1 판매량

1 만족도

1 평가도

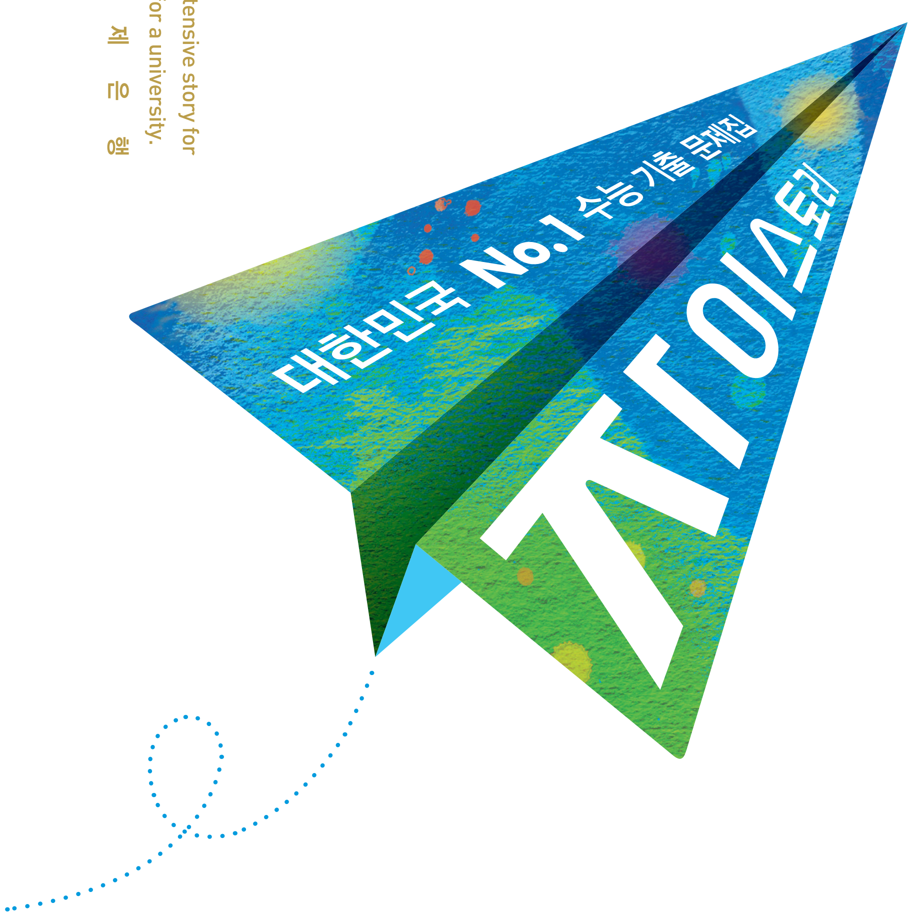
KOREA EDUCATIONAL BRAND AWARDS
대한민국 교육브랜드 대상
2022

Xistory stands for extra intensive story for an entrance examination for a university.

수능 기출 문제 은행

2024 수능 대비

Xistory



고3 확률과 통계

▲ 최신 9개년 수능, 모의평가, 학력평가 기출문제 수록
– 최신 8개년 경찰대, 삼사 기출문제 수록

▲ 총 82개 촘촘한 유형 분류와 난이도순 문항 배열

▲ 1등급, 2등급 킬러 문제 + 단서, 접근법, 1등급 풀이팁 해설

▲ 다른 풀이, 쉬운 풀이, 톡톡 풀이 등 다양한 풀이법 수록

▲ 함정, 실수, 주의, 단계별로 분석한 입체 첨삭 해설

▲ 명쾌한 개념 강의 + 최신·중요 문제 동영상 강의 QR코드

강남구청 인터넷 수능방송 강의교재

수경출판사

김선우

서울대 정치외교학부 2022년 입학

강원 민사고 졸업

Xi story Honors

[노력상 수상]

"모든 문제들을 노트에 풀면서 중간중간 깨달은 부분을 노트 옆에 빨간 글씨로 적었어!"

■ 모의고사에서 좌절을 맛보고 자이스토리를 선택했어!

고등학교 1, 2학년을 지내면서 여러 고등학생이 그러하듯 수능 공부에만 집중하기 보다는 내신과 수능을 병행해왔어. 그렇다보니 수능 공부와 내신 공부의 차이점에 대해서 생각하지 않았고 익숙했던 내신 위주로 점점 공부하게 되었어. 결국 수능 공부법의 한계가 절실하게 드러나게 되는 최악의 결과를 받았지.

6월 모의고사에서 좋은 점수를 받지 못했을 때, 내신에서는 언제나 높은 점수를 받아왔기 때문에 충격과 좌절이 컸어.

이때, 수능 공부에 확실한 변화가 필요하다는 판단을 내렸고, 지금까지의 공부 방법을 반성하는 계기로 삼았어. 친구들과 학교 선배님들, 선생님들께서 모두 자이스토리 수학 문제집을 추천해주셨고 자이스토리로 다시금 공부를 시작하게 되었어.

■ 나의 풀이를 정확하게 기록하자!

내 공부법의 가장 중요한 첫 번째 특징은 바로 모든 문제를 수학 노트에 풀었다는 점이야. 문제에서 주어진 것과 구해야 하는 것을 먼저 파악하고 정답을 구하기 위해 행해지는 과정들이 배움에서 가장 중요하다고 생각해. 답이 맞든 틀리든 모든 과정을 되돌아보면서 틀린 전략이라도 이를 수정하고 새로운 전략을 수립할 수 있어. 그래서 풀이를 정확하게 기록하는 것이 핵심이라고 생각해. 모든 문제들을 노트에 풀면서 중간중간 깨달은 부분을 노트 옆에 빨간 글씨로 적었고, 그 과정에서 문제 풀이의 사고를 익힐 수 있었어.

두 번째로 복습 노트를 따로 두었어. 수학 노트에 풀면서 틀린 문제 뿐만 아니라 풀면서 어려웠던 문제, 시간이 오래 걸린 문제 모두 표시를 해두었다가 복습 노트에서 이를 다시 반복했어. 어려운 문제가 체화될 때까지 복습 과정을 계속 반복했고, 이를 통해 유형별 학습을 보다 제대로 할 수 있었어. 유형별 학습의 가장 기본은 많은 문제를 푸는 것이 아니라 한 문제를 풀더라도 제대로 유형을 이해하고 다양한 방법으로 그 유형을 타개할 수 있는 방법을 찾고 사고를 확장하는 것이니까.

■ 다양한 문제 풀이 방법을 통해 사고를 확장하자!

수능을 5개월 남겨둔 상황에서, 보다 효과적으로 수학을 공부할 수 있는 방법을 찾아야 했어. 기존 내신 수학을 하던 방식이 아닌 수능 수학의 다양한 문제 유형에 대한 학습과 더불어 수능 수학 문제 풀이의 사고를 체화시키고 이를 적용하면서 문제 풀이 능력을 키워야 한다고 생각했지. 게다가 확률과 통계라는 과목의 특성상 기출문제가 변형되어 출제되는 경우가 많았기 때문에 유형별 학습이 무엇보다 중요하다고 생각했어.

앞에서 얘기한 공부 방법을 할 때 자이스토리의 풍부한 해설은 정말 많은 도움이 되었어. 자이스토리의 문제 풀이는 먼저 구하는 것과 주어진 것을 제대로 분석하고 있다는 점에서 학생이 문제를 푸는 기본에 충실할 수 있겠다는 생각이 들어.

그리고 다양한 문제 풀이 방법은 사고를 확장하는 데 가장 큰 도움이됐어. 내가 생각하지 못한 문제 풀이 방법은 따로 노트에 적었고, 이 부분 또한 복습 노트에서 답지를 보지 않고 그 방법을 사용해 다시 문제를 풀어보도록 했어. 뿐만 아니라 해설지 중간중간에 적힌 팁과 설명은 문제를 풀어가는 것에 있어서 알려주지 않으면 얻지 못할 깨달음을 주기도 하더라고.

■ 내가 꿈꾸는 미래를 꼭 붙잡고 달려가자!

수능과 대입을 떠나서 후배들에게 자신의 꿈을 잃지 말라는 말을 전하고 싶어. 물론 나도 꿈이 바뀐 적도 많았고 꿈을 잃어버린 적도 있었지만 돌이켜 보니 험난한 길을 걸을 때에만 비로소 내가 꿈꿨던 목적지에 다다를 수 있다는 생각이 들어. 꿈 없는 열정이나 꿈은 있지만 노력하지 않는 현실은 결국에는 방황을 의미할 뿐이더라고. 결국 꿈을 끝까지 품고 있던 친구들이 그들의 길을 묵묵히 잘 걸어간다는 것을 알게 될 거야!

무슨 일이 있어도 꼭 꿈을 잃지 말길 약속해.

문제 유형을 촘촘히 분류해 개념을 적용시키면
수학이 쉬워집니다!

수학 공부의 기본은 개념을 익히고 그 개념들을
연결하여 그 흐름을 파악하는 것입니다.
만일 이를 소홀히 하고, 의미없이 문제만 반복하여 푼다면
개념 사이의 연계성을 파악할 수 없어
수학을 오랜 시간 공부해도 좋은 점수를 받기 힘듭니다.

자이스토리 고3 수학은
최신 수능, 평가원, 학력평가 및 경찰대, 삼사 기출 문제를
개념의 연계성에 따라 명쾌하게 분석하고, 문제 유형을 촘촘히 분류하였습니다.
따라서 유형별 기출 문제를 순서대로 차근차근 풀어가면
개념의 연계성이 정확히 파악되고 문제 풀이가 쉬워져서
수학 공부가 즐거워집니다.

또한, 자이스토리의 정확하고 자세한 해설과 풍부한 보충 첨삭은
문제를 풀어가면서 개념을 알맞게 적용하는 방법을
자연스럽게 익힐 수 있도록 도와줍니다.

1등급 킬러 문항에는 문제 분석, 풀이 단서 체크, 1등급 풀이 Tip,
서울대 선배의 My Top Secret을 함께 제공하여
체계적이고 심도있게 고난도 킬러 문제를 훈련할 수 있습니다.

자이스토리 수학이 준비한 수능 맞춤 기본 개념과 유형을
순서대로 꾸준히 공부해 보세요.
이 책의 마지막 페이지를 넘길 때쯤 여러분은 이미
수학 1등급에 도달해 있을 것입니다.

– 대한민국 No.1 수능 문제집 자이스토리 –

수능 1등급 완성 학습 계획표 [30일]

Day	문항 번호	틀린 문제 / 헷갈리는 문제 번호 적기	날짜	복습 날짜
1	A 01~59		월 일	월 일
2	60~96		월 일	월 일
3	97~124		월 일	월 일
4	B 01~61		월 일	월 일
5	62~95		월 일	월 일
6	96~117		월 일	월 일
7	118~139		월 일	월 일
8	C 01~59		월 일	월 일
9	60~80		월 일	월 일
10	D 01~48		월 일	월 일
11	49~96		월 일	월 일
12	97~146		월 일	월 일
13	147~171		월 일	월 일
14	E 01~59		월 일	월 일
15	60~103		월 일	월 일
16	104~122		월 일	월 일
17	F 01~44		월 일	월 일
18	45~85		월 일	월 일
19	86~99		월 일	월 일
20	G 01~70		월 일	월 일
21	71~100		월 일	월 일
22	101~127		월 일	월 일
23	H 01~46		월 일	월 일
24	47~87		월 일	월 일
25	88~105		월 일	월 일
26	I 01~49		월 일	월 일
27	50~73		월 일	월 일
28	모의 1회		월 일	월 일
29	모의 2회		월 일	월 일
30	모의 3회		월 일	월 일

- 나는 ____________________대학교 ____________________학과 ____________학번이 된다.
- 磨斧作針 (마부작침) – 도끼를 갈아 바늘을 만든다. (아무리 어려운 일이라도 끈기 있게 노력하면 이룰 수 있음을 비유하는 말)

자이스토리 고3 확률과 통계 활용법+α

❶ 개념 · 공식 학습 후 수능 출제 경향 확인!

- 각 단원에 필수적으로 알아야 하는 핵심 개념과 관련된 보충 설명을 꼼꼼히 살펴보세요.
- [개념 보충 +], [한 걸음 더], [왜 그럴까?] 코너를 통해 실전에 활용할 수 있는 유용한 지식을 습득하세요.
- 개념을 확인한 후 최신 출제 경향을 반드시 확인하세요.
- 개념을 바로 적용해서 기본 기출 문제를 풀어 보면 개념이 더욱 명확해질 거예요.

❷ 수능과 모의고사에 나오는 모든 유형을 촘촘히 섭렵하자!

- 수능뿐만 아니라 모의고사에서 출제되는 모든 유형을 촘촘히 분류하여 더욱 체계화된 유형별 풀이 비법을 확인할 수 있습니다.
- 유형 안에서 난이도 순으로 다시 분류된 문제를 보면서 각 유형에서 쉬운 문제는 어떻게 출제되는지, 고난도 문제는 어떻게 출제되는지 확인하세요.

❸ 부족한 유형을 다시 한 번 점검하자!

- 처음부터 끝까지 혼자 힘으로 문제를 풀어보면서 자신에게 부족한 유형을 찾아낸 후 부족한 부분을 여러 번 반복 학습해 보세요.
- 부족한 유형에 대한 특징과 핵심 개념을 다시 한 번 확인한 후 유형 해결 요령을 터득하세요.

❹ 1등급을 좌우하는 킬러 문항을 완벽하게 마스터하자!

- 고난도 문제는 복합적인 개념을 묻기 때문에 여러 개념을 정확히 파악한 뒤 종합적 사고를 하세요. 이를 통해 자신에게 취약한 개념을 다시 한 번 파악하고 반드시 되짚어 보세요.
- 해설에서 1등급 킬러 문항의 문제 분석, 풀이 단서 체크, 1등급 심화 특강, 1등급 풀이 Tip과 서울대 선배의 My Top Secret의 특별 해설을 통해 문제 해결 방향과 쉽게 해결할 수 있는 방법을 익히세요.

❺ 쉽게 이해되는 입체 첨삭 해설을 공부해서 다시는 틀리지 말자!

- [정답 공식]을 통해 핵심키를 파악할 수 있을 거예요.
- [단서]를 통해 문제에 주어진 조건들을 어떻게 파악해야 하고 푸는 방향을 잡아야 하는지 알 수 있을 거예요.
- [첨삭 해설]과 [실수, 함정, 주의 첨삭]을 따라가다 보면 풀이 과정에서 놓치기 쉬운 부분이나 이해가 어려운 부분을 쉽게 풀어 주어 해설을 완벽하게 이해할 수 있어요.
- 쉬운 풀이, 톡톡 풀이, 다른 풀이를 꼼꼼히 읽어서 시간을 줄일 수 있는 풀이법을 찾아보세요.
- 문제 해결 과정에 사용된 개념 · 공식을 다시 한 번 확인하여 놓치고 있었던 내용이 없는지 확인하세요.
- 수능 핵강으로 문제에 대한 개념을 완벽하게 이해하세요.

❻ 오답노트를 만들어 100% 활용하자!

