4회	5회	승리자	확률
(○, ○, ×)	○		(A승)	$\frac{1}{2}$
	×	○	(A승)	$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$
	×	×	(B승)	$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

A가 이길 확률은 $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$, B가 이길 확률은 $\frac{1}{4}$

따라서 상금을 A : B=3 : 1로 분배하는 것이 공정하다.

42 답 $\frac{1}{6}$

5명을 A, B, C, D, E라 하면 일어날 수 있는 전체 경우의 수는 A가 가방을 선택하는 방법 5가지, B가 가방을 선택하는 방법 4가지, …이므로 $5\times4\times3\times2\times1=120$(가지)

자기 가방을 가져간 친구 2명을 선택하는 방법의 수는

A, B / A, C / A, D / A, E / B, C / B, D / B, E / C, D / C, E / D, E의 10가지이다.

이때, A, B가 자기 가방을 가지고 갔다면 C, D, E는 남의 가방을 가지고 갔을 것이므로 C, D, E는 (D, E, C), (E, C, D)의 2가지 경우가 있다. 나머지의 경우도 마찬가지로 2가지 경우씩 존재하므로 2명만 자기 가방을 가지고 갈 경우의 수는 $10\times2=20$(가지)

$\therefore$ (구하는 확률)$=\frac{20}{120}=\frac{1}{6}$

43 답 ④

먼저 길이가 같은 2개의 5 cm막대의 길이를 각각 5 cm, 5′ cm라 하자.

7개의 막대 중에서 3개를 고르는 경우의 수는 $\frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=35$(가지)

삼각형의 결정 조건에 의해 두 변의 길이의 합은 다른 한 변의 길이보다 커야 하므로, 삼각형이 이루어지는 경우를 길이가 큰 수부터 나열하면 (13, 11, 7), (13, 11, 5), (13, 11, 5′), (13, 11, 3), (11, 7, 5), (11, 7, 5′), (7, 5, 5′), (7, 5, 3), (7, 5′, 3), (5, 5′, 3), (5, 5′, 2)의 11가지이다.

$\therefore$ (구하는 확률)$=\frac{11}{35}$

44 답 $\frac{5}{16}$

동전을 5번 던질 때 나올 수 있는 모든 경우의 수는

$2\times2\times2\times2\times2=32$(가지)

점 O에서 출발하여 점 A에 도착하기 위해서는 위로 2칸, 오른쪽으로 3칸을 가면 된다.

위로 가는 경우를 a, 오른쪽으로 가는 경우를 b라 하면 $aabbb$를 배열하는 경우의 수와 같다.

즉, $aabbb$, $ababb$, $abbab$, $abbba$, $baabb$, $babab$, $babba$, $bbaab$, $bbaba$, $bbbaa$의 10가지

$\therefore$ (구하는 확률)$=\frac{10}{32}=\frac{5}{16}$

45 답 0.5

$x+y$가 짝수가 되는 경우는 x, y 모두 짝수인 경우와 모두 홀수인 경우이다. ⓐ

x, y가 모두 짝수인 경우는 $0.8\times0.5=0.4$

x, y가 모두 홀수인 경우는 $0.2\times0.5=0.1$ ⓑ

$\therefore$ (구하는 확률)$=0.4+0.1=0.5$ ⓒ

| 채점기준 |

ⓐ $x+y$가 짝수가 되는 경우를 구한다. [30%]
ⓑ 각 경우에 대하여 확률을 구한다. [50%]
ⓒ $x+y$가 짝수가 되는 확률을 구한다. [20%]

46 답 $\frac{11}{24}$

A 주머니에서 흰 공, B 주머니에서 붉은 공을 꺼낼 확률은

$\frac{5}{8}\times\frac{2}{6}=\frac{5}{24}$ ⓐ

A 주머니에서 붉은 공, B 주머니에서 흰 공을 꺼낼 확률은

$\frac{3}{8}\times\frac{4}{6}=\frac{1}{4}$ ⓑ

$\therefore$ (구하는 확률)$=\frac{5}{24}+\frac{1}{4}=\frac{11}{24}$ ⓒ

| 채점기준 |

ⓐ A 주머니, B 주머니에서 각각 흰 공, 붉은 공을 꺼낼 확률을 구한다. [40%]
ⓑ A 주머니, B 주머니에서 각각 붉은 공, 흰 공을 꺼낼 확률을 구한다. [40%]
ⓒ 하나는 흰 공, 다른 하나는 붉은 공일 확률을 구한다. [20%]

47 답 $\frac{13}{18}$

목요일에 맑고 금요일에 맑을 확률은 $\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{2}$

목요일에 비가 오고 금요일에 맑을 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{9}$

따라서 금요일에 날씨가 맑을 확률은 $\frac{1}{2}+\frac{2}{9}=\frac{13}{18}$

48 답 0.51

이 기계를 1년 동안 고장없이 가동하려면 부품 A, B 모두가 1년 동안 고장이 나지 않아야 한다.

하루 평균 20시간 이상 가동할 때 고장이 없을 확률은

$0.5\times(1-0.5)\times(1-0.4)=0.15$

하루 평균 20시간 미만 가동할 때 고장이 없을 확률은

$0.5\times(1-0.1)\times(1-0.2)=0.36$

$\therefore$ (구하는 확률)$=0.15+0.36=0.51$

대단원 만점 문제

Ⅷ. 확률과 그 기본 성질

문제편 98P

01 답 ④

① $2\times2\times6=24$(가지)　② $\dfrac{6\times5}{2}=15$(가지)

③ $3\times2\times1=6$(가지)　④ $3\times3\times3=27$(가지)

⑤ $5\times4=20$(가지)

02 답 20가지

5명의 수험생을 A, B, C, D, E라 하자.

이 중 A와 B가 자기 수험표를 받았을 경우 나머지 C, D, E가 자기 수험표를 받지 않는 경우의 수는 오른쪽 수형도에서 2가지이다.

C − D − E
D − E − C
E − C − D

따라서 5명 중 자기 수험표를 받을 2명을 정하는 경우의 수는 AB, AC, AD, AE, BC, BD, BE, CD, CE, DE의 10가지이고, 각 경우마다 남은 3명이 다른 수험표를 받는 경우가 2가지씩이므로 구하는 경우의 수는 $10\times2=20$(가지)

03 답 15가지

6명 중에서 먼저 2인용 텐트에 들어갈 사람을 뽑으면 4인용 텐트에 들어갈 4명은 정해진다.

따라서 6명 중 2명을 선택하는 경우의 수는 $\dfrac{6\times5}{2}=15$(가지)

04 답 ④

홀수와 짝수가 교대로 되어있으므로 다음 두 가지 경우로 나누어 생각한다.

(ⅰ) 비밀번호가 홀짝홀짝인 경우 :

같은 숫자는 없으므로 첫 번째와 세 번째 자리에 들어가는 홀수는 서로 다른 홀수이고, 두 번째와 네 번째 자리에 들어가는 짝수도 서로 다른 짝수이다.

따라서 시도할 수 있는 방법의 수는 $5\times5\times4\times4=400$(가지)

(ⅱ) 비밀번호가 짝홀짝홀인 경우 : 같은 방법으로

$5\times5\times4\times4=400$(가지)

$\therefore$ (구하는 방법의 수)$=400+400=800$(가지)

05 답 $\dfrac{1}{12}$

주사위를 두 번 던져서 나오는 전체의 경우는 $6\times6=36$(가지)

이 중 $2a-b=1$을 만족시키는 순서쌍 (a, b)는 $(1, 1)$, $(2, 3)$, $(3, 5)$의 3가지이다.

$\therefore$ (구하는 확률)$=\dfrac{3}{36}=\dfrac{1}{12}$

06 답 $\dfrac{7}{10}$

(ⅰ) 첫 번째 꺼낸 공이 흰 공일 경우

처음에 흰 공을 꺼낼 확률은 $\dfrac{7}{10}$이고, 두 번째 시행 때 주머니에는 흰 공 8개, 빨간 공 3개가 들어 있으므로 다시 흰 공을 꺼낼 확률은 $\dfrac{8}{11}$이다.

따라서 처음에 흰 공, 두 번째도 흰 공을 꺼낼 확률은

$\dfrac{7}{10}\times\dfrac{8}{11}=\dfrac{56}{110}$

(ⅱ) 첫 번째 꺼낸 공이 빨간 공일 경우

처음에 빨간 공을 꺼낼 확률은 $\dfrac{3}{10}$이고, 두 번째 시행 때 주머니에는 흰 공 7개, 빨간 공 4개가 들어 있으므로 다시 흰 공을 꺼낼 확률은 $\dfrac{7}{11}$이다.

따라서 처음에 빨간 공, 두 번째에 흰 공을 꺼낼 확률은

$\dfrac{3}{10}\times\dfrac{7}{11}=\dfrac{21}{110}$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 구하는 확률은 $\dfrac{56}{110}+\dfrac{21}{110}=\dfrac{77}{110}=\dfrac{7}{10}$

07 답 $\dfrac{1}{2}$

5개의 점 중 3개를 잡아 삼각형을 만들 수 있는 경우의 수는 ABC, ABD, ABE, ACD, ACE, ADE, BCD, BCE, BDE, CDE의 10가지이다. 이 중 예각삼각형이 되는 경우는 ABD, ACD, ACE, BCE, BDE의 5가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\dfrac{5}{10}=\dfrac{1}{2}$

08 답 $\dfrac{7}{15}$

늑대가 흰색 양을 물어갔을 때 양치기 소년이 흰색 양을 물어갔다고 말할 확률은 $\dfrac{5}{12}\times\dfrac{7}{10}=\dfrac{35}{120}$

늑대가 검은색 양을 물어갔을 때 양치기 소년이 흰색 양을 물어갔다고 말할 확률은 $\dfrac{7}{12}\times\dfrac{3}{10}=\dfrac{21}{120}$

$\therefore$ (구하는 확률)$=\dfrac{35}{120}+\dfrac{21}{120}=\dfrac{56}{120}=\dfrac{7}{15}$

01 답 $x=72,\ y=5$

$\triangle ABC$가 이등변삼각형이므로

$\angle B=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-36^\circ)=72^\circ$

$\overline{CD}$는 $\angle C$의 이등분선이므로

$\angle DCB=\frac{1}{2}\times72^\circ=36^\circ$

$\therefore x^\circ=180^\circ-72^\circ-36^\circ=72^\circ \qquad \therefore x=72$

이때, $\angle A=\angle ACD$이므로 $\triangle ACD$는 이등변삼각형이고

$\angle B=\angle BDC$이므로 $\triangle BCD$도 이등변삼각형이다.

