THE FIRST CLASS MATHEMATICS

일등급 수학 · 중등 수학 1 (상)

[해설편]

Ⅰ 수와 연산

01 소인수분해 04
02 최대공약수와 최소공배수 05
❖ 대단원 만점 문제 08

Ⅱ 정수와 유리수

03 정수와 유리수 09
04 유리수의 계산 12
❖ 대단원 만점 문제 15

Ⅲ 문자와 식

05 문자와 식 17
06 일차방정식 20
07 일차방정식의 활용 23
❖ 대단원 만점 문제 27

Ⅳ 좌표평면과 그래프

08 좌표평면과 그래프 28
❖ 대단원 만점 문제 32

빠른 정답 찾기

Ⅰ 수와 연산

01 소인수분해

01 ③ **02** ② **03** ③ **04** 5개 **05** 168
06 3 **07** 27 **08** ④ **09** (1) 12개 (2) 4개
10 ① **11** 32, 40, 50 **12** ④
13 2, 4, 8, 16, 32, 64 **14** 25 **15** ②
16 229

02 최대공약수와 최소공배수

01 ① **02** ④ **03** ④ **04** ② **05** 14개
06 최대공약수 : 2, 최소공배수 : $2^3\times3\times5^2\times7$
07 $\frac{105}{2}$ **08** 9 **09** 39 **10** ③
11 9명 **12** 27명 **13** 24 cm **14** ③
15 (1) 90 cm (2) 900개 **16** ④ **17** 90초 후
18 ③ **19** ③ **20** ⑤ **21** (1) 72 (2) 6
22 96 **23** ② **24** 42, 28

❖ 대단원 만점 문제

01 0 **02** ② **03** 4 **04** ② **05** 90명
06 ② **07** 16 **08** 5명

Ⅱ 정수와 유리수

03 정수와 유리수

01 11℃
02 (1) 가장 높은 학생 : A, 가장 낮은 학생 : B, 점수의 차 : 14점 (2) 83점
03 6 **04** ④
05 가장 큰 수 : 4, 가장 작은 수 : $-\frac{7}{5}$
06 ②, ③ **07** ⑤ **08** 8개 **09** 0 **10** 3
11 6개 **12** 0 **13** $\frac{5}{3}$ **14** ④ **15** ④
16 8 **17** $\frac{5}{12}$ **18** ② **19** ⑤ **20** ①, ⑤
21 10 **22** $\frac{17}{9}$ **23** 820 m **24** ④

04 유리수의 계산

01 16 **02** $\frac{7}{2}$
03 (가) 교환 (나) 결합 (다) $-\frac{1}{3}$ (라) -2
04 $-\frac{7}{12}$ **05** (1) 7 (2) -3 (3) -32
06 (1) 5 (2) $-\frac{1}{3}$ **07** $\frac{49}{6}$ **08** ④ **09** 9
10 $-\frac{5}{4}$ **11** -1000
12 (가) 곱셈의 교환 (나) 덧셈에 대한 곱셈의 분배 (다) $\frac{1}{28}$ (라) -14
13 $\frac{1}{3}$ **14** (1) $\frac{3}{10}$ (2) $\frac{25}{54}$ **15** ③ **16** $\frac{12}{5}$
17 13 **18** -3 **19** $\frac{1}{15}$ **20** $\frac{7}{8}$ **21** $-\frac{11}{3}$
22 $\frac{85}{3}$ **23** -9 **24** ④

❖ 대단원 만점 문제

01 ② **02** 36 **03** ② **04** ② **05** 21
06 (1) -2 (2) 24 **07** -4 **08** ③

Ⅲ 문자와 식

05 문자와 식

01 ③ **02** 5개 **03** ② **04** ⑤
05 (1) $\frac{2}{3}a$원 (2) $(30a+b-3000)$원

06 정가 : $1.3a$원, 할인된 가격 : $1.04a$원

07 하영 : $3t$ km, 하경 : $(4t-2)$km

08 시속 $120(800+x)$m

09 ② **10** (1) $\frac{23}{2}ab$ (2) $16ab$

11 (1) -4 (2) 0 **12** ③ **13** 1348 m

14 3개 **15** ⑤

16 (1) $-3y$ (2) $\frac{2x-13}{18}$ (3) $-x+13$ (4) 1

(5) $\frac{16m-n}{12}$

17 $-\frac{7}{2}$ **18** ④ **19** 8

20 ㉮ $-a-1$ ㉯ $2a$ ㉰ $-6a+4$ ㉱ $-3a+5$ ㉲ $a+3$

21 $(0.6a+0.4b)$점 **22** 8 **23** $5000a^2$원

24 $-22x$

06 일차방정식

01 ① **02** 4 **03** ④ **04** ⑤

05 $c=3$, $d=4$ **06** ① **07** ③

08 (1) $x=-6$ (2) $x=1$ (3) $x=7$ (4) $x=\frac{11}{3}$

(5) $x=-8$ (6) $x=2$

09 $x=-1$ **10** ② **11** 8 **12** -3

13 ⑤ **14** ③ **15** ④ **16** $\frac{3}{2}$ **17** ③

18 2, 4, 6, 8 **19** ② **20** $-\frac{62}{39}$

21 $\frac{13}{14}$ **22** 10 **23** 3개 **24** $\frac{19}{4}$

07 일차방정식의 활용

01 63 **02** ④ **03** 267 **04** 66살

05 7일 후 **06** 2580원

07 어른 : 3명, 청소년 : 5명, 어린이 : 5명

08 ③ **09** ② **10** ④ **11** 26명 **12** 322명

13 ① **14** ① **15** 55 **16** ③ **17** 100 m

18 시속 16 km

19 민수 : 물 270 g, 지연 : 소금 30 g

20 9시 $16\frac{4}{11}$분 **21** 7분 30초 **22** ⑤

23 ③ **24** 60

25 배의 속력 : 시속 12 km, 거리 : $\frac{32}{3}$km

26 94 g **27** 79점 **28** ①

❖ 대단원 만점 문제

01 ④ **02** -6 **03** (1) -80 (2) -33 (3) 6

04 ⑤ **05** (1) $x=\frac{3}{4}$ (2) $x=-1$ (3) $x=2$

06 분속 180 m **07** $\frac{7}{5}$km **08** 80 g

Ⅳ 좌표평면과 그래프

08 좌표평면과 그래프

01 ④ **02** -5 **03** ③ **04** ① **05** ②

06 ⑤ **07** (1) 제 4사분면 (2) 제 4사분면

08 ① **09** 5 **10** ② **11** 24 **12** ③

13 ①, ④ **14** ④ **15** ③, ⑤ **16** ⑤ **17** ④

18 ④ **19** $y=x$ **20** ③ **21** ①, ⑤ **22** ④

23 ① **24** 8 **25** ⑤ **26** $\frac{1}{2}$ **27** 80개

28 (1) $y=\frac{80}{x}$ (2) 16개 **29** 6

30 (1) $y=\frac{360}{x}$ (2) 40대 **31** 20분 **32** ②

❖ 대단원 만점 문제

01 ④ **02** (1) $S=3a$ (2) 10 **03** 35 **04** ④

05 ②, ③ **06** ④ **07** $\frac{15}{7}$ **08** ④

Ⅰ 수와 연산

01 소인수분해

문제편 8P

01 답 ③

A를 12로 나눈 몫을 m, B를 18로 나눈 몫을 n이라 하면

$A=12\times m+5$, $B=18\times n+15$로 나타낼 수 있다.

$A+B=(12\times m+5)+(18\times n+15)$

$=12\times m+18\times n+20$

$=6\times 2\times m+6\times 3\times n+6\times 3+2$

$=6\times(2\times m+3\times n+3)+2$

따라서 $A+B$를 6으로 나눈 나머지는 2이다.

02 답 ②

ㄷ. 10 이하의 자연수 중 합성수의 개수는 4, 6, 8, 9, 10의 5개이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

03 답 ③

ㄱ. 자연수 중 1은 소수도 합성수도 아니다.

ㄷ. 1은 소수가 아니지만 약수의 개수는 1개이다.

따라서 옳지 않은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

04 답 5개

30 이상 50 미만의 수에서 2의 배수, 3의 배수, 5의 배수, 7의 배수를 차례로 지우자.

~~30~~, 31, ~~32~~, ~~33~~, ~~34~~, ~~35~~, ~~36~~, 37, ~~38~~, ~~39~~,

~~40~~, 41, ~~42~~, 43, ~~44~~, ~~45~~, ~~46~~, 47, ~~48~~, ~~49~~

지우고 남은 수인 31, 37, 41, 43, 47이 소수이다.

따라서 30 이상 50 미만의 자연수 중 소수의 개수는 5개이다.

05 답 168

소인수가 2, 3, 7인 자연수는 $2^a\times 3^b\times 7^c$(a, b, c는 자연수) 꼴로 나타내어진다.

이 중 가장 작은 수는

$a=b=c=1$인 경우, 즉 $2\times 3\times 7$

두 번째로 작은 수는

$a=2$, $b=c=1$인 경우, 즉 $2^2\times 3\times 7$

세 번째로 작은 수는

$a=c=1$, $b=2$인 경우, 즉 $2\times 3^2\times 7$

네 번째로 작은 수는

$a=3$, $b=c=1$인 경우, 즉 $2^3\times 3\times 7$

따라서 구하는 수는 $2^3\times 3\times 7=168$이다.

06 답 3

7, $7^2=49$, $7^3=343$, $7^4=2401$, $7^5=16807$, …

7의 거듭제곱의 일의 자리 숫자는 7, 9, 3, 1, 7, 9, 3, 1, …

로 4개의 수 7, 9, 3, 1이 반복된다.

그런데 $111=4\times 27+3$이므로 7^{111}의 일의 자리의 숫자는 3이다.

07 답 27

조건 (가)와 (나)를 모두 만족시키는 자연수는

18, 27, 36, 45이다.

18의 약수의 개수는 $18=2\times 3^2$이므로 $2\times 3=6$(개)

27의 약수의 개수는 $27=3^3$이므로 4(개)

36의 약수의 개수는 $36=2^2\times 3^2$이므로 $3\times 3=9$(개)

45의 약수의 개수는 $45=3^2\times 5$이므로 $3\times 2=6$(개)

따라서 조건을 만족시키는 두 자리 수는 27이다.

08 답 ④

$54=2\times 3^3=3^2\times(2\times 3)$에서

$54\times x$가 제곱수가 되려면 모든 소인수의 지수가 짝수이어야 하므로

가장 작은 수 x는

$2\times 3=6$

두 번째로 작은 수 x는

$2\times 3\times 2^2=24$

따라서 두 수를 더한 값은 $6+24=30$

09 답 (1) 12개 (2) 4개

(1) $\frac{72}{n}$가 자연수가 되려면 n은 72의 약수이어야 한다.

$72=2^3\times 3^2$이므로 72의 약수의 개수는

$(3+1)\times(2+1)=12$(개)

(2) $\frac{72}{n}=\frac{2^3\times 3^2}{n}$이 어떤 자연수의 제곱이 되려면, 약분한 후 남은 수의 소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 한다.

따라서 가능한 n의 개수는 2, 2×2^2, 2×3^2, $2\times 2^2\times 3^2$의 4개이다.

10 답 ①

구하는 수를 n이라 하면 n은 5를 약수로 가지는 100 이하의 자연수이므로 $n=5\times a$(a는 $1\le a\le 20$인 자연수) 꼴의 수이다.

한편 1을 제외한 가장 작은 약수가 5이므로 a는 1 또는 5 이상의 소수들의 곱으로만 이루어져야 한다.

즉, a의 개수는 1, 5, 7, 11, 13, 17, 19의 7개이다.

따라서 구하는 자연수의 개수는

5×1, 5×5, 5×7, 5×11, 5×13, 5×17, 5×19

의 7개이다.

11 답 32, 40, 50

$2^5=32$, $2^6=64$이고 $5^2=25$, $5^3=125$이므로

2^5과 5^2의 약수의 곱 중 30보다 크고 60보다 작은 자연수를 모두 고르면 32, 40, 50이다.

×	1	2	2^2	2^3	2^4	2^5
1	1	2	4	8	16	32
5	5	10	20	40	80	160
5^2	25	50	100	200	400	800

12 답 ④

(홀수)×(홀수)=(홀수), (홀수)×(짝수)=(짝수),

(짝수)×(홀수)=(짝수), (짝수)×(짝수)=(짝수)

이므로 A의 약수 중 홀수는 2를 소인수로 갖지 않아야 한다.

즉, 3과 7만을 소인수로 갖는 약수이므로 $3^4\times7^2$의 약수와 같다.

따라서 A의 약수 중 홀수의 개수는

$(4+1)\times(2+1)=15$(개)

13 답 2, 4, 8, 16, 32, 64

2^n에 n 대신 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …을 차례로 대입하면

2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6, 2^7, …

즉, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, … ⓐ

이 중 100 이하인 수는 2, 4, 8, 16, 32, 64이다. ⓑ

| 채점기준 |

ⓐ 2^n에 n 대신 자연수 1, 2, 3, …을 대입한다. [50%]

ⓑ 100 이하의 2^n 꼴의 수를 구한다. [50%]

14 답 25

$2^2\times3\times a^n$의 약수의 개수는

$(2+1)\times(1+1)\times(n+1)=18$(개)이므로

$n+1=3$ $\therefore n=2$

즉, a^n은 a^2(a는 소수) 꼴의 수이다. ⓐ

(i) $a=2$이면

$2^2\times2^2\times3=2^4\times3$이고 약수의 개수는 10개이므로 성립하지 않는다.

(ii) $a=3$이면

$2^2\times3^2\times3=2^2\times3^3$이고 약수의 개수는 12개이므로 성립하지 않는다. ⓑ

따라서 가장 작은 자연수는 $a=5$일 때, $5^2=25$이다. ⓒ

| 채점기준 |

ⓐ a^n의 꼴을 구한다. [40%]

ⓑ a의 값을 나누어 약수의 개수가 성립하는지 찾아 본다. [30%]

ⓒ a^n의 최솟값을 구한다. [30%]

15 답 ②

(홀수)=(짝수)+(홀수)이므로 31, 33, 35와 같이 홀수를 두 수의 합으로 나타내려면 한 수는 반드시 짝수이어야 한다. 그런데 짝수인 소수는 2밖에 없으므로 2와 다른 소수의 합으로 나타낼 수 있어야 한다.

31=2+29(소수), 33=2+31(소수)은 두 소수의 합으로 나타낼 수 있지만 35=2+33에서 33은 소수가 아니므로 35는 두 소수의 합으로 나타낼 수 없다.

한편 (짝수)=(홀수)+(홀수)에서 32=3+29, 34=3+31과 같이 두 소수의 합으로 나타낼 수 있다.

따라서 두 소수의 합으로 나타낼 수 없는 수의 개수는 35의 1개이다.

16 답 229

$130=2\times5\times13$, $663=3\times13\times17$, $211=211$, $2560=2^9\times5$이므로

$\ll130\gg=13$, $<663>=3$, $\ll211\gg=211$, $<2560>=2$

$\therefore \ll130\gg+<663>+\ll211\gg+<2560>$

$=13+3+211+2$

$=229$

02 최대공약수와 최소공배수

문제편 13P

01 답 ①

공약수는 최대공약수의 약수이다.

$2\times3\times5$와 $2^2\times3\times5^2\times7$의 최대공약수는 $2\times3\times5$이므로 $2\times3\times5$의 약수는 ①이다.

02 답 ④

$18=2\times3^2$이므로 18과 서로소인 수는 2의 배수도 3의 배수도 아닌 수이어야 한다.

100 이하의 자연수 중

2의 배수 : 50개, 3의 배수 : 33개,

2와 3의 공배수, 즉 6의 배수 : 16개

따라서 2의 배수 또는 3의 배수의 개수는 50+33−16=67이므로 18과 서로소인 자연수의 개수는 100−67=33(개)이다.

03 답 ④

$100=2^2\times5^2$이므로 100의 약수 중 5와 서로소인 약수는 소인수 5를 인수로 가지지 않는 약수이다. 소인수 5를 제외하고 소인수 2의 곱으로만 이루어진 약수의 개수는 1, 2, 4의 3개이다.

04 답 ②

12의 배수이면서 16의 배수인 수는 $12=2^2\times3$과 $16=2^4$의 최소공배수인 $2^4\times3=48$의 배수이므로 200 이하의 수 중 48의 배수는 48×1, 48×2, 48×3, 48×4의 4개이다.

05 답 14개

열린 것을 ○, 닫힌 것을 ×라 하고 표를 만들어 보자.

사물함	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
주영	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
태훈		×		×		×		×		×		×		×		×		×		×		×		×	
상연			×			○			×			○			×			○			×			○	
가현				○				○				×				○				○				×	
다민					×					○					○					×					×
결과	○	×	×	○	×	○	○	○	×	○	○	×	○	×	○	○	○	○	○	×	×	×	○	×	×

따라서 사물함은 14개가 열려 있다.

[다른 풀이]

각각 1, 2, 3, 4, 5의 배수인지 판별하여 배수가 만족시키는 수가 홀수 개이면 문이 열려 있다.

주어진 수 25 이하의 자연수에서 1, 2, 3, 4, 5의 배수 중

1만을 배수로 하는 수 : 1, 7, 11, 13, 17, 19, 23

1, 2, 3의 공배수 중 4와 5의 배수가 아닌 수 : 6, 18

1, 2, 4의 공배수 중 3과 5의 배수가 아닌 수 : 4, 8, 16

1, 2, 5의 공배수 중 3과 4의 배수가 아닌 수 : 10

1, 3, 5의 공배수 중 3과 4의 배수가 아닌 수 : 15

로 14개이다.

06 답 최대공약수 : 2, 최소공배수 : $2^3\times3\times5^2\times7$

$2^3\times3$

$2^2\times3\times5$

$2\quad\times5^2\times7$

최대공약수 : 2

최소공배수 : $2^3\times3\times5^2\times7$

07 답 $\frac{105}{2}$

구하는 분수를 $\frac{b}{a}$라 하자. $\frac{b}{a}$가 가장 작은 수가 되려면 a는 분자 6, 10의 최대공약수, b는 분모 35, 21의 최소공배수이어야 하므로

$a=2$, $b=105$

$\therefore \frac{b}{a}=\frac{105}{2}$

08 답 9

세 자연수의 최대공약수를 G라 하면

세 자연수는 $2\times G$, $3\times G$, $4\times G$이다.

$$\begin{array}{r|lll} G) & 2\times G & 3\times G & 4\times G \\ \hline 2) & 2 & 3 & 4 \\ \hline & 1 & 3 & 2 \end{array}$$

따라서 세 수의 최소공배수는 $G\times2\times1\times3\times2=12\times G$이므로

$12\times G=108$ $\therefore G=9$

09 답 39

최대공약수가 13이므로

$26=2\times13$, $52=2^2\times13$, $x=a\times13$이라 하자.

