학교시험 1등급 완성 학습 계획표 [32일]

Day	문항 번호	틀린 문제 / 헷갈리는 문제 번호 적기	날짜	복습 날짜
1	A 01~80		월 일	월 일
2	81~107		월 일	월 일
3	B 01~74		월 일	월 일
4	75~132		월 일	월 일
5	133~157		월 일	월 일
6	C 01~94		월 일	월 일
7	95~147		월 일	월 일
8	148~177		월 일	월 일
9	D 01~92		월 일	월 일
10	93~148		월 일	월 일
11	149~172		월 일	월 일
12	E 01~73		월 일	월 일
13	74~95		월 일	월 일
14	F 01~82		월 일	월 일
15	83~118		월 일	월 일
16	119~140		월 일	월 일
17	G 01~94		월 일	월 일
18	95~158		월 일	월 일
19	159~188		월 일	월 일
20	H 01~87		월 일	월 일
21	88~146		월 일	월 일
22	147~188		월 일	월 일
23	189~209		월 일	월 일
24	I 01~96		월 일	월 일
25	97~162		월 일	월 일
26	J 01~91		월 일	월 일
27	92~121		월 일	월 일
28	모의 A, B		월 일	월 일
29	모의 C, D		월 일	월 일
30	모의 E, F		월 일	월 일
31	모의 G, H		월 일	월 일
32	모의 I, J		월 일	월 일

- 나는 ____________ 대학교 ____________ 학과 ________ 학번이 된다.
- 磨斧作針 (마부작침) – 도끼를 갈아 바늘을 만든다. (아무리 어려운 일이라도 끈기 있게 노력하면 이룰 수 있음을 비유하는 말)

집필진 · 감수진 선생님들

자이스토리는 수능 준비를 가장 효과적으로 할 수 있도록
수능, 평가원, 학력평가 기출문제를 개념별, 유형별, 난이도별로
수록하였으며, 명강의로 소문난 학교·학원 선생님들께서
명쾌한 해설을 입체 첨삭으로 집필하셨습니다.

[집필진]

김덕환 대전 대성여자고등학교
배수나 가인아카데미
이종석 일등급 수학 저자
신건률 대치 다원교육
장철희 서울 보성고등학교
전경준 서울 풍문고등학교
최대철 서울 인창고등학교
홍지언 부산대학교 수학 박사과정
홍지우 안양 평촌고등학교
황광희 시흥 시흥고등학교
수경 수학 컨텐츠 연구소

[다른 풀이 집필]
강 현 경주 비상아이비츠 강현학원
곽웅수 광주 카르페영수학원
김리안 인천 수리안학원
김예진 경남 수능수학 전문컨설턴트

김 준 인천 쭌에듀학원
박경희 화성 대치정인학원
신은숙 서울 펜타곤학원
유대호 평촌 플랜지에듀
유재영 평택 비전고등학교
이보형 성남 매쓰코드학원
이세복 서울 일타수학학원
전승환 안양 공즐학원
정경애 대구 수투수학학원

정석균 천안 힐베르트 수학과학학원
채송화 부산 채송화수학
홍영표 안양 더큰꿈학원
황선아 수원 서나학원

개념&문제 풀이
강의 선생님
유튜브 채널
셀프수학

[특별 감수진]

박경문 전주 해성중학교
박주현 서울 장훈고등학교
신창훈 광주 송원고등학교
유재영 안성 경기창조고등학교
윤지원 인천 송도일프로팀수학
이승주 인천 명신여자고등학교
이용환 원주 원주여자고등학교
이윤희 인천 숭덕여자중학교
이준형 사천 사천고등학교
장용준 의정부 상우고등학교
조현정 서울 동덕여자고등학교

[감수진]

강동운 제주 이엠스쿨
강동은 서울 반포세정학원
강연호 고양 일산유투엠학원
곽경은 인천 쭌에듀학원
곽재혁 파주 유투엠수학학원
권가영 서울 목동커스텀수학학원
권용식 광주 와이엠수학전문학원
김기덕 서울 메가매쓰수학학원
김대식 하남 하남고등학교
김봉섭 부산 한수위수학전문학원
김선화 광주 풍암필즈수학학원
김슬기 대전 매쓰플랜수학학원반석
김윤경 구리 국빈수학학원
김주은 서울 쭌에듀학원
김주진 전주 M진수학학원
김지훈 서울 까꿍수학
김태은 용인 수지수학의아침
김현석 서울 1타수학목동관학원
김홍만 울산 멘토링단과학원
남인제 대구 미쓰매쓰수학학원
렴영순 인천 이텀교육학원

류세정 대전 피톤치드수학학원
박경수 서울 제이에스학원
박미옥 목포 폴리아학원
박소영 대전 둔산깊은생각
박시현 청주 성호학원
박신태 수원 디엘수학전문학원
박영언 의정부 멘토학원
박종범 용인 상현돌격수학학원
방성의 시흥 초고수수학학원
배민정 부산 엠제이수학학원
백은지 부산 백퍼센트수학학원
서상현 서울 버팀수학
서영덕 진주 탑앤탑학원
서예지 군포 고밀도학원
서원준 서울 잠실시그마수학학원
서한삼 광주 퍼스트수학학원
신정식 서울 미래탐구오목캠퍼스
신지현 서울 대치미래탐구
신진아 양평 에듀셀파기숙학원 /남양주신수학
여원구 제주 피드백수학전문학원

유두열 파주 열린학원
윤현선 목포 채움수학학원
윤희용 부천 매트릭스학원
이경수 부산 경수학
이기용 제주 재동학원
이서윤 화성 동탄곰수학학원
이성준 대구 공감수학학원
이세연 의정부 에이스인학원
이승현 고양 일산곰수학M학원
이유환 부산 이유환수학학원
이준석 서울 이가수학학원
이창길 광주 이창길수학학원
이충열 인천 루원로드맵수학학원
이태권 대구 보담학원
이현석 서울 강서꿀수학
이현재 세종 몰입수학전문학원
이효상 부산 미래EMS학원
장길하 서울 새움수학학원
장민희 청주 아인학원
장성인 부산 노마드수학전문학원
전준혁 서울 카이만수학학원

정영진 수원 공부의자신감학원
조주희 서울 대치파인만수학학원
조형두 서울 잇올스파르타대치센터
주태빈 군포 산본수학을권하다학원
최세남 서울 엑시엄수학학원
최은미 서울 위플라이수학
최정은 대구 수본수학학원
최진수 인천 루원로드맵수학학원
함민호 서울 뉴파인마포고등관
홍성문 시흥 홍성문수학학원
홍성주 서울 목동굿매쓰

[My Top Secret 집필]
곽지훈 서울대 수학교육과
김진형 서울대 약학과
정서린 서울대 약학과
정호재 서울대 경제학부
황대윤 서울대 수리과학부

차 례 [총 177개 유형]

Ⅲ 함수와 그래프

Special 내신+학평 대비 단원별 모의고사

개념&문제 풀이 강의 선생님 유튜브 채널

셀프수학

유형별 문제와 1등급 대비 문제 훈련으로 내신 1등급 완성

1 개념 스토리+개념 확인 문제

공통수학2에서 꼭 알아야 하는 중요한 교과서 개념을 쉽게 이해되도록 설명하였습니다. 또한, 개념과 공식을 확실히 자신의 것으로 만들 수 있는 개념 확인 문제를 함께 수록했습니다.

- **중요도 ★★★** : 시험에 자주 나오는 개념과 유형의 중요 정도 제시
- **개념 확인 문제** : 개념 하나하나에 대한 맞춤 문제로 구성

개념 스토리 A 평면좌표 개념 강의 중요도

1 두 점 사이의 거리 – 유형 01~05

(1) 좌표평면 위의 두 점 사이의 거리

좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 사이의 거리는

$\overline{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

특히, 원점 O와 점 $A(x_1, y_1)$ 사이의 거리는

$\overline{OA}=\sqrt{x_1^2+y_1^2}$

참고 오른쪽 그림과 같이 직각삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

개념 확인 문제

[A12~A14] 좌표평면 위의 두 점 A(−1, … 대하여 다음을 구하시오.

A12 $\overline{AB}$를 5 : 3으로 내분하는 점 P…

A13 $\overline{AB}$를 2 : 3으로 내분하는 점 Q…

동영상 강의 개념+중요 문제 QR 코드

- **QR 코드** : 수학 전문 강사의 생생한 개념 강의를 통해 완벽한 개념 학습을 할 수 있도록 하였습니다.

2 내신+학평 유형 스토리

개념에 따른 유형을 자세히 공부할 수 있도록 학교 시험이나 학력평가에서 출제되었던 문제들을 촘촘하게 세분화하여 개념순, 난이도 순으로 수록하였습니다.

- **유형 정리** : 시험에서 출제되었던 모든 유형을 제시하여 효과적이고 완벽한 유형 분석을 할 수 있도록 하였습니다.
- **tip** : 유형에 따라 한 번 더 상기해야 할 개념과 접근법을 제시하였습니다.
- **QR 코드** : 유형별 핵심 문제와 혼자 풀기 어려운 문제의 풀이 과정을 동영상 강의를 통해 한 번 더 학습할 수 있도록 하였습니다.

내신+학평 유형 스토리

1 두 점 사이의 거리 + 3 평면좌표의 활용

유형 01 두 점 사이의 거리 중요

(1) 좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$에 대하여 $\overline{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

(2) 원점 O와 점 $A(x_1, y_1)$ 사이의 거리는 $\overline{OA}=\sqrt{x_1^2+y_1^2}$

tip 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 사이의 거리는 좌표평면에서 $\overline{AB}$를 빗변으로 하는 직각삼각형을 그렸을 때, 피타고라스 정리를 적용한 것이다.