- 반드시 오답노트를 만들어 보세요. 해설에 제시된 단서 또는 접근법도 같이 기록하여 풀어 봤던 문제는 다시는 틀리지 않도록 여러 번 풀어보세요.
- 시간이 지난 후 오답노트를 읽어 보며 해설의 아이디어를 바탕으로 풀이를 따라가 보고 자신만의 풀이도 추가해 보세요.

차 례 [총 82개 유형 분류]

Ⅲ 통계

Special 확률과 통계 실전 기출 모의고사

개념 & 문제 풀이 강의 선생님 유튜브 채널

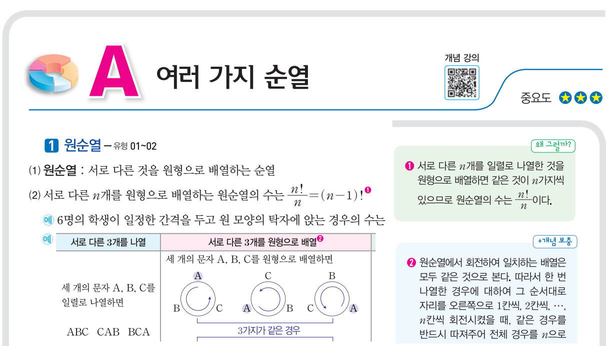
'수학문제 다깨기'

수능 개념 총정리 + 촘촘한 유형 분류 기출 문제 = 수능 1등급

1 핵심 개념 정리 – 쉽게 이해되는 개념과 공식

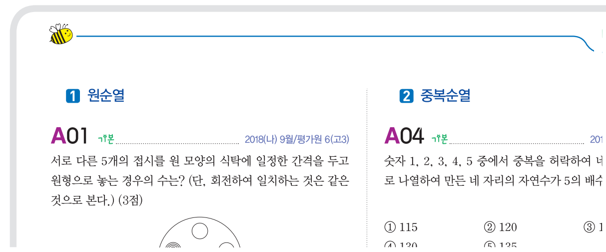
가장 중요하고 꼭 알아야 하는 개념과 공식을 쉽게 이해할 수 있도록 요약 정리하였습니다. 또한, QR코드를 통해 제공되는 강의와 보충 설명으로 개념과 공식의 이해를 돕고 실전 문제에서 적절하게 개념을 사용할 수 있는 방법을 제시하였습니다.

- **중요도** ★★★ : 시험에 자주 나오는 개념과 유형의 중요도 제시
- (+개념 보충), (한걸음 더!), (왜 그럴까?) : 공식이 유도되는 과정 중 반드시 알아야 하는 내용이나 확장 개념을 제시
- (출제) : 2023학년도 수능과 평가원 기출을 분석하여 출제된 개념과 경향을 제시



2 기본 기출 문제 – 쉬운 기출 문제로 개념 점검

앞에서 공부한 핵심 개념을 잘 기억하고 있는지, 놓친 것은 없는지 확인할 수 있도록 기본 개념과 공식을 확인하는 기출 문제를 수록하였습니다. 이는 개념 이해를 강화하고 응용 문제를 풀 수 있는 초석을 쌓는 과정입니다.



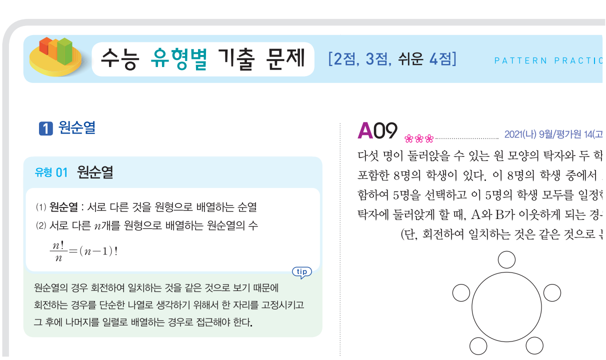
- **출처표시** : 수능 / 평가원 / 삼사 / 경찰대 – 대비연도, 학력평가 – 실시연도

예) 2023대비 수능 11(고3) : 2022년 11월에 실시한 수능
2022/수능(홀) 12(고3) : 2021년 11월에 실시한 수능
2023대비 6월 모평 13(고3) : 2022년 6월에 실시한 평가원
2022 9월/평가원 14(고3) : 2021년 9월에 실시한 평가원
2022실시 7월 학평 15(고3) : 2022년 7월에 실시한 학력평가
2021실시 10월/교육청 16(고3) : 2021년 10월에 실시한 학력평가

3 유형별 기출 문제 – 유형+개념+난이도에 따른 문제 배열

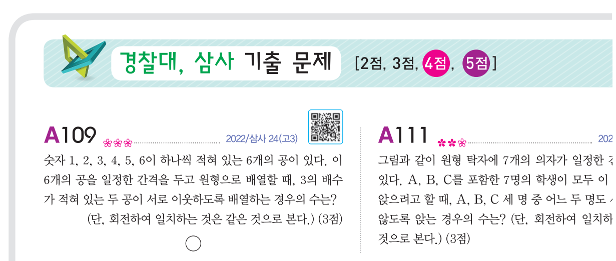
최신 수능 경향을 꼼꼼히 분석하여 유형, 개념, 난이도 순서대로 문항을 배열하였습니다. 기출 문제가 부족한 단원이나 유형은 고품격 수능 기출 변형 문제를 출제하여 추가 수록하였습니다.

- (tip) : 유형에 따라 다시 한 번 더 상기해야 할 개념과 접근법을 제시하였습니다.
- **유형 분류** : (빈출) – 시험에서 자주 출제되는 유형입니다.
  (고난도) – 여러 개념을 복합적으로 묻는 고난도 유형입니다.
- **난이도** : ❀❀❀ – 기본 문제 ❀❀❀ – 중급 문제
  ❀❀❀ – 중상급 문제
- **QR코드** : 유형별 핵심 문제와 혼자 풀기 어려운 문제의 풀이 과정을 동영상 강의를 통해 한 번 더 학습할 수 있도록 하였습니다.



4 경찰대·삼사 기출 문제 – 최신 기출 문제 전부 수록

경찰대 기출과 삼사 기출 문제 중 수능 출제 기준에 맞는 문항을 엄선하여 수록하였습니다.



5 확률과 통계 실전 기출 모의고사

기출 문제로 구성한 3회의 실전 모의고사입니다.
수능을 대비하여 실력을 점검하는 데 큰 도움이 될 것입니다.

6 1등급 마스터 문제 – 1등급 킬러, 2등급 킬러, 4점 문제 수록

1등급을 가르는 변별력 있는 고난도 문제를 엄선하여 별도로 수록하였습니다. 종합적인 사고력과 응용력을 키워서 반드시 수학 1등급에 도달할 수 있습니다.

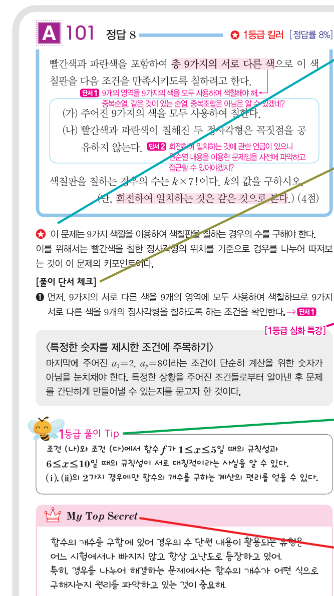
- ✽✽✽ – 상급 문제
- 2등급 킬러 – 정답률이 9~15%인 문제로 1, 2등급으로 발돋움하는 데 도움이 되는 고난도 문제
- 1등급 킬러 – 정답률이 9% 미만인 문제로 1등급을 가르는 최고난도 문제

1등급 마스터 문제 [4점 + 2등급 킬러 + 1등급 킬러]

A97 2등급 킬러 2022 6월/평가원 29(고3)
1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 6개의 의자가 있다. 이 6개의 의자를 일정한 간격을 두고 원형으로 배열할 때, 서로 이웃한 2개의 의자에 적혀 있는 수의 곱이 12가 되지 않도록 배열하는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (4점)

A99 ✽✽✽ 2013실시(B) 7월/교육청
남학생 4명, 여학생 2명이 그림과 같이 9개의 자리에 다음 두 조건에 따라 앉으려고 할 때, 앉을 수 있는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (4점)

7 1등급 킬러 · 2등급 킬러 문제 특별 해설



A 101 정답 8 1등급 킬러 [정답률 8%]

빨간색과 파란색을 포함하여 총 9가지의 서로 다른 색으로 이 색칠판을 다음 조건을 만족시키도록 칠하려고 한다.

(가) 주어진 9가지의 색을 모두 사용하여 칠한다.
(나) 빨간색과 파란색이 칠해진 두 정사각형은 꼭짓점을 공유하지 않는다.

색칠판을 칠하는 경우의 수는 $k\times7!$이다. k의 값을 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (4점)

My Top Secret

문제 분석
킬러 문제의 핵심 내용과 문제에서 구하고자 하는 목표를 확실히 알도록 제시해줍니다.

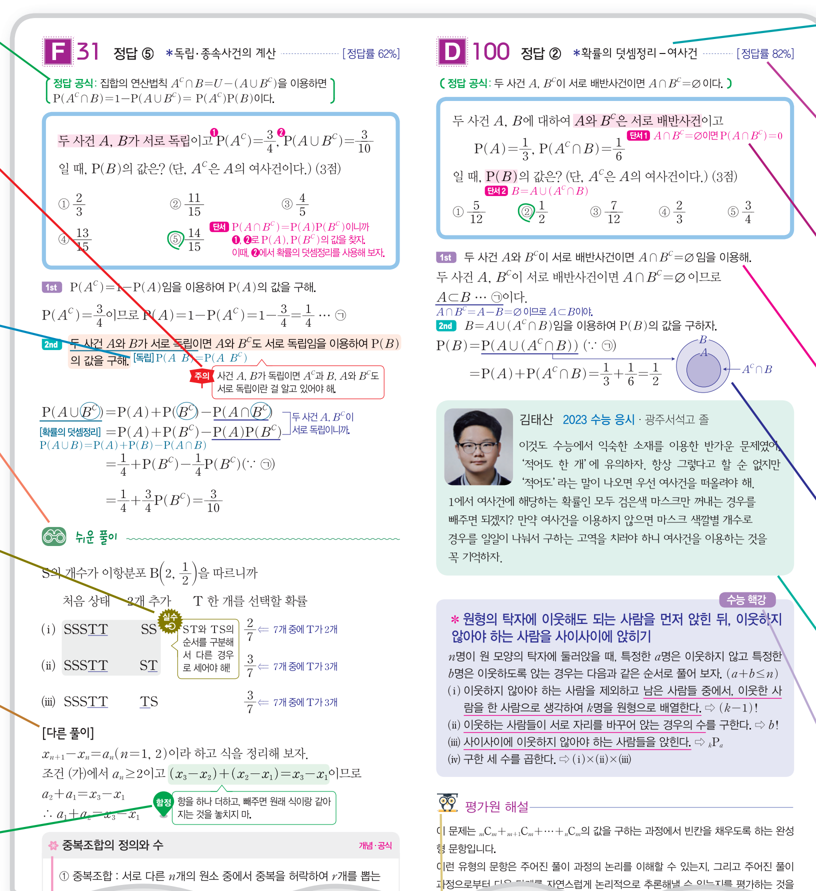
풀이 단서 체크
킬러 문제 풀이를 본격적으로 시작하기 전에 단서의 내용을 좀 더 구체적으로 설명하면서 풀이 과정을 요약하여 알기 쉽게 풀어 써 주었습니다.

1등급 심화 특강
고난도 문제에서 특별히 알고 있으면 유용한 개념이나 공식을 보여줍니다.

1등급 풀이 Tip
일반적인 내용은 아니지만 킬러 문제를 풀 때 시간 절약과 더불어 문제 접근을 쉽게 할 수 있도록 도와주는 내용을 제시합니다.

My Top Secret
킬러 문제를 다루는 서울대 선배의 특별 비법을 수록했습니다.

8 입체 첨삭 해설!



F 31 정답 ⑤ *독립·종속사건의 계산 [정답률 62%]

D 100 정답 ② *확률의 덧셈정리 – 여사건 [정답률 82%]

정답 공식
출제 의도를 짚어 주고, 문제 속의 숨은 조건을 해석하여 풀이 전략을 세우도록 도와줍니다.

주의
풀이 과정에서 주어진 조건을 빠뜨리거나 잘못 이용할 가능성이 있을 때, 적절한 주의를 주어서 올바른 풀이로 나아갈 수 있도록 한 코너입니다.

해설 적용 공식
해설에 직접적, 간접적으로 사용된 개념, 공식을 보여줍니다.

쉬운 풀이, 톡톡 풀이
직관적으로 풀거나, 교육과정 외의 개념 또는 특이한 풀이 방법을 알려줍니다.

실수
문제를 푸는 과정이나 잘못된 개념을 적용하는 실수를 지적해 주고 해결의 열쇠를 제공해 주는 코너입니다.

다른 풀이
문제를 풀 때는 다각적으로 사고하는 연습이 필요합니다. 이에 다른 방법으로 문제에 접근할 수 있는 방법을 알려줍니다.

함정
개념을 정확히 이해하지 못한다면 반드시 빠지게 되어 있는 함정을 체크해 주고 해결할 수 있는 방법을 제시하였습니다.

개념 공식
문제를 풀기 위해 요구되는 주요 개념과 공식을 정리하였습니다.

평가원 해설
오답 이의제기된 문항에 대해 평가원 출제 위원들이 요구한 사고 과정을 확인할 수 있습니다.

출제 개념
문제에 적용된 핵심 개념을 제시하여 비슷한 유형의 문제에서 같은 개념을 사용할 수 있도록 하였습니다.

정답률
교육청 자료, 기타 기관 공지 자료와 내부 분석 검토 과정을 거쳐서 제시됩니다.

핵심 단서
문제를 푸는 데 핵심이 되는 단서와 그 단서를 문제 풀이에 적용하는 방법을 설명하였습니다.

단계별 명쾌 풀이
문제를 푸는 데 요구되는 사고의 순서를 구체적으로 단계를 나누어 제시하였습니다.

보충 설명
더욱 정확하고 완벽하게 해설을 이해할 수 있도록 해설에 내재된 내용을 설명하였습니다.

생생체험
수능을 먼저 정복한 선배들의 경험이 100% 녹아 있는 실제적인 조언을 담았습니다.

수능 핵강
문제를 조금 더 쉽고 빠르게 풀 수 있는 스킬 등을 자세히 설명하였습니다.

집필진 · 감수진 선생님들

자이스토리는 수능 준비를 가장 효과적으로 할 수 있도록
수능, 평가원, 학력평가 기출문제를 개념별, 유형별, 난이도별로
수록하였으며, 명강의로 소문난 학교·학원 선생님들께서
명쾌한 해설을 입체 첨삭으로 집필하셨습니다.

