Xi story 중등 수학 2(하) 해설편

Contents

★ 빠른정답찾기는 p.2~7에서 제공합니다.
★ 개념 다지기의 문제는 빠른정답찾기에서 정답만을 제공합니다.

빠른 정답 찾기

J 삼각형의 성질

문제편 p. 12

[개념 다지기]

001 55° **002** 56° **003** 115° **004** 126° **005** 4

006 16 **007** 90 **008** 36 **009** 10 **010** 8

011 4 **012** 10 **013** 직각삼각형, 빗변 **014** 예각

015 변 **016** RHA 합동 **017** 4 cm **018** 25°

019 △DEF **020** RHS 합동 **021** 60° **022** 30°

023 4 **024** 40 **025** 54 **026** 8 cm **027** 3

028 꼭짓점, 외심 **029** × **030** ○ **031** ×

032 ○ **033** ○ **034** △COF, SAS 합동

035 △AOD, SAS 합동 **036** 5 cm **037** $\angle$OCA **038** 8 cm

039 12 cm **040** 점 D **041** 4 cm **042** 60° **043** 35

044 38 **045** 90° **046** 61° **047** 60° **048** 100°

049 변, 내심 **050** ○ **051** × **052** ○ **053** ×

054 × **055** 30° **056** 18° **057** 42° **058** 2 cm

059 5 cm **060** 8 cm **061** 40 **062** 10 **063** 110

064 30 **065** 130° **066** 2 cm

[유형 다지기]

067 ② **068** 해설 참조 **069** 86° **070** ②

071 63° **072** ④ **073** ② **074** ③

075 50°, 9 cm **076** ① **077** 5 cm **078** ⑤

079 ⑤ **080** ① **081** 40° **082** ② **083** ①

084 20° **085** ②, ④ **086** ② **087** ① **088** 70°

089 ⑤ **090** 해설 참조 **091** 해설 참조

092 ③ **093** ⑤ **094** ③ **095** 4 cm **096** 30°, 1

097 ② **098** ① **099** 25° **100** ① **101** 67

102 ② **103** 34° **104** 40 cm^2 **105** 10 cm **106** 32 cm^2

107 5 cm **108** ② **109** ④ **110** ② **111** 4 cm

112 ② **113** 19 cm^2 **114** 12, 55° **115** 70° **116** ①

117 62° **118** ③ **119** 55° **120** ③ **121** 74°

122 ③ **123** 40° **124** 110° **125** 30° **126** ②

127 ③ **128** ③, ④ **129** 4 **130** 5 cm **131** 18 cm

132 3 **133** ⑤ **134** 4 cm **135** 6 cm^2 **136** ⑤

137 7 cm **138** 25 **139** ⑤ **140** ④ **141** 130°

142 98° **143** 60° **144** ⑤ **145** ① **146** ④

147 해설 참조 **148** ㄱ과 ㅁ, ㄴ과 ㄹ **149** 125°

150 9° **151** 117° **152** $\frac{17}{2}\pi\ \text{cm}^2$ **153** 17π cm

154 11π cm **155** ⑤

[잘 틀리는 유형 훈련]

156 58° **157** ① **158** 66° **159** 110° **160** 7 cm

161 32 cm **162** ⑤ **163** 60° **164** 65° **165** 12 cm

166 6 cm **167** ③ **168** 51° **169** ② **170** $\pi\ \text{cm}^2$

171 ④ **172** 17 cm **173** 3 cm **174** ② **175** ③

176 ① **177** ④

[서술형 다지기]

178 35° **179** 17° **180** 120° **181** 40° **182** 44°

183 7 cm **184** 24 cm **185** 46 cm^2 **186** 150° **187** 34°

[최고난도 만점 문제]

188 300 cm^2 **189** ⑤ **190** 3 : 1 **191** 397 **192** 30

193 12°

K 평행사변형의 성질

문제편 p. 40

[개념 다지기]

001 $\overline{DC}$ **002** $\overline{AD}$ **003** $\angle C$ **004** 6 cm **005** 8 cm

006 $\angle B=80^\circ$, $\angle C=100^\circ$, $\angle D=80^\circ$

007 $\overline{OA}=\overline{OC}=5$ cm **008** $\overline{OB}=\overline{OD}=6$ cm

009 $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$

010 $\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$ **011** $\overline{SR}$, $\overline{QR}$

012 $\overline{SR}$, $\overline{QR}$ **013** $\angle R$, $\angle S$ **014** $\overline{OR}$, $\overline{OS}$

015 $\overline{SR}$, $\overline{SR}$, $\overline{QR}$, $\overline{QR}$ **016** 15 cm^2 **017** 64 cm^2 **018** 10 cm^2

019 20 cm^2 **020** 40 cm^2

[유형 다지기]

021 $\angle x=28^\circ$, $\angle y=47^\circ$ **022** ③ **023** ④

024 20° **025** 16 cm **026** 해설 참조 **027** ③

028 ④ **029** 18 cm **030** ③

031 $\angle B=\angle D=65^\circ$, $\angle C=115^\circ$　032 해설 참조
033 ④　034 ③　035 ②　036 34°
037 $\angle C=45^\circ$, $\angle D=135^\circ$　038 ②　039 ⑤
040 ③　041 ③　042 ①　043 18　044 ③
045 ①　046 22 cm　047 65　048 ③　049 10 cm^2
050 ③　051 ③　052 해설 참조
053 해설 참조　054 ①　055 ⑤　056 ④
057 ③　058 $x=56$, $y=10$　059 ④　060 20
061 ⑤　062 ②, ④　063 117°　064 38°　065 30 cm^2
066 ④　067 ④　068 25 cm^2　069 ③　070 ④
071 14 cm^2　072 20 cm^2

[잘 틀리는 유형 훈련]

073 3 cm　074 3 cm　075 8 cm　076 2 : 1 : 2
077 114°　078 75°　079 126°　080 40°　081 90°
082 50°　083 ②　084 ①　085 해설 참조
086 해설 참조　087 ③　088 ③　089 135°
090 60°　091 9 cm^2　092 12 cm^2　093 ③　094 ②

[서술형 다지기]

095 65　096 27 cm　097 44°　098 64°　099 30°
100 18 cm　101 18　102 63°　103 48 cm^2

[최고난도 만점 문제]

104 ⑤　105 12 cm^2　106 90°　107 24 cm^2　108 ③

L 여러 가지 사각형의 성질

문제편 p. 58

[개념 다지기]

001 5　002 55　003 20　004 100　005 ㄱ, ㄹ
006 $x=6$, $y=90$　007 $x=50$, $y=40$　008 ㄴ, ㅁ
009 14　010 90　011 ㄱ, ㄷ　012 ㄷ, ㅁ　013 8
014 70　015 9　016 70　017 ×　018 ○
019 ○　020 마름모　021 마름모　022 직사각형
023 정사각형　024 평행사변형　025 마름모
026 직사각형　027 정사각형　028 5 cm^2
029 60　030 △DBC　031 △DAC　032 △OAB　033 15 cm^2
034 90 cm^2　035 40 cm^2　036 20 cm^2　037 2 : 1　038 24 cm^2

[유형 다지기]

039 ④　040 26　041 ④　042 30°
043 해설 참조　044 해설 참조　045 ②
046 ③　047 직사각형　048 3　049 ④
050 ④　051 ②　052 12 cm^2　053 ③　054 ③
055 해설 참조　056 해설 참조　057 8 cm
058 마름모　059 ②　060 ③　061 ③　062 ⑤
063 20°　064 ②　065 65°　066 ②, ⑤　067 ①, ⑤
068 정사각형　069 ④　070 ②, ④
071 해설 참조　072 105°　073 ④　074 ②
075 3 cm　076 12 cm　077 ③　078 62 cm　079 ⑤
080 ②, ③　081 ④　082 ②　083 ⑤　084 ⑤
085 ⑤　086 ㄴ, ㄹ, ㅂ　087 직사각형, 60°
088 ④　089 마름모　090 평행사변형　091 ④
092 20　093 ①　094 ②, ④　095 ③　096 ③
097 ⑤　098 ⑤　099 24 cm^2　100 ③　101 6 cm^2
102 ①　103 ③　104 ②　105 36 cm^2　106 24 cm^2
107 ①　108 100 cm^2　109 ②　110 45 cm^2　111 12 cm^2
112 ④　113 ①　114 ②

[잘 틀리는 유형 훈련]

115 ②　116 ②　117 ⑤　118 $x=35$, $y=12$
119 64°　120 65°　121 ②　122 ⑤　123 60°
124 75°　125 120°　126 30°　127 ①　128 6 cm^2
129 65 cm^2　130 45 cm^2　131 ③　132 ⑤　133 ②
134 ③　135 ④　136 ④

[서술형 다지기]

137 19　138 2　139 90 cm^2　140 54 cm^2　141 11
142 135°　143 20°　144 14 cm^2　145 12 cm^2　146 16 cm^2

[최고난도 만점 문제]

147 ③　148 25 cm^2　149 ④　150 ③　151 ③
152 ③

빠른 정답 찾기

M 도형의 닮음

문제편 p. 82

[개념 다지기]

001 점 E　002 $\overline{AC}$　003 $\angle F$　004 $1:2$　005 8 cm
006 30°　007 $1:3$　008 9 cm　009 60°　010 $3:2$
011 면 A′B′E′D′　012 8 cm　013 40°　014 ㄱ, ㅁ, ㅂ
015 ㄱ과 ㅁ(SAS 닮음), ㄴ과 ㅂ(AA 닮음), ㄷ과 ㄹ(SSS 닮음)
016 $\triangle ACE \backsim \triangle BDE$　017 SAS 닮음　018 $\frac{9}{2}$ cm
019 1　020 6

[유형 다지기]

021 (1) 점 E (2) $\angle F$ (3) $\overline{GH}$　022 ㄱ, ㅁ　023 ④
024 ②　025 $2:3$　026 ①　027 ⑤　028 3 cm
029 45°　030 ③　031 86　032 30 cm　033 ①
034 108 cm　035 ⑤　036 ⑤　037 ㄴ, ㄷ　038 68
039 63　040 $\frac{21}{2}$ cm　041 ②　042 ③　043 ②
044 SSS 닮음, $2:1$　045 $\triangle ABC \backsim \triangle DFE$ (SAS 닮음)
046 $\triangle ABC \backsim \triangle DFE$(AA 닮음)
047 $\triangle ABC \backsim \triangle AED$ (SAS 닮음), $2:1$
048 $\triangle ABC \backsim \triangle AED$(AA 닮음), $5:1$
049 ①　050 ④
051 ㄱ과 ㅁ (SAS 닮음), ㄴ과 ㄷ (SSS 닮음), ㄹ과 ㅂ (AA 닮음)
052 $\triangle ABC \backsim \triangle ACD$ (SAS 닮음)　053 ②, ④　054 ⑤
055 3 cm　056 ④　057 ①　058 ④　059 25°
060 ④　061 ②　062 ④　063 5　064 11
065 ③　066 ③　067 4개　068 ④　069 $\frac{16}{3}$ cm
070 $x=6.4$, $y=6$　071 189　072 ③　073 ②
074 $\frac{9}{4}$　075 21　076 ③　077 ③　078 ⑤
079 ⑤　080 ①　081 12 cm　082 ⑤　083 ②
084 10　085 3　086 $\frac{9}{2}$　087 ③

[잘 틀리는 유형 훈련]

088 $\angle F=85^\circ$, $\overline{DE}=8$ cm　089 ⑤　090 ②
091 ④　092 ④　093 2 cm　094 6 cm　095 $\frac{9}{2}$ cm
096 3 cm　097 $\frac{25}{4}$ cm　098 ①　099 $6:7:5$
100 ②　101 ④　102 $\frac{16}{5}$　103 8　104 9 cm
105 16 cm　106 ③　107 18 cm　108 12　109 $\frac{15}{2}$ cm
110 ②　111 $\frac{35}{4}$ cm

[서술형 다지기]

112 12　113 14　114 16　115 20 cm^2
116 810π cm^3　117 6　118 15 cm　119 $7:2$
120 12 cm

[최고난도 만점 문제]

121 ④　122 4.8 cm　123 144　124 150 cm^2　125 $\frac{2}{3}a$

N 평행선과 선분의 길이의 비

문제편 p. 102

[개념 다지기]

001 15　002 10　003 8　004 6　005 ×
006 ○　007 ○　008 ×　009 6　010 12
011 3　012 5　013 4　014 15　015 15
016 8　017 $x=2$, $y=6$　018 $x=\frac{16}{3}$, $y=12$
019 7 cm　020 11 cm
021 $\triangle CDE$, $\overline{DE}$, $\overline{AB}$, 3, $\triangle BCD$, $\overline{BD}$, 8　022 $\frac{15}{8}$ cm
023 3　024 4　025 18　026 $\frac{12}{5}$　027 5 cm
028 20 cm^2　029 $x=8$　030 $x=9$　031 $x=4$, $y=3$
032 $x=10$, $y=6$　033 6 cm　034 4 cm　035 2 cm
036 12 cm^2　037 6 cm^2　038 12 cm^2　039 18 cm^2

[유형 다지기]

040 ④　041 $\frac{15}{2}$　042 ⑤　043 $x=40$, $y=60$
044 ④　045 $\frac{12}{5}$ cm　046 ②　047 ④　048 9

049 80　050 $\frac{15}{2}$　051 ④　052 $\frac{27}{5}$　053 ②

054 $\frac{9}{2}$　055 $\frac{8}{3}$ cm　056 $\frac{12}{5}$　057 $\frac{9}{2}$ cm　058 $\frac{5}{3}$