A21 2021실시 9월 학평 3(고1)

좌표평면 위의 두 점 P(1, 2), Q(−2, 1) 사이의 거리는? (2점)

① $\sqrt{10}$ ② $\sqrt{11}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{13}$ ⑤ $\sqrt{14}$

A22 2022실시 9월 학평 4(고1)

좌표평면 위의 원점 O와 두 점 A(5, −5), B(1, a)에 대하여 $\overline{OA}=\overline{OB}$를 만족시킬 때, 양수 a의 값은? (3점)

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

A24 최다출제 / 2018실시 9월

좌표평면 위의 두 점 A(2, 0), B(0, a) 사이의 … $\sqrt{13}$일 때, 양수 a의 값은? (3점)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

A25 2019실시(나) 3월

좌표평면 위의 두 점 A(−1, 3), B(4, 1)에 대하… AB를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이를 구하시오.

A26 2022실시 9월 학평 25(고1)

좌표평면 위에 두 점 A($2t$, −3), B(−1, $2t$)가 있다. 선분 AB의 길이를 l이라 할 때, 실수 t에 … l^2의 최솟값을 구하시오. (3점)

- **난이도** : ✿✿✿ – 기본 문제, ✿✿✿ – 중급 문제, ✿✿✿ – 중상급 문제, ✿✿✿ – 상급 문제

- 출처표시 : 수능, 평가원 – 대비연도, 학력평가 – 실시연도
  - 2025대비 수능(나) 22번 : 2024년 11월에 실시한 수능
  - 2024실시 6월 학평 16(고1) : 2024년 6월에 실시한 학력평가
  - 2023실시 3월 학평 10(고2) : 2023년 3월에 실시한 학력평가
  - 표시 없는 문제 : 기출 변형 문제(내신, 학평)

- 최다출제 : 내신, 학평에서 가장 출제율이 높은 문제
- 신유형 : 최근 내신+학평에서 출제되는 새로운 유형의 문제
- 필수 : 유형 학습을 위해 꼭 확인 해야 하는 문제
- 중요 : 시험에 반드시 출제되는 중요 유형 체크

3 서술형 스토리–단계별 문제해결 방법 제시

학교시험에서 출제되는 다양한 서술형 문제를 단계적으로 풀어 나가는 과정을 제시하여 서술형 문제에 대한 자신감을 얻을 수 있게 구성하였습니다.

서술형 스토리 단계별 서술하기 + 스스로 서술하기

A96 좌표평면 위의 두 점 A(3, 2), B(−4, 5)에 대하여 $\overline{AC}=\overline{BC}$를 만족하는 점 C가 직선 $y=x-2$ 위의 점일 때, 원점 O에서 점 C까지의 거리를 구하는 과정을 서술하시오. (10점)

1st 직선 위의 점 C의 좌표를 한 문자로 나타내보자.

A98 두 점 A(3, 2), B(−3, −1)을 이은 선분 AB를 2 : 3으로 내분하는 점을 E라 하자. 이때, 직선 $y=mx-2$가 점 E를 지날 때, 상수 m의 값을 구하는 과정을 서술하시오. (10점)

4 단원별 모의고사 – 내신+학평 대비와 단원 실력 최종 점검

중간, 기말 학교 시험에 대비할 수 있는 단원별 모의고사를 통해 자신의 실력을 체크하고, 부족한 부분은 보충할 수 있습니다.

★ 주요 문항 동영상 강의 제공

내신+학평 대비 단원별 모의고사 A 평면좌표

• 문항 수 14개 • 배점 45점 • 제한시간 40분

A01 좌표평면 위의 두 점 A(3, −2), B(a−2, 4) 사이의 거리가 $6\sqrt{2}$일 때, 양수 a의 값은? (2점)

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

A05 2016실시 11월 학평 12(고1)

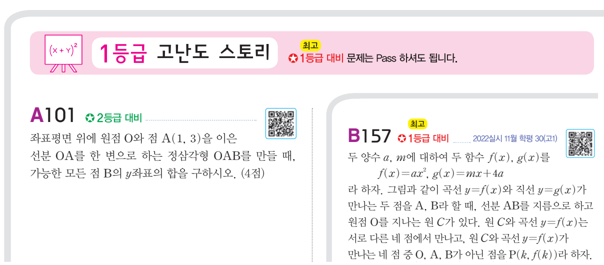
좌표평면 위의 두 점 A(−1, −2), B(5, a)에 대하여 선분 AB를 2 : 1로 내분하는 점 P의 좌표가 (b, 0)일 때, $a+b$의 값은? (3점)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

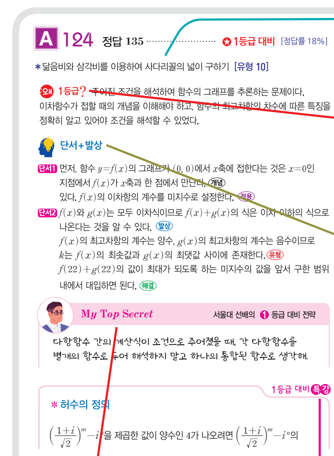
5 1등급 고난도 스토리 – 2등급 대비+1등급 대비

1등급을 가르는 변별력 있는 고난도 문제를 난이도 순으로 배열하여 종합적인 사고력과 응용력을 길러서 반드시 수학 1등급을 달성할 수 있도록 구성했습니다.

- 최고 1등급 대비 : 실제 시험장에서 손도 대지 못했던 극강의 난이도 문제 (도전해 보되, 좌절하지는 말자!)
- 1등급 대비 : 정답률이 20% 이하인 문제로, 1등급을 가르는 최고난도 문제
- 2등급 대비 : 정답률이 21%~35%인 문제로, 1, 2등급으로 발돋움하는 데 도움이 되는 최상급 문제



6 1등급 대비 · 2등급 대비 문제 특별 해설



문제 분석
어떤 유형이 1, 2등급 대비 문제로 출제되었는지 알려줍니다.

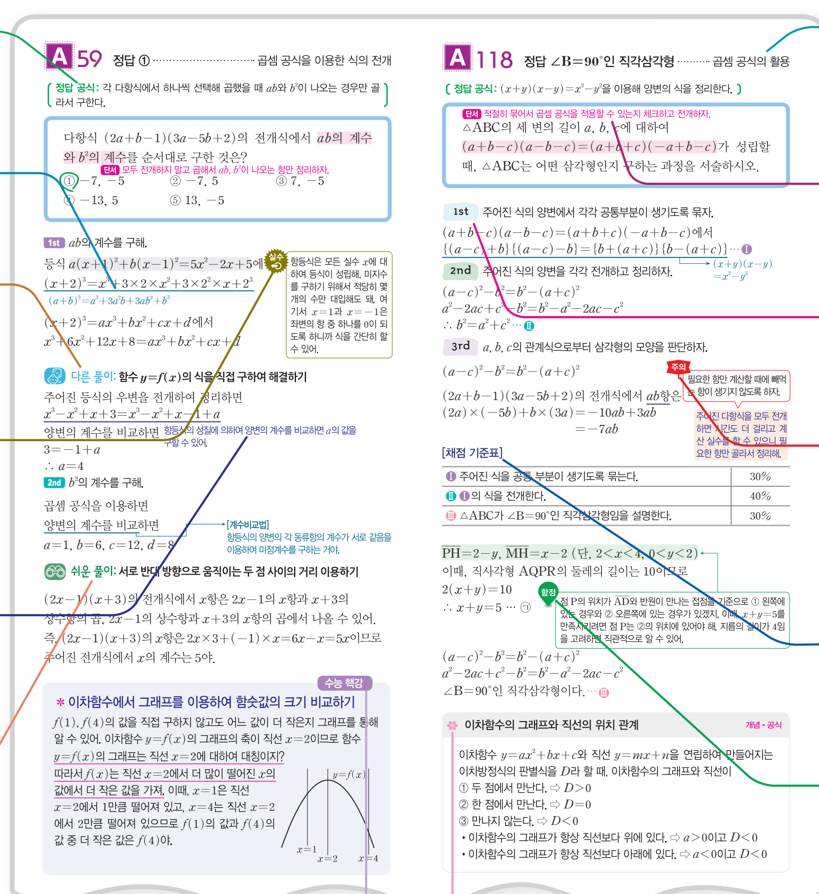
왜 1등급, 왜 2등급
1, 2등급 대비 문제의 핵심 내용과 구하고자 하는 목표를 확실히 알도록 제시해줍니다.

단서+발상
- 단서 문제 풀이의 핵심이 되는 단서를 꼭 짚어 설명합니다.
- 개념 문제 풀이에 필요한 개념을 다시 한 번 확인합니다.
- 유형 숨어 있는 기출 유형을 찾아 설명합니다.
- 발상 핵심 단서로 문제 풀이 방법을 구체적으로 설명합니다.
- 적용 생각하기 힘든 개념이나 꼬여 있는 문제의 답을 얻기 위해 적용해야 할 내용입니다.
- 해결 찾아야 하는 것들을 다 찾은 뒤 공식을 적용하여 해결합니다.

My Top Secret
1, 2등급 대비 문제를 다루는 서울대 선배의 특별 비법을 수록했습니다.

1등급 대비 특강
고난도 문제에서 특별히 알고 있으면 유용한 개념이나 Tip을 제시합니다.

7 입체 첨삭 해설!



정답 공식
출제 의도를 짚어 주고, 문제 속의 숨은 조건을 해석하여 풀이 전략을 세우도록 도와줍니다.

해설 적용 공식
해설에 직접적, 간접적으로 사용된 개념, 공식을 보여줍니다.

다른 풀이
문제를 풀 때는 다각적으로 사고하는 연습이 필요합니다. 이에 다른 방법으로 문제에 접근할 수 있는 방법을 알려줍니다.