[집필진]

김덕환 대전 대성여고
김대식 경기 하남고
민경도 서울 강남 종로학원
박소희 안양 안양외고
박숙녀 아산 충남삼성고
배수나 서울 가인아카데미
신명선 안양 신성고
신현준 안양 신성고
윤장노 안양 신성고
윤혜미 서울 세종과학고
이종석 일등급 수학 저자
이창희 서울 다원교육 고등부
위경아 서울 강남대성기숙의대관
장광걸 김포 김포외고
장경호 오산 운천고
장철희 서울 보성고
전경준 서울 풍문고
지강현 안양 신성고
홍지우 안양 평촌고

개념&문제 풀이 강의 선생님 유튜브 채널
'수학문제 다깨기'

[감수진]

강민정 전주 유일여고
강호균 서울 늘푸른 수학원
공상태 성남 THE99.7 학원
곽석환 울산 곽쌤수학 학원
구태현 고양 현수학 학원
권은진 서울 참수학뿌리국어학원
금재윤 서울 성보고
김광찬 울산 탑엘리트학원
김기웅 구미 브리튼 영어 수학 학원
김덕한 대전 더칸수학학원
김도완 안양 평촌 프라매쓰 학원
김동준 고양 이루는 학원
김병섭 울산 으뜸수학 학원
김상구 서울 같이상승수학 학원
김상혁 양주 덕정한샘학원
김성주 용인 수학의 아침 학원
김수환 청주 세광고
김예찬 울산 학촌학원
김윤환 대전 서대전고
김은희 서울 공감수학교습소 학원
김정선 안양 평촌 파인만학원
김정호 청주 청주고
김제휘 울산 샤수학 학원
김종성 서울 중산고
김주성 대전 양영학원
김중엽 울산 수수깡수학학원
김태은 성남 수학의 아침 학원
김현철 고양 문명의STEM 학원
김홍수 서울 김홍학원
김효령 전주 메리트수학전문학원
노문호 청주 한국교원대부고
박기두 서울 종로학원
박미경 부천 대치수심수학학원
박세창 서울 수본수학학원
박연오 청주 충북여고
박우혁 서울 종로학원
박종규 울산 4인의수학 학원
백준석 안양 일프로집단 학원
서동원 대전 수학의 중심 학원
성수경 울산 위룰수학 학원
손정민 서울 이투스247학원
신선학 울산 신쌤플러스수학전문학원
심창섭 서울 피앤에스수학학원
안영대 대구엠프로수학학원
안 혁 울산 혁신수학전문학원
안현모 서울 에임학원
양해영 서울 청출어람 학원
엄보용 안산 경안고
엄순섭 울산 전하수력발전소 단과학원
유수하 안양 유수하 수학 학원
유재영 평택 비전고
유재철 서울 구주이배 수학 학원
유 환 부천 도당비젼스터디 학원
윤석주 대전 윤석주수학전문학원
윤석태 성남 수학의 아침 학원
윤소라 대전 텀브&포스학원
윤순조 군포 군포고
이건우 서울 이지엠 수학 학원
이대권 성남 폴라리스 수학 학원
이도용 대전 보문고
이동권 서울 수재학원
이동준 서울 수재학원
이동훈 대구 이동훈수학학원
이미리 수원 대상학원
이성우 울산 더오름 단과학원
이용환 대전 지족고
이윤주 평택 평택고
이은정 서울 서초 뉴탑학원
이주경 서울 생각의 숲 수학교습소
이지훈 서울 대치 시그니처학원
이철호 안양 파스칼수학학원
이호균 인천 투스카이수학과학학원
이효진 대구 진선생 수학 학원
임안철 안양 에이엠수학학원
장준수 고양 위드쌤 스터디 수학학원
장현주 수원 마스터제이 학원
장혜민 성남 수학의 아침 학원
전수현 서울 전)페르마수학 학원
정영수 서울 수재학원
정원혁 서울 하이츠 학원
정정은 서울 영매쓰 학원
정한샘 서울 펀수학 학원
조재현 울산 피타고라스 수학 학원
주은재 서울 강동 청산학원
차승진 청주 청원고
최선락 서울 최선락수학교실 학원
최소영 서울 청산미래와사람들 학원
하대용 구미 수플러스학원
하진수 대전 대신고
현재명 양주 옥정대성N학원
홍성문 시흥 홍성문 수학학원
황화연 전주 근영여고

[My Top Secret 집필]

정호재 서울대 경제학부
곽지훈 서울대 수학교육과
황대윤 서울대 수리과학부

수능 선배들의 비법 전수 – 수험장 생생 체험 소개

긴장되고 떨리는 수험장에서 선배들이
문제를 풀면서 겪은 생생한 체험과 나만의 풀이 비법을
자이스토리 해설편에 수록했습니다.

2023 응시


강 한
서울 배재고 졸업


권주원
서울 배재고 졸업


김보겸
광주서석고 졸업


김수정
부산국제고 졸업


김예온
부산 다대고 졸업


김준서
부산 대연고 졸업


김태산
광주서석고 졸업


김현서
경기 평택고 졸업


나인규
광주 국제고 졸업


명준하
광주서석고 졸업


박서영
부산 사직여고 졸업


박세민
광주 광덕고 졸업


백규민
대구 성화여고 졸업


선명신
순천복성고 졸업


유기범
익산 남성고 졸업


이민형
광주 보문고 졸업


이서영
대구 원화여고 졸업


장경은
서울 세화여고 졸업


장성욱
부산 대연고 졸업


정서린
서울 세화여고 졸업


조해인
서울 목동고 졸업


조현준
익산 이리고 졸업


최윤성
서울 양정고 졸업


홍지형
화성 안화고 졸업


홍채연
서울 한영고 졸업


황은준
경기 비봉고 졸업

• 2022년

강민성	부산 해운대고 졸(성균관대 의예과)
강연욱	서울 한영고 졸(연세대 노어노문학과)
고현웅	광주서석고 졸(전남대 의예과)
공준형	경기 우성고 졸(가톨릭관동대 의예과)
김서윤	경기 우성고 졸(성균관대 글로벌경제학과)
김예리	서울 수명고 졸(고려대 의예과)
김찬우	익산 이리고 졸(전남대 의예과)
김혜윰	경기 숭신여고 졸(서울대 인문대학)
박정빈	익산 이리고 졸(고려대 한국사학과)
박준현	전남 장성고 졸(육군사관학교)
송홍준	광주 국제고 졸(고려대 융합에너지공학과)
양예진	전주 상산고 졸(이화여대 의예과)
오석우	공주 한일고 졸(서울대 의예과)
오연주	전주 솔내고 졸(서강대 사회학과)
이수현	대구 송현여고 졸(고려대 정치외교학과)
장인우	광주 고려고 졸(서울대 인문학부)
전수현	경기 숭신여고 졸(한림대 의예과)
정지호	익산 남성고 졸(경찰대학교)
최준명	서울 양정고 졸(KAIST 새내기과정학부)

• 2021년

강혜윤	경기 수지고 졸(서울대 인문계열)
김도원	인천하늘고 졸(서울대 화학부)
김도훈	서울 배재고 졸(고려대 노어노문학과)
김민준	서울 장훈고 졸(연세대 전기전자공학부)
김재서	서울 양정고 졸(연세대 산업공학과)
김준형	서울 중산고 졸(경북대 치의예과)
박재현	경북 구미고 졸(가톨릭대 의예과)
송의현	안산 동산고 졸(원광대 의예과)
안지연	서울 창덕여고 졸(서울대 인문계열)
윤 혁	서울 동양고 졸(서울대 건설환경공학부)
이새영	서울 선린인터넷고 졸(연세대 기계공학부)
이우민	경기 평택고 졸(KAIST 새내기과정학부)
임예은	경기 동탄국제고 졸(연세대 경제학과)
임종민	경기외고 졸(서강대 정치외교학과)
최서영	경기 동탄국제고 졸(서울대 경제학부)
최주영	서울 보인고 졸(가톨릭대 의예과)

문항 배열 및 구성 [1064제]

❶ 개념 이해 체크를 위한 기본 기출 문제(50제)

필수 개념과 공식을 확인할 수 있는 기출 문제를 제시하여 개념 이해도를 높이고 기초 실력을 쌓도록 구성하였습니다.

❷ 최신 5개년 수능, 평가원 및 학력평가 기출 전 문항 수록(333제)

최근 출제 경향을 파악할 수 있도록 최신 5개년 수능, 평가원 및 학력평가 기출 전 문항을 수록하였습니다.

❸ 역대 수능, 평가원 및 학력평가, 경찰대, 삼사 우수 기출 문제 수록(674제)

- 이전 수능, 평가원 및 학력평가 기출 문항 중 새수능 출제 기준에 맞는 문항을 엄선하여 수록하였습니다.
- 경찰대, 삼사 기출 문항 중 최신 3개년은 전 문항 수록하였고, 이전 문항은 우수 문항을 선별하여 수록하였습니다.

❹ 새수능 대비를 위한 고품격 수능 기출 변형 문제(7제)

새수능을 대비해서 충분한 문제로 훈련할 수 있도록 수능 기출 변형 문제를 추가 수록하였습니다.

[고3 확률과 통계 수록 문항 구성표]

대비연도	3월	4·5월	6월	7월	9월	10월	수능	합계	비고
2023	8	8	8	8	8	8	8	56	*2024학년도 수능에 적합한 전 문항 수록
2022	8	8	8	8	8	8	8	56	
2021	5	10	11	14	13	18	13	84	
2020	3	5	9	11	10	12	13	63	
2019	3	6	9	10	12	13	13	66	
2018	2	6	6	11	11	13	12	61	*수능, 평가원, 학력평가 엄선 수록
2017	2	5	8	11	10	8	10	54	
2016	0	0	2	7	10	10	11	40	
2015	0	0	2	3	10	3	10	28	
2014	0	0	2	3	9	3	9	26	
2013	0	0	2	6	9	9	9	35	
2012	0	0	2	1	9	2	8	22	
2011	8	3	8	7	11	4	12	53	
2010	4	3	9	4	11	6	11	48	
2009	5	3	5	8	14	2	12	49	
2008	4	3	6	6	12	7	11	49	
2008이전	11	5	9	4	33	18	43	123	
2022, 2014, 2005 대비 예비 평가								18	
수능 기출 변형 문제								7	
고1/고2 학력평가								13	
삼사 및 경찰대								113	
총 문항 수								1064	

2023학년도 6월, 9월 평가원+수능

확률과 통계 문항 배치표

문항 번호	6월 수록 교재	6월 수록 번호	9월 수록 교재	9월 수록 번호	수능 수록 교재	수능 수록 번호
23	확률과 통계	A37	확률과 통계	C21	확률과 통계	C22
24		D47		E10		A31
25		F83		H72		D119
26		C41		D47		D96
27		A36		G28		I63
28		D66		D145		H15
29		B121		D139		E105
30		E102		B122		B123

• 확률과 통계 : 2023 자이스토리 확률과 통계

A 여러 가지 순열

★ 유형 차례

★ 최신 3개년 수능+모평 출제 경향

학년도		출제 유형	난이도
2023	수능	유형 03 자연수의 개수와 중복순열	✿❀❀
	9월	출제되지 않음	
	6월	유형 04 신호 또는 문자 만들기와 중복순열 유형 05 같은 것이 있는 문자의 나열	✿❀❀ ❀❀❀
2022	수능	출제되지 않음	
	9월	출제되지 않음	
	6월	유형 01 원순열 유형 06 같은 것이 있는 수의 나열로 만든 자연수의 개수	✿✿✿ ✿✿❀
	예시	출제되지 않음	
2021	수능	유형 01 원순열	✿✿❀
	9월	유형 01 원순열	❀❀❀
	6월	유형 01 원순열 유형 05 같은 것이 있는 문자의 나열	❀❀❀ ❀❀❀

★ 2023 수능 출제 경향 분석

• 조건을 만족시키는 자연수의 개수를 중복순열을 이용하여 구하는 문제였다. [A31 문항]

★ 2024 수능 예측

1. n개의 자연수가 주어졌을 때, 이를 중복을 허락하여 만들 수 있는 m자리의 자연수의 개수를 정확하게 구할 수 있어야 한다.
특히, 홀수이려면 일의 자리의 수가 $1, 3, 5, 7, 9$여야 하고, 짝수이려면 일의 자리의 수가 $2, 4, 6, 8, 0$이어야 한다.
2. 원순열, 중복순열의 수의 공식을 구분하여 정확하게 계산할 수 있어야 한다.
3. 여사건의 경우를 이용하려면 사건에 대한 여사건을 표현하는 연습을 하고, 직접 구할 수 있어야 한다.

A 여러 가지 순열

개념 강의

중요도 ★★★

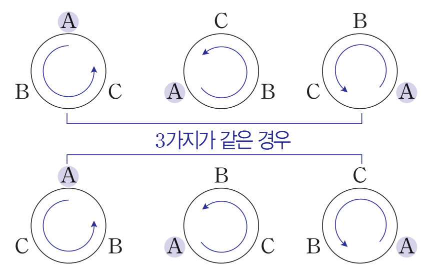
1 원순열 – 유형 01~02

(1) **원순열** : 서로 다른 것을 원형으로 배열하는 순열

(2) 서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 원순열의 수는 $\dfrac{n!}{n}=(n-1)!$[1]

예 6명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 앉는 경우의 수는 $(6-1)!=5!$

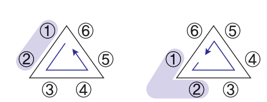
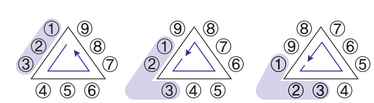
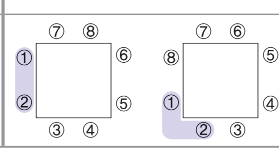
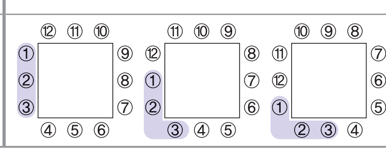
예

서로 다른 3개를 나열	서로 다른 3개를 원형으로 배열[2]	차이점
세 개의 문자 A, B, C를 일렬로 나열하면 ABC CAB BCA ACB BAC CBA	세 개의 문자 A, B, C를 원형으로 배열하면 	회전시켰을 때, 서로 같은 경우가 존재하므로 일렬로 나열하는 것과는 구분해야 한다.
순열의 수는 $3!=3\times2\times1=6$	같은 경우가 3개씩 있으므로 원순열의 수는 $\dfrac{3!}{3}=(3-1)!=2!=2$	(원순열의 수) $=\dfrac{(\text{순열의 수})}{n}$

(3) **다각형 모양의 탁자에 둘러앉는 경우의 수**

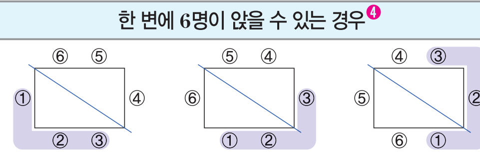
① 정다각형 모양의 탁자 : n명이 정다각형 모양의 탁자에 한 변에 k명씩 앉는 경우의 수는 $k\times(n-1)!$[3]

예

정다각형	한 변에 2명이 앉을 수 있는 경우	한 변에 3명이 앉을 수 있는 경우
(i) 정삼각형 모양의 탁자에 배열하는 한 가지 경우 중 서로 다른 경우		
(ii) 정사각형 모양의 탁자에 배열하는 한 가지 경우 중 서로 다른 경우		

② 직사각형 모양의 탁자 : (회전시켰을 때, 겹치지 않는 경우의 수)$\times$(원순열의 수)
직사각형을 대각선으로 나눈 뒤, 그 절반의 자리의 수

예

직사각형	한 변에 6명이 앉을 수 있는 경우[4]
배열하는 한 가지 경우 중 서로 다른 경우	

2 중복순열 – 유형 03~04

(1) **중복순열** : 중복을 허락하여 만든 순열

(2) 서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택하는 중복순열의 수는 ${}_n\Pi_r=n^r$

출제 2023 수능(홀) 24번 / 2023 6월 모평 27번
★ 서로 다른 숫자를 나열할 때 각 자리에 대한 숫자의 조건이 다르면 각각의 조건에 맞도록 각 자리에 대한 경우의 수부터 구한다.