(최소공배수)$=2^2\times13\times a$이므로

$156=2^2\times13\times a$ $\therefore a=3$

$\therefore x=13\times3=39$

10 답 ③

공약수는 최대공약수의 약수이므로

a, b의 공약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12

b, c의 공약수는 1, 3, 5, 15

따라서 a, b, c의 공약수는 1, 3이므로 최대공약수는 3이다.

11 답 9명

54, 72, 99의 최대공약수를 구하면 된다.

$54=2\times3^3$,

$72=2^3\times3^2$,

$99=3^2\times11$

$\therefore$ (최대공약수)$=3^2=9$

따라서 최대 9명의 학생에게 나누어 줄 수 있다.

12 답 27명

모임에 참석한 사람을 x명이라 하자.

x를 4, 6, 8로 나눌 때 나머지가 모두 3이므로 $x-3$은 4, 6, 8로 나누어떨어진다.

즉, $x-3$은 4, 6, 8의 최소공배수이므로

$$\begin{array}{r|lll} 2) & 4 & 6 & 8 \\ 2) & 2 & 3 & 4 \\ \hline & 1 & 3 & 2 \end{array}$$

(최소공배수)$=2\times2\times1\times3\times2=24$

$x-3=24$ $\therefore x=27$(명)

따라서 모임에 참석한 사람은 최소 27명이다.

13 답 24 cm

가장 큰 타일의 한 변의 길이는 120과 96의 최대공약수이므로

$$\begin{array}{r|lll} 2) & 120 & 96 \\ 2) & 60 & 48 \\ 2) & 30 & 24 \\ 3) & 15 & 12 \\ \hline & 5 & 4 \end{array}$$

(최대공약수)$=2^3\times3=24$

따라서 타일의 한 변의 길이를 24 cm로 하면 된다.

14 답 ③

가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일의 한 변의 길이는 224와 128의 최대공약수이다.

$224=2^5\times7$, $128=2^7$에서 두 수 224와 128의 최대공약수는 $2^5=32$이다.

따라서 한 변의 길이가 32 cm인 정사각형 모양의 타일은 $7\times4=28$(개)가 필요하다.

15 답 (1) 90 cm (2) 900개

나무토막을 같은 방향으로 쌓으므로, 이때 만들어지는 정육면체의 한 변의 길이는 9, 15, 6의 공배수이다. 그런데 가능한 한 작은 정육면체이어야 하므로 만들어지는 정육면체의 한 변의 길이는 9, 15, 6의 최소공배수가 된다.

(1) 9, 15, 6의 최소공배수는 90이므로 만들어지는 정육면체의 한 변의 길이는 90 cm이다.

(2) $90\div9=10$, $90\div15=6$, $90\div6=15$이므로 나무토막을 가로로 10개, 세로로 6개, 위로 15개씩 쌓아야 한다.

따라서 필요한 나무토막은 $10\times6\times15=900$(개)이다.

16 답 ④

세 모서리를 잘라서 만든 정육면체의 한 모서리의 길이 a는 세 모서리의 길이의 공약수이어야 한다.

$42=2\times3\times7$, $105=3\times5\times7$, $147=3\times7^2$

이므로 세 수 42, 105, 147의 최대공약수는 3×7이다.

따라서 공약수는 최대공약수의 약수이므로 약수의 개수는 $(1+1)\times(1+1)=4$(개)이다.

17 답 90초 후

형은 30초마다 출발선을 지나가고, 동생은 45초마다 출발선을 지나가므로 30과 45의 최소공배수를 구한다.

$30=2\times3\times5$, $45=3^2\times5$

$\therefore$ (최소공배수)$=2\times3^2\times5=90$

따라서 90초 후에 출발선에서 처음으로 다시 만난다.

18 답 ③

B가 다른 두 톱니바퀴와 맞물려 있으므로 B의 회전수를 기준으로 조사하자.

A가 3회전할 동안 B는 8회전하고, C가 2회전할 동안 B는 5회전한다. 이때 8과 5의 최소공배수는 40이므로 B가 40회전할 동안 A는 15회전, C는 16회전한다.

따라서 A가 15회전할 동안 C는 16회전하므로

A가 45$(=15\times3)$회전할 동안 C는 48$(=16\times3)$회전한다.

19 답 ③

최대공약수가 6이므로 $A=6\times a$, $B=6\times b$(a, b는 서로소)라 하자.

최소공배수가 60이므로 $6\times a\times b=60$

$A\times B=6\times a\times6\times b=6\times(6\times a\times b)=6\times60=360$

[다른 풀이]

$A\times B=L\times G$에서

$A\times B=60\times6=360$

20 답 ⑤

최대공약수가 6이므로 $N=6\times a$라 하자.

최소공배수가 540이므로

$a=3\times3=9$

$\therefore N=6\times9=54$

$N=2\quad\times3\times a$

$60=2\times2\times3\quad\times5$

$540=2\times2\times3\times3\times3\times5$

[다른 풀이]

$A\times B=L\times G$에서

$N\times60=540\times6\quad\therefore N=54$

21 답 (1) 72 (2) 6

어떤 수로 146을 나누어서 2가 남는다는 것은 $146-2=144$를 어떤 수로 나누면 나누어떨어진다는 것을 의미한다.

마찬가지로 $220-4=216$도 어떤 수로 나누어떨어진다.

즉, 어떤 수는 144와 216의 공약수이다. ⓐ

(1) 이러한 수 중 가장 큰 수는 최대공약수이다.

$144=2^4\times3^2$, $216=2^3\times3^3$이므로

(최대공약수)$=2^3\times3^2=72$ ⓑ

(2) 가장 작은 수는 144와 216의 공약수, 즉 72의 약수들 중 4보다 큰 수이다. 왜냐하면 나누는 수는 나머지보다 커야 하기 때문이다. 72의 약수 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72에서 4보다 큰 약수 중 가장 작은 수는 6이다. ⓒ

| 채점기준 |

ⓐ 어떤 수는 144와 216의 공약수임을 안다. [40%]

ⓑ 144와 216의 최대공약수를 찾아 (1)을 구한다. [30%]

ⓒ 최대공약수 중 조건에 맞는 가장 작은 수를 찾아 (2)를 구한다. [30%]

22 답 96

조건 (가)에 의하여 n은 12의 배수이고, 조건 (나)에 의하여 n은 8의 배수이므로 n은 12와 8의 최소공배수인 24의 배수이다. ⓐ

조건 (다)에서 $50<n<100$이므로 $n=72$ 또는 $n=96$

그런데 $n=72$이면 36과의 최대공약수가 36이므로 조건에 맞지 않는다.

$\therefore n=96$ ⓑ

| 채점기준 |

ⓐ n이 12와 8의 최소공배수인 24의 배수임을 안다. [50%]

ⓑ $50<n<100$인 자연수 n 중 조건 (가), (나)를 만족시키는 n의 값을 구한다. [50%]

23 답 ②

a와 18의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이고, 공약수가 3개이므로 a와 18의 최대공약수는 소수의 제곱수이다.

$18=2\times3^2$에서 두 수의 최대공약수는 9이다.

따라서 a는 9의 배수이면서 2의 배수가 아닌 수이므로 a의 개수는 9, 27, 45, 63, 81, 99의 6개이다.

24 답 42, 28

두 수를 A, B($A>B$)라 하면 최대공약수가 14이므로

$A=a\times14$, $B=b\times14$ (a, b는 서로소이고, $a>b$)라 할 수 있다.

(최소공배수)$=a\times b\times14$이므로

$84=a\times b\times14$ $\therefore a\times b=6$

$6=6\times1=3\times2$에서 $a=6$, $b=1$ 또는 $a=3$, $b=2$

(i) $a=6$, $b=1$이면 $A+B=84+14=98$이 되어 합이 80보다 크다.

(ii) $a=3$, $b=2$이면 $A+B=42+28=70$이 되어 합이 80보다 작으므로 성립한다.

따라서 구하는 두 수는 42, 28이다.

대단원 만점 문제

Ⅰ. 수와 연산

문제편 20P

01 답 0

$1^{20}=1$이므로 $a=1$

$3^1=3$, $3^2=9$, $3^3=27$, $3^4=81$, … 이므로 3의 거듭제곱의 일의 자리 숫자는 3, 9, 7, 1이 반복된다.

$30=4\times7+2$에서 3^{30}의 일의 자리 숫자는 9이므로

$b=9$

$5^1=5$, $5^2=25$, … 이므로 5^{40}의 일의 자리 숫자는 5이다. 즉, $c=5$

$\therefore b-(4a+c)=9-(4+5)=0$

02 답 ②

$180=2^2\times3^2\times5$에서 180의 소인수의 개수는 2, 3, 5의 3개이므로

$a=3$

180의 약수의 개수는 $(2+1)\times(2+1)\times(1+1)=18$(개)이므로

$b=18$

$\therefore a+b=21$

03 답 4

$a:b=5:7$이므로 $a=5\times x$, $b=7\times x$라 하자.

최소공배수가 140이므로

$5\times7\times x=140$ $\therefore x=4$

이때 5와 7은 서로소이므로 a와 b의 최대공약수는 x이다.

따라서 최대공약수는 4이다.

04 답 ②

$79-7=72$를 어떤 수로 나누면 나누어떨어지고, 120을 어떤 수로 나누면 나누어떨어지므로 어떤 수는 72와 120의 공약수이다.

$72=2^3\times3^2$, $120=2^3\times3\times5$이므로 최대공약수는 $2^3\times3=24$

어떤 수는 24의 약수이다.

한편 79를 어떤 수로 나눈 나머지가 7이므로 어떤 수는 7보다 큰 수이다.

따라서 24의 약수 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 중 어떤 수가 될 수 있는 수의 개수는 8, 12, 24의 3개이다.

05 답 90명

n명의 학생에게 똑같은 개수로 나누어 준다고 하면

$360=n\times a$, $450=n\times b$

즉, n은 360과 450의 공약수이다.

이때 n이 최대가 되어야 하므로

n은 360과 450의 최대공약수이다.

$\therefore n=10\times9=90$(명)

```
10 ) 360  450
 9 )  36   45
       4    5
```

06 답 ②

$24=2^3\times3$, $30=2\times3\times5$이므로 두 수의 최소공배수는

$2^3\times3\times5=120$이다.

따라서 $120\div24=5$에서 A가 5바퀴 회전한 후 처음으로 다시 같은 톱니에서 맞물리게 된다.

07 답 16

73, 89, 105를 x로 각각 나눌 때, 나머지가 모두 9이므로

$73-9$, $89-9$, $105-9$, 즉 64, 80, 96은 x로 나누어떨어진다.

즉, x는 64, 80, 96의 공약수이다.

64, 80, 96의 최대공약수는 $2\times2\times2\times2=16$

이고 16의 약수는 1, 2, 4, 8, 16이다.

한편 나머지가 9이므로 나누는 수는 9보다 큰 수가 되어야 한다.

따라서 어떤 수 x는 16이다.

```
2 ) 64  80  96
2 ) 32  40  48
2 ) 16  20  24
2 )  8  10  12
       4   5   6
```

08 답 5명

4, 5, 6의 최소공배수는 60이고 항상 3명이 남는 경우는 63, 123, 183, 243, 303, …이므로 1학년 전체 학생 수는 243명이다.

243명을 한 의자에 7명씩 앉히면 $243\div7=34$ … 5

따라서 맨 끝 의자에는 5명이 앉게 된다.

Ⅱ 정수와 유리수

03 정수와 유리수

문제편 24P

01 답 11℃

강릉을 기준으로 인천은 2℃ 낮으므로 강릉의 기온은 9℃이고
광주는 강릉보다 2℃ 높으므로 11℃이다.

02 답 (1) 가장 높은 학생 : A, 가장 낮은 학생 : B, 점수의 차 : 14점 (2) 83점

(1) 기준 점수보다 높을수록 점수가 높고, 낮을수록 점수가 낮다. 즉, $+6$, -8, $+3$, -5, $+4$ 중 가장 큰 수와 작은 수를 구하면 된다. 따라서 수학 점수가 가장 높은 학생은 기준 점수보다 6점 높은 A이고, 수학 점수가 가장 낮은 학생은 기준 점수보다 8점 낮은 B이므로 두 학생 A, B의 점수의 차는 14점이다.

(2) D는 기준 점수보다 5점 낮으므로 D가 78점이면 기준 점수는 $78+5=83$(점)

03 답 6

음수가 아닌 수는 양수와 0이므로

그 개수는 $\frac{9}{4}$, $\frac{-2.5}{-5}=0.5$, 0, $+4.3$, $+1$의 5개이다.

$\therefore a=5$

음수이지만 정수가 아닌 유리수는 $-1\frac{3}{7}$뿐이므로 그 개수는 1개이다.

$\therefore b=1$

$\therefore a+b=6$

04 답 ④

① 주어진 수는 모두 유리수이므로 7개가 옳다.

② 정수가 아닌 유리수는 $-3\frac{3}{4}$, $+\frac{2.6}{2}(=1.3)$, 0.4로 3개가 옳다.

③ 0보다 작은 정수는 -1, $\frac{-9}{3}(=-3)$로 2개가 옳다.

④ 양수가 아닌 유리수는 $-3\frac{3}{4}$, 0, -1, $\frac{-9}{3}(=-3)$로 4개이다.

⑤ 정수가 아닌 양수는 $+\frac{2.6}{2}(=1.3)$, 0.4로 2개가 옳다.

05 답 가장 큰 수 : 4, 가장 작은 수 : $-\frac{7}{5}$

$-\frac{9}{3}=-3$이므로 $-\frac{9}{3}$는 정수이다.

이때 정수가 아닌 유리수는 $-\frac{7}{5}$, $\frac{8}{3}$, $+\frac{11}{4}$, $\frac{2}{7}$이고

자연수는 $+1$, 4이다.

따라서 정수가 아닌 유리수와 자연수는

$+1$, $-\frac{7}{5}$, $\frac{8}{3}$, 4, $+\frac{11}{4}$, $\frac{2}{7}$

이므로 이 중 가장 큰 수는 4, 가장 작은 수는 $-\frac{7}{5}$이다.

06 답 ②, ③

① 유리수에는 양의 유리수도 음의 유리수도 아닌 0도 있다.

④ 원주율 π는 3.14159…이므로 $\frac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$ 꼴로 나타낼 수 없다. 따라서 $\frac{\pi}{2}$와 같은 경우 분모 2, 분자 π로 분수 꼴이지만 $\frac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$ 꼴로 나타낼 수 없으므로 유리수는 아니다.

⑤ 0은 양수도 음수도 아니다. 또한 가장 작은 양수는 구할 수 없다.

07 답 ⑤

① 정수 0의 절댓값은 0으로 자연수가 아니다.

② $a<0$일 때, $-a>0$이므로 $|-a|=-a$

③ 양수끼리는 절댓값이 큰 수가 더 크지만 음수끼리는 절댓값이 작은 수가 더 크다.

④ 양수 2의 절댓값은 음수 -3의 절댓값보다 작다.

08 답 8개

$\left|\frac{a}{4}\right|<3$이므로 $\frac{a}{4}$는 원점으로부터의 거리가 3 미만인 점이 나타내는 수이다.

$-3<\frac{a}{4}<3$에서 $-12<a<12$이고 a는 정수이므로

$a=-11$, -10, -9, …, 9, 10, 11

또, $\left|\frac{a}{3}\right|>2$이므로 $\frac{a}{3}$는 원점으로부터의 거리가 2 초과인 점이 나타내는 점이다.

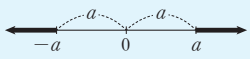
$\left|\frac{a}{3}\right|>2$에서 $\frac{a}{3}>2$ 또는 $\frac{a}{3}<-2$

따라서 정수가 아닌 유리수 $\frac{a}{3}$의 개수는 $-\frac{11}{3}$, $-\frac{10}{3}$, $-\frac{8}{3}$, $-\frac{7}{3}$, $\frac{7}{3}$, $\frac{8}{3}$, $\frac{10}{3}$, $\frac{11}{3}$의 8개이다.

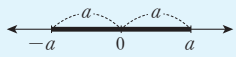
만점 Up

* 절댓값의 범위

$a\geq 0$이고 $|x|>a$일 때, $x<-a$ 또는 $x>a$



$a\geq 0$이고 $|x|<a$일 때, $-a<x<a$



09 답 0

a가 음수이므로 $|a|=-a$

$-a$는 양수이므로 $|-a|=-a$

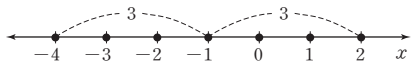
$\therefore -|a|+|-a|=-(-a)+(-a)=a-a=0$

[다른 풀이]

$-|a|+|-a|=-|a|+|a|=0$

10 답 3

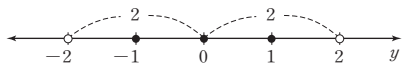
x는 -1로부터의 거리가 3 이하인 점들이 나타내는 수 중 정수이고, 이것을 수직선에 나타내 보면 다음과 같다.



$\therefore x=-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2$

$|y|$는 수직선에서 원점으로부터 y가 나타내는 점까지의 거리이므로 항상 $|y|\geq 0$이다.

즉, y는 원점으로부터의 거리가 2 미만인 점들이 나타내는 수 중 정수이고, 이를 수직선에 나타내 보면 다음과 같다.



$\therefore y=-1, 0, 1$

따라서 $x+y$의 최댓값은 $2+1=3$

11 답 6개

$a<b$이므로 다음과 같이 세 경우로 나누어 생각할 수 있다.

(i) $0\leq a<b$일 때, $|a|+|b|=a+b=3$

$\therefore (a, b)=(0, 3), (1, 2)$

(ii) $a<0\leq b$일 때, $|a|+|b|=-a+b=3$

$\therefore (a, b)=(-1, 2), (-2, 1), (-3, 0)$

(iii) $a<b<0$일 때, $|a|+|b|=-a-b=3$

$\therefore (a, b)=(-2, -1)$

따라서 (a, b)는 모두 6개이다.

[다른 풀이]

$|a|+|b|=3$을 만족시키는 $|a|$, $|b|$의 값은

$|a|=0$, $|b|=3$ 또는 $|a|=1$, $|b|=2$ 또는 $|a|=2$, $|b|=1$

또는 $|a|=3$, $|b|=0$이다.

각각의 경우에 $a<b$를 만족시키는 (a, b)는 다음과 같다.

(i) $|a|=0$, $|b|=3$일 때, $(a, b)=(0, 3)$

(ii) $|a|=1$, $|b|=2$일 때,

$(a, b)=(1, 2), (-1, 2)$

(iii) $|a|=2$, $|b|=1$일 때,

$(a, b)=(-2, 1), (-2, -1)$

(iv) $|a|=3$, $|b|=0$일 때, $(a, b)=(-3, 0)$

따라서 (a, b)는 모두 6개이다.

12 답 0

두 점 A, B 사이의 거리가 가장 멀리 떨어져 있으려면

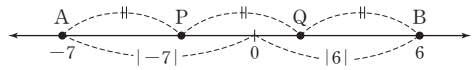
A는 6에서 4만큼 떨어진 10과 2 중 10이고,

B는 -3에서 7만큼 떨어진 -10과 4 중 -10이어야 한다.