059 ③　060 ㄷ　061 ④　062 3　063 ②

064 4　065 ㄴ, ㅁ　066 해설 참조

067 해설 참조　068 ④　069 ②　070 ③

071 $\frac{3}{2}$　072 18 cm^2　073 ②　074 15 cm^2　075 12

076 $\frac{32}{7}$　077 $\frac{8}{3}$　078 $\frac{20}{3}$ cm　079 18 cm　080 ①

081 ④　082 $\frac{25}{7}$　083 8 cm^2　084 ③　085 ④

086 ①　087 ④　088 ③　089 ①　090 16

091 ④　092 ①　093 $\frac{23}{2}$　094 ④　095 13 cm

096 60　097 ③　098 ③　099 ④　100 $\frac{15}{2}$

101 12 cm　102 15 cm　103 $\frac{6}{5}$ cm　104 $\frac{48}{13}$ cm　105 30

106 $\frac{12}{5}$ cm　107 32 cm^2　108 ④　109 12 cm^2　110 ⑤

111 12 cm　112 ④　113 18　114 $x=7$, $y=8$

115 2 cm　116 ②　117 ④　118 36 cm　119 6 cm

120 6 cm　121 ③　122 ④　123 9 cm　124 ②

125 $\frac{9}{2}$ cm　126 29　127 ②　128 8 cm^2　129 ⑤

130 10 cm^2　131 7 cm^2　132 72 cm^2　133 8　134 8 cm

135 해설 참조　136 12 cm　137 9 cm　138 4 cm^2

139 ③　140 32 cm^2

[잘 틀리는 유형 훈련]

141 5 cm　142 $\frac{100}{9}$ cm　143 6　144 8 cm

145 1 : 2　146 3　147 ④　148 ⑤　149 ④

150 30　151 $\frac{20}{3}$ cm　152 5 cm　153 48 cm^2　154 $\frac{324}{5}$

155 32 cm　156 40 cm　157 2 cm　158 4 cm　159 24 cm^2

160 3 cm^2　161 5 cm^2　162 8 cm^2　163 8 cm^2　164 48 cm^2

[서술형 다지기]

165 55 cm　166 55　167 9　168 19　169 108

170 90 cm　171 8　172 90 cm^2　173 9 cm

[최고난도 만점 문제]

174 $\frac{36}{5}$ cm　175 3 cm　176 1　177 6 cm　178 1 : 12

179 ③

0 닮은 도형의 넓이와 부피

문제편 p. 128

[개념 다지기]

001 3 : 7　002 3 : 7　003 9 : 49　004 10　005 4 : 1

006 3 : 4　007 9 : 16　008 9 : 4　009 27 : 8　010 2 : 3

011 8 : 27　012 1 km　013 4 km^2　014 30 cm　015 600 cm^2

[유형 다지기]

016 5 : 2　017 1 : 4　018 5 : 4　019 50 cm^2　020 1 : 2

021 20 cm　022 30 cm^2　023 6 cm^2　024 9 : 16　025 6 cm^2

026 ⑤　027 12분　028 4 : 9　029 270 cm^2

030 ③　031 3 : 5　032 8 : 27 : 64　033 ⑤

034 38 cm^3　035 ③　036 2배　037 64개　038 38분

039 ④　040 40 cm^2　041 ②　042 9장　043 12 m

044 72 m　045 320 cm

[잘 틀리는 유형 훈련]

046 9 : 16　047 25 : 144　048 ③　049 ⑤

050 144 cm^2　051 18 cm　052 ③　053 8 cm^3　054 4320원

055 6 cm　056 1250 m　057 8.5 km

[서술형 다지기]

058 1 : 4　059 16 : 49　060 $\frac{1}{50000}$　061 $\frac{1}{25000}$　062 27 cm^2

063 8 cm^2　064 2000원　065 3 : 4　066 576 cm^2

[최고난도 만점 문제]

067 16 cm^2　068 25 cm^2　069 1 : 2 : 3　070 50 cm^3

071 304 cm^3　072 ①

빠른 정답 찾기

P 피타고라스 정리

문제편 p. 140

[개념 다지기]

001 18 **002** 25 **003** $x=8$, $y=17$

004 $x=15$, $y=17$ **005** × **006** ○ **007** ○

008 × **009** $x=20$, $y=12$, $z=15$

010 $x=8$, $y=\frac{18}{5}$, $z=\frac{24}{5}$ **011** 11 **012** $\overline{BO}^2$

013 18 **014** 8 **015** 5π **016** 41π **017** 8π

018 6 **019** 30

[유형 다지기]

020 6 **021** ④ **022** ① **023** 216 cm^2

024 5 **025** 4 **026** ④ **027** 6 **028** ③

029 10 **030** ④ **031** 210 **032** ② **033** 5

034 234 **035** 24 **036** 4 **037** ④ **038** 10

039 ⑤ **040** 81 **041** 4 **042** 24 **043** 148

044 8 **045** $\frac{7}{2}$ **046** 96 **047** 37 **048** ③

049 ③ **050** ⑤ **051** ④ **052** ② **053** 12 cm^2

054 $\frac{5}{2}$ **055** 6 **056** 25 **057** $\frac{3}{2}$ **058** ②

059 $\frac{45}{2}$ **060** ③ **061** 24 **062** $\frac{21}{16}$ cm^2 **063** ⑤

064 ④ **065** 84 **066** 50 **067** ② **068** ③

069 30 **070** 32 **071** 57 **072** 99 **073** 10

074 71 **075** ③ **076** 63 **077** 18 **078** 32

079 7 **080** 13 **081** 193 **082** ③

083 $\frac{169}{8}\pi$ cm^2 **084** ④ **085** 100 **086** 3 : 4 : 5

087 10 **088** ① **089** 416 **090** 48 cm^2

[잘 틀리는 유형 훈련]

091 265 **092** 52 **093** 72 **094** 24 **095** ①

096 $\frac{20}{13}$ cm **097** 44 **098** 30 **099** ④ **100** $\frac{193}{25}$

101 $\frac{105}{8}\pi$ **102** 42

[서술형 다지기]

103 20 **104** $\frac{600}{49}$ **105** 6 **106** 54 **107** 4

108 66 **109** 8 **110** 18 **111** 96

[최고난도 만점 문제]

112 4 **113** 10 cm **114** ① **115** 17 **116** 13

Q 경우의 수

문제편 p. 158

[개념 다지기]

001 사건 : 2의 배수의 눈이 나온다.
경우의 수 : 3가지

002 6가지 **003** 3가지 **004** 3가지 **005** 3가지 **006** 4가지

007 4가지 **008** 1가지 **009** 5가지 **010** 5가지 **011** 36가지

012 8가지 **013** 12가지 **014** 4가지 **015** 9가지 **016** 27가지

017 6가지 **018** 6가지 **019** 6가지 **020** 24가지 **021** 12가지

022 24가지 **023** 4가지 **024** 4가지 **025** 12가지 **026** 12가지

027 36가지 **028** 48가지 **029** 24가지 **030** 12개 **031** 24개

032 6개 **033** 4개 **034** 24개 **035** 16개 **036** 48개

037 6개 **038** 15개 **039** 96개 **040** 30가지 **041** 15가지

042 60가지 **043** 10가지 **044** 10가지 **045** 72가지 **46** 18가지

[유형 다지기]

047 ③ **048** ⑤ **049** ⑤ **050** 2가지 **051** 9가지

052 ④ **053** ② **054** 11가지 **055** ② **056** ③

057 ③ **058** 6 **059** 6가지 **060** 5가지 **061** 9가지

062 8가지 **063** 7가지 **064** 16가지 **065** 11가지 **066** ⑤

067 ③ **068** 24가지 **069** ④ **070** ② **071** ④

072 ④ **073** 4가지 **074** ② **075** ③ **076** ④

077 6가지 **078** 10가지 **079** ⑤ **080** 48가지 **081** 80가지

082 60가지 **083** ② **084** 120가지 **085** 6가지 **086** ④

087 ② **088** 72가지 **089** 96가지 **090** ④ **091** 60개

092 ④ 093 ② 094 ④ 095 8개 096 ③
097 136개 098 ⑤ 099 ① 100 36가지 101 ⑤
102 21가지 103 28개 104 6번 105 ② 106 10개
107 ② 108 ②

[잘 틀리는 유형 훈련]

109 3가지 110 24 111 ④ 112 ④ 113 ③
114 ② 115 ③ 116 26가지 117 ① 118 ②
119 20개, 2개 120 ①

[서술형 다지기]

121 10가지 122 7가지 123 12가지 124 9가지 125 2개
126 25개 127 310 128 360 129 14가지

[최고난도 만점 문제]

130 10가지 131 ④ 132 20 133 12가지 134 ⑤
135 ②

R 확률의 뜻과 성질

문제편 p. 176

[개념 다지기]

001 $\frac{1}{2}$ 002 $\frac{1}{2}$ 003 $\frac{1}{3}$ 004 $\frac{1}{3}$ 005 $\frac{4}{9}$
006 $\frac{3}{5}$ 007 0 008 1 009 $\frac{2}{5}$ 010 $\frac{4}{5}$
011 $\frac{1}{5}$ 012 $\frac{3}{10}$ 013 $\frac{1}{2}$ 014 $\frac{2}{5}$ 015 $\frac{3}{8}$
016 $\frac{3}{20}$ 017 $\frac{1}{4}$ 018 $\frac{16}{49}$ 019 $\frac{2}{7}$ 020 $\frac{9}{100}$
021 $\frac{1}{15}$ 022 $\frac{1}{3}$ 023 $\frac{2}{3}$

[유형 다지기]

024 ③ 025 $\frac{2}{5}$ 026 ② 027 ② 028 ⑤
029 ③ 030 (1) $\frac{1}{2}$ (2) 1 (3) 0 031 (1) $\frac{3}{5}$ (2) 1 (3) 0
032 ⑤ 033 ⑤ 034 $\frac{5}{6}$ 035 ④ 036 ②
037 ④ 038 ⑤ 039 ① 040 ③ 041 ⑤
042 ② 043 $\frac{1}{9}$ 044 ② 045 ④ 046 ④
047 $\frac{7}{12}$ 048 ⑤ 049 $\frac{31}{32}$ 050 ⑤ 051 $\frac{26}{35}$
052 ③ 053 ② 054 ④ 055 ① 056 $\frac{12}{35}$
057 ② 058 $\frac{7}{120}$ 059 ⑤ 060 ④ 061 ③
062 $\frac{39}{64}$ 063 ④ 064 $\frac{1}{6}$ 065 $\frac{1}{6}$ 066 ③
067 ③ 068 ① 069 ⑤ 070 $\frac{2}{3}$ 071 ④
072 $\frac{1}{125}$ 073 $\frac{3}{25}$ 074 ① 075 ④ 076 $\frac{49}{100}$
077 $\frac{37}{75}$ 078 ③ 079 ② 080 ⑤ 081 $\frac{1}{3}$
082 ② 083 ③ 084 ③ 085 ② 086 $\frac{5}{18}$
087 ⑤ 088 ① 089 ② 090 ② 091 ③
092 $\frac{1}{2}$ 093 ③ 094 $\frac{1}{4}$ 095 $\frac{1}{3}$ 096 ③
097 $\frac{5}{16}$ 098 $\frac{1}{4}$

[잘 틀리는 유형 훈련]

099 ③ 100 ④ 101 $\frac{8}{27}$ 102 $\frac{96}{625}$ 103 $\frac{5}{12}$
104 $\frac{13}{15}$ 105 ⑤ 106 ⑤ 107 $\frac{4}{27}$ 108 ⑤
109 ⑤ 110 ④ 111 ⑤ 112 ④ 113 ②
114 $\frac{13}{16}$ 115 $\frac{7}{15}$ 116 $\frac{19}{45}$ 117 ② 118 ③
119 $\frac{1}{4}$ 120 $\frac{3}{4}$ 121 $\frac{3}{8}$ 122 $\frac{2}{9}$

[서술형 다지기]

123 $\frac{5}{8}$ 124 $\frac{3}{4}$ 125 $\frac{11}{24}$ 126 $\frac{1}{2}$ 127 $\frac{1}{3}$
128 $\frac{2}{3}$ 129 $\frac{13}{25}$ 130 $\frac{1}{5}$ 131 $\frac{1}{9}$

[최고난도 만점 문제]

132 $\frac{4}{9}$ 133 $\frac{5}{36}$ 134 4개 135 $\frac{3}{10}$ 136 ①

J 삼각형의 성질

개념 다지기 **001~066** 정답은 p. 2에 있습니다.

유형 다지기 학교시험+학력평가

p. 18

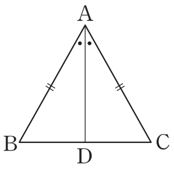
067 답 ②

∠A의 이등분선과 $\overline{BC}$의 교점을 D라 하면

△ABD와 △ACD에서

$\overline{AB}=$ (가) $\overline{AC}$, ∠BAD= (나) ∠CAD, (다) $\overline{AD}$는 공통이므로 △ABD≡△ACD ((라) SAS 합동)

∴ ∠B= ∠C ←(마)



068 답 해설 참조

△ABC가 정삼각형이면 $\overline{AB}=\overline{BC}=$ (가) $\overline{CA}$이지?

