고등 수학,
개념과 유형을 제대로 익히면 누구나 잘 할 수 있습니다.

고등학교 수학은 개념이 어렵다고
공식만 암기하면서 공부해서는 안 됩니다.
개념을 꼼꼼히 이해하고 각 개념의 필수 공식과 문제 유형들을
단계화된 문제를 통해서 정확히 익혀야 합니다.

자이스토리는 학교시험과 최신 학력평가 문제를
철저히 분석해 촘촘하게 유형을 분류하고 개념을 알맞게 적용시키는
세분화된 문제 유형 훈련으로 수학 기본 실력이 탄탄하게 다져집니다.
그래서 하루가 다르게 수학 성적이 향상됨을 느낄 수 있습니다.

또한, 자이스토리의 명쾌한 문제 분석과 풍부한 보충 첨삭 해설,
다른 풀이, 톡톡 풀이, 쉬운 풀이 등은 수학 공부에
흥미와 성취감을 북돋아 줄 것입니다.

어떤 목표를 달성하는 데 가장 중요한 것은 자신감이라고 하지요?
해낼 수 있다는 자신감을 갖고 자이스토리와 함께 하면
수학 1등급을 반드시 이룰 수 있습니다.

– 대한민국 No.1 수능 문제집 **자이스토리** –

학교시험 1등급 완성 학습 계획표 [22일]

Day	문항 번호	틀린 문제 / 헷갈리는 문제 번호 적기	날짜	복습 날짜
1	A 01~49		월 일	월 일
2	50~80		월 일	월 일
3	B 01~42		월 일	월 일
4	43~73		월 일	월 일
5	C 01~34		월 일	월 일
6	35~57		월 일	월 일
7	D 01~36		월 일	월 일
8	37~65		월 일	월 일
9	66~89		월 일	월 일
10	E 01~42		월 일	월 일
11	43~70		월 일	월 일
12	F 01~43		월 일	월 일
13	44~70		월 일	월 일
14	G 01~40		월 일	월 일
15	41~77		월 일	월 일
16	H 01~42		월 일	월 일
17	43~77		월 일	월 일
18	I 01~38		월 일	월 일
19	39~67		월 일	월 일
20	모의 A, B, C		월 일	월 일
21	모의 D, E, F		월 일	월 일
22	모의 G, H, I		월 일	월 일

- 나는 ________________대학교 ________________학과 __________학번이 된다.
- 磨斧作針 (마부작침) – 도끼를 갈아 바늘을 만든다. (아무리 어려운 일이라도 끈기 있게 노력하면 이룰 수 있음을 비유하는 말)

집필진 · 감수진 선생님들

자이스토리는 수능 준비를 가장 효과적으로 할 수 있도록
수능, 평가원, 학력평가 기출문제를 개념별, 유형별, 난이도별로
수록하였으며, 명강의로 소문난 학교·학원 선생님들께서
명쾌한 해설을 입체 첨삭으로 집필하셨습니다.

[집필진]

김덕환 대전 대성여고
김대식 경기 하남고
민경도 서울 강남 종로학원
박소희 안양 안양외고
박숙녀 아산 충남삼성고
배수나 서울 가인아카데미
신명선 안양 신성고
신현준 안양 신성고
윤장노 안양 신성고
윤혜미 서울 세종과학고
이종석 저)일등급 수학
이창희 THE 다원수학
위경아 서울 강남대성기숙의대관
장광걸 김포 김포외고
장경호 오산 운천고
장철희 서울 보성고
전경준 서울 풍문고
조승원 수원 경기과학고
지강현 안양 신성고
홍지언 부산 피보나치수학
홍지우 안양 평촌고
황광희 경기 시흥고
수경 수학 컨텐츠 연구소

개념&문제 풀이
강의 선생님
유튜브 채널
'수학문제 다깨기'

[다른 풀이 집필]

김기웅 구미 브리튼 영어수학학원
김우진 세종 정진수학학원
문선영 서울 로드맵수학학원
박혜린 전주 싸이매스수학과학학원
성지희 파주 snt수학학원
이상구 익산 이일여고
이상협 인천 마스터수학학원
조은영 김포 고려수학

[감수진]

강마루 이천 이강학원
강명식 수원 매쓰온수학학원
강수민 부산 강하이수학학원
강은녕 서울 탑수학학원
김경자 대전 펜타뮤수학
김대한 인천 학산학원
김도연 구미 그릿수학학원
김리안 인천 수리안학원
김미정 대구 일등수학학원
김민영 군포 상승수학
김민정 창원 스키마수학
김복현 부천 시온고
김봉조 울산 퍼스트클래스 수학영어전문학원
김성환 밀양 밀양고
김수영 대구 봉덕김쌤수학학원
김수진 광주 영재사관학원
김연주 서울 목동쌤올림수학학원
김용형 세종 QE영어수학학원
김정구 인천 3030영수학원
김정섭 서울 로고스 학원
김정식 용인 게이트학원
김주현 광주 현스카이학원
김주희 인천 탑엘리트영수학원
김 준 인천 쭌에듀학원
김지송 서울 잠신고
김지현 수원 엠코드수학학원
김태성 광주 김태성수학
김해성 거제 AHHA수학(아하수학)
문정연 광주 풍암의 정석
문정탁 대구 STM수학학원
박경문 전주 해성중
박규진 김포 하이스트 학원
박영언 의정부 멘토학원
박지현 대구 하이클래스수학
백석인 서울 연세학원
백태민 대구 학문당입시학원
변지영 대구 수학을찾는사람들
서동원 대전 수학의 중심 학원
손형래 합천 남명학습관
손흥규 고양 꿀수학교습소
송현영 서울 매쓰스퀘어 수학학원
심동주 안동 아르베수학전문학원
안대호 김포 독강수학학원
안재현 부산 현수학교습소
안 혁 울산 혁신수학
양우석 서울 강의하는아이들
양윤석 용인 태성고
양지현 성남 일비충천수학학원
어성웅 수원 어쌤수학학원
엄보용 안산 경안고
유슬기 창원 르네수학교습소
윤희용 부천 매트릭스학원
이경환 대구 학문당입시학원
이민규 인천 투스카이수학학원
이선경 대구 아르케수학학원
이세복 서울 일타수학학원
이승재 대구 척수학교습소
이승훈 인천 일품수학과학전문학원
이원영 일산 FM 수학전문학원
이윤경 서울 윤수학학원
이정섭 서울 은지호영감수학
이주연 울산 반석성균관학원
이준석 서울 로드맵수학학원
이철호 군포 파스칼수학학원
이태권 대구 보담학원
이한빛 고양 한빛수학학원
이화정 안양 마타수학
임안철 안양 에이엠수학학원
임태형 군포 생각하는방법
장시은 용인 자이언트에듀학원
장용준 의정부 상우고
전승환 안양 공즐학원
전지혜 세종 뉴웨이브수학
정중연 부천 정중수학학원
정휘수 부산 제이매쓰수학방
조성철 부천 매트릭스수학학원
차동희 용인 수학전문공감학원
최지영 용인 매쓰플랜
최현성 대전 충남고
한승효 진주 보람과학씨투엠수학영재학원
함정훈 압구정 함수학
현승평 화성 화성고
홍재화 서울 티다른수학교습소
황화연 전주 근영여고

[My Top Secret 집필]

곽지훈 서울대 수학교육과
정서린 서울대 약학과
정호재 서울대 경제학부
황대윤 서울대 수리과학부

차 례 [총 67개 유형 분류]

다른 풀이, 쉬운, 톡톡 풀이 대폭 강화

Ⅰ 경우의 수

A 여러 가지 순열 – 9개 유형 분류

B 중복조합 – 7개 유형 분류

C 이항정리 – 6개 유형 분류

Ⅱ 확률

D 여러 가지 확률 – 8개 유형 분류

E 조건부확률 – 4개 유형 분류

F 독립시행의 확률 – 9개 유형 분류

Ⅲ 통계

Special 내신+수능 대비 단원별 모의고사

개념&문제 풀이 강의 선생님 유튜브 채널

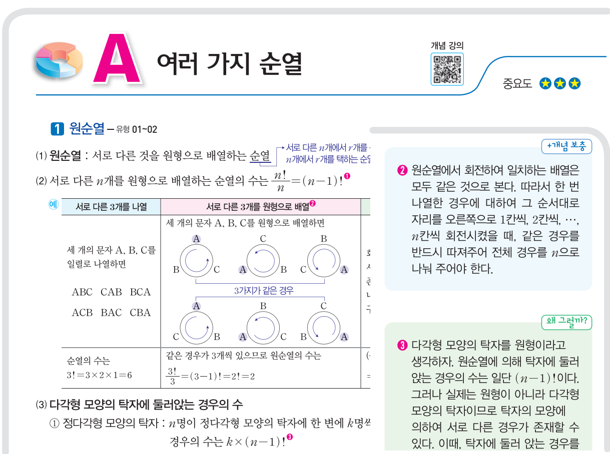
'수학문제 다깨기'

세분화된 유형 문제 + 1등급 대비 문제로 내신 1등급 완성

1 핵심 개념 정리 – 쉽게 이해되는 개념과 공식

고2 수학의 각 단원에서 가장 중요하고 꼭 알아야 하는 개념을 요약 정리하였습니다. 또한, QR코드를 통해 개념과 공식을 쉽게 이해하고 적용할 수 있도록 하였습니다.

- **중요도** ★★★ : 시험에 자주 나오는 개념과 유형의 중요 정도 제시
- +개념보충, 한걸음 더!, 왜 그럴까? : 공식이 유도되는 과정 중 반드시 알아야 하는 내용이나 확장 개념을 제시
- 출제 : 2023 수능과 2024 대비 평가원 기출을 분석하여 출제된 개념과 경향을 제시


A 여러 가지 순열

개념 강의

중요도 ★★★

1 원순열 – 유형 01~02

(1) 원순열 : 서로 다른 것을 원형으로 배열하는 순열

(2) 서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 순열의 수는 $\frac{n!}{n}=(n-1)!$

서로 다른 3개를 나열	서로 다른 3개를 원형으로 배열
세 개의 문자 A, B, C를 일렬로 나열하면 ABC CAB BCA ACB BAC CBA	세 개의 문자 A, B, C를 원형으로 배열하면 3가지가 같은 경우
순열의 수는 $3!=3\times2\times1=6$	같은 경우가 3개씩 있으므로 원순열의 수는 $\frac{3!}{3}=(3-1)!=2!=2$

(3) 다각형 모양의 탁자에 둘러앉는 경우의 수

① 정다각형 모양의 탁자 : n명이 정다각형 모양의 탁자에 한 변에 k명씩 … 경우의 수는 $k\times(n-1)!$

+개념보충

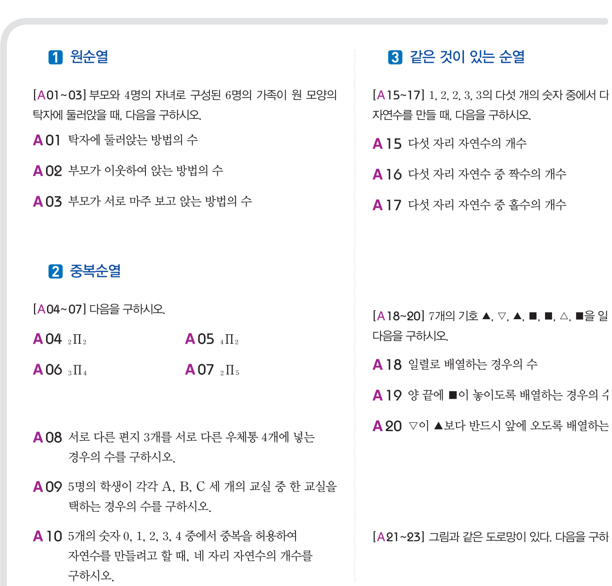
❷ 원순열에서 회전하여 일치하는 배열은 모두 같은 것으로 본다. 따라서 한 번 나열한 경우에 대하여 그 순서대로 자리를 오른쪽으로 1칸씩, 2칸씩, …, n칸씩 회전시켰을 때, 같은 경우를 반드시 따져주어 전체 경우를 n으로 나눠 주어야 한다.

왜 그럴까?

❸ 다각형 모양의 탁자를 원형이라고 생각하자. 원순열에 의해 탁자에 둘러앉는 경우의 수는 일단 $(n-1)!$이다. 그러나 실제는 원형이 아니라 다각형 모양의 탁자이므로 탁자의 모양에 의하여 서로 다른 경우가 존재할 수 있다. 이때, 탁자에 둘러 앉는 경우를

2 개념 확인 문제 – 개념에 대한 이해도 확인 문제

앞에서 공부한 핵심 개념을 잘 기억하고 있는지, 놓친 것은 없는지 확인할 수 있도록 개념 이해를 위한 필수 문제를 수록하였습니다.


1 원순열

[A01~03] 부모와 4명의 자녀로 구성된 6명의 가족이 원 모양의 탁자에 둘러앉을 때, 다음을 구하시오.

A01 탁자에 둘러앉는 방법의 수

A02 부모가 이웃하여 앉는 방법의 수

A03 부모가 서로 마주 보고 앉는 방법의 수

2 중복순열

[A04~07] 다음을 구하시오.

A04 $_{3}\Pi_{2}$ A05 $_{4}\Pi_{2}$

A06 $_{3}\Pi_{4}$ A07 $_{2}\Pi_{5}$

A08 서로 다른 편지 3개를 서로 다른 우체통 4개에 넣는 경우의 수를 구하시오.

A09 5명의 학생이 각각 A, B, C 세 개의 교실 중 한 교실을 택하는 경우의 수를 구하시오.

A10 5개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4 중에서 중복을 허용하여 자연수를 만들려고 할 때, 네 자리 자연수의 개수를 구하시오.