따라서 두 점의 한 가운데에 있는 점이 나타내는 수는 10과 -10의 가운데인 0이다.

13 답 $\frac{5}{3}$

점 A가 나타내는 수의 절댓값이 점 B가 나타내는 수의 절댓값보다 크기 때문에 점 Q가 원점에 더 가깝다.



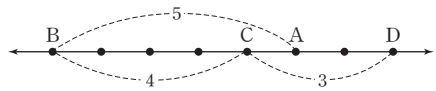
따라서 두 점 A, B 사이의 거리가 13이므로

점 Q가 나타내는 수는 $6-\frac{\overline{AB}}{3}=6-\frac{13}{3}=\frac{5}{3}$

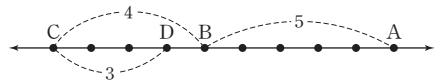
14 답 ④

네 점 A, B, C, D를 수직선 위에 나타내 보자.

조건 (나), (다), (라)에서



또는



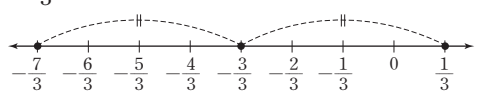
그런데 조건 (가)에 의하여 점 D는 두 점 B, C 사이에 있어야 한다.

따라서 두 점 A, D 사이의 거리는 6이다.

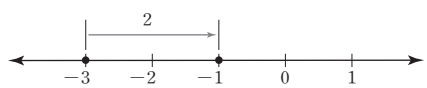
15 답 ④

① 절댓값이 가장 작은 음의 정수는 -1이다.

② 수직선에서 $-\frac{7}{3}$과 $\frac{1}{3}$로부터 거리가 같은 점이 나타내는 수는 $-\frac{3}{3}=-1$이다.



③ 수직선에서 -3이 나타내는 점에서 오른쪽으로 2만큼 이동한 점은 -1이다.



④ 어떤 정수보다 3 큰 수는 양수이므로 어떤 정수는 -3보다 크고, 어떤 정수보다 1 큰 수는 음수이므로 -1보다 작다.

따라서 어떤 정수는 -3보다 크고 -1보다 작은 정수 -2이다.

⑤ 1.41을 반올림한 정수는 1이므로 1과 절댓값이 같고 부호가 다른 정수는 -1이다.

16 답 8

$\langle 4.8\rangle=5$, $\left\langle -\frac{1}{3}\right\rangle=0$, $\left\langle \frac{5}{4}\right\rangle=1$, $\langle -3.6\rangle=-4$이므로

$$\langle 4.8\rangle-\left(\left\langle -\frac{1}{3}\right\rangle+\left\langle \frac{5}{4}\right\rangle\right)+|\langle -3.6\rangle|=5-(0+1)+|-4|$$
$$=5-1+4=8$$

17 답 $\frac{5}{12}$

양수는 1.2, $\frac{2}{5}$, $\frac{7}{4}$이고, $\left|\frac{2}{5}\right|<|1.2|<\left|\frac{7}{4}\right|$

이 중 절댓값이 가장 큰 $\frac{7}{4}$이 주어진 수 중 가장 크므로 $a=\frac{7}{4}$

음수는 $-1\frac{2}{7}$, $-\frac{13}{6}$, -2이고 $\left|-1\frac{2}{7}\right|<|-2|<\left|-\frac{13}{6}\right|$

이 중 절댓값이 가장 큰 $-\frac{13}{6}$이 주어진 수 중 가장 작으므로

$b=-\frac{13}{6}$ $\quad\therefore |b|-|a|=\frac{13}{6}-\frac{7}{4}=\frac{5}{12}$

18 답 ②

절댓값이 같은 서로 다른 두 수 a, b가 $a<b$이므로 $a<0$, $b>0$이다.

항상 양수인 것은 $b-a$, $|ab|$, b이고, $a+b=0$,

항상 음수인 것은 $a-b$이다.

따라서 가장 작은 수는 $a-b$이다.

19 답 ⑤

조건 (가)에서 $c>0$

조건 (나)에서 $b<c$이고 $|b|>|c|$이다.

그런데 $b>0$이면 $0<b<c$이므로 $|b|>|c|$를 만족시킬 수 없다.

$\therefore b<0<c$, $|b|>|c|$

조건 (다)에서 d가 가장 작은 정수이므로 $d<b<0<c$

또, b와 d는 모두 음의 정수이므로 $|d|>|b|$

조건 (라)에서 $|a|=|d|$이고 부호가 다른 정수이므로 $a>0$

또, $|a|=|d|>|b|>|c|$이므로 $a>c$

$\therefore d<b<0<c<a$

20 답 ①, ⑤

① 가장 큰 수는 양수 중 절댓값이 가장 큰 수인 2.7이다.

② 음수 중 가장 큰 수는 절댓값이 가장 작은 $-\frac{4}{3}$이다.

③ 음수인 -3, $\frac{-4}{2}$, -1.6, $-\frac{4}{3}$와 0은 양수인 1보다 작다.

절댓값이 1보다 작은 0과 1 사이의 수 0.05, $\frac{3}{7}$도 1보다 작다.

따라서 1보다 작은 수는 7개이다.

④ 정수가 아닌 유리수는 2.7, 0.05, $-\frac{4}{3}$, $\frac{3}{7}$, -1.6이고 이 중 절댓값이 가장 큰 수는 2.7이다.

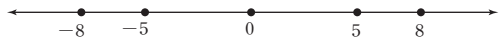
⑤ 절댓값이 가장 큰 수는 -3이고 절댓값이 가장 작은 수는 0이므로 두 수의 합은 -3이다.

21 답 10

$|a|=5$에서 $a=5$ 또는 $a=-5$

$|b|=8$에서 $b=8$ 또는 $b=-8$ ····· ⓐ

네 수를 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



두 점 사이의 거리가 가장 멀 때는 두 수의 부호가 다를 때이므로

$M=8+5=13$

두 점 사이의 거리가 가장 가까울 때는 두 수의 부호가 같을 때이므로

$m=8-5=3$ ····· ⓑ

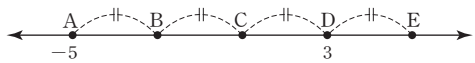
$\therefore M-m=13-3=10$ ····· ⓒ

| 채점기준 |

ⓐ a와 b의 값을 각각 구한다. [20%]
ⓑ M과 m의 값을 각각 구한다. [60%]
ⓒ $M-m$의 값을 구한다. [20%]

22 답 $\frac{17}{9}$

다섯 개의 점 A, B, C, C, E를 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



두 점 A, D 사이의 거리는 $5+3=8$이므로 각 점 사이의 간격은 $\frac{8}{3}$

이다. ····· ⓐ

점 C가 나타내는 수는 $3-\frac{8}{3}=\frac{1}{3}$ ····· ⓑ

점 E가 나타내는 수는 $3+\frac{8}{3}=\frac{17}{3}$ ····· ⓒ

따라서 두 점 C, E가 나타내는 두 수의 곱은 $\frac{1}{3}\times\frac{17}{3}=\frac{17}{9}$이다.

····· ⓓ

| 채점기준 |

ⓐ 점들이 놓인 간격을 구한다. [30%]
ⓑ 점 C가 나타내는 수를 구한다. [30%]
ⓒ 점 E가 나타내는 수를 구한다. [30%]
ⓓ 구하는 두 수의 곱을 구한다. [10%]

23 답 820 m

삼성혈의 고도를 0이라 하고 삼성혈보다 높은 지점은 양의 부호로, 낮은 지점은 음의 부호로 고도를 나타내 보자.

경마공원 : 삼성혈 → 경마공원 $+500$

성판악 : 경마공원 → 성판악 $(+500)-(-250)=750$

서귀포 : 서귀포 → 경마공원 $(+500)+(-570)=-70$

산굼부리 : 서귀포 → 산굼부리 $(-70)-(-430)=360$

즉, 가장 낮은 지점은 서귀포이고, 가장 높은 지점은 성판악이다.

따라서 고도의 차는 $750-(-70)=820(\text{m})$이다.

24 답 ④

$2>-3$이므로 오른쪽으로 이동

$1.2<+\frac{5}{4}$이므로 왼쪽으로 이동

$[2.7]=2>\frac{5}{4}$이므로 오른쪽으로 이동

$\left|-\frac{4}{3}\right|=\frac{4}{3}>\left[\frac{4}{3}\right]=1$이므로 오른쪽으로 이동

따라서 최종 도착 지점은 D이다.

04 유리수의 계산

문제편 31P

01 답 16

$$\begin{aligned}A&=(-58)-(-27)-(+12)-(-33)\\&=(-58)+(+27)+(-12)+(+33)\\&=(+27)+(+33)+(-58)+(-12)\\&=(+60)+(-70)=-10\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B&=\frac{11}{3}+\left(-\frac{3}{4}\right)-\left(-\frac{19}{6}\right)-\frac{1}{12}\\&=\frac{11}{3}+\left(-\frac{3}{4}\right)+\left(+\frac{19}{6}\right)+\left(-\frac{1}{12}\right)\\&=\left\{\left(+\frac{11}{3}\right)+\left(+\frac{19}{6}\right)\right\}+\left\{\left(-\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{1}{12}\right)\right\}\\&=\frac{22+19}{6}+\frac{-9-1}{12}=\frac{41-5}{6}=6\end{aligned}$$

$\therefore |A|+|B|=|-10|+|6|=16$

02 답 $\frac{7}{2}$

$$\begin{aligned}A&=\frac{5}{9}+(-2)-\left(+\frac{2}{9}\right)-\left(-\frac{4}{3}\right)\\&=\frac{5}{9}+(-2)+\left(-\frac{2}{9}\right)+\left(+\frac{4}{3}\right)\\&=\frac{5}{9}+\left(-\frac{2}{9}\right)+\left(+\frac{4}{3}\right)+(-2)\\&=\frac{1}{3}+\left(-\frac{2}{3}\right)=-\frac{1}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B&=-4.36+(-0.28)-(-3.36)-0.72\\&=-4.36+(-0.28)+(+3.36)+(-0.72)\\&=-4.36+(+3.36)+(-0.28)+(-0.72)\\&=-(4.36-3.36)-(0.28+0.72)\\&=-1-1=-2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}C&=-2.25+\left(-\frac{3}{2}\right)-(-3.5)+\frac{7}{4}\\&=-2.25+\left(-\frac{3}{2}\right)+(+3.5)+\frac{7}{4}\\&=-\frac{9}{4}+\left(-\frac{3}{2}\right)+\frac{7}{2}+\frac{7}{4}\\&=\left\{\left(-\frac{9}{4}\right)+\frac{7}{4}\right\}+\left\{\left(-\frac{3}{2}\right)+\frac{7}{2}\right\}\\&=-\frac{1}{2}+2=\frac{3}{2}\end{aligned}$$

따라서 세 수 A, B, C 중 가장 큰 수는 C이고 가장 작은 수는 B이므로 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차는

$C-B=\frac{3}{2}-(-2)=\frac{3}{2}+2=\frac{7}{2}$

03 답 (가) 교환 (나) 결합 (다) $-\frac{1}{3}$ (라) -2

(가) 두 수 $-\frac{7}{15}$과 $-\frac{5}{3}$의 자리를 바꾸어 더해도 그 결과는 같으므로 덧셈의 교환법칙을 이용하였다.

(나) 뒤에 있는 $-\frac{7}{15}$과 $\frac{2}{15}$를 먼저 더해도 그 결과는 같으므로 덧셈의 결합법칙을 이용하였다.

(다) $-\frac{7}{15}+\frac{2}{15}=\frac{-7+2}{15}=-\frac{1}{3}$

(라) $\left(-\frac{5}{3}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{-5-1}{3}=-2$

04 답 $-\frac{7}{12}$

$a=\frac{10}{3}+(-3)=\frac{10}{3}-3=\frac{1}{3}$

$b=-\frac{7}{4}-\left(-\frac{3}{2}\right)=-\frac{7}{4}+\frac{3}{2}=-\frac{1}{4}$

$\therefore b-a=-\frac{1}{4}-\frac{1}{3}=-\frac{7}{12}$

05 답 (1) 7 (2) -3 (3) -32

(1) $\frac{2}{a}$의 역수는 $\frac{a}{2}$이므로 $\frac{a}{2}=-3$ $\therefore a=-6$

$-\frac{6}{7}$의 역수는 $-\frac{7}{6}$이므로 $b=-\frac{7}{6}$

$\therefore a\times b=(-6)\times\left(-\frac{7}{6}\right)=7$

(2) $-\frac{a}{3}\times b=1$이므로 $a\times b=-3$

(3) $\frac{1}{a}$은 a의 역수이고 a의 역수는 -12이므로 $\frac{1}{a}=-12$

$\frac{1}{b}$은 b의 역수이고 b의 역수는 $\frac{8}{3}$이므로 $\frac{1}{b}=\frac{8}{3}$

$\therefore \frac{1}{a}\times\frac{1}{b}=-12\times\frac{8}{3}=-32$

06 답 (1) 5 (2) $-\frac{1}{3}$

(1) $(-24)\div(+6)\times(+15)\div(-12)$
$=+(24\div6\times15\div12)=5$

(2) $\frac{7}{12}\times\left(-\frac{1}{4}\right)\div\left(-\frac{7}{6}\right)\div\left(-\frac{3}{8}\right)$
$=-\left(\frac{7}{12}\times\frac{1}{4}\times\frac{6}{7}\times\frac{8}{3}\right)=-\frac{1}{3}$

07 답 $\frac{49}{6}$

계산 결과가 가장 크려면 결과는 양수이어야 하고, 곱하는 수의 절댓값은 크고, 나누는 수의 절댓값은 작아야 한다.

주어진 여섯 개의 유리수를 절댓값의 크기 순서대로 나열하면

$\frac{7}{3}, -\frac{7}{4}, \frac{3}{2}, -\frac{4}{3}, \frac{3}{4}, -\frac{1}{2}$

절댓값이 가장 큰 수부터 $\frac{7}{3}$, $-\frac{7}{4}$을 선택하고 절댓값이 가장 작은 수인 $-\frac{1}{2}$을 선택하여 계산하면

$\frac{7}{3}\div\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{7}{4}\right)=\frac{7}{3}\times(-2)\times\left(-\frac{7}{4}\right)=\frac{49}{6}$

$\left(-\frac{7}{4}\right)\div\left(-\frac{1}{2}\right)\times\frac{7}{3}=\left(-\frac{7}{4}\right)\times(-2)\times\frac{7}{3}=\frac{49}{6}$

따라서 계산 결과가 가장 큰 값은 $\frac{49}{6}$이다.

08 답 ④

① 부호가 다른 두 유리수의 합의 부호는 절댓값이 큰 유리수의 부호와 같으므로 옳지 않다.

② $4-3=1$, $3-4=-1$일 때 $4-3\neq3-4$이므로 옳지 않다.

③ (음수)×(음수)=(양수)이므로 옳지 않다.

④ 역수 관계의 두 수는 곱하면 양수인 1이 된다. 따라서 음수의 역수는 음수, 양수의 역수는 양수이므로 옳다.

⑤ 0은 어떤 수를 곱해도 1이 될 수 없으므로 0의 역수는 없다. 즉, 옳지 않다.

09 답 9

어떤 유리수는 4에서 $-\frac{5}{2}$를 뺀 수이므로

$4-\left(-\frac{5}{2}\right)=\frac{13}{2}$

따라서 바르게 계산한 결과는

$\frac{13}{2}-\left(-\frac{5}{2}\right)=9$

10 답 $-\frac{5}{4}$

한 변에 놓인 네 수를 모두 알기 때문에 한 변에 놓인 수의 합을 구할 수 있다.

$\left(-\frac{4}{3}\right)+\frac{5}{6}+\frac{2}{3}+\left(-\frac{1}{2}\right)$
$=\left(-\frac{4}{3}\right)+\frac{2}{3}+\frac{5}{6}+\left(-\frac{1}{2}\right)$
$=\left(-\frac{2}{3}\right)+\frac{5}{6}+\left(-\frac{1}{2}\right)$
$=\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{5}{6}$
$=\left(-\frac{7}{6}\right)+\frac{5}{6}=-\frac{1}{3}$

다른 한 변에서

$a+(-2)+\frac{8}{3}+\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{3}$

$\therefore a=\left(-\frac{1}{3}\right)-(-2)-\frac{8}{3}-\left(-\frac{1}{2}\right)$
$=\left(-\frac{1}{3}\right)+2+\left(-\frac{8}{3}\right)+\frac{1}{2}$
$=(-3)+2+\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}$

또, $a+\frac{3}{4}+b+\left(-\frac{4}{3}\right)=-\frac{1}{3}$이므로

$\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{3}{4}+b+\left(-\frac{4}{3}\right)=-\frac{1}{3}$

$\therefore b=\left(-\frac{1}{3}\right)-\left(-\frac{4}{3}\right)-\left(-\frac{1}{2}\right)-\frac{3}{4}$
$=\left(-\frac{1}{3}\right)+\frac{4}{3}+\frac{1}{2}+\left(-\frac{3}{4}\right)$
$=\frac{3}{2}+\left(-\frac{3}{4}\right)=\frac{3}{4}$

$\therefore a-b=\left(-\frac{1}{2}\right)-\frac{3}{4}=\left(-\frac{2}{4}\right)+\left(-\frac{3}{4}\right)=-\frac{5}{4}$

11 답 −1000

$(-1)-(-1)^2+(-1)^3-(-1)^4+\cdots-(-1)^{998}+(-1)^{999}-(-1)^{1000}$
$=(-1)-(+1)+(-1)-(+1)+\cdots-(+1)+(-1)-(+1)$
$=\underbrace{(-1)+(-1)+(-1)+(-1)+\cdots+(-1)+(-1)+(-1)}_{1000개}$
$=-1000$

12 답 (가) 곱셈의 교환 (나) 덧셈에 대한 곱셈의 분배 (다) $\frac{1}{28}$ (라) −14

(가) 두 수의 자리를 바꾸어 곱해도 그 결과는 같으므로 곱셈의 교환법칙을 이용하였다.

(나) 두 수에 같은 수 $\frac{1}{28}$을 곱해서 더하는 결과는 두 수를 먼저 더한 후 $\frac{1}{28}$을 곱한 것과 같으므로 덧셈에 대한 곱셈의 분배법칙을 이용하였다.