한편, △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

∠B= (나) ∠C ⋯ ㉠

또한, △ABC는 $\overline{BC}=$ (다) $\overline{BA}$인 이등변삼각형이므로

∠A=∠C ⋯ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 ∠A=∠B=∠C

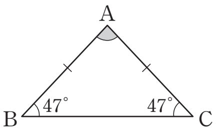
069 답 86°

△ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로 ∠B=∠C=47°

또한, 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

∠A+∠B+∠C=∠A+47°+47°=180°

∴ ∠A=180°−(47°+47°)=86°



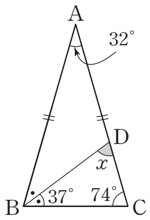
070 답 ②

△ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$∠B=∠C=\frac{1}{2}\times(180°-32°)=74°$

△BCD에서 $∠CBD=\frac{1}{2}∠B=37°$

∴ ∠x=180°−(37°+74°)=69°



071 답 63°

△ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$∠ACB=∠ABC=\frac{1}{2}\times(180°-70°)=55°$

또한, △DCE도 $\overline{DC}=\overline{DE}$인 이등변삼각형이므로

$∠DCE=∠DEC=\frac{1}{2}\times(180°-56°)=62°$

∴ ∠ACD=180°−(55°+62°)=63°

072 답 ④

△BED는 $\overline{BE}=\overline{BD}$인 이등변삼각형이므로

$∠BED=∠BDE=\frac{1}{2}\times(180°-25°)=77.5°$

또한, △CAE도 $\overline{CA}=\overline{CE}$인 이등변삼각형이므로

$∠CEA=∠CAE=\frac{1}{2}\times(180°-75°)=52.5°$

∴ ∠AED=180°−(77.5°+52.5°)=50°

073 답 ②

$\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 ∠A의 이등분선을 그어 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D라 하자.

△ABD와 △ACD에서 $\overline{AB}=$ (가) $\overline{AC}$, ∠BAD= (나) ∠CAD,

$\overline{AD}$는 (다) 공통 이므로

△ABD≡△ACD((라) SAS 합동)

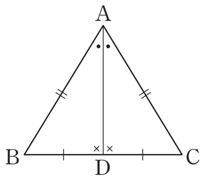
∴ $\overline{BD}=\overline{CD}$ ⋯ ㉠

이때, ∠ADB=∠ADC이고,

∠ADB+∠ADC=180°이므로

∠ADB=∠ADC= (마) 90° ⋯ ㉡

㉠, ㉡으로부터 $\overline{BD}=\overline{CD}$, $\overline{AD}\perp\overline{BC}$



074 답 ③

△ABD와 △ACD에서

$\overline{AB}=\overline{AC}$, ∠BAD=∠CAD,

$\overline{AD}$는 공통이므로

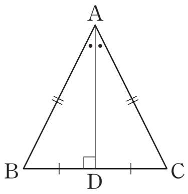
△ABD≡△ACD(SAS 합동) ←⑤

즉, ∠ADB=∠ADC, $\overline{BD}=\overline{CD}$ ←①

이때, ∠BDC=∠BDA+∠CDA=180°에서

∠BDA=∠CDA=90° 이므로 $\overline{BC}\perp\overline{AD}$ ←②

④



075 답 50°, 9 cm

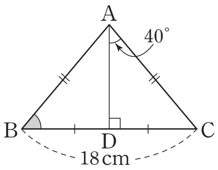
∠A=2∠DAC=2×40°=80°이고,

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$∠B=∠C=\frac{1}{2}\times(180°-80°)=50°$

또한, $\overline{AD}$는 이등변삼각형 ABC의 꼭지각의 이등분선이므로

$\overline{BD}=\overline{DC}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times18=9(\text{cm})$



076 답 ①

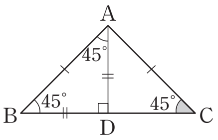
이등변삼각형 ABC에서 $\overline{AD}\perp\overline{BC}$이지?

△ABD에서 ∠ADB=90°, $\overline{AD}=\overline{BD}$이므로

∠ABD=∠BAD=45°

또한, △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

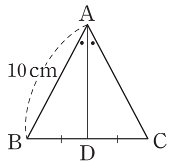
∠C=∠B=45°



오|답|피|하|기

'이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.'는 성질을 이용하여 풀 수 있어. 즉, 문제에서 선분 DC의 길이와 선분 BD의 길이가 같다는 표시가 되지 않았지만 같게 표시를 하고 풀면 돼. 즉, 선분 AD와 선분 CD의 길이는 같게 되므로 삼각형 ADC는 한 각이 직각인 이등변삼각형이라는 것을 알 수 있어.

077 답 5 cm



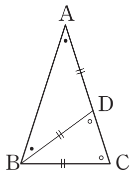
정삼각형 ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이고 $\angle A$의 이등분선과 $\overline{BC}$의 교점이 D이므로 $\overline{BD}=\overline{DC}$

이때, $\triangle ABC$는 정삼각형이므로

$\overline{BC}=\overline{AB}=10\text{ cm}$

$\therefore \overline{DC}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 10=5(\text{cm})$

078 답 ⑤



$\triangle ABD$는 $\overline{BD}=\overline{DA}$인 이등변삼각형이므로

$\angle A=\angle ABD$

또, $\triangle ABD$에서 $\angle BDC$는 $\angle ADB$의 외각이므로

$\angle BDC=\angle A+\angle ABD=2\angle A$

또, $\triangle BCD$는 $\overline{BD}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로

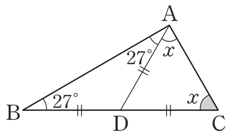
$\angle C=\angle BDC=2\angle A$

한편, $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle B=\angle C=2\angle A$이고, $\triangle ABC$에서

$\angle A+\angle B+\angle C=\angle A+2\angle A+2\angle A=5\angle A=180^\circ$

$\therefore \angle A=\frac{1}{5}\times 180^\circ=36^\circ$

079 답 ⑤



$\triangle DAB$는 $\overline{DA}=\overline{DB}$인 이등변삼각형이므로 $\angle DAB=\angle B=27^\circ$

$\triangle DCA$는 $\overline{DA}=\overline{DC}$인 이등변삼각형이므로 $\angle DAC=\angle C=\angle x$

$\triangle ABC$에서 $\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$이므로

$(27^\circ+\angle x)+27^\circ+\angle x=180^\circ$

$2\angle x=126^\circ \qquad \therefore \angle x=63^\circ$

[다른 풀이]

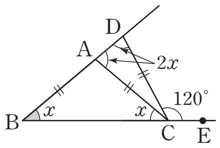
$\triangle DAB$에서 $\angle ADC$는 $\angle BDA$의 외각이므로

$\angle ADC=\angle DAB+\angle B=27^\circ+27^\circ=54^\circ$

$\triangle DCA$에서 $\overline{DA}=\overline{DC}$이므로 $\angle C=\angle DAC$

$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-54^\circ)=63^\circ$

080 답 ①



$\angle ABC=\angle x$라 하면 $\triangle ABC$가 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ACB=\angle ABC=\angle x$

$\triangle ABC$에서 $\angle DAC$는 $\angle BAC$의 외각이므로 $\angle DAC=\angle ABC+\angle ACB=\angle x+\angle x=2\angle x$

또, $\triangle CDA$는 $\overline{CA}=\overline{CD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ADC=\angle DAC=2\angle x$

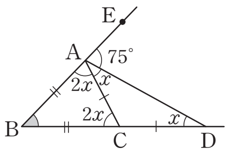
한편, $\triangle DBC$에서 $\angle DCE$는 $\angle DCB$의 외각이므로

$\angle DCE=\angle BDC+\angle DBC=2\angle x+\angle x=3\angle x$

이때, $\angle DCE=120^\circ$이므로 $3\angle x=120^\circ \quad \therefore \angle x=40^\circ$

$\therefore \angle ABC=40^\circ$

081 답 40°



$\angle CDA=\angle x$라 하면 $\triangle ACD$는 $\overline{CA}=\overline{CD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle CAD=\angle CDA=\angle x$

$\triangle CDA$에서 $\angle BCA$는 $\angle ACD$의 외각이므로

$\angle BCA=\angle CAD+\angle CDA=\angle x+\angle x=2\angle x$

또, $\triangle BCA$는 $\overline{BA}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BAC=\angle BCA=2\angle x$

$\therefore \angle BAD=\angle BAC+\angle CAD=3\angle x$

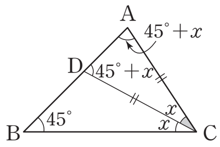
이때, $\angle BAD=180^\circ-75^\circ=105^\circ$이므로

$3\angle x=105^\circ \quad \therefore \angle x=35^\circ$

$\triangle ABD$에서 $\angle EAD$는 $\angle BAD$의 외각이므로

$\angle B=\angle EAD-\angle BDA=75^\circ-35^\circ=40^\circ$

082 답 ②



$\angle DCA=\angle x$라 하면 $\overline{CD}$는 $\angle C$의 이등분선이므로 $\angle BCD=\angle DCA=\angle x$

$\triangle DBC$에서 $\angle ADC$는 $\angle BDC$의 외각이므로

$\angle ADC=\angle DBC+\angle DCB=45^\circ+\angle x$ ⋯ ㉠

한편, $\triangle CAD$는 $\overline{CA}=\overline{CD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle DAC=\angle ADC=45^\circ+\angle x$

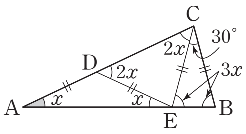
삼각형 ABC의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$(45^\circ+\angle x)+45^\circ+2\angle x=180^\circ$

$3\angle x=90^\circ \qquad \therefore \angle x=30^\circ$

$\therefore \angle DCA=30^\circ$

083 답 ①



그림과 같이 $\triangle AED$는 $\overline{DA}=\overline{DE}$인 이등변삼각형이므로 $\angle DEA=\angle A=\angle x$

그리고 $\triangle AED$에서 $\angle CDE$는 $\angle ADE$의 외각이므로

$\angle CDE=\angle DAE+\angle DEA=\angle x+\angle x=2\angle x$

또, $\triangle DEC$는 $\overline{ED}=\overline{EC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ECD=\angle EDC=2\angle x$

그리고 $\triangle AEC$에서 $\angle CEB$는 $\angle AEC$의 외각이므로

$\angle CEB=\angle CAE+\angle ECA=\angle x+2\angle x=3\angle x$

마찬가지로 $\triangle CEB$는 $\overline{CE}=\overline{CB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle EBC=\angle CEB=3\angle x$

삼각형 CEB의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$3\angle x+3\angle x+30^\circ=180^\circ,\ 6\angle x=150^\circ \quad \therefore \angle x=25^\circ$

084 답 20°

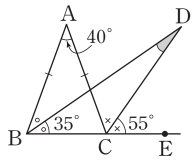
$\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle B=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

$\therefore \angle DBC=\frac{1}{2}\times 70^\circ=35^\circ$

한편, $\angle ACE=180^\circ-\angle ACB=180^\circ-70^\circ=110^\circ$이므로

$\angle DCE=\frac{1}{2}\times 110^\circ=55^\circ$



따라서 $\triangle DBC$에서 $\angle DCE$는 $\angle DCB$의 외각이므로

$\angle BDC=\angle DCE-\angle DBC$

$=55^\circ-35^\circ=20^\circ$

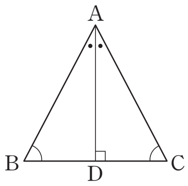
085 답 ②, ④

꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 D라 하자.

그림과 같이 $\triangle ABC$의 두 내각의 크기가 같으므로

$\triangle ABD$와 $\triangle ACD$에서

(가) $\angle B=\angle C$, $\angle ADB=$ (나) $\angle ADC$ ⋯ ㉠



삼각형의 세 내각의 크기의 합이 180°이므로

$\angle BAD=180^\circ-(\angle B+\angle ADB)$

$=180^\circ-(\angle C+\angle ADC)$

$=\angle CAD$ ⋯ ㉡

(다) $\overline{AD}$는 공통 ⋯ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의하여

$\triangle ABD\equiv\triangle ACD($(라) ASA 합동$)$

따라서 (마) $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이야.

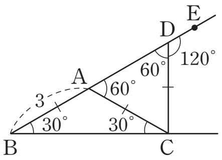
086 답 ②

$\angle BAC=180^\circ-\angle DAC=120^\circ$이고, 삼각형 ABC의 세 내각의 크기의 합이 180°이므로

$\angle ACB=180^\circ-(120^\circ+30^\circ)=30^\circ$

즉, $\triangle ABC$는 $\angle ABC=\angle ACB=30^\circ$

이므로 이등변삼각형이야.



$\therefore \overline{AC}=\overline{AB}=3$

한편, $\angle ADC=180^\circ-120^\circ=60^\circ$에서

$\angle DAC=\angle ADC$이므로 $\triangle ACD$는 정삼각형이야.

$\therefore \overline{CD}=\overline{AC}=3$

[다른 풀이]

$\triangle ABC$에서 $\angle BAC$의 외각은 $\angle DAC$이므로

$\angle DAC=\angle ABC+\angle ACB$

$60^\circ=30^\circ+\angle ACB$ $\quad\therefore \angle ACB=30^\circ$

(이하 동일)

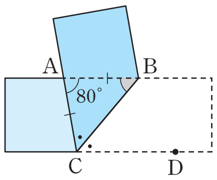
087 답 ①

그림과 같이 접었으므로

$\angle ACB=\angle BCD$ ⋯ ㉠이고,

$\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로

$\angle CBA=\angle BCD$(엇각) ⋯ ㉡



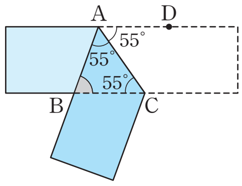
㉠, ㉡에 의하여

$\angle CBA=\angle ACB$이므로

$\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이야.