실수
문제를 푸는 과정이나 잘못된 개념을 적용하는 실수를 지적해 주고 해결의 열쇠를 제공해 주는 코너입니다.

보충 설명
더욱 정확하고 완벽하게 해설을 이해할 수 있도록 해설에 내재된 내용을 설명하였습니다.

쉬운 풀이, 톡톡 풀이
직관적으로 풀거나, 교육과정 외의 개념 또는 특이한 풀이 방법을 알려줍니다.

수능 핵강
문제를 조금 더 쉽고 빠르게 풀 수 있는 스킬 등을 자세히 설명하였습니다.

개념 공식
문제를 풀기 위해 요구되는 주요 개념과 공식을 정리하였습니다.

적용 개념
문제에 적용된 핵심 개념을 제시하여 비슷한 유형의 문제에서 같은 개념을 사용할 수 있도록 하였습니다.

핵심 단서
문제를 푸는 데 핵심이 되는 단서와 그 단서를 문제 풀이에 적용하는 방법을 설명하였습니다.

단계별 명쾌 풀이
문제를 푸는 데 요구되는 사고의 순서를 구체적으로 단계를 나누어 제시하였습니다

주의
풀이 과정에서 주어진 조건을 빠뜨리거나 잘못 이용할 가능성이 있을 때, 적절한 주의를 주어서 올바른 풀이로 나아갈 수 있도록 한 코너입니다.

채점 기준표
서술형 문제에 대한 적절한 풀이 기준을 제시하여 중요한 포인트를 놓치지 않게 하였습니다.

함정
개념을 정확히 이해하지 못한다면 반드시 빠지게 되어 있는 함정을 체크해 주고 해결할 수 있는 방법을 제시하였습니다.

문항 배열 및 구성 [1657제]

❶ 개념 이해와 개념 확인 문제 [373제]

각 단원에서 배울 개념 중 중요한 것들을 자세히 설명하고 개념 하나하나에 대한 맞춤 문제를 수록하였습니다.

❷ 최신 10개년 학력평가 기출 문제 전 문항 수록 [새교육과정 1657제]

- 2021~2024 고1, 고2 3월 학력평가 전 문항 수록 (157제)
- 새교육과정에 맞는 2014~2020 학력평가 우수 문항 선별 수록 (294제)
- 새교육과정 완벽 대비를 위한 유형별 내신 기출 변형 문제 수록 (682제)
- 필수 유형 완전 학습－내신+학평 유형 스토리 [177 유형, 문제 1133제]

★ 내신 1등급을 위한 내신 기출 변형 문제 추가 수록

1. 내신 1등급을 위해 177개 문제 유형으로 세분화

수학 개념을 쉽고 빠르게 이해하는 가장 좋은 학습법은 문제 유형을 세분화해서 공부하는 것입니다.
학교 시험은 다양한 유형에서 고르게 출제되기 때문에, 철저히 분석된 유형을 충분히 연습해야 합니다.

2. 177개 유형 연습을 위한 기출 문제 + 내신 기출 변형 문제 수록

학력평가는 특별한 유형에서 많이 출제되기 때문에 어떤 유형은 기출 문제가 과하게 많고,
어떤 유형은 기출 문제가 부족합니다. 그래서 177개 유형에 맞는 내신 기출 변형 문제를 보충 수록해서
1등급을 위한 완벽한 학습이 되도록 하였습니다.

❸ 서술형 단계별 훈련을 위한 내신 기출 변형 문제 서술형 스토리 [서술형 83제]

각 단원 중 서술형 출제 방식에 적합하고 출제 비율이 높은 내신 기출 변형 서술형 문제를 구성하였습니다.

❹ 내신+학평 대비 단원별 모의고사 [기출 문제+기출 변형 문제 131제]

[공통수학2 문항 구성표]

시행연도	고1 3월 학력평가	고1 6월 학력평가	고1 9월 학력평가	고1 11월 학력평가	고2 3월 학력평가	연도별 문항 수
2024	출제 되지 않음		13	0	18	31
2023			12	16	15	43
2022			12	15	15	42
2021			10	15	16	41
2020			12	14	15	41
2019			14	14	25	53
2018			12	15	4	31
2017	0	0	4	1	7	12
2016	0	1	7	4	13	25
2015	0	0	5	6	13	24
2014	0	0	7	9	6	22
내신 기출 변형 문제	816					
기본 개념, 서술형 문제	476					
총 수록 문항 수						1657

■ 내신 기출 변형 문제 : 177개 유형 예상 문제 수록
■ 학평 기출 : 2024~2021 학평 전부 수록, 2020~2014(7개년) 학평 선별

A 평면좌표

★ 유형 차례

단원 학습 목표

- 중학교에서 배운 수직선 위의 두 점 사이의 거리 공식과 피타고라스 정리를 이용하여 좌표평면 위의 두 점 사이의 거리 공식을 유도하고 이를 활용하여 문제를 풀 수 있다.
- 선분의 내분을 기하학적으로 이해하여 공식을 이용해 내분점의 좌표를 구하고, 이를 활용할 수 있다.

★ 자주 출제되는 필수 개념 학습법

- 좌표를 이용하면 변의 길이를 식으로 나타낼 수 있기 때문에 도형의 성질을 쉽게 파악할 수 있다.
  즉, 주어진 도형을 좌표평면 위에 옮겨 두 점 사이의 거리와 내분점의 좌표를 구하는 연습을 꾸준히 한다.
- 선분의 내분점 공식에 의해 삼각형의 무게중심의 좌표도 구할 수 있다. 좌표평면 위의 도형의 활용문제에서 무게중심과 연관된 여러 성질들을 종합적으로 적용할 수 있도록 한다.

★ 자주 출제되는 개념+공식

1 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1)$, $\mathrm{B}(x_2, y_2)$에 대하여
$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

2 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1)$, $\mathrm{B}(x_2, y_2)$에 대하여

(1) 선분 AB를 $m:n$ $(m>0, n>0)$으로 내분하는 점을 P라 하면

$$\mathrm{P}\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n}, \frac{my_2+ny_1}{m+n}\right)$$

(2) 선분 AB의 중점을 M이라 하면

$$\mathrm{M}\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

3 좌표평면 위의 세 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1)$, $\mathrm{B}(x_2, y_2)$, $\mathrm{C}(x_3, y_3)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심을 G라 하면

$$\mathrm{G}\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$$

개념 스토리

A 평면좌표

개념 강의

중요도 ★★○

1 두 점 사이의 거리[1] – 유형 01~05

(1) 좌표평면 위의 두 점 사이의 거리

좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1)$, $\mathrm{B}(x_2, y_2)$ 사이의 거리는

$$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

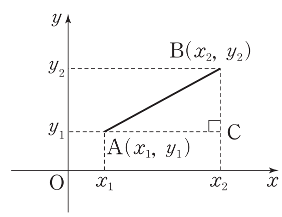
특히, 원점 O와 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1)$ 사이의 거리는

$$\overline{\mathrm{OA}}=\sqrt{x_1^2+y_1^2}$$

참고 오른쪽 그림과 같이 직각삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{\mathrm{AB}}^2=|x_2-x_1|^2+|y_2-y_1|^2=(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2$

$\therefore \overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$



(2) 같은 거리에 있는 점의 좌표[2]

(i) 구하고자 하는 점의 좌표를 미지수로 나타낸다.

예) x축 위에 있다. $\Rightarrow (a, 0)$ y축 위에 있다. $\Rightarrow (0, b)$

함수 $y=f(x)$의 그래프 위에 있다. $\Rightarrow (c, f(c))$

(ii) 두 점 사이의 거리 공식을 활용하여 식을 세우고 방정식을 푼다.

2 선분의 내분점[3] – 유형 06~08

좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1)$, $\mathrm{B}(x_2, y_2)$에 대하여 선분 AB를 $m:n\,(m>0,\ n>0)$으로 내분하는 점을 P라 하면

$$\mathrm{P}\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n}, \frac{my_2+ny_1}{m+n}\right)$$

특히, 선분 AB의 중점 M의 좌표는 $\mathrm{M}\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$ 중점은 선분을 1 : 1로 내분하는 점이다.

참고 선분 AB의 내분점 P는 m, n의 값에 관계없이 항상 선분 AB 위에 있다.

3 평면좌표의 활용 – 유형 01~11

(1) 삼각형의 무게중심[4]

① 좌표평면 위의 세 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1)$, $\mathrm{B}(x_2, y_2)$, $\mathrm{C}(x_3, y_3)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심을 G라 하면

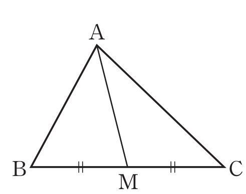
$$\mathrm{G}\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$$

② 삼각형 ABC의 세 변 AB, BC, CA를 $m:n\ (m>0,\ n>0)$으로 내분하는 점을 각각 D, E, F라 할 때, 삼각형 ABC와 삼각형 DEF의 무게중심은 일치한다.

(2) 중선정리 (파푸스의 정리)

삼각형 ABC에서 변 BC의 중점을 M이라고 할 때,

$$\overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{AC}}^2=2(\overline{\mathrm{AM}}^2+\overline{\mathrm{BM}}^2)$$



+개념 보충

[1] 수직선 위의 두 점 $\mathrm{A}(x_1)$, $\mathrm{B}(x_2)$ 사이의 거리는 $\overline{\mathrm{AB}}=|x_2-x_1|$
특히, 원점 O와 점 $\mathrm{A}(x_1)$ 사이의 거리는 $\overline{\mathrm{OA}}=|x_1|$

+개념 확장

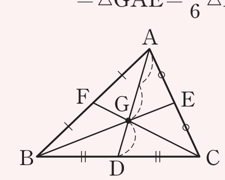
[2] 삼각형의 외심
① 삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점을 외심이라 한다.
② 삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.
즉, O가 삼각형 ABC의 외심이면 $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}}=\overline{\mathrm{OC}}$이다.