(다) $\frac{1}{28}$

(라) $\frac{1}{28}\times(-392)=-14$

13 답 $\frac{1}{3}$

$a\times(b+c)=\frac{7}{12}$

$a\times b+a\times c=\frac{7}{12}$

$a\times b=\frac{1}{4}$이므로 $\frac{1}{4}+a\times c=\frac{7}{12}$

$\therefore a\times c=\frac{7}{12}-\frac{1}{4}=\frac{1}{3}$

14 답 (1) $\frac{3}{10}$ (2) $\frac{25}{54}$

(1) $\left(-\frac{3}{2}\right)^3\div\frac{5}{4}-\left\{-\frac{2}{3}-\left(-\frac{2}{3}\right)^2\times\left(-\frac{3}{4}\right)\right\}\div\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{2}\right)^2$

$=\left(-\frac{3}{2}\right)^3\div\frac{5}{4}-\left\{-\frac{2}{3}-\left(-\frac{2}{3}\right)^2\times\left(-\frac{3}{4}\right)\right\}\div\left(-\frac{1}{3}\right)^2$

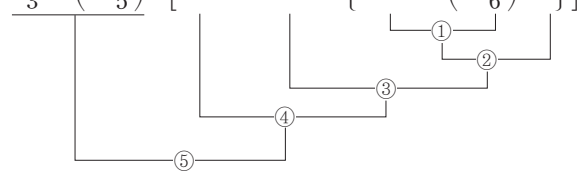
$=-\frac{27}{8}\div\frac{5}{4}-\left\{-\frac{2}{3}-\frac{4}{9}\times\left(-\frac{3}{4}\right)\right\}\div\frac{1}{9}$ (거듭제곱 계산)

$=-\frac{27}{8}\div\frac{5}{4}-\left(-\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\right)\div\frac{1}{9}$ (중괄호 안 곱셈)

$=-\frac{27}{8}\times\frac{4}{5}-\left(-\frac{1}{3}\right)\times9$ (소괄호 안 곱셈)

$=-\frac{27}{10}+3=\frac{3}{10}$ (곱셈 후 덧셈)

(2) $\frac{11}{3}\div\left(-\frac{6}{5}\right)\div\left[(-3^2)+(-4)\div\left\{(-2)^2\times\left(-\frac{7}{6}\right)+3\right\}\right]$



에서

①$=(-2)^2\times\left(-\frac{7}{6}\right)=4\times\left(-\frac{7}{6}\right)=-\frac{14}{3}$

②$=$①$+3=\left(-\frac{14}{3}\right)+3=\left(-\frac{14}{3}\right)+\frac{9}{3}=-\frac{5}{3}$

③$=(-4)\div$②$=(-4)\div\left(-\frac{5}{3}\right)=4\times\frac{3}{5}=\frac{12}{5}$

④$=(-3^2)+$③$=(-9)+\frac{12}{5}=\left(-\frac{45}{5}\right)+\frac{12}{5}=-\frac{33}{5}$

⑤$=\frac{11}{3}\div\left(-\frac{6}{5}\right)\div$④$=\frac{11}{3}\div\left(-\frac{6}{5}\right)\div\left(-\frac{33}{5}\right)$

$=\frac{11}{3}\times\frac{5}{6}\times\frac{5}{33}=\frac{25}{54}$

15 답 ③

괄호와 거듭제곱이 있는 유리수의 혼합계산에서는 거듭제곱을 먼저 계산한 후, 소괄호부터 계산한다. 괄호 안에서는 곱셈, 나눗셈을 덧셈, 뺄셈보다 먼저 계산한다.

따라서 계산 순서는 다음과 같다.

㉠ (거듭제곱) → ㉣ (중괄호 안 곱셈) → ㉢ (중괄호 안 뺄셈) → ㉤ (대괄호 안 나눗셈) → ㉡ (대괄호 안 뺄셈) → ㉥ (덧셈)

실제로 계산 하면

$\left(-\frac{3}{2}\right)^2+\left[\left\{1-\left(-\frac{5}{4}\right)\times\left(+\frac{2}{3}\right)\right\}\div\left(-\frac{11}{3}\right)-\left(-\frac{1}{4}\right)\right]$

$=\left(+\frac{9}{4}\right)+\left[\left\{1-\left(-\frac{5}{4}\right)\times\left(+\frac{2}{3}\right)\right\}\div\left(-\frac{11}{3}\right)-\left(-\frac{1}{4}\right)\right]$

$=\left(+\frac{9}{4}\right)+\left[\left\{1-\left(-\frac{5}{6}\right)\right\}\div\left(-\frac{11}{3}\right)-\left(-\frac{1}{4}\right)\right]$

$=\left(+\frac{9}{4}\right)+\left\{\left(+\frac{11}{6}\right)\div\left(-\frac{11}{3}\right)-\left(-\frac{1}{4}\right)\right\}$

$=\left(+\frac{9}{4}\right)+\left\{\left(+\frac{11}{6}\right)\times\left(-\frac{3}{11}\right)-\left(-\frac{1}{4}\right)\right\}$

$=\left(+\frac{9}{4}\right)+\left\{\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{1}{4}\right)\right\}=\left(+\frac{9}{4}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)=2$

16 답 $\frac{12}{5}$

$-3\blacktriangledown4=\frac{(-3)\times4}{(-3)+4}=\frac{-12}{1}=-12$이므로

$2\blacktriangledown(-3\blacktriangledown4)=2\blacktriangledown(-12)=\frac{2\times(-12)}{2+(-12)}=\frac{-24}{-10}=\frac{12}{5}$

17 답 13

$-3<2$이므로

$(-3)\triangle2=(-3)\times2-2+(-3)=-6-2-3=-11$

$\frac{1}{2}>-1$이므로

$\frac{1}{2}\triangle(-1)=\frac{1}{2}\times(-1)-\frac{1}{2}+(-1)=-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}-1=-2$

$\therefore\ \{(-3)\triangle2\}\triangle\left\{\frac{1}{2}\triangle(-1)\right\}=(-11)\triangle(-2)$

$=(-11)\times(-2)-(-2)+(-11)$

$=22+2-11=13$

18 답 −3

대각선의 세 수의 합이 $4+1+(-2)=3$이므로 각 행과 각 열의 세 수의 합도 3이다.

여기서 1행 3열에 넣을 수를 A라 하자.

(1행의 세 수의 합)$=4-3+A=1+A=3$이므로 $A=2$

(3열의 세 수의 합)$=2+$(나)$+(-2)=$(나)$=3$

(2행의 세 수의 합)$=$(가)$+1+3=$(가)$+4=3$이므로 (가)$=-1$

$\therefore$ (가)$\times$(나)$=-3$

19 답 $\frac{1}{15}$

$\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)\times\cdots\times\left(-\frac{14}{15}\right)$

$=\frac{1}{\cancel{2}}\times\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}\times\frac{\cancel{3}}{\cancel{4}}\times\cdots\times\frac{14}{15}$ ← 음의 부호가 14개로 짝수이므로 +

$=\frac{1}{15}$

20 답 $\frac{7}{8}$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}+\frac{1}{56}$

$=\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{4\times5}+\frac{1}{5\times6}+\frac{1}{6\times7}+\frac{1}{7\times8}$

$=\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)$
$+\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{7}\right)+\left(\frac{1}{7}-\frac{1}{8}\right)$

$=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

21 답 $-\frac{11}{3}$

$a-\left(-\frac{5}{3}\right)=-\frac{7}{5}$이므로 $a=\left(-\frac{7}{5}\right)+\left(-\frac{5}{3}\right)$ ····· ⓐ

따라서 바르게 계산한 값은

$a-\frac{3}{5}=\left(-\frac{7}{5}\right)+\left(-\frac{5}{3}\right)+\left(-\frac{3}{5}\right)$

$=\left\{\left(-\frac{7}{5}\right)+\left(-\frac{3}{5}\right)\right\}+\left(-\frac{5}{3}\right)$

$=(-2)+\left(-\frac{5}{3}\right)=-\frac{11}{3}$ ····· ⓑ

| 채점기준 |

ⓐ 잘못 계산된 값으로부터 a의 값을 구한다. [50%]
ⓑ 바르게 계산한 값을 구한다. [50%]

22 답 $\frac{85}{3}$

양수가 2개뿐이므로 세 수의 곱에는 반드시 음수가 포함된다.

따라서 세 수의 곱이 가장 크려면 절댓값이 큰 양수이어야 하므로 절댓값이 큰 수부터 음수 2개와 양수 1개를 골라 곱을 구하면 된다. ····· ⓐ

주어진 수를 절댓값이 큰 수부터 다시 나열해 보면

$-4,\ +\frac{5}{2},\ -\frac{3}{2},\ +\frac{4}{3},\ -1$

이므로 세 수의 곱 중 가장 큰 수는 $(-4)\times\left(+\frac{5}{2}\right)\times\left(-\frac{3}{2}\right)=15$

····· ⓑ

또, 세 수의 곱이 가장 작으려면 음수이고 절댓값이 커야 하므로 절댓값이 큰 수부터 음수 3개 또는 음수 1개와 양수 2개를 골라 곱을 구하면 된다. ····· ⓒ

세 수의 곱 중 가장 작은 수는

$(-4)\times\left(+\frac{5}{2}\right)\times\left(+\frac{4}{3}\right)=-\frac{40}{3}$ ····· ⓓ

따라서 두 수의 차는 $15-\left(-\frac{40}{3}\right)=\frac{45+40}{3}=\frac{85}{3}$ ····· ⓔ

| 채점기준 |

ⓐ 세 수를 곱한 수가 가장 크기 위한 조건을 알아본다. [20%]
ⓑ 세 수를 곱한 수 중 가장 큰 수를 구한다. [20%]
ⓒ 세 수를 곱한 수가 가장 작기 위한 조건을 알아본다. [20%]
ⓓ 세 수를 곱한 수 중 가장 작은 수를 구한다. [20%]
ⓔ 세 수를 곱한 수 중 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차를 구한다. [20%]

23 답 -9

a와 마주보는 면에는 3.75가 적혀 있고, b와 마주보는 면에는 -2.4가 적혀 있으므로 a는 $3.75=\frac{15}{4}$의 역수이고, b는 $-2.4=-\frac{12}{5}$의 역수이다.

즉, $a=\frac{4}{15}$, $b=-\frac{5}{12}$ 이므로

$a\times b=\frac{4}{15}\times\left(-\frac{5}{12}\right)=-\frac{1}{9}$

따라서 $a\times b$의 역수는 -9이다.

24 답 ④

세 식을 간단히 하면 다음과 같다.

$a\div1.2\div\frac{15}{28}=a\times\frac{5}{6}\times\frac{28}{15}=a\times\frac{14}{9}$

$b\times\left(-\frac{3}{2}\right)\div\left(-\frac{3}{4}\right)=b\times\left(-\frac{3}{2}\right)\times\left(-\frac{4}{3}\right)=b\times2$

$c\div\frac{5}{6}\times\left(-\frac{5}{4}\right)^2=c\times\frac{6}{5}\times\frac{25}{16}=c\times\frac{15}{8}$

a, b, c가 서로 다른 양수이고, 세 식의 값이 같으므로 a, b, c 각각에 곱해진 수가 작을수록 크다.

따라서 $\frac{14}{9}<\frac{15}{8}<2$이므로 $b<c<a$

대단원 만점 문제

Ⅱ. 정수와 유리수
문제편 38P

01 답 ②

$a=3+(-1)=2$이고, $b=-2-(-7)=-2+7=5$이다.

$2<|x|<5$인 정수 $|x|$는 $|x|=3$ 또는 $|x|=4$이다.

따라서 구하는 정수 x의 개수는 3, -3, 4, -4의 4개이다.

02 답 36

네 수의 합이 3이고 $-3+4=1$이므로 $a+b=2$이다.

그런데 $a\times b$가 음수이므로 a는 음의 정수이고 b는 양의 정수이다.

-3보다 큰 음의 정수는 -2, -1뿐이므로 다음과 같이 나누어 생각할 수 있다.

(i) $a=-2$인 경우

$a+b=2$에서 $b=4$

이는 네 수가 서로 다른 정수라는 것에 모순이다.

(ii) $a=-1$인 경우

$a+b=2$에서 $b=3$

따라서 네 수의 곱은 $(-3)\times(-1)\times3\times4=36$이다.

03 답 ②

양수가 음수보다 크므로 우선 양수, 음수를 찾아보자.

$a>0$, $b<0$이므로 양수는 $\frac{1}{a}$, $-\frac{1}{b}$이고, 음수는 $\frac{1}{b}$, $-\frac{1}{a}$이다.

한편 양수인 분수에서는 분자가 같을 때, 분모의 절댓값이 작은 수가 더 크므로

(a의 절댓값)<($-b$의 절댓값)에서 $0<-\frac{1}{b}<\frac{1}{a}$

또, 음수인 분수에서는 분자가 같을 때, 분모의 절댓값이 큰 수가 더 크므로

($-a$의 절댓값)<(b의 절댓값)에서 $-\frac{1}{a}<\frac{1}{b}<0$

$\therefore -\frac{1}{a}<\frac{1}{b}<-\frac{1}{b}<\frac{1}{a}$

04 답 ②

(가) $\frac{1}{2}$과 -5, $-\frac{1}{3}$과 -5의 자리를 서로 바꾸었으므로 곱셈의 교환법칙이 사용되었다.

(나) $\frac{1}{2}$과 (-4), $-\frac{1}{3}$과 9가 먼저 계산되었으므로 곱셈에 대한 결합법칙이 사용되었다.

(다) 중괄호 안의 계산이 이루어졌으므로 계산법칙은 사용되지 않았다.

(라) -5를 묶어내 계산하려 하므로 덧셈에 대한 곱셈의 분배법칙이 사용되었다.

(마) 중괄호 안의 계산이 이루어졌으므로 계산법칙은 사용되지 않았다.

05 답 21

$a\times(b-c)$

$=a\times\{b+(-c)\}$

$=a\times b+a\times(-c)$ ← 덧셈에 대한 곱셈의 분배법칙

$=a\times b-a\times c=5-(-16)=21$

06 답 (1) −2 (2) 24

(1) $10-\left\{(-12)\div(-4)+(-2)^2\times\left(\frac{3}{2}\right)^2\right\}$에서

①, ②, ③, ④

①$=(-12)\div(-4)=\frac{12}{4}=3$

②$=(-2)^2\times\left(\frac{3}{2}\right)^2=4\times\frac{9}{4}=9$

③$=$①$+$②$=3+9=12$

④$=10-$③$=10-12=-2$

(2) $-\frac{7}{4}\div\left(-\frac{1}{2}\right)^3+3\times\left\{\frac{1}{3}-\left(1-\frac{4}{3}\right)\times3^2\right\}$에서

①, ②, ③, ④, ⑤

①$=-\frac{7}{4}\div\left(-\frac{1}{2}\right)^3=\left(-\frac{7}{4}\right)\div\left(-\frac{1}{8}\right)=\left(-\frac{7}{4}\right)\times(-8)=14$

②$=\left(1-\frac{4}{3}\right)\times3^2=\left(-\frac{1}{3}\right)\times9=-3$

③$=\frac{1}{3}-$②$=\frac{1}{3}-(-3)=\frac{1}{3}+3=\frac{10}{3}$

④$=3\times$③$=3\times\frac{10}{3}=10$

⑤$=$①$+$④$=14+10=24$

07 답 −4

$A=\left(-\frac{1}{2}\right)^2\div\left\{-\left(-\frac{1}{3}\right)^3\times\left(-\frac{3}{4}\right)^2\right\}$

$=\frac{1}{4}\div\left(\frac{1}{27}\times\frac{9}{16}\right)=\frac{1}{4}\times48=12$

$B=-(-4)^2\div\{(-3)^3\div(-9^2)\}$

$=-16\div\{(-27)\div(-81)\}$

$=-16\div\frac{1}{3}=-16\times3=-48$

$\therefore\frac{B}{A}=\frac{-48}{12}=-4$

[다른 풀이]

$a\div(b\times c)=a\div b\div c=a\times\frac{1}{b}\times\frac{1}{c}$이고

$a\div(b\div c)=a\div b\times c=a\times\frac{1}{b}\times c$임을 이용해 보자.

$A=\left(-\frac{1}{2}\right)^2\div\left\{-\left(-\frac{1}{3}\right)^3\times\left(-\frac{3}{4}\right)^2\right\}$

$=\frac{1}{4}\div\left(\frac{1}{27}\times\frac{9}{16}\right)=\frac{1}{4}\times27\times\frac{16}{9}=12$

$B=-(-4)^2\div\{(-3)^3\div(-9^2)\}$

$=-16\div\{(-27)\div(-81)\}$

$=-16\times\left(-\frac{1}{27}\right)\times(-81)=-48$

$\therefore\frac{B}{A}=\frac{-48}{12}=-4$

08 답 ③

① $2^4\times(-2^3)\div(-2)^5=16\times(-8)\times\left(-\frac{1}{32}\right)=4$

② $\left(-\frac{2}{3}\right)^2\div\left(-\frac{7}{10}\right)\times\frac{21}{4}\div\left(-\frac{5}{6}\right)$

$=\frac{4}{9}\times\left(-\frac{10}{7}\right)\times\frac{21}{4}\times\left(-\frac{6}{5}\right)=4$

③ $-(-3)^5\div(-3^4)-1=\frac{243}{-81}-1=-4$

④ $(-2)^4\times\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{4}\right)$

$=16\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}=4$

⑤ $4\div\left(-\frac{1}{4}\right)\div(-4)\div\left(-\frac{1}{4}\right)\div(-4)$

$=4\times(-4)\times\left(-\frac{1}{4}\right)\times(-4)\times\left(-\frac{1}{4}\right)=4$

Ⅲ 문자와 식

05 문자와 식

문제편 42P

01 답 ③

① $4x \div \frac{1}{2}y = 4x \times \frac{2}{y} = \frac{8x}{y}$

② $4 \times a \div (x-y) = 4a \times \frac{1}{x-y} = \frac{4a}{x-y}$

③ $(a+b) \div 2 \times x = (a+b) \times \frac{1}{2} \times x = \frac{(a+b)x}{2}$

④ $(-a) \times (-b) \times a \times a \times (-b)$
$= (-1) \times (-1) \times (-1) \times a \times a \times a \times b \times b$
$= -a^3b^2$

⑤ $(x \times y) \div (a \times b) = xy \div ab = xy \times \frac{1}{ab} = \frac{xy}{ab}$

02 답 5개

ㄱ. $x \div y \times z = \frac{xz}{y}$ ㄴ. $(x \div y) \times z = \frac{xz}{y}$

ㄷ. $x \div y \div z = \frac{x}{yz}$ ㄹ. $(x \div y) \div z = \frac{x}{y} \times \frac{1}{z} = \frac{x}{yz}$

ㅁ. $x \div (y \div z) = x \div \frac{y}{z} = x \times \frac{z}{y} = \frac{xz}{y}$

ㅂ. $x \div (y \times z) = \frac{x}{yz}$ ㅅ. $x \times \frac{1}{y} \times \frac{1}{z} = \frac{x}{yz}$

ㅇ. $\frac{1}{y} \div \frac{1}{x} \times \frac{1}{z} = \frac{1}{y} \times x \times \frac{1}{z} = \frac{x}{yz}$

따라서 계산 결과가 $\frac{x}{yz}$와 같은 것의 개수는 ㄷ, ㄹ, ㅂ, ㅅ, ㅇ의 5개이다.