$\therefore \angle CBA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-80^\circ)=50^\circ$

088 답 70°



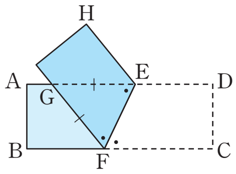
그림에서 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle DAC=\angle ACB=55^\circ$(엇각)

접힌 부분이므로 $\angle BAC=\angle DAC=55^\circ$

$\therefore \angle ABC=180^\circ-(55^\circ+55^\circ)=70^\circ$

089 답 ⑤



① 평행선에서 엇각의 크기는 같으므로 $\angle EFC=\angle FEG$ ⋯ ㉠ (참)

② 접힌 부분이므로 $\angle FEH=\angle DEF$ (참)

③ 접힌 부분이므로 $\angle GFE=\angle EFC$ ⋯ ㉡ (참)

④ ㉠, ㉡에 의하여 $\angle GFE=\angle FEG$이므로 $\triangle GFE$는 $\overline{EG}=\overline{GF}$인 이등변삼각형이야. (참)

⑤ 꼭 $\overline{FE}=\overline{EG}$라고 할 수 없지? (거짓)

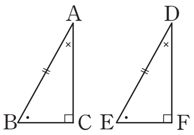
090 답 해설 참조

$\triangle ABC$와 $\triangle DEF$에서

$\overline{AB}=\overline{DE}$ ⋯ ㉠

$\angle B=\angle E$ ⋯ ㉡

$\angle C=\angle F=90^\circ$이므로



$\angle A=180^\circ-(\angle B+\angle C)$

$=180^\circ-(\angle E+\angle F)$

$=\angle D$

$\therefore$ (가) $\angle A=\angle D$ ⋯ ㉢

따라서 ㉠, ㉡, ㉢에 의하여

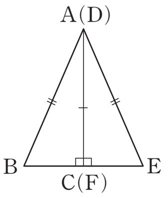
$\triangle ABC\equiv\triangle DEF($(나) ASA 합동$)$

091 답 해설 참조

$\triangle ABC$와 $\triangle DEF$에서

$\angle C=\angle F=90^\circ$ (가), $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{AC}=\overline{DF}$

이때, 두 삼각형을 그림과 같이 붙이면



$\angle ACB+\angle ACE=$ 180° (나)

이므로 세 점 B, C(F), E는 한 직선 위에 놓이고 $\triangle ABE$가 만들어지지.

$\triangle ABE$는 $\overline{AB}=\overline{AE}$ ⋯ ㉠인 이등변삼각형이므로 $\angle B=\angle E$

$\angle BAC=180^\circ-(\angle B+\angle C)$

$=180^\circ-(\angle E+\angle F)$

$=\angle EDF$ ⋯ ㉡

또, $\overline{AC}$는 공통이지? ⋯ ㉢

따라서 ㉠, ㉡, ㉢에 의하여 $\triangle ABC\equiv\triangle DEF$(SAS (다) 합동)

092 답 ③

①, ⑤ 빗변의 길이가 같고 한 예각의 크기가 같으므로 두 직각삼각형은 RHA 합동이야. ←OK!

② 빗변의 길이가 같고 다른 한 변의 길이가 같으므로 두 직각삼각형은 RHS 합동이야. ←OK!

③ 두 직각삼각형의 대응하는 세 내각의 크기가 모두 같지만 각 변의 길이는 다를 수도 있으므로 합동이라고 할 수 없어. ←NO!

④ 두 변과 그 끼인각의 크기가 같으므로 두 직각삼각형은 SAS 합동이야. ←OK!

093 답 ⑤

$\triangle ABC$와 $\triangle EDF$에서

$\angle C=\angle F=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{ED}$, $\overline{BC}=\overline{DF}$이므로

$\triangle ABC\equiv\triangle EDF$(RHS 합동)

$\triangle EDF$의 $\angle EDF$와 대응되는 $\triangle ABC$의 각은 $\angle ABC$이므로

$\angle ABC=180^\circ-(\angle CAB+\angle BCA)$

$=180^\circ-(20^\circ+90^\circ)=70^\circ$

$\therefore \angle EDF=70^\circ$

094 답 ③

$\triangle ABC$와 $\triangle EDF$에서 $\overline{AB}=\overline{ED}=4\,\text{cm}$, $\angle C=\angle F=90^\circ$이지?

$\triangle EDF$에서

$\angle D=180^\circ-(\angle E+\angle F)$

$=180^\circ-(60^\circ+90^\circ)=30^\circ$

$=\angle B$

$\therefore \triangle ABC\equiv\triangle EDF$(RHA 합동)

이때, $\angle A=\angle E=60^\circ$이므로 $x=60$

$\overline{EF}=\overline{AC}=2\,\text{cm}$이므로 $y=2$

$\therefore\ x+y=62$

095 답 4 cm

각의 이등분선 위의 점 P에서 $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$에 내린 수선의 발이 각각 Q, R이지?

각의 이등분선 위의 점에서 그 각의 두 변까지의 거리는 같으므로

$\overline{PR}=\overline{PQ}=4\,\text{cm}$

★ 각의 이등분선

왜 각의 이등분선 위의 점 P에서 그 각의 두 변까지의 거리가 같을까?

$\angle PQO=\angle PRO=90^\circ$(수선의 발)

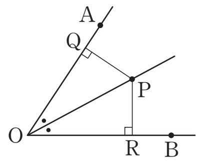
또, $\overline{OP}$가 $\angle AOB$의 이등분선이니까

$\angle POQ=\angle POR$,

$\overline{OP}$는 빗변으로 공통이므로

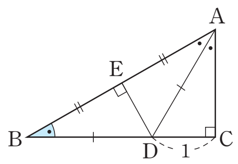
$\triangle OPQ\equiv\triangle OPR$(RHA 합동)

$\therefore \overline{PQ}=\overline{PR}$



096 답 30°, 1

그림과 같이 $\overline{AB}$의 수직이등분선이 $\overline{BC}$ 위의 점 D에서 만난다고 하니까 $\triangle ABD$는 $\overline{BD}=\overline{DA}$인 이등변삼각형이야.



$\therefore \angle DAB=\angle DBA$ ⋯ ㉠

$\angle DAB=\angle x$라 하면

주어진 조건에서 $\angle DAB=\angle DAC$이므로

$\angle DAB=\angle DBA=\angle DAC=\angle x$($\because$ ㉠)

삼각형 ABC의 세 내각의 크기의 합이 180°이므로

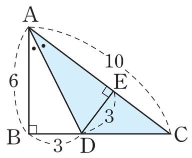
$\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$, $2\angle x+\angle x+90^\circ=180^\circ$, $3\angle x=90^\circ$

$\therefore \angle ABC=\angle x=30^\circ$

한편, $\angle A$의 이등분선이 $\overline{AD}$이므로 $\overline{DE}=\overline{CD}=1$

097 답 ②

그림과 같이 점 D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 E라 하자. 그럼, $\angle A$의 이등분선 위의 점 D에 대하여 $\overline{DE}=\overline{BD}=3$



$\therefore \triangle ADC=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{DE}$

$=\frac{1}{2}\times10\times3=15$

098 답 ①

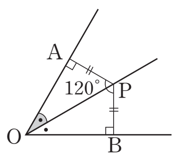
$\triangle OAP$와 $\triangle OBP$에서

$\overline{PA}=\overline{PB}$, $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$, $\overline{OP}$는 공통이므로

$\triangle OAP\equiv\triangle OBP$(RHS 합동)

$\therefore \angle AOP=\angle BOP$, $\angle APO=\angle BPO$

그런데 $\angle APB=120^\circ$이므로

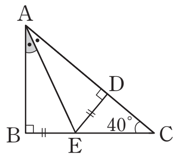


$\angle APO=\frac{1}{2}\angle APB=60^\circ$

따라서 $\triangle OAP$에서

$\angle AOP=180^\circ-(\angle PAO+\angle APO)=180^\circ-(90^\circ+60^\circ)=30^\circ$

099 답 25°



직각삼각형 ABC에서 $\overline{BE}=\overline{DE}$이므로

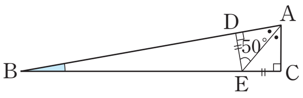
$\angle BAE=\angle DAE$

$\angle A=180°-(\angle B+\angle C)$

$=180°-(90°+40°)=50°$

$\therefore \angle EAB=\frac{1}{2}\angle A=\frac{1}{2}\times 50°=25°$

100 답 ①



$\angle C=90°$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{DE}=\overline{EC}$이고, $\overline{AE}$는 공통

$\angle ADE=\angle ECA=90°$이므로

$\triangle ADE\equiv\triangle ACE$(RHS 합동)

$\therefore \angle DAE=\angle CAE$ ⋯㉠

직각삼각형 ADE에서 $\angle DEA=50°$이므로

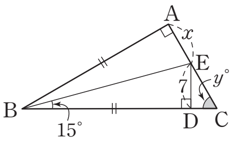
$\angle EAD=180°-(\angle ADE+\angle DEA)=180°-(90°+50°)=40°$

$\therefore \angle A=2\angle EAD=80°$($\because$ ㉠)

따라서 직각삼각형 ABC에서

$\angle B=180°-(\angle A+\angle C)=180°-(80°+90°)=10°$

101 답 67



$\triangle BAE$와 $\triangle BDE$에서

$\overline{BA}=\overline{BD}$, $\angle BAE=\angle BDE=90°$,

$\overline{BE}$는 공통이므로

$\triangle BAE\equiv\triangle BDE$(RHS 합동)

$\therefore x=\overline{AE}=\overline{DE}=7$

이때, $\angle ABE=\angle DBE=15°$이므로 $\angle ABD=30°$

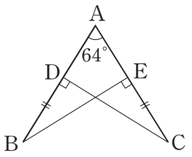
삼각형 ABC의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$90°+30°+\angle C=180°$이므로 $\angle C=60°$ $\therefore y=60$

$\therefore x+y=7+60=67$

102 답 ②

① $\triangle ABE$와 $\triangle ACD$에서



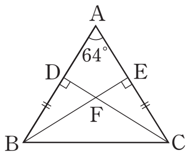
$\overline{AB}=\overline{AC}$, $\angle A$는 공통,

$\angle AEB=\angle ADC=90°$이므로

$\triangle ABE\equiv\triangle ACD$(RHA 합동)

$\therefore \overline{DC}=\overline{EB}=8$ (참)

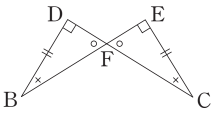
② $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로



$\angle ECB=\frac{1}{2}(180°-64°)$

$=58°$ (거짓)

③ $\triangle DFB$와 $\triangle EFC$에서



$\angle BDF=\angle CEF=90°$,

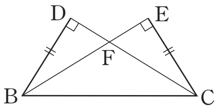
$\angle BFD=\angle CFE$(맞꼭지각)이고,

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로 $\angle DBF=\angle ECF$이지?

이때, $\overline{DB}=\overline{EC}$이므로 $\triangle DFB\equiv\triangle EFC$(ASA 합동)

$\therefore \overline{BF}=\overline{CF}$ (참)

④ $\triangle DBC$와 $\triangle ECB$에서



$\overline{DB}=\overline{EC}$, $\angle CDB=\angle BEC=90°$,

$\overline{BC}$는 빗변으로 공통이므로

$\triangle DBC\equiv\triangle ECB$(RHS 합동) (참)

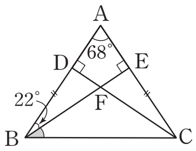
⑤ ②에서 $\angle DBC=\angle ECB=58°$

직각삼각형 CDB에서

$\angle BCF=\angle BCD=180°-(\angle CDB+\angle DBC)$

$=180°-(90°+58°)=32°$ (참)

103 답 34°



$\triangle ABE$에서 $\angle A=68°$이고, $\angle BEA=90°$이므로

$\angle ABE=180°-(\angle A+\angle BEA)$

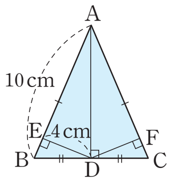
$=180°-(68°+90°)=22°$

$\triangle ABC$는 $\angle A=68°$이고 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\frac{1}{2}(180°-\angle A)=\frac{1}{2}(180°-68°)=56°$

$\therefore \angle FBC=\angle ABC-\angle ABE=56°-22°=34°$

104 답 40 cm²



이등변삼각형의 꼭지각 A와 $\overline{BC}$의 중점 D를 연결하는 선을 그으면 $\overline{AD}\perp\overline{BC}$가 되지?