즉, $\overline{AD}=\overline{CD}=\overline{BC}$

$\therefore y=\overline{BC}=\overline{AD}=5$

02 답 ②

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle ACB=\angle ABC=64^\circ$

$\triangle DBC$는 $\overline{CB}=\overline{CD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle DCB=180^\circ-2\times64^\circ=52^\circ$

$\therefore\ \angle ACD=\angle ACB-\angle DCB=64^\circ-52^\circ=12^\circ$

03 답 ②

$\triangle EBC$와 $\triangle DCB$에서 $\overline{BE}=\overline{AB}-\overline{AE}=\overline{AC}-\overline{AD}=\overline{CD}$,

$\angle EBC=\angle DCB$, $\overline{BC}$는 공통이므로

$\triangle EBC\equiv\triangle DCB$(SAS 합동) $\qquad \therefore \overline{BD}=\overline{EC}$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

04 답 $\angle ADB=30^\circ$, $\overline{DO}=3$

직사각형 모양의 테이프를 접었으므로 $\triangle ABD$는 $\overline{AB}=\overline{AD}$인 이등변삼각형이다.

이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

$\overline{AO}\perp\overline{BD}$, $\overline{DO}=\frac{1}{2}\overline{BD}=3$

$\therefore \angle ADB=90^\circ-60^\circ=30^\circ$

05 답 112°

$\triangle ABE$와 $\triangle ACD$에서

$\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{BE}=\overline{CD}$, $\angle B=\angle C$이므로

$\triangle ABE\equiv\triangle ACD$(SAS 합동) $\qquad \therefore \overline{AE}=\overline{AD}$

즉, $\triangle ADE$는 이등변삼각형이므로

$\angle AED=\angle ADE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-34^\circ)=73^\circ$

또한, $\overline{BE}=\overline{BA}$이므로 $\angle BAE=\angle AED=73^\circ$

$\overline{CD}=\overline{CA}$이므로 $\angle CAD=\angle ADC=73^\circ$

$\angle BAD=\angle BAE-\angle DAE=73^\circ-34^\circ=39^\circ$

$\therefore \angle BAC=\angle BAD+\angle CAD=39^\circ+73^\circ=112^\circ$

06 답 23°

삼각형의 두 내각의 크기의 합은 그와 이웃하지 않는 한 외각의 크기와 같고 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같으므로 $\angle A=\angle a$라 하면

$\angle DEA=\angle A=\angle a$

$\angle DAE+\angle DEA=\angle CDE=\angle DCE=2\angle a$

$\triangle CAE$에서

$\angle CAE+\angle ACE=\angle CEF=\angle CFE=3\angle a$

$\angle ECF=\angle BCF=180^\circ-6\angle a$

따라서 $\triangle CFB$에서

$\angle BCF+\angle CBF=\angle CFE$이므로

$(180^\circ-6\angle a)+27^\circ=3\angle a \qquad \therefore\ \angle a=23^\circ$

07 답 59°

$\triangle BED$와 $\triangle CFE$에서

$\overline{BD}=\overline{CE}$, $\overline{BE}=\overline{CF}$, $\angle B=\angle C$이므로

$\triangle BED\equiv\triangle CFE$(SAS 합동)

$\therefore\ \angle DEF=180^\circ-(\angle BED+\angle CEF)$

$=180^\circ-(\angle BED+\angle BDE)$

$=\angle DBE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-56^\circ)=62^\circ$

또한, $\triangle EFD$는 $\overline{ED}=\overline{EF}$인 이등변삼각형이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-62^\circ)=59^\circ$

08 답 65°

$\angle CDE=\angle a$라 하면 $\triangle ABC$, $\triangle CDE$는 모두 이등변삼각형이므로

$\angle ABD=\angle DCE=180^\circ-2\angle a$

$\angle EDB=180^\circ-\angle a$

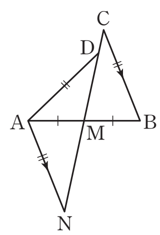
$\triangle BDF$에서 외각의 성질에 의하여

$165^\circ=(180^\circ-2\angle a)+(180^\circ-\angle a)$

$3\angle a=195^\circ \qquad \therefore\ \angle a=65^\circ$

09 답 ③

점 A를 지나고 $\overline{BC}$에 평행한 직선과 $\overline{CM}$의 연장선이 만나는 점을 N이라 하자.



$\triangle ANM$과 $\triangle BCM$에서

$\overline{AM}=\overline{BM}$,

$\angle BMC=\angle AMN$(맞꼭지각),

$\angle MAN=\angle MBC$(엇각)이므로

$\triangle ANM\equiv\triangle BCM$(ASA 합동)

$\therefore\ \overline{AN}=\overline{BC}$

따라서 $\triangle AND$는 $\overline{AD}=\overline{AN}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BCM=\angle ANM=\angle ADM=34^\circ$

10 답 이등변삼각형

$\angle ABE=\angle EBD=\angle a$라 하면

$\triangle ABF$에서 $\angle AFB=90^\circ-\angle a$이고

$\triangle BDE$에서 $\angle BED=90^\circ-\angle a$이므로 $\angle AFB=\angle BED$ ---- ⓐ

또한, $\angle BED=\angle AEF$(맞꼭지각)이므로

$\angle AFB=\angle AEF$ ---- ⓑ

따라서 $\triangle AEF$는 $\overline{AE}=\overline{AF}$인 이등변삼각형이다. ---- ⓒ

| 채점기준 |

ⓐ $\angle AFB=\angle BED$임을 설명한다.	[50%]
ⓑ $\angle AFB=\angle AEF$임을 설명한다.	[40%]
ⓒ $\triangle AEF$가 이등변삼각형임을 안다.	[10%]

단원별 테스트 02 직각삼각형의 합동 조건

문제편 104P

01 답 (가) : $\overline{PO}$ (나) : RHS (다) : $\angle COP=\angle DOP$

두 직각삼각형의 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로 $\triangle COP$와 $\triangle DOP$는 RHS 합동이다.

02 답 ⑤

① $\angle BAD=90^\circ-\angle CAE=\angle ACE$

② $\triangle BAD$와 $\triangle ACE$에서 $\angle BDA=\angle AEC=90^\circ$,
$\overline{AB}=\overline{AC}$, $\angle BAD=90^\circ-\angle CAE=\angle ACE$이므로
$\triangle BAD\equiv\triangle ACE$(RHA 합동)

③ ②에서 $\overline{DA}=\overline{CE}=4$ cm

$\therefore \triangle BAD=\frac{1}{2}\times\overline{BD}\times\overline{DA}=\frac{1}{2}\times6\times4=12(\text{cm}^2)$

④ ②에서 $\overline{DA}=\overline{EC}=4$ cm, $\overline{AE}=\overline{BD}=6$ cm이므로
$\overline{DE}=\overline{DA}+\overline{AE}=10$(cm)이고,
□BDEC는 사다리꼴이므로

□BDEC$=\frac{1}{2}\times(\overline{CE}+\overline{BD})\times\overline{DE}=\frac{1}{2}\times10\times10=50(\text{cm}^2)$

⑤ $\triangle ABC=$□BDEC$-2\triangle BAD=50-2\times12=26(\text{cm}^2)$

03 답 3 cm

점 D에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 E라 하자.

$\triangle AED$와 $\triangle ACD$에서

$\angle AED=\angle ACD=90^\circ$, $\overline{AD}$는 공통, $\angle EAD=\angle CAD$이므로

$\triangle AED\equiv\triangle ACD$(RHA 합동)

$\therefore \overline{DE}=\overline{DC}$

$\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle ADC$이므로

$\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AC}=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{DE}+\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{DC}$

$24=5\overline{DE}+3\overline{DC}=8\overline{DC}(\because \overline{DE}=\overline{DC})$

$\therefore \overline{DC}=3$ cm

04 답 6 cm²

$\triangle AED$와 $\triangle ACD$에서 $\overline{DE}=\overline{CD}$, $\overline{AD}$는 공통,

$\angle AED=\angle ACD=90^\circ$이므로

$\triangle AED\equiv\triangle ACD$(RHS 합동) $\therefore \overline{AE}=\overline{AC}=12$ cm

$\therefore \overline{BE}=\overline{AB}-\overline{AE}=15-12=3$(cm)

$\overline{ED}=\overline{CD}=x$ cm라 하면

$\triangle BDE=\triangle ABC-2\triangle AED$에서

$\frac{1}{2}\times3\times x=\frac{1}{2}\times9\times12-2\times\frac{1}{2}\times12\times x$이므로 $x=4$

$\therefore \triangle BDE=\frac{1}{2}\times3\times4=6(\text{cm}^2)$

05 답 ④

$\triangle ABF$와 $\triangle BCG$에서 $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\angle BAF=\angle CBG$,

$\angle AFB=\angle BGC=90^\circ$이므로

$\triangle ABF\equiv\triangle BCG$(RHA 합동)

즉, $\overline{BF}=\overline{CG}=3$ cm, $\overline{BG}=\overline{AF}=4$ cm이므로

$\overline{FG}=4-3=1$(cm)

$\therefore \triangle AFG=\frac{1}{2}\times1\times4=2(\text{cm}^2)$

06 답 ①

$\triangle AED$와 $\triangle AEC$에서 $\angle ADE=\angle ACE=90^\circ$

빗변인 $\overline{AE}$는 공통이고, $\overline{AD}=\overline{AC}$이므로

$\triangle AED\equiv\triangle AEC$(RHS 합동)

$\overline{AD}=\overline{AC}=6$ cm에서 $\overline{BD}=4$ cm, $\overline{DE}=\overline{CE}$이므로

($\triangle BED$의 둘레의 길이)$=\overline{BD}+\overline{BE}+\overline{DE}=4+\overline{BE}+\overline{CE}$

$=4+\overline{BC}=4+8=12$(cm)

07 답 67.5°

$\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로 $\angle C=\angle B=45^\circ$

$\triangle DBE$와 $\triangle ABE$에서 $\overline{DB}=\overline{AB}$, $\overline{BE}$는 공통,

$\angle BDE=\angle BAE=90^\circ$이므로

$\triangle DBE\equiv\triangle ABE$(RHS 합동)

$\therefore \angle DBE=\frac{1}{2}\times45^\circ=22.5^\circ$

$\therefore \angle DEB=90^\circ-22.5^\circ=67.5^\circ$

08 답 9°

$\triangle ABF$와 $\triangle ADE$에서 $\angle B=\angle ADE=90^\circ$,

$\overline{AF}=\overline{AE}$, $\overline{AB}=\overline{AD}$이므로

$\triangle ABF\equiv\triangle ADE$(RHS 합동)

따라서 $\angle DAE=\angle BAF=36^\circ$이므로 $\angle FAE=90^\circ$

또한, $\triangle AFE$는 이등변삼각형이므로 $\angle AEF=45^\circ$

$\triangle ADE$에서 $\angle AED=90^\circ-36^\circ=54^\circ$

$\therefore \angle FEC=54^\circ-45^\circ=9^\circ$

09 답 4 cm

이등변삼각형 ABC에서 $\overline{AD}$는 $\overline{BC}$의 수직이등분선이므로

$\triangle ABD=\triangle ACD=\frac{1}{2}\triangle ABC=6(cm^2)$

$\triangle ABD$의 넓이가 $6cm^2$이므로 $\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{ED}=6$

$\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times 2.4=6 \quad \therefore \overline{AB}=5$ cm

$\overline{AB}=\overline{AC}=5$ cm이고 $\triangle ABC$의 둘레의 길이가 16 cm이므로

$\overline{BC}=16-2\overline{AB}=6(cm)$

$\triangle ABC$의 넓이가 12 cm^2이므로

$\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AD}=12$에서 $\frac{1}{2}\times 6\times\overline{AD}=12$

$\therefore \overline{AD}=4$ cm

10 답 7.2 km

$\triangle ABC=\triangle ABP+\triangle APC$이므로

$48=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{PM}+\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{PN}=5\overline{PM}+5\overline{PN}$

$\therefore \overline{PM}+\overline{PN}=9.6(km)$ ---------- ⓐ

다운이가 점 N에 도착할 때까지 걸린 시간을 t시간이라 하면

문제의 조건에서 $\overline{PN}=4t$이고 아름이는 1시간 전에 도착하므로

$\overline{PM}=3(t-1)$이다.