03 답 ②

① $x \div \frac{1}{3}y \times z = x \times \frac{3}{y} \times z = \frac{3xz}{y}$

② $y \times x \times z \div 3 = \frac{xyz}{3}$

③ $z \times 3 \div y \times x = 3z \times \frac{1}{y} \times x = \frac{3xz}{y}$

④ $x \div \left(y \times \frac{1}{3z}\right) = x \div \frac{y}{3z} = x \times \frac{3z}{y} = \frac{3xz}{y}$

⑤ $\frac{3}{y} \div \frac{1}{x} \div \frac{1}{z} = \frac{3}{y} \times x \times z = \frac{3xz}{y}$

04 답 ⑤

한 자루에 x원인 연필 4자루 가격이 $4x$원, 필통 가격이 y원이므로 전체 금액은 $(4x+y)$원이고, 이것을 5명이 똑같이 나누어 내므로 한 사람이 내야 할 금액은 $\frac{4x+y}{5}$원이다.

05 답 (1) $\frac{2}{3}a$원 (2) $(30a+b-3000)$원

(1) 3개에 a원이므로 1개에 $\frac{a}{3}$원이다.

$3a$원을 냈을 때의 거스름돈은 $3a - \frac{a}{3} \times 7 = 3a - \frac{7}{3}a = \frac{2}{3}a$(원)

(2) 100원인 상품을 a% 할인한 금액은

$100 \times \left(\frac{100-a}{100}\right) = 100-a$(원)

30개 구매하고 b원을 내었을 때의 거스름돈은

$b - (100-a) \times 30 = 30a + b - 3000$(원)

06 답 정가 : $1.3a$원, 할인된 가격 : $1.04a$원

원가가 a원인 물건에 30%의 이익을 붙여서 정가를 정하였으므로

정가는 $a + a \times \frac{30}{100} = a + 0.3a = 1.3a$(원)

또, 정가에서 20% 할인하기로 하였으므로 할인된 가격은

$1.3a - 1.3a \times \frac{20}{100} = 1.3a - 0.26a = 1.04a$(원)

07 답 하영 : $3t$ km, 하경 : $(4t-2)$km

(거리)=(속력)×(시간)이므로

하영이가 이동한 거리는

$3 \times t = 3t$(km)

하경이가 이동한 거리는

$4 \times \left(t - \frac{30}{60}\right) = 4t - 2$(km)

08 답 시속 $120(800+x)$m

터널을 완전히 통과한 열차의 총 이동거리는 터널과 열차의 길이의 합과 같다. 즉, 총 이동거리는 $(800+x)$m이고, 걸린 시간은 30초이다. 따라서 이 열차의 속력은 $\frac{800+x}{30}$m/초이므로 시속으로 고치면

$\frac{(800+x)}{30} \times 3600 = 120(800+x)$(m/시)

09 답 ②

두 소금물을 섞어서 만든 소금물 300g에 녹아 있는 소금의 양은

$200 \times \frac{x+3}{100} + 100 \times \frac{x-3}{100} = 2(x+3) + (x-3)$
$= 2x + 6 + x - 3$
$= 3x + 3$(g)

따라서 섞은 소금물 중 200g에 녹아 있는 소금의 양은

$(3x+3) \times \frac{200}{300} = (3x+3) \times \frac{2}{3} = 2(x+1)$(g)

10 답 (1) $\frac{23}{2}ab$ (2) $16ab$

(1) 주어진 도형을 점선을 기준으로 하여 왼편의 직사각형과 오른편의 사다리꼴로 나누면

(직사각형 넓이)$=4a\times 2b=8ab$

(사다리꼴의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(4a+3a)\times b=\frac{7}{2}ab$

따라서 구하는 도형의 넓이는 $8ab+\frac{7}{2}ab=\frac{23}{2}ab$

(2) 사각형을 대각선을 기준으로 두 개의 삼각형으로 나누어 넓이를 구하여 더한다. 따라서 구하는 도형의 넓이는

$\left(\frac{1}{2}\times 6b\times 2a\right)+\left(\frac{1}{2}\times 4b\times 5a\right)=6ab+10ab=16ab$

11 답 (1) -4 (2) 0

(1) $\frac{y}{x}-\frac{xy+z}{z}$에 $x=-2$, $y=3$, $z=-4$를 대입하면

$\frac{y}{x}-\frac{xy+z}{z}=\frac{3}{-2}-\frac{(-2)\times 3+(-4)}{-4}$

$=-\frac{3}{2}-\frac{-10}{-4}=-\frac{3}{2}-\frac{5}{2}=-4$

(2) $|xy+x|-|x|-|y|$에 $x=2$, $y=-4$를 대입하면

$|xy+x|-|x|-|y|=|2\times(-4)+2|-|2|-|-4|$

$=|-6|-2-4=6-2-4=0$

12 답 ③

$x:y=1:2$이므로 $x=k$, $y=2k$(k는 0이 아닌 상수)라 하면

$\frac{x-y}{x+y}=\frac{k-2k}{k+2k}=\frac{-k}{3k}=-\frac{1}{3}$

[다른 풀이]

$x:y=1:2$이므로 $y=2x$

$\therefore \frac{x-y}{x+y}=\frac{x-2x}{x+2x}=\frac{-x}{3x}=-\frac{1}{3}$

13 답 1348 m

소리의 속력은 초속 $(331+0.6t)$m이므로 현재 기온 10℃에서 소리의 속력은 $331+0.6\times 10=337$(m/초)

4초 동안 천둥소리가 울린 거리는 $337\times 4=1348$(m)

따라서 번개가 친 장소는 1348 m 떨어진 곳이다.

14 답 3개

옳지 않은 것을 찾아 바르게 고치면

ㄱ. 항의 개수는 $7x^2$, $-5x$, 11의 3개이다.

ㄷ. x의 계수는 -5이다.

ㅂ. 최고차항이 $7x^2$이므로 2차식이다.

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ, ㅁ으로 3개이다.

15 답 ⑤

① 차수가 가장 큰 항이 $2x^2$이므로 이차식이다.

② $2x-\frac{1}{x}-2\left(x-\frac{1}{x}\right)=2x-\frac{1}{x}-2x+\frac{2}{x}=\frac{1}{x}$

이므로 일차식이 아니다.

③ $x-3y-\{(2x-y)-(x+2y)\}=x-3y-(2x-y-x-2y)$

$=x-3y-(x-3y)=0$

이므로 일차식이 아니다.

④ $0.4x+\frac{3}{4}-\frac{2}{5}x+\frac{5}{4}=\frac{2}{5}x+\frac{3}{4}-\frac{2}{5}x+\frac{5}{4}=2$

이므로 일차식이 아니다.

⑤ $xy\left(\frac{1}{x}+\frac{2}{y}\right)=y+2x$이므로 일차식이다.

16 답 (1) $-3y$ (2) $\frac{2x-13}{18}$ (3) $-x+13$ (4) 1 (5) $\frac{16m-n}{12}$

(1) $3x-[6y+2x-\{x-(2x-3y)\}]$

$=3x-\{6y+2x-(x-2x+3y)\}$

$=3x-\{6y+2x-(-x+3y)\}$

$=3x-(6y+2x+x-3y)=3x-(3x+3y)$

$=3x-3x-3y=-3y$

(2) $\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}x-1\right)-\frac{1}{3}\left(\frac{3}{2}x-\frac{5x-1}{6}\right)$

$=\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}-\frac{1}{2}x+\frac{5x-1}{18}$

$=\frac{6x-12-9x+5x-1}{18}=\frac{2x-13}{18}$

(3) $\frac{5-9x}{6}-\frac{2(6x-7)}{3}+\frac{3(3x+5)}{2}$

$=\frac{5-9x}{6}-\frac{4(6x-7)}{6}+\frac{9(3x+5)}{6}$

$=\frac{5-9x-24x+28+27x+45}{6}$

$=\frac{-6x+78}{6}=-x+13$

(4) $\frac{m}{n}\left(1-\frac{m}{m+n}\right)+\frac{n}{m}\left(1-\frac{n}{m+n}\right)$

$=\frac{m}{n}\left(\frac{m+n-m}{m+n}\right)+\frac{n}{m}\left(\frac{m+n-n}{m+n}\right)$

$=\frac{m}{n}\times\frac{n}{m+n}+\frac{n}{m}\times\frac{m}{m+n}$

$=\frac{m}{m+n}+\frac{n}{m+n}=\frac{m+n}{m+n}=1$

(5) $\frac{m+2n}{3}-\frac{3(m-2n)}{2}+\frac{5(2m-3n)}{4}$

$=\frac{4(m+2n)}{12}-\frac{18(m-2n)}{12}+\frac{15(2m-3n)}{12}$

$=\frac{4m+8n-18m+36n+30m-45n}{12}$

$=\frac{16m-n}{12}$

17 답 $-\frac{7}{2}$

$\frac{3}{4}(8x-20)-\left(3x-\frac{1}{4}\right)\div\left(-\frac{1}{2}\right)=6x-15+6x-\frac{1}{2}=12x-\frac{31}{2}$

x의 계수는 12, 상수항은 $-\frac{31}{2}$이므로 x의 계수와 상수항의 합은

$12+\left(-\frac{31}{2}\right)=-\frac{7}{2}$

18 답 ④

어떤 식을 A라 하면

$A+(-x+2y)=3x-4y$

$A=(3x-4y)-(-x+2y)=4x-6y$

따라서 바르게 계산한 식은 $A-(-x+2y)$이므로

$(4x-6y)-(-x+2y)=4x-6y+x-2y=5x-8y$

19 답 8

$A+(2x-3)=6x+2$에서

$A=(6x+2)-(2x-3)=6x+2-2x+3=4x+5$

또, $(7x-7)-B=3x-4$에서

$B=(7x-7)-(3x-4)=7x-7-3x+4=4x-3$

$\therefore A-B=(4x+5)-(4x-3)=8$

20 답 ㉮ $-a-1$ ㉯ $2a$ ㉰ $-6a+4$ ㉱ $-3a+5$ ㉲ $a+3$

가운데 세로줄의 합이

$6+(-2a+2)+(-4a-2)=-6a+6$이므로

㉮는 $(-6a+6)-(-5a+1)-6=-a-1$

㉱는 $(-6a+6)-(-a-1)-(-2a+2)=-3a+5$

㉯는 $(-6a+6)-(-5a+1)-(-3a+5)=2a$

㉰는 $(-6a+6)-2a-(-2a+2)=-6a+4$

㉲는 $(-6a+6)-(-a-1)-(-6a+4)=a+3$

21 답 $(0.6a+0.4b)$점

하림이네 반 전체 학생 수를 n명이라 하면 남학생 수는 $0.6n$명,

여학생 수는 $0.4n$명이다. ⓐ

남학생의 점수의 합은 $0.6an$, 여학생의 점수의 합은 $0.4bn$이므로

반 전체 학생의 점수의 총합은 $0.6an+0.4bn$(점) ⓑ

따라서 반 평균 점수는 $\frac{0.6an+0.4bn}{n}=0.6a+0.4b$(점) ⓒ

| 채점기준 |

ⓐ 남학생 수와 여학생 수를 문자로 나타낸다. [30%]

ⓑ 반 전체 학생의 점수의 총합을 구한다. [30%]

ⓒ 반 평균 점수를 구한다. [40%]

22 답 8

$2\left[x+5\left\{x-\frac{1}{15}(4x-1)\right\}\right]-2(4x-3)$

$=2\left\{x+5\left(x-\frac{4}{15}x+\frac{1}{15}\right)\right\}-8x+6$

$=2\left\{x+5\left(\frac{11}{15}x+\frac{1}{15}\right)\right\}-8x+6$

$=2\left(x+\frac{11}{3}x+\frac{1}{3}\right)-8x+6=2x+\frac{22}{3}x+\frac{2}{3}-8x+6$

$=\frac{22}{3}x+\frac{2}{3}-\frac{18}{3}x+\frac{18}{3}=\frac{4}{3}x+\frac{20}{3}$ ⓐ

따라서 일차항의 계수와 상수항의 합은 $\frac{4}{3}+\frac{20}{3}=\frac{24}{3}=8$ ⓑ

| 채점기준 |

ⓐ 주어진 식을 간단히 하여 일차식을 구한다. [60%]

ⓑ 일차항의 계수와 상수항을 구하여 합을 계산한다. [40%]

[다른 풀이]

주어진 식을 간단히 정리한 식의 일차항의 계수를 A, 상수항을 B라 고 하면 $2\left[x+5\left\{x-\frac{1}{15}(4x-1)\right\}\right]-2(4x-3)=Ax+B$ … ㉠

여기서 구하는 $A+B$의 값은 $x=1$일 때의 식의 값과 같다.

따라서 ㉠의 양변에 $x=1$을 대입하면 일차항의 계수와 상수항의 합은

$A+B=2\times\left[1+5\times\left\{1-\frac{1}{15}\times(4-1)\right\}\right]-2\times(4-3)$

$=2\times\left\{1+5\times\left(1-\frac{3}{15}\right)\right\}-2=2\times\left(1+5\times\frac{4}{5}\right)-2$

$=10-2=8$

23 답 $5000a^2$원

원가가 10000원인 상품에 $a\%$의 이익을 붙여서 정가를 정하였으므로

정가는 $10000+10000\times\frac{a}{100}=10000+100a$(원)이다.

정가에서 다시 $a\%$를 할인하여 물건을 팔았으므로 할인가는

$10000+100a-(10000+100a)\times\frac{a}{100}$

$=10000+100a-100a-a^2=10000-a^2$(원)

물건 1개의 원가가 10000원인 물건의 할인가가 $10000-a^2$이므로

1개당 손해 금액은 a^2원이다.

따라서 승우가 재고를 판매하면서 생긴 손해 금액은 $5000a^2$원이다.

24 답 $-22x$

칸을 채우는 규칙은 위 칸의 식은 아래 두 칸의 식의 합과 같다는 것이므로 표를 채워 계산하면 그림과 같다.

		A		
	$2x$		B	
$5x$		$-3x$		$-9x$
$3x$	$2x$		$-5x$	$-4x$

위 그림에서 같은 규칙으로 A, B를 구하면

$B=(-3x)+(-9x)=-12x$

$A=2x+B=2x+(-12x)=-10x$

$\therefore A+B=(-10x)+(-12x)=-22x$

06 일차방정식

문제편 49P

01 답 ①

우변을 좌변으로 이항하여 정리하면

$(3-3a)x^2+(5-b)x-17=0$

이 방정식이 일차방정식이 되려면

(이차항의 계수)$=0$, (일차항의 계수)$\neq 0$이 되어야 한다.

즉, $\begin{cases} 3-3a=0 & \therefore a=1 \\ 5-b\neq 0 & \therefore b\neq 5 \end{cases}$

02 답 4

$2x+a=bx+b$에서 이 식이 x에 대한 항등식이므로

$2=b$, $a=b$

$\therefore a+b=2+2=4$

[다른 풀이]

주어진 등식이 x의 값에 관계없이 항상 성립하므로

$x=-1$을 대입하면 $-2+a=0$ $\therefore a=2$

$x=0$을 대입하면 $a=b$ $\therefore b=2$

$\therefore a+b=2+2=4$

03 답 ④

$x=3$을 대입하면 등식이 성립해야 한다.

① (좌변)$=8$, (우변)$=-5$

② (좌변)$=9$, (우변)$=5$

③ (좌변)$=8$, (우변)$=-4$

④ (좌변)$=7$, (우변)$=7$

⑤ (좌변)$=5$, (우변)$=11$

따라서 $x=3$을 해로 갖는 것은 ④이다.

04 답 ⑤

등식의 성질을 이용한다.

① 등식의 양변에서 같은 수 c를 빼어도 등식은 성립한다.

② 등식의 양변에 같은 수 c를 더하여도 등식은 성립한다.

③ 등식의 양변에 같은 수 $b-x$를 더하여도 등식은 성립한다.

④ 등식의 양변에 같은 수 6을 곱하여도 등식은 성립한다.

⑤ $c\neq 0$일 때만 등식의 양변을 같은 수 c로 나누어도 등식은 성립한다.

05 답 $c=3$, $d=4$

$4x-3=5$의 양변에 3을 더하면

$4x=8$ $\therefore c=3$

양변을 4로 나누면

$x=2$ $\therefore d=4$

06 답 ①

①에서 $\frac{x+3}{4}=\frac{2}{3}x+2$의 양변에 12를 곱하면

$3(x+3)=8x+24$이므로 주어진 등식의 성질을 이용하였다.

07 답 ③

먼저 방정식 $2x-3=3$의 해를 구하면

$2x=6$ $\therefore x=3$

$x=3$이 방정식 $2x-6=2a$의 해이므로 대입하면

$2\times 3-6=2a$, $2a=0$ $\therefore a=0$

08 답 (1) $x=-6$ (2) $x=1$ (3) $x=7$ (4) $x=\frac{11}{3}$ (5) $x=-8$ (6) $x=2$

(1) $5(3x-2x+4)=x-4$

$5(x+4)=x-4$

$5x+20=x-4$

$5x-x=-4-20$

$4x=-24$ $\therefore x=-6$

(2) $2x+(x-2x-5)=-3x-1$

$2x+(-x-5)=-3x-1$

$2x-x-5=-3x-1$

$x-5=-3x-1$

$x+3x=-1+5$

$4x=4$ $\therefore x=1$

(3) 양변에 분모 2와 5의 최소공배수 10을 곱하면

$5(x-1)-6(x-2)=10-5(x-5)$

$5x-5-6x+12=10-5x+25$

$-x+7=-5x+35$

$4x=28$ $\therefore x=7$

(4) 양변에 분모 6, 3, 2의 최소공배수 6을 곱하면

$2-x+2(4x-1)=2(5x-4)-3$

$2-x+8x-2=10x-8-3$

$7x=10x-11$

$-3x=-11$ $\therefore x=\frac{11}{3}$

(5) 양변에 100을 곱하면

$16+32x=24x-48$

$32x-24x=-48-16$

$8x=-64$ $\therefore x=-8$

(6) 양변에 10을 곱하면

$3(x-2)-24=-12x$

$3x-6-24=-12x$

$3x+12x=30$

$15x=30$ $\therefore x=2$

09 답 $x=-1$

양변에 6을 곱하면

$3\left\{x-\frac{1}{3}\left(\frac{1}{6}+\frac{3}{4}x\right)-1.5\right\}=-\frac{7}{6}+\frac{23}{4}x$

$3x-\left(\frac{1}{6}+\frac{3}{4}x\right)-4.5=-\frac{7}{6}+\frac{23}{4}x$

양변에 12를 곱하면

$36x-2-9x-54=-14+69x$

$27x-56=-14+69x$

$27x-69x=-14+56$

$-42x=42$

$\therefore x=-1$

10 답 ②

먼저 $0.7x-0.3=0.5x+1.3$의 양변에 10을 곱하면

$7x-3=5x+13$

$7x-5x=13+3$

$2x=16 \quad \therefore x=8$

$\therefore A=8$

또, $\frac{x}{5}-\frac{x-3}{2}=\frac{3}{10}$의 양변에 10을 곱하면

$2x-5(x-3)=3$

$2x-5x+15=3$

$-3x=-12 \quad \therefore x=4$

$\therefore B=4$

$\therefore A+B=8+4=12$

11 답 8

내항의 곱은 외항의 곱과 같으므로

$\frac{1}{2}\times 3x=\frac{1}{3}\times 4(x+1)$

양변에 6을 곱하면

$3\times 3x=2\times 4(x+1)$

$9x=8x+8 \quad \therefore x=8$

12 답 -3

먼저 $(10-x):(x+6)=1:3$에서

내항의 곱은 외항의 곱과 같으므로

$x+6=3(10-x)$

$x+6=30-3x$

$x+3x=30-6$

$4x=24 \quad \therefore x=6$

또, $x=6$을 방정식 $3(2x+a)=27$에 대입하면

$3(12+a)=27$

$12+a=9$

$\therefore a=-3$

13 답 ⑤

(i) $x-7\geq 0$, 즉 $x\geq 7$일 때,

$|x-7|=x-7$이므로 $x-7=3$

$\therefore x=10$ (이것은 $x\geq 7$에 적합하다.)