$\triangle ABD$와 $\triangle ACD$에서

$\angle ADB=\angle ADC=90°$,

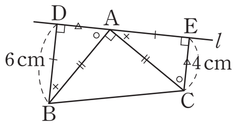
$\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{BD}=\overline{CD}$이므로

$\triangle ABD\equiv\triangle ACD$(RHS 합동)

$\therefore \triangle ABC=\triangle ABD+\triangle ACD=2\triangle ABD$

$=2\times\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{DE}=2\times\frac{1}{2}\times 10\times 4=40(\text{cm}^2)$

105 답 10 cm



$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이고,

$\triangle ADB$와 $\triangle CEA$에서

$\angle ADB=\angle CEA=90°$에 의하여

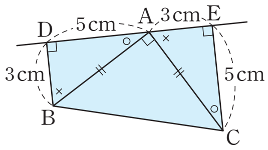
$\angle BAD=\angle ACE$, $\angle DBA=\angle EAC$

$\therefore \triangle ADB\equiv\triangle CEA$(RHA 합동)

따라서 $\overline{AE}=\overline{BD}=6\,\text{cm}$, $\overline{AD}=\overline{CE}=4\,\text{cm}$이므로

$\overline{DE}=\overline{AD}+\overline{AE}=4+6=10(\text{cm})$

106 답 32 cm²



$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이고,

$\triangle ADB$와 $\triangle CEA$에서

$\angle D=\angle E=90°$에 의하여

$\angle BAD=\angle ACE$,

$\angle DBA=\angle EAC$이므로

$\triangle ADB\equiv\triangle CEA$(RHA 합동)

$\overline{AE}=\overline{BD}=3\,\text{cm}$, $\overline{AD}=\overline{CE}=5\,\text{cm}$이므로

$\overline{DE}=\overline{AD}+\overline{AE}=8(\text{cm})$

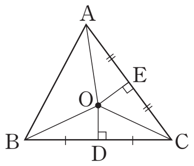
이때, □BCED는 사다리꼴이므로

$\square BCED=\frac{1}{2}\times(\overline{BD}+\overline{CE})\times\overline{DE}=\frac{1}{2}\times(3+5)\times 8=32(\text{cm}^2)$

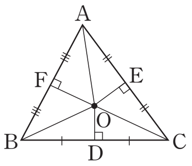
107 답 5 cm

두 직각삼각형 ABD와 CAE에서
$\overline{AB}=\overline{CA}$, $\angle BDA=\angle AEC=90^\circ$이고,
$\angle BAD+\angle ABD=90^\circ$, $\angle CAE+\angle BAD=90^\circ$이므로
$\angle ABD=\angle CAE$
$\therefore \triangle ABD\equiv\triangle CAE$(RHA 합동)
즉, $\overline{AE}=\overline{BD}=3$ cm, $\overline{AD}=\overline{CE}=8$ cm이므로
$\overline{DE}=\overline{AD}-\overline{AE}=8-3=5$(cm)

108 답 ②

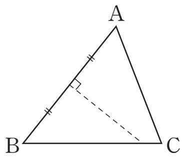


$\triangle AOE$와 $\triangle COE$에서
$\overline{AE}=\overline{CE}$, $\angle AEO=\angle CEO=90^\circ$,
$\overline{OE}$는 공통이므로
$\triangle AOE\equiv\triangle COE$(SAS 합동) ←③
$\therefore \overline{AO}=\overline{CO}$ ⋯ ㉠
$\triangle BOD$와 $\triangle COD$에서
$\overline{BD}=\overline{CD}$, $\angle BDO=\angle CDO=90^\circ$, $\overline{OD}$는 공통이므로
$\triangle BOD\equiv\triangle COD$(SAS 합동)
$\therefore \overline{BO}=\overline{CO}$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 $\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}$ ⋯ ㉢ ←①
이때, $\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$는 이등변삼각형이야. ←⑤



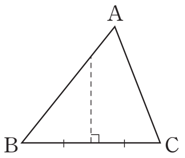
한편, 그림과 같이 이등변삼각형 OAB의 점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 F라 하면
$\overline{AF}=\overline{BF}$
즉, $\overline{OF}$는 $\overline{AB}$의 수직이등분선이야.
따라서 점 O는 $\triangle ABC$의 세 변의 수직이등분선의 교점이므로 외심이 돼. ←④
하지만 ② $\overline{OE}$의 길이와 $\overline{OD}$의 길이는 반드시 같지는 않아.

109 답 ④



〈그림 1〉

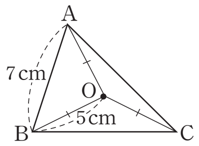
(ii)의 활동 후 〈그림 1〉과 같이 접은 선은 $\overline{AB}$를 수직이등분한 선이 돼.
또한, (iii)의 활동 후 〈그림 2〉와 같이 접은 선은 $\overline{BC}$를 수직이등분한 선이 돼.
그럼, (ii)와 (iii)에서 접은 선의 교점 O가 생기는데 이것은 $\triangle ABC$의 외심이야. ←②



〈그림 2〉

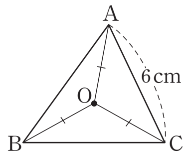
점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로 외심의 성질에 의하여 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$ ⋯ ㉠ ←①
즉, $\triangle OAB$는 $\overline{OA}=\overline{OB}$(∵ ㉠)이므로 이등변삼각형이 되지?
$\therefore \angle OAB=\angle OBA$ ⋯ ㉡ ←③
마찬가지로 $\angle OBC=\angle OCB$ ⋯ ㉢,
$\angle OAC=\angle OCA$ ⋯ ㉣가 성립하지?
$\angle A=\angle OAB+\angle OAC=\angle OAB+\angle OCA$(∵ ㉣)
$\angle B=\angle OBA+\angle OBC=\angle OAB+\angle OBC$(∵ ㉡)
$\angle C=\angle OCB+\angle OCA=\angle OBC+\angle OCA$(∵ ㉢)
위 식을 더하면
$\angle A+\angle B+\angle C=2(\angle OAB+\angle OBC+\angle OCA)$
삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로
$2(\angle OAB+\angle OBC+\angle OCA)=180^\circ$
$\therefore \angle OAB+\angle OBC+\angle OCA=90^\circ$ ←⑤
하지만 ④ $\angle OAB$의 크기와 $\angle OAC$의 크기는 반드시 같지는 않아.

110 답 ②



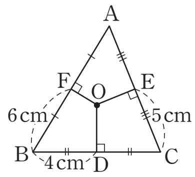
점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고 외심에서 각 꼭짓점까지의 거리가 모두 같지?
즉, $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$
그런데 $\overline{OB}=5$ cm이므로
$\overline{OC}=5$ cm

111 답 4 cm



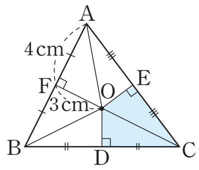
점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로
$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$ ⋯ ㉠이지?
$\triangle AOC$의 둘레의 길이가 14 cm이고,
$\overline{AC}=6$ cm이므로
($\triangle AOC$의 둘레의 길이)$=\overline{AO}+\overline{OC}+\overline{CA}$
$=\overline{OA}+\overline{OA}+6$(∵ ㉠)$=2\overline{OA}+6=14$
$2\overline{OA}=8$ $\therefore \overline{OA}=4$ cm
그런데 구하는 것은 $\triangle ABC$의 외접원의 반지름의 길이지?
$\triangle ABC$의 외접원의 반지름은 $\overline{OA}$ 또는 $\overline{OB}$ 또는 $\overline{OC}$이므로
외접원의 반지름의 길이는 4 cm야.

112 답 ②



점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로 점 O는
$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$의 수직이등분선의 교점이야.
$\overline{AF}=\overline{FB}=6$ cm, $\overline{BD}=\overline{DC}=4$ cm,
$\overline{EA}=\overline{CE}=5$ cm ⋯ ㉠
$\therefore$ ($\triangle ABC$의 둘레의 길이)
$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=(\overline{AF}+\overline{FB})+(\overline{BD}+\overline{DC})+(\overline{CE}+\overline{EA})$
$=(6+6)+(4+4)+(5+5)$ (∵ ㉠)$=30$(cm)

113 답 19 cm²



점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로
$\triangle OAF\equiv\triangle OBF$,
$\triangle OBD\equiv\triangle OCD$,
$\triangle OAE\equiv\triangle OCE$(SAS 합동)
$\therefore \square ODCE=\triangle OCD+\triangle OCE$
$$=\frac{1}{2}\{(\triangle OCD+\triangle OBD)+(\triangle OCE+\triangle OAE)\}$$
$$=\frac{1}{2}(\triangle OBC+\triangle OCA) \cdots ㉠$$
이때, 직각삼각형 OAF에서 $\overline{AF}=4$ cm, $\overline{OF}=3$ cm이므로
$\triangle OAF=\frac{1}{2}\times\overline{AF}\times\overline{OF}=\frac{1}{2}\times4\times3=6(\text{cm}^2)$
$\therefore \triangle OAB=2\triangle OAF=12(\text{cm}^2)$
$\triangle ABC=\triangle OAB+\triangle OBC+\triangle OCA=50(\text{cm}^2)$이므로
$\triangle OBC+\triangle OCA=\triangle ABC-\triangle OAB=50-12=38(\text{cm}^2)$
이것을 ㉠에 대입하면 $\square ODCE=\frac{1}{2}\times38=19(\text{cm}^2)$

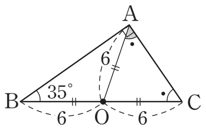
114 답 12, 55°

직각삼각형의 외심의 위치는 빗변의 중점에 있으므로

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=6$ ⋯ ㉠

$\therefore \overline{BC}=\overline{OB}+\overline{OC}=12$

㉠에 의하여 △OCA는 이등변삼각형이니까 ∠CAO=∠C이지?



삼각형 ABC의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$에서 $90^\circ+35^\circ+\angle C=180^\circ$

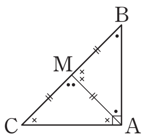
$\therefore \angle CAO=\angle C=55^\circ$

★ 직각삼각형의 외심과 삼각형의 외각의 성질

△ABC가 직각삼각형일 때,

(1) 점 M이 외심이면 $\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}$

(2) △MAB에서 ∠AMC는 ∠BMA의 외각이므로 $\angle MAB+\angle MBA=\angle AMC$

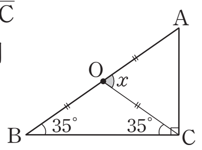


115 답 70°

점 O가 △ABC의 외심이니까 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$

그럼, △OBC는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OCB=\angle OBC=35^\circ$

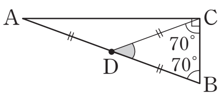


삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로

$\angle x=\angle AOC=\angle OBC+\angle OCB=35^\circ+35^\circ=70^\circ$

116 답 ①

∠C=90°인 직각삼각형 ABC에서 점 D가 빗변의 중점이라니까 점 D는 외심이지?



$\therefore \overline{AD}=\overline{DB}=\overline{CD}$

즉, △BCD는 $\overline{DB}=\overline{CD}$인 이등변삼각형이므로

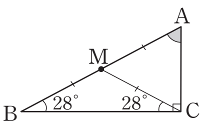
$\angle DCB=\angle DBC=70^\circ$

$\therefore \angle CDB=180^\circ-(\angle DBC+\angle DCB)$

$=180^\circ-(70^\circ+70^\circ)=40^\circ$

117 답 62°

∠C=90°인 직각삼각형 ABC의 빗변 AB의 중점이 M이므로 점 M은 외심이야.



$\therefore \overline{MA}=\overline{MB}=\overline{MC}$

△MBC는 $\overline{MB}=\overline{MC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle MBC=\angle MCB=28^\circ$

삼각형 ABC의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

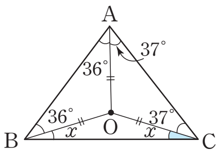
$\angle A=180^\circ-(\angle B+\angle C)=180^\circ-(28^\circ+90^\circ)=62^\circ$

118 답 ③

점 O는 △ABC의 외심이므로

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$

즉, △OAB, △OBC, △OCA는 이등변삼각형이므로



$\angle OAB=\angle ABO=36^\circ$

$\angle OCA=\angle CAO=37^\circ$

$\angle OBC=\angle BCO=\angle x$

삼각형 ABC의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$에서

$(36^\circ+37^\circ)+(36^\circ+\angle x)+(\angle x+37^\circ)=180^\circ$

$2\angle x=34^\circ \qquad \therefore \angle x=17^\circ$

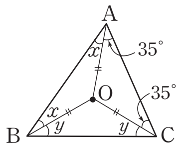
119 답 55°

점 O는 △ABC의 외심이므로

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$

$\angle ABO=\angle x$, $\angle OBC=\angle y$라 하면

$\angle B=\angle x+\angle y$ ⋯ ㉠이지?



삼각형 ABC의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로 $\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$에서

$(\angle x+35^\circ)+(\angle x+\angle y)+(\angle y+35^\circ)=180^\circ$

$2(\angle x+\angle y)=110^\circ \qquad \therefore \angle x+\angle y=55^\circ$

$\therefore \angle B=\angle x+\angle y=55^\circ$ (∵ ㉠)

120 답 ③

△ABC에 대하여 ∠AOB : ∠BOC : ∠COA=4 : 5 : 3이므로

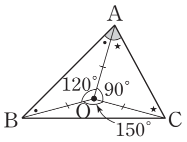
전체 360°에 대하여 ∠AOB, ∠BOC, ∠COA의 크기를 각각 구하자.

$$\angle AOB=360^\circ\times\frac{4}{4+5+3}=120^\circ$$

$$\angle BOC=360^\circ\times\frac{5}{4+5+3}=150^\circ$$

$$\angle COA=360^\circ\times\frac{3}{4+5+3}=90^\circ$$

△ABC의 외심 O에서 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이므로 △OAB, △OCA는 모두 이등변삼각형이야.



△OAB에서

$$\angle OAB=\angle OBA=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle AOB)=\frac{1}{2}(180^\circ-120^\circ)=30^\circ$$

또, △OCA에서 ∠AOC=90°이므로

$$\angle OAC=\angle OCA=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle AOC)=\frac{1}{2}(180^\circ-90^\circ)=45^\circ$$

$\therefore \angle A=\angle OAB+\angle OAC=30^\circ+45^\circ=75^\circ$

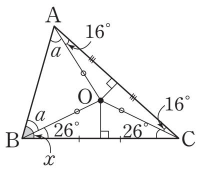
121 답 74°

그림과 같이 두 꼭짓점 A, B와 외심 O를 연결하는 선분을 각각 긋자.

점 O가 △ABC의 외심이니까

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$

즉, △OCA와 △OBC는 모두 이등변삼각형이야.