$\therefore \overline{PM}+\overline{PN}=3(t-1)+4t=9.6 \quad \therefore t=1.8$ ---------- ⓑ

따라서 다운이가 걸은 거리는 $\overline{PN}=4\times 1.8=7.2(km)$ ---------- ⓒ

| 채점기준 |

ⓐ 다운이와 아름이가 걸은 거리의 합을 구한다.	[40%]
ⓑ 다운이가 걸린 시간을 구한다.	[40%]
ⓒ 다운이가 걸은 거리를 구한다.	[20%]

단원별 테스트 03 삼각형의 외심과 내심

문제편 106P

01 답 54°

점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{OA}=\overline{OB}$

$\therefore \angle x=\angle OAD=90^\circ-36^\circ=54^\circ$

02 답 ②, ③

① $\angle EBI=\angle DBI$이고 $\angle ECI=\angle FCI$ (거짓)

④ 점 I가 외심일 때, $\angle A=\frac{1}{2}\angle BIC$ (거짓)

⑤ 점 I가 외심일 때, 점 I에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다. (거짓)

03 답 30°

점 M은 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{MA}=\overline{MC}$

$\therefore \angle MCA=\angle A=30^\circ,\ \angle BMC=30^\circ+30^\circ=60^\circ$

이때, $\overline{MB}=\overline{MC}$이므로 $\triangle MBC$는 정삼각형이다.

정삼각형의 꼭짓점에서 밑변에 내린 수선은 꼭지각을 이등분하므로

$\angle x=\frac{1}{2}\angle MCB=30^\circ$

[다른 풀이]

점 M은 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{MA}=\overline{MC}$

$\therefore \angle MCA=30^\circ,\ \angle BMC=60^\circ$

따라서 $\triangle MHC$에서 $\angle x=90^\circ-60^\circ=30^\circ$

04 답 60°

점 O가 외심이므로 $\angle BOC=2\angle x$,

점 I가 내심이므로 $\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle x$

$\angle BOC=\angle BIC$이므로

$2\angle x=90^\circ+\frac{1}{2}\angle x,\ \frac{3}{2}\angle x=90^\circ \quad \therefore \angle x=60^\circ$

05 답 ①

선분 BI, CI를 긋는다.

$\triangle DBI$에서 $\angle DBI=\angle DIB$이므로 $\overline{DB}=\overline{DI}$

$\triangle CEI$에서 $\angle ECI=\angle EIC$이므로 $\overline{EC}=\overline{EI}$

따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned}\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}&=(\overline{AD}+\overline{DB})+\overline{BC}+(\overline{AE}+\overline{EC})\\&=\overline{AD}+\overline{DI}+\overline{BC}+\overline{AE}+\overline{EI}\\&=\overline{AD}+(\overline{DI}+\overline{EI})+\overline{BC}+\overline{AE}\\&=\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{BC}+\overline{AE}\\&=4+5+\frac{15}{2}+6=\frac{45}{2}(cm)\end{aligned}$$

06 답 4

$\triangle ABC$의 세 점 D, E, P는 내접원의 접점이므로

$\overline{AD}=\overline{AP}=a$라 하면 $\overline{BE}=\overline{BD}=9-a,\ \overline{CP}=\overline{CE}=4+a$

$\overline{AP}+\overline{CP}=a+4+a=12 \quad \therefore a=4$

또한, $\overline{AF}=\overline{AQ},\ \overline{CQ}=\overline{CG}$이므로

($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$=34=\overline{BF}+\overline{BG}$

$\overline{BF}=\overline{BG}$이므로 $\overline{BG}=\overline{BF}=17$

또한 $\overline{BG}=\overline{BC}+\overline{CG}=\overline{BC}+\overline{CQ}=17$이므로 $\overline{CQ}=4$

$\therefore \overline{PQ}=\overline{AC}-\overline{AP}-\overline{CQ}=12-4-4=4$

07 답 ④

점 H는 직각삼각형 DEF의 외심이므로 $\overline{HD}=\overline{HE}=\overline{HF}$

삼각형의 두 내각의 크기의 합은 그와 이웃하지 않는 한 외각의 크기와 같고 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같으므로

$\angle DFH=\angle HDF=\angle a$라 하면

$\angle DFH+\angle HDF=\angle DHB=\angle DBH=2\angle a$

$\angle DEF=\angle DBH+\angle BDC=2\angle a+33^\circ$

$\triangle DEF$에서 $\angle DEF+\angle DFE=90^\circ$이므로

$(2\angle a+33^\circ)+\angle a=90^\circ,\ 3\angle a=57^\circ \quad \therefore \angle a=19^\circ$

$\therefore \angle DEF=2\angle a+33^\circ=71^\circ$

08 답 ④

점 I는 △ABC의 내심이므로

$\angle AIC$(작은 각)$=90° + \frac{1}{2} \times 68° = 124°$

$\angle AIC$(큰 각)$=360° - 124° = 236°$

또한, 점 I는 △ACD의 외심이므로

$\angle D = \frac{1}{2} \times 236° = 118°$

[다른 풀이]

점 I는 △ACD의 외심이므로 $\overline{AI} = \overline{DI} = \overline{CI}$

즉, △DAI, △DIC는 모두 이등변삼각형이므로

$\angle IAD = \angle IDA = \angle x$, $\angle IDC = \angle ICD = \angle y$라 하면

□AICD의 네 내각의 합은 180°이므로

$\angle x + 124° + \angle y + \angle x + \angle y = 360°$

$\angle x + \angle y = 118°$

$\therefore \angle D = \angle x + \angle y = 118°$

09 답 120°

점 I는 △ABC의 내심이므로

$\frac{1}{2}\angle A + 90° = 115°$　　$\therefore \angle A = 50°, \angle ACB = 40°$

점 O는 △ABC의 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OC}$

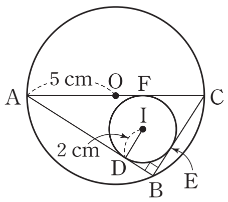
$\angle OBC = \angle OCB = 40°$이고 $\angle PCB = \frac{1}{2}\angle ACB = 20°$

$\therefore \angle BPC = 180° - (\angle OBC + \angle PCB)$

$= 180° - (40° + 20°) = 120°$

10 답 24 cm²

오른쪽 그림과 같이 △ABC와 내접원의 교점을 각각 D, E, F라 하면



$\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$이고

$\overline{AC} = 10$ cm ········ ⓐ

또한 $\overline{ID} = \overline{IE} = 2$ cm이고 $\overline{ID} = \overline{BD}$,

$\overline{IE} = \overline{BE}$이므로 $\overline{BD} = \overline{BE} = 2$ cm ········ ⓑ

$\triangle ABC = \triangle IAB + \triangle IBC + \triangle ICA$

$= \frac{1}{2} \times 2 \times \overline{AB} + \frac{1}{2} \times 2 \times \overline{BC} + \frac{1}{2} \times 2 \times \overline{AC}$

$= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC}$

$= \overline{AD} + \overline{BD} + \overline{BE} + \overline{CE} + \overline{AC}$

$= \overline{AF} + 2 + 2 + \overline{CF} + \overline{AC}$

$= 24(\text{cm}^2)(\because \overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 10\ (\text{cm}))$ ········ ⓒ

| 채점기준 |

ⓐ $\overline{AC}$의 길이를 구한다.	[20%]
ⓑ $\overline{BD}$, $\overline{BE}$의 길이를 구한다.	[30%]
ⓒ △ABC의 넓이를 구한다.	[50%]

단원별 테스트 04 평행사변형

문제편 108P

01 답 ③

③ 등변사다리꼴의 경우에도 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$이다.

02 답 140°

$\overline{BF} /\!/ \overline{CD}$이므로 $\angle BFC = \angle FCD = 50°$

따라서 $\angle C = 100°$이고, $\angle B + \angle C = 180°$이므로 $\angle B = 80°$

$\angle ABE = \angle CBE = \frac{1}{2} \times 80° = 40°$

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle CBE = \angle AEB = 40°$(엇각)

$\therefore \angle x = 180° - \angle AEB = 140°$

03 답 96°

$\angle FBD = \angle BDC = 42°$(엇각),

$\angle BDF = \angle BDC = 42°$(접은 각)

삼각형 내각의 크기의 합은 180°이므로 △FBD에서

$\angle AFE = 180° - \angle FBD - \angle BDF = 96°$

04 답 ④

ㄷ. 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

ㅂ. 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

ㅇ. 한 대각선이 다른 대각선을 이등분한다.

따라서 옳은 것은 ㄷ, ㅂ, ㅇ이다.

05 답 A(−3, 3)

평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이는 같으므로 $A(a, b)$라 하면

$b = 3$

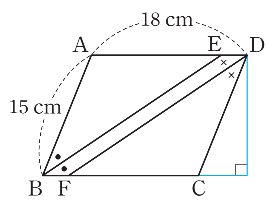
$\overline{AD} = \overline{BC}$이므로 $4 - a = 5 - (-2) = 7$, $a = -3$

$\therefore A(-3, 3)$

06 답 ①

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$에서 $\angle EBF = \angle AEB$

이므로 △ABE는 이등변삼각형이다.



$\overline{AB} = \overline{AE} = 15$ cm이므로

$\overline{ED} = \overline{AD} - \overline{AE} = 3$(cm)

□ABCD와 □EBFD는 높이가 같은 평행사변형이므로 밑변의 길이의 비가 넓이의 비가 된다.

□ABCD : □EBFD = 18 : 3

120 : □EBFD = 6 : 1

∴ □EBFD = 20(cm²)

07 답 126°

$\triangle ABE$와 $\triangle CDF$에서

$\overline{AB}=\overline{CD}$(평행사변형의 대변)

$\angle AEB=\angle CFD=90^\circ$, $\angle BAE=\angle DCF$(엇각)이므로

$\triangle ABE\equiv\triangle CDF$(RHA 합동) $\therefore \overline{BE}=\overline{DF}$

$\angle FEB=\angle EFD$이므로 $\overline{BE}\,/\!/\,\overline{DF}$

$\overline{BE}=\overline{DF}$, $\overline{BE}\,/\!/\,\overline{DF}$이므로 □EBFD는 평행사변형이다.