3 같은 것이 있는 순열

[A15~17] 1, 2, 2, 3, 3의 다섯 개의 숫자 중에서 다 … 자연수를 만들 때, 다음을 구하시오.

A15 다섯 자리 자연수의 개수

A16 다섯 자리 자연수 중 짝수의 개수

A17 다섯 자리 자연수 중 홀수의 개수

[A18~20] 7개의 기호 ▲, ▽, ▲, ■, ■, △, ■을 일 … 다음을 구하시오.

A18 일렬로 배열하는 경우의 수

A19 양 끝에 ■이 놓이도록 배열하는 경우의 수

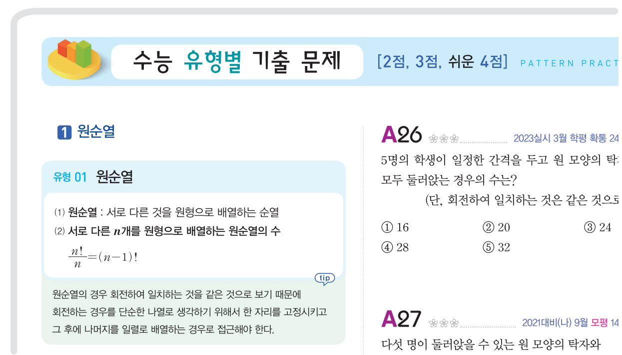
A20 ▽이 ▲보다 반드시 앞에 오도록 배열하는 …

[A21~23] 그림과 같은 도로망이 있다. 다음을 구하 …

3 유형별 기출 문제 – 유형+개념+난이도에 따른 문제 배열

최신 수능 경향을 꼼꼼히 분석하고 유형을 촘촘하게 세분화하여 유형순, 개념순, 난이도순으로 문항을 배열하였습니다.

- tip : 유형에 따라 다시 한 번 더 상기해야 할 개념과 접근법을 제시하였습니다.
- QR코드 : 유형별 핵심 문제와 혼자 풀기 어려운 문제의 풀이 과정을 동영상 강의를 통해 한 번 더 학습할 수 있도록 하였습니다.


수능 유형별 기출 문제 [2점, 3점, 쉬운 4점] PATTERN PRACT…

1 원순열

유형 01 원순열

(1) 원순열 : 서로 다른 것을 원형으로 배열하는 순열

(2) 서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 원순열의 수

$\frac{n!}{n}=(n-1)!$

tip

원순열의 경우 회전하여 일치하는 것을 같은 것으로 보기 때문에 회전하는 경우를 단순한 나열로 생각하기 위해서 한 자리를 고정시키고 그 후에 나머지를 일렬로 배열하는 경우로 접근해야 한다.

A26 2023실시 3월 학평 확통 24

5명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁 … 모두 둘러앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으…)

① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

A27 2021대비(나) 9월 모평 14

다섯 명이 둘러앉을 수 있는 원 모양의 탁자와

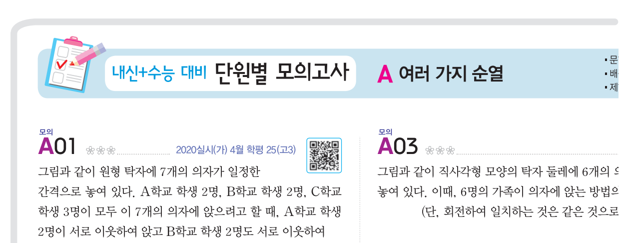
- **유형 분류** : 빈출 – 시험에서 자주 출제되는 유형입니다.
  고난도 – 여러 개념을 복합적으로 묻는 고난도 유형입니다.
- 대표 : 제시된 유형에서 가장 자주 출제되는 대표 유형 문제입니다.

- **난이도** : ✽✽✽ – 기본 문제 ✽✽✽ – 중급 문제
  ✽✽✽ – 중상급 문제

- 출처표시 : 수능, 평가원 – 대비연도, 학력평가 – 실시연도
  - 2022대비 수능 1(고3) : 2021년 11월에 실시한 수능
  - 2022대비 6월 모평 2(고3) : 2021년 6월에 실시한 평가원
  - 2022실시 4월 학평 3(고3) : 2022년 4월에 실시한 학력평가
  - 2023대비 9월 모평 4(고3) : 2022년 9월에 실시한 평가원

4 내신+수능 대비 단원별 모의고사 – 최종 실력 점검

중단원별 학교 시험 필수 문제와 수능형 문항을 종합하여 공부할 수 있습니다. 또한, 서술형 문항도 수록하여 학교시험을 더욱 충실히 대비할 수 있습니다.


내신+수능 대비 단원별 모의고사 A 여러 가지 순열

A01 2020실시(가) 4월 학평 25(고3)

그림과 같이 원형 탁자에 7개의 의자가 일정한 간격으로 놓여 있다. A학교 학생 2명, B학교 학생 2명, C학교 학생 3명이 모두 이 7개의 의자에 앉으려고 할 때, A학교 학생 2명이 서로 이웃하여 앉고 B학교 학생 2명도 서로 이웃하여 앉는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은

A03

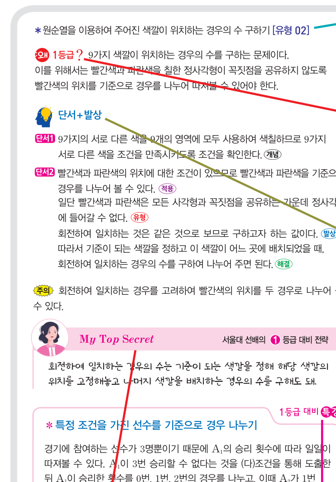
그림과 같이 직사각형 모양의 탁자 둘레에 6개의 … 놓여 있다. 이때, 6명의 가족이 의자에 앉는 방법의 … (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로…)

5 1등급 마스터 문제 – 대비 문제로 1등급 대비

1등급을 가르는 변별력 있는 고난도 문제를 엄선하여 별도로 수록하였습니다. 종합적인 사고력과 응용력을 길러서 반드시 수학 1등급에 달성할 수 있도록 구성했습니다.

- ●✲✲✲ – 상급 문제
- ✪ 2등급 대비 : 정답률이 20~30%인 문제로 1, 2등급으로 발돋움하는 데 도움이 되는 고난도 문제
- ✪ 1등급 대비 : 정답률이 20% 미만인 문제로 1등급을 가르는 최고난도 문제

6 1등급 대비 · 2등급 대비 문제 특별 해설



문제 분석
어떤 유형이 1, 2등급 대비 문제로 출제되었는지 알려줍니다.

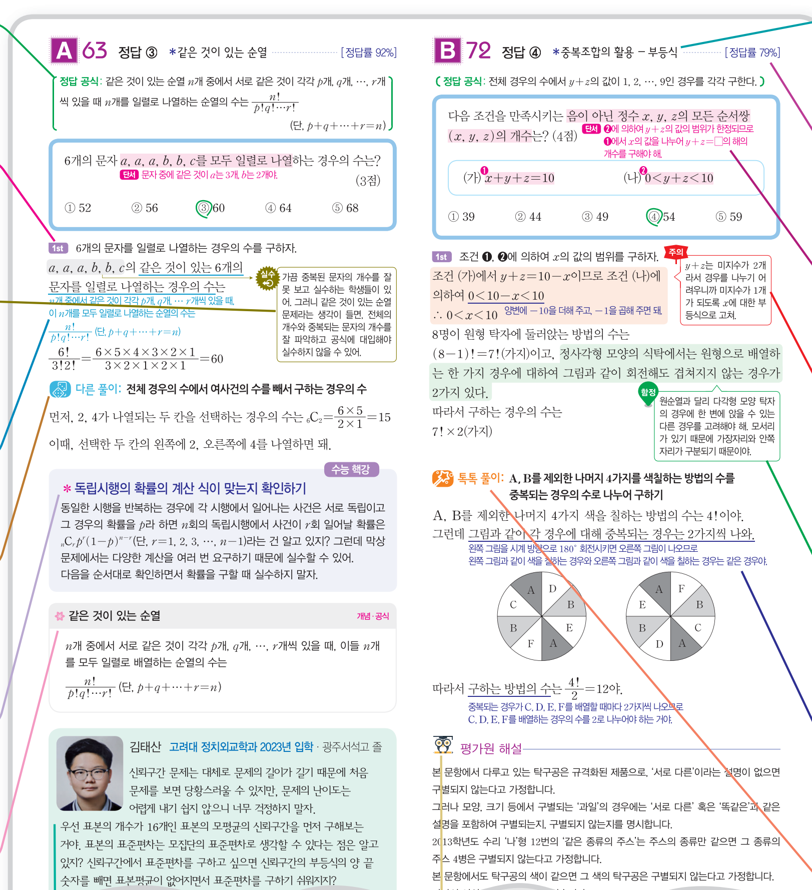
왜 1등급, 왜 2등급
1, 2등급 대비 문제의 핵심 내용과 구하고자 하는 목표를 확실히 알도록 제시해줍니다.

단서+발상
- 단서 문제 풀이의 핵심이 되는 단서를 꼭 짚어 설명합니다.
- 개념 문제 풀이에 필요한 개념을 다시 한 번 확인합니다.
- 유형 숨어 있는 기출 유형을 찾아 설명합니다.
- 발상 핵심 단서로 문제 풀이 방법을 구체적으로 설명합니다.
- 적용 생각하기 힘든 개념이나 꼬여 있는 문제의 답을 얻기 위해 적용해야 할 내용입니다.
- 해결 찾아야 하는 것들을 다 찾은 뒤 공식을 적용하여 해결합니다.

My Top Secret
1, 2등급 대비 문제를 다루는 서울대 선배의 특별 비법을 수록했습니다.

1등급 대비 특강
고난도 문제에서 특별히 알고 있으면 유용한 개념이나 Tip을 제시합니다.

7 입체 첨삭 해설!



정답 공식
출제 의도를 짚어 주고, 문제 속의 숨은 조건을 해석하여 풀이 전략을 세우도록 도와줍니다.

단계별 명쾌 풀이
문제를 푸는 데 요구되는 사고의 순서를 구체화해 단계를 나누어 제시하였습니다

실수
문제를 푸는 과정이나 잘못된 개념을 적용하는 실수를 지적해 주고 해결의 열쇠를 제공해 주는 코너입니다.

해설 적용 공식
해설에 직접적, 간접적으로 사용된 개념, 공식을 보여줍니다.

다른 풀이
문제를 풀 때는 다각적으로 사고하는 연습이 필요합니다. 이에 다른 방법으로 문제에 접근할 수 있는 방법을 알려줍니다.

수능 핵강
문제를 조금 더 쉽고 빠르게 풀 수 있는 스킬 등을 자세히 설명하였습니다.

개념 공식
문제를 풀기 위해 요구되는 주요 개념과 공식을 정리하였습니다.

생생체험
수능을 먼저 정복한 선배들의 경험이 100% 녹아 있는 실제적인 조언을 담았습니다.

평가원 해설
오답 이의제기된 문항에 대해 평가원 출제 위원들이 요구한 사고 과정을 확인할 수 있습니다.

출제 개념
문제에 적용된 핵심 개념을 제시하여 비슷한 유형의 문제에서 같은 개념을 사용할 수 있도록 하였습니다.

정답률
교육청 자료, 기타 기관 공지 자료와 내부 분석 검토 과정을 거쳐서 제시됩니다.

핵심 단서
문제를 푸는 데 핵심이 되는 단서와 그 단서를 문제 풀이에 적용하는 방법을 설명하였습니다.

주의
풀이 과정에서 주어진 조건을 빼먹거나 잘못 이용할 가능성이 있을 때, 적절한 주의를 주어서 올바른 풀이로 나아갈 수 있도록 한 코너입니다.

함정
개념을 정확히 이해하지 못한다면 반드시 빠지게 되어 있는 함정을 체크해 주고 해결할 수 있는 방법을 제시하였습니다.

보충 설명
더욱 정확하고 완벽하게 해설을 이해할 수 있도록 해설에 내재된 내용을 설명하였습니다.

쉬운 풀이, 톡톡 풀이
직관적으로 풀거나, 교육과정 외의 개념 또는 특이한 풀이 방법을 알려줍니다.

문항 배열 및 구성 [757제]

❶ 개념 이해를 체크할 수 있는 개념 확인 문제 [186제]

개념 하나하나에 대한 맞춤 확인 문제를 제시하여 개념 이해도를 높이고 기초실력을 쌓도록 구성하였습니다.

❷ 학력평가 기출 문제+수능 유형 완전 정복 문제 [67유형, 문제 543제]

- 2018~2008 고1, 2 학력평가 문항 중에서 새교육과정에 꼭 맞는 문제 선별 수록 [3제]
- 고2 난이도에 맞는 전개년 수능+평가원 문제 선별 수록 [314제]
- 2023~2005 고3 학력평가 기출 문제 중에서 필수 개념 문제 선별 수록 [226제]

❸ 학교시험+새 수능 대비를 위한 수능 기출 변형 문제 [28제]

새 수능에 적합한 개념과 공식을 이해하고 활용할 수 있도록 수능 기출 문제를 변형하여 추가 수록하였습니다.

❹ 내신+수능 단원별 모의고사 [기출 문제+수능 기출 변형 문제 97제]

각 단원에 출제 빈도가 높은 문제를 최신 출제 경향에 따라 구성하였습니다.