$\angle OAC=\angle OCA=16^\circ$, $\angle OBC=\angle OCB=26^\circ$

또, △OAB도 이등변삼각형이므로

$\angle OAB=\angle OBA=\angle a$라 하면

$\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$에서

$(\angle a+16^\circ)+(\angle a+26^\circ)+(26^\circ+16^\circ)=180^\circ$

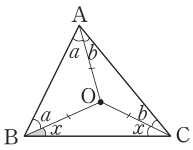
$2\angle a+84^\circ=180^\circ$, $2\angle a=96^\circ \qquad \therefore \angle a=48^\circ$

$\therefore \angle x=\angle a+26^\circ=48^\circ+26^\circ=74^\circ$

122 답 ③

$\angle A=66^\circ$이고, 점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로
$\angle BOC=2\angle A=132^\circ$
$\triangle OBC$는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle x=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle BOC)=\frac{1}{2}(180^\circ-132^\circ)=24^\circ$

[다른 풀이]



점 O가 $\triangle ABC$의 외심이니까
$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이지?
즉, $\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$는 모두 이등변삼각형이므로
$\angle OBC=\angle OCB=\angle x$이고
$\angle OAB=\angle OBA=\angle a$, $\angle OAC=\angle OCA=\angle b$라 하면
$\triangle ABC$의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로
$\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$에서
$(\angle a+\angle b)+(\angle a+\angle x)+(\angle x+\angle b)=180^\circ$
$2(\angle a+\angle b)+2\angle x=180^\circ$
$2\times66^\circ+2\angle x=180^\circ$ ($\because \angle A=\angle a+\angle b=66^\circ$)
$2\angle x=48^\circ$ $\quad\therefore \angle x=24^\circ$

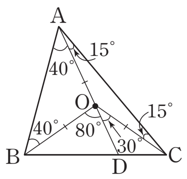
123 답 40°

$\angle A=\angle x$이고, 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\angle BOC=2\angle A$
$\angle x+40^\circ=2\angle x$ $\quad\therefore \angle x=40^\circ$

124 답 110°

꼭짓점 A와 외심 O를 연결하는 선분을 그으면 $\triangle OAB$와 $\triangle OCA$는 모두 이등변삼각형이므로
$\angle OAB=\angle OBA=40^\circ$, $\angle OAC=\angle OCA=15^\circ$
$\therefore \angle BOC=2\angle A=2(\angle OAB+\angle OAC)=2(40^\circ+15^\circ)=110^\circ$

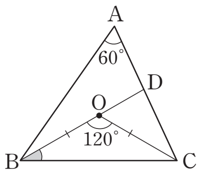
[다른 풀이]



그림과 같이 $\overline{AO}$를 연장한 선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D라 하자.
이때, 점 O가 $\triangle ABC$의 외심이니까
$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이지?
즉, $\triangle OAB$, $\triangle OCA$는 모두 이등변삼각형이므로
$\angle OAB=\angle OBA=40^\circ$, $\angle OAC=\angle OCA=15^\circ$
그런데 $\triangle ABO$에서 $\angle BOD$는 $\angle BOA$의 외각이므로
$\angle BOD=\angle OAB+\angle OBA=40^\circ+40^\circ=80^\circ$
또, $\triangle AOC$에서 $\angle COD$는 $\angle AOC$의 외각이므로
$\angle COD=\angle OAC+\angle OCA=15^\circ+15^\circ=30^\circ$
$\therefore \angle BOC=\angle BOD+\angle COD=80^\circ+30^\circ=110^\circ$

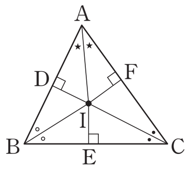
> ★ 수학 공식의 원리 중요성
> 공식으로 풀면 간단히 나오지?
> 그런데 공식을 알고 있는 것도 중요하지만 그것이 어떻게 나왔는지 생각해 보는 게 수학에서는 중요해. 그래서 자이스토리의 풀이에서는 원리적인 풀이를 익히라는 의미에서 계속 공식을 유도하는 식으로 풀이를 한 거야. 따라서 풀이를 꼼꼼히 정리한다면 이등변삼각형의 성질, 외각의 성질을 어떻게 쓰는지 확실히 공부하게 될 거야.

125 답 30°



점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로
$\angle BOC=2\angle A=2\times60^\circ=120^\circ$
이때, $\triangle OBC$는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle DBC=\angle OBC$
$=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle BOC)$
$=\frac{1}{2}(180^\circ-120^\circ)=30^\circ$

126 답 ②



ㄱ. 점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로
$\triangle CIE$와 $\triangle CIF$에서
$\angle ICE=\angle ICF$,
$\angle IEC=\angle IFC=90^\circ$, $\overline{CI}$는 빗변으로 공통
$\therefore \triangle CIE\equiv\triangle CIF$ (RHA 합동) $\cdots$ ㉠ (참)
ㄴ. $\overline{IA}=\overline{IB}=\overline{IC}$가 성립하면 점 I는 $\triangle ABC$의 외심이 되겠지?
그런데 점 I는 내심이야. (거짓)
ㄷ. ㄱ과 같은 방법으로 $\triangle AID$와 $\triangle AIF$에서
$\angle DAI=\angle FAI$, $\angle IDA=\angle IFA=90^\circ$, $\overline{AI}$는 빗변으로 공통
$\therefore \triangle AID\equiv\triangle AIF$ (RHA 합동) $\cdots$ ㉡
또, $\triangle BID$와 $\triangle BIE$에서
$\angle DBI=\angle EBI$, $\angle IDB=\angle IEB=90^\circ$, $\overline{BI}$는 공통
$\therefore \triangle BID\equiv\triangle BIE$ (RHA 합동) $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의하여 $\overline{ID}=\overline{IE}=\overline{IF}$ (참)
ㄹ. ㉢에 의하여 $\angle BID=\angle BIE$ (참)
ㅁ. ㉡과 ㉢을 보면 $\triangle AID$와 $\triangle BID$는 $\overline{ID}$가 공통이고
$\angle BDI=\angle ADI=90^\circ$ 외에는 같은 것이 없지? (거짓)
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이야.

127 답 ③

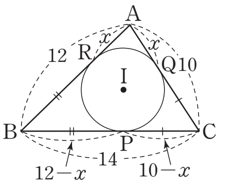
삼각형의 내심은 세 내각의 이등분선의 교점이므로 ③이 삼각형의 내심을 나타내는 거야. 반면, ⑤는 외심을 나타내지?

128 답 ③, ④

① $\triangle AID$와 $\triangle BID$는 $\overline{ID}$가 공통이고 $\angle BDI=\angle ADI=90^\circ$ 외에는 같은 것이 없지? (거짓)
② $\angle IBF=\angle IBD$이고 $\angle ICE=\angle ICF$이지만 $\angle IBF=\angle ICE$라고 할 수 없지? (거짓)
③ 삼각형의 내심은 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\triangle ADI$와 $\triangle AEI$에서 $\angle IAD=\angle IAE$이고, $\angle ADI=\angle AEI=90^\circ$, $\overline{AI}$는 빗변으로 공통이므로 $\triangle ADI\equiv\triangle AEI$ (RHA 합동) (참)
④ ③과 마찬가지로 $\triangle BID$와 $\triangle BIF$에서 $\angle IBD=\angle IBF$이고, $\angle IDB=\angle IFB=90^\circ$, $\overline{BI}$는 빗변으로 공통이므로 $\triangle BID\equiv\triangle BIF$ (RHA 합동) (참)
⑤ 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로 $\overline{ID}=\overline{IE}=\overline{IF}$이지만 $\overline{IA}=\overline{IB}=\overline{IC}$인지는 알 수 없어. (거짓)

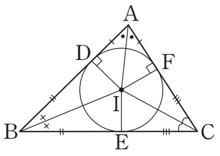
129 답 4

그림에서 원은 △ABC의 내접원이므로
점 I는 △ABC의 내심이지?



이때, $\overline{AR}=x$라 하면
$\overline{AQ}=x$ ⋯ (*)이고
$\overline{BP}=\overline{BR}=12-x$,
$\overline{CP}=\overline{CQ}=10-x$
이므로 $\overline{BC}=\overline{BP}+\overline{CP}=14$
$(12-x)+(10-x)=14$
$2x=8$ $\quad\therefore x=4$
$\therefore \overline{AR}=4$

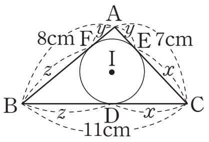
★ **내심과 변의 길이**
왜 (*)처럼 되냐구?
점 I가 △ABC의 내심이면
△AID≡△AIF이므로 $\overline{AD}=\overline{AF}$
△BID≡△BIE이므로 $\overline{BD}=\overline{BE}$
△CIE≡△CIF이므로 $\overline{CE}=\overline{CF}$
이해가 되지?



130 답 5 cm

$\overline{CD}=x$라 하면 점 I는 △ABC의 내심이므로 $\overline{CE}=x$야.
또한, $\overline{BF}=\overline{BD}=11-x$, $\overline{AF}=\overline{AE}=7-x$이므로
$\overline{AB}=\overline{BF}+\overline{AF}=8$
$(11-x)+(7-x)=8$
$2x=10$ $\quad\therefore x=5$
$\therefore \overline{CD}=5$ cm

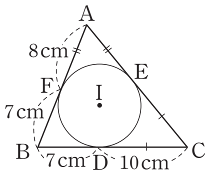
[다른 풀이]
점 I가 △ABC의 내심이므로
$\overline{CD}=\overline{CE}=x$, $\overline{AE}=\overline{AF}=y$,
$\overline{BD}=\overline{BF}=z$라 하면



$\overline{BC}=x+z=11$ ⋯ ㉠
$\overline{CA}=y+x=7$ ⋯ ㉡
$\overline{AB}=y+z=8$ ⋯ ㉢
㉠+㉡+㉢을 하면
$(x+z)+(y+x)+(y+z)=11+7+8=26$
$2(x+y+z)=26$ $\quad\therefore x+y+z=13$ ⋯ ㉣
㉢을 ㉣에 대입하면 $x+8=13$이므로 $x=5$
$\therefore \overline{CD}=5$ cm

131 답 18 cm

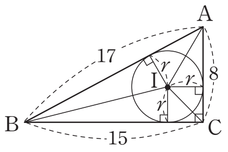
점 I를 중심으로 하는 원은 △ABC의
내접원이므로 점 I는 △ABC의
내심이야.



$\overline{BF}=\overline{BD}=7$ cm
$\overline{AE}=\overline{AF}=\overline{AB}-\overline{BF}=8$(cm)
$\overline{CE}=\overline{CD}=\overline{BC}-\overline{BD}=10$(cm)
$\therefore \overline{AC}=\overline{AE}+\overline{CE}=8+10=18$(cm)

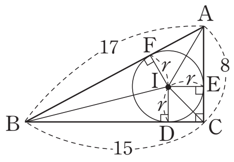
132 답 3

직각삼각형 ABC의 내접원의 반지름의 길이를 r라 하고, 직각삼각형의 ABC의 넓이를 S라 하자. 점 I가 내접원의 중심이므로
$S=\triangle IAB+\triangle IBC+\triangle ICA$



$=\frac{1}{2}\times r\times\overline{AB}+\frac{1}{2}\times r\times\overline{BC}$
$\quad+\frac{1}{2}\times r\times\overline{CA}$
$=\frac{1}{2}\times r\times 17+\frac{1}{2}\times r\times 15+\frac{1}{2}\times r\times 8$
$=\frac{1}{2}\times r\times(17+15+8)=\frac{1}{2}\times r\times 40=20r$ ⋯ ㉠
또, △ABC가 직각삼각형이므로
$S=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 15\times 8=60$ ⋯ ㉡
㉠=㉡이므로 $20r=60$ $\quad\therefore r=3$

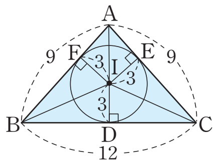
[다른 풀이]
내접원의 반지름의 길이를 r라 하면
$\overline{CD}=\overline{CE}=r$이지?



즉, $\overline{BF}=\overline{BD}=15-r$,
$\overline{AF}=\overline{AE}=8-r$이므로
$\overline{AB}=\overline{BF}+\overline{AF}=17$에서
$(15-r)+(8-r)=17$
$2r=6$ $\quad\therefore r=3$

133 답 ⑤

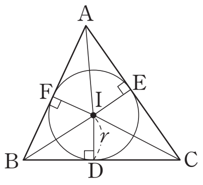
점 I가 △ABC의 내심이고, 내접원의 반지름의 길이가 3이므로 $\overline{ID}=\overline{IE}=\overline{IF}=3$
이지?



△ABC
$=\triangle IAB+\triangle IBC+\triangle ICA$
$=\frac{1}{2}\times\overline{IF}\times\overline{AB}+\frac{1}{2}\times\overline{ID}\times\overline{BC}+\frac{1}{2}\times\overline{IE}\times\overline{CA}$
$=\frac{1}{2}\times 3\times(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})=\frac{1}{2}\times 3\times(9+12+9)$
$=45$

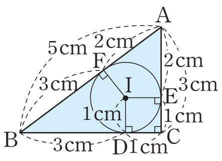
134 답 4 cm

점 I에서 $\overline{BC}$, $\overline{CA}$, $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을
각각 D, E, F라 하고, 내접원의 반지름의
길이를 r cm라 하면
$\overline{ID}=\overline{IE}=\overline{IF}=r$ cm이지?