$\angle BEF : \angle DEF=5:2$, $90^\circ : \angle DEF=5:2$

$\therefore \angle DEF=36^\circ$

$\therefore \angle BFD=\angle BED=\angle BEF+\angle DEF=90^\circ+36^\circ=126^\circ$

08 답 90°

$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$이므로 $\angle BAG=\angle CGF$(동위각)

$$\begin{aligned}\angle CGF+\angle FCG&=\frac{1}{2}\angle DAB+\frac{1}{2}\angle DCE\\&=\frac{1}{2}\angle DAB+\frac{1}{2}\angle ADC\\&=\frac{1}{2}(\angle DAB+\angle ADC)\\&=\frac{1}{2}\times180^\circ=90^\circ\end{aligned}$$

$\therefore \angle x=180^\circ-(\angle CGF+\angle FCG)=90^\circ$

09 답 (1) 75° (2) 15 (3) 160

(1) $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$이므로 $\angle ACD=\angle BAC=80^\circ$

$\angle ACB+\angle ACD+\angle BDC+\angle ADB=180^\circ$

$\angle ACB+\angle BDC+105^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle ACB+\angle BDC=75^\circ$

(2) 평행사변형 ABCD에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$ ⋯ ㉠

또한, 평행사변형 OCDE에서 $\overline{OC}\,/\!/\,\overline{ED}$, $\overline{OC}=\overline{ED}$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡에서 $\overline{OA}=\overline{ED}$, $\angle FAO=\angle FDE$, $\angle FOA=\angle FED$

$\therefore \triangle OFA\equiv\triangle EFD$(ASA 합동)

$\overline{AF}=\overline{DF}=\frac{1}{2}\overline{AD}=9$

$\overline{OF}=\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{OE}=\frac{1}{2}\overline{CD}=6$

$\therefore \overline{AF}+\overline{OF}=9+6=15$

(3) $\triangle OFA=\triangle EFD=20$이므로

□ABCD$=2\triangle ABD=4\triangle AOD=8\triangle OFA=160$

10 답 (1) 7 cm (2) 22 cm (3) 15 cm

(1) $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BQ}$이므로 $\angle DAQ=\angle AQB$(엇각)

$\triangle APQ$는 이등변삼각형이므로

$\overline{AB}=\overline{BQ}=7$ cm

$\therefore \overline{PQ}=7$ cm ⋯⋯ ⓐ

(2) $\angle DAQ=\angle AQB$(엇각)이므로 $\triangle APQ$는 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{AC}=\overline{CQ}=10$ cm

$\therefore \overline{BQ}=12+10=22$(cm) ⋯⋯ ⓑ

(3) 점 Q가 움직인 거리는 $22-7=15$(cm) ⋯⋯ ⓒ

| 채점기준 |

ⓐ $\overline{PQ}$의 길이를 구한다.	[30%]
ⓑ $\overline{BQ}$의 길이를 구한다.	[30%]
ⓒ 점 Q가 움직인 거리를 구한다.	[40%]

단원별 테스트 05 여러 가지 사각형

문제편 110P

01 답 ④

□EFGH에서 $\angle A+\angle B=180^\circ$이므로 ●$+\times=90^\circ$

$\therefore \angle E=\angle F=\angle G=\angle H=90^\circ$

즉, □EFGH는 직사각형이므로 네 내각의 크기가 모두 같고 두 대각선의 길이는 서로 같다.

ㄱ, ㄷ은 마름모에 대한 설명이고, ㄴ, ㄹ은 직사각형에 대한 설명이다.

02 답 ②

□ABCD가 마름모이므로

$\overline{AB}=\overline{AD}=24\times\frac{1}{4}=6$(cm), $\angle BAD=2\angle OAD=60^\circ$이고,

$\angle ADB=\angle ABD=60^\circ$이므로 $\triangle ABD$는 정삼각형이다.

따라서 $\overline{BD}=6$ cm이므로 $\overline{BO}=\frac{1}{2}\overline{BD}=3$(cm)

03 답 56°

$\triangle ABP$와 $\triangle ADP$에서

$\overline{AB}=\overline{AD}$, $\overline{AP}$는 공통, $\angle BAP=\angle DAP=45^\circ$

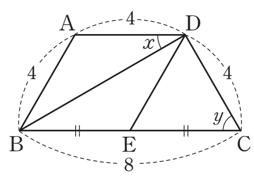
$\therefore \triangle ABP\equiv\triangle ADP$(SAS 합동)

따라서 $\angle ADP=11^\circ$이고, $\angle DAP=45^\circ$이므로

$\triangle APD$에서 외각의 성질에 의하여

$\angle x=\angle ADP+\angle DAP=11^\circ+45^\circ=56^\circ$

04 답 $\angle x=30^\circ$, $\angle y=60^\circ$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$의 중점을 E라 하고 점 D와 연결하여 만들어진 □ABED에서 $\overline{AD}$, $\overline{BE}$가 평행하고 길이가 같으므로 □ABED는 평행사변형이다.

따라서 $\overline{AB}=\overline{BE}=\overline{ED}=\overline{DA}=4$이고, $\triangle DEC$는 정삼각형이므로 $\angle y=60^\circ$이다.

$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로 $\angle ADE=\angle DEC=60^\circ$

□ABED는 마름모이므로 $\angle x=\frac{1}{2}\angle ADE=30^\circ$

05 답 ④

사각형의 성질	평행사변형 (A)	직사각형 (B)	마름모 (C)	정사각형 (D)	등변사다리꼴 (E)
한 대각선이 다른 대각선을 이등분한다.	○	○	○	○	×
두 대각선의 길이가 같다.	×	○	×	○	○
두 대각선이 서로 수직으로 만난다.	×	×	○	○	×
한 대각선이 다른 대각선을 수직이등분한다.	×	×	○	○	×

06 답 45°

$\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$이고, $\overline{AE}=\overline{AC}$이므로

$\triangle ABE$는 이등변삼각형이다.

$\angle BAC=\angle a$라 하면 $\angle BAE=90^\circ+\angle a$이므로

$\angle ABE=\dfrac{180^\circ-(90^\circ+\angle a)}{2}=\dfrac{90^\circ-\angle a}{2}=45^\circ-\dfrac{1}{2}\angle a$

$\angle ABC=\dfrac{180^\circ-\angle a}{2}=90^\circ-\dfrac{1}{2}\angle a$

$\therefore \angle EBC=\angle ABC-\angle ABE=90^\circ-\dfrac{1}{2}\angle a-\left(45^\circ-\dfrac{1}{2}\angle a\right)=45^\circ$

07 답 18 cm^2

$\triangle ADM=\dfrac{1}{2}\triangle ADB$, $\triangle MBC=\dfrac{1}{2}\triangle ABC$

또한, $\triangle ABC=\triangle DBC$이므로

$$\begin{aligned}\triangle ADM+\triangle MBC&=\frac{1}{2}(\triangle ADB+\triangle ABC)\\&=\frac{1}{2}(\triangle ADB+\triangle DBC)\\&=\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{2}\times 36=18(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

08 답 20

$$\begin{aligned}\square ABCD&=\triangle PAB+\triangle PBC+\triangle PCD+\triangle PDA\\&=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times(l_1+l_2+l_3+l_4)\end{aligned}$$

이고 $\square ABCD=\dfrac{1}{2}\times 10\times 24=120$이므로

$\dfrac{1}{2}\times 12\times(l_1+l_2+l_3+l_4)=120$

$\therefore l_1+l_2+l_3+l_4=20$

09 답 ④

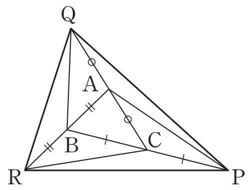
$\angle EDH=\angle FBG$(엇각)이므로 $\angle FBG=\angle x$

$\triangle BGF$에서 외각의 성질에 의하여

$\angle FBG+\angle FGB=\angle HFG=45^\circ$

즉, $\angle x+14^\circ=45^\circ$이므로 $\angle x=31^\circ$

10 답 1 : 7



오른쪽 그림에서 $\triangle ABC$의 넓이를 a라 하면 $\overline{BC}=\overline{CP}$이므로

$\triangle ACP=\triangle ABC=a$

$\overline{CA}=\overline{AQ}$이므로

$\triangle QAP=\triangle ACP=a$,

$\triangle QBA=\triangle ABC=a$

$\overline{AB}=\overline{BR}$이므로

$\triangle QRB=\triangle QBA=a$, $\triangle RBC=\triangle ABC=a$

$\overline{BC}=\overline{CP}$이므로

$\triangle CRP=\triangle RBC=a$ ---------- ⓐ

따라서 $\triangle PQR$는 넓이가 a인 7개의 삼각형으로 이루어져 있으므로

$\triangle ABC : \triangle PQR=1:7$ ---------- ⓑ

| 채점기준 |

ⓐ $\triangle ABC$의 넓이를 a라 하고 넓이가 a인 다른 6개의 삼각형을 찾는다. [70%]

ⓑ $\triangle ABC : \triangle PQR$를 구한다. [30%]

단원별 테스트 06 도형의 닮음

문제편 112P

01 답 ①

ㄴ. 한 밑각의 크기가 같은 두 등변사다리꼴은 네 내각의 크기가 모두 같아지지만 각 대응변의 길이의 비가 일정한지 알 수 없으므로 항상 닮음인 것은 아니다.

ㄹ. 평행사변형은 네 내각의 크기가 항상 같지는 않으므로 이웃하는 변의 길이의 비가 같아도 항상 닮은 도형이 되지는 않는다.

ㅂ. 한 내각의 크기가 같은 두 이등변삼각형은 꼭지각의 크기와 밑각의 크기가 같은 경우 항상 닮음이 되지는 않는다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㅁ이다.

02 답 $\dfrac{13}{2}$

$\triangle ABC$와 $\triangle ACD$에서 $\angle A$는 공통이고,

$\overline{AC}:\overline{AD}=6:3=2:1$, $\overline{AB}:\overline{AC}=12:6=2:1$이므로

$\triangle ACB\backsim\triangle ADC$ (SAS 닮음)

$\overline{BC}:\overline{CD}=2:1$, $13:\overline{CD}=2:1$

$\therefore \overline{CD}=\dfrac{13}{2}$

03 답 ②

$\triangle ADE$와 $\triangle ABC$에서 $\angle A$는 공통,

$\angle ABC=\angle ADE$이므로 $\triangle ADE\backsim\triangle ABC$(AA 닮음)

$\overline{EB}$의 길이를 x cm라 하면

$\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{AE}:\overline{AC}$, $7:(5+x)=5:10$

$5+x=14$ $\quad\therefore x=\overline{EB}=9$ cm

04 답 $\frac{14}{3}$ cm

$\overline{AE}=x$라 하면 $\triangle ABD$와 $\triangle DCE$에서

$\angle B=\angle C=60^\circ$, $\angle BAD=120^\circ-\angle ADB=\angle CDE$

$\triangle ABD \backsim \triangle DCE$(AA 닮음)

$\overline{BD}=\frac{1}{3}\overline{BC}=2$(cm), $\overline{DC}=4$ cm이고, $\overline{CE}=(6-x)$cm이므로

$\overline{AB}:\overline{DC}=\overline{BD}:\overline{CE}$, $6:4=2:(6-x)$

$\therefore x=\overline{AE}=\frac{14}{3}$ cm

05 답 $\frac{12}{5}$ cm

점 M은 $\overline{BC}$의 중점이므로 점 M은 $\triangle ABC$의 외심이다.