[고2 확률과 통계 문항 구성표]

	고3(대비 연도) – 고2 난이도 수준							
연도	3월 학평	4, 5월 학평	6월 모평	7월 학평	9월 모평	10월 학평	수능	합계
2024	6	2	6	1				15
2023	6	5	6	5	2	2	2	28
2022	5	4	7	7	6	3	5	37
2021	4	11	10	12	11	8	13	69
2020	1	3	4	4	8	6	11	37
2019	2	1	8	5	8	9	9	42
2018	1	2	5	5	9	9	9	40
2017			6	9	7	7	8	37
2016			1	3	7	8	6	25
2016이전	14	10	15	17	56	29	56	197
2022, 2014, 2005 대비 예비 평가 수록 문항 수								13
고1, 2 학력평가 문항 수								3
수능 기출 변형 문제 수록 문항 수(67개 유형 수능 기출 변형 문제)								28
개념 확인 문제 수록 문항 수								186
총 수록 문항 수								757

A 여러 가지 순열

★ 유형 차례

★ 최신 3개년 수능+모평 출제 경향

학년도		출제 유형	난이도
2024	수능		
	9월	유형 08 도로망에서 최단 경로의 이해	❀❀❀
	6월	유형 05 같은 것이 있는 문자의 나열	❀❀❀
2023	수능	유형 03 자연수의 개수와 중복순열	✿❀❀
	9월	출제되지 않음	
	6월	유형 04 나열과 중복순열 유형 05 같은 것이 있는 문자의 나열	✿❀❀ ❀❀❀
2022	수능	출제되지 않음	
	9월	출제되지 않음	
	6월	유형 01 원순열 유형 05 같은 것이 있는 문자의 나열	✿✿✿ ✿✿❀
	예시	출제되지 않음	

★ 자주 출제되는 필수 개념 학습법

- 확률과 통계에서 배우는 순열은 고1 수학에서 배운 순열의 확장 개념이므로 여러 가지 순열을 학습하기 전에 다시 한 번 고1 과정의 순열의 개념과 공식을 확인해야 한다.
- 문제의 의미만 잘 파악하면 어려운 단원은 아니지만 문장제 문제 유형이 대다수인 단원이기 때문에 체감난이도가 높아 다수의 문항으로 연습하는 것이 중요하다.
- 문제에 주어진 조건에서 원순열, 중복순열, 같은 것이 있는 순열 중 어떤 것을 이용해야 하는지 빠르게 파악할 수 있도록 여러 문제를 풀어보며 습득한다.
- 문제에서 규칙을 직접 찾아 원순열이나 중복순열의 개념과 연결하여 복합적으로 문제를 푸는 고난도 문제를 대비해야 한다.

A 여러 가지 순열

개념 강의

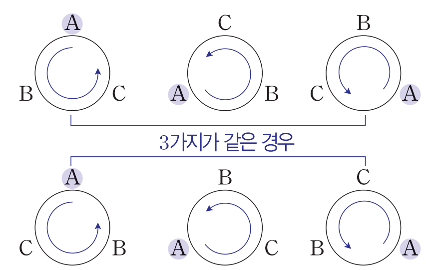
중요도 ★★★

1 원순열 – 유형 01~02

(1) **원순열** : 서로 다른 것을 원형으로 배열하는 순열
→ 서로 다른 n개에서 r개를 뽑아 일렬로 나열하는 것을 n개에서 r개를 택하는 순열이라 한다.

(2) 서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 순열의 수는 $\frac{n!}{n}=(n-1)!$ [1]

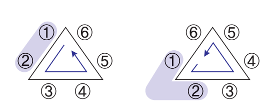
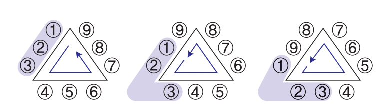
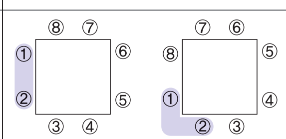
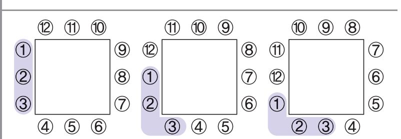
예

서로 다른 3개를 나열	서로 다른 3개를 원형으로 배열[2]	차이점
세 개의 문자 A, B, C를 일렬로 나열하면 ABC CAB BCA ACB BAC CBA	세 개의 문자 A, B, C를 원형으로 배열하면  3가지가 같은 경우	회전시켰을 때, 서로 같은 경우가 존재하므로 일렬로 나열하는 것과는 구분해야 한다.
순열의 수는 $3!=3\times2\times1=6$	같은 경우가 3개씩 있으므로 원순열의 수는 $\frac{3!}{3}=(3-1)!=2!=2$	(원순열의 수) $=\frac{(\text{순열의 수})}{n}$

(3) **다각형 모양의 탁자에 둘러앉는 경우의 수**

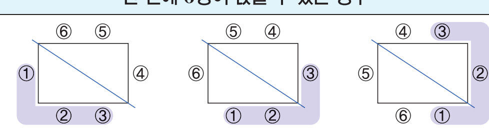
① 정다각형 모양의 탁자 : n명이 정다각형 모양의 탁자에 한 변에 k명씩 앉는 경우의 수는 $k\times(n-1)!$ [3]

예

정다각형	한 변에 2명이 앉을 수 있는 경우	한 변에 3명이 앉을 수 있는 경우
(i) 정삼각형 모양의 탁자에 배열하는 한 가지 경우 중 서로 다른 경우		
(ii) 정사각형 모양의 탁자에 배열하는 한 가지 경우 중 서로 다른 경우		

② 직사각형 모양의 탁자 : (회전시켰을 때, 겹치지 않는 경우의 수)$\times$(원순열의 수)
직사각형을 대각선으로 나눈 뒤, 그 절반의 자리의 수

예

직사각형	한 변에 6명이 앉을 수 있는 경우[4]
배열하는 한 가지 경우 중 서로 다른 경우	

2 중복순열 – 유형 03~04

(1) **중복순열** : 중복을 허락하여 만든 순열

(2) 서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택하는 순열의 수는 ${}_n\Pi_r=n^r$
세 문자 A, B, C를 중복을 허락하여 5개를 택하는 순열의 수는 ${}_3\Pi_5=3^5$이다.

출제 2023 수능 24번
★ 서로 다른 숫자를 중복을 허락하여 나열하여 만든 자연수 중에서 조건에 맞는 자연수의 개수를 구하는 문제가 중하 난이도로 출제되었다.

3 같은 것이 있는 순열[5] – 유형 05~09

n개 중에서 서로 같은 것이 각각 p개, q개, $\cdots$, r개씩 있을 때 n개를 일렬로 나열하는 순열의 수는
$\frac{n!}{p!q!\cdots r!}$ (단, $p+q+\cdots+r=n$)
1, 1, 2, 2, 2의 5개의 숫자를 모두 나열하여 만들 수 있는 자연수의 개수는 1이 2개, 2가 3개 있으므로 $\frac{5!}{2!3!}$이다.

출제 2024 9월 모평 12번 / 2024 6월 모평 12번
★ 2024 9월 모평에는 같은 것이 있는 순열을 이용하여 도로망에서 최단 경로의 수를 구하는 문제가 하 난이도로 출제되었고, 2024 6월 모평에는 같은 것이 있는 문자를 나열하는 경우의 수를 구하는 문제가 하 난이도로 출제되었다.

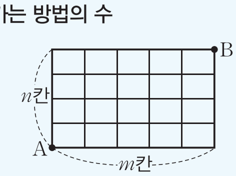
왜 그럴까?
❶ 서로 다른 n개를 일렬로 나열한 것을 원형으로 배열하면 같은 것이 n가지씩 있으므로 원순열의 수는 $\frac{n!}{n}$이다.

+개념 보충
❷ 원순열에서 회전하여 일치하는 배열은 모두 같은 것으로 본다. 따라서 한 번 나열한 경우에 대하여 그 순서대로 자리를 오른쪽으로 1칸씩, 2칸씩, $\cdots$, n칸씩 회전시켰을 때, 같은 경우를 반드시 따져주어 전체 경우를 n으로 나눠 주어야 한다.

왜 그럴까?
❸ 다각형 모양의 탁자를 원형이라고 생각하자. 원순열에 의해 탁자에 둘러 앉는 경우의 수는 일단 $(n-1)!$이다. 그러나 실제는 원형이 아니라 다각형 모양의 탁자이므로 탁자의 모양에 의하여 서로 다른 경우가 존재할 수 있다. 이때, 탁자에 둘러 앉는 경우를 하나 생각하고, 그 경우에서 서로 다른 경우가 존재하도록 앉힌 사람들을 회전시키면 된다.

❹ 단순히 회전시켰을 때, ①→②→③→④→⑤→⑥으로 같은 경우이지만 직사각형 탁자에 앉혔으므로
(1) 직사각형의 세로에 ①이 앉은 경우
(2) 직사각형의 가로의 왼쪽에 ①이 앉은 경우
(3) 직사각형의 가로의 오른쪽에 ①이 앉은 경우
가 모두 다른 경우이다.

+개념 보충
❺ **A지점에서 B지점까지 최단거리로 가는 방법의 수**



가로로 m칸, 세로로 n칸인 경로일 때 같은 것이 각각 m개, n개 있는 것을 일렬로 나열하는 순열의 수와 같다.
즉, A지점에서 B지점까지 최단거리로 가는 방법의 수는 $\frac{(m+n)!}{m!n!}$

1 원순열

[A01~03] 부모와 4명의 자녀로 구성된 6명의 가족이 원 모양의 탁자에 둘러앉을 때, 다음을 구하시오.

A01 탁자에 둘러앉는 방법의 수

A02 부모가 이웃하여 앉는 방법의 수

A03 부모가 서로 마주 보고 앉는 방법의 수

2 중복순열

[A04~07] 다음을 구하시오.

A04 ${}_2\Pi_2$

A05 ${}_4\Pi_2$

A06 ${}_3\Pi_4$

A07 ${}_2\Pi_5$

A08 서로 다른 편지 3개를 서로 다른 우체통 4개에 넣는 경우의 수를 구하시오.

A09 5명의 학생이 각각 A, B, C 세 개의 교실 중 한 교실을 택하는 경우의 수를 구하시오.

A10 5개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4 중에서 중복을 허용하여 자연수를 만들려고 할 때, 네 자리 자연수의 개수를 구하시오.

[A11~14] 다음 경우의 수를 구하시오.

A11 두 집합 $X=\{1, 2\}$, $Y=\{A, B\}$에 대하여 집합 X에서 집합 Y로의 함수의 개수

A12 두 집합 $X=\{1, 2\}$, $Y=\{A, B, C\}$에 대하여 집합 X에서 집합 Y로의 함수의 개수

A13 두 집합 $X=\{1, 2, 3\}$, $Y=\{A, B, C, D\}$에 대하여 집합 X에서 집합 Y로의 함수의 개수

A14 두 집합 $X=\{1, 2, 3, 4\}$, $Y=\{A, B, C\}$에 대하여 집합 X에서 집합 Y로의 함수의 개수

3 같은 것이 있는 순열

[A15~17] 1, 2, 2, 3, 3의 다섯 개의 숫자 중에서 다섯 자리 자연수를 만들 때, 다음을 구하시오.

A15 다섯 자리 자연수의 개수

A16 다섯 자리 자연수 중 짝수의 개수

A17 다섯 자리 자연수 중 홀수의 개수

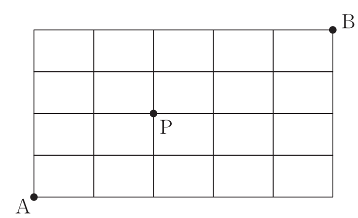
[A18~20] 7개의 기호 ▲, ▽, ▲, ■, ■, △, ■을 일렬로 배열할 때, 다음을 구하시오.

A18 일렬로 배열하는 경우의 수

A19 양 끝에 ■이 놓이도록 배열하는 경우의 수

A20 ▽이 ▲보다 반드시 앞에 오도록 배열하는 경우의 수

[A21~23] 그림과 같은 도로망이 있다. 다음을 구하시오.



A21 A지점에서 출발하여 B지점까지 최단거리로 가는 경우의 수

A22 A지점에서 출발하여 P지점을 지나 B지점까지 최단거리로 가는 경우의 수

A23 A지점에서 출발하여 P지점을 지나지 않고 B지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수

❖ 정답 및 해설 2~3p

수능 유형별 기출 문제 [2점, 3점, 쉬운 4점] PATTERN PRACTICE

1 원순열

유형 01 원순열

(1) **원순열** : 서로 다른 것을 원형으로 배열하는 순열

(2) **서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 원순열의 수**

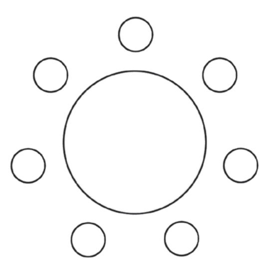
$$\frac{n!}{n}=(n-1)!$$

tip

원순열의 경우 회전하여 일치하는 것을 같은 것으로 보기 때문에
회전하는 경우를 단순한 나열로 생각하기 위해서 한 자리를 고정시키고
그 후에 나머지를 일렬로 배열하는 경우로 접근해야 한다.

A24 대표 .... 2022실시 3월 학평 확통 25(고3)

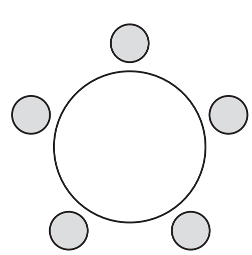
A 학교 학생 5명, B 학교 학생 2명이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때, B 학교 학생끼리는 이웃하지 않도록 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점)



① 320 ② 360 ③ 400 ④ 440 ⑤ 480

A25 ❀❀❀ .... 2019실시(가) 3월 학평 9(고3)

그림과 같이 원형 탁자에 5개의 의자가 일정한 간격으로 놓여 있다. 1학년 학생 2명, 2학년 학생 2명, 3학년 학생 1명이 모두 이 5개의 의자에 앉으려고 할 때, 1학년 학생 2명이 서로 이웃하도록 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점)



① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

A26 ❀❀❀ .... 2023실시 3월 학평 확통 24(고3)

5명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉는 경우의 수는?