+개념 보충

[3] 수직선 위의 두 점 $\mathrm{A}(x_1)$, $\mathrm{B}(x_2)$에 대하여 선분 AB를 $m:n\,(m>0,\ n>0)$으로 내분하는 점을 P라 하면
$\mathrm{P}\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n}\right)$
특히, 선분 AB의 중점 M의 좌표는
$\mathrm{M}\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)$

+개념 Tip

[4] 삼각형의 무게중심은 세 중선을 각 꼭짓점으로부터 $2:1$로 내분한다.
또한, 삼각형 ABC의 무게중심 G에 대하여
(1) $\triangle\mathrm{GAB}=\triangle\mathrm{GBC}=\triangle\mathrm{GCA}$
$=\frac{1}{3}\triangle\mathrm{ABC}$
(2) $\triangle\mathrm{GAF}=\triangle\mathrm{GBF}=\triangle\mathrm{GBD}$
$=\triangle\mathrm{GCD}=\triangle\mathrm{GCE}$
$=\triangle\mathrm{GAE}=\frac{1}{6}\triangle\mathrm{ABC}$



1 두 점 사이의 거리

[A01~A02] 수직선 위의 다음 두 점 사이의 거리를 구하시오.

A01 A(2), B(−3)

A02 A(−8), B(1)

[A03~A07] 좌표평면 위의 다음 두 점 사이의 거리를 구하시오.

A03 O(0, 0), A(−6, 8)

A04 A(1, 7), B(4, 3)

A05 A(−3, 1), B(4, −1)

A06 A(−5, −2), B(1, −6)

A07 A(6, −5), B(2, 3)

2 선분의 내분점

[A08~A10] 수직선 위의 두 점 A(−3), B(5)에 대하여 다음을 구하시오.

A08 $\overline{AB}$를 3 : 1로 내분하는 점 P의 좌표

A09 $\overline{BA}$를 3 : 1로 내분하는 점 Q의 좌표

A10 $\overline{AB}$의 중점 M의 좌표

A11 수직선 위의 두 점 A(−4), B(6)에 대하여 $\overline{AB}$를 1 : 2로 내분하는 점의 좌표를 a, 2 : 1로 내분하는 점의 좌표를 b라 할 때, $a+b$의 값을 구하시오.

[A12~A14] 좌표평면 위의 두 점 A(−1, 1), B(3, 7)에 대하여 다음을 구하시오.

A12 $\overline{AB}$를 5 : 3으로 내분하는 점 P의 좌표

A13 $\overline{AB}$를 2 : 3으로 내분하는 점 Q의 좌표

A14 $\overline{AB}$의 중점 M의 좌표

A15 좌표평면 위의 두 점 A(a, 3), B(4, b)에 대하여 $\overline{AB}$를 3 : 1로 내분하는 점 R의 좌표가 (4, 0)일 때, $a-b$의 값을 구하시오.

3 평면좌표의 활용

[A16~A18] 좌표평면 위의 다음 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심 G의 좌표를 구하시오.

A16 A(3, 1), B(2, 6), C(7, 2)

A17 A(1, 8), B(−2, 3), C(4, −5)

A18 A(−1, −2), B(5, −3), C(−6, 8)

[A19~A20] 좌표평면 위의 세 점 A(0, 5), B(4, −3), C(p, q)를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심 G의 좌표가 다음과 같을 때, pq의 값을 구하시오.

A19 G(1, 0)

A20 G(4, −1)

❖ 정답 및 해설 2p

❀❀❀ : 기본 문제 ✿✿❀ : 중상급 문제
✿❀❀ : 중급 문제 ✿✿✿ : 상급 문제

1 두 점 사이의 거리 + 3 평면좌표의 활용

유형 01 두 점 사이의 거리

중요 기초

(1) 좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$에 대하여
$\overline{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

(2) 원점 O와 점 $A(x_1, y_1)$ 사이의 거리는
$\overline{OA}=\sqrt{x_1^2+y_1^2}$

tip
두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 사이의 거리는 좌표평면에서 $\overline{AB}$를 빗변으로 하는 직각삼각형을 그렸을 때, 피타고라스 정리를 적용한 것이다.

A21 ❀❀❀ 2024실시 9월 학평 4(고1)

좌표평면 위의 두 점 A(1, 3), B(2, a) 사이의 거리가 $\sqrt{17}$일 때, 양수 a의 값은? (3점)

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

A22 ❀❀❀ 2022실시 9월 학평 4(고1)

좌표평면 위의 원점 O와 두 점 A(5, −5), B(1, a)에 대하여 $\overline{OA}=\overline{OB}$를 만족시킬 때, 양수 a의 값은? (3점)

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

A23 ❀❀❀ 2021실시 9월 학평 3(고1)

좌표평면 위의 두 점 P(1, 2), Q(−2, 1) 사이의 거리는? (2점)

① $\sqrt{10}$ ② $\sqrt{11}$ ③ $2\sqrt{3}$
④ $\sqrt{13}$ ⑤ $\sqrt{14}$

A24 ❀❀❀ 최다출제 / 2018실시 9월 학평 4(고1)

좌표평면 위의 두 점 A(2, 0), B(0, a) 사이의 거리가 $\sqrt{13}$일 때, 양수 a의 값은? (3점)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

A25 ❀❀❀ 2019실시(나) 3월 학평 23(고2)

좌표평면 위의 두 점 A(−1, 3), B(4, 1)에 대하여 선분 AB를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이를 구하시오. (3점)

A26 ❀❀❀ 2022실시 9월 학평 25(고1)

좌표평면 위에 두 점 A($2t$, −3), B(−1, $2t$)가 있다. 선분 AB의 길이를 l이라 할 때, 실수 t에 대하여 l^2의 최솟값을 구하시오. (3점)

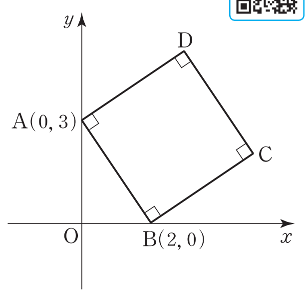
A27 ❀❀❀ 2023실시 9월 학평 3(고1)

좌표평면 위의 점 A(a, 3)에 대하여 $\overline{OA}=4$일 때, a^2의 값은? (단, O는 원점이다.) (2점)

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

A28 ✿✿✿

그림과 같이 좌표평면 위의 두 점 A$(0, 3)$, B$(2, 0)$을 잇는 선분 AB를 한 변으로 하는 정사각형 ABCD에 대하여 $\overline{OC}^2$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, 점 C는 제1사분면 위의 점이다.) (4점)



A29 ✿✿✿

좌표평면 위의 한 점 A$(4, 1)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 외심은 변 BC 위에 있고 그 좌표가 $(-2, -1)$일 때, $\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$의 값은? (4점)

① 155　② 160　③ 165
④ 170　⑤ 175

A30 ✿✿✿ 2019실시 9월 학평 13(고1)

이차함수 $f(x)=x^2+4x+3$의 그래프와 직선 $y=2x+k$가 서로 다른 두 점 P, Q에서 만난다. 점 P가 이차함수 $y=f(x)$의 그래프의 꼭짓점일 때, 선분 PQ의 길이는? (단, k는 상수이다.) (3점)

① $\sqrt{5}$　② $2\sqrt{5}$　③ $3\sqrt{5}$
④ $4\sqrt{5}$　⑤ $5\sqrt{5}$

A31 ✿✿✿

좌표평면 위의 정삼각형 ABC에서 꼭짓점 A의 좌표는 A$(-3, 2)$이고 무게중심 G의 좌표가 G$(1, 4)$일 때, 정삼각형 ABC의 넓이를 구하시오. (3점)

유형 02 두 점으로부터 같은 거리에 있는 점

중요 이해

점 P가 두 점 A, B에서 같은 거리에 있으면 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이다.
이때, 점 P가
(1) x축 위의 점이면 P$(a, 0)$
(2) y축 위의 점이면 P$(0, b)$
(3) 직선 $y=mx+n$ 위의 점이면 P$(a, ma+n)$
이라 좌표를 놓는다.

tip

+ 삼각형의 외심
1 삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점이다.
2 삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.