3 같은 것이 있는 순열[5] – 유형 05~11

n개 중에서 서로 같은 것이 각각 p개, q개, $\cdots$, r개씩 있을 때 n개를 일렬로 나열하는 순열의 수는

$\dfrac{n!}{p!q!\cdots r!}$ (단, $p+q+\cdots+r=n$)

출제 2023 6월 모평 23번
★ 같은 것이 있는 문자의 나열의 경우의 수를 구할 때, 중복되는 문자의 개수에 유의한다.

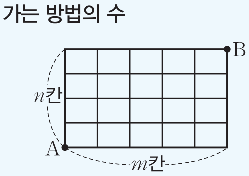
왜 그럴까?
[1] 서로 다른 n개를 일렬로 나열한 것을 원형으로 배열하면 같은 것이 n가지씩 있으므로 원순열의 수는 $\dfrac{n!}{n}$이다.

+개념 보충
[2] 원순열에서 회전하여 일치하는 배열은 모두 같은 것으로 본다. 따라서 한 번 나열한 경우에 대하여 그 순서대로 자리를 오른쪽으로 1칸씩, 2칸씩, $\cdots$, n칸씩 회전시켰을 때, 같은 경우를 반드시 따져주어 전체 경우를 n으로 나눠 주어야 한다.

왜 그럴까?
[3] 다각형 모양의 탁자를 원형이라고 생각하자. 원순열에 의해 탁자에 둘러 앉는 경우의 수는 일단 $(n-1)!$이다. 그러나 실제는 원형이 아니라 다각형 모양의 탁자이므로 탁자의 모양에 의하여 서로 다른 경우가 존재할 수 있다. 이때, 탁자에 둘러 앉는 경우를 하나 생각하고, 그 경우에서 서로 다른 경우가 존재하도록 앉힌 사람들을 회전시키면 된다.

[4] 단순히 회전시켰을 때, ①→②→③→④→⑤→⑥으로 같은 경우이지만 직사각형 탁자에 앉혔으므로
(1) 직사각형의 세로에 ①이 앉은 경우
(2) 직사각형의 가로의 왼쪽에 ①이 앉은 경우
(3) 직사각형의 가로의 오른쪽에 ①이 앉은 경우
가 모두 다른 경우이다.

+개념 보충
[5] **A지점에서 B지점까지 최단거리로 가는 방법의 수**

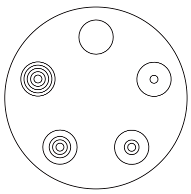


가로로 m칸, 세로로 n칸인 경로일 때 같은 것이 각각 m개, n개 있는 것을 일렬로 나열하는 순열의 수와 같다.
즉, A지점에서 B지점까지 최단거리로 가는 방법의 수는 $\dfrac{(m+n)!}{m!n!}$

1 원순열

A01 기본 2018(나) 9월/평가원 6(고3)

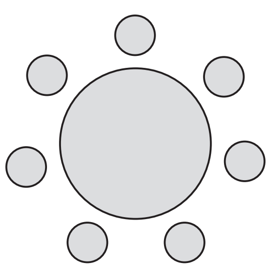
서로 다른 5개의 접시를 원 모양의 식탁에 일정한 간격을 두고 원형으로 놓는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점)



① 6 ② 12 ③ 18
④ 24 ⑤ 30

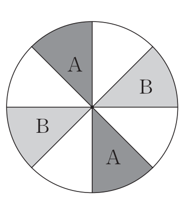
A02 기본 2020실시(가) 4월/교육청 25(고3)

그림과 같이 원형 탁자에 7개의 의자가 일정한 간격으로 놓여 있다. A학교 학생 2명, B학교 학생 2명, C학교 학생 3명이 모두 이 7개의 의자에 앉으려고 할 때, A학교 학생 2명이 서로 이웃하여 앉고 B학교 학생 2명도 서로 이웃하여 앉는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점)



A03 기본 2009실시(나) 10월/교육청 20(고3)

8등분된 원판에 A, B, C, D, E, F의 6가지 색을 모두 사용하여 영역을 구분하려고 한다. 그림과 같이 A, B 두 가지 색은 이미 칠해져 있을 때, 칠해져 있지 않은 영역에 칠할 수 있는 방법의 수를 구하시오. (단, 한 영역에는 한 가지 색을 칠하고, 회전하여 같은 경우에는 한 가지 방법으로 한다.) (3점)



2 중복순열

A04 기본 2017(가)/수능(홀) 5(고3)

숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 네 개를 택해 일렬로 나열하여 만든 네 자리의 자연수가 5의 배수인 경우의 수는? (3점)

① 115 ② 120 ③ 125
④ 130 ⑤ 135

3 같은 것이 있는 순열

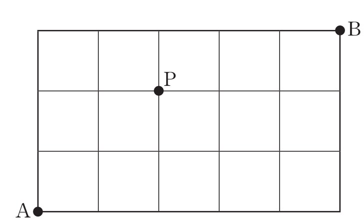
A05 기본 1996(인)/수능(홀) 5(고3)

영문자 P, A, S, S를 일렬로 배열하는 방법의 수는? (1점)

① 6 ② 8 ③ 12
④ 18 ⑤ 24

A06 기본 2018(나) 6월/평가원 7(고3)

그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A 지점에서 출발하여 P 지점을 지나 B 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는? (3점)



① 16 ② 18 ③ 20
④ 22 ⑤ 24

❖ 정답 및 해설 2~3p

1 원순열

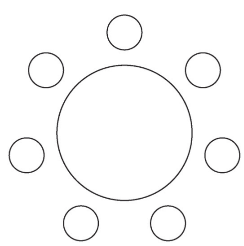
유형 01 원순열

(1) **원순열** : 서로 다른 것을 원형으로 배열하는 순열
(2) 서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 원순열의 수

$$\frac{n!}{n}=(n-1)!$$

tip
원순열의 경우 회전하여 일치하는 것을 같은 것으로 보기 때문에 회전하는 경우를 단순한 나열로 생각하기 위해서 한 자리를 고정시키고 그 후에 나머지를 일렬로 배열하는 경우로 접근해야 한다.

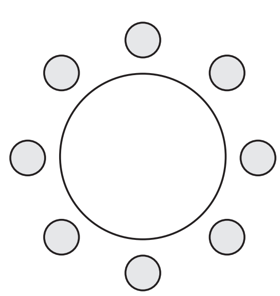
A07 ❀❀❀ 2021(나) 6월/평가원 12(고3)



1학년 학생 2명, 2학년 학생 2명, 3학년 학생 3명이 있다. 이 7명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때, 1학년 학생끼리 이웃하고 2학년 학생끼리 이웃하게 되는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점)

① 96　② 100　③ 104　④ 108　⑤ 112

A08 ❀❀❀ 2021실시 3월/교육청 25(고3)

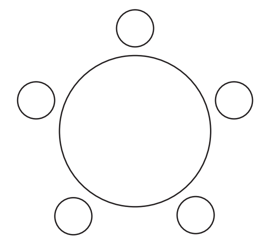


어느 고등학교 3학년의 네 학급에서 대표 2명씩 모두 8명의 학생이 참석하는 회의를 한다. 이 8명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때, 같은 학급 학생끼리 서로 이웃하게 되는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점)

① 92　② 96　③ 100　④ 104　⑤ 108

A09 ❀❀❀ 2021(나) 9월/평가원 14(고3)

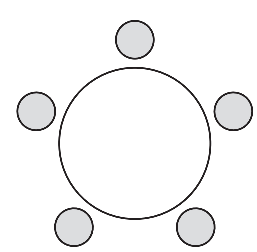
다섯 명이 둘러앉을 수 있는 원 모양의 탁자와 두 학생 A, B를 포함한 8명의 학생이 있다. 이 8명의 학생 중에서 A, B를 포함하여 5명을 선택하고 이 5명의 학생 모두를 일정한 간격으로 탁자에 둘러앉게 할 때, A와 B가 이웃하게 되는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (4점)



① 180　② 200　③ 220　④ 240　⑤ 260

A10 ❀❀❀ 2019실시(가) 3월/교육청 9(고3)

그림과 같이 원형 탁자에 5개의 의자가 일정한 간격으로 놓여 있다. 1학년 학생 2명, 2학년 학생 2명, 3학년 학생 1명이 모두 이 5개의 의자에 앉으려고 할 때, 1학년 학생 2명이 서로 이웃하도록 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점)

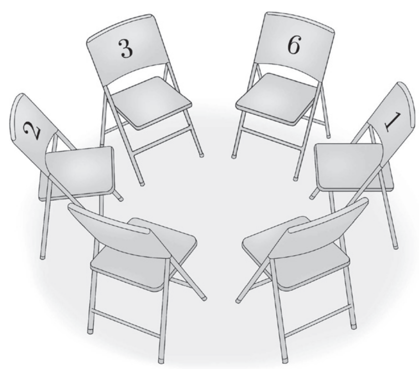


① 12　② 14　③ 16　④ 18　⑤ 20

1등급 마스터 문제 [4점 + 2등급 킬러 + 1등급 킬러]

A97 2등급 킬러 2022 6월/평가원 29(고3)

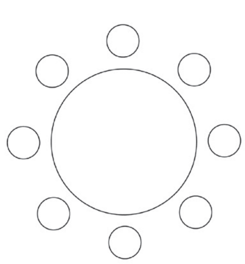
1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 6개의 의자가 있다. 이 6개의 의자를 일정한 간격을 두고 원형으로 배열할 때, 서로 이웃한 2개의 의자에 적혀 있는 수의 곱이 12가 되지 않도록 배열하는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (4점)



A98 ✽✽✽ 2021실시 4월/교육청 29(고3)

두 남학생 A, B를 포함한 4명의 남학생과 여학생 C를 포함한 4명의 여학생이 있다. 이 8명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 다음 조건을 만족시키도록 모두 둘러앉는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (4점)

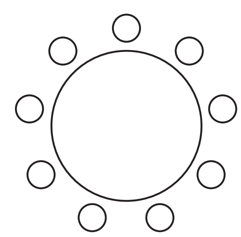
(가) A와 B는 이웃한다.
(나) C는 여학생과 이웃하지 않는다.



A99 ✽✽✽ 2013실시(B) 7월/교육청 27(고3)

남학생 4명, 여학생 2명이 그림과 같이 9개의 자리가 있는 원탁에 다음 두 조건에 따라 앉으려고 할 때, 앉을 수 있는 모든 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (4점)

(가) 남학생, 여학생 모두 같은 성별끼리 2명씩 조를 만든다.
(나) 서로 다른 두 개의 조 사이에 반드시 한 자리를 비워 둔다.



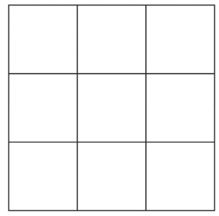
A100 ✽✽✽ 2021실시 3월/교육청 30(고3)

숫자 1, 2, 3, 4 중에서 중복을 허락하여 네 개를 선택한 후 일렬로 나열할 때, 다음 조건을 만족시키도록 나열하는 경우의 수를 구하시오. (4점)

(가) 숫자 1은 한 번 이상 나온다.
(나) 이웃한 두 수의 차는 모두 2 이하이다.

A101 ✪ 1등급 킬러 ..... 2020실시(가) 3월/교육청 27(고3)

오른쪽 그림과 같이 합동인 9개의 정사각형으로 이루어진 색칠판이 있다. 빨간색과 파란색을 포함하여 총 9가지의 서로 다른 색으로 이 색칠판을 다음 조건을 만족시키도록 칠하려고 한다.



(가) 주어진 9가지의 색을 모두 사용하여 칠한다.
(나) 한 정사각형에는 한 가지 색만을 칠한다.
(다) 빨간색과 파란색이 칠해진 두 정사각형은 꼭짓점을 공유하지 않는다.

색칠판을 칠하는 경우의 수는 $k\times7!$이다. k의 값을 구하시오.
(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (4점)

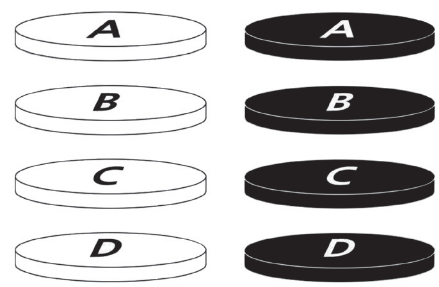
A102 ✿✿✿ .... 2022실시 4월 학평 확통 29(고3)

숫자 0, 1, 2 중에서 중복을 허락하여 5개를 선택한 후 일렬로 나열하여 다섯 자리의 자연수를 만들려고 한다. 숫자 0과 1을 각각 1개 이상씩 선택하여 만들 수 있는 모든 자연수의 개수를 구하시오. (4점)

A103 ✪ 1등급 킬러 .. 2022실시 3월 학평 확통 30(고3)

흰색 원판 4개와 검은색 원판 4개에 각각 A, B, C, D의 문자가 하나씩 적혀 있다. 이 8개의 원판 중에서 4개를 택하여 다음 규칙에 따라 원기둥 모양으로 쌓는 경우의 수를 구하시오. (단, 원판의 크기는 모두 같고, 원판의 두 밑면은 서로 구별하지 않는다.) (4점)

(가) 선택된 4개의 원판 중 같은 문자가 적힌 원판이 있으면 같은 문자가 적힌 원판끼리는 검은색 원판이 흰색 원판보다 아래쪽에 놓이도록 쌓는다.
(나) 선택된 4개의 원판 중 같은 문자가 적힌 원판이 없으면 D가 적힌 원판이 맨 아래에 놓이도록 쌓는다.



A104 ✪ 1등급 킬러 .. 2016실시(가) 10월/교육청 30(고3)

1부터 9까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 9개의 공이 주머니에 들어 있다. 이 주머니에서 공을 한 개씩 모두 꺼낼 때, i번째($i=1, 2, \cdots, 9$) 꺼낸 공에 적혀 있는 수를 a_i라 하자. $1<p<q<9$인 두 자연수 p, q에 대하여 a_i가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $1\le i<p$이면 $a_i<a_{i+1}$이다.
(나) $p\le i<q$이면 $a_i>a_{i+1}$이다.
(다) $q\le i<9$이면 $a_i<a_{i+1}$이다.