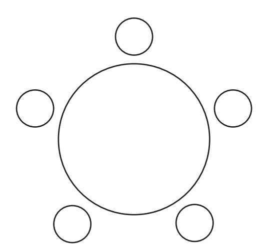
(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점)

① 16 ② 20 ③ 24
④ 28 ⑤ 32

A27 ❀❀❀ .... 2021대비(나) 9월 모평 14(고3)

다섯 명이 둘러앉을 수 있는 원 모양의 탁자와 두 학생 A, B를 포함한 8명의 학생이 있다. 이 8명의 학생 중에서 A, B를 포함하여 5명을 선택하고 이 5명의 학생 모두를 일정한 간격으로 탁자에 둘러앉게 할 때, A와 B가 이웃하게 되는 경우의 수는?

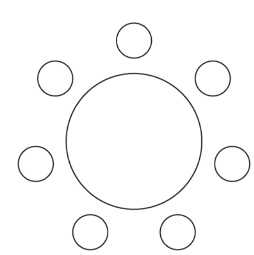
(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (4점)



① 180 ② 200 ③ 220
④ 240 ⑤ 260

A28 ❀❀❀ .... 2021대비(나) 6월 모평 12(고3)

1학년 학생 2명, 2학년 학생 2명, 3학년 학생 3명이 있다. 이 7명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때, 1학년 학생끼리 이웃하고 2학년 학생끼리 이웃하게 되는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점)



① 96 ② 100 ③ 104
④ 108 ⑤ 112

1등급 마스터 문제 [4점+2등급 대비+1등급 대비]

A77 ★★★ 2021실시 3월 학평 확통 30(고3)

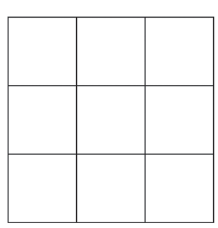
숫자 1, 2, 3, 4 중에서 중복을 허락하여 네 개를 선택한 후 일렬로 나열할 때, 다음 조건을 만족시키도록 나열하는 경우의 수를 구하시오. (4점)

> (가) 숫자 1은 한 번 이상 나온다.
> (나) 이웃한 두 수의 차는 모두 2 이하이다.

[1등급 대비+2등급 대비]

A78 1등급 대비 2020실시(가) 3월 학평 27(고3)

오른쪽 그림과 같이 합동인 9개의 정사각형으로 이루어진 색칠판이 있다. 빨간색과 파란색을 포함하여 총 9가지의 서로 다른 색으로 이 색칠판을 다음 조건을 만족시키도록 칠하려고 한다.



> (가) 주어진 9가지의 색을 모두 사용하여 칠한다.
> (나) 한 정사각형에는 한 가지 색만을 칠한다.
> (다) 빨간색과 파란색이 칠해진 두 정사각형은 꼭짓점을 공유하지 않는다.

색칠판을 칠하는 경우의 수는 $k\times7!$이다. k의 값을 구하시오.
(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (4점)

A79 1등급 대비 2016실시(가) 10월 학평 30(고3)

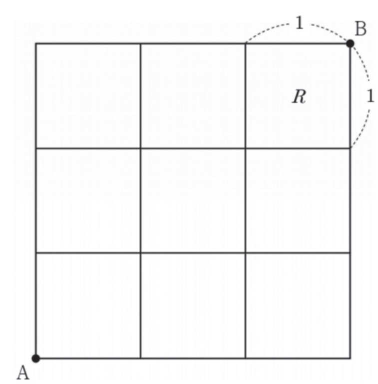
1부터 9까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 9개의 공이 주머니에 들어 있다. 이 주머니에서 공을 한 개씩 모두 꺼낼 때, i번째($i=1,\ 2,\ \cdots,\ 9$) 꺼낸 공에 적혀 있는 수를 a_i라 하자. $1<p<q<9$인 두 자연수 p, q에 대하여 a_i가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $1\le i<p$이면 $a_i<a_{i+1}$이다.
> (나) $p\le i<q$이면 $a_i>a_{i+1}$이다.
> (다) $q\le i<9$이면 $a_i<a_{i+1}$이다.

$a_1=2$, $a_p=8$인 모든 경우의 수를 구하시오. (단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.) (4점)

A80 2등급 대비 2020실시(나) 4월 학평 29(고3)

그림과 같이 바둑판 모양의 도로망이 있다.
이 도로망은 정사각형 R와 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 9개로 이루어진 모양이다.



이 도로망을 따라 최단거리로 A 지점에서 출발하여 B 지점을 지나 다시 A 지점까지 돌아올 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하시오. (4점)

> (가) 정사각형 R의 네 변을 모두 지나야 한다.
> (나) 한 변의 길이가 1인 정사각형 중 네 변을 모두 지나게 되는 정사각형은 오직 정사각형 R뿐이다.

❖ 정답 및 해설 20~26p

동아리 소개

GLEAP

서울대 글로벌 리더십 동아리

준비된 지도자가 되고 싶은 사람은 GLEAP으로!

GLEAP(Global LEAdership Program)은 2012년 자연과학대학에서 만든 공식 우수 학생 단체로, 서울대 자연대에 재학 중인 우수한 학생들이 스스로 미래의 국제적인 지도자로서의 능력을 갖출 수 있는 기회의 장을 마련해주고자 만들어졌습니다.

현재 GLEAP은 'Connect Science, Illuminate World'라는 모토 아래 활동하고 있습니다. '교류', '기회의 환원', '학문'을 기본으로, 다양한 사람들과 교류하며, 사회로부터 받은 기회를 다시 베풀고, 국내외 이공학생들의 네트워크 구축을 비전으로 삼고 있습니다.

GLEAP이 갖는 가장 큰 장점은 다양한 전공의 학생들이 함께 참여하는 데 있습니다. 학부생들은 자신의 전공을 알아가는, 일반인과 전문가의 과도기에 있습니다. 이러한 과도기적 특성으로 인해 GLEAP의 멤버들은 자신의 전공과 관련된 지식을 일반인에게 전달할 수 있는 역할과 동시에 전문가로부터 새로운 지식을 배우는 역할 또한 할 수 있습니다.

이러한 학부생만 가질 수 있는 장점들을 살리면서 GLEAP의 멤버들은 서로의 다른 전공들에 대해 알아가게 됩니다. 이를 통해 앞으로 각자의 전공뿐 아니라 다른 전공을 이해하고 융합적으로 사고하며, 다른 분야의 사람들과 함께 협력하는 방법을 배울 수 있습니다!

Special

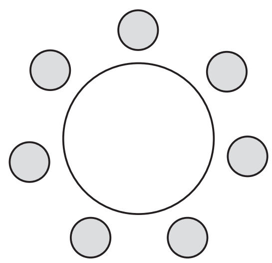
★ 내신 + 수능 대비

단원별 모의고사

[제한시간 50분]

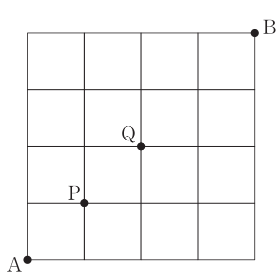
모의
A01 ❀❀❀ 2020실시(가) 4월 학평 25(고3)

그림과 같이 원형 탁자에 7개의 의자가 일정한 간격으로 놓여 있다. A학교 학생 2명, B학교 학생 2명, C학교 학생 3명이 모두 이 7개의 의자에 앉으려고 할 때, A학교 학생 2명이 서로 이웃하여 앉고 B학교 학생 2명도 서로 이웃하여 앉는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점)



모의
A02 ❀❀❀ 2010실시(가) 4월 학평 30(고3)

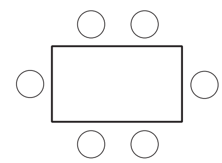
그림과 같이 직사각형으로 이루어진 도로망이 있다. A지점에서 B지점까지 최단거리로 갈 때, P와 Q 두 지점을 모두 지나는 경로의 수를 구하시오. (2점)



모의
A03 ❀❀❀

그림과 같이 직사각형 모양의 탁자 둘레에 6개의 의자가 놓여 있다. 이때, 6명의 가족이 의자에 앉는 방법의 수는?

(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (2점)

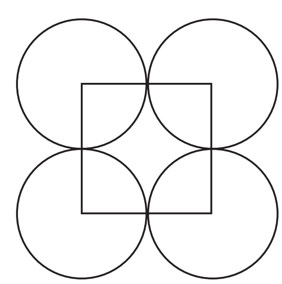


① 180 ② 240 ③ 300
④ 360 ⑤ 420

모의
A04 ❀❀❀

그림과 같이 서로 접하고 크기가 같은 원 4개와 이 네 원의 중심을 꼭짓점으로 하는 정사각형이 있다. 원의 내부 또는 정사각형의 내부에 만들어지는 9개의 영역에 서로 다른 9가지 색을 모두 사용하여 칠하려고 한다. 한 영역에 한 가지 색만을 칠할 때, 색칠한 결과로 나올 수 있는 경우의 수는?

(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점)

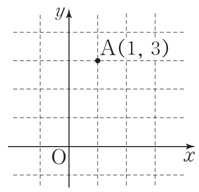


① $\frac{9!}{3}$ ② $\frac{9!}{4}$ ③ $\frac{9!}{5}$
④ $\frac{8!}{3}$ ⑤ $\frac{8!}{4}$

모의
A05

2004실시(가) 3월 학평 29(고3)

좌표평면 위에서 상하 또는 좌우방향으로 한번에 1만큼씩 움직이는 점 P가 있다. 이때, 원점을 출발한 점 P가 6번 움직여서 최종 위치가 점 A(1, 3)이 되는 경우의 수를 구하시오. (4점)



모의
A06

2007실시(가) 5월 학평 29(고3)

7명의 학생이 양로원으로 봉사활동을 갔다. 청소 도우미 2명, 빨래 도우미 2명, 식사 도우미 3명으로 역할을 나누려고 할 때, 가능한 방법의 수는? (4점)

① 105 ② 210 ③ 315
④ 420 ⑤ 630

모의
A07

2011대비(나) 9월 모평 27(고3)

지수는 다음 규칙에 따라 월요일부터 금요일까지 5일 동안 하루에 한 가지씩 운동을 하는 계획을 세우려 한다.

(가) 5일 중 3일을 선택하여 요가를 한다.
(나) 요가를 하지 않는 2일 중 하루를 선택하여 수영, 줄넘기 중 한 가지를 하고, 남은 하루는 농구, 축구 중 한 가지를 한다.

지수가 세울 수 있는 계획의 가짓수는? (3점)

① 50 ② 60 ③ 70
④ 80 ⑤ 90

모의
A08

2010대비(가) 6월 모평 27(고3)

두 문자 a, b를 중복을 허락하여 만든 6자리 문자열 중에서 다음 조건을 만족시키는 문자열의 개수는? (3점)

(가) 첫 문자는 a이다.
(나) a끼리는 이웃하지 않는다.

① 16 ② 14 ③ 12
④ 10 ⑤ 8

모의
A09

2015실시(B) 10월 학평 18(고3)

다음 조건을 만족시키는 네 자리 자연수의 개수는? (4점)

(가) 각 자리의 수의 합은 14이다.
(나) 각 자리의 수는 모두 홀수이다.

① 51 ② 52 ③ 53
④ 54 ⑤ 55

서술형

모의
A10

학생 7명을 A팀과 B팀으로 나누어 다음 표와 같이 팀장과 팀원을 배정할 때 가능한 모든 방법의 수를 구하시오.
(단, 7명은 팀장이나 팀원의 역할을 한다.) (12점)

	팀장	팀원
A팀	1명	2명
B팀	2명	2명

❖ 정답 및 해설 212~215p

A 여러 가지 순열

개념 확인 문제

A 01 정답 120 ······ *원순열

$(6-1)!=5\times4\times3\times2\times1=120$

A 02 정답 48 ······ *원순열

부모를 한 사람으로 생각하면 자녀 4명과 함께 모두 5명이 원 모양의 탁자에 둘러앉는 것이므로 $(5-1)!=4!$이고, 부모가 서로 자리를 바꿀 수 있으므로 구하는 방법의 수는 $4!\times2!=48$

A 03 정답 24 ······ *원순열

부모를 서로 마주 보게 앉혀 놓고 자녀 4명을 앉히면 되므로
구하는 방법의 수는 $4!=24$

A 04 정답 4 ······ *중복순열

${}_2\Pi_2=2^2=4$

A 05 정답 16 ······ *중복순열

${}_4\Pi_2=4^2=16$

A 06 정답 81 ······ *중복순열

${}_3\Pi_4=3^4=81$

A 07 정답 32 ······ *중복순열

${}_2\Pi_5=2^5=32$

A 08 정답 64 ······ *중복순열

서로 다른 편지 3개를 서로 다른 우체통 4개에 넣는 경우의 수는 서로 다른 4개의 우체통에서 편지를 넣은 3개의 우체통을 택하는 중복순열의 수와 같으므로 ${}_4\Pi_3=4^3=64$

A 09 정답 243 ······ *중복순열

서로 다른 3개 중 중복을 허락하여 5개를 선택하는 순열의 수와 같으므로 ${}_3\Pi_5=3^5=243$

A 10 정답 500 ······ *중복순열

천의 자리에는 0이 올 수 없으므로 그 경우의 수는 4이고, 백의 자리, 십의 자리, 일의 자리에는 각각 0, 1, 2, 3, 4가 모두 올 수 있으므로 그 경우의 수는 ${}_5\Pi_3=5^3=125$
따라서 구하는 자연수의 개수는 $4\times125=500$

A 11 정답 4 ······ *중복순열

두 집합 $X=\{1, 2\}$, $Y=\{A, B\}$에 대하여 집합 X에서 집합 Y로의 함수는 Y의 원소 A, B의 2개에서 중복을 허용하여 2개를 택하여 X의 원소 1, 2에 대응시키면 된다. 따라서 구하는 함수의 개수는 ${}_2\Pi_2=4$