△ABC
$=\triangle IAB+\triangle IBC+\triangle ICA$
$=\frac{1}{2}\times\overline{IF}\times\overline{AB}+\frac{1}{2}\times\overline{ID}\times\overline{BC}+\frac{1}{2}\times\overline{IE}\times\overline{CA}$
$=\frac{1}{2}\times r\times(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})$
한편, △ABC의 둘레의 길이는 12 cm이고, 넓이는 24 cm^2이므로
$\frac{1}{2}\times r\times 12=24$ $\quad\therefore r=4$ cm

135 답 $6\,\text{cm}^2$



점 I에서 $\overline{BC}$, $\overline{CA}$, $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F라 하면 점 I가 직각삼각형 ABC의 내심이고, 내접원의 반지름의 길이가 1 cm이므로

$\overline{EC}=\overline{ID}=1\,\text{cm}$, $\overline{DC}=\overline{IE}=1\,\text{cm}$

$\overline{AF}=\overline{AE}=\overline{AC}-\overline{EC}=2(\text{cm})$,

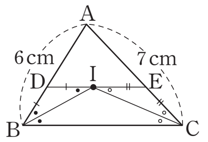
$\overline{BD}=\overline{BF}=\overline{AB}-\overline{AF}=3(\text{cm})$이므로

$\overline{BC}=\overline{BD}+\overline{DC}=3+1=4(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AC}$

$=\frac{1}{2}\times4\times3=6(\text{cm}^2)$

136 답 ⑤



점 I가 △ABC의 내심이므로

∠DBI=∠IBC, ∠ECI=∠ICB

그런데 $\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로

∠DIB=∠IBC(엇각),

∠EIC=∠ICB(엇각)

즉, 이등변삼각형의 성질에 의하여

△DBI에서 ∠DBI=∠DIB이므로 $\overline{DB}=\overline{DI}$ ⋯ ㉠

△EIC에서 ∠EIC=∠ECI이므로 $\overline{IE}=\overline{CE}$ ⋯ ㉡

∴ (△ADE의 둘레의 길이)$=\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{AE}$

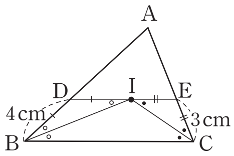
$=\overline{AD}+(\overline{DI}+\overline{IE})+\overline{AE}$

$=(\overline{AD}+\overline{DB})+(\overline{CE}+\overline{AE})$ (∵ ㉠, ㉡)

$=\overline{AB}+\overline{AC}$

$=6+7=13(\text{cm})$

137 답 7 cm



점 I는 △ABC의 내심이므로

∠DBI=∠IBC, ∠ECI=∠ICB

그런데 $\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로

∠DIB=∠IBC(엇각)

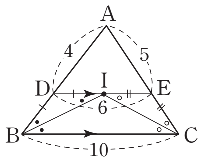
∠EIC=∠ICB(엇각)

즉, △DBI와 △EIC는 모두 이등변삼각형이므로

$\overline{DI}=\overline{DB}=4\,\text{cm}$, $\overline{EI}=\overline{EC}=3\,\text{cm}$

$\therefore \overline{DE}=\overline{DI}+\overline{EI}=4+3=7(\text{cm})$

138 답 25



두 점 B와 I, 두 점 C와 I를 각각 이으면

점 I가 △ABC의 내심이므로

∠DBI=∠IBC, ∠ECI=∠ICB

그런데 $\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로

∠DIB=∠IBC(엇각),

∠EIC=∠ICB(엇각)

즉, 이등변삼각형의 성질에 의하여

△DBI에서 ∠DBI=∠DIB이므로 $\overline{DB}=\overline{DI}$ ⋯ ㉠

△EIC에서 ∠ECI=∠EIC이므로 $\overline{EC}=\overline{EI}$ ⋯ ㉡

∴ (△ABC의 둘레의 길이)

$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=(\overline{AD}+\overline{DB})+\overline{BC}+(\overline{AE}+\overline{EC})$

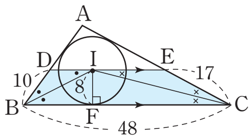
$=(\overline{AD}+\overline{DI})+\overline{BC}+(\overline{AE}+\overline{EI})$ (∵ ㉠, ㉡)

$=\overline{AD}+\overline{BC}+\overline{AE}+(\overline{DI}+\overline{EI})$

$=\overline{AD}+\overline{BC}+\overline{AE}+\overline{DE}$

$=4+10+5+6=25$

139 답 ⑤



점 I가 △ABC의 내심이므로

∠DBI=∠IBF, ∠ECI=∠ICF

또, $\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로

∠DIB=∠IBF(엇각),

∠EIC=∠ICF(엇각)

∴ ∠DIB=∠DBI, ∠EIC=∠ECI

즉, △DBI, △EIC는 모두 이등변삼각형이므로

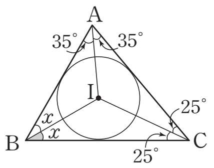
$\overline{DI}=\overline{DB}=10$, $\overline{EI}=\overline{EC}=17$에서

$\overline{DE}=\overline{DI}+\overline{EI}=10+17=27$

$\therefore \square DBCE=\frac{1}{2}\times(\overline{DE}+\overline{BC})\times\overline{IF}$

$=\frac{1}{2}\times(27+48)\times8=300$

140 답 ④



점 I가 △ABC의 내심이므로

∠IAC=∠IAB=35°,

∠ICB=∠ICA=25°이고

∠IBA=∠IBC=∠x라 하면

삼각형 ABC의 세 내각의 크기의 합은

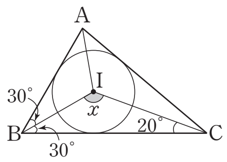
180°이므로 ∠A+∠B+∠C=180°

(35°+35°)+(∠x+∠x)+(25°+25°)=180°

2∠x=60° ∴ ∠x=30°

∴ ∠IBC=30°

141 답 130°



점 I가 △ABC의 내심이므로

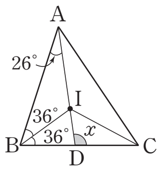
∠IBC=∠IBA=30°

이때, 삼각형 IBC의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

∠BIC+∠IBC+∠ICB=180°

∠x+30°+20°=180° ∴ ∠x=130°

142 답 98°



점 I가 △ABC의 내심이므로

∠IBC=∠IBA=36°

∠x는 △ABD에서 ∠ADB의 외각이므로

∠x=∠BAD+∠ABD

=∠BAD+(∠IBA+∠IBD)

=26°+(36°+36°)=98°

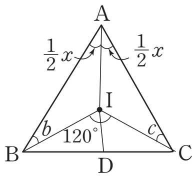
143 답 60°

$\angle BIC=120^\circ$이고 점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle x=120^\circ \quad \therefore \angle x=60^\circ$

[다른 풀이]

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로



$\angle IAB=\angle IAC=\frac{1}{2}\angle x$이고,

$\angle ABI=\angle b$, $\angle ACI=\angle c$라 하면

내심의 성질에 의하여

$\frac{1}{2}\angle x+\angle b+\angle c=90^\circ \cdots ㉠$

이때, $\overline{AI}$를 연장한 선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D라 하면 외각의 성질에 의하여

$\triangle IAB$에서 $\angle BID=\angle IAB+\angle IBA=\frac{1}{2}\angle x+\angle b$

$\triangle ICA$에서 $\angle CID=\angle IAC+\angle ICA=\frac{1}{2}\angle x+\angle c$

한편, $\angle BIC=\angle BID+\angle CID$에서

$120^\circ=\left(\frac{1}{2}\angle x+\angle b\right)+\left(\frac{1}{2}\angle x+\angle c\right)$

$=\frac{1}{2}\angle x+\left(\frac{1}{2}\angle x+\angle b+\angle c\right)$

$=\frac{1}{2}\angle x+90^\circ$ ($\because$ ㉠)

$\frac{1}{2}\angle x=30^\circ \quad \therefore \angle x=60^\circ$

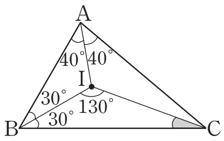
144 답 ⑤

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle x=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A=90^\circ+\frac{1}{2}\times 50^\circ=90^\circ+25^\circ=115^\circ$

145 답 ①

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로



$\angle IAB=\angle IAC=40^\circ$,

$\angle IBA=\angle IBC=30^\circ$

$\therefore \angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A$

$=90^\circ+\frac{1}{2}\times(40^\circ+40^\circ)=90^\circ+40^\circ=130^\circ$

한편, 삼각형 IBC의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle BIC+\angle IBC+\angle ICB=180^\circ$에서

$130^\circ+30^\circ+\angle ICB=180^\circ$

$\therefore \angle ICB=20^\circ$

[다른 풀이]

삼각형 ABC의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle ICB=\angle x$라 하면

$\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$에서

$(40^\circ+40^\circ)+(30^\circ+30^\circ)+(\angle x+\angle x)=180^\circ$

$140^\circ+2\angle x=180^\circ$, $2\angle x=40^\circ \quad \therefore \angle x=20^\circ$

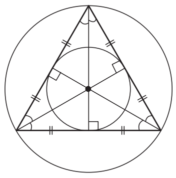
$\therefore \angle ICB=20^\circ$

146 답 ④

① 삼각형의 내심은 세 내각의 이등분선의 교점으로 내접원의 중심이야. (참)

② 삼각형의 내심은 내접원의 중심으로 내심에서 세 변에 이르는 거리가 같아. (참)

③ 삼각형의 외심은 외접원의 중심으로 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같아. (참)



④ 삼각형의 외심은 세 변의 수직이등분선의 교점이지? (거짓)

⑤ 정삼각형은 그림과 같이 외심과 내심이 일치해. (참)

147 답 해설 참조

삼각형의 외심은 세 변의 수직이등분선의 교점이고(ㄷ), 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같아. (ㄴ) 삼각형의 내심은 세 내각의 이등분선의 교점이고, 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같아. (ㄱ)

따라서 ㄱ은 내심, ㄴ과 ㄷ은 외심이야.

148 답 ㄱ과 ㅁ, ㄴ과 ㄹ

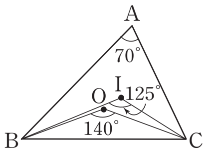
ㄱ에서 점 A는 세 내각의 이등분선의 교점이므로 삼각형의 내심이야. 삼각형의 내심에서 각 변에 이르는 거리가 같으므로 ㅁ의 점 E도 삼각형의 내심이지?

또, ㄴ에서 세 변의 수직이등분선의 교점 B는 삼각형의 외심이야. 삼각형의 외심에서 각 꼭짓점에 이르는 거리가 같으므로 ㄹ의 점 D도 삼각형의 외심이지?

따라서 ㄱ과 ㅁ, ㄴ과 ㄹ의 점은 같은 위치에 있는 거야.

149 답 125°

$\angle BOC=140^\circ$이고 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\angle BOC=2\angle A=140^\circ$



$\therefore \angle A=70^\circ$

또, 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A=90^\circ+\frac{1}{2}\times 70^\circ$

$=90^\circ+35^\circ=125^\circ$

150 답 9°

삼각형 ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-\angle A)=\frac{1}{2}\times(180^\circ-72^\circ)=54^\circ$

이때, 점 I는 삼각형 ABC의 내심이고 내심은 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$\angle IBC=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times 54^\circ=27^\circ$

점 O가 삼각형 ABC의 외심이므로

$\angle BOC=2\times\angle A=2\times 72^\circ=144^\circ$

외심에서 삼각형의 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같으므로 삼각형 OBC는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이야.

$\therefore \angle OBC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-\angle BOC)=\frac{1}{2}\times(180^\circ-144^\circ)=18^\circ$

$\therefore \angle IBO=\angle IBC-\angle OBC=27^\circ-18^\circ=9^\circ$

151 답 117°

직각삼각형 ABC에서

$\angle C=90^\circ-\angle A=90^\circ-48^\circ=42^\circ$

내심 I에 의하여 $\angle ICB=\angle ICA=\frac{1}{2}\angle C=21^\circ$

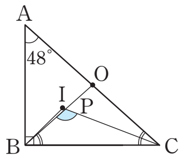
외심 O에 의하여 $\angle OBC=\angle C=42^\circ$

$\triangle$BCP에서

$\angle BPC=180^\circ-(\angle PBC+\angle PCB)$

$\quad=180^\circ-(42^\circ+21^\circ)=117^\circ$

[다른 풀이]



$\triangle$IBP에서 외각의 성질에 의하여

$\angle BPC=\angle IBP+\angle PIB$ ⋯ ㉠이므로

$\angle IBP$, $\angle PIB$의 크기만 구하면 되겠지?