A32 ✿✿✿

세 점 A$(-5, -7)$, B$(a, -2)$, C$(3, 1)$에 대하여 $\overline{AB}=\overline{BC}$를 만족하는 a의 값은? (3점)

① -2　② -1　③ 1
④ 2　⑤ 4

A33 ✿✿✿ 최다출제

좌표평면 위의 두 점 A$(-3, 3)$, B$(4, 4)$에서 같은 거리에 있는 x축 위의 점 P의 좌표를 구하시오. (3점)

A34 ✿✿✿ 2023실시 11월 학평 9(고1)

좌표평면 위에 두 점 A$(2, 4)$, B$(5, 1)$이 있다. 직선 $y=-x$ 위의 점 P에 대하여 $\overline{AP}=\overline{BP}$일 때, 선분 OP의 길이는? (단, O는 원점이다.) (3점)

① $\frac{\sqrt{2}}{4}$　② $\frac{\sqrt{2}}{2}$　③ $\sqrt{2}$
④ $2\sqrt{2}$　⑤ $4\sqrt{2}$

A35 ✿✿✿

두 점 A$(0, 2)$, B$(-2, 1)$로부터 같은 거리에 있는 점 P(a, b)가 직선 $y=-x+1$ 위의 점일 때, ab의 값은? (3점)

① $-\frac{15}{8}$　② $-\frac{15}{4}$　③ $-\frac{15}{2}$
④ -2　⑤ -1

❖ 정답 및 해설 2~6p

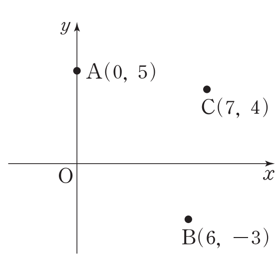
A36 필수

좌표평면 위의 세 점 $\mathrm{A}(3, 4)$, $\mathrm{B}(-3, 0)$, $\mathrm{C}(5, 0)$을 꼭짓점으로 하는 $\triangle\mathrm{ABC}$의 외심의 좌표를 (a, b)라 할 때, ab의 값은? (3점)

① -1　② $-\frac{1}{2}$　③ 0　④ $\frac{1}{2}$　⑤ 1

A37

다음 그림은 A, B, C 세 아파트의 위치를 좌표평면 위에 나타낸 것이다. 학생들의 편의를 위해 각 아파트로부터의 거리가 같은 지점에 학교를 지으려고 할 때, 학교의 위치는 $\mathrm{P}(a, b)$이다. 이때, $a+b$의 값을 구하시오. (4점)



유형 03 두 점 사이의 거리의 활용 – 삼각형의 모양 활용

삼각형 ABC의 세 변의 길이 $\overline{\mathrm{BC}}=a$, $\overline{\mathrm{CA}}=b$, $\overline{\mathrm{AB}}=c$ 사이의 관계에 따라 삼각형 ABC의 모양은 다음과 같다.

(1) $c^2>a^2+b^2 \Rightarrow$ 둔각삼각형
(2) $c^2=a^2+b^2 \Rightarrow$ 직각삼각형
(3) $c^2<a^2+b^2 \Rightarrow$ 예각삼각형
(4) $a=b$ 또는 $b=c$ 또는 $c=a \Rightarrow$ 이등변삼각형
(5) $c^2=a^2+b^2$이고 $a=b \Rightarrow$ 직각이등변삼각형
(6) $a=b=c \Rightarrow$ 정삼각형

tip

주어진 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 종류를 결정할 때에는 두 점 사이의 거리를 구하는 공식을 이용하여 세 변의 길이를 먼저 각각 구한 뒤에 그 값들을 통해 삼각형의 모양을 알아낸다.

A38 필수

좌표평면 위의 세 점 $\mathrm{A}(1, 3)$, $\mathrm{B}(2, 2)$, $\mathrm{C}(4, 5)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가? (3점)

① 정삼각형
② $\overline{\mathrm{AC}}$가 빗변인 직각삼각형
③ $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{BC}}$인 이등변삼각형
④ $\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{CA}}$인 이등변삼각형
⑤ $\overline{\mathrm{BC}}$가 빗변인 직각이등변삼각형

A39

좌표평면 위에 세 점 $\mathrm{A}(0, 2)$, $\mathrm{B}(1, 5)$, $\mathrm{C}(a, 1)$이 있을 때, 삼각형 ABC가 이등변삼각형이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 합은? (3점)

① 4　② 5　③ 6　④ 7　⑤ 8

A40

좌표평면 위의 세 점 $\mathrm{A}(a, a)$, $\mathrm{B}(3, a)$, $\mathrm{C}(2, b)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC가 정삼각형일 때, 이 정삼각형의 한 변의 길이는? (3점)

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

2nd 양변을 제곱하여 양수 a의 값을 구하자.
양변을 제곱하여 정리하면
$a^2-6a+10=17$
$a^2-6a-7=(a-7)(a+1)=0$
따라서 양수 a의 값은 $a=7$이다.

A 22 정답 ② ······ 두 점 사이의 거리

(정답 공식: 원점 O와 점 $P(x_1, y_1)$ 사이의 거리는 $\overline{OP}=\sqrt{x_1^2+y_1^2}$이다.)

단서 2 직선 $x=1$ 위의 점과 원점 O 사이의 거리가 선분 OA의 길이와 같은 점은 제1사분면에 1개, 제4사분면에 1개 존재해. 그 중 제1사분면에 있는 점을 구하라는 거야.

좌표평면 위의 원점 O와 두 점 $A(5, -5)$, $B(1, a)$에 대하여 $\overline{OA}=\overline{OB}$를 만족시킬 때, 양수 a의 값은?
단서 1 두 점 사이의 거리 공식을 이용하여 a에 대한 방정식을 세워.

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

1st 두 선분의 길이가 같음을 이용하여 식을 세워.
좌표평면 위의 원점 O와 두 점 $A(5, -5)$, $B(1, a)$에 대하여
$\overline{OA}=\sqrt{5^2+(-5)^2}=\sqrt{50}$, $\overline{OB}=\sqrt{1^2+a^2}=\sqrt{1+a^2}$
이때, $\overline{OA}=\overline{OB}$에서 $\sqrt{50}=\sqrt{1+a^2}$
양변을 제곱하면
$50=1+a^2$, $a^2=49$
$\therefore a=7(\because a>0)$

$a^2=49$에서 $a=\pm7$이므로 $\overline{OA}=\overline{OB}$를 만족시키는 점 B의 좌표는 $(1, 7)$ 또는 $(1, -7)$이야.

A 23 정답 ① ······ 두 점 사이의 거리

(정답 공식: 좌표평면 위의 두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2) 사이의 거리를 d라 하면 $d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$이다.)

좌표평면 위의 두 점 $P(1, 2)$, $Q(-2, 1)$ 사이의 거리는?
단서 두 점 사이의 거리 구하는 공식을 이용해.

① $\sqrt{10}$ ② $\sqrt{11}$ ③ $2\sqrt{3}$
④ $\sqrt{13}$ ⑤ $\sqrt{14}$

1st 두 점 P, Q 사이의 거리를 구해.
두 점 $P(1, 2)$, $Q(-2, 1)$ 사이의 거리는
$\overline{PQ}=\sqrt{(-2-1)^2+(1-2)^2}=\sqrt{9+1}=\sqrt{10}$

좌표평면 위의 두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2) 사이의 거리를 d라 하면 $d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$이야.

A 24 정답 ③ ······ 두 점 사이의 거리

(정답 공식: 두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2) 사이의 거리는 $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$)

좌표평면 위의 두 점 $A(2, 0)$, $B(0, a)$ 사이의 거리가 $\sqrt{13}$일 때, 양수 a의 값은?
단서 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 사이의 거리는 $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$이야.

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

1st 두 점 사이의 거리를 구하는 공식을 이용하자.
$\overline{AB}=\sqrt{(0-2)^2+(a-0)^2}=\sqrt{13}$이므로 양변을 제곱하면
$a^2+4=13$, $a^2=9$
따라서 $a>0$이므로 $a=3$

$a^2-9=0$에서 $a=3$ 또는 $a=-3$
조건에서 $a>0$이므로 $a=3$

A 25 정답 29 ······ 두 점 사이의 거리

(정답 공식: 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 사이의 거리는 $\overline{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$이다.)

좌표평면 위의 두 점 $A(-1, 3)$, $B(4, 1)$에 대하여 선분 AB를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이를 구하시오.
단서 1 두 점 사이의 거리 공식으로 선분 AB의 길이를 구해.
단서 2 한 변의 길이가 a인 정사각형의 넓이는 a^2이지?

1st 두 점 사이의 거리 공식을 이용하여 선분 AB의 길이를 구하자.
두 점 $A(-1, 3)$, $B(4, 1)$에 대하여
$\overline{AB}=\sqrt{\{4-(-1)\}^2+(1-3)^2}$
$=\sqrt{29}$

두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2) 사이의 거리는 $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

이때, 두 점 사이의 거리 공식이 생각나지 않는다면 좌표평면 위에 두 점을 그려 직각삼각형을 만든 후 피타고라스 정리를 이용하여 두 점 사이의 거리를 직접 구할 수 있어.

2nd 정사각형의 넓이를 구하자.
따라서 선분 AB를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는
$\overline{AB}^2=(\sqrt{29})^2=29$

A 26 정답 2 ······ 두 점 사이의 거리

(정답 공식: 두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2)를 잇는 선분의 길이는 $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$이다.)

좌표평면 위에 두 점 $A(2t, -3)$, $B(-1, 2t)$가 있다. 선분 AB의 길이를 l이라 할 때, 실수 t에 대하여 l^2의 최솟값을 구하시오.
단서 선분 AB의 길이는 두 점 사이의 거리 공식을 이용하여 구하면 돼.

1st 선분 AB의 길이 l을 구해.
두 점 $A(2t, -3)$, $B(-1, 2t)$에 대하여 선분 AB의 길이가 l이므로
$l=\overline{AB}=\sqrt{\{2t-(-1)\}^2+(-3-2t)^2}$
$=\sqrt{4t^2+4t+1+9+12t+4t^2}$
$=\sqrt{8t^2+16t+10}$

2nd l^2의 최솟값을 구해.
$l^2=8t^2+16t+10=8(t^2+2t+1-1)+10$
$=8(t+1)^2-8+10=8(t+1)^2+2$
따라서 l^2은 $t=-1$일 때 최솟값 2를 가진다.

l^2은 t에 대한 이차함수이고 최고차항의 계수가 8이므로 그래프는 아래로 볼록한 포물선이야. 따라서 l^2은 포물선의 꼭짓점에서 최솟값을 가져.

A 27 정답 ② ······ 두 점 사이의 거리

(정답 공식: 좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 사이의 거리는 $\overline{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$이다.)

좌표평면 위의 점 $A(a, 3)$에 대하여 $\overline{OA}=4$일 때, a^2의 값은? (단, O는 원점이다.)
단서 두 점 사이의 거리 공식을 적용할 수 있어.