A 12 정답 9 ······ *중복순열

두 집합 $X=\{1, 2\}$, $Y=\{A, B, C\}$에 대하여 집합 X에서 집합 Y로의 함수는 Y의 원소 A, B, C의 3개에서 중복을 허용하여 2개를 택하여 X의 원소 1, 2에 대응시키면 된다. 따라서 구하는 함수의 개수는 ${}_3\Pi_2=9$

A 13 정답 64 ······ *중복순열

두 집합 $X=\{1, 2, 3\}$, $Y=\{A, B, C, D\}$에 대하여 집합 X에서 집합 Y로의 함수는 Y의 원소 A, B, C, D의 4개에서 중복을 허용하여 3개를 택하여 X의 원소 1, 2, 3에 대응시키면 된다.
따라서 구하는 함수의 개수는 ${}_4\Pi_3=64$

A 14 정답 81 ······ *중복순열

두 집합 $X=\{1, 2, 3, 4\}$, $Y=\{A, B, C\}$에 대하여 집합 X에서 집합 Y로의 함수는 Y의 원소 A, B, C의 3개에서 중복을 허용하여 4개를 택하여 X의 원소 1, 2, 3, 4에 대응시키면 된다.
따라서 구하는 함수의 개수는 ${}_3\Pi_4=81$

A 15 정답 30 ······ *같은 것이 있는 순열

1, 2, 2, 3, 3의 5개의 자연수를 일렬로 배열하므로
구하는 개수는 $\dfrac{5!}{2!2!}=30$

A 16 정답 12 ······ *같은 것이 있는 순열

다섯 자리 자연수가 짝수가 되려면 일의 자리의 숫자가 2가 되어야 하므로 앞의 네 자리에는 나머지 4개의 숫자 1, 2, 3, 3의 4개의 자연수를 일렬로 배열하면 된다. 따라서 구하는 개수는 $\dfrac{4!}{2!}=12$

A 17 정답 18 ······ *같은 것이 있는 순열

(i) 끝 자리가 1인 다섯 자리 자연수인 경우
□□□□1에서 빈 자리에 4개의 숫자 2, 2, 3, 3을 일렬로 나열하는 경우의 수는 같은 것이 있는 순열을 이용하면 $\dfrac{4!}{2!2!}=6$

(ii) 끝 자리가 3인 다섯 자리 자연수인 경우
□□□□3에서 빈 자리에 1, 2, 2, 3을 일렬로 나열하는 경우의 수는 같은 것이 있는 순열을 이용하면 $\dfrac{4!}{2!}=12$

(i)~(ii)에 의하여 $6+12=18$

A 18 정답 420 ······ *같은 것이 있는 순열

같은 것인 ▲이 2개, ■이 3개 있으므로 구하는 경우의 수는
$\dfrac{7!}{2!3!}=\dfrac{7\times6\times5\times4}{2\times1}=420$

A 19 정답 60 ······ *같은 것이 있는 순열

양 끝에 ■을 먼저 놓고, 나머지 5개인 ▲, ▽, ▲, △, ■을 일렬로 배열하면 되므로 구하는 경우의 수는 $\frac{5!}{2!}=60$

A 20 정답 140 ······ *같은 것이 있는 순열

▽과 ▲을 같은 문자로 생각하고 ▲, ▲, ▲, ■, ■, △, ■을 일렬로 배열하면 되므로 구하는 경우의 수는 $\frac{7!}{3!3!}=\frac{7\times6\times5\times4}{3\times2\times1}=140$

A 21 정답 126 ······ *최단 경로

가로 5칸, 세로 4칸이므로 $\frac{9!}{5!4!}=126$

A 22 정답 60 ······ *최단 경로

$A \to P$: 가로 2칸, 세로 2칸, $P \to B$: 가로 3칸, 세로 2칸

$\therefore \frac{4!}{2!2!}\times\frac{5!}{3!2!}=6\times10=60$

A 23 정답 66 ······ *최단 경로

A지점에서 출발하여 B지점까지 최단거리로 가는 경우의 수에서 A지점에서 출발하여 P지점을 지나 B지점까지 최단거리로 가는 경우의 수를 제외하면 되므로 $126-60=66$

수능 유형별 기출 문제 [2점, 3점, 쉬운 4점]

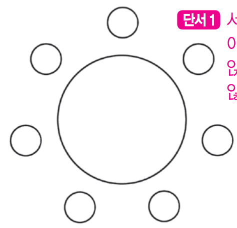
A 24 정답 ⑤ *원순열 ······ [정답률 75%]

정답 공식: B 학교 학생끼리 이웃하지 않도록 앉혀야 하므로 A 학교 학생을 먼저 앉힌다.

A 학교 학생 5명, B 학교 학생 2명이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때, B 학교 학생끼리는 이웃하지 않도록 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점)

단서 2 원순열의 문제에서는 중복되는 것만큼을 나누어 주어야 하는 거 알지?

단서 1 서로 이웃하지 않게 앉히려면 이웃해도 되는 학생을 먼저 앉히고 그 사이사이에 이웃하지 않게 앉히려는 학생을 앉히면 돼.



① 320 ② 360 ③ 400 ④ 440 ⑤ 480

1st 먼저 이웃해도 되는 A 학교 학생을 앉히자.

A 학교 학생 5명을 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉히면 $(5-1)!=4!=24$

→ [원순열] 서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 경우의 수는 $\frac{n!}{n}=(n-1)!$

2nd 사이사이에 B 학교 학생을 앉히자.

A 학교 학생 사이에 B 학교 학생 2명의 자리를 정하는 경우의 수는

${}_5P_2=5\times4=20$

→ A 학교 학생 5명이 앉아 있으면 그 사이사이에는 다섯 자리가 있지? 따라서 다섯 자리 중에서 B 학교 학생 2명이 앉을 두 자리를 선택하는 거야.

3rd 경우의 수를 구하자.

따라서 구하는 경우의 수는 $24\times20=480$

다른 풀이: 전체 경우의 수에서 여사건의 수를 빼서 구하는 경우의 수

여사건에 해당하는 경우의 수를 구하여 해당하는 경우의 수를 구해 보자.

먼저 7명의 학생을 일정한 간격으로 앉히는 전체 경우의 수는

$(7-1)!=720$ → A 학교 학생 5명과 B 학교 학생 2명을 모두 합하면 총 7명이야.

한편, B 학교 학생 2명을 이웃하도록 앉히는 경우의 수는

$(6-1)!\times2!=240$

B 학교 학생 2명을 한 명으로 보면 전체 학생은 6명이지? 이 6명을 앉힌 후에 B 학교 학생 2명의 자리를 정하는 경우의 수를 곱해야 해.

따라서 구하는 경우의 수는

$720-240=480$

주의 n명을 묶어서 한 명으로 보면 반드시 $n!$(n명이 자리 바꾸는 경우)을 곱해줘야 해!

수능 핵강

＊복잡한 원순열의 수 구하기

7명이 원 모양의 탁자에 둘러앉을 때, 특정한 2명은 이웃하지 않고 특정한 3명은 이웃하도록 앉히는 경우는 다음과 같은 순서로 풀어 보자.

(i) 이웃하지 않는 사람을 제외하고 남은 사람을 먼저 원형으로 배열하는 경우의 수를 구한다.
⇒ 이웃하지 않는 2명을 제외한 5명 중 이웃하는 사람 3명을 1명으로 생각하여 5명을 원형으로 배열하는 경우는 $(3-1)!=2!=2$(가지)

(ii) 이웃하는 사람끼리 서로 자리를 바꾸어 앉는 경우의 수를 구한다.
⇒ 3명을 일렬로 배열하는 경우이므로 $3!=6$(가지)

(iii) 이웃하지 않는 사람을 앉히는 경우의 수를 구한다.
⇒ 5명이 앉은 자리 사이사이의 자리 중에서 이웃하지 않는 사람이 앉을 수 있는 자리는 3자리이므로 이웃하지 않는 사람이 앉는 경우는 ${}_3P_2=6$(가지)

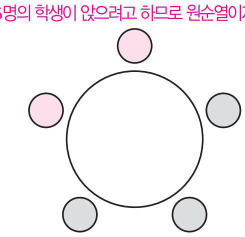
(iv) 조건에 맞는 경우의 수를 구한다. ⇒ $2\times6\times6=72$(가지)

A 25 정답 ① *원순열 ······ [정답률 88%]

정답 공식: 서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 원순열의 수는 $\frac{n!}{n}=(n-1)!$이다.

단서 1 원형 탁자에 일정한 간격으로 5개의 의자가 놓여있고 5명의 학생이 앉으려고 하므로 원순열이지.

오른쪽 그림과 같이 원형 탁자에 5개의 의자가 일정한 간격으로 놓여 있다. 1학년 학생 2명, 2학년 학생 2명, 3학년 학생 1명이 모두 이 5개의 의자에 앉으려고 할 때, 1학년 학생 2명이 서로 이웃하도록 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점)



① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

단서 2 1학년 학생 2명이 서로 이웃하여 앉아야 하므로 2명의 학생을 하나의 묶음으로 생각하면 되지.

1st 1학년 학생 2명을 한 묶음으로 생각하고 원순열의 수를 구해.

1학년 학생 2명이 이웃하도록 앉아야 하므로 1학년 학생 2명을 한 묶음으로 생각하면 전체 4명이 원형으로 앉는 경우의 수와 같으므로

$(4-1)!=3!=6$

→ 1학년 학생 2명이 한 묶음이고 나머지 학생 3명을 포함하면 총 4명의 학생을 원형으로 배열하는 경우의 수가 되어 $(4-1)!$이지.

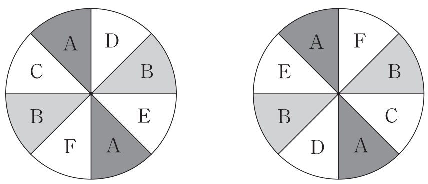
이때, 1학년 학생 2명이 서로 자리를 바꾸는 경우의 수가 $2!=2$이므로 구하는 경우의 수는 $6\times2=12$

톡톡 풀이: A, B를 제외한 나머지 4가지를 색칠하는 방법의 수를 중복되는 경우의 수로 나누어 구하기

중복되는 경우를 고려하여 계산해 보자. A, B를 제외한 나머지 4가지 색을 칠하는 방법의 수는 $4!$이야.

그런데 그림과 같이 각 경우에 대해 중복되는 경우는 2가지씩 나와.

왼쪽 그림을 시계 방향으로 180° 회전시키면 오른쪽 그림이 나오므로 왼쪽 그림과 같이 색을 칠하는 경우와 오른쪽 그림과 같이 색을 칠하는 경우는 같은 경우야.



따라서 구하는 방법의 수는 $\frac{4!}{2}=12$야.

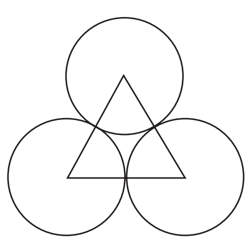
중복되는 경우가 C, D, E, F를 배열할 때마다 2가지씩 나오므로 C, D, E, F를 배열하는 경우의 수를 2로 나누어야 하는 거야.

A 32 정답 ② *원순열을 이용하여 색칠하는 경우의 수 [정답률 51%]

(정답 공식: 120도 회전하면 일치한다. 7개의 색을 배열하는 방법의 수를 구한다.)

단서2 칠하는 순서와 색깔을 선택하는 방법을 모두 생각해야 해.

그림과 같이 서로 접하고 크기가 같은 원 3개와 이 세 원의 중심을 꼭짓점으로 하는 정삼각형이 있다. 원의 내부 또는 정삼각형의 내부에 만들어지는 7개의 영역에 서로 다른 7가지 색을 모두 사용하여 칠하려고 한다. 한 영역에 한 가지 색만을 칠할 때, 색칠한 결과로 나올 수 있는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (4점) 단서1 회전할 때, 구심점이 되도록 기준을 먼저 잡자.

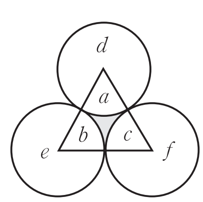


① 1260 ② 1680 ③ 2520
④ 3760 ⑤ 5040

1st 7개 영역을 7가지의 색으로 색칠해야 하므로 각각의 영역의 중앙에서부터 따져보자.

주의 중앙 부분은 회전에 영향을 받지 않기 때문에 먼저 칠해두자.

오른쪽 그림의 가운데 어두운 부분에 색을 칠하는 방법의 수는 7가지이다.



a, b, c에 칠하는 방법의 수는 가운데 칠한 색을 제외한 6가지 색에서 3가지 색을 선택하여 a, b, c에 칠하는 경우의 수와 같으므로 원순열에 의하여 ${}_6C_3\times(3-1)!$

(색선택)×(배치)

서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 원순열의 수는 $\frac{n!}{n}=(n-1)!$

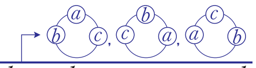
a, b, c가 결정되어서 나머지 3가지 색을 d, e, f에 칠하는 방법의 수는 $3!$

a, b, c에서 회전하여 일치하는 것은 배제시켰으므로 가장 바깥쪽인 d, e, f를 일렬로 배치하는 경우를 생각할 수 있어.

$\therefore 7\times{}_6C_3\times(3-1)!\times3!=1680$

다른 풀이: 7개 영역에 색을 칠하는 경우의 수를 색칠하는 데 구별되지 않는 경우의 수로 나누어 구하는 방법

위의 그림과 같이 가운데 어두운 부분을 시작으로 a, b, c, d, e, f의 7개의 영역에 서로 다른 7가지의 색을 모두 사용하여 차례로 칠하는 방법의 수는 $7!$



a, b, c영역에 색칠을 할 때 세 가지 색을 $a-b-c$, $b-c-a$, $c-a-b$의 순서로 칠하는 경우의 세 가지는 서로 구분이 되지 않지만, a, b, c 세 영역에 색을 칠한 후 d, e, f 세 영역에 색을 칠할 때는 세 가지 색을 $d-e-f$, $e-f-d$, $f-d-e$의 순서로 그리는 경우는 구분되므로

a, b, c영역에 색을 칠한 후에는 원순열이 아니야.