즉, $\overline{BM}=\overline{CM}=\overline{AM}=5$(cm)

$\therefore \overline{DM}=\overline{CM}-\overline{CD}=5-2=3$(cm)

또한, $\triangle ABC$에서

$\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}=8\times2=16$

$\therefore \overline{AD}=4$ cm ($\because \overline{AD}>0$)

$\triangle AMD$의 넓이에 의하여

$\frac{1}{2}\times\overline{AM}\times\overline{DH}=\frac{1}{2}\times\overline{DM}\times\overline{AD}$

$\frac{1}{2}\times5\times\overline{DH}=\frac{1}{2}\times3\times4$

$\therefore \overline{DH}=\frac{12}{5}$ cm

06 답 $\frac{75}{8}$

$\triangle DOF$와 $\triangle DAB$에서 $\angle D$는 공통, $\angle DOF=\angle A=90^\circ$이므로

$\triangle FOD \backsim \triangle BAD$(AA 닮음)

$\overline{OD}:\overline{AD}=\overline{OF}:\overline{AB}$, $5:8=\overline{OF}:6$ $\quad\therefore \overline{OF}=\frac{15}{4}$

$\therefore \triangle FOD=\frac{1}{2}\times\overline{OF}\times\overline{DO}=\frac{1}{2}\times\frac{15}{4}\times5=\frac{75}{8}$

07 답 ④

$\overline{AE}=\overline{A'E}=10$이므로 □ABCD는 한 변의 길이가 18인 정사각형이다.

$\triangle EBA'$과 $\triangle A'CP$에서 $\angle B=\angle C=90^\circ$

$\angle BEA'=90^\circ-\angle EA'B=\angle CA'P$ ($\because \angle EA'D'=90^\circ$)

$\therefore \triangle EBA' \backsim \triangle A'CP$ (AA 닮음)

$\overline{BE}:\overline{CA'}=\overline{EA'}:\overline{A'P}$, $8:12=10:x$

$\therefore x=15$

08 답 ④

□ABCD가 마름모이므로 $\overline{AC}\perp\overline{DB}$이고 $\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$

또한, $\triangle OAD\equiv\triangle OCB$(SAS 합동)이므로 $\overline{OE}=\overline{OF}=3$ cm

$\overline{OF}\perp\overline{BC}$이므로 직각삼각형 OBC에서

$\overline{OF}^2=\overline{BF}\times\overline{CF}$, $3^2=\overline{BF}\times4$ $\quad\therefore \overline{BF}=\frac{9}{4}$ cm

$\overline{OB}^2=\frac{9}{4}\times\left(\frac{9}{4}+4\right)=\frac{225}{16}$ $\quad\therefore \overline{OB}=\frac{15}{4}$ cm($\because \overline{OB}>0$)

$\therefore \overline{BD}=\overline{BO}+\overline{DO}=2\overline{BO}=\frac{15}{2}$(cm)

09 답 $\frac{10}{3}$ cm

$\triangle ABE$와 $\triangle CBD$에서 $\angle A=\angle C$이고 $\angle ABE=\angle CBD$이므로

$\triangle ABE \backsim \triangle CBD$(AA 닮음)

$\overline{AB}:\overline{CB}=\overline{AE}:\overline{CD}$, 즉 $4:6=\overline{AE}:4$ $\quad\therefore \overline{AE}=\frac{8}{3}$ cm

$\therefore \overline{ED}=\overline{AD}-\overline{AE}=6-\frac{8}{3}=\frac{10}{3}$(cm)

10 답 30

겹쳐진 부분인 $\triangle BCD$의 넓이가 $\frac{27}{2}$이므로

$\frac{1}{2}\times3\times\overline{BC}=\frac{27}{2}$ $\quad\therefore \overline{BC}=9$ ········ ⓐ

$\triangle DBF$에서 직각삼각형의 성질에 의하여

$\overline{DC}^2=\overline{BC}\times\overline{CF}$, $3^2=9\times\overline{CF}$ $\quad\therefore \overline{CF}=1$

$\therefore \triangle DBF=\frac{1}{2}\times\overline{BF}\times\overline{DC}=\frac{1}{2}\times10\times3=15$ ········ ⓑ

$\therefore$ (□BEFD의 넓이)$=2\triangle DBF=30$ ········ ⓒ

| 채점기준 |

ⓐ $\overline{BC}$의 길이를 구한다.	[20%]
ⓑ $\overline{CF}$의 길이를 구하고 $\triangle DBF$의 넓이를 구한다.	[50%]
ⓒ □BEFD의 넓이를 구한다.	[30%]

단원별 테스트 07 평행선과 선분의 길이의 비

문제편 114P

01 답 12

$\overline{CD}=x$라 하면

$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$이므로 $\overline{OB}:\overline{OD}=9:x$,

$\overline{CD}\,/\!/\,\overline{EF}$이므로 $\overline{OC}:\overline{OE}=x:16$

또한, $\overline{BC}\,/\!/\,\overline{DE}$이므로 $\overline{OB}:\overline{OD}=\overline{OC}:\overline{OE}$에서

$9:x=x:16$, $x^2=144$ $\quad\therefore x=12$($\because x>0$)

02 답 9 cm

$\triangle AEH$와 $\triangle ABC$에서 $3:4=\overline{EH}:10$ $\quad\therefore \overline{EH}=\frac{15}{2}$ cm

$\triangle CHF$와 $\triangle CAD$에서 $1:4=\overline{HF}:6$ $\quad\therefore \overline{HF}=\frac{3}{2}$ cm

$\therefore \overline{EF}=\overline{EH}+\overline{HF}=\frac{15}{2}+\frac{3}{2}=9$(cm)

03 답 3 cm

$\overline{AB} /\!/ \overline{CF}$이고, $\angle B = \angle FCE$, $\angle E$는 공통이므로

$\triangle ABE \backsim \triangle FCE$ (AA닮음)

$\overline{AB} : \overline{BE} = \overline{FC} : \overline{CE}$, $4 : 8 = \overline{FC} : 6$ $\quad \therefore \overline{FC} = 3$ cm

$\angle BAC = \angle ACF$, $\angle DAF = \angle CAF$이므로

$\angle ACF + \angle CAF + \angle CFA = \angle BAC + \angle CAF + \angle DAF$

$\therefore \angle CFA = \angle DAF = \angle CAF$

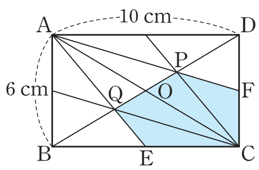
따라서 $\triangle ACF$는 이등변삼각형이므로 $\overline{AC} = \overline{FC} = 3$ cm

[다른 풀이]

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BE} : \overline{CE}$, $4 : \overline{AC} = 8 : 6$

$\therefore \overline{AC} = 3$ cm

04 답 ③



직사각형의 두 대각선의 길이는 같고 한 대각선이 다른 대각선을 이등분하므로 점 Q, P는 각각 $\triangle ABC$와 $\triangle ADC$의 무게중심이다.

$\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 O라 하면

$\square OQEC = \frac{1}{3}\triangle ABC$, $\square OPFC = \frac{1}{3}\triangle ADC$

$\therefore$ (오각형 PQECF의 넓이) $= \square OQEC + \square OPFC$

$= \frac{1}{3}\square ABCD$

$= \frac{1}{3} \times 6 \times 10 = 20(\text{cm}^2)$

05 답 $\frac{28}{5}$

$\angle APB = \angle CPD$(맞꼭지각), $\angle BAP = \angle DCP$(엇각)

$\therefore \triangle ABP \backsim \triangle CDP$(AA 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{CD} = \overline{BP} : \overline{DP} = 6 : 4 = 3 : 2$

$\overline{AB} /\!/ \overline{PQ} /\!/ \overline{DC}$이므로 $\overline{BQ} : \overline{CQ} = \overline{BP} : \overline{DP} = 3 : 2$

$\therefore \overline{CQ} = 8 \times \frac{2}{5} = \frac{16}{5}(\text{cm})$ $\quad \therefore x = \frac{16}{5}$

또한, $\overline{BP} : \overline{BD} = \overline{PQ} : \overline{DC}$, $3 : 5 = \overline{PQ} : 4$

$\therefore \overline{PQ} = \frac{12}{5}$ cm $\quad \therefore y = \frac{12}{5}$

$\therefore x + y = \frac{28}{5}$

06 답 100 cm²

$\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이므로 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$

$\therefore \overline{BD} : \overline{DC} = 18 : 12 = 3 : 2$

$\overline{DE} /\!/ \overline{CA}$이므로 $\overline{BD} : \overline{DC} = \overline{BE} : \overline{EA}$

$\therefore \overline{BE} : \overline{EA} = 3 : 2$

따라서 $\triangle BDE : \triangle AED = 3 : 2$이므로

$\triangle AED = \frac{2}{3} \times 36 = 24(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle ABD = \triangle BDE + \triangle AED = 60(\text{cm}^2)$

또한, $\triangle ABD : \triangle ADC = 3 : 2$이므로

$\triangle ADC = \frac{2}{3} \times 60 = 40(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ADC = 100(\text{cm}^2)$

07 답 13 cm

$\overline{BE} = 2\overline{AF} = 12(\text{cm})$, $\overline{CD} = \overline{AF} = 6$ cm이고,

사다리꼴 BCDE에서 $\overline{BC}$, $\overline{DE}$의 중점이 각각 M, N이므로

$\overline{MN} = \frac{12+6}{2} = 9(\text{cm})$

또한 $\overline{BM} /\!/ \overline{FE}$이므로

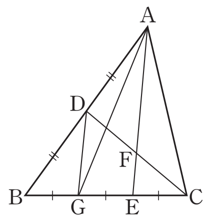
$\overline{PB} : \overline{PE} = \overline{BM} : \overline{EF} = 1 : 2$에서 $\overline{PB} = 12 \times \frac{1}{3} = 4(\text{cm})$

같은 방법으로 $\overline{QE} : \overline{QB} = 1 : 2$에서 $\overline{QE} = 12 \times \frac{1}{3} = 4(\text{cm})$

$\therefore \overline{PQ} = \overline{BE} - \overline{BP} - \overline{QE} = 4(\text{cm})$

$\therefore \overline{MN} + \overline{PQ} = 13(\text{cm})$

08 답 ②



$\overline{BE}$의 중점을 G라 하면 $\triangle BAE$에서 점 D와 G는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BE}$의 중점이므로

$\overline{DG} /\!/ \overline{AE}$, $\overline{AE} = 2\overline{DG}$

또한, $\triangle DGC$에서 $\overline{GE} = \overline{EC}$이고

$\overline{DG} /\!/ \overline{FE}$이므로

$\overline{DF} = \overline{FC}$, $\overline{FE} = \frac{1}{2}\overline{DG}$

$\therefore \overline{DF} = \overline{FC}$, $\overline{AF} = \overline{AE} - \overline{FE} = 2\overline{DG} - \frac{1}{2}\overline{DG} = \frac{3}{2}\overline{DG}$

$\therefore \frac{\overline{AF}}{\overline{FE}} + \frac{\overline{DF}}{\overline{FC}} = \frac{\frac{3}{2}\overline{DG}}{\frac{1}{2}\overline{DG}} + \frac{\overline{FC}}{\overline{FC}} = 3 + 1 = 4$

09 답 5

$\overline{AE} = \overline{AC}$이므로 $\overline{BE} = 15 - 9 = 6(\text{cm})$

$\overline{FE} /\!/ \overline{AD}$이므로 $\overline{BE} : \overline{EA} = \overline{BF} : \overline{FD}$

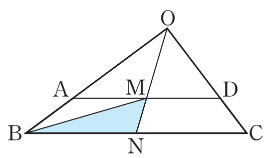
$6 : 9 = x : 3$, $9x = 18$ $\quad \therefore x = 2$

$\overline{AD}$가 $\angle x$의 이등분선이므로 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$

$15 : 9 = 5 : y$, $15y = 45$ $\quad \therefore y = 3$

$\therefore x + y = 2 + 3 = 5$

10 답 9



사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$의 연장선이 서로 만나는 점을 O라 하면, $\angle BAM + \angle CDM = 270°$이다.