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

1st 두 점 사이의 거리 공식을 이용하여 a의 값을 구하자.
좌표평면 위의 두 점 $O(0, 0)$, $A(a, 3)$ 사이의 거리는
두 점 사이의 거리 공식에 의하여
$\overline{OA}=\sqrt{(a-0)^2+(3-0)^2}=\sqrt{a^2+9}$

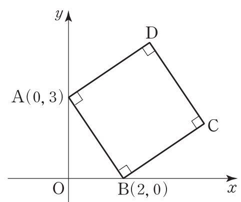
원점 O와 점 $A(x_1, y_1)$ 사이의 거리는 $\overline{OA}=\sqrt{x_1^2+y_1^2}$

이때, $\overline{OA}=4$이므로 $\sqrt{a^2+9}=4$에서 $a^2+9=16$
양변을 제곱해서 근호를 없애.
$\therefore a^2=4^2-9=7$

A 28 정답 29 ······ 두 점 사이의 거리

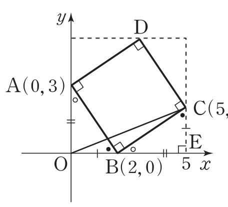
(**정답 공식:** 두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2) 사이의 거리 $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$과 도형의 합동을 이용한다.)

그림과 같이 좌표평면 위의 두 점 A$(0, 3)$, B$(2, 0)$을 잇는 선분 AB를 한 변으로 하는 정사각형 ABCD에 대하여 $\overline{\text{OC}}^2$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, 점 C는 제1사분면 위의 점이다.)



단서 $\overline{\text{OC}}$의 길이의 제곱을 구하기 위해 적절히 보조선을 그어 피타고라스 정리를 이용할 수 있는지 살펴보자.

1st 삼각형의 닮음을 이용하여 점 C의 좌표를 찾고, $\overline{\text{OC}}^2$을 구해.



그림과 같이 점 C에서 x축 위에 내린 수선의 발을 E라 하면

$\overline{\text{AB}}=\overline{\text{BC}}$ 수선의 발을 내리는 이유는 점 C의 좌표를 구하기 위해서야.

$\angle\text{OAB}=\angle\text{EBC}$

$\angle\text{OBA}=\angle\text{ECB}$

$\therefore \triangle\text{AOB}\equiv\triangle\text{BEC}$ (ASA 합동)

따라서 점 C의 좌표는 $(5, 2)$이므로

$\overline{\text{OC}}^2=5^2+2^2=29$ $\overline{\text{OE}}=\overline{\text{OB}}+\overline{\text{BE}}=\overline{\text{OB}}+\overline{\text{AO}}=2+3=5$, $\overline{\text{CE}}=\overline{\text{BO}}=2$

A 29 정답 ② ······ 두 점 사이의 거리

(**정답 공식:** 두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2) 사이의 거리 $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$과 외심의 성질을 이용한다.)

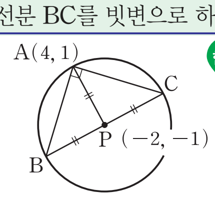
좌표평면 위의 한 점 A$(4, 1)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 외심은 변 BC 위에 있고 그 좌표가 $(-2, -1)$일 때, $\overline{\text{AB}}^2+\overline{\text{AC}}^2$의 값은? 단서 외심이 삼각형의 변 위에 있는 삼각형은 직각삼각형뿐이야.

① 155 ② 160 ③ 165 ④ 170 ⑤ 175

1st 직각삼각형의 외심이 빗변 위에 있음을 이용해.

직각삼각형은 외심이 빗변 위에 있어.

삼각형 ABC의 외심이 변 BC 위에 있으므로 선분 BC의 중점이 외심 P이고 삼각형 ABC는 선분 BC를 빗변으로 하는 직각삼각형이다.



함정 삼각형의 외심의 특징을 잘 이용할 줄 알아야겠지?

따라서 $\overline{\text{PA}}=\sqrt{\{4-(-2)\}^2+\{1-(-1)\}^2}=2\sqrt{10}$이므로

$\overline{\text{BC}}=2\overline{\text{PA}}=4\sqrt{10}$

직각삼각형 ABC에 대하여 $\overline{\text{AB}}^2+\overline{\text{AC}}^2=\overline{\text{BC}}^2$이 성립하므로

$\overline{\text{AB}}^2+\overline{\text{AC}}^2=\overline{\text{BC}}^2=(4\sqrt{10})^2=160$ 직각삼각형에서 피타고라스 정리는 자주 이용돼.

A 30 정답 ② ······ 두 점 사이의 거리

(**정답 공식:** 이차함수 $y=k(x-a)^2+b$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 (a, b)이다.)

단서 2 이차함수와 직선의 방정식을 연립한 이차방정식의 해가 두 점 P, Q의 x좌표임을 알 수 있어.

이차함수 $f(x)=x^2+4x+3$의 그래프와 직선 $y=2x+k$가 서로 다른 두 점 P, Q에서 만난다. 점 P가 이차함수 $y=f(x)$의 그래프의 꼭짓점일 때, 선분 PQ의 길이는? (단, k는 상수이다.)

단서 1 직선이 점 P도 지난다는 사실을 기억해.

① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{5}$
④ $4\sqrt{5}$ ⑤ $5\sqrt{5}$

1st 이차함수 $f(x)$의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하여 직선의 방정식에 대입하면 k의 값을 구할 수 있어.

$f(x)=x^2+4x+3=(x+2)^2-1$이므로

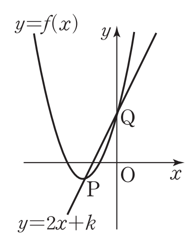
꼭짓점 P의 좌표는 $(-2, -1)$이다.

직선 $y=2x+k$에 점 P$(-2, -1)$의 좌푯값을 대입하면

$-1=2\times(-2)+k$ 점 P는 이차함수의 그래프 위에 있는 동시에 직선 $y=2x+k$ 위의 점이기도 해.

$\therefore k=3$

2nd 이차함수 $f(x)$와 직선의 방정식을 연립하여 점 Q의 좌표를 구하자.



이차함수 $f(x)=x^2+4x+3$과 직선 $y=2x+k$를 연립하면

$x^2+4x+3=2x+3$

$x^2+2x=0$, $x(x+2)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=0$

즉, 점 Q의 좌표는 $(0, 3)$이다.

함정 이차방정식 $x(x+2)=0$의 해를 구하면 $x=-2$ 또는 $x=0$이지. 이때, -2는 점 P의 x좌표이므로 점 Q의 x좌표는 0임을 알 수 있어. 따라서 점 Q의 y좌표는 $f(0)=3$이야.

3rd 선분 PQ의 길이를 구하자.

따라서 두 점 P$(-2, -1)$, Q$(0, 3)$을 잇는 선분 PQ의 길이는

$\sqrt{\{0-(-2)\}^2+\{3-(-1)\}^2}$ 두 점 A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)를 잇는 선분 AB의 길이는 $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$=\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{4+16}$

$=2\sqrt{5}$

이차함수의 그래프와 직선의 교점 개념・공식

이차함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=g(x)$의 교점의 x좌표가 α, β이다.

$\Rightarrow$ 이차방정식 $f(x)=g(x)$의 두 실근이 α, β이다.

A 31 정답 $15\sqrt{3}$ ······ 두 점 사이의 거리

(**정답 공식:** 정삼각형의 성질과 삼각형의 무게중심의 성질을 이용한다.)

좌표평면 위의 정삼각형 ABC에서 꼭짓점 A의 좌표는 A$(-3, 2)$이고 무게중심 G의 좌표가 G$(1, 4)$일 때, 정삼각형 ABC의 넓이를 구하시오.

단서 정삼각형의 한 변의 길이가 a일 때, 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$이야. 이것으로 정삼각형의 넓이를 구하면 돼.

1st 삼각형의 무게중심의 성질을 이용하여 정삼각형의 높이를 구해.

선분 BC의 중점을 D라 하면

$\overline{AG}=\sqrt{(1+3)^2+(4-2)^2}=2\sqrt{5}$이므로

$\overline{AD}=\frac{3}{2}\overline{AG}=\frac{3}{2}\cdot 2\sqrt{5}=3\sqrt{5}$ → $\overline{AD}:\overline{AG}=3:2$야.

즉, 정삼각형 ABC의 높이가 $3\sqrt{5}$이므로

$\frac{\sqrt{3}}{2}\overline{AB}=3\sqrt{5}$ $\quad\therefore \overline{AB}=2\sqrt{15}$

따라서 정삼각형 ABC의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}\times(2\sqrt{15})^2=15\sqrt{3}$

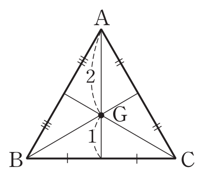
한 변의 길이가 a인 정삼각형의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$이야.

삼각형의 무게중심 개념・공식

① 정의 : 삼각형의 세 중선은 한 점에서 만난다.
 이 점을 삼각형의 무게중심이라 한다.

② 성질 : 삼각형의 무게중심은 세 중선의 길이를 꼭짓점으로부터 각각 2 : 1로 나눈다.

③ $\triangle GAB=\triangle GBC=\triangle GCA=\frac{1}{3}\triangle ABC$



A 32 정답 ① ······················ 두 점으로부터 같은 거리에 있는 점

[정답 공식: 두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2) 사이의 거리는 $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$]

세 점 $A(-5, -7)$, $B(a, -2)$, $C(3, 1)$에 대하여 $\overline{AB}=\overline{BC}$를 만족하는 a의 값은?