$(\text{구하는 경우의 수})=\frac{7!}{3}=1680$

A 33 정답 ④ *중복순열 [정답률 92%]

(정답 공식: 서로 다른 n개에서 중복을 허용하여 r개를 택하는 중복순열의 수는 ${}_n\Pi_r=n^r$이다.)

${}_3\Pi_4$의 값은? (2점)

단서 서로 다른 3개에서 중복을 허락하여 4개를 택하여 나열하는 중복순열의 값을 구해야 해.

① 63 ② 69 ③ 75
④ 81 ⑤ 87

1st 중복순열의 수를 구하자.

${}_3\Pi_4=3^4=81$

서로 다른 n개에서 중복을 허용하여 r개를 택하는 중복순열의 수는 ${}_n\Pi_r=n^r$

A 34 정답 8 *중복순열 [정답률 89%]

(정답 공식: 서로 다른 n개에서 중복을 허용하여 r개를 택하는 중복순열의 수는 ${}_n\Pi_r=n^r$이다.)

${}_2\Pi_3$의 값을 구하시오. (3점) 단서 중복순열을 이용해.

1st 중복순열의 수를 구해.

${}_2\Pi_3=2^3=2\times2\times2=8$

[중복순열의 수] 서로 다른 n개에서 중복을 허용하여 r개를 택하는 중복순열의 수는 ${}_n\Pi_r=n^r$

A 35 정답 ① *자연수의 개수와 중복순열 [정답률 87%]

(정답 공식: ${}_nP_r=n(n-1)(n-2)\cdots\{n-(r-1)\}$, ${}_n\Pi_r=n^r$)

${}_3P_2+{}_3\Pi_2$의 값은? (2점)

단서 순열과 중복순열의 공식을 떠올려봐.

① 15 ② 16 ③ 17
④ 18 ⑤ 19

1st 순열과 중복순열의 값을 각각 구하여 더하자.

${}_nP_r=n(n-1)(n-2)\cdots\{n-(r-1)\}$

${}_3P_2=3\times2=6$, ${}_3\Pi_2=3^2=9$이므로

${}_n\Pi_r=\underbrace{n\times n\times\cdots\times n}_{r\text{개}}=n^r$

${}_3P_2+{}_3\Pi_2=6+9=15$

A 36 정답 ③ *중복순열-수 나열 [정답률 95%]

(정답 공식: 일의 자리가 0, 5이면 그 수는 5의 배수다.)

숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 네 개를 택해 일렬로 나열하여 만든 네 자리의 자연수가 5의 배수인 경우의 수는? (3점)

① 115 ② 120 ③125 ④ 130 ⑤ 135

단서 '중복을 허락하여 일렬로 나열' 바로 중복순열을 뜻하는 말이야. 이때, 5의 배수이려면 일의 자리 수가 5이거나 0이면 되겠지?

1st 5의 배수가 되어야 하니까 일의 자리 수를 5로 고정시켜 놓고 나머지 수를 결정하자. 일의 자리 수가 5이거나 0이면 돼.

일의 자리수가 5이므로 나머지 세 자리에는
5가 또 반복될 수 있는 걸 주의해.
1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복 선택하여 나열하면 된다.

따라서 네 자리의 자연수가 5의 배수인 경우는 ${}_5\Pi_3=5^3=125$
일의 자리는 결정되었으니까 나머지 세 자리에 오는 수를 정해야 해.
서로 다른 5개 중 3개를 중복을 허락하여 선택하는 순열이지?

쉬운 풀이: 천, 백, 십의 자리에 올 수 있는 경우의 수를 각각 계산하여 경우의 수 구하기

천의 자리에 올 수 있는 수는 5가지, 백의 자리에 올 수 있는 수는 5가지, 십의 자리에 올 수 있는 수는 5가지이고, 이는 동시에 일어나므로
$5\times5\times5=125$(가지)
또한, 일의 자리는 5로 고정되어 있으므로 1가지
따라서 구하는 경우의 수는 $125\times1=125$

A 37 정답 ⑤ *자연수의 개수와 중복순열 [정답률 67%]

(정답 공식: ${}_nC_r=\frac{{}_nP_r}{r!}$, ${}_n\Pi_r=n^r$)

단서 2 주머니 개수보다 넣어야 하는 공의 개수가 더 많고 주머니와 공이 각각 구분되니까 중복을 허락하는 순열이겠지?

서로 다른 공 6개를 남김없이 세 주머니 A, B, C에 나누어 넣을 때, 주머니 A에 넣은 공의 개수가 3이 되도록 나누어 넣는 경우의 수는? (단, 공을 넣지 않는 주머니가 있을 수 있다.) (3점)

단서 1 서로 다른 공 6개에서 A에 넣을 공 3개를 선택하는 경우의 수는 순서 없이 3개를 뽑는 경우이므로 조합을 이용해.

① 120 ② 130 ③ 140 ④ 150 ⑤160

1st 주머니 A에 넣을 3개의 공을 선택하는 경우의 수는 서로 다른 6개에서 3개를 선택하는 조합으로 구할 수 있지.

주머니 A에 넣을 3개의 공을 선택하는 경우의 수는
서로 다른 n개의 공에서 순서없이 r개만 선택하는 것이므로
서로 다른 n개에서 r개를 뽑는 조합을 이용해야 해.

$${}_6C_3=\frac{{}_6P_3}{3!}=\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20(\text{가지})$$

2nd 남은 3개의 공을 두 주머니 B, C에 나누어 넣는 방법의 수는 서로 다른 2개에서 3개를 선택하는 중복순열로 구하자.

서로 다른 3개의 남은 공을 2개의 주머니 B, C에 넣는 방법의 수는
실제로, A 주머니에 3개를 먼저 넣은 후 남은 공 3개를 a, b, c라 하고, 이를 B, C 주머니에 넣는 경우의 수를 직접 순서쌍 (B 주머니에 든 공, C 주머니에 든 공)으로 나열해 보면
$(0, abc), (a, bc), (b, ca), (c, ab), (bc, a), (ca, b), (ab, c), (abc, 0)$으로 8가지야.
${}_2\Pi_3=2^3=8$(가지)

3rd 주머니 A에 3개의 공을 택하여 넣는 각각의 경우에 대해 나머지 3개를 2개의 주머니에 넣는 것이므로 곱의 법칙을 이용하여 경우의 수를 구하자.

따라서 구하는 경우의 수는 주머니 A에 넣을 3개의 공을 택한 각각의 경우에 대해 서로 다른 3개의 남은 공을 2개의 주머니에 넣는 방법의 수가 8가지씩이므로 곱의 법칙에 의해 $20\times8=160$(가지)

A 38 정답 ⑤ *중복순열-수 나열 [정답률 51%]

(정답 공식: 1의 개수에 따라 만들 수 있는 자연수의 개수를 구한다.)

세 수 0, 1, 2 중에서 중복을 허락하여 다섯 개의 수를 택해 다음 조건을 만족시키도록 일렬로 배열하여 자연수를 만든다.

단서 1 수의 배열은 순서가 중요하므로 중복순열이야.

(가) ❶ 다섯 자리의 자연수가 되도록 배열한다.
(나) ❷ 1끼리는 서로 이웃하지 않도록 배열한다.

예를 들어, 20200, 12201은 조건을 만족시키는 자연수이고 11020은 조건을 만족시키지 않는 자연수이다. 만들 수 있는 모든 자연수의 개수는? (4점)

단서 2 ❶에서 맨 앞자리의 수가 0이 오면 안 되니까 맨 앞자리의 수와 ❷을 만족시키는 1의 개수에 따라 나누어 생각해 보자.

① 88 ② 92 ③ 96 ④ 100 ⑤104

1st 0, 1, 2를 사용하여 만든 다섯 자리의 자연수에서 1의 개수는 최대 3개이므로 1의 개수에 따라 나누어서 구하자.

1을 네 번 이상 사용하면 반드시 1끼리 서로 이웃하게 되므로 1은 세 번
1□1□1, □1□1□, ⋯
이하로 사용된다. 따라서 다음의 경우와 같이 나누어서 생각하자.

주의 1에 제한이 걸려 있기 때문에 1을 기준으로 경우의 수를 생각해보자.

(i) 1이 사용되지 않는 경우 ⇐ 맨 앞자리에 2가 오고 나머지 4개에는 0, 2를 중복하여 나열
${}_2\Pi_4=2^4=16$
[중복순열] 서로 다른 n개를 중복을 허락하여 r개를 선택하는 순열의 수 ${}_n\Pi_r=n^r$이야.

(ii) 1이 한 번 사용되는 경우
1로 시작되는 경우의 수는
$2^4=16$ ⇐ 나머지 4자리에 0, 2를 중복!
2로 시작되는 경우의 수는
$4\times2^3=32$ ⇐ 나머지 3자리에 0, 2를 중복!
나머지 4자리 중 1의 자리를 선택, 즉 ${}_4C_1$

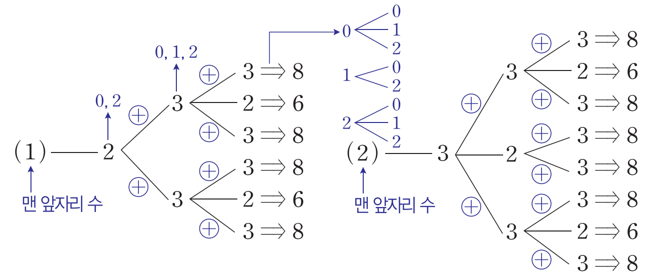
(iii) 1이 두 번 사용되는 경우
1로 시작되는 경우의 수는
$3\times2^3=24$ ⇒ 나머지 2자리에 0, 2를 중복!
1 바로 다음 자리는 0 또는 2이고 나머지 3자리 중 1의 자리를 선택, 즉 ${}_3C_1$
2로 시작되는 경우의 수는
$3\times2^2=12$ ⇒ 나머지 2자리에 0, 2를 중복!
나머지 4자리 중 두 개의 1의 자리는 1□1□, 1□□1, □1□1과 같이 3가지야.

(iv) 1이 세 번 사용되는 경우
첫 번째, 세 번째, 다섯 번째에는 반드시 1이 사용되므로
$2^2=4$ ⇐ 나머지 2자리에 0, 2를 중복!

따라서 조건을 만족시키는 자연수의 개수는
$16+16+32+24+12+4=104$

톡톡 풀이: 수형도를 이용하여 만들 수 있는 모든 경우의 수 구하기

1 다음에 오는 수는 0, 2로 두 가지이고 0, 2 다음에 오는 수는 0, 1, 2로 세 가지이므로 경우의 수를 수형도로 생각하면 다음과 같아.

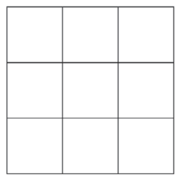


따라서 구하는 경우의 수는 $22\times4+16=104$

A 78 정답 8 ✪1등급 대비 [정답률 5%]

*원순열을 이용하여 주어진 색깔이 위치하는 경우의 수 구하기 [유형 02]

그림과 같이 합동인 9개의 정사각형으로 이루어진 색칠판이 있다.



단서1 9개의 영역을 9가지의 색을 모두 사용하여 색칠해야 해. 중복순열, 같은 것이 있는 순열, 중복조합은 아님은 알 수 있겠니?

빨간색과 파란색을 포함하여 총 9가지의 서로 다른 색으로 이 색칠판을 다음 조건을 만족시키도록 칠하려고 한다.

(가) 주어진 9가지의 색을 모두 사용하여 칠한다.
(나) 한 정사각형에는 한 가지 색만을 칠한다.
(다) 빨간색과 파란색이 칠해진 두 정사각형은 꼭짓점을 공유하지 않는다. 단서2 회전하여 일치하는 것에 관한 언급이 있으니 원순열 내용을 이용한 문제임을 사전에 파악하고 접근할 수 있어야겠지?

색칠판을 칠하는 경우의 수는 $k\times7!$이다. k의 값을 구하시오.
(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (4점)

왜 1등급? 9가지 색깔이 위치하는 경우의 수를 구하는 문제이다.
이를 위해서는 빨간색과 파란색을 칠한 정사각형이 꼭짓점을 공유하지 않도록 빨간색의 위치를 기준으로 경우를 나누어 따져볼 수 있어야 한다.

단서+발상

단서1 9가지의 서로 다른 색을 9개의 영역에 모두 사용하여 색칠하므로 9가지 서로 다른 색을 조건을 만족시키도록 조건을 확인한다. 개념
빨간색과 파란색의 위치에 대한 조건이 있으므로 빨간색과 파란색을 기준으로 경우를 나누어 볼 수 있다. 발상
일단 빨간색과 파란색은 모든 사각형과 꼭짓점을 공유하는 가운데 정사각형에 들어갈 수 없다. 발상
빨간색과 파란색이 위치할 조건은 같고, 빨간색이 A에 위치하는 경우를 시계방향으로 90°, 180°, 270°만큼 회전하면 빨간색이 각각 C, I, G에 위치하는 경우와 같으므로 적용
빨간색이 A, C, G, I에 위치하는 경우와 B, D, F, H 중 하나에 위치하는 경우로 나누어 볼 수 있다. (단서: (다)조건의 '꼭짓점을 공유하지 않는다.') 적용

단서2 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 보므로 구하고자 하는 값이 원순열과 관련된 문제임을 알 수 있다. 개념
따라서 기준이 되는 색깔을 정하고 이 색깔이 어느 곳에 배치되었을 때, 회전하여 일치하는 경우의 수를 구하여 나누어 주면 된다. 해결

주의 회전하여 일치하는 경우를 고려하여 빨간색의 위치를 두 경우로 나누어 볼 수 있다.