$\angle ABC+\angle DCB=90^\circ$ $\therefore \angle AOD=90^\circ$ ······ ⓐ

따라서 두 점 M과 N은 각각 △OAD와 △OBC의 외심이므로

$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{AD}=5$, $\overline{ON}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{15}{2}$

따라서 $\overline{OM}:\overline{MN}=2:1$이므로 점 M은 △OBC의 무게중심이다. ······ ⓑ

이때 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이고, $\overline{AB}=4$, $\overline{CD}=3$이므로

$\overline{OA}:\overline{AB}=2:1$, $\overline{OB}:\overline{AB}=3:1$ $\therefore \overline{OB}=12$

$\overline{OD}:\overline{CD}=2:1$, $\overline{OC}:\overline{CD}=3:1$ $\therefore \overline{OC}=9$ ······ ⓒ

$\therefore \triangle OBC=\frac{1}{2}\times12\times9=54$

$\therefore \triangle MBN=\frac{1}{6}\triangle OBC=9$ ······ ⓓ

| 채점기준 |

ⓐ $\overline{AB}$, $\overline{DC}$의 연장선의 교점을 O라 하며 △AOD가 직각삼각형임을 안다. [30%]

ⓑ 점 M이 △OBC의 무게중심임을 안다. [30%]

ⓒ $\overline{OB}$, $\overline{OC}$의 길이를 각각 구한다. [20%]

ⓓ △MBN의 넓이를 구한다. [20%]

단원별 테스트 08 닮음의 활용

문제편 116P

01 답 24개

두 정육면체의 닮음비가 1 : 2이므로 넓이의 비는 1 : 4이다.

따라서 필요한 정삼각형의 개수는 $6\times4=24$(개)

02 답 ⑤

①, ②, ③, ④ 닮음비는 3 : 4이므로 겉넓이의 비는 $3^2:4^2=9:16$이고 부피의 비는 $3^3:4^3=27:64$이다. 또한 밑면의 둘레의 길이의 비는 닮음비와 같으므로 3 : 4이다.

⑤ 닮은 도형에서 각 평면에 대응하는 각의 크기의 비는 1 : 1이다.

03 답 ②

$\overline{AO'}=\frac{1}{2}\overline{AO}=\frac{1}{4}\overline{AB}$이므로 세 원의 닮음비는 1 : 2 : 4이다.

따라서 세 원의 넓이의 비는 $1^2:2^2:4^2=1:4:16$이므로

$S_1:S_2=(4-1):(16-4)=3:12=1:4$

04 답 $\frac{40}{9}S$

$\overline{DE}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로 △ADE∽△ABC(AA 닮음)

△ADE와 △ABC의 닮음비는 3 : 7이므로 넓이의 비는

$\triangle ADE:\triangle ABC=3^2:7^2=9:49$

따라서 $\triangle ADE:\square DBCE=9:(49-9)=9:40$에서

$S:\square DBCE=9:40$ $\therefore \square DBCE=\frac{40}{9}S$

05 답 (1) $\frac{7}{3}$ (2) $\frac{98}{75}$

(1) △BEM과 △AMC에서 $\angle BME=\angle AMC=90^\circ$이고

$\angle MBE=90^\circ-\angle BEM=90^\circ-\angle AED=\angle EAD$

∴△BME∽△AMC(AA 닮음)

$\overline{BM}:\overline{AM}=\overline{ME}:\overline{MC}$, $4:(\overline{AE}+3)=3:4$

$\therefore \overline{AE}=\frac{7}{3}$

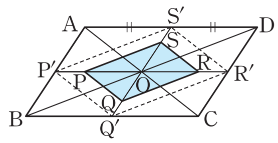
(2) △BEM∽△AED(AA 닮음)이고, 닮음비는 15 : 7이므로

넓이의 비는 $15^2:7^2=225:49$

$\triangle BEM=\frac{1}{2}\times3\times4=6$이므로 $\triangle BEM:\triangle AED=225:49$

$6:\triangle AED=15^2:7^2$ $\therefore \triangle AED=\frac{49}{225}\times6=\frac{98}{75}$

06 답 ④



오른쪽 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 각 변의 중점을 각각 P′, Q′, R′, S′이라 하면 △OAB에서 점 P가 무게중심이므로

$\overline{OP}:\overline{OP'}=2:3$

마찬가지로 $\overline{OQ}:\overline{OQ'}=2:3$,

$\overline{OR}:\overline{OR'}=2:3$, $\overline{OS}:\overline{OS'}=2:3$

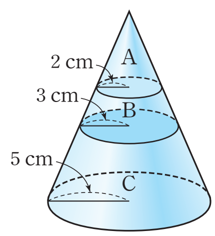
즉, 두 평행사변형 PQRS와 P′Q′R′S′의 닮음비는 2 : 3이므로

$\square PQRS:\square P'Q'R'S'=4:9$

$\square P'Q'R'S'=\frac{9}{4}\square PQRS=\frac{9}{4}\times4=9(\text{cm}^2)$

$\therefore \square ABCD=2\square P'Q'R'S'=9\times2=18(\text{cm}^2)$

07 답 19 : 98



오른쪽 그림과 같이 원뿔대의 모선을 연장하여 원뿔을 만든 후 반지름의 길이가 2 cm인 원과 3 cm인 원으로 구분된 세 도형을 위에서부터 차례로 원뿔 A, 원뿔대 B, 원뿔대 C라 하면

A : (A+B) : (A+B+C)의 닮음비가 2 : 3 : 5이므로 부피의 비는 $2^3:3^3:5^3=8:27:125$

따라서 원뿔대 B, 원뿔대 C의 부피의 비는

$(27-8):(125-27)=19:98$

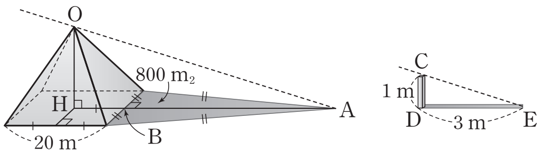
08 답 78분

작은 원뿔(현재 채워진 물)과 큰 원뿔(그릇)은 서로 닮은 도형이고 닮음비는 두 원뿔의 높이의 비인 $4:12=1:3$이다.

따라서 부피의 비는 $1^3:3^3=1:27$이므로 그릇을 가득 채우려면 지금까지 채워진 물의 $27-1=26$(배)만큼을 더 채워야 한다.

따라서 앞으로 걸리는 시간은 지금까지 채우는 데 걸린 시간의 26배인 $3\times26=78$(분)이 더 걸린다.

09 답 30 m



위의 그림에서 $\triangle CDE \backsim \triangle OHA$(AA 닮음)이므로

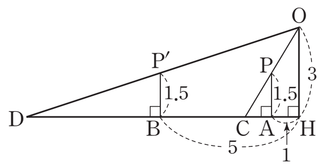
$\overline{OH} : \overline{CD} = \overline{HA} : \overline{DE}$

또한, (그림자의 넓이)$=\frac{1}{2}\times 20\times \overline{AB}=800$ $\quad \therefore \overline{AB}=80$ m

$\overline{OH} : \overline{CD} = \overline{HA} : \overline{DE} = 90 : 3 = 30 : 1$이므로

$\overline{OH}=30\overline{CD}=30(\text{m})$

10 답 4 m



오른쪽 그림과 같이 가로등의 꼭대기를 O, 가로등 바로 밑의 지면을 H라 하면

$\overline{OH}=3(\text{m})$

(ⅰ) 아름이가 A 지점에 위치할 때 :

아름이의 머리 끝을 P, 이때 그림자의 끝을 C라 하면

$\overline{PA}=1.5$ m, $\overline{AH}=1$ m

$\overline{PA} \,/\!/\, \overline{OH}$이므로 $\triangle PCA \backsim \triangle OCH$(AA 닮음)

따라서 $\overline{CA} : \overline{CH} = \overline{PA} : \overline{OH} = 1 : 2$이므로

$\overline{CH}=2\overline{CA}=\overline{CA}+1$ $\quad \therefore \overline{CA}=1$ m ············ ⓐ

(ⅱ) 아름이가 B 지점에 위치할 때 :

아름이의 머리 끝을 P′, 이때 그림자의 끝을 D라 하면

$\overline{P'B}=1.5$ m, $\overline{BH}=5$ m

$\overline{P'B} \,/\!/\, \overline{OH}$이므로 $\triangle P'DB \backsim \triangle ODH$(AA 닮음)

$\overline{DB} : \overline{DH} = \overline{P'B} : \overline{OH} = 1 : 2$이므로

$\overline{DH}=2\overline{DB}=\overline{DB}+5$ $\quad \therefore \overline{DB}=5$ m ············ ⓑ

(ⅰ), (ⅱ)에서 길어진 그림자의 길이는 $5-1=4(\text{m})$ ············ ⓒ

| 채점기준 |

ⓐ $\overline{CA}$의 길이를 구한다.	[40%]
ⓑ $\overline{DB}$의 길이를 구한다.	[40%]
ⓒ 길어진 그림자의 길이를 구한다.	[20%]

단원별 테스트 09 피타고라스 정리

문제편 118P

01 답 12

$\triangle ABC$에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AC}^2=17^2-8^2=225$ $\quad \therefore \overline{AC}=15$ ($\because \overline{AC}>0$)

$\triangle ACD$에서 피타고라스 정리에 의하여

$x^2=15^2-9^2=144$ $\quad \therefore x=12$ ($\because x>0$)

02 답 ③

$\triangle BCD$에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{BD}^2=20^2+15^2=625$ $\quad \therefore \overline{BD}=25$ cm ($\because \overline{BD}>0$)

또한, $\triangle ABD=\frac{1}{2}\times 15\times 20=\frac{1}{2}\times 25\times \overline{AE}$

$\therefore \overline{AE}=12$ cm

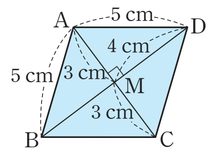
한편, $\triangle ABE$에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{BE}^2=15^2-12^2=81$ $\quad \therefore \overline{BE}=9$ (cm) ($\because \overline{BE}>0$)

$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$(RHA 합동)이므로 $\overline{BE}=\overline{DF}$

$\therefore \overline{EF}=25-\overline{BE}-\overline{DF}=25-9-9=7(\text{cm})$

03 답 24 cm²



두 대각선 AC, BD의 교점을 M이라 하면, 마름모의 두 대각선은 서로를 수직이등분하므로 $\overline{AM}=3$이고 $\triangle AMD$는 직각삼각형이다.