(ii) $x-7<0$, 즉 $x<7$일 때,

$|x-7|=-(x-7)$이므로 $-x+7=3$

$\therefore x=4$ (이것은 $x<7$에 적합하다.)

(i), (ii)의하여 $x=10$ 또는 $x=4$

14 답 ③

(i) $x\geq 2$일 때, $|x-2|=x-2$이므로

$x-2+5x=4$, $6x-2=4$, $6x=6 \quad \therefore x=1$

이것은 $x\geq 2$에 맞지 않는다.

(ii) $x<2$일 때, $|x-2|=-(x-2)$이므로

$-x+2+5x=4$, $4x=2 \quad \therefore x=\frac{1}{2}$

이것은 $x<2$에 적합하다.

(i), (ii)에 의하여 주어진 방정식의 해는 $x=\frac{1}{2}$이므로 $k=\frac{1}{2}$이다.

$\therefore |4k-5|=|2-5|=|-3|=3$

15 답 ④

① $2x-2=2x-2$는 항등식이므로 해가 무수히 많다.

② $2x=5 \quad \therefore x=\frac{5}{2}$

③ $2x+1=x+1 \quad \therefore x=0$

④ $3x-3=3x+4$, $0\times x=7 \quad \therefore$ 해가 없다.

⑤ $-3x=-6 \quad \therefore x=2$

16 답 $\frac{3}{2}$

양변에 분모 3과 4의 최소공배수 12를 곱하면

$4a(x+2)-3(3-ax)=24$

여기에 $x=2$를 대입하면

$4a(2+2)-3(3-2a)=24$

$16a-9+6a=24$

$22a=33 \quad \therefore a=\frac{33}{22}=\frac{3}{2}$

17 답 ③

양변에 4를 곱하면

$4x-(x+3a)=-12$, $4x-x-3a=-12$

$3x=3a-12 \quad \therefore x=a-4$

x가 음의 정수이므로 a는 4보다 작은 자연수이다.

따라서 가능한 자연수 a는 1, 2, 3이고 그 합은 $1+2+3=6$

18 답 2, 4, 6, 8

양변에 5를 곱하면

$5x-(x-2a)=20$, $5x-x+2a=20$

$4x=20-2a$, $2x=10-a$

$\therefore x=\frac{10-a}{2}$

여기서 x는 자연수이므로 $10-a$는 2의 배수가 되어야 한다.

(i) $10-a=2$이면 $a=8$ (ii) $10-a=4$이면 $a=6$

(iii) $10-a=6$이면 $a=4$ (iv) $10-a=8$이면 $a=2$

따라서 가능한 자연수 a의 값은 2, 4, 6, 8이다.

19 답 ②

$x\circ(-2)=2\circ x$에서

$x-2-2x=2+x+2x$

$-x-2=2+3x$

$-4x=4$ $\therefore x=-1$

20 답 $-\frac{62}{39}$

$\frac{3}{2}x\bigstar\left(-\frac{1}{6}\right)=2\odot(-3)$에서

$\left(\frac{3}{2}x+1\right)\left(-\frac{1}{6}-2\right)=\frac{2}{2}-\frac{-3}{3}+1$

$-\frac{13}{6}\left(\frac{3}{2}x+1\right)=3$

$-\frac{13}{4}x-\frac{13}{6}=3$

$-\frac{13}{4}x=\frac{31}{6}$

$\therefore x=\frac{31}{6}\times\left(-\frac{4}{13}\right)=-\frac{62}{39}$

21 답 $\frac{13}{14}$

주어진 방정식에 $x=6$을 대입하면

$\frac{6-4-a}{6}-\frac{3-6}{4}=a$

$\frac{2-a}{6}+\frac{3}{4}=a$ ⓐ

양변에 분모 6과 4의 최소공배수 12를 곱하면

$2(2-a)+9=12a$

$4-2a+9=12a$

$-14a=-13$

$\therefore a=\frac{13}{14}$ ⓑ

| 채점기준 |

ⓐ 해를 주어진 방정식에 대입하여 a에 대한 식을 구한다. [40%]

ⓑ 방정식을 풀어 a의 값을 구한다. [60%]

22 답 10

먼저 $\frac{5x+4}{6}=\frac{2x-4}{4}-\frac{4x+5}{3}$의 양변에 분모 6, 4, 3의

최소공배수 12를 곱하면

$2(5x+4)=3(2x-4)-4(4x+5)$

$10x+8=6x-12-16x-20$

$10x-6x+16x=-12-20-8$

$20x=-40$ $\therefore x=-2$

$\therefore a=-2$ ⓐ

$1.5x-1.4(x-1.5)=1.6$의 양변에 10을 곱하면

$15x-14(x-1.5)=16$

$15x-14x+21=16$ $\therefore x=-5$

$\therefore b=-5$ ⓑ

$\therefore ab=(-2)\times(-5)=10$ ⓒ

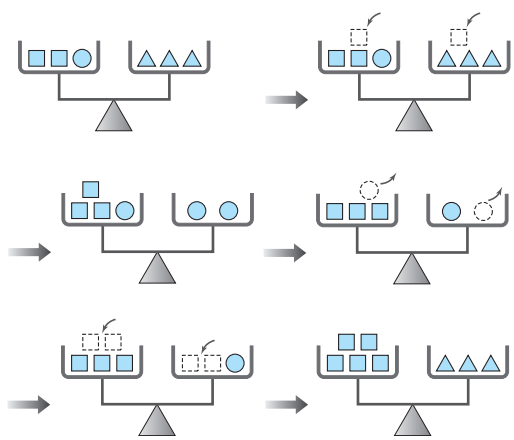
| 채점기준 |

ⓐ a의 값을 구한다. [40%]

ⓑ b의 값을 구한다. [40%]

ⓒ ab의 값을 구한다. [20%]

23 답 3개



따라서 다른 쪽에는 △추 3개를 올려놓아야 한다.

[다른 풀이]

세 종류의 추 □, ○, △의 무게를 각각 x, y, z라 하면

[그림 1]에서

$2x+y=3z$ … ㉠

[그림 2]에서

$2y=x+3z$ … ㉡

㉠의 양변에 2를 곱하면

$4x+2y=6z$ … ㉢

㉡을 ㉢에 대입하면

$4x+x+3z=6z$

양변에서 $3z$를 빼면 $5x=3z$

따라서 □추 5개와 평형을 이루는 것은 △추 3개이다.

24 답 $\frac{19}{4}$

$2:(a-2b)=3:(a-b)$에서 내항의 곱과 외항의 곱은 같으므로

$3a-6b=2a-2b$, $a=4b$

$a=4b$를 $x=\frac{2a-5b}{a-b}$에 대입하면

$x=\frac{8b-5b}{4b-b}=\frac{3b}{3b}=1$

일차방정식 $\frac{x}{4}-\frac{cx-1}{3}=-1$의 해가 $x=1$이므로 대입하면

$\frac{1}{4}-\frac{c-1}{3}=-1$

양변에 분모 4와 3의 최소공배수 12를 곱하면

$3-4(c-1)=-12$, $-4c+7=-12$, $-4c=-19$

$\therefore c=\frac{19}{4}$

07 일차방정식의 활용

문제편 56P

01 답 63

연속한 세 정수 중 가장 작은 수를 x라 하면 세 정수는

x, $x+1$, $x+2$이다.

따라서 주어진 조건에 의하여

$x+(x+1)+(x+2)=192$이므로

$3x=189$ $\therefore x=63$

02 답 ④

십의 자리의 수를 x라 하면 처음 수는 $10x+5$

십의 자리의 수와 일의 자리의 수를 바꾸어 놓은 수는 $5\times10+x$이므로 주어진 조건에 의하여

$5\times10+x=(10x+5)+9$, $50+x=10x+14$

$9x=36$ $\therefore x=4$

따라서 처음 수는 $10\times4+5=45$이다.

03 답 267

일의 자리의 수와 백의 자리의 수를 바꾸었을 때 처음 수보다 커지므로 백의 자리의 수는 일의 자리의 수보다 작다.

따라서 백의 자리의 수를 x라 하면 일의 자리의 수는 $x+5$이고, 십의 자리의 수는 $15-x-(x+5)=10-2x$이므로 주어진 조건에 의하여

$100(x+5)+10(10-2x)+x$

$=3\{100x+10(10-2x)+(x+5)\}-39$

$100x+500+100-20x+x$

$=3(100x+100-20x+x+5)-39$

$81x+600=3(81x+105)-39$

양변을 3으로 나누면

$27x+200=81x+105-13$

$-54x=-108$ $\therefore x=2$

따라서 처음 수는 267이다.

04 답 66살

현재 할아버지의 나이를 x살이라 하면 10년 후의 할아버지의 나이는 $(x+10)$살이다. 주어진 조건에 의하여

(10년 후의 할아버지의 나이)$-$(10년 후의 하영이의 나이)

$=4\times$(10년 후의 하경이의 나이)

$(x+10)-(6+10)=4\times(5+10)$

$x-6=60$ $\therefore x=66$(살)

따라서 현재 할아버지의 나이는 66살이다.

05 답 7일 후

x일 후 기범이의 저축 금액이 기찬이보다 3배가 많게 된다고 하자.

기범이의 저축 금액은 $1500(x+7)$원, 기찬이의 저축 금액은 $1000x$원이므로 $1500(x+7)=1000x\times3$에서

$15(x+7)=10x\times3$

$15x+105=30x$

$-15x=-105$ $\therefore x=7$(일 후)

따라서 7일 후이면 기범이의 저축 금액이 기찬이보다 3배가 된다.

06 답 2580원

무말랭이의 가격을 x원이라 하면 무말랭이가 장조림보다 200원 더 비싸므로 장조림의 가격은 무말랭이보다 200원 더 싸다. 장조림의 가격은 $(x-200)$원이므로 주어진 조건에 의하여

$1850\times1+x\times2+(x-200)\times1+20=10000-590$

$3x+1670=9410$, $3x=7740$ $\therefore x=2850$(원)

따라서 무말랭이의 가격은 2580원이다.

07 답 어른 : 3명, 청소년 : 5명, 어린이 : 5명

K대공원에 간 어른의 수를 x명이라 하면

어린이의 수는 $(2x-1)$명,

청소년의 수는 $12-x-(2x-1)+1=14-3x$(명)이다.

입장료는 준기를 포함하여 14000원이므로

주어진 조건으로 방정식을 세우면

$1500x+1200(14-3x)+700(2x-1)=14000$

$1500x+16800-3600x+1400x-700=14000$

$-700x=14000-16100$

$-700x=-2100$ $\therefore x=3$

따라서 함께 간 어른의 수는 3명, 청소년의 수는 5명, 어린이의 수는 5명이다.

08 답 ③

원가를 a원이라 하면 정가는 $a\times\left(1+\frac{10x}{100}\right)=a\left(1+\frac{x}{10}\right)$원,

판매가는 $a\left(1+\frac{x}{10}\right)\left(1-\frac{20}{100}\right)$원이므로 이익은

$a\left(1+\frac{x}{10}\right)\left(1-\frac{20}{100}\right)-a=a\times\frac{20}{100}$

$a\left(1+\frac{x}{10}\right)\left(1-\frac{2}{10}\right)-a=a\times\frac{2}{10}$

양변을 a로 나누면

$\left(1+\frac{x}{10}\right)\times\frac{8}{10}-1=\frac{1}{5}$

$\left(1+\frac{x}{10}\right)\times\frac{4}{5}=\frac{6}{5}$

$1+\frac{x}{10}=\frac{3}{2}$

$\frac{x}{10}=\frac{1}{2}$

$\therefore x=5$

09 답 ②

올해 남학생 수는 작년 남학생 수에 비하여 12% 증가하였으므로

$\left(1+\frac{12}{100}\right)\times x=336$(명)

올해 여학생 수는 작년 여학생 수에 비하여 8% 감소하였으므로

$\left(1-\frac{8}{100}\right)\times y=184$(명)

10 답 ④

작년 남학생 수를 x명이라 하면

작년 여학생 수는 $(1200-x)$명이다.

올해 늘어난 남학생 수는 $0.05x$명,

올해 줄어든 여학생 수는 $0.03(1200-x)$명이므로

$0.05x-0.03(1200-x)=12$

양변에 100을 곱하면

$5x-3(1200-x)=1200$

$5x-3600+3x=1200$

$8x=4800$

$\therefore x=600$

따라서 작년 남학생 수가 600명이므로

올해 남학생 수는 $600\times(1+0.05)=630$(명)

11 답 26명

4명씩 섰을 때의 줄의 수를 x라 하면 학생 수는

4명씩 세우는 경우 :

$(4x+2)$명

5명씩 세우는 경우 :

$\{5(x-1)+1\}$명

학생 수는 같으므로

$4x+2=5(x-1)+1$에서 $4x+2=5x-4$

$-x=-6$ $\therefore x=6$

4명씩 섰을 때의 줄의 수는 6줄이므로 학생 수는 $4\times6+2=26$(명)이다.

12 답 322명

긴 의자의 개수를 x개라 하자.

처음에 5명씩 앉으면 의자에 모두 앉고 2명이 남으므로 학생 수는 $(5x+2)$명

한 의자에 6명씩 앉으면 의자 10개가 완전히 비고 마지막 의자에 4명만 앉으려면 6명씩 앉은 의자의 개수는 $(x-11)$개이고 마지막 의자에 4명이 앉고 10개의 의자에는 한 명도 앉지 않으므로 학생 수는 $6(x-11)+4$

두 경우의 학생 수는 같으므로

$5x+2=6(x-11)+4$에서 $5x+2=6x-66+4$

$-x=-64$ $\therefore x=64$(개)

따라서 학생 수는 $5x+2=5\times64+2=322$(명)이다.

13 답 ①

집에서 학교까지의 거리를 $x$km라 하자.

갈 때 걸린 시간은 $\frac{x}{2}$시간, 올 때 걸린 시간은 $\frac{x}{3}$시간, 학교를 왕복하는 데 총 걸린 시간은 1시간 30분이므로

$\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=1\frac{30}{60}=\frac{3}{2}$

양변에 6을 곱하면

$3x+2x=9$, $5x=9$ $\therefore x=\frac{9}{5}=1.8$(km)

따라서 집에서 학교까지의 거리는 1.8km이다.

14 답 ①

형이 출발한 후 만날 때까지 걸린 시간을 x분이라 하면 동생은 5분 일찍 출발하였으므로 동생은 형과 만날 때까지 $(x+5)$분 동안 움직였다. 두 사람이 만나려면 두 사람의 이동거리가 같아야 하므로 두 사람의 이동거리는

$80(x+5)=180x$에서 $80x+400=180x$

$100x=400$ $\therefore x=4$(분 후)

따라서 형은 출발한 지 4분 후 동생과 만난다.

15 답 55

같은 방향으로 걸었을 때 처음으로 다시 만나려면 두 사람이 걸은 거리의 차가 산책로의 둘레의 길이와 같아야 한다.

a분 후 처음으로 다시 만났으므로 두 사람이 걸은 거리의 차가 3km=3000m이다.

$95a-55a=3000$이므로 $40a=3000$ $\therefore a=75$(분 후)

한편 반대 방향으로 걸었을 때 처음으로 다시 만나려면 두 사람이 걸은 거리의 합이 산책로의 둘레의 길이와 같아야 한다.

b분 후 처음으로 다시 만났으므로 b분 동안 두 사람이 걸은 거리의 합이 3000m이다.

$95b+55b=3000$이므로 $150b=3000$ $\therefore b=20$(분 후)

$\therefore a-b=75-20=55$

16 답 ③

기차의 길이를 xm라 하자. 기차는 일정한 속력으로 움직이므로 기차의 속력이 같음을 이용하면

$\frac{400+x}{25}=\frac{300+x}{20}$에서 $\frac{400+x}{5}=\frac{300+x}{4}$

양변에 20을 곱하면 $(400+x)\times4=(300+x)\times5$

$1600+4x=1500+5x$

$-x=-100$ $\therefore x=100$(m)

따라서 기차의 길이는 100 m이다.

17 답 100 m

기차의 길이를 xm라 하자. 기차가 터널로 들어가 보이지 않은 시간 동안 기차는 터널의 길이에서 기차의 길이를 뺀 만큼 이동하였으므로 이동한 거리를 식으로 나타내면 $(600-x)$m이고, 기차가 보이기 시작한 순간부터 완전히 빠져나오는 순간까지 기차가 이동한 거리는 기차의 길이만큼 이동하였으므로 xm가 된다.

기차의 속력은 일정하므로 두 경우의 속력이 같음을 이용하면

$\frac{600-x}{20}=\frac{x}{4}$에서 $\frac{600-x}{5}=x$

양변에 5를 곱하면 $600-x=5x$

$-6x=-600$ $\therefore x=100$(m)

따라서 기차의 길이는 100 m이다.

18 답 시속 16 km

정지한 물에서의 보트의 속력을 시속 $x$km라 하자.

B 지점에서 A 지점으로 올라갈 때의 보트의 속력인 시속 $(x-8)$km에 의하여 걸린 시간은 $\frac{8}{x-8}$시간이고, A 지점에서 B 지점으로 내려갈 때의 보트의 속력인 시속 $(x+8)$km에 의하여 걸린 시간은 $\frac{8}{x+8}$시간이므로

$\frac{8}{x-8}=\frac{8}{x+8}\times3$에서 $\frac{1}{x-8}=\frac{3}{x+8}$

$x+8=3(x-8)$

$x+8=3x-24$

$-2x=-32$ $\therefore x=16$(km/시)

따라서 정지한 물에서의 보트의 속력은 시속 16km이다.

19 답 민수 : 물 270 g, 지연 : 소금 30 g

4%의 소금물 450g에서 소금의 양은 $450\times\frac{4}{100}=18$(g)이다.