핵심 정답 공식: 서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 원순열의 수는 $\frac{n!}{n}=(n-1)!$

[문제 풀이 순서]

1st 빨간색과 파란색이 들어갈 수 없는 장소를 먼저 생각해봐. 그림과 같이 색칠판에 이름을 새기자.

A	B	C
D	E	F
G	H	I

9가지의 서로 다른 색을 A, B, C, D, E, F, G, H, I로 정사각형에 나타내자.

이때, 조건 (다)에 의해 빨간색과 파란색은 가운데인 E에 칠하게 되면 꼭짓점을 공유하게 되므로 칠할 수 없다.
가운데 사각형은 모든 사각형과 꼭짓점을 공유하기 때문이라는 거 알겠니?
그럼 테두리에 있는 8개의 사각형에만 생각하면 되겠네.

주의 새롭게 출제되는 원순열 문제는 단순히 원형 모양의 탁자에 사람을 앉히는 단순한 문제가 아니라 조건을 추가하여 제시하는 까다로운 문제들이 많아.
그래서 조건을 신경 써야 하는 대상을 먼저 배치시키거나 배치시키지 말아야 할 위치를 파악한 뒤에 상황을 단순화하는게 제일 처음 할 일이야. 이 문제에서는 배치시키지 말아야 할 위치를 파악하는 것이 처음 해야 할 일이야.

2nd 원순열에서 회전하여 일치하지 않는 경우로 경우 나누기를 해야함을 생각하고 접근해봐.

회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 보기에 빨간색을 먼저 칠하는 것으로 기준을 잡고 생각했을 때 두 가지 경우로 나눌 수 있다.
큰 사각형도 정사각형이니 90° 간격으로 회전할 때마다 정사각형의 큰 틀이 유지되니, 총 4번의 같은 경우가 나와서 8개의 사각형을 빨간색으로 칠함에 있어 2가지 경우로 나누어 생각할 수 있어.

(i) 빨간색을 A, C, G, I 중 하나에 칠하는 경우
빨간색을 A, C, G, I 중 하나에 칠하여 회전하면 같은 경우이므로 빨간색을 A에 칠하는 경우를 생각해 보자.
이 경우 파란색은 B, D, E에는 칠할 수 없으므로 파란색을 칠할 수 있는 경우의 수는 5이고, 나머지 7개의 색을 나머지 부분에 칠하는 경우의 수는 $7!$이다.
따라서 구하는 경우의 수는 $5\times7!$이다.

(ii) 빨간색을 B, D, F, H 중 하나에 칠하는 경우
빨간색을 B, D, F, H 중 하나에 칠하여 회전하면 같은 경우이므로 빨간색을 B에 칠하는 경우를 생각해 보자.
이 경우 파란색은 A, C, D, E, F에는 칠할 수 없으므로 파란색을 칠할 수 있는 경우의 수는 3이고, 나머지 7개의 색을 나머지 부분에 칠하는 경우의 수는 $7!$이다.
따라서 구하는 경우의 수는 $3\times7!$이다.

(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는
$5\times7!+3\times7!=(5+3)\times7!=8\times7!=k\times7!$이므로 $k=8$이다.

My Top Secret 서울대 선배의 1등급 대비 전략

회전하여 일치하는 경우의 수는 기준이 되는 색깔을 정해 해당 색깔의 위치를 고정해놓고 나머지 색깔을 배치하는 경우의 수를 구해도 돼.
이때 기준은 문제에서 특별하게 또 다른 조건이 주어진 색깔을 삼고, 원순열의 수를 이용하여 편하게 계산할 수 있어.
이 문제의 경우, 빨간색을 왼쪽 위 모서리에 고정해 놓고 나머지 색깔의 위치를 정하는 경우의 수와 빨간색을 위쪽 중간에 고정해놓고 나머지 색깔의 위치를 정하는 경우의 수를 구하여 더하면 돼.
빨간색의 위치를 기준으로 시계 방향으로 90°, 180°, 270°만큼 회전하였을 때 일치하므로 빨간색이 A, C, G, I 중 하나에 위치하는 경우와 B, D, F, H 중 하나에 위치하는 경우의 2가지로 나누어 볼 수 있어야 해.

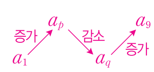
A 79 정답 243

✪1등급 대비 [정답률 5%]

*$a_1=2$, $ap=8$이 의미하는 바를 파악하여 중복순열로 경우의 수 구하기 [유형 04]

1부터 9까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 9개의 공이 주머니에 들어 있다. 이 주머니에서 공을 한 개씩 모두 꺼낼 때, i번째 $(i=1,\ 2,\ \cdots,\ 9)$ 꺼낸 공에 적혀 있는 수를 a_i라 하자.
$1<p<q<9$인 두 자연수 p, q에 대하여 a_i가 다음 조건을 만족시킨다. **단서1** $a_i<a_{i+1}$, $a_i>a_{i+1}$, $a_i<a_{i+1}$은 a_i들의 순서에 대한 정보지? 경우의 수 입장에서 순서가 정해져 있다면 수를 뽑는 경우만 생각해 주면 되겠지?

(가) $1\le i<p$이면 $a_i<a_{i+1}$이다. ⇐ 증가
(나) $p\le i<q$이면 $a_i>a_{i+1}$이다. ⇐ 감소
(다) $q\le i<9$이면 $a_i<a_{i+1}$이다. ⇐ 증가



단서2 남은 공 3, 4, 5, 6, 7을 나누는 경우를 생각해야 해.
$a_1=2$, $a_p=8$인 모든 경우의 수를 구하시오. (단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.) (4점)

왜 1등급? 중복순열을 이용하여 공을 세 묶음으로 나누는 방법의 수를 구하는 문제이다.
이를 위해서는 조건 (가), (나), (다)와 이 주머니에서 공을 한 개씩 모두 꺼낸다는 점을 바탕으로 $a_1=2$와 $a_p=8$이 의미하는 바를 따져볼 수 있어야 한다.

단서+발상

단서1 이 주머니에서 공을 한 개씩 모두 꺼내므로 a_n의 최솟값이 1, 최댓값이 9임을 알 수 있다. (발상)
a_n에서 $1\le n\le p$일 때 a_1이 가장 작고, $q\le n\le 9$일 때 a_q가 가장 작으므로 a_n의 최솟값은 a_1이거나 a_q임을 알 수 있다. (적용)
같은 방법으로 a_n의 최댓값은 a_p이거나 a_9임을 알 수 있다. (적용)
단서2 a_n의 최솟값은 a_1이거나 a_q인데, a_n의 최솟값이 1이고 $a_1=2$이므로 $a_q=1$이고 같은 방법으로 $a_9=9$임을 알 수 있다. (적용)
$2=a_1<a_2<\cdots<a_p=8$, $8=a_p>a_{p+1}>\cdots>a_q=1$,
$1=a_q<a_{q+1}<\cdots<a_9=9$이고 나열하는 순서가 정해져 있으므로 구하는 경우의 수와 남은 다섯 개의 숫자 3, 4, 5, 6, 7이 적힌 공을 서로 다른 세 주머니에 나누어 넣는 경우와 같다. (해결)

주의 $p=2$이거나 $q=p+1$일 수 있으며 $q=8$일 수도 있다. 즉, 다섯 개의 숫자가 적힌 공을 서로 다른 세 주머니에 나누어 넣지만 공이 하나도 들어 있지 않은 주머니가 있을 수 있다.

(핵심 정답 공식: $a_q=1$, $a_9=9$이므로 나머지 5개의 공을 세 구간 중 한 구간에 배열한다.)

[문제 풀이 순서]

1st $a_n=1$과 $a_m=9$가 되는 n과 m의 값을 각각 구해.
a_1부터 a_p까지는 커지고 ⇐ (가)에 의하여 $a_i<a_p$
a_p부터 a_q까지는 작아지고 ⇐ (나)에 의하여 $a_i>a_q$
a_q부터 a_9까지는 커지므로 ⇐ (다)에 의하여 $a_i<a_9$
$a_n=1$인 경우는 $a_n<a_1$이므로 $a_n=a_q$뿐이다. $\therefore\ a_n=a_q=1$
$a_n=9$인 경우는 a_q에서 a_9 중 가장 큰 수이므로 $a_m=a_9=9$
따라서 $a_1=2$이므로 $a_q=1$이고, 2보다 작은 자연수이지? 즉, 1이야!
주의 a_q가 $p\le i<9$에서 최솟값이 되어야 해.
$a_p=8$이므로 $a_9=9$이다. 8보다 큰 자연수이지? 즉, 9야!
주의 $1\le i<q$에서 $a_p=8$이 최댓값이기 때문에 이 범위의 a_i에는 9가 없어.

2nd 남은 공이 들어갈 수 있는 경우의 수를 구해.
a_1부터 $a_p=8$까지를 A묶음, $a_p=8$부터 $a_q=1$까지를 B묶음, $a_q=1$부터 $a_9=9$까지를 C묶음이라 하자.
A, B, C의 묶음 안에 있는 수는 순서가 정해져 있으므로
(A는 커지는 순서, B는 작아지는 순서, C는 커지는 순서)이니까 세 묶음에 배정하는 경우만 생각하면 되네.
A, B, C의 묶음에 수를 배정하면 더 이상의 경우의 수가 생기지 않는다.
따라서 남은 공 3, 4, 5, 6, 7의 5개가 각각 A, B, C의 묶음을 선택하는 경우의 수만 따지면 되므로 $3^5=243$

톡톡 풀이: a_1, a_p, a_q, a_9가 적힌 4개의 공을 제외한 5개의 공을 나누는 경우의 수 구하기

구하는 경우의 수는 $a_1=2$, $a_p=8$, $a_q=1$, $a_9=9$가 적힌 4개의 공을 제외한 5개의 공을 첫 번째와 p번째 사이, p번째와 q번째 사이, q번째와 9번째 사이로 나누는 경우의 수와 같아.

$$\begin{aligned}&{}_5C_0\times(\underline{{}_5C_0\times{}_5C_5}+{}_5C_1\times{}_4C_4+{}_5C_2\times{}_3C_3+{}_5C_3\times{}_2C_2+{}_5C_4\times{}_1C_1+{}_5C_5\times1)\\&+{}_5C_1\times(\underline{{}_4C_0\times{}_4C_4}+{}_4C_1\times{}_3C_3+{}_4C_2\times{}_2C_2+{}_4C_3\times{}_1C_1+{}_4C_4\times1)\\&+{}_5C_2\times(\underline{{}_3C_0\times{}_3C_3}+{}_3C_1\times{}_2C_2+{}_3C_2\times{}_1C_1+{}_3C_3\times1)\\&+{}_5C_3\times(\underline{{}_2C_0\times{}_2C_2}+{}_2C_1\times{}_1C_1+{}_2C_2\times1)\\&+{}_5C_4\times(\underline{{}_1C_0\times{}_1C_1}+{}_1C_1\times1)\\&+{}_5C_5\times(1\times1)=243\end{aligned}$$

1등급 대비 특강

＊특정한 숫자를 제시한 조건에 주목하기

마지막에 주어진 $a_1=2$, $a_p=8$이라는 조건이 단순히 계산을 위한 숫자가 아님을 눈치채야 한다. 이것은 특정한 상황에서만 성립하는 조건으로, 이런 조건이 주어진다는 것은 특정한 상황을 주어진 조건들로부터 알아낸 후 문제를 간단하게 만들어낼 수 있는지를 묻고자 한 것이다.
조건이 단순하게 생겼어도 그 의미를 깊게 고민해 보아야 한다.

My Top Secret 서울대 선배의 1 등급 대비 전략

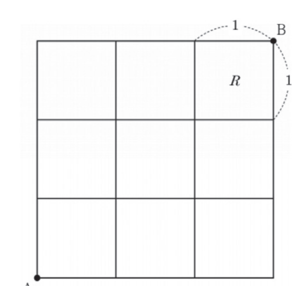
복잡한 조건을 자신만의 방법으로 정리해서 한눈에 들어오게 해야 해. 이 문제는 $i=1$에서 $i=p$까지 증가, $i=p$에서 $i=q$까지 감소, $i=q$에서 $i=9$까지 증가이므로 1과 9가 들어갈 곳이 자동으로 정해지지? 이렇게 단순히 정리만 했을 뿐인데 풀이과정이 쉽게 보이는 경우가 많아.

A 80 정답 40

✪2등급 대비 [정답률 5%]

*특정한 정사각형의 네 변을 지나는 최단 경로 구하기 [유형 09]

그림과 같이 바둑판 모양의 도로망이 있다. 이 도로망은 정사각형 R와 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 9개로 이루어진 모양이다. 이 도로망을 따라 최단 거리로 A 지점에서 출발하여 B 지점을 지나 다시 A 지점까지 돌아올 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하시오. (4점)



단서1 최단거리로 나아갈 때, A → B, B → A에서 각각 어느 방향으로 갈 수 있을까?

(가) 정사각형 R의 네 변을 모두 지나야 한다.
(나) 한 변의 길이가 1인 정사각형 중 네 변을 모두 지나게 되는 정사각형은 오직 정사각형 R뿐이다.

단서2 R의 네 변을 모두 지날 수 있는 방법은 2가지야. A → B로 갈 때, 사각형 R의 아랫 부분을 택하면 B → A로 돌아올 때는 반드시 윗 부분을 택해야 하고, A → B로 갈 때, 윗 부분을 택하면 돌아올 때는 아랫 부분을 택해야 하기 때문이지.