$\triangle AMD$에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{MD}^2=5^2-3^2=16$

$\therefore \overline{MD}=4(\text{cm})$($\because \overline{MD}>0$), $\overline{BD}=2\overline{MD}=8(\text{cm})$

따라서 마름모 ABCD의 넓이는

$\frac{1}{2}\times \overline{AC}\times \overline{BD}=\frac{1}{2}\times 6\times 8=24(\text{cm}^2)$

04 답 6 cm

삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{BC}^2=20^2-12^2=256$ $\quad \therefore \overline{BC}=16$ cm ($\because \overline{BC}>0$)

한편, 각의 이등분선의 성질에 의하여

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC} = 5 : 2$이므로

$\overline{CD}=\frac{3}{8}\overline{BC}=\frac{3}{8}\times 16=6(\text{cm})$

05 답 $\frac{13}{2}$ cm²

$\triangle ADB$에서 외각의 성질에 의하여

$\angle ABE=\angle DAB+\angle D=\angle EBC+\angle ABC$

$\therefore \angle DAB=\angle EBC$ ($\because \angle D=\angle ABC=90^\circ$)

$\overline{AB}=\overline{BC}$, $\angle D=\angle E=90^\circ$이므로

$\triangle ADB \equiv \triangle BEC$(RHA 합동)

즉, $\overline{AD}=\overline{BE}$이므로 $\overline{DB}=5-3=2(\text{cm})$

$\triangle ADB$에서 피타고라스 정리에 의하여 $\overline{AB}^2=3^2+2^2=13$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\overline{AB}^2=\frac{13}{2}(\text{cm}^2)$

06 답 13 cm

$\triangle ABD$와 $\triangle CAE$에서 $\angle D=\angle E=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{CA}$,

$\angle BAD=90^\circ-\angle CAE=\angle ACE$이므로

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$(RHA 합동)

$\therefore \overline{AD}=\overline{CE}=12$ cm, $\overline{AE}=\overline{BD}=5$ cm

△ABD에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AB}^2=12^2+5^2=169 \qquad \therefore \overline{AB}=13(\text{cm})\ (\because \overline{AB}>0)$

07 답 6개

삼각형이 성립할 조건은 $a+b>8$이고,

$a<b<8$에서 각 변에 b를 더하면 $a+b<2b<8+b$

따라서 $8<a+b<2b$이므로 $8-b<a<b$ ⋯ ㉠

또한, $8<2b$에서 $4<b$이므로 $4<b<8$

이때, b는 자연수이므로 가능한 값은 5, 6, 7이다.

한편, 둔각삼각형이 되는 조건에서

$a^2+b^2<8^2$이므로 $a^2<8^2-b^2$ ⋯ ㉡

(i) $b=5$일 때, ㉠에서 $3<a<5$이므로 $a=4$

이 값은 ㉡을 만족하므로 성립한다.

(ii) $b=6$일 때, ㉠에서 $2<a<6$

㉡에서 $a^2<8^2-6^2=28 \qquad \therefore a\le 5$ ($\because a$는 자연수)

$\therefore a=3, 4, 5$

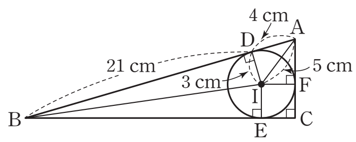
(iii) $b=7$일 때, ㉠에서 $1<a<7$

㉡에서 $a^2<8^2-7^2=15 \qquad \therefore a\le 3$ ($\because a$는 자연수)

$\therefore a=2, 3$

(i)~(iii)에 의하여 순서쌍 (a, b)의 개수는 $(4, 5)$, $(3, 6)$, $(4, 6)$, $(5, 6)$, $(2, 7)$, $(3, 7)$의 6개이다.

08 답 21 cm



위의 그림과 같이 내접원과 삼각형의 세 변이 접하는 점을 각각 D, E, F라 하면 △ADI에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AD}^2=5^2-3^2=16 \qquad \therefore \overline{AD}=4\text{ cm}(\because \overline{AD}>0)$

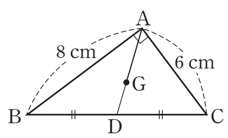
$\therefore \overline{BE}=\overline{BD}=25-4=21(\text{cm})$

09 답 $\frac{10}{3}$ cm

△ABC에서 $\overline{BC}^2=8^2+6^2=100$

$\therefore \overline{BC}=10\text{ cm}(\because \overline{BC}>0)$

오른쪽 그림과 같이 AG의 연장선이 변 BC와 만나는 점을 D라 하면 점 D는 △ABC의 외심이다.



$\overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=5(\text{cm})$

이때, $\overline{AD}=\overline{BD}=5$ cm이므로

$\overline{AG}=\frac{2}{3}\overline{AD}=\frac{10}{3}$ cm

10 답 ②

□ABCD의 두 대각선이 서로 직교하므로

$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이 성립한다. ⋯⋯ ⓐ

즉, $\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{CD}^2-\overline{AD}^2$

$=9^2+13^2-15^2=25$

$\therefore \overline{BC}=5\text{ cm}\ (\because \overline{BC}>0)$ ⋯⋯ ⓑ

| 채점기준 |

ⓐ $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이 성립함을 안다.	[50%]
ⓑ $\overline{BC}$의 길이를 구한다.	[50%]

단원별 테스트 10 경우의 수

문제편 120P

01 답 (1) 9가지 (2) 9가지

(1) 세 사람이 가위바위보를 해서 A가 이기는 경우는

(i) A가 가위를 낼 때, 나머지 두 사람이 (보, 보), (보, 가위), (가위, 보)의 3가지

(ii) A가 바위를 낼 때, 나머지 두 사람이 (가위, 가위), (바위, 가위), (가위, 바위)의 3가지

(iii) A가 보를 낼 때, 나머지 두 사람이 (바위, 바위), (보, 바위), (바위, 보)의 3가지

따라서 경우의 수는 $3+3+3=9$(가지)

(2) 세 사람이 가위바위보를 해서 비기는 경우는

(i) A가 가위를 낼 때, 나머지 두 사람이 (바위, 보), (보, 바위), (가위, 가위)의 3가지 경우

(ii) A가 바위를 낼 때, 나머지 두 사람이 (가위, 보), (보, 가위), (바위, 바위)의 3가지 경우

(iii) A가 보를 낼 때, 나머지 두 사람이 (가위, 바위), (바위, 가위), (보, 보)의 3가지 경우

따라서 경우의 수는 $3+3+3=9$(가지)

02 답 ④

A, B, C를 묶어서 한 묶음으로 생각한 후 일렬로 세우는 방법의 수는 $3\times2\times1=6$(가지)이고, 한 묶음 내에서 A, B, C가 자리를 바꾸는 방법의 수는 $3\times2\times1=6$(가지)이다.

따라서 구하는 경우의 수는 $6\times6=36$(가지)

03 답 ④

먼저 세 숫자의 합이 6이 되는 경우는

$1+2+3$, $1+1+4$, $2+2+2$의 세 가지 경우가 있다.

(i) $1+2+3=6$인 경우 : $(1, 2, 3)$, $(1, 3, 2)$, $(2, 1, 3)$, $(2, 3, 1)$, $(3, 1, 2)$, $(3, 2, 1)$의 6가지

(ii) $1+1+4=6$인 경우 : $(1, 1, 4)$, $(1, 4, 1)$, $(4, 1, 1)$의 3가지

(iii) $2+2+2=6$인 경우 : $(2, 2, 2)$의 1가지

따라서 구하는 경우의 수는 $6+3+1=10$(가지)

04 답 ①

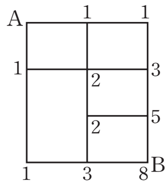
A와 E가 반드시 포함되므로 B, C, D, F, G 중 2명을 뽑으면 된다.

따라서 5명 중 2명을 선택하는 경우의 수는 $\frac{5\times4}{2\times1}=10$(가지)

05 답 8가지

각 지점까지 가는 최단거리로 가는 방법의 수를 구해 보면 오른쪽의 그림과 같다.

따라서 A 지점에서 B 지점까지 최단거리로 가는 방법의 수는 8가지이다.



06 답 ③

세 자리 정수가 5의 배수가 되려면 끝자리가 0 또는 5이어야 한다.

(i) □□0인 경우 : 백의 자리에 5개 숫자, 십의 자리에 4개 숫자가 올 수 있으므로 $5\times4=20$(가지)

(ii) □□5인 경우 : 백의 자리에 0을 제외한 4개의 숫자, 십의 자리에 4개의 숫자가 올 수 있으므로 $4\times4=16$(가지)

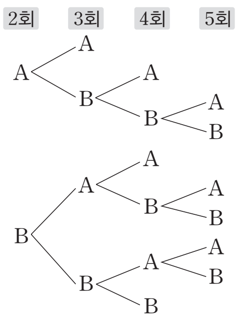
∴ (구하는 경우의 수)$=20+16=36$(가지)

07 답 42가지

출발역을 고르는 방법 7가지 각각에 대하여 출발역이 아닌 도착역을 고르는 방법 6가지가 있으므로 서로 다른 승차권의 종류는 모두 $7\times6=42$(가지)

08 답 ④

2회~5회까지 이기는 사람을 수형도로 그리면 다음과 같다.



따라서 구하는 경우의 수는 10가지이다.

09 답 7가지

삼각형의 세 변의 길이를 각각 a, b, c라 하면 삼각형의 결정조건에 의하여 두 변의 길이의 합은 다른 한 변의 길이보다 커야 한다.

즉, 가장 긴 변의 길이보다 나머지 두 변의 길이의 합이 커야 한다.