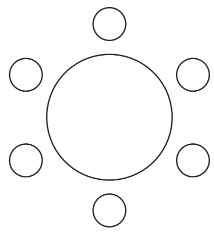
$a_1=2$, $a_p=8$인 모든 경우의 수를 구하시오. (단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.) (4점)

❖ 정답 및 해설 39~44p

경찰대, 삼사 기출 문제 [2점, 3점, 4점, 5점]

A109
2022/삼사 24(고3)

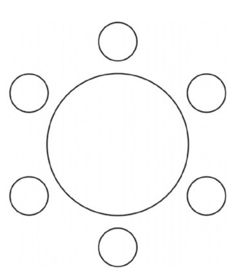
숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6이 하나씩 적혀 있는 6개의 공이 있다. 이 6개의 공을 일정한 간격을 두고 원형으로 배열할 때, 3의 배수가 적혀 있는 두 공이 서로 이웃하도록 배열하는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점)



① 48 ② 54 ③ 60 ④ 66 ⑤ 72

A110
2023대비 삼사 확통 26(고3)

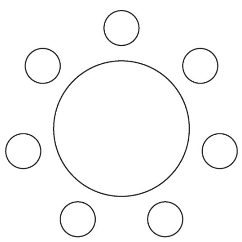
세 학생 A, B, C를 포함한 6명의 학생이 있다. 이 6명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때, A와 C는 이웃하지 않고, B와 C도 이웃하지 않도록 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점)



① 24 ② 30 ③ 36 ④ 42 ⑤ 48

A111
2021(나)/삼사 8(고3)

그림과 같이 원형 탁자에 7개의 의자가 일정한 간격으로 놓여 있다. A, B, C를 포함한 7명의 학생이 모두 이 7개의 의자에 앉으려고 할 때, A, B, C 세 명 중 어느 두 명도 서로 이웃하지 않도록 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점)



① 120 ② 132 ③ 144 ④ 156 ⑤ 168

A112
2021/경찰대 8(고3)

모든 자리의 수의 합이 10인 다섯 자리 자연수 중 숫자 1, 2, 3을 각각 한 번 이상 사용하는 자연수의 개수는? (4점)

① 120 ② 132 ③ 146 ④ 158 ⑤ 170

A113
2018/경찰대 13(고3)

1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 각각 적힌 5개의 공을 모두 3개의 상자 A, B, C에 넣으려고 한다. 각 상자에 넣어진 공에 적힌 수의 합이 11 이하가 되도록 공을 상자에 넣는 방법의 수는? (단, 빈 상자의 경우에는 넣어진 공에 적힌 수의 합을 0으로 생각한다.) (4점)

① 190 ② 195 ③ 200 ④ 205 ⑤ 210

❖ 정답 및 해설 44~50p

Special

★ 확률과 통계

실전 기출 모의고사

[8문항형 / 제한시간 40분]

1회 모의고사 – 2024학년도 수능 대비 ①

2회 모의고사 – 2024학년도 수능 대비 ②

3회 모의고사 – 2024학년도 수능 대비 ③

1회 확률과 통계 실전 기출 모의고사

2024학년도 수능 대비 ①

범위: 확률과 통계 전단원

- 문항 수 8개
- 배점 26점
- 제한시간 40분

5지선다형

1회 01

2018실시(나) 7월/교육청 3(고3)

확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(12, \frac{1}{3}\right)$을 따를 때, $\mathrm{E}(X)$의 값은? (2점)

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

1회 02

2012(나) 9월/평가원 4(고3)

두 사건 A, B가 서로 독립이고,

$$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{2},\ \mathrm{P}(A\cup B)=\frac{4}{5}$$

일 때, $\mathrm{P}(A\cap B)$의 값은? (3점)

① $\frac{1}{10}$　② $\frac{3}{20}$　③ $\frac{1}{5}$　④ $\frac{1}{4}$　⑤ $\frac{3}{10}$

1회 03

2004(인)/수능(홀) 14(고3)

세 숫자 1, 2, 3을 중복 사용하여 네 자리의 자연수를 만들 때, 1과 2가 모두 포함되어 있는 자연수의 개수는? (3점)

① 58　② 56　③ 54　④ 52　⑤ 50

1회 04

2009(가) 9월/평가원 27(고3)

사과 주스, 포도 주스, 감귤 주스 중에서 8병을 선택하려고 한다. 사과 주스, 포도 주스, 감귤 주스를 각각 적어도 1병 이상씩 선택하는 경우의 수는? (단, 각 종류의 주스는 8병 이상씩 있다.) (3점)

① 17　② 19　③ 21　④ 23　⑤ 25

차 례

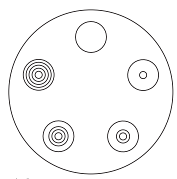
A 여러 가지 순열

기본 기출 문제

A 01 정답 ④ *원순열 [정답률 91%]

(정답 공식: 원에서 서로 다른 대상 n개를 배열하는 방법의 수는 $(n-1)!$이다.)

서로 다른 5개의 접시를 원 모양의 식탁에 일정한 간격을 두고 ❶원형으로 놓는 경우의 수는? (단, ❷회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점) 단서 조건 ❶, ❷와 같이 원형이고 회전하여 일치하는 것은 원순열의 키워드야.



① 6 ② 12 ③ 18
④ 24 ⑤ 30

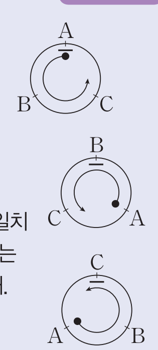
1st 5개의 접시를 원탁에 나열하는 원순열의 수를 구하자.

$\frac{{}_5P_5}{5}=(5-1)!=4!=24$ 5개를 일렬로 나열한 후 5로 나누거나, 1개를 고정한 후 나머지를 일렬로 나열하는 경우의 수이지? 즉, $\frac{5!}{5}$ 또는 $1\times(5-1)!$

[원순열] n개를 원형으로 나열하는 경우의 수 $\frac{{}_nP_n}{n}$ 또는 $1\times(n-1)!$

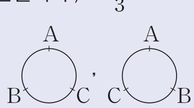
수능 핵강

원순열이란? 원형으로 나열하는 순열이야.
원순열에서는 회전하여 일치하면 같은 경우로 취급해.
A, B, C의 순열, 즉 직순열의 수는
${}_3P_3=3!=6$
$\left.\begin{matrix}\boxed{ABC=BCA=CAB}\\ \boxed{ACB=BAC=CBA}\end{matrix}\right\}$ 원순열에서는 각각 같은 경우



직순열에서는 다른 경우지만 원순열에서는 회전하면 일치하므로 모두 같은 경우야. 또, 맨 위에 올 수 있는 문자는 A, B, C 3개니까, 회전하여 같은 경우는 3개씩 발생해.

∴ (원순열의 수)$=\frac{{}_3P_3}{3}=2$

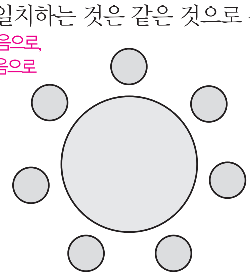
실제로  의 2가지뿐이야.

A 02 정답 96 *원순열 [정답률 80%]

(정답 공식: A학교와 B학교 학생을 각각 하나로 묶어 원순열의 수를 구한다.)

그림과 같이 원형 탁자에 7개의 의자가 일정한 간격으로 놓여 있다. A학교 학생 2명, B학교 학생 2명, C학교 학생 3명이 모두 이 7개의 의자에 앉으려고 할 때, A학교 학생 2명이 서로 이웃하여 앉고 B학교 학생 2명도 서로 이웃하여 앉는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점)

단서 A학교 학생을 한 묶음으로, B학교 학생을 한 묶음으로 생각해야겠지?



1st A학교 학생 2명과 B학교 학생 2명을 각각 한 학생으로 생각하여 원형으로 배열하는 경우의 수를 구하자.

A학교 학생 2명과 B학교 학생 2명을 각각 묶어서 한 학생으로 생각하면 전체 학생은 5명이다.
따라서 5명의 학생을 원형으로 배열하는 경우의 수는

$\frac{5!}{5}=4!=24$ 서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 원순열의 수는 $\frac{n!}{n}=(n-1)!$

2nd A학교 학생 2명과 B학교 학생 2명이 각각 자리를 바꾸는 경우의 수를 구하자.

1st의 각각에 대하여 A학교 학생 2명이 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 2, B학교 학생 2명이 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 2이다.

3rd 경우의 수를 구하자.

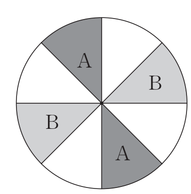
따라서 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여
$24\times2\times2=96$

A 03 정답 12 *원순열 – 색 배치 [정답률 78%]

(정답 공식: 이미 A, B의 색이 칠해진 영역을 제외한 나머지 부분에 C, D, E, F를 색칠하는 원순열의 수를 구한다.)

단서1 회전하므로 원순열을 생각하자.

8등분된 원판에 A, B, C, D, E, F의 6가지 색을 모두 사용하여 영역을 구분하려고 한다. 그림과 같이 A, B 두 가지 색은 이미 칠해져 있을 때, 칠해져 있지 않은 영역에 칠할 수 있는 방법의 수를 구하시오. (단, 한 영역에는 한 가지 색을 칠하고, 회전하여 같은 경우에는 한 가지 방법으로 한다.) (3점) 단서2 A, B를 제외한 부분에서 회전하여 중복되는 경우가 생기지? 이때, A, B가 자리를 바꾸는 경우도 가능하네.

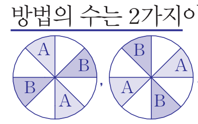


1st A, B를 제외한 4가지 색을 칠하는 방법의 수를 생각해 볼까?
한 칸씩 띄어진 부분도 회전하면 같은 것이 발생하니까 원순열을 이용해.

먼저 C, D, E, F를 8등분된 원판에 한 칸씩 띄어 색칠하는 방법의 수는
$(4-1)!=3!$
서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 원순열의 수는 $(n-1)!=(n-1)(n-2)\cdots3\times2\times1$

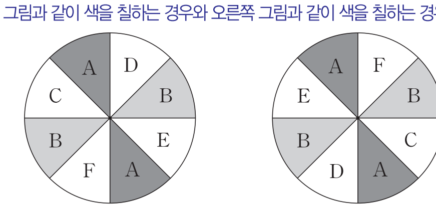
2nd 주어진 그림과 같이 A, B 색의 위치로 생각하여 칠할 수 있는 방법의 수를 계산해.

남은 빈칸에 그림과 같이 A는 A끼리, B는 B끼리 마주보도록 색칠하는 방법의 수는 2가지이므로 구하는 방법의 수는 $3!\times2=12$

 와 같이 2가지 경우가 생기지?

톡톡 풀이

중복되는 경우를 고려하여 계산해 보자. A, B를 제외한 나머지 4가지 색을 칠하는 방법의 수는 4!이야.
그런데 그림과 같이 각 경우에 대해 중복되는 경우는 2가지씩 나와.
왼쪽 그림을 시계 방향으로 180° 회전시키면 오른쪽 그림이 나오므로
왼쪽 그림과 같이 색을 칠하는 경우와 오른쪽 그림과 같이 색을 칠하는 경우는 같은 경우야.



따라서 구하는 방법의 수는

중복되는 경우가 C, D, E, F를 배열할 때마다 2가지씩 나오므로 C, D, E, F를 배열하는 경우의 수를 2로 나누어야 하는 거야.

$\frac{4!}{2}=12$야.

A 04 정답 ③ *중복순열 - 수 나열 [정답률 95%]

(**정답 공식**: 일의 자리가 0, 5이면 그 수는 5의 배수다.)

숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 네 개를 택해 일렬로 나열하여 만든 네 자리의 자연수가 5의 배수인 경우의 수는? (3점)

① 115 ② 120 ③ 125
④ 130 ⑤ 135

단서 '중복을 허락하여 일렬로 나열' 바로 중복순열을 뜻하는 말이야. 이때, 5의 배수이려면 일의 자리 수가 5이거나 0이면 되겠지?

1st 5의 배수가 되어야 하니까 일의 자리 수를 5로 고정시켜 놓고 나머지 수를 결정하자. 일의 자리 수가 5이거나 0이면 돼.

일의 자리수가 5이므로 나머지 세 자리에는 → 5가 또 반복될 수 있는 걸 주의해.
1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복 선택하여 나열하면 된다.
따라서 네 자리의 자연수가 5의 배수인 경우는

일의 자리는 결정되었으니까 나머지 세 자리에 오는 수를 정해야 해.
서로 다른 5개 중 중복을 허락하여 3개를 선택하는 순열이지?

${}_5\Pi_3=5^3=125$

쉬운 풀이

천의 자리에 올 수 있는 수는 5가지, 백의 자리에 올 수 있는 수는 5가지, 십의 자리에 올 수 있는 수는 5가지이고, 이는 동시에 일어나므로
$5\times5\times5=125$(가지)
또한, 일의 자리는 5로 고정되어 있으므로 1가지
따라서 구하는 경우의 수는
$125\times1=125$

A 05 정답 ③ *같은 것이 있는 순열 [정답률 90%]

(**정답 공식**: 4개 중 같은 것이 2개 있으므로 $\frac{4!}{2!}$이다.)

영문자 P, A, S, S를 일렬로 배열하는 방법의 수는? (1점)

단서 같은 문자가 있는 경우 ${}_4P_4$가 아니므로 주의하자.

① 6 ② 8 ③ 12
④ 18 ⑤ 24

1st 서로 같은 것이 p, q, r개 있을 때, 일렬로 배열하는 방법의 수는 $\frac{n!}{p!q!r!}$ (단, $p+q+r=n$)임을 이용해.

P가 1개, A가 1개, S가 2개 있으므로 구하는 방법의 수는
→ 같은 것이 2개 있으므로 이것을 나열하는 경우의 수를 $2!$로 나누어야 해.

$\frac{4!}{2!1!1!}=\frac{4\times3\times2\times1}{2\times1\times1\times1}=12$

같은 것이 있는 순열 개념·공식

n개 중에서 서로 같은 것이 각각 p개, q개, $\cdots$, r개씩 있을 때, 이들 n개를 모두 일렬로 배열하는 순열의 수는

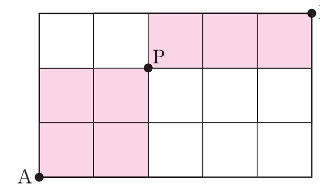
$\frac{n!}{p!q!\cdots r!}$ (단, $p+q+\cdots+r=n$)

A 06 정답 ⑤ *도로망에서 최단 경로 [정답률 81%]

(**정답 공식**: A에서 P까지 가는 경우의 수, P에서 B까지 가는 경우의 수를 각각 구한다. 오른쪽으로 한 칸 가는 이동, 위쪽으로 한 칸 가는 이동, 이 두 가지 이동을 통해 경로를 표시할 수 있다.)

그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A 지점에서 출발하여 P 지점을 지나 B 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는? (3점)

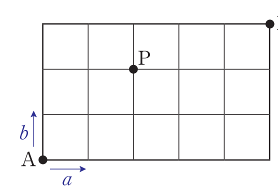
단서 A 지점에서 P 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수와 P 지점에서 B 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수의 곱이 구하는 경우의 수야. 이때, 최단거리로 가려면 위쪽, 오른쪽으로만 이동해야 해.



① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

1st 같은 것이 있는 순열을 이용하여 A ⟶ P까지 가는 경우의 수와 P ⟶ B까지 가는 경우의 수를 각각 구하자.

n개 중 같은 것이 p개, q개, $\cdots$, r개가 각각 같을 때, 이 n개를 일렬로 나열하는 순열의 수는 $\frac{n!}{p!q!\cdots r!}$
(단, $p+q+\cdots+r=n$)



주어진 도로망에서 오른쪽으로 한 칸 옮기는 이동을 a, 위쪽으로 한 칸 옮기는 이동을 b라 하자. 구하는 경우의 수는 A 지점에서 출발하여 B 지점까지 최단거리로 갈 때, P 지점을 지나야 하므로 다음과 같이 경우를 나누자.