민수는 소금물에서 물을 증발시켜 농도를 10%로 만들기로 하였으므로 증발시킨 물의 양을 xg이라 하면 소금물의 양은 $(450-x)$g이 되고 소금의 양은 변화없이 18g이다.

$(450-x)\times\frac{10}{100}=18$에서

$450-x=180$ $\therefore x=270$(g)

따라서 민수가 증발시킨 물의 양은 270g이다.

지연이는 소금물에 소금을 더하여 농도를 10%로 만들기로 하였으므로 더한 소금의 양을 yg이라 하면 소금이 늘어난 만큼 소금물도 증가하므로 소금물의 양은 $(450+y)$g이 되고 소금의 양은 $(18+y)$g이 된다.

$(450+y)\times\frac{10}{100}=18+y$에서 $450+y=180+10y$

$-9y=-270$ $\therefore y=30$(g)

따라서 지연이가 더 넣은 소금의 양은 30g이다.

20 답 9시 $16\frac{4}{11}$분

9시 x분에 분침과 시침이 일직선, 즉 분침과 시침이 이루는 각의 크기는 180°이다. 12시를 기준으로 시침이 움직인 각의 크기는 $(270+0.5x)^\circ$이고 분침이 움직인 각의 크기는 $(6x)^\circ$이므로

$(270+0.5x)-6x=180$

$-5.5x=-90$

$\therefore x=\frac{180}{11}=16\frac{4}{11}$(분)

따라서 구하는 시각은 9시 $16\frac{4}{11}$분이다.

21 답 7분 30초

물 탱크에 가득 찬 물의 양을 1이라 하자.

A, B 두 수도꼭지로 1분 동안 채우는 물의 양은 각각 전체의 $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{12}$이다.

C 배수구가 1분 동안 빼내는 물의 양은 전체의 $\frac{1}{20}$이므로 물을 가득 채우는데 걸리는 시간을 x분이라 하면

$\frac{x}{10}+\frac{x}{12}-\frac{x}{20}=1$

양변에 60을 곱하면

$6x+5x-3x=60$

$8x=60$

$\therefore x=\frac{15}{2}=7\frac{1}{2}$

따라서 물 탱크에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간은 7분 30초가 걸린다.

22 답 ⑤

전체 일의 양을 1이라 하면, 하루에 할 수 있는 일의 양은

형이 $\frac{1}{10}$, 동생이 $\frac{1}{20}$이다.

형제가 함께 일한 기간을 x일이라 하면

$4\times\frac{1}{10}+x\times\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{20}\right)=1$에서

$\frac{4}{10}+\frac{3}{20}x=1$

양변에 20을 곱하면

$8+3x=20$

$3x=12$ $\therefore x=4$(일)

따라서 형제가 함께 일한 기간은 4일이다.

23 답 ③

직각삼각형 ABC의 넓이는 밑변의 길이가 8cm, 높이가 6cm이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times 6=24(\text{cm}^2)$

직각삼각형 DBE의 넓이는 밑변의 길이를 2cm 줄이고 높이를 $x$cm 늘였으므로

$\triangle DBE=\frac{1}{2}\times(8-2)\times(6+x)=3(6+x)(\text{cm}^2)$

직각삼각형 DBE의 넓이는 처음 직각삼각형 ABC의 넓이의 2배가 되었으므로

$\triangle DBE=2\times\triangle ABC$에 의하여

$3(6+x)=2\times 24$

$6+x=16$ $\therefore x=10(\text{cm})$

24 답 60

삼각형 DGC의 넓이가 30이므로

$\frac{1}{2}\times 2x\times 10=30$ $\therefore x=3$

사각형 ABFE는 사다리꼴이므로 넓이는

$\frac{1}{2}\times(6+x)\times 10=\frac{1}{2}\times(6+3)\times 10=45$

사각형 EFGD의 넓이는

$\square ABCD-\square ABFE-\triangle DGC$

$=(6+4x)\times 10-45-30$

$=(6+4\times 3)\times 10-75=105$

따라서 사각형 ABFE의 넓이와 사각형 EFGD의 넓이의 차는

$105-45=60$

[다른 풀이]

사각형 EFGD는 사다리꼴이므로

$\overline{ED}=4x=4\times 3=12$

$\overline{FG}=\overline{BC}-(\overline{BF}+\overline{GC})=(6+4x)-(x+2x)$

$=6+x=9$

$\therefore \square EFGD=\frac{1}{2}\times(\overline{ED}+\overline{FG})\times\overline{AB}$

$=\frac{1}{2}\times(12+9)\times 10=105$

(이하 동일)

25 답 배의 속력 : 시속 12km, 거리 : $\frac{32}{3}$km

흐르지 않는 물에서의 배의 속력을 시속 $x$km라 하자.

배가 상류로 거슬러 올라가려면 강물의 속력만큼 배의 속력이 느려지므로 배의 속력은 시속 $(x-4)$km이고,

하류로 내려갈 때는 배의 속력이 강물의 속력만큼 빨라지므로 배의 속력은 시속 $(x+4)$km이다. ⓐ

A, B 두 지점을 운행하는 데 거슬러 올라갈 때 1시간 20분 걸리고, 내려갈 때 40분 걸렸으므로 두 경우의 이동거리가 A, B 두 지점 사이의 거리로 같음을 이용하면

$(x-4)\times 1\frac{20}{60}=(x+4)\times\frac{40}{60}$ ⓑ

$(x-4)\times\frac{4}{3}=(x+4)\times\frac{2}{3}$

양변에 $\frac{3}{2}$을 곱하면

$(x-4)\times 2=x+4$

$2x-8=x+4$

$\therefore x=12(\text{km/시})$ ⓒ

따라서 흐르지 않는 물에서의 배의 속력은 시속 12km이다.

A, B 두 지점 사이의 거리는

$(x+4)\times\frac{2}{3}$에 $x=12$를 대입하여 구하면

$(12+4)\times\frac{2}{3}=\frac{32}{3}(\text{km})$ ⓓ

| 채점기준 |

ⓐ 올라갈 때와 내려갈 때의 배의 속력을 이해하고 식으로 표현한다. [10%]

ⓑ 올라갈 때와 내려갈 때 두 지점 사이의 거리가 같음을 이용하여 방정식을 세운다. [40%]

ⓒ 방정식을 풀어 해를 구하여 흐르지 않는 물에서의 배의 속력을 구한다. [30%]

ⓓ 구한 해를 이용하여 A, B 두 지점 사이의 거리를 구한다. [20%]

26 답 94g

9%의 소금물 xg을 섞었다고 하면, 10%의 소금물의 양은

$100+x-66=x+34(\text{g})$ ⓐ

물을 증발시켜도 소금의 양은 변하지 않으므로

$\frac{4}{100}\times 100+\frac{9}{100}\times x=\frac{10}{100}\times(x+34)$ ⓑ

양변에 100을 곱하면

$400+9x=10x+340$ $\therefore x=60(\text{g})$

따라서 10%의 소금물의 양은 $60+34=94(\text{g})$이다. ⓒ

| 채점기준 |

ⓐ 10%의 소금물의 양을 미지수 x로 나타낸다. [20%]

ⓑ 소금의 양이 일정함을 이용하여 방정식을 세운다. [40%]

ⓒ 방정식을 풀어 10%의 소금물의 양을 구한다. [40%]

27 답 79점

응시자를 n명이라 하면 합격자는 $\frac{n}{4}$명, 불합격자는 $\frac{3}{4}n$명이다.

또, 응시자의 총점은 $72n$점 … ㉠

합격 최저 점수를 x점이라 하면 합격자의 총점은 $\frac{n}{4}(x+11)$ … ㉡

불합격자의 총점은 $\frac{3n}{4}(x-13)$ … ㉢

이때 ㉠=㉡+㉢이므로

$\frac{n}{4}(x+11)+\frac{3n}{4}(x-13)=72n$ ---------- ⓐ

양변에 $\frac{4}{n}$를 곱하면 $x+11+3x-39=288$

$4x=316$ $\therefore x=79$(점)

따라서 합격 최저 점수는 79점이다. ---------- ⓑ

| 채점기준 |

ⓐ 방정식을 세운다. [60%]

ⓑ 합격 최저 점수를 구한다. [40%]

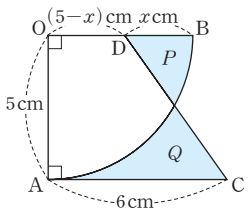
28 답 ①

그림에서 P와 Q의 넓이가 같으면 사분원 OAB의 넓이와 사다리꼴 OACD의 넓이가 같다.

$\overline{OD}=(5-x)$cm이므로

사다리꼴의 OACD의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\{6+(5-x)\}\times5$



사분원 OAB의 넓이는 $\frac{1}{4}\times5^2\times\pi=\frac{25}{4}\pi$

따라서 사다리꼴 OACD와 사분원 OAB의 넓이가 같으므로

$\frac{1}{2}\times\{6+(5-x)\}\times5=\frac{25}{4}\pi$

양변에 $\frac{2}{5}$를 곱하면 $11-x=\frac{5}{2}\pi$ $\therefore x=11-\frac{5}{2}\pi$

대단원 만점 문제

Ⅲ. 문자와 식

문제편 64P

01 답 ④

④ (시간)=$\frac{\text{(거리)}}{\text{(속력)}}$이므로 걸린 시간은 $\frac{x}{40}$시간이다.

02 답 −6

$A+(-2x+3)=2x+5$에서

$A=2x+5-(-2x+3)=2x+5+2x-3=4x+2$

$\frac{B}{4}=x-1$에서 $B=4(x-1)=4x-4$

$\therefore B-A=(4x-4)-(4x+2)=4x-4-4x-2=-6$

03 답 (1) −80 (2) −33 (3) 6

(1) $x=-2$, $y=3$을 식에 대입하면

$x^3+3x^2y-4y^3=(-2)^3+3\times(-2)^2\times3-4\times3^3$

$=-8+3\times4\times3-4\times27$

$=-8+36-108=-80$

(2) $x=-3$, $y=5$를 식에 대입하면

$5|2x+3y|-6|x-2y|$

$=5\times|2\times(-3)+3\times5|-6\times|(-3)-2\times5|$

$=5\times|9|-6\times|-13|$

$=5\times9-6\times13=45-78=-33$

(3) $a+b=3$, $b+c=4$, $c+a=5$이므로

$\frac{3c}{a+b}+\frac{4b}{b+c}+\frac{5a}{c+a}=\frac{3c}{3}+\frac{4b}{4}+\frac{5a}{5}=c+b+a$

$=\frac{1}{2}\{(a+b)+(b+c)+(c+a)\}$

$=\frac{1}{2}\times(3+4+5)=\frac{1}{2}\times12=6$

04 답 ⑤

① $a-3=b+2$의 양변에 1을 더하면 $a-2=b+3$

② $a-3=b+2$의 양변에 $(-c-2)$를 더하면 $a-c-5=b-c$

③ $a-3=b+2$의 양변에 3을 더하면 $a=b+5$

양변에 c를 곱하면 $ac=bc+5c$

④ $a-3=b+2$의 양변을 c로 나누면 $\frac{a-3}{c}=\frac{b+2}{c}$

⑤ $a-3c=b+2c$는 성립하지 않는다.

05 답 (1) $x=\frac{3}{4}$ (2) $x=-1$ (3) $x=2$

(1) 양변에 분모 3, 6, 2의 최소공배수 6을 곱하면

$2(x+4)-(x+2)=18-3(x+3)$

$2x+8-x-2=18-3x-9$, $4x=3$ $\therefore x=\frac{3}{4}$

(2) 양변에 10을 곱하면 $38x-12(x-0.5)=8(2x-0.5)$

$38x-12x+6=16x-4$, $10x=-10$ $\therefore x=-1$

(3) $5-(20-4x-x)=-3x+1$

$5-(20-5x)=-3x+1$

$5-20+5x=-3x+1$, $8x=16$ $\therefore x=2$

06 답 분속 180 m

하경이의 속력을 분속 xm라 하면 하영이의 속력은 분속 $1.5x$m이다. 두 사람이 출발한 지 20분 만에 하영이가 하경이를 한 바퀴 앞지르므로 20분 동안 하영이가 이동한 거리와 하경이가 이동한 거리의 차는 한 바퀴, 즉 1.2(km)=1200(m)가 되어야 한다. 주어진 조건에 의하여 $1.5x\times20-x\times20=1200$에서 $30x-20x=1200$

$10x=1200$ $\therefore x=120$(m/분), $1.5x=180$(m/분)

따라서 하영이의 속력은 분속 180m이다.

07 답 $\frac{7}{5}$ km

올라간 거리를 $x$km라 하면 내려간 거리는 $(x+1)$km이다.

올라갈 때의 속력이 시속 2km이므로 걸린 시간은 $\frac{x}{2}$시간

내려갈 때의 속력이 시속 3km이므로 걸린 시간은 $\frac{x+1}{3}$시간

총 걸린 시간이 1시간 30분이므로 $\frac{x}{2}+\frac{x+1}{3}=\frac{3}{2}$

양변에 6을 곱하면 $3x+2x+2=9$

$5x=7$ $\therefore x=\frac{7}{5}$ (km)

08 답 80 g

9%의 식염수를 xg 섞는다고 하면 4%의 식염수는 $(200-x)$g이고, 소금의 양은 변하지 않으므로

$\frac{4}{100}\times(200-x)+\frac{9}{100}\times x=\frac{6}{100}\times 200$

양변에 100을 곱하면 $4(200-x)+9x=1200$

$800-4x+9x=1200$

$5x=400$ $\therefore x=80$(g)

따라서 9%의 식염수는 80g 필요하다.

Ⅳ 좌표평면과 그래프

08 좌표평면과 그래프

문제편 68P

01 답 ④

④ 점 D의 좌표는 $D\left(\frac{5}{2}\right)$이다.

02 답 −5

두 점 $A(a-4, b-5)$, $B(3a-6, 2b+1)$이 같은 점이므로 x좌표와 y좌표가 각각 같다.

$a-4=3a-6$에서 $-2a=-2$ $\therefore a=1$

$b-5=2b+1$에서 $-b=6$ $\therefore b=-6$

$\therefore a+b=1+(-6)=-5$

03 답 ③

③ 점 $(0, 3)$은 y축 위의 점이고 x축, y축은 어떤 사분면에도 속하지 않는다.

04 답 ①

점 $P\left(a+2, \frac{1}{2}a+3\right)$은 x축 위의 점이므로 y좌표는 0이다.

$\frac{1}{2}a+3=0$ $\therefore a=-6$

또, 점 $Q(b-1, 2b+4)$는 y축 위의 점이므로 x좌표는 0이다.

$b-1=0$ $\therefore b=1$

$-ab=-(-6)\times 1=6>0$

$b-a=1-(-6)=7>0$

따라서 점 $R(-ab, b-a)$는 제1사분면에 있는 점이다.

05 답 ②

점 $P(a, -b)$가 제1사분면에 있는 점이므로 $a>0$, $-b>0$이다.

즉, $a>0$, $b<0$이므로 $ab<0$, $a-b>0$

따라서 점 $Q(ab, a-b)$는 제2사분면에 있는 점이다.

06 답 ⑤

점 $P(a, b)$가 제2사분면에 있는 점이므로 $a<0$, $b>0$이다.

이때 $a-1<0$, $ab<0$, $-b<0$이고 $a+b$의 부호는 알 수 없다.

① 점 $A(b, a)$는 $(+, -)$이므로 제4사분면에 있는 점이다.

② 점 $B(a-1, a)$는 $(-, -)$이므로 제3사분면에 있는 점이다.

③ 점 $C(ab, b)$는 $(-, +)$이므로 제2사분면에 있는 점이다.

④ 점 $D(-b, a)$는 $(-, -)$이므로 제3사분면에 있는 점이다.

⑤ 점 $E(a+b, 0)$은 x축 위의 점이므로 어느 사분면에도 속하지 않는다.

07 답 (1) 제4사분면 (2) 제4사분면

(1) $xy>0$이면 $x>0$, $y>0$ 또는 $x<0$, $y<0$이어야 한다.

그런데 $x+y<0$이므로 $x<0$, $y<0$

따라서 점 P는 제4사분면에 있는 점이다.

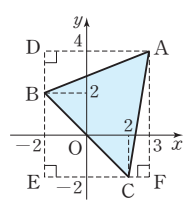
(2) 점 $Q(a, b)$가 제2사분면에 있으면 $a<0$, $b>0$

$\therefore b-a>0$, $ab<0$

따라서 점 R는 제4사분면에 있는 점이다.

08 답 ①

삼각형 ABC를 좌표평면 위에 나타내면 그림과 같다.



(삼각형 ABC의 넓이)

=(사각형 ADEF의 넓이)

−(삼각형 ADB의 넓이)

−(삼각형 BEC의 넓이)

−(삼각형 ACF의 넓이)

$=5\times 6-\frac{1}{2}\times 5\times 2-\frac{1}{2}\times 4\times 4-\frac{1}{2}\times 1\times 6$

$=30-5-8-3=14$

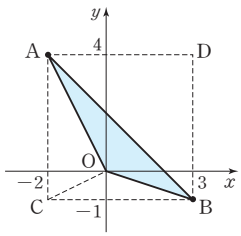
09 답 5

(직사각형 ACBD의 넓이)$=5\times5=25$

(삼각형 ABD의 넓이)$=\frac{1}{2}\times5\times5=\frac{25}{2}$

(삼각형 AOC의 넓이)$=\frac{1}{2}\times5\times2=5$

(삼각형 BOC의 넓이)$=\frac{1}{2}\times5\times1=\frac{5}{2}$



∴ (삼각형 AOB의 넓이)

$=$(직사각형 ACBD의 넓이)$-\{$(삼각형 ABD의 넓이)

$+$(삼각형 AOC의 넓이)$+$(삼각형 BOC의 넓이)$\}$

$=25-\left(\frac{25}{2}+5+\frac{5}{2}\right)=5$

10 답 ②

점 P$(a+3,\ b-7)$과 x축에 대하여 대칭인 점은

$(a+3,\ -(b-7))$이다.

이 점과 점 Q$(3a-5,\ -2b+1)$이 같으므로

$a+3=3a-5$에서 $-2a=-8$ ∴ $a=4$

$-b+7=-2b+1$ ∴ $b=-6$

∴ $a+b=-2$

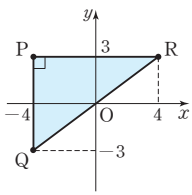
11 답 24

P$(-4,\ 3)$ $\xrightarrow{x\text{축에 대칭}}$ Q$(-4,\ -3)$

P$(-4,\ 3)$ $\xrightarrow{y\text{축에 대칭}}$ R$(4,\ 3)$

∴ (삼각형 PQR의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times8\times6=24$



12 답 ③

폭이 일정한 물병에서 시간과 물높이 사이의 관계의 그래프는 일정하게 증가, 즉 그래프가 직선으로 나타나고, 폭이 좁은 물병에서는 좀 더 빠르게 증가한다.