(i) 가장 긴 변의 길이가 6 cm일 때 : (6, 5, 4), (6, 5, 3), (6, 5, 2), (6, 4, 3)의 4가지

(ii) 가장 긴 변의 길이가 5 cm일 때 : (5, 4, 3), (5, 4, 2)의 2가지

(iii) 가장 긴 변의 길이가 4 cm일 때 : (4, 3, 2)의 1가지

따라서 전체 경우의 수는 $4+2+1=7$(가지)

[다른 풀이]

다섯 개의 막대에서 세 개를 고르는 경우의 수는 $\frac{5\times4}{2}=10$(가지)

여기서 (2 cm, 3 cm, 6 cm), (2 cm, 3 cm, 5 cm), (2 cm, 4 cm, 6 cm)인 경우는 삼각형을 만들 수 없으므로

(구하는 삼각형의 가짓수)$=10-3=7$(가지)

10 답 (1) 16가지 (2) 26가지 (3) 44가지

A 주머니에는 짝수가 2, 4, 6, 8의 4개, 홀수가 1, 3, 5, 7, 9의 5개가 들어 있고, B 주머니에는 짝수가 2, 4, 6, 12의 4개, 홀수가 1, 3의 2개가 들어 있다.

(1) A 주머니에서 짝수가 나오고 각 경우에 대하여 B 주머니에서도 짝수가 나와야 하므로 두 공에 적힌 수가 모두 짝수인 경우의 수는 $4\times4=16$(가지) ········· ⓐ

(2) (짝수)+(짝수) 또는 (홀수)+(홀수)이어야 하므로

(i) (짝수)+(짝수)의 경우는 (1)에서 구한 것과 같으므로 16가지

(ii) A 주머니에서 홀수가 나오고 B 주머니에서도 홀수가 나오는 경우의 수는 $5\times2=10$(가지)

∴ (구하는 경우의 수)$=16+10=26$(가지) ········· ⓑ

(3) 두 공에 적힌 수의 곱이 홀수가 되는 경우는 두 공에 적힌 수 모두 홀수일 때이므로 $5\times2=10$(가지)

전체 경우의 수는 $9\times6=54$(가지)

따라서 짝수인 경우는 전체 경우에서 홀수인 경우를 빼면 되므로 구하는 경우의 수는 $54-10=44$(가지) ········· ⓒ

| 채점기준 |

ⓐ 두 공에 적힌 수가 모두 짝수인 경우의 수를 구한다. [30%]

ⓑ 두 공에 적힌 수의 합이 짝수인 경우의 수를 구한다. [30%]

ⓒ 두 공에 적힌 수의 곱이 짝수인 경우의 수를 구한다. [40%]

단원별 테스트 11 확률과 그 계산

문제편 122P

01 답 ④

주머니 속에 붉은 공이 a개 들어 있다고 하자.

두 번 중 적어도 한 번 이상 흰 공이 나오는 사건은 두 번 모두 붉은 공이 나오는 사건의 여사건이므로 두 번 모두 붉은 공이 나올 확률은

$\frac{a}{10}\times\frac{a}{10}=1-\frac{9}{25}=\frac{16}{25}$, $a^2=64$

∴ $a=8$

따라서 붉은 공의 개수는 8개이다.

02 답 ③

모든 경우의 수는 $6\times6=36$(가지)이다.

$ax=b$의 해가 짝수인 경우는 $\frac{b}{a}$가 짝수인 경우이다.

(i) $\frac{b}{a}=2$인 경우 : $\frac{2}{1}$, $\frac{4}{2}$, $\frac{6}{3}$

(ii) $\frac{b}{a}=4$인 경우 : $\frac{4}{1}$

(iii) $\frac{b}{a}=6$인 경우 : $\frac{6}{1}$

따라서 짝수인 경우는 5가지이므로 구하는 확률은 $\frac{5}{36}$

03 답 (1) $\mathbf{\frac{1}{10}}$ (2) $\mathbf{\frac{9}{10}}$

(1) 인형이 쓰러지지 않으려면, A도 쓰러뜨리지 못하고 B도 쓰러뜨리지 못해야 한다.

A가 쓰러뜨리지 못할 확률은 $1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$

B가 쓰러뜨리지 못할 확률은 $1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$

따라서 인형이 쓰러지지 않을 확률은 $\frac{1}{4}\times\frac{2}{5}=\frac{1}{10}$

(2) 인형이 쓰러질 확률은

$1-$(쓰러지지 않을 확률)$=\frac{9}{10}$

04 답 ⑤

주머니 속에 검은 구슬이 x개 들어 있다고 하면 주머니 속에 있는 전체 구슬의 개수는 $3+4+x=x+7$(개)

구슬 한 개를 꺼낼 때 그것이 흰 구슬일 확률이 $\frac{1}{4}$이므로

$\frac{3}{x+7}=\frac{1}{4}$, $12=x+7$ $\quad\therefore x=5$

05 답 $\mathbf{\frac{12}{49}}$

A 지점에서 C 지점으로 가는 경우의 수는 B 지점을 거쳐 가는 것이 $3\times2=6$(가지), 직접 가는 길이 1가지이므로 모두 7가지의 길이 있다.

C 지점에서 되돌아오는 길도 마찬가지로 7가지이므로

A → C → A의 방법은 $7\times7=49$(가지)이다.

B 지점을 한 번만 지나려면, 갈 때 B 지점을 지나고 올 때 직접 오는 경우가 $6\times1=6$(가지), 갈 때 직접 가고 올 때 B 지점을 지나는 경우가 $1\times6=6$(가지)이므로 모두 12가지의 방법이 있다.

$\therefore$ (구하는 확률)$=\frac{12}{49}$

06 답 0.62

(i) 비가 왔을 때 이길 확률은 $0.4\times0.5=0.2$

(ii) 비가 오지 않았을 때 이길 확률은 $(1-0.4)\times0.7=0.42$

$\therefore$ (구하는 확률)$=0.2+0.42=0.62$

07 답 ④

20장의 카드에서 세 장의 카드를 뽑아 배열하는 전체 방법의 수는 $20\times19\times18$(가지)

분수 $\frac{1}{a\times b\times c}$을 유한소수로 나타낼 수 있으려면 분모를 소인수분해하였을 때, 소인수가 2 또는 5밖에 없어야 한다.

1부터 20까지의 자연수 중 소인수가 2 또는 5밖에 없는 수는 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20의 8가지이고, 이 중 세 개를 뽑아 배열하는 방법의 수는 $8\times7\times6$(가지)

$\therefore$ (구하는 확률)$=\frac{8\times7\times6}{20\times19\times18}=\frac{14}{285}$

08 답 ①

교점의 x좌표가 2이므로 두 직선은 $x=2$일 때 같은 y의 값을 가진다.

$y=2x-a$에 $x=2$를 대입하면 $y=4-a$ ⋯ ㉠

$y=-x+b$에 $x=2$를 대입하면 $y=-2+b$ ⋯ ㉡

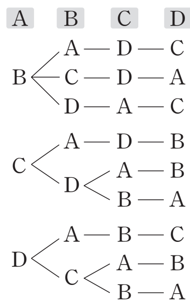
㉠, ㉡에서 $4-a=-2+b$ $\quad\therefore a+b=6$

$a+b=6$이 되는 순서쌍 (a, b)는 $(1, 5)$, $(2, 4)$, $(4, 2)$, $(5, 1)$의 4가지

8장의 숫자카드에서 차례로 두 장을 뽑아 배열하는 전체 경우의 수는

$8\times7=56$(가지)이므로 (구하는 확률)$=\frac{4}{56}=\frac{1}{14}$

09 답 ③



수험생 4명을 A, B, C, D라 하면 4명이 책상에 앉는 방법의 수는

$4\times3\times2\times1=24$(가지)

4명 모두 남의 책상에 앉게 될 경우를 수형도로 그려 보면 오른쪽 그림과 같다.

따라서 9가지의 경우가 있으므로 구하는

확률은 $\frac{9}{24}=\frac{3}{8}$

10 답 $\mathbf{\frac{2}{9}}$

숫자 6에 깃발이 꽂히는 경우는, 두 주사위의 눈의 수의 곱이 6, 18, 30인 경우이다. ············ ⓐ

(i) 곱이 6인 경우 : $(1, 6)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(6, 1)$의 4가지

(ii) 곱이 18인 경우 : $(3, 6)$, $(6, 3)$의 2가지

(iii) 곱이 30인 경우 : $(5, 6)$, $(6, 5)$의 2가지 ············ ⓑ

따라서 구하는 확률은 $\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$ ············ ⓒ

| 채점기준 |

ⓐ 깃발이 숫자 6에 꽂히는 경우를 구한다.	[30%]
ⓑ ⓐ에서 구한 각 경우의 수를 구한다.	[50%]
ⓒ 확률을 구한다.	[20%]

Break Time
쉬어가는 페·이·지

재미있는 확률 문제

경우에 따른 확률

이웃집에 새로 한 가족이 이사를 왔는데 그 집에 아이가 2명 있다는 사실은 알고 있지만, 아들인지 딸인지는 모르는 상태이다.

(1) '딸이 있습니까?'라는 물음에 '네'라는 대답이 돌아왔다면 다른 아이도 딸일 확률을 얼마일까?

(2) '첫째 아이가 딸입니까?'라는 물음에 '네'라는 대답이 돌아왔다면 다른 아이도 딸일 확률은 얼마일까?

(1)번의 경우 딸이 있으므로 2명의 아이는 (아들, 딸), (딸, 아들), (딸, 딸)의 경우 중 하나이다.

따라서 나머지 한 아이도 딸일 확률은 $\frac{2}{3}$이다.

(2)번의 경우 첫째 아이가 딸이므로 2명의 아이는 (딸, 아들), (딸, 딸)의 경우 중 하나이다.

따라서 나머지 한 아이도 딸일 확률은 $\frac{1}{2}$이다.

도박사의 오류

철수는 주사위 게임을 하는데 5번 연속으로 주사위 눈이 1이 나왔다. 그렇다면 주사위 게임을 한 번 더 하였을 때 다음 두 경우 중 어느 것이 옳을까?

① 5번 연속으로 주사위 눈이 1이 나왔으므로 다음에도 1이 나올 것이다.
② 5번 연속으로 주사위 눈이 1이 나왔으므로 다음 번에는 다른 수가 나올 것이다.

①, ② 어느 경우를 옳다고 생각했더라도 도박사의 오류의 함정에 빠진 것이다.

앞서 주사위의 눈이 몇 번이 1이 나왔던 다음 주사위의 눈이 1이 나올 확률은 $\frac{1}{6}$이다.

앞선 확률이 나중의 확률에 실제로 영향을 미치지 않는다. 하지만 많은 사람들이 앞선 확률이 나중의 확률에 영향을 미친다고 생각하는데 이를 도박사의 오류라고 한다.

대표적인 도박사의 오류를 알아보자.

- 어느 집에 연속해서 4명의 딸을 낳았으므로 다음 번에도 아이를 낳는다면 딸일 것이다.
- 이제까지 로또 당첨 번호 중 1이 가장 많이 나왔으므로 다음 로또 당첨 번호에도 1이 포함될 것이다.
- 전쟁에서 포탄이 떨어진 지점에는 다시 포탄이 떨어지지 않을 것이므로 이미 포탄이 떨어진 곳으로 피하면 포탄을 피할 수 있을 것이다.