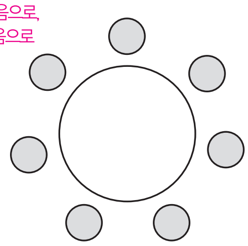
A 내신+수능 대비 단원별 모의고사
문제편 p. 150

모의
A 01 정답 96 *원순열 ······ [정답률 80%]

(정답 공식: A학교와 B학교 학생을 각각 하나로 묶어 원순열의 수를 구한다.)

그림과 같이 원형 탁자에 7개의 의자가 일정한 간격으로 놓여 있다. A학교 학생 2명, B학교 학생 2명, C학교 학생 3명이 모두 이 7개의 의자에 앉으려고 할 때, A학교 학생 2명이 서로 이웃하여 앉고 B학교 학생 2명도 서로 이웃하여 앉는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점)

단서 A학교 학생을 한 묶음으로, B학교 학생을 한 묶음으로 생각해야겠지?



1st A학교 학생 2명과 B학교 학생 2명을 각각 한 학생으로 생각하여 원형으로 배열하는 경우의 수를 구하자.

A학교 학생 2명과 B학교 학생 2명을 각각 묶어서 한 학생으로 생각하면 전체 학생은 5명이다.

따라서 5명의 학생을 원형으로 배열하는 경우의 수는

$\frac{5!}{5}=4!=24$ 서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 원순열의 수는 $\frac{n!}{n}=(n-1)!$

2nd A학교 학생 2명과 B학교 학생 2명이 각각 자리를 바꾸는 경우의 수를 구하자.

1st의 각각에 대하여 A학교 학생 2명이 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 2, B학교 학생 2명이 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 2이다.

따라서 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여

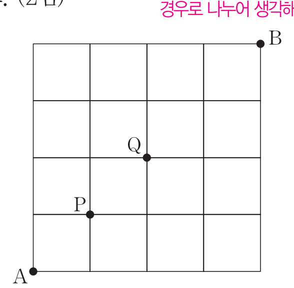
$24\times2\times2=96$

모의
A 02 정답 24 *같은 것이 있는 순열 – 최단 경로 ··· [정답률 80%]

(정답 공식: 주어진 문자 n개 중에서 같은 것이 $p, q, \cdots, r$개 있는 것들을 일렬로 나열하는 경우의 수는 $\frac{n!}{p!q!\cdots r!}$이다.)

그림과 같이 직사각형으로 이루어진 도로망이 있다. A지점에서 B지점까지 최단거리로 갈 때, P와 Q 두 지점을 모두 지나는 경로의 수를 구하시오. (2점)

단서 A → B의 최단 경로 중 두 점 P, Q를 지나는 경로로 나누어 생각해 볼까?



1st A → P, P → Q, Q → B로 가는 최단 경로의 수를 각각 구하여 곱의 법칙을 이용해.

A지점에서 P지점으로 가는 최단 경로의 수는 →로 1칸, ↑로 1칸 이동해야 하므로 $2!=2$(가지)

P지점에서 Q지점으로 가는 최단 경로의 수는 →로 1칸, ↑로 1칸 이동해야 하므로 $2!=2$(가지)

Q지점에서 B지점으로 가는 최단 경로의 수는 →로 2칸, ↑로 2칸 이동해야 하므로 오른쪽, 위쪽으로 한 칸 가는 것을 각각 a, b라 하면 Q지점에서 B지점으로 가는 최단 경로는 a, a, b, b를 일렬로 배열하는 경우와 같아.

$\frac{4!}{2!2!}=6$(가지) n개 중에서 서로 같은 것이 각각 p개, q개, $\cdots$, r개씩 있을 때, 이들 n개를 모두 일렬로 배열하는 순열의 수는 $\frac{n!}{p!q!\cdots r!}$ (단, $p+q+\cdots+r=n$)

따라서 구하는 경로의 수는 $2\times2\times6=24$

A → P이고 P → Q이고 Q → B인 경우는 잇달아 일어나는 사건으로 각 경우의 수를 곱해.

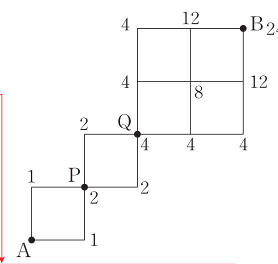
쉬운 풀이: 각 점에 최단거리로 가는 방법의 수를 더하여 최단 경로 구하기

그림과 같이 A지점에서 출발하여 P지점과 Q지점을 지나 최단거리로 B지점까지 가려면 다음 경로로만 지나야 해.

이때, 합의 법칙에 의하여 점 A지점에서 출발하여 각 점에 최단거리로 가는 방법의 수를 구하면 다음과 같아.

A 또는 B 또는 C가 일어날 경우의 수는 각각의 경우의 수를 더해주면 돼. (단, 서로 배반사건!)

따라서 구하는 경우의 수는 24야.



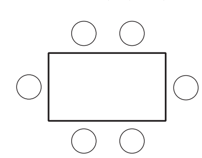
주의 최단 경로 문제에서 꼭 지나야 하는/지나면 안 되는 점이 주어지면 갈 수 있는 경로들로 새로 경로를 그려봐.

모의
A 03 정답 ④ *다각형 모양의 탁자에 둘러앉는 경우의 수 ··· [정답률 88%]

(정답 공식: 직사각형 모양의 탁자에 앉히는 경우의 수는 (회전시켰을 때, 겹치지 않는 경우의 수)×(원순열의 수)이다.)

그림과 같이 직사각형 모양의 탁자 둘레에 6개의 의자가 놓여 있다. 이때, 6명의 가족이 의자에 앉는 방법의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (2점)

단서 원순열을 고려한 뒤, 탁자 모양을 고려해서 회전해서 다른 경우를 생각해.



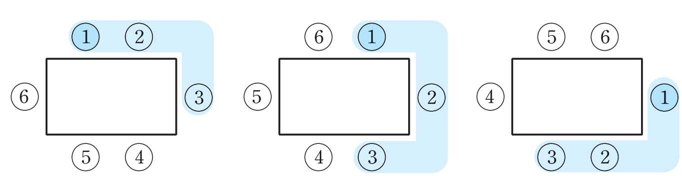
① 180 ② 240 ③ 300 ④ 360 ⑤ 420

1st 2인용 의자이니까 부부를 묶어서 3명이라고 생각하자.

6명이 원형 탁자에 둘러앉는 방법의 수는 $(6-1)!=5!$(가지)이다.

(원순열의 수)$=\frac{\text{(직순열의 수)}}{\text{(배열하는 것의 개수)}}$이야.

이때, 직사각형 모양의 식탁에서는 원형으로 배열하는 한 가지 경우에 대하여 다음 그림과 같이 회전해도 겹쳐지지 않는 경우가 3가지 있다.



따라서 구하는 방법의 수는

$5!\times3=120\times3=360$(가지)

수능 핵강

＊ 원순열의 특징을 다각형에 적용할 때 주의할 점 알아보기

둘러앉는 방법의 수를 구하는 경우 원순열을 이용하게 돼.
원순열은 회전하여 일치하는 배열을 같은 것으로 보기 때문에 일렬로 배열하는 순열의 수에서 겹쳐지는 수만큼 나누어 주어야 해. 다각형의 경우는 다각형의 모양에 따라 회전해도 겹쳐지지 않을 수 있음을 기억하자.

모의
A 04 정답 ② ＊원순열과 조합 [정답률 75%]

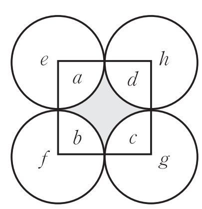
정답 공식: (원순열의 수)$=\dfrac{(\text{직순열의 수})}{(\text{배열하는 것의 개수})}$를 이용한다.

서로 접하고 크기가 같은 원 4개와 이 네 원의 중심을 꼭짓점으로 하는 정사각형이 있다. 원의 내부 또는 정사각형의 내부에 만들어지는 9개의 영역에 서로 다른 9가지 색을 모두 사용하여 칠하려고 한다. 한 영역에 한 가지 색만을 칠할 때, 색칠한 결과로 나올 수 있는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점)

단서 2 칠하는 순서와 색깔을 선택하는 방법을 모두 생각해야 해.
단서 1 회전하여 일치하는 경우니까 원순열을 이용하면 돼.

① $\dfrac{9!}{3}$ ② $\dfrac{9!}{4}$ ③ $\dfrac{9!}{5}$
④ $\dfrac{8!}{3}$ ⑤ $\dfrac{8!}{4}$

1st 9개 영역을 9가지의 색으로 색칠해야 하므로 각각의 영역의 중앙에서부터 따져보자.



그림의 가운데 어두운 부분에 색을 칠하는 방법의 수는 9가지이다.
a, b, c, d에 칠하는 방법의 수는 가운데 칠한 색을 제외한 8가지 색에서 4가지 색을 선택하여 a, b, c, d에 칠하는 경우의 수와 같으므로 원순열에 의하여 ${}_8C_4\times(4-1)!$

(색 선택)×(배치)
서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 원순열의 수는 $\dfrac{n!}{n}=(n-1)!$

a, b, c, d가 결정되어서 나머지 4가지 색을 e, f, g, h에 칠하는 방법의 수는 $4!$

a, b, c, d에서 회전하여 일치하는 것은 배제시켰으므로 가장 바깥쪽인 e, f, g, h를 일렬로 배치하는 경우를 생각할 수 있어.

$$\therefore 9\times{}_8C_4\times(4-1)!\times4!$$
$$=9\times\frac{8\times7\times6\times5}{4\times3\times2\times1}\times3\times2\times1\times4\times3\times2\times1$$
$$=\frac{9!}{4}$$

수능 핵강

＊ 각 영역을 다른 색으로 색칠하는 문제 쉽게 풀기

색칠 문제는 다음과 같은 순서로 접근하자.
(i) 이웃하는 영역이 가장 많은 영역부터 고려해.
(ii) 특정한 영역을 기준점으로 삼고 한 가지 색을 칠했다고 가정한 다음 다른 칸에 칠할 수 있는 경우의 수를 따져 봐.
(iii) 사용 가능한 색의 개수를 확인해. 만일, 색을 중복하여 사용할 수 있다면 한 색으로 칠할 수 있는 영역이 어디인지를 고려해 경우에 따라 나누어야 해.

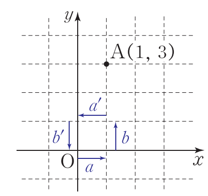
모의
A 05 정답 90 ＊도로망에서 최단 경로 [정답률 67%]

정답 공식: 상하, 좌우 각 방향을 조합하여 6번 움직여서 점 A(1, 3)에 도착하는 방법의 수를 구한다.

좌표평면 위에서 상하 또는 좌우방향으로 한 번에 1만큼씩 움직이는 점 P가 있다. 이때, 원점을 출발한 점 P가 6번 움직여서 최종 위치가 점 A(1, 3)이 되는 경우의 수를 구하시오. (4점)

단서 원점에서 점 A까지 가는 최단 경로를 생각하면 오른쪽 1칸, 위쪽 3칸이므로 4번 움직이는거지? 그럼 2번 더 움직이는 방법을 생각해야겠네.

1st 각각의 경우를 모두 생각해.



주의
6번이 채워지려면 최단 거리로 이동하고 난 후 한번만 갔다가 되돌아오면 되겠지?

원점에서 점 A(1, 3)까지 최단거리로 움직이는 경우는 위쪽 방향으로 3칸, 오른쪽 방향으로 1칸 움직여야 한다. ⇐ 점 P가 원점을 출발한 후 4번 이동
그런데 6번 움직여야 하므로 왼쪽으로 1칸 또는 아래쪽으로 1칸을 반드시 움직인 후 오른쪽 또는 위쪽으로 옮겨가야 한다. ↳ 점 O에서 점 A로 향하는 방향과 반대가 되도록
이때, 오른쪽, 왼쪽으로 1칸 움직이는 경우를 각각 a, a', 위쪽, 아래쪽으로 1칸 움직이는 경우를 각각 b, b'이라 하자.

2nd 같은 것을 포함하는 순열을 이용해.

점 P가 원점에서 점 A(1, 3)으로 움직이는 경우는 다음과 같이 나눠서 구할 수 있다.
(i) a를 2개, a'을 1개, b를 3개 나열하는 경우

$$(\text{경우의 수})=\frac{6!}{2!1!3!}=\frac{6\times5\times4}{2}=60$$

(ii) a를 1개, b'을 1개, b를 4개 나열하는 경우

$$(\text{경우의 수})=\frac{6!}{1!1!4!}=6\times5=30$$

(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는 $60+30=90$
[합의 법칙] 동시에 일어나지 않는 두 사건

모의
A 06 정답 ② ＊같은 것이 있는 순열 [정답률 78%]

정답 공식: 같은 것이 $p, q, \cdots, r$개 있는 것들을 일렬로 나열하는 경우의 수 $\dfrac{n!}{p!q!\cdots r!}$을 이용한다.

7명의 학생이 양로원으로 봉사활동을 갔다. 청소 도우미 2명, 빨래 도우미 2명, 식사 도우미 3명으로 역할을 나누려고 할 때, 가능한 방법의 수는? (4점)

단서 7명을 2, 2, 3명으로 분할하면 돼. 단, 각각의 도우미가 구분되므로 2명, 2명을 같은 경우로 보면 안돼.

① 105 ② 210 ③ 315
④ 420 ⑤ 630

1st 같은 것이 있는 순열을 이용하여 경우의 수를 생각해 봐.

청소 도우미를 a, 빨래 도우미를 b, 식사 도우미를 c라 하자.
구하는 경우는 $aabbccc$를 나열한 후 7명과 일대일대응 시키면 돼.
이는 같은 것이 있는 순열이므로

$$\frac{7!}{2!2!3!}=\frac{7\times6\times5\times4}{2\times2}=210$$

a가 2개, b가 2개, c가 3개이므로!!

모의고사 A