이때 물은 아래에서부터 채워지므로 그림의 물병은 폭이 좁았다가 넓어지는 형태이다. 따라서 물높이가 빠르게 증가하다가 물의 높이가 느리게 증가하는 모양인 그래프 ③이다.

13 답 ①, ④

① 그래프의 기울어진 모양이 직선으로 증가하는 모양이므로 시간당 방류하는 양은 일정하다.

② A의 그래프가 B의 그래프보다 x(시간)의 값이 증가함에 따른 y(방류되는 물의 양)의 값의 변화가 더 크기 때문에 시간당 방류되는 물의 양은 A가 더 많다.

③ 같은 양의 물을 방류하는 데 걸리는 시간은 수문 B가 수문 A의 2배이다.

④ 그래프에서 A는 5시간 동안 80만 톤이 방류되므로 1시간당 16만 톤의 물이 방류된다. B는 5시간 동안 40만 톤이 방류되므로 1시간당 8만 톤이 방류된다. 따라서 두 개의 수문을 모두 열면 1시간당 24만 톤이 방류된다.

⑤ 수문 A, 수문 B의 방류되는 물의 양의 차이는 두 그래프의 간격이 점점 벌어지고 있으므로 점점 증가한다.

14 답 ④

① B의 그래프가 중간에 거리가 변하지 않는, 즉 멈춘 구간이 있으므로 토끼라 할 수 있다.

② (가) 구간에서 A가 B보다 x(시간)의 값이 증가함에 따른 y(거리)의 값의 변화가 더 작기 때문에 A의 속력이 B의 속력보다 느리다.

③ (나), (다) 구간에서 B의 그래프가 x축과 평행하므로 거리는 변하지 않았다. 즉, 멈춰 있다.

④ (나), (다) 구간에서 B는 멈춰 있기 때문에 A의 속력이 B의 속력보다 빠르지만 (라) 구간에서는 B가 A보다 x(시간)의 값이 증가함에 따른 y(거리)의 값의 변화가 더 크기 때문에 B의 속력이 더 빠르다.

⑤ (다), (라) 구간에서 A의 그래프가 B의 그래프보다 위에 있기 때문에 A가 B보다 결승점에 더 가깝다.

15 답 ③, ⑤

각각을 x와 y 사이의 관계식으로 나타내어 보면

① $y=\frac{250}{x}$ ② $y=\frac{10}{x}$ ③ $y=1.5x$ ④ $y=\frac{50}{x}$ ⑤ $y=500x$

따라서 y가 x에 정비례하는 것은 ③, ⑤이다.

16 답 ⑤

ㄴ. 점 $\left(-1,\ \frac{1}{4}\right)$을 지난다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.

17 답 ④

점 Q는 x좌표가 2이고, 직선 $y=-2x$ 위의 점이므로

y좌표는 -4이다.

∴ $b=-4$

점 P는 직선 $y=\frac{1}{2}x$ 위의 점으로 $b=\frac{1}{2}a$가 성립하고

$b=-4$이므로 $-4=\frac{1}{2}a$ ∴ $a=-8$

∴ P$(-8,\ -4)$

18 답 ④

$y=ax$에서 a의 절댓값이 커질수록 y축에 가까워진다.

직선 $y=ax$가 색칠한 부분만을 지나기 위해서는 $a>1$이어야 하므로 ④ $y=2x$이다.

19 답 $y=x$

점 A$(k, 3k-3)$이 직선 $y=2x$ 위의 점이므로 대입하면

$3k-3=2k$ $\therefore k=3$

따라서 점 A의 좌표는 $(3, 6)$이고 점 B의 좌표는 $(3, 0)$이다.

이때 직선 l이 선분 AB 위의 점 P를 지나면서 삼각형 AOB의 넓이를 이등분하려면 $\overline{AP}=\overline{PB}$이어야 한다.

$\overline{AB}=6$이므로 $\overline{PB}=3$

즉, 점 P의 y좌표는 3이므로 P$(3, 3)$

직선 l은 원점을 지나는 직선이므로 $y=ax$ 꼴이고 점 P$(3, 3)$을 지나므로 대입하면 $3=3\times a$ $\therefore a=1$

따라서 직선 l의 식은 $y=x$이다.

20 답 ③

ㄱ. (소금의 양)$=\frac{(\text{농도 }\%)}{100}\times$(소금물의 양)이므로

$y=\frac{20}{100}\times x$ $\therefore y=\frac{1}{5}x$

ㄴ. (직사각형의 둘레의 길이)$=2\times\{$(가로의 길이)$+$(세로의 길이)$\}$이므로 $2(x+y)=20$ $\therefore y=-x+10$

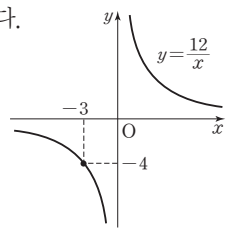
ㄷ. (삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times$(밑변의 길이)$\times$(높이)이므로

$25=\frac{1}{2}\times x\times y$ $\therefore y=\frac{50}{x}$

따라서 $y=\frac{a}{x}$ 꼴인 것은 ㄷ뿐이다.

21 답 ①, ⑤

반비례 관계 $y=\frac{12}{x}$의 그래프는 그림과 같다.



① $y=\frac{12}{x}$에서 $x=-3$일 때

$y=\frac{12}{-3}=-4$이므로

점 $(-3, -4)$를 지난다.

② 제1사분면과 제3사분면을 지난다.

③ $x>0$과 $x<0$인 범위에서만 각각 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다. 또, x의 값이 음수에서 양수로 증가하면 y의 값도 음수에서 양수로 증가하게 된다.

④ 원점에 대하여 대칭이다.

22 답 ④

$y=\frac{a}{x}$에서 $a=xy$이고 $x=\frac{7}{2}$, $y=6$을 대입하면

$a=\frac{7}{2}\times 6=21$

점 (m, n)이 반비례 관계 $y=\frac{21}{x}$의 그래프 위의 점이므로

대입하면 $n=\frac{21}{m}$에서 $mn=21$

이때 m, n이 모두 정수이므로 모두 21의 약수 및 그 수와 부호가 다른 수이다. 따라서 모두 정수인 점의 개수는 $(-21, -1)$, $(-7, -3)$, $(-3, -7)$, $(-1, -21)$, $(1, 21)$, $(3, 7)$, $(7, 3)$, $(21, 1)$의 8개이다.

23 답 ①

점 P의 x좌표를 a라 하면 점 P가 반비례 관계 $y=\frac{6}{x}$의 그래프 위의 점이므로 P$\left(a, \frac{6}{a}\right)$이다. 따라서 $\overline{OQ}=a$, $\overline{PQ}=\frac{6}{a}$이므로

(삼각형 OPQ의 넓이)$=\frac{1}{2}\times a\times\frac{6}{a}=3$

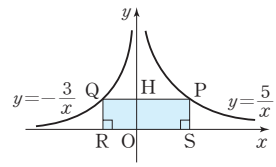
24 답 8

$\overline{PQ}$와 y축의 교점을 H라 하면

(직사각형 PQRS의 넓이)

=(직사각형 PHOS의 넓이)

+(직사각형 QROH의 넓이)



점 P의 y좌표를 $a(a>0)$라 하면

$a=\frac{5}{x}$에서 $x=\frac{5}{a}$ $\therefore$ P$\left(\frac{5}{a}, a\right)$

여기서 $\overline{PH}=\frac{5}{a}$, $\overline{PS}=a$이므로

(직사각형 PHOS의 넓이)$=a\times\frac{5}{a}=5$

한편 점 Q의 y좌표는 점 P의 y좌표와 같으므로

$a=-\frac{3}{x}$에서 $x=-\frac{3}{a}$ $\therefore$ Q$\left(-\frac{3}{a}, a\right)$

그런데 $-\frac{3}{a}<0$이므로 $\overline{QH}=\frac{3}{a}$, $\overline{QR}=a$

$\therefore$ (직사각형 QROH의 넓이)$=a\times\frac{3}{a}=3$

$\therefore$ (직사각형 PQRS)

=(직사각형 PHOS의 넓이)+(직사각형 QROH의 넓이)

$=5+3=8$

25 답 ⑤

점 A의 x좌표가 4이므로 y좌표는 $\frac{3}{2}\times 4=6$

$y=\frac{a}{x}$의 그래프가 점 $(4, 6)$을 지나므로 $6=\frac{a}{4}$에서 $a=24$

26 답 $\frac{1}{2}$

교점 Q의 좌표가 $(4, 2)$이므로

$y=bx$에서 $2=4b$ $\therefore b=\frac{1}{2}$

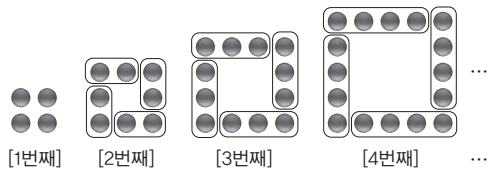
$y=\frac{4ab}{x}$에서 $2=\frac{4a\times\frac{1}{2}}{4}$ $\therefore a=4$

따라서 점 P$(k, 2)$가 정비례 관계 $y=4x$의 그래프 위의 점이므로 대입하면

$2=4k$ $\therefore k=\frac{1}{2}$

27 답 80개

x번째에 필요한 바둑돌의 개수를 y개라 하면



위의 그림에서

[1번째] $4=1\times4$(개), [2번째] $8=2\times4$(개),

[3번째] $12=3\times4$(개), [4번째] $16=4\times4$(개),

⋮

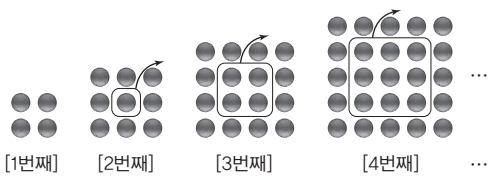
[x번째] $x\times4$(개)

이므로 $y=4x$로 나타낼 수 있다.

따라서 20번째에 필요한 바둑돌의 개수는 $x=20$일 때

$y=4\times20=80$(개)

[다른 풀이]



[1번째] 2^2-0^2, [2번째] 3^2-1^2,

[3번째] 4^2-2^2, [4번째] 5^2-3^2,

⋮

[x번째] $(x+1)^2-(x-1)^2$

따라서 20번째 바둑돌의 개수는 $21^2-19^2=441-361=80$(개)

28 답 (1) $y=\frac{80}{x}$ (2) 16개

(1) 두 톱니바퀴 A와 B가 각각 회전하였을 때 맞물린 톱니의 수가 같아야 한다. 톱니의 수가 20개인 톱니바퀴 A가 4번 회전하는 동안 맞물린 톱니의 수는 $20\times4=80$(개), 톱니의 수가 x개인 톱니바퀴 B가 y번 회전하는 동안 맞물린 톱니의 수는 $x\times y$(개)이므로

$xy=80$ $\therefore y=\frac{80}{x}$

(2) $y=5$일 때, $5=\frac{80}{x}$ $\therefore x=\frac{80}{5}=16$(개)

따라서 톱니바퀴 B의 톱니의 수는 16개이다.

29 답 6

점 P와 점 Q는 y축에 대하여 대칭이므로 x좌표는 절댓값이 같고 부호가 다르며, y좌표는 같다.

$\therefore$ Q$(-a, a-2b)$ ⓐ

점 Q와 점 R는 원점에 대하여 대칭이므로 x좌표, y좌표는 각각 절댓값이 같고 부호가 다르다.

$a=3a-2$에서 $2a=2$ $\therefore a=1$

$-a+2b=-b+5$에서 $-1+2b=-b+5$

$3b=6$ $\therefore b=2$ ⓑ

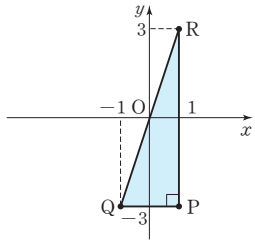
따라서 P$(a, a-2b)$=P$(1, -3)$,

Q$(-a, a-2b)$=Q$(-1, -3)$,

R$(3a-2, -b+5)$=R$(1, 3)$이다.

$\therefore$ (삼각형 PQR의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times2\times6=6$ ⓒ



| 채점기준 |

ⓐ 점 Q의 좌표를 구한다. [30%]

ⓑ a, b의 값을 각각 구한다. [30%]

ⓒ 삼각형 PQR의 넓이를 구한다. [40%]

30 답 (1) $y=\frac{360}{x}$ (2) 40대

(1) 이 일은 기계 30대로 12시간을 작업해야 마치므로 기계 1대로 작업할 경우 총 작업 시간이 $30\times12=360$(시간) 걸린다.

x대의 기계로 y시간 작업하면 총 걸리는 시간이 $x\times y$(시간)이므로

$xy=360$ $\therefore y=\frac{360}{x}$ ⓐ

(2) 필요한 기계의 개수는 $y=\frac{360}{x}$에서 $y=9$일 때 x의 값이므로

$9=\frac{360}{x}$에서 $9x=360$ $\therefore x=\frac{360}{9}=40$(대) ⓑ

| 채점기준 |

ⓐ 조건을 이용하여 x와 y 사이의 관계식을 구한다. [60%]

ⓑ x와 y 사이의 관계식을 이용하여 물음의 답을 구한다. [40%]

31 답 20분

그래프에서 자전거 A는 20분 동안 3km를 이동하였으므로 속력은 분속 $\frac{3}{20}$km, 자전거 B는 50분 동안 5km를 이동하였으므로 속력은 분속 $\frac{1}{10}$km이다. 6km를 가는 데 걸리는 시간은

A : $6\div\frac{3}{20}=40$(분), B : $6\div\frac{1}{10}=60$(분)

따라서 B가 20분 먼저 출발해야 한다.

32 답 ②

점 P의 x좌표를 p라 하면 P$(p, 8)$, Q$(p+3, 4)$

두 점 P, Q는 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위의 점이므로

$a=8p=4(p+3)$ $\therefore p=3$

$\therefore$ P$(3, 8)$, Q$(6, 4)$

정비례 관계 $y=mx$의 그래프가 점 P를 지날 때, $8=3m$에서 $m=\frac{8}{3}$이고, 점 Q를 지날 때, $4=6m$에서 $m=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

$\therefore \frac{2}{3}\le m\le\frac{8}{3}$

대단원 만점 문제

01 답 ④

점 P(a, b)가 제3사분면의 점이므로 $a<0$, $b<0$

$\therefore -a>0$, $-b>0$, $a+b<0$

① A$(-a, b)$는 $(+, -)$이므로 제4사분면에 있는 점이다.

② B$(a+b, a)$는 $(-, -)$이므로 제3사분면에 있는 점이다.

③ C$(b, a+b)$는 $(-, -)$이므로 제3사분면에 있는 점이다.

④ D$(b, -a)$는 $(-, +)$이므로 제2사분면에 있는 점이다.

⑤ E$(-a, -b)$는 $(+, +)$이므로 제1사분면에 있는 점이다.

02 답 (1) $S=3a$ (2) 10

(1) 그림에서 $a>0$이므로 점 Q는 점 R보다 위쪽에 있다.

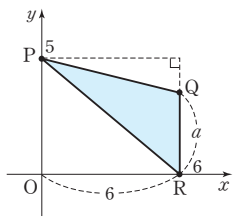
$\overline{QR}=a$, $\overline{OR}=6$이므로

$\therefore$ (삼각형 PQR의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times\overline{QR}\times\overline{OR}$

$=\frac{1}{2}\times a\times 6=3a$

$\therefore S=3a$



(2) $S=3a$에서 $S=30$이므로 $3a=30$에서 $a=10$

03 답 35

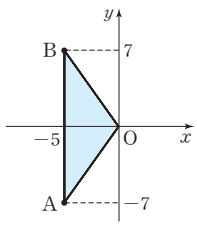
점 A$(a, -7)$과 점 B$(-5, b)$는 x축에 대하여 대칭이므로

$a=-5$, $b=-(-7)=7$

$\therefore$ A$(-5, -7)$, B$(-5, 7)$

$\therefore$ (삼각형 AOB의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times 14\times 5=35$



04 답 ④

㉠ : $y=ax$ 꼴이고, 점 $(3, 5)$를 지나므로 대입하면

$5=3a$ $\therefore a=\frac{5}{3}$

따라서 x와 y 사이의 관계식은 $y=\frac{5}{3}x$이다.

㉡ : $y=bx$ 꼴이고, 점 $(-2, 3)$을 지나므로 대입하면

$3=-2b$ $\therefore b=-\frac{3}{2}$

따라서 x와 y 사이의 관계식은 $y=-\frac{3}{2}x$이다.

05 답 ②, ③

① 원점을 지나지 않는다.

④ $x>0$과 $x<0$인 범위에서 각각 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

⑤ $x<0$일 때, $y>0$이다.

06 답 ④

① 매분 x L씩 y분 동안 채운 물의 양은 xy L이므로

$xy=100$ $\therefore y=\frac{100}{x}$

② 10다스, 즉 120자루의 연필을 x명에게 y자루씩 나누어 주었으므로

$xy=120$ $\therefore y=\frac{120}{x}$

③ 시속 $x$km의 속력으로 y시간 동안 달린 거리가 100km이므로

$xy=100$ $\therefore y=\frac{100}{x}$

④ 하루에 8쪽씩 x일 동안 읽어서 총 y쪽을 읽었으므로

$8x=y$ $\therefore y=8x$

⑤ 한 변의 길이가 5cm인 정사각형 모양의 타일을 가로로 x개, 세로로 y개 붙였을 때, 가로의 길이는 $5x$cm, 세로의 길이는 $5y$ cm이므로 타일 전체의 넓이는

$5x\times 5y=100$ $\therefore y=\frac{4}{x}$

07 답 $\frac{15}{7}$

점 A의 x좌표를 p라 하면 점 A는 정비례 관계 $y=3x$의 그래프 위의 점이므로 A$(p, 3p)$이다. 점 P의 x좌표도 p이고, 점 P는 정비례 관계 $y=ax$의 그래프 위의 점이므로 P(p, ap)이고, 점 Q의 좌표는 Q$(p, 0)$이다.

그런데 $\overline{AP}:\overline{PQ}=2:5$, 즉 $5\overline{AP}=2\overline{PQ}$이므로

$5(3p-ap)=2ap$에서

$15p-5ap=2ap$

$7ap=15p$

$\therefore a=\frac{15}{7}$ ($\because p\neq 0$)

08 답 ④

점 A는 x좌표가 2이고, 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위의 점이므로

A$\left(2, \frac{a}{2}\right)$

한편 정사각형 ABCD의 넓이가 9이므로

$\overline{AB}=\overline{BC}=3$

점 C는 x좌표가 5이고, 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위의 점이므로 C$\left(5, \frac{a}{5}\right)$

따라서 점 A와 점 C의 y좌표의 차는 $\overline{AB}$의 길이와 같으므로

$\frac{a}{2}-\frac{a}{5}=3$에서 $\frac{3}{10}a=3$ $\therefore a=10$