(i) A 지점에서 P 지점까지 최단거리로 가는 방법은 a가 2번, b가 2번이므로 경우의 수는 $\frac{(2+2)!}{2!2!}=\frac{4!}{2!2!}=6$
a, a, b, b를 일렬로 나열

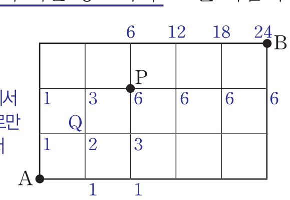
(ii) P 지점에서 B 지점까지 최단거리로 가는 방법은 a가 3번, b가 1번이므로 경우의 수는 $\frac{(3+1)!}{3!1!}=\frac{4!}{3!1!}=4$
a, a, a, b를 일렬로 나열

2nd 곱의 법칙을 이용하여 A 지점에서 출발하여 P 지점을 지나 B 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수를 구하자.

따라서 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여 $6\times4=24$
두 사건이 연달아 일어나는 경우에 두 사건이 일어날 경우의 수를 곱하는 거야.

쉬운 풀이

합의 법칙을 이용하여 최단 경로의 수 24를 다음과 같이 구할 수도 있어.



주어진 그림과 같은 도로망에서 최단 경로는 위쪽, 오른쪽으로만 이동해야 하니까 A 지점에서 이 도로망의 임의의 한 점 Q까지 최단 경로의 수는
(점 Q의 왼쪽 지점까지 오는 경로의 수)+(점 Q의 아래 지점까지 오는 경로의 수)로 구할 수 있어. 이 방법은 도로가 불규칙한 모양일 때 유용하니까 꼭 익혀두자.

수능 핵강

a, a, b, c를 일렬로 나열하는 경우를 생각해 보면 a가 2개니까 a에 임시로 번호를 부여하면 a_1, a_2, b, c이지?
이것을 일렬로 나열해 보면 (a_1, a_2, b, c), (a_2, a_1, b, c)와 같은 경우가 나오는데 이 두 경우에 번호를 삭제하면 결국 같은 배열이 되지?
따라서 전체 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수 $4!$을 a가 중복되는 경우의 수 $2!$로 나눠야 하는 거야.

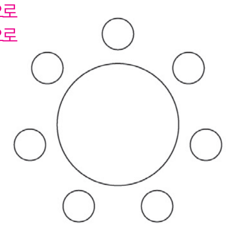
수능 유형별 기출 문제 [2점, 3점, 쉬운 4점]

A 07 정답 ① *원순열 [정답률 80%]

(정답 공식: 1학년 학생과 2학년 학생을 각각 하나로 묶어 원순열의 수를 구한다.)

1학년 학생 2명, 2학년 학생 2명, 3학년 학생 3명이 있다. 이 7명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때, 1학년 학생끼리 이웃하고 2학년 학생끼리 이웃하게 되는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점)

단서 1학년 2명을 한 학생으로 2학년 2명을 한 학생으로 생각해.



① 96　② 100　③ 104
④ 108　⑤ 112

1st 1학년 학생 2명과 2학년 학생 2명을 각각 한 학생으로 생각하여 원형으로 배열하는 경우의 수를 구하자.

1학년 학생 2명과 2학년 학생 2명을 각각 묶어서 한 학생으로 생각하면 전체 학생은 5명이다.

따라서 5명의 학생을 원형으로 배열하는 경우의 수는

$\frac{5!}{5}=4!=24$ → n개를 원형으로 나열하는 원순열의 수는 $\frac{n!}{n}$

2nd 1학년 학생 2명과 2학년 학생 2명이 각각 자리를 바꾸는 경우의 수를 구하자.

1st 의 각각에 대하여 1학년 학생 2명이 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 2, 2학년 학생 2명이 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 2이다.

3rd 경우의 수를 구하자.

따라서 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여

$24\times2\times2=96$

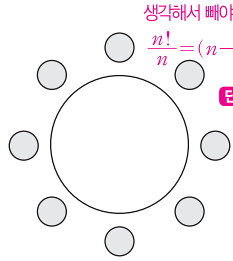
A 08 정답 ② *원순열 [정답률 82%]

(정답 공식: 같은 학급 학생을 각각 하나로 묶어 원순열의 수를 구한다.)

어느 고등학교 3학년의 네 학급에서 대표 2명씩 모두 8명의 학생이 참석하는 회의를 한다. 이 8명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때, 같은 학급 학생끼리 서로 이웃하게 되는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점)

단서 2 회전하여 같은 경우는 중복되는 것으로 생각해서 빼야겠지? 그래서 원순열의 수를 $\frac{n!}{n}=(n-1)!$ 이렇게 구하는 거야.

단서 1 서로 이웃하기 위해서는 같은 학급의 학생을 한 학생으로 생각해.



① 92　② 96　③ 100
④ 104　⑤ 108

1st 같은 학급의 학생을 각각 한 학생으로 생각하여 원형으로 배열하는 경우의 수를 구하자.

같은 학급의 학생 2명을 한 학생으로 보고 네 학생을 먼저 배열하는 원순열의 수는

$\frac{4!}{④}=3\times2\times1=6$ [원순열] 서로 다른 n개를 원형으로 나열하는 원순열의 수는 $\frac{n!}{n}=(n-1)!$

→ 네 학생이 원 모양의 탁자에 둘러앉으므로 4가지의 중복되는 경우가 생겨.

2nd 각 학급마다 대표 2명씩의 자리를 정하자.

각 학급마다 대표 2명씩 자신의 자리를 정하는 경우의 수는

$2^4=16$ → 각 학급마다 대표가 2명이고 이들이 서로 자리를 바꾸어 앉는 경우의 수는 2가지씩이야.

3rd 경우의 수를 구하자.

따라서 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여 $6\times16=96$

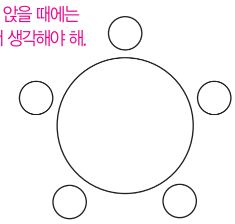
A 09 정답 ④ *원순열 [정답률 89%]

(정답 공식: 서로 다른 n개를 일렬로 나열한 것을 원형으로 배열하면 같은 것이 n가지씩 있으므로 원순열의 수는 $\frac{n!}{n}$이다.)

다섯 명이 둘러앉을 수 있는 원 모양의 탁자와 두 학생 A, B를 포함한 8명의 학생이 있다. 이 8명의 학생 중에서 A, B를 포함하여 5명을 선택하고 이 5명의 학생 모두를 일정한 간격으로 탁자에 둘러앉게 할 때, A와 B가 이웃하게 되는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점)

단서 1 그럼 A, B를 제외한 학생 6명 중에서 3명을 선택해야 해.

단서 2 서로 이웃하게 앉을 때에는 하나로 묶어서 생각해야 해.



① 180　② 200　③ 220　④ 240　⑤ 260

1st 먼저 학생을 선택하자.

8명의 학생 중에서 A, B를 포함하여 5명을 선택하려면 8명 중에서 A, B를 제외한 나머지 6명의 학생 중에서 3명만 선택하면 되므로 경우의 수는

주의 학생 수와 앉을 수 있는 의자 개수가 다르지? 원순열의 문제에서는 어떤 경우들이 서로 중복되어 나누어야 하는지를 명확히 알고 있어야 실수하지 않을 수 있어. 단순히 사람 수로 나누지 않도록 주의하렴.

6명 중에서 5명을 선택하지 않도록 주의해야 해.

${}_6C_3=\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20$

2nd A, B를 이웃하게 앉히자.

A, B를 하나로 묶어서 총 4명을 원 모양의 탁자에 앉힌 후, A, B의 자리를 바꾸는 경우까지 생각하면 경우의 수는

2명을 하나로 묶으면 자리를 바꾸는 경우를 반드시 생각해 봐야 해.

$(4-1)!\times2=3!\times2=12$

3rd 경우의 수를 구하자.

따라서 구하는 경우의 수는

$20\times12=240$이다.

경우의 수에 대한 곱의 법칙에 의하여 두 경우의 수를 곱해야 해.

수능 핵강

원순열은 최근 다각형 모양의 탁자가 아닌 원 모양의 탁자에서 조건을 추가하여 묻는 문제가 나오고 있어. 이웃하거나 마주보는 등의 유형을 많이 접해두면 문제를 해결하는 데 수월할 거야.

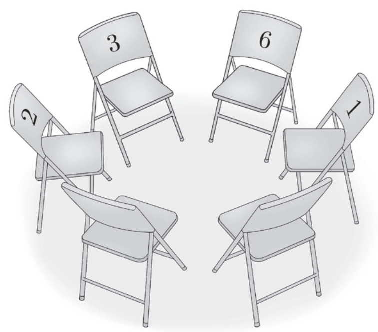
1등급 마스터 문제 [4점 + 2등급 킬러 + 1등급 킬러]

A 97 정답 48 ✪ 2등급 킬러 [정답률 15%]

단서1 1부터 6까지의 자연수 중에서 곱이 12가 되는 경우는 2×6과 3×4뿐이야.

1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 6개의 의자가 있다. 이 6개의 의자를 일정한 간격을 두고 원형으로 배열할 때, 서로 이웃한 2개의 의자에 적혀 있는 수의 곱이 12가 되지 않도록 배열하는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (4점)

단서2 회전하여 일치하는 경우가 생기지 않도록 처음에 하나의 수를 기준으로 잡고 나머지 수를 배치하는 것이 좋아.



✪ 이 문제는 조건을 만족시키는 원순열의 수를 찾는 문제이다.
이를 위해서는 조건을 만족시키는 경우가 무엇인지, 그리고 그에 따라 원순열의 개수를 어떻게 셀 수 있는지 파악하는 게 중요하다.

[풀이 단서 체크]

❶ 먼저, 서로 이웃한 2개의 의자에 적힌 수의 곱이 12가 되는 경우는 3×4와 6×2 뿐이다. 따라서 두 가지 경우로 나누어 계산하도록 한다. ⇒ 단서1

❷ 이제, 12가 되지 않도록 하기 위해서는 전체 경우의 수에서 12가 되는 경우의 수를 빼는 방식으로 계산한다.

❸ 마지막으로, 회전하여 일치하는 것을 같은 것으로 보기 때문에 원순열이므로 원순열을 계산하기 위해서는 처음 하나의 수를 고정하여 기준으로 삼고 나머지를 배치하는 방식으로 경우의 수를 세야 한다. ⇒ 단서2

주의 12가 되는 경우는 3×4와 6×2의 두 가지가 각각 이웃하면서 모두 이웃하게 배열되는 경우가 있다. 이 경우는 3×4가 서로 이웃하는 경우의 수와 6×2가 서로 이웃하는 경우의 수의 중복되는 경우이므로 이를 고려하여 구하는 경우의 수에서 빼야 한다.

핵심 정답 공식: 서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 경우의 수는 $\frac{n!}{n}=(n-1)!$

[문제 풀이 순서]

* 조건을 만족시키는 원순열의 수 계산하기

1st 전체 경우의 수를 구하자.

6개의 의자를 원형으로 배열하는 경우의 수는
$(6-1)!=5!=5\times4\times3\times2\times1=120$

2nd 여사건의 경우의 수를 이용하기 위하여 서로 이웃한 2개의 의자에 적혀 있는 수의 곱이 12가 되는 경우의 수를 구하자.

서로 이웃한 2개의 의자에 적혀 있는 수의 곱이 12가 되는 경우가 있도록 배열하는 경우는 다음과 같이 생각할 수 있다.

여사건의 경우의 수를 이용해, 서로 이웃한 2개의 의자에 적혀 있는 수의 곱이 12가 되지 않는 경우의 수를 구하려면 (전체 경우의 수)−(서로 이웃한 의자에 적힌 수의 곱이 12인 경우)

(i) 2, 6이 각각 적힌 두 의자가 이웃하게 배열되는 경우
2, 6이 각각 적힌 두 의자를 1개로 생각하여 의자 5개를 원형으로 배열하는 경우의 수는 $(5-1)!=4!=4\times3\times2\times1=24$

서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 경우의 수는 $\frac{n!}{n}=(n-1)!$

이 각각에 대하여 2, 6이 각각 적힌 두 의자의 자리를 서로 바꾸는 경우의 수는 $2!=2$
따라서 이 경우의 수는 $24\times2=48$

(ii) 3, 4가 각각 적힌 두 의자가 이웃하게 배열되는 경우
3, 4가 각각 적힌 두 의자를 1개로 생각하여 의자 5개를 원형으로 배열하는 경우의 수는
$(5-1)!=4!=4\times3\times2\times1=24$
이 각각에 대하여 3, 4가 각각 적힌 두 의자의 자리를 서로 바꾸는 경우의 수는 $2!=2$
따라서 이 경우의 수는 $24\times2=48$

(iii) 2, 6이 각각 적힌 두 의자와 3, 4가 각각 적힌 두 의자가 모두 이웃하게 배열되는 경우
2, 6이 각각 적힌 두 의자를 1개로 생각하고, 3, 4가 각각 적힌 두 의자를 1개로 생각하여 의자 4개를 원형으로 배열하는 경우의 수는
$(4-1)!=3!=3\times2\times1=6$
이 각각에 대하여 2, 6이 각각 적힌 두 의자의 자리를 서로 바꾸고, 3, 4가 각각 적힌 두 의자의 자리를 서로 바꾸는 경우의 수는
$2!\times2!=4$
따라서 이 경우의 수는 $6\times4=24$

(i)~(iii)에 의하여 서로 이웃한 2개의 의자에 적혀 있는 수의 곱이 12가 되는 경우가 있도록 배열하는 경우의 수는 $48+48-24=72$

3rd 여사건을 이용하여 경우의 수를 구하자.

따라서 구하는 경우의 수는 $120-72=48$

[다른 풀이]

서로 이웃한 2개의 의자에 적혀 있는 수의 곱이 12가 되려면 2×6 또는 3×4가 되어야 하기 때문에 2와 6, 3과 4가 적힌 의자가 서로 이웃하지 않는 경우의 수를 구해야 해.

(i) 2와 6이 적힌 두 의자가 마주보게 되는 경우
2와 6이 위치하는 경우가 1가지이고, 이 값이 고정되면서 나머지 수를 위치시키는 데 중복을 고려하지 않아도 괜찮아.
양쪽으로 2개씩의 의자가 있는데 그 각각의 2개 중에 하나씩의 의자에 수가 3, 4가 적힌 의자가 와야 이웃한 수의 곱이 12가 되지 않을 수 있어.
또한, 1, 5가 적힌 의자는 어느 자리에 와도 문제의 조건을 만족시키므로 경우의 수는 $\underbrace{4}_{\text{3의 위치를 정하는 경우의 수야.}}\times\underbrace{2}_{\text{4의 위치를 정하는 경우의 수야.}}\times\underbrace{2!}_{\text{1, 5의 위치를 정하는 경우의 수야.}}=16$

주의 2와 6의 위치를 기준으로 3과 4의 위치가 시계 방향 2칸과 반시계 방향 2칸의 4칸 중에서 고려할 수 있기 때문에 처음 수의 위치를 선택하는 경우의 수는 4이고, 처음 수를 선택한 곳이 아닌 다른 곳의 자리가 2자리 남았으므로 2를 곱해야 해.