단서 A, B, C의 좌표가 주어졌으니까 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$를 구하면 돼. 그리고 $\overline{AB}^2=\overline{BC}^2$이 성립하지.

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

1st 두 점 사이의 거리를 구하는 공식을 이용하여 방정식을 만들 수 있지?

$\overline{AB}=\overline{BC}$에서 $\overline{AB}^2=\overline{BC}^2$이므로 → $\overline{AB}$, $\overline{BC}$에서는 $\sqrt{\ }$가 나오니까 제곱을 해서 $\sqrt{\ }$를 없애고 푸는 게 낫지.

$(a+5)^2+(-2+7)^2=(3-a)^2+3^2$

$a^2+10a+50=a^2-6a+18$

$16a=-32$ $\quad\therefore a=-2$

A 33 정답 P(1, 0) ············ 두 점으로부터 같은 거리에 있는 점

[정답 공식: 두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2) 사이의 거리는 $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$]

좌표평면 위의 두 점 $A(-3, 3)$, $B(4, 4)$에서 같은 거리에 있는 x축 위의 점 P의 좌표를 구하시오.

단서 점 P의 좌표를 $(x, 0)$으로 놓고 $\overline{PA}=\overline{PB}$를 구하면 돼.

1st x축 위의 점을 $(x, 0)$으로 놓고 두 점 사이의 거리를 구하는 공식을 이용하여 방정식을 만들자.

점 P가 x축 위의 점이므로 $P(x, 0)$이라 하면 $\overline{AP}=\overline{BP}$에서

$\sqrt{(x+3)^2+9}=\sqrt{(x-4)^2+16}$ $\quad$ x축 위의 모든 점은 y의 좌표가 0이야.

$x^2+6x+18=x^2-8x+32$

$14x=14$ $\quad\therefore x=1$ $\quad$ 양변을 제곱하여 $\sqrt{\ }$를 없앤 거야.

$\therefore P(1, 0)$

A 34 정답 ② ···································· 두 점 사이의 거리 활용

[정답 공식: 두 점 $A(x_1, y_1)$과 $B(x_2, y_2)$ 사이의 거리는 $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$이다.]

단서 1 점 P는 직선 $y=-x$ 위의 점이므로 $(a, -a)$로 표현할 수 있어.

좌표평면 위에 두 점 $A(2, 4)$, $B(5, 1)$이 있다. 직선 $y=-x$ 위의 점 P에 대하여 $\overline{AP}=\overline{BP}$일 때, 선분 OP의 길이는? (단, O는 원점이다.)

단서 2 점과 점 사이의 거리 공식을 이용하여 a를 구해.

① $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $\sqrt{2}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

1st 점 P의 좌표를 구해서 선분 OP의 길이를 구해.

점 P는 직선 $y=-x$ 위의 점이므로 $P(a, -a)$라 하자.
$y=f(x)$ 위의 점은 $(a, f(a))$로 둘 수 있어.

$\overline{AP}=\overline{BP}$이므로

$\sqrt{(a-2)^2+(-a-4)^2}=\sqrt{(a-5)^2+(-a-1)^2}$

두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 사이의 거리는 $\overline{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$이라고 할 수 있어.

$(a-2)^2+(-a-4)^2=(a-5)^2+(-a-1)^2$

$2a^2+4a+20=2a^2-8a+26$

$12a=6$ $\quad\therefore a=\frac{1}{2}$

따라서 점 P의 좌표는 $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

$\therefore \overline{OP}=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

다른 풀이: 선분의 수직이등분선 이용하기

$\overline{AP}=\overline{BP}$이므로 점 P는 선분 AB의 수직이등분선 위의 점이야.

즉, 점 P는 선분 AB의 수직이등분선과 직선 $y=-x$의 교점이야.

선분 AB의 중점은 $\left(\frac{7}{2}, \frac{5}{2}\right)$이고 선분 AB의 기울기는 -1이므로

선분 AB의 수직이등분선은 기울기가 1이고 $\left(\frac{7}{2}, \frac{5}{2}\right)$를 지나므로

선분 AB의 수직이등분선은 직선 AB의 방정식과 수직이라는 점을 이용하여 기울기를 구하고 선분 AB의 중점을 지난다는 점을 이용하여 지나는 점을 구할 수 있어.

$y=x-1$이야.

두 직선 $y=x-1$과 $y=-x$의 교점 P는 $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

따라서 $\overline{OP}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$y=x$ 또는 $y=-x$ 위의 점 (a, a) 또는 $(a, -a)$에서 x축과 y축에 수선의 발을 내리면 빗변을 제외한 변의 길이가 $|a|$인 직각이등변삼각형이 돼. 점과 원점 사이의 거리는 직각이등변삼각형에서 빗변의 길이에 해당하므로 $\sqrt{2}|a|$야.

수직선 위의 선분의 내분점과 중점 개념・공식

수직선 위의 두 점 $A(x_1)$, $B(x_2)$에 대하여

① 선분 AB를 $m:n$ $(m>0, n>0)$으로 내분하는 점 P의 좌표 ⇨ $P\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n}\right)$

② 선분 AB의 중점 M의 좌표 ⇨ $M\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)$

A 35 정답 ② ······················· 두 점으로부터 같은 거리에 있는 점

(정답 공식: 두 점으로부터 거리가 같음을 이용해 세운 식과 직선 위의 점임을 이용해 세운 식을 연립해 a, b의 값을 각각 구한다.)

단서 $\overline{PA}=\overline{PB}$에서 식 하나를 유도하자.

두 점 A(0, 2), B(−2, 1)로부터 같은 거리에 있는 점 P(a, b)가 직선 $y=-x+1$ 위의 점일 때, ab의 값은?

① $-\frac{15}{8}$ ② $-\frac{15}{4}$ ③ $-\frac{15}{2}$ ④ -2 ⑤ -1

1st $\overline{AP}=\overline{BP}$인 조건과 점 P가 직선 $y=-x+1$ 위의 점이라는 조건으로 연립방정식을 만들어봐.

A(0, 2), B(−2, 1)로부터 같은 거리에 있는 점이 P(a, b)라 하므로

$\overline{AP}=\overline{BP}$

$\sqrt{a^2+(b-2)^2}=\sqrt{(a+2)^2+(b-1)^2}$

$a^2+b^2-4b+4=a^2+4a+4+b^2-2b+1$

$4a+2b+1=0$ 양변을 제곱한 거야.

$\therefore b=-2a-\frac{1}{2}$ ⋯ ㉠

점 P(a, b)가 직선 $y=-x+1$ 위의 점이므로

$b=-a+1$ ⋯ ㉡ 어떤 점이 직선 위에 있다는 것은 좌푯값을 대입하면 등식이 성립한다는 것을 의미해.

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=-\frac{3}{2}$, $b=\frac{5}{2}$ $-2a-\frac{1}{2}=-a+1 \Rightarrow a=-\frac{3}{2} \Rightarrow b=\frac{5}{2}$

$\therefore ab=-\frac{15}{4}$

A 36 정답 ④ ······················· 두 점으로부터 같은 거리에 있는 점

(정답 공식: 외심에서 삼각형의 세 꼭짓점까지의 거리는 같다.)

좌표평면 위의 세 점 A(3, 4), B(−3, 0), C(5, 0)을 꼭짓점으로 하는 △ABC의 외심의 좌표를 (a, b)라 할 때, ab의 값은?

단서 삼각형의 외심에서 삼각형의 각 꼭짓점에 이르는 거리는 같아.

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

1st 삼각형의 외심에서 각 꼭짓점에 이르는 거리가 모두 같음을 이용하여 방정식을 세워봐.

삼각형의 외심을 O(a, b)라 두면 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이다.

함정 이 부분을 식으로 나타낼 수 있어야 해.

$\overline{OA}=\overline{OB}$에서

$\sqrt{(a-3)^2+(b-4)^2}=\sqrt{(a+3)^2+b^2}$

양변을 제곱하여 정리하면

$a^2-6a+9+b^2-8b+16=a^2+6a+9+b^2$

$-12a-8b=-16$, $3a+2b=4$ ⋯ ㉠

[삼각형의 외심]
(1) 정의 : 삼각형의 각 변에서 수직이등분선을 그어 만나는 점
(2) 성질 : 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.

$\overline{OB}=\overline{OC}$에서

$\sqrt{(a+3)^2+b^2}=\sqrt{(a-5)^2+b^2}$

양변을 제곱하여 정리하면

$a^2+6a+9+b^2=a^2-10a+25+b^2$

$16a=16$ $\therefore a=1$

이를 ㉠에 대입하면 $b=\frac{1}{2}$

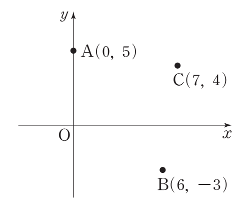
$\therefore ab=\frac{1}{2}$

A 37 정답 4 ······················· 두 점으로부터 같은 거리에 있는 점

(정답 공식: $\overline{PA}=\overline{PB}=\overline{PC}$를 이용해 식을 두 개 세운다.)

다음 그림은 A, B, C 세 아파트의 위치를 좌표평면 위에 나타낸 것이다. 학생들의 편의를 위해 각 아파트로부터의 거리가 같은 지점에 학교를 지으려고 할 때, 학교의 위치는 P(a, b)이다. 이때, $a+b$의 값을 구하시오.

단서 $\overline{PA}=\overline{PB}=\overline{PC}$임을 이용하여 점 P의 좌표를 구하자.



1st $\overline{PA}=\overline{PB}=\overline{PC}$가 되는 점 P의 좌표를 구해.

각 아파트로부터 같은 지점에 학교를 세운다고 하니까 $\overline{PA}=\overline{PB}$로 놓은 거야.