(ii) 2와 6이 적힌 두 의자 사이에 하나의 의자가 오는 경우
2와 6이 적힌 두 의자 사이에 3개의 의자가 있는 방향에서 이웃하게 3, 4의 수가 적힌 의자가 오게 되면 문제의 조건을 만족시키지 않으므로 구하는 경우의 수는
$\underbrace{2}_{}\times(4!-2\times2\times2!)=32$
2와 6 사이에 하나의 의자가 오는 경우 2□6□□□과 6□2□□□은 다른 경우이므로 2가지야.

(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는 $16+32=48$

1등급 풀이 Tip

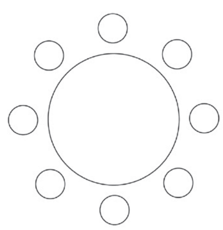
조건을 만족시키는 원순열을 계산할 때는 조건에 따라 원순열의 개념을 바로 적용할 수 없을 때가 많다. 조건이 가능한 경우를 나누어서 생각한 뒤 원순열의 개념을 적용하여 경우의 수를 구할 수 있기 때문에 경우를 잘 나누어서 생각할 수 있어야 한다.

A 98 정답 288 *원순열 [정답률 30%]

정답 공식: 두 남학생 A, B를 묶어 한 학생으로 생각하고, 여학생 C는 여학생들과 이웃하지 않도록 양옆에 남학생을 앉힌다.

두 남학생 A, B를 포함한 4명의 남학생과 여학생 C를 포함한 4명의 여학생이 있다. 이 8명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 다음 조건을 만족시키도록 모두 둘러앉는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (4점)

(가) A와 B는 이웃한다. 단서1 A, B는 묶어서 한 학생으로 생각해야 해.
(나) C는 여학생과 이웃하지 않는다. 단서2 C의 바로 양옆에는 모두 남학생이 앉아야 해. 만약 A가 C 옆에 앉게 되면 AB는 같이 다니니까 BAC 또는 CAB 이런 식으로 앉게 될 걸 예상해 볼 수 있어.



1st 여학생 C의 양옆에 남학생 2명을 앉힌 경우를 생각하자.

A, B가 아닌 두 남학생을 D, E라 하고, 조건 (나)에 의하여 C는 여학생과 이웃하지 않아야 하므로 C의 양옆에 다음과 같이 남학생을 앉히는 경우의 수를 구하자.

(ⅰ) 남학생 D, E가 앉는 경우

C의 양옆에 D, E가 각각 앉는 경우의 수는 $2!=2$

조건 (가)에 의하여 A, B가 이웃하여 앉는 경우의 수는 $2!=2$

남학생 4명과 여학생 4명 즉, 8명을 앉히는 데 남학생 A, B를 한 묶음, 여학생 C와 남학생 D, E를 한 묶음으로 각각 생각해 보면 모두
이렇게 묶고 나면 묶이지 않은 학생은 C를 제외한 여학생 3명만 남게 돼.
5명을 원탁에 앉히는 경우의 수와 같으므로 $(5-1)!=4!=24$

따라서 구하는 경우의 수는 $2\times2\times24=96$

(ⅱ) 남학생 A 또는 B와 이웃하여 앉는 경우
A, B는 서로 이웃해야 하므로 C의 양옆에 동시에 앉을 수는 없어.

A, B가 이웃하여 앉는 경우의 수는 $2!=2$

이 중 한 명이 C와 이웃하여 앉는 경우의 수는 $2!=2$

남은 C의 옆 자리에 D 또는 E 중의 한 명이 앉는 경우의 수는

${}_2C_1=2$

이 각각의 경우에 대하여 A, B, C와 D, E 중 한 명까지 하나의 묶음으로 생각하면 모두 5명을 원탁에 앉히는 경우의 수와 같으므로

$(5-1)!=4!=24$

따라서 구하는 경우의 수는

$2\times2\times2\times24=192$

2nd 경우의 수를 구하자.

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 구하는 경우의 수는

$96+192=288$이다.

[다른 풀이]

A, B를 한 사람으로 보고 전체 7명을 탁자에 앉히는 경우를 생각하자.
우선 C를 앉히는 경우의 수는 1, C와 이웃하지 않은 남은 4자리에
여학생 3명을 앉히는 경우의 수는 ${}_4P_3=24$,
나머지 3자리에 남학생을 배치하는 경우의 수는 ${}_3P_3=6$,
마지막으로 A, B가 자리 바꾸는 경우의 수는 $2!$이므로
전체 경우의 수는 $24\times6\times2=288$

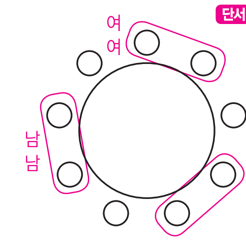
A 99 정답 48 *원순열과 분할과 분배하는 방법 [정답률 35%]

정답 공식: 2명씩 조를 만드는 경우의 수를 구한다. 3개의 조를 원순열의 형태로 배열한다.

남학생 4명, 여학생 2명이 그림과 같이 9개의 자리가 있는 원탁에 다음 두 조건에 따라 앉으려고 할 때, 앉을 수 있는 모든 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (4점)

(가) 남학생, 여학생 모두 같은 성별끼리 2명씩 조를 만든다.
(나) 서로 다른 두 개의 조 사이에 반드시 한 자리를 비워둔다.

단서 두 조건 (가), (나)를 만족시키는 원순열로 생각해야겠네. 두 조건을 그림에 표시해 보면서 문제를 이해해 보자.



1st 먼저 같은 성별끼리 2명씩 조를 만드는 경우의 수부터 구하자.

조건 (가)에서 같은 성별끼리 2명씩 조를 만들어야 하는데 여학생은 2명뿐이므로 여학생 조는 결정되어 있다.

따라서 6명의 학생을 2명씩 3개 조로 만드는 경우의 수는 남학생 4명을 2개 조로 만드는 경우의 수와 같으므로

${}_4C_2\times{}_2C_2\times\boxed{\frac{1}{2!}}=3$ → 나누는 조원의 수가 같을 때, 팀의 개수 n의 계승 $n!$만큼 나누어주자.

2nd 원순열을 이용하여 자리에 앉을 수 있는 경우의 수를 구하자.

또, 조건 (나)에서 서로 다른 두 개의 조 사이에 반드시 한 자리를 비워두어야 하므로 조를 원탁에 앉히고 각 조 사이에 빈 자리를 1개씩 끼워 넣으면 된다.

이때, 경우의 수는 원순열이므로 $(3-1)!=2!=2$
회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 볼 때 적용해.

조 ← 빈 자리
조 조

그런데 같은 조끼리는 자리를 바꿀 수도 있으므로 이 경우의 수는

$2\times2\times2=8$

$\therefore$ (구하는 경우의 수)$=3\times2\times8=48$

실수 여러 명을 한 조로 묶는다는 게 나오면 조 안에서 자리를 바꾸는 걸 꼭 세어야 해.

A 100 정답 97 *중복순열-수 나열 [정답률 35%]

정답 공식: 숫자 4가 쓰이는 경우와 쓰이지 않는 경우로 나눈다.

숫자 1, 2, 3, 4 중에서 중복을 허락하여 네 개를 선택한 후 일렬로 나열할 때, 다음 조건을 만족시키도록 나열하는 경우의 수를 구하시오. (4점)

단서1 총 네 번 중에 한 번 이상이기 때문에 한 번은 고정으로 넣어 두고 경우를 나누는 것이 쉬워.

(가) 숫자 1은 한 번 이상 나온다.
(나) 이웃한 두 수의 차는 모두 2 이하이다.

단서2 1과 4의 차가 3이기 때문에 1과 4를 택하는 경우를 기준으로 경우를 나누어야 해.

1st 조건 (나)를 통해 숫자 4를 선택하는 경우를 기준으로 경우를 나누어서 경우의 수를 구하자.

조건 (가)에 의하여 1은 한 번 이상 선택해야 하고, 1과 차가 2보다 큰 수는 4뿐이므로 숫자 4를 기준으로 이웃한 두 수의 차가 모두 2 이하인 경우를 나눠 보자.

A 108 정답 ④ *분할과 분배하는 방법 [정답률 20%]

정답 공식: 8명을 조건에 맞게 분할하는 방법을 순서쌍으로 나타내면 $(4,3,1)$, $(4,2,2)$, $(3,3,2)$로 총 3가지이다.

백설공주와 일곱 난쟁이가 서로 같은 3대의 마차에 나누어 타고 파티장에 가려고 한다. 다음 조건을 만족시키면서 8명이 모두 마차에 탈 수 있는 서로 다른 방법의 수는? (4점)

단서1 빈 마차가 존재하지 않으므로 조건 (가)에 의해 1명에서 4명까지 배치 가능해.

(가) 마차 한 대에는 최대 4명까지 탈 수 있다.
(나) 모든 마차에는 적어도 한 명 이상 타고 간다.
(다) 백설공주 혼자서는 타지 않는다.

단서2 1명이 배치될 경우 백설공주인 경우는 제외!

① 490 ② 525 ③ 560
④ 735 ⑤ 770

1st 마차 1대에 1명이 타는 방법의 수를 생각해 보자.
→ 백설공주가 아니어야 해.

(i) (4명, 3명, 1명)으로 분할하는 방법의 수 :
먼저 8명을 (4명, 3명, 1명)으로 분할하는 경우는
${}_8C_4\times{}_4C_3\times{}_1C_1=70\times4=280$(가지)
1명이 백설공주인 경우는 일곱 난쟁이를 (4명, 3명)으로 분할하는 경우이므로 ${}_7C_4\times{}_3C_3=35$(가지)
즉, 백설공주 혼자 타는 경우를 제외한 방법의 수는
$280-35=245$

2nd 모든 마차에 2명 이상이 타는 방법의 수를 생각해 보자.

(ii) (4명, 2명, 2명)으로 분할하는 방법 :
$${}_8C_4\times{}_4C_2\times{}_2C_2\times\frac{1}{2!}=70\times6\times\frac{1}{2}=210\text{(가지)}$$

주의
조를 나눌 때 조원이 같은 조가 n개 생기면 꼭 $\frac{1}{n!}$을 곱해줘야 해!

(iii) (3명, 3명, 2명)으로 분할하는 방법 :
$${}_8C_3\times{}_5C_3\times{}_2C_2\times\frac{1}{2!}=56\times10\times\frac{1}{2}=280\text{(가지)}$$

(i)~(iii)에 의하여 구하는 방법은
$245+210+280=735$(가지)

[다른 풀이] ❶

(i) (4명, 3명, 1명)으로 분할하는 방법 :
먼저 마차 1대에 1명이 타는 경우는 백설공주를 제외한 일곱 난쟁이 중 1명이 타는 경우이므로 7가지
나머지 7명을 (4명, 3명)으로 분할하는 경우는 ${}_7C_4\times{}_3C_3=35$(가지)
따라서 구하는 방법은 $7\times35=245$(가지)
(이하 동일)

[다른 풀이] ❷

백설공주를 빼고 7명을 2개의 조건 (가), (나)를 만족시키도록 배치한 후 마지막에 3곳 중 한 곳에 백설공주를 태우면 되겠지?

(i) (4명, 2명, 1명)일 때 → 3대 중 2대에만 탈 수 있지?
$({}_7C_4\times{}_3C_2\times{}_1C_1)\times2=(35\times3\times1)\times2=210$
난쟁이 7명을 먼저 마차 3대에 태워.

(ii) (3명, 3명, 1명)일 때
$$\left({}_7C_3\times{}_4C_3\times{}_1C_1\times\frac{1}{2!}\right)\times3=\left(35\times4\times1\times\frac{1}{2}\right)\times3=210$$

(iii) (3명, 2명, 2명)일 때 → 3대에 모두 탈 수 있지?
$$\left({}_7C_3\times{}_4C_2\times{}_2C_2\times\frac{1}{2!}\right)\times3=\left(35\times6\times1\times\frac{1}{2}\right)\times3=315$$

따라서 구하는 방법의 수는 $210+210+315=735$

경찰대, 삼사 기출 문제 [2점, 3점, 4점, 5점]

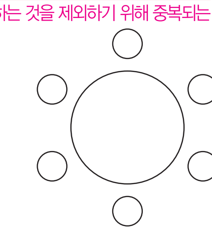
A 109 정답 ① *원순열 [정답률 80%]

정답 공식: 서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 경우의 수는 $\frac{n!}{n}=(n-1)!$

단서1 서로 이웃하기 위해서는 묶어놓고 문제를 시작해야 해.

숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6이 하나씩 적혀 있는 6개의 공이 있다. 이 6개의 공을 일정한 간격을 두고 원형으로 배열할 때, 3의 배수가 적혀 있는 두 공이 서로 이웃하도록 배열하는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점)

단서2 회전하여 일치하는 것을 제외하기 위해 중복되는 것만큼을 나누어 주어야 해.



① 48 ② 54 ③ 60
④ 66 ⑤ 72

1st 서로 이웃하는 수를 묶어 경우의 수를 구하자.

3의 배수에 해당하는 두 수는 3, 6이므로 이를 한 묶음으로 묶으면 전체 5개의 수를 배열하는 경우의 수는
1, 2, 3, 4, 5의 다섯 개를 원형으로 나열하는 경우의 수를 구해야 해.
$\frac{5!}{5}=4\times3\times2\times1=24$
그 각각의 경우에 대하여 3과 6의 자리를 정하는 경우의 수는 $2!=2$
따라서 구하는 경우의 수는 $24\times2=48$

[다른 풀이]

3과 6을 먼저 나열하는 경우의 수는 $1\times2=2$
3이 적힌 공을 먼저 두거나 6이 적힌 공을 먼저 두거나 할 때, 처음 공을 원형으로 놓으면 회전하는 모든 경우가 일치하므로 그 경우의 수는 1이야.
나머지 4개의 숫자를 원형으로 배열하는 경우의 수는 $4!=24$
따라서 구하는 경우의 수는 $2\times24=48$

A 110 정답 ③ *원순열 [정답률 67%]

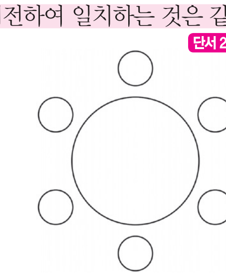
정답 공식: 서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 원순열의 수는 $\frac{n!}{n}=(n-1)!$

세 학생 A, B, C를 포함한 6명의 학생이 있다. 이 6명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때, A와 C는 이웃하지 않고, B와 C도 이웃하지 않도록 앉는 경우의 수는?

단서1 두 조건에 모두 학생 C가 관여하고 있어. 따라서 C를 기준으로 이 조건을 바꿔보면 'C는 A와 B 둘 중 누구와도 이웃하지 않는다.'

(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점)

단서2 이 단서 조항이 있기에 중복되는 경우를 반드시 마지막에 나누어 주어야 해.



① 24 ② 30 ③ 36 ④ 42 ⑤ 48

1st 상황을 간단히 정리해 보자.

A와 C는 이웃하지 않고, B와 C도 이웃하지 않으므로 C는 두 학생 A, B와 모두 이웃하지 않으면 되므로 다음 두 가지 경우로 나누자.

함정 A와 C는 이웃하지 않고, B와 C도 이웃하지 않도록 앉으면 A, B는 이웃하여 앉을 수도 있어.

(i) 세 학생 A, B, C 모두 이웃하지 않는 경우

(ii) A, B가 이웃하고, C는 A, B와 이웃하지 않는 경우

2nd 각 경우의 수를 구하자.

(i) 세 학생 A, B, C 모두 이웃하지 않는 경우

세 학생 A, B, C가 원 모양의 탁자에 모두 둘러 앉는 경우의 수는

$(3-1)!=2!=2$

남은 3명의 학생이 그 사이사이에 앉는 경우의 수는

${}_3P_3=3\times2\times1=6$

따라서 구하는 경우의 수는 $2\times6=12$

(ii) A, B가 이웃하고, C는 A, B와 이웃하지 않는 경우

A, B가 이웃하여 앉는 경우의 수는 A, B를 묶어 하나로 보고, 둘이 자리를 바꾸는 경우의 수와 같으므로 $2!=2$

$\boxed{A, B}$의 양옆에는 C가 앉으면 안되므로

양옆 자리를 제외한 2자리 중에서 C가 앉는 경우의 수는 $2!=2$

남은 3명의 학생이 앉는 경우의 수는 ${}_3P_3=3\times2\times1=6$

따라서 구하는 경우의 수는 $2\times2\times6=24$

3rd 구하는 경우의 수를 구하자.

(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는 $12+24=36$

[다른 풀이]

A와 C는 이웃하지 않고, B와 C도 이웃하지 않으므로 C를 먼저 앉히자.

학생 C가 6명 중 제일 먼저 앉는 경우의 수는 1

6개의 자리에 처음으로 C가 앉으면 어느 자리에 앉던지 같은 경우야.

이 경우에 대하여 두 학생 A, B는 학생 C의 양옆에는 앉지 못하므로

남은 $5-2=3$(개)의 자리 중에서 앉아야 하므로

그 경우의 수는 ${}_3P_2=3\times2=6$

남은 3개의 자리에 남은 3명의 학생이 앉는 경우의 수는 $3!=6$

문제에서 묻는 상황이 6명이 모두 앉는 상황이기 때문에 반드시 남은 3명의 학생도 자리에 앉혀야 해.

$\therefore$ (구하는 경우의 수)$=1\times6\times6=36$

A 111 정답 ③ *원순열 [정답률 58%]

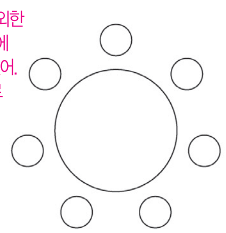
(정답 공식: 서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 방법의 수는 $(n-1)!$)

단서1 원순열이므로 한 자리를 고정해야 해.

그림과 같이 원형 탁자에 7개의 의자가 일정한 간격으로 놓여 있다. A, B, C를 포함한 7명의 학생이 모두 이 7개의 의자에 앉으려고 할 때, A, B, C 세 명 중 어느 두 명도 서로 이웃하지 않도록 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) (3점)

단서3 원순열을 의미해.

단서2 7명 중 A, B, C를 제외한 4명을 앉히고 그 사이에 A, B, C를 앉힐 수 있어. 이때, 사람은 각각 서로 다르므로 순서를 고려해야 해.



① 120 ② 132 ③ 144 ④ 156 ⑤ 168

1st A, B, C가 아닌 나머지 네 명을 원탁에 먼저 배치하자.

주의 여사건을 이용하여 풀려면 A, B, C가 서로 이웃하지 않은 경우는 3명이 연달아 앉거나, 2명이 연달아 앉고 나머지 1명이 떨어져 앉는 경우를 각각 구해야 해.

A, B, C가 아닌 나머지 네 명을 앉히는 원순열의 수는

$(4-1)!=3!=3\times2\times1=6$이다.

원순열이므로 회전하여 일치하지 않도록 하는 방법은 4명 중 한 명을 고정하고 나머지 3명을 일렬로 나열하는 것과 같아.

2nd 네 명 사이 사이에 A, B, C를 배치해.

원탁에 배치된 네 명 사이의 자리 4군데 중 3군데를 선택해서 A, B, C를 배치하면 되므로

서로 다른 n개에서 중복없이 r개를 선택하는 방법은 조합의 수이므로 ${}_nC_r=\frac{n!}{(n-r)!r!}$ (단, $n\ge r$)

이미 네 명을 앉혔으므로 회전하여 같은 경우가 생길 수 없으므로 A, B, C를 앉히는 건 일렬로 세우는 경우와 같아.

${}_4C_3\times3!={}_4C_1\times3!$

$=4\times3\times2\times1=24$

위에서 선택한 3군데에 서로 다른 세 사람 A, B, C를 앉히니까 3!을 곱해야 해.

따라서 구하는 경우의 수는 $6\times24=144$

[다른 풀이] ❶

먼저 A, B, C를 제외한 4명을 원순열로 배치하고 그 각각에 대하여 4명 사이 칸 중 3곳을 선택하여 A, B, C가 앉을 자리를 정하면 되므로

$\frac{4!}{4}\times{}_4P_3=6\times4\times3\times2=144$

서로 다른 n개에서 중복없이 r개를 선택해서 일렬로 나열하는 순열의 수이므로

${}_nP_r=n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)$

$=\frac{n!}{(n-r)!}$ (단, $n\ge r$)

[다른 풀이] ❷

여사건을 이용하면 7명을 원탁에 배열하는 방법은 한 명을 고정한 나머지 6명을 일렬로 세우는 것과 같으므로 $6!$

A, B, C를 1명으로 보면 5명이 원형 탁자에 앉는 경우의 수는 $(5-1)!=4!$

A, B, C 세 명이 모두 이웃한 경우 $3!4!$

A, B, C가 자리 바꾸는 경우의 수

A, B를 이웃하여 앉히고, 그 양 옆 2자리를 포함해서 4자리를 1자리로 보면 전체 4명이 원형 탁자에 앉는 경우의 수는 $(4-1)!=3!$

A, B, C 중 2명이 이웃하는 경우 ${}_3C_2\times2!\times{}_3C_1\times3!\times4$이므로

A, B가 이웃하면 그 양 옆 2자리를 제외한 3자리 중 1자리를 택하여 C를 앉혀.

$6!-(3!4!+{}_3C_2\times2!\times{}_3C_1\times3!\times4)$

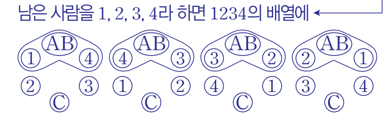
$=6!-(3!4!+3!4!\times3)$

$=6!-3!4!\times4$

$=4!(30-24)=144$

A, B, C 중 이웃하는 2명을 선택하면 ${}_3C_2$ 이들이 자리 바꾸는 경우 2!을 곱해야 해.

남은 사람을 1, 2, 3, 4라 하면 1234의 배열에



이와같이 4가지 경우가 있으므로 4를 곱해줘.

A 112 정답 ③ *중복순열－자연수의 개수 [정답률 79%]

(정답 공식: 1, 2, 3, 3, 3과 같이 같은 숫자가 있는 순열의 수는 $\frac{\text{(전체 숫자의 개수)!}}{\text{(같은 숫자의 개수)!}}=\frac{5!}{3!}$이다.)

모든 자리의 수의 합이 10인 다섯 자리 자연수 중 숫자 1, 2, 3을 각각 한 번 이상 사용하는 자연수의 개수는? (4점)

단서 1, 2, 3을 각각 한 번 이상 사용하니 두 개의 자리 숫자만 결정하면 돼.

① 120 ② 132 ③ 146

④ 158 ⑤ 170

1st 다섯 자리 자연수이니까 각 자리의 수를 1, 2, 3, a, b라고 표현해봐.

숫자 1, 2, 3을 한 번 이상 사용한 다섯 자리 자연수의 각 자리수를 1, 2, 3, a, b라 두자.

이때, a, b는 다섯 자리 자연수를 구성하는 숫자이니까 0 이상 9 이하의 자연수가 되고, a, b가 같은 수가 되어도 돼.

(단, a, b는 음이 아닌 정수이다.)

2nd 모든 자리의 수의 합이 10임을 이용해.

모든 자리의 수의 합이 10이니까

$1+2+3+a+b=10$

$\therefore a+b=4$

1회 확률과 통계 실전 기출 모의고사 문제편 p. 264

1회 01 정답 ④ *이항분포의 계산 [정답률 90%]

정답 공식: 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}(n, p)$를 따르면 $\mathrm{E}(X)=np$임을 이용한다.

확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(12, \frac{1}{3}\right)$을 따를 때, $\mathrm{E}(X)$의 값은? (2점)

단서 이항분포를 따르는 확률변수 X의 평균을 묻는 문제야.

① 1　② 2　③ 3
④ 4　⑤ 5

1st 이항분포를 따르는 확률변수 X의 평균을 구해.

이항분포 $\mathrm{B}\left(12, \frac{1}{3}\right)$을 따르는 확률변수 X의 평균은
이항분포 $\mathrm{B}(n, p)$를 따르는 확률변수 X의 평균은 np야.

$\mathrm{E}(X)=12\times\frac{1}{3}=4$

1회 02 정답 ⑤ *독립·종속 사건의 계산 [정답률 75%]

정답 공식: $\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$이고, A, B가 독립이면 $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$임을 이용해 $\mathrm{P}(B)$의 값을 계산해 $\mathrm{P}(A\cap B)$를 구한다.

두 사건 A, B가 서로 독립이고,

단서1 $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$이니까 $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{2}\mathrm{P}(B)$

$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{2}$, $\mathrm{P}(A\cup B)=\frac{4}{5}$

단서2 확률의 덧셈정리로 $\mathrm{P}(A)$, $\mathrm{P}(B)$로 나타내어 보자.

일 때, $\mathrm{P}(A\cap B)$의 값은? (3점)

① $\frac{1}{10}$　② $\frac{3}{20}$　③ $\frac{1}{5}$
④ $\frac{1}{4}$　⑤ $\frac{3}{10}$

1st 서로 독립인 두 사건 A, B에 대하여 $\mathrm{P}(A\cup B)$를 $\mathrm{P}(B)$로 나타내어 $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$의 값을 구해. 두 사건 A, B가 서로 독립이니까.

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$
$=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$ 두 사건 A, B가 서로 독립이니까

근데 $\mathrm{P}(A)=\frac{1}{2}$, $\mathrm{P}(A\cup B)=\frac{4}{5}$이므로
두 개의 단서로 $\mathrm{P}(B)$나 $\mathrm{P}(A\cup B)$의 값을 구할 때는 덧셈정리를 이용해.

$\frac{4}{5}=\frac{1}{2}+\mathrm{P}(B)-\frac{1}{2}\mathrm{P}(B)$　$\therefore \mathrm{P}(B)=\frac{3}{5}$

$\therefore \mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{10}$
사건 A, B가 독립이면
곱사건 $A\cap B$의 확률을 두 사건의 확률의 곱으로 표현가능해.
즉, $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

종속사건과 독립사건 개념·공식

① 종속사건
$\mathrm{P}(A)\neq\mathrm{P}(A|B)$ 또는 $\mathrm{P}(B)\neq\mathrm{P}(B|A)$
② 독립사건
$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A|B)=\mathrm{P}(A|B^C)$
또는 $\mathrm{P}(B)=\mathrm{P}(B|A)=\mathrm{P}(B|A^C)$
즉, $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

1회 03 정답 ⑤ *중복순열 - 수 나열 [정답률 77%]

정답 공식: 3의 개수에 따라 경우를 나누어 각 경우의 수를 구한다.

세 숫자 1, 2, 3을 중복 사용하여 네 자리의 자연수를 만들 때,
단서1 중복 사용하여 숫자를 배치하고 순서를 고려해야 하니까 중복순열!
1과 2가 모두 포함되어 있는 자연수의 개수는? (3점)
단서2 3이 0개, 1개, 2개인 경우로 나누어 따져볼까?

① 58　② 56　③ 54
④ 52　⑤ 50

1st 3의 개수에 따라 경우의 수를 나누어 자연수의 개수를 구하자.

(i) 3이 0개일 때, 1, 2만 4번 중복하여 배열하는 경우
${}_2\Pi_4-2=2^4-2=14$
1만 중복하거나 2만 중복하는 경우는 제외해야 해.

(ii) 3이 1개일 때, 1, 2, □, 3을 배열하는 경우
□에 1 또는 2가 들어가므로
1, 1, 2, 3 또는 1, 2, 2, 3을 배열하는 경우야.
$2\times\frac{4!}{2!}=24$

(iii) 3이 2개일 때, 1, 2, 3, 3을 배열하는 경우
$\frac{4!}{2!}=12$

(i)~(iii)에 의하여 구하는 경우의 수는 $14+24+12=50$

[다른 풀이]

(세 숫자로 만들 네 자리 자연수)−(1, 3 또는 2, 3만으로 만들 네 자리 자연수)+(3만으로 만들 네 자리 자연수)로 구하면 되므로
세 숫자에서 중복을 허락하여 네 자리 자연수를 만들 전체 경우의 수는
3개 중 4개를 중복을 허락하여 선택하는 순열의 수와 같아.
${}_3\Pi_4=3^4=81$

(i) 1, 3 또는 2, 3을 중복하여 네 자리 자연수를 만들 경우의 수는
2개 중 4개를 중복하는 순열의 수
${}_2\Pi_4\times 2=2^4\times 2=32$
1, 3인 경우, 2, 3인 경우로 2가지야.

(ii) 3만으로 이루어진 네 자리 자연수를 만들 경우의 수는 1

따라서 구하는 자연수의 개수는
$81-32+1=50$이야.
(i)에서 3333이 두 번 있으므로 전체 경우의 수에서 중복해서 빠지므로 (ii)의 경우를 다시 한 번 더해 주어야 해.

1회 04 정답 ③ *중복조합의 이해 - 적어도 [정답률 92%]

정답 공식: 먼저 각 종류별로 하나씩 선택한 뒤, 나머지는 중복조합으로 계산한다.

사과 주스, 포도 주스, 감귤 주스 중에서 8병을 선택하려고 한다. 사과 주스, 포도 주스, 감귤 주스를 각각 적어도 1병 이상씩 선택하는 경우의 수는? (단, 각 종류의 주스는 8병 이상씩 있다.) (3점)

① 17　② 19　③ 21
④ 23　⑤ 25

단서 3개 주스를 각각 1병씩 미리 선택하면 되지? 즉, 3개 종류의 주스 중에서 5병을 선택하면 되네.

1st 적어도 1병 이상씩 선택하기 위해서 먼저 각각 주스를 하나씩 선택하고 나머지를 선택하는 경우를 구하자.

8병 중 각각 주스를 하나씩 선택했다고 하고 나머지 5병을 선택하는 경우의 수를 구하는 것과 같다.
$=8-3$

즉, 사과 주스, 포도 주스, 감귤 주스 3종류의 주스 중 중복을 허락하여 5개를 선택하는 경우의 수를 구하는 것이므로
3개 중 5개를 중복을 허락하여 선택하는 조합이지?

$\therefore$ (구하는 방법의 수)$={}_3\mathrm{H}_5={}_{3+5-1}\mathrm{C}_5={}_7\mathrm{C}_5={}_7\mathrm{C}_2=\frac{7\times 6}{2\times 1}=21$