$\overline{PA}=\overline{PB}$에서

$\sqrt{(a-0)^2+(b-5)^2}=\sqrt{(a-6)^2+(b+3)^2}$

$a^2+b^2-10b+25=a^2-12a+36+b^2+6b+9$

$\therefore 3a-4b=5$ ⋯ ㉠

또한, $\overline{PB}=\overline{PC}$에서 결국 $\overline{PA}=\overline{PB}=\overline{PC}$이므로 점 P는 △ABC의 외심이야.

$\sqrt{(a-6)^2+(b+3)^2}=\sqrt{(a-7)^2+(b-4)^2}$

$a^2-12a+36+b^2+6b+9=a^2-14a+49+b^2-8b+16$

$\therefore a+7b=10$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=3$, $b=1$

$\therefore a+b=3+1=4$

같은 거리에 있는 점의 좌표 개념 • 공식

(1) x축 위의 점의 좌표 ⇒ (a, 0)
(2) y축 위의 점의 좌표 ⇒ (0, b)
(3) 점 (a, b)가 ~ 위에 있다. ⇒ $x=a$, $y=b$를 대입한다.

A 38 정답 ④ ······························· 두 점 사이의 거리의 활용

(정답 공식: 두 점 사이의 거리를 이용해 세 변의 길이를 각각 구한다.)

좌표평면 위의 세 점 A(1, 3), B(2, 2), C(4, 5)를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가?

단서 △ABC의 세 변의 길이를 구하여 길이의 관계를 이용하면 어떤 삼각형인지 알 수 있어.

① 정삼각형
② $\overline{AC}$가 빗변인 직각삼각형
③ $\overline{AB}=\overline{BC}$인 이등변삼각형
④ $\overline{BC}=\overline{CA}$인 이등변삼각형
⑤ $\overline{BC}$가 빗변인 직각이등변삼각형

1st $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$를 구해서 삼각형 ABC의 모양을 판단하자.

$\overline{AB}=\sqrt{1^2+(-1)^2}=\sqrt{2}$

$\overline{BC}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$

$\overline{CA}=\sqrt{(-3)^2+(-2)^2}=\sqrt{13}$

따라서 삼각형 ABC는 $\overline{BC}=\overline{CA}$인 이등변삼각형이다.

△ABC가 어떤 삼각형인지 알기 위해서는 세 변의 길이를 구하는 것이 기본이야.

A 39 정답 ⑤ ······ 두 점 사이의 거리의 활용

(**정답 공식:** 점 C를 포함하는 두 변의 길이를 각각 a에 대한 식으로 구한 뒤, 이등변삼각형 조건을 만족하는 a의 값을 모두 구한다.)

좌표평면 위에 세 점 A(0, 2), B(1, 5), C(a, 1)이 있을 때, 삼각형 ABC가 이등변삼각형이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 합은? **단서** △ABC가 이등변삼각형인 모든 경우를 따지면 돼.

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

1st $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$를 구하자.

$\overline{AB}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$

$\overline{BC}=\sqrt{(a-1)^2+(-4)^2}=\sqrt{a^2-2a+17}$

$\overline{CA}=\sqrt{(-a)^2+1^2}=\sqrt{a^2+1}$

두 점 A(x_1, y_1), B(x_2, y_2) 사이의 거리는 $\overline{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

2nd 삼각형 ABC의 두 변의 길이가 같은 경우를 모두 따져봐야겠지?

주의 문제에서 주어진 조건이 없으므로 모든 경우를 다 따져봐야 해.

(i) $\overline{AB}=\overline{BC}$인 경우

$\sqrt{10}=\sqrt{a^2-2a+17}$ $\quad\therefore a^2-2a+7=0$

이때, 이 이차방정식을 만족하는 실수 a의 값은 없다.

판별식 $\frac{D}{4}=1-7=-6<0$이니까 실근이 존재하지 않아.

(ii) $\overline{BC}=\overline{CA}$인 경우

$\sqrt{a^2-2a+17}=\sqrt{a^2+1}$

$-2a=-16$ $\quad\therefore a=8$

(iii) $\overline{AB}=\overline{CA}$인 경우

$\sqrt{10}=\sqrt{a^2+1}$

$a^2=9$ $\quad\therefore a=3$ 또는 $a=-3$

(i), (ii), (iii)에서 모든 실수 a의 값의 합은 $8+3+(-3)=8$

A 40 정답 ② ······ 두 점 사이의 거리의 활용

(**정답 공식:** 세 변의 길이를 a, b에 대한 식으로 각각 구한 뒤, 세 변의 길이가 모두 같음을 이용해 한 변의 길이를 구한다.)

좌표평면 위의 세 점 A(a, a), B(3, a), C(2, b)를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC가 정삼각형일 때, 이 정삼각형의 한 변의 길이는? **단서** △ABC가 정삼각형이니까 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$, 즉 $\overline{AB}^2=\overline{BC}^2=\overline{CA}^2$이야.

① 1 ② 2 ③ 3

④ 4 ⑤ 5

1st $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$임을 이용해.

$\overline{AB}^2=(3-a)^2$ ⋯ ㉠

$\overline{BC}^2=(2-3)^2+(b-a)^2=1+(b-a)^2$

$\overline{CA}^2=(a-2)^2+(a-b)^2=a^2-4a+4+(a-b)^2$

$\sqrt{\ }$를 없애기 위해 제곱한 거야.

삼각형 ABC가 정삼각형이므로 $\overline{BC}^2=\overline{CA}^2$

$1=a^2-4a+4$, $a^2-4a+3=0$

$(a-1)(a-3)=0$ $\quad\therefore a=1$ 또는 $a=3$

한편, ㉠에서

(i) $a=1$이면 $\overline{AB}^2=4$

(ii) $a=3$이면 $\overline{AB}^2=0$

이때, $\overline{AB}>0$이어야 하므로 $\overline{AB}^2=4$ $\overline{AB}$는 길이니까 양수여야 해.

따라서 정삼각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{4}=2$이다.

주의 $\overline{AB}=0$이면 △ABC는 삼각형이 될 수 없어.

A 41 정답 90° ······ 두 점 사이의 거리의 활용

(**정답 공식:** △ABC의 세 변의 길이를 구한 다음, ∠C를 구한다.)

단서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$의 길이를 구하고, 각 길이의 관계를 따져보자.

좌표평면 위의 세 점 A(2, −4), B(1, 4), C(−2, −2)를 꼭짓점으로 하는 △ABC에서 ∠C의 크기를 구하시오.

1st 삼각형의 세 변의 길이를 구하고 모양을 판단해 봐.

$\overline{AB}^2=(-1)^2+8^2=65$

두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2) 사이의 거리는 $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$\overline{BC}^2=(-3)^2+(-6)^2=45$

$\overline{CA}^2=4^2+(-2)^2=20$

따라서 $\overline{AB}^2=\overline{BC}^2+\overline{CA}^2$이므로 △ABC는 $\overline{AB}$를 빗변으로 하는 직각삼각형이다.

피타고라스 정리가 성립하니까 직각삼각형이고, $\overline{AB}$가 가장 긴 변이니까 빗변이야.

$\therefore$ ∠C$=90°$

A 42 정답 ⑤ ······ 두 점 사이의 거리의 활용

(**정답 공식:** △ABC의 세 변의 길이를 구한 다음, △ABC의 넓이를 구한다.)

좌표평면 위의 세 점 A(3, 2), B(0, 1), C(1, −2)를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 넓이는?

단서 먼저 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$의 길이를 각각 구하여 △ABC가 어떤 삼각형인지 구하자.

① $\sqrt{10}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ 4 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ 5

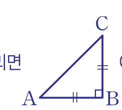
1st 삼각형의 세 변의 길이를 구하고 넓이를 구해보자.

$\overline{AB}=\sqrt{(-3)^2+(-1)^2}=\sqrt{10}$

$\overline{BC}=\sqrt{1^2+(-3)^2}=\sqrt{10}$

$\overline{CA}=\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

$\therefore \overline{CA}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$, $\overline{AB}=\overline{BC}$

그림을 그리면  이므로 ∠B$=90°$가 돼.

따라서 삼각형 ABC는 ∠B$=90°$이고 $\overline{AB}=\overline{BC}$인 직각이등변삼각형이다.

$\therefore$ △ABC$=\frac{1}{2}\times\sqrt{10}\times\sqrt{10}=5$

피타고라스 정리가 성립되니까 ∠B$=90°$인 직각삼각형이야.

A 43 정답 ② ······ 선분의 길이의 제곱의 합의 최솟값

(**정답 공식:** P(x, y)라 두고 $\overline{AP}^2+\overline{BP}^2$을 x, y에 대한 식으로 구해 그 값이 최소가 되는 x, y를 찾는다.)

두 점 A(3, 1), B(−1, 3)에 대하여 $\overline{AP}^2+\overline{BP}^2$의 값이 최소가 되는 점 P의 좌표는? **단서** 완전제곱식을 이용하여 최솟값이 되는 조건을 구하자.

① (−1, −2) ② (1, 2) ③ (2, 2)

④ (2, 4) ⑤ (−2, −4)

1st P(x, y)로 놓고 두 점 사이의 거리를 구하는 공식으로 $\overline{AP}^2+\overline{BP}^2$을 구해.

점 P의 좌표를 (x, y)라 두면

$\overline{AP}^2+\overline{BP}^2=(x-3)^2+(y-1)^2+(x+1)^2+(y-3)^2$

$=2(x-1)^2+2(y-2)^2+10$

(실수)$^2\geq0$이니까 최소가 되려면 (실수)$=0$

따라서 $x=1$, $y=2$일 때 $\overline{AP}^2+\overline{BP}^2$이 최소가 되므로 이때의 점 P의 좌표는 (1, 2)이다.