삼각형 ABC의 세 내각의 크기의 합은 180°

이므로 $\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$에서

$48^\circ+90^\circ+\angle C=180^\circ \quad \therefore \angle C=42^\circ$

점 O는 직각삼각형 ABC의 외심이므로 $\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OA}$

즉, $\triangle$OBC는 이등변삼각형이므로

$\angle OBC=\angle C=42^\circ$ ⋯ ㉡

점 I가 $\triangle$ABC의 내심이므로

$\angle IBC=\frac{1}{2}\angle B=\frac{1}{2}\times 90^\circ=45^\circ$ ⋯ ㉢

$\therefore \angle IBP=\angle IBC-\angle OBC=45^\circ-42^\circ$($\because$ ㉡, ㉢)$=3^\circ$

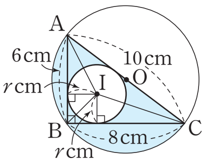
또한, $\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A=90^\circ+24^\circ=114^\circ$이므로

$\angle BPC=\angle IBP+\angle PIB$($\because$ ㉠)

$\quad=\angle IBP+\angle BIC$

$\quad=3^\circ+114^\circ=117^\circ$

152 답 $\frac{17}{2}\pi\ \mathrm{cm}^2$



색칠한 부분의 넓이는 외접하는 반원의 넓이에서 내접하는 원의 넓이를 빼면 되지? 이때, 직각삼각형 ABC의 외접원의 중심을 O라 하면 점 O는 빗변 AC의 중점이므로 외접원의 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 10=5(\mathrm{cm})$

$\therefore$ (반원의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\pi\times 5^2=\frac{25}{2}\pi(\mathrm{cm}^2)$

한편, 직각삼각형 ABC의 내접원의 중심을 I, 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\triangle ABC=\triangle IAB+\triangle IBC+\triangle ICA$

$\quad=\frac{1}{2}\times r\times 6+\frac{1}{2}\times r\times 8+\frac{1}{2}\times r\times 10$

$\quad=3r+4r+5r=12r(\mathrm{cm}^2)$

또, $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 6\times 8=24(\mathrm{cm}^2)$이므로

$12r=24 \quad \therefore r=2$

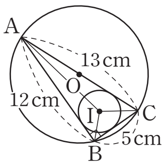
$\therefore$ (내접원의 넓이)$=\pi\times r^2=\pi\times 2^2=4\pi(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\frac{25}{2}\pi-4\pi=\frac{17}{2}\pi(\mathrm{cm}^2)$

오답피하기

직각삼각형의 특징을 잘 알고 있으면 헷갈리지 않을 거야. 직각삼각형의 외심은 항상 빗변의 중점에 위치해. 그래서 외접원의 반지름의 길이를 구하는 것은 쉬워. 직각삼각형의 내접원의 반지름의 길이도 자주 다뤄 봐서 알 수 있겠지만 넓이를 이용한 식에서 나온다는 것을 다시 머릿속에 넣고 시작하자.

153 답 17π cm



직각삼각형 ABC의 외접원의 중심을 O라 하면 점 O는 빗변 AC의 중점이므로 외접원의 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{13}{2}(\mathrm{cm})$

$\therefore$ (외접원의 둘레의 길이)$=2\pi\times\frac{13}{2}$

$\quad=13\pi(\mathrm{cm})$

한편, 직각삼각형 ABC의 내접원의 중심을 I, 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\triangle ABC=\triangle IAB+\triangle IBC+\triangle ICA$

$\quad=\frac{1}{2}\times r\times 12+\frac{1}{2}\times r\times 5+\frac{1}{2}\times r\times 13$

$\quad=\frac{1}{2}\times r\times(12+5+13)=15r(\mathrm{cm}^2)$

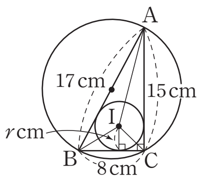
또, $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 12\times 5=30(\mathrm{cm}^2)$이므로

$15r=30 \quad \therefore r=2$

$\therefore$ (내접원의 둘레의 길이)$=2\pi\times 2=4\pi(\mathrm{cm})$

$\therefore$ (외접원과 내접원의 둘레의 길이의 합)$=13\pi+4\pi=17\pi(\mathrm{cm})$

154 답 11π cm



직각삼각형 ABC의 외심은 빗변 AB의 중점이므로 외접원의 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{17}{2}(\mathrm{cm})$

$\therefore$ (외접원의 둘레의 길이)$=2\pi\times\frac{17}{2}$

$\quad=17\pi(\mathrm{cm})$

한편, 직각삼각형 ABC의 내접원의 중심을 I, 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\triangle ABC=\triangle IAB+\triangle IBC+\triangle ICA$

$\quad=\frac{1}{2}\times r\times 17+\frac{1}{2}\times r\times 8+\frac{1}{2}\times r\times 15$

$\quad=\frac{1}{2}\times r\times(17+8+15)$

$\quad=\frac{1}{2}\times r\times 40=20r(\mathrm{cm}^2)$

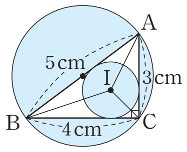
또, $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 8\times 15=60(\mathrm{cm}^2)$이므로

$20r=60 \quad \therefore r=3$

$\therefore$ (내접원의 둘레의 길이)$=2\pi\times 3=6\pi(\mathrm{cm})$

$\therefore$ (외접원과 내접원의 둘레의 길이의 차)$=17\pi-6\pi=11\pi(\mathrm{cm})$

155 답 ⑤



색칠한 부분의 넓이는 외접원의 넓이에서 직각삼각형 ABC의 넓이를 빼고, 내접원의 넓이를 더하면 되지?

이때, 직각삼각형 ABC의 외심은 빗변 AB의 중점이므로 외접원의 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{5}{2}(\text{cm})$

$\therefore$ (외접원의 넓이)$=\pi\times\left(\frac{5}{2}\right)^2=\frac{25}{4}\pi(\text{cm}^2)$

한편, 직각삼각형 ABC의 내접원의 중심을 I, 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\triangle ABC=\triangle IAB+\triangle IBC+\triangle ICA$

$=\frac{1}{2}\times r\times 5+\frac{1}{2}\times r\times 4+\frac{1}{2}\times r\times 3$

$=\frac{1}{2}\times r\times(5+4+3)$

$=\frac{1}{2}r\times 12=6r(\text{cm}^2)$

또, $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 3\times 4=6(\text{cm}^2)$이므로

$6r=6 \quad \therefore r=1$

$\therefore$ (내접원의 넓이)$=\pi\times 1^2=\pi(\text{cm}^2)$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=$(외접원의 넓이)$-$($\triangle$ABC의 넓이)$+$(내접원의 넓이)

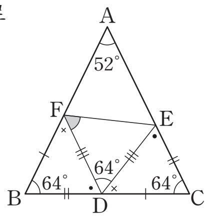
$=\frac{25}{4}\pi-6+\pi=\frac{29}{4}\pi-6(\text{cm}^2)$

잘 틀리는 유형 훈련 +1up

p. 32

156 답 58°

1st 합동인 삼각형을 찾자.



$\triangle$ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-52^\circ)=64^\circ$이고,

$\overline{FB}=\overline{DC}$, $\overline{BD}=\overline{CE}$이므로

$\triangle BDF\equiv\triangle CED$(SAS 합동) $\cdots$㉠

2nd 이등변삼각형의 성질을 이용하여 $\angle$DFE의 크기를 구해.

이때, $\angle BFD=\angle CDE=\times$, $\angle BDF=\angle CED=\bullet$라 하면

$\triangle$BDF에서 $\times+\bullet=180^\circ-64^\circ=116^\circ$이므로

$\angle FDE=180^\circ-(\times+\bullet)=180^\circ-116^\circ=64^\circ$

㉠에 의하여 $\overline{DF}=\overline{DE}$이므로 $\triangle$DEF는 이등변삼각형이고

$\angle DEF=\angle DFE$

$\therefore \angle DFE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-64^\circ)=58^\circ$

오답피하기

각의 크기를 구하는 문제는 주로 두 가지 성질을 이용하는 경우가 많아. 하나는 직선 위의 한 점에 선분을 그어 만든 모든 각의 크기의 합이 360°라는 것이고, 다른 하나는 삼각형의 세 내각의 크기의 합이 180°라는 거야. 이 성질을 적절히 활용하여 그림에서 구할 수 있는 각들을 하나하나 구해 가면 점점 답에 가까워지는 것을 볼 수 있을 거야.

157 답 ①

1st 합동인 삼각형을 찾아 $\triangle$FDE의 세 내각의 크기를 각각 구해.

$\triangle$ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로 $\angle B=\angle C$ $\cdots$ ㉠

$\overline{FB}=\overline{DC}$, $\overline{BD}=\overline{CE}$ $\quad\therefore \triangle DFB\equiv\triangle EDC$(SAS 합동)

즉, $\overline{DF}=\overline{ED}$이므로 $\triangle$DEF는 이등변삼각형이지?

따라서 $\angle DEF=\angle EFD=56^\circ$이므로

$\angle FDE=180^\circ-(56^\circ+56^\circ)=68^\circ$야.

2nd 이등변삼각형의 성질을 이용하여 $\angle$A의 크기를 구해.

한편, $\angle EDC+\angle FDB=180^\circ-\angle FDE=180^\circ-68^\circ=112^\circ$이고,

$\angle FDB=\angle DEC$이므로

$\angle EDC+\angle DEC=\angle EDC+\angle FDB=112^\circ$ $\cdots$ ㉡

삼각형 CED의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle EDC+\angle DEC+\angle C=180^\circ$

㉠, ㉡에 의하여 $\angle B=\angle C=180^\circ-112^\circ=68^\circ$

따라서 이등변삼각형 ABC에서

$\angle A=180^\circ-(68^\circ+68^\circ)=44^\circ$

★ 삼각형의 합동조건

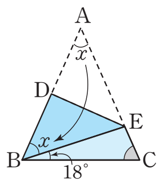
(1) SSS 합동 : 대응하는 세 변의 길이가 각각 같을 때

(2) SAS 합동 : 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같을 때

(3) ASA 합동 : 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝각의 크기가 각각 같을 때

158 답 66°

1st 접은 각의 크기를 이용하여 이등변삼각형의 밑각의 크기를 나타내.



$\overline{DE}$를 접는 선으로 하여 $\triangle$ABC의 꼭짓점 A가 점 B와 겹치도록 접었으므로

$\angle A=\angle DBE$

이때, $\angle A=\angle x$라 하면 $\angle DBE=\angle x$

$\triangle$ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle B=\angle C=\angle x+18^\circ$

2nd 삼각형의 세 내각의 크기의 합으로 $\angle$C의 크기를 구해.

삼각형 ABC의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle x+2(\angle x+18^\circ)=180^\circ$, $3\angle x=144^\circ$ $\quad\therefore \angle x=48^\circ$

$\therefore \angle C=\angle x+18^\circ=66^\circ$

오답피하기

이 문제와 같이 도형을 접는 문제를 풀기 위해 도형을 접더라도 내각의 크기는 변하지 않는다는 성질을 알고 있어야 해.

즉, 접어서 $\angle$A가 $\angle$DBE가 되어도 크기는 변하지 않는데, 그 크기는 아직 알지 못하므로 $\angle x$로 두고 접근해 보자.

159 답 110°

점 A가 점 B에 오도록 접었으므로 $\angle A=\angle x$라 하면

$\angle DBE=\angle A=\angle x$

이때, 삼각형 ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180°-\angle x)$ ⋯ ㉠

한편, $\angle EBC=30°$이므로

$\angle EBC=\angle B-\angle DBE=\frac{1}{2}\times(180°-\angle x)-\angle x=30°$

$\frac{3}{2}\angle x=60°$ $\quad\therefore \angle x=40°$

따라서 $\angle A=40°$이고, ㉠에 의하여

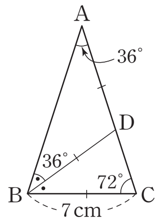
$\angle C=\frac{1}{2}\times(180°-40°)=70°$이므로

$\angle A+\angle C=40°+70°=110°$

160 답 7 cm

1st △DAB가 어떤 삼각형인지 찾자.

△ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로



$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180°-36°)=72°$

$\overline{DB}$는 ∠B의 이등분선이므로

$\angle ABD=\angle DBC=\frac{1}{2}\angle B=\frac{1}{2}\times72°=36°$

즉, △DAB는 $\angle DAB=\angle DBA=36°$인

이등변삼각형이므로 $\overline{DA}=\overline{BD}$

2nd △BCD도 어떤 삼각형인지 찾아 $\overline{DA}$의 길이를 구해.

또한, △BCD에서

$\angle BDC=180°-(\angle DBC+\angle DCB)=180°-(36°+72°)=72°$

즉, △BCD는 $\angle BCD=\angle BDC=72°$인 이등변삼각형이므로

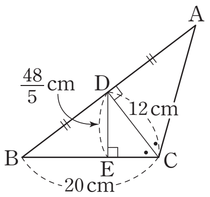
$\overline{BC}=\overline{BD}$ $\quad\therefore \overline{DA}=\overline{BD}=\overline{BC}=7\text{ cm}$

161 답 32 cm

1st 이등변삼각형과 삼각형의 넓이를 이용하여 $\overline{AB}$의 길이를 구해.

△ABC는 $\overline{BC}=\overline{CA}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{CD}$는 $\overline{AB}$를 수직이등분하지?



$\triangle CDB=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{DE}$

$=\frac{1}{2}\times20\times\frac{48}{5}=96(\text{cm}^2)$

$\triangle ABC=2\triangle CDB$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{CD}=2\times96$, $\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times12=2\times96$

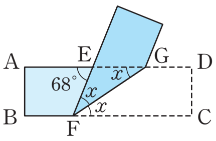
$\therefore \overline{AB}=32\text{ cm}$

162 답 ⑤

1st 먼저 무엇을 구해야 하는지 생각해 보자.

종이를 접었으므로 $\angle EFG=\angle GFC$

또, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로



$\angle GFC=\angle EGF$(엇각)

$\therefore \angle EFG=\angle EGF=\angle x$

2nd 삼각형의 외각의 성질을 이용해.

△EFG에서 ∠AEF는 ∠GEF의 외각이므로

$\angle AEF=\angle EFG+\angle EGF$

$68°=\angle x+\angle x$, $2\angle x=68°$

$\therefore \angle x=34°$

오답피하기

이 문제는 평행선의 성질과 삼각형의 외각의 크기를 이용하면 풀 수 있는 문제야. 그런데 접었을 경우를 생각해 봐야 문제의 실마리를 찾을 수 있어.

평행선의 성질 중 엇각의 크기가 같음과 접는 선으로 인하여 생기는 각의 크기가 같음을 이용하면 겹쳐지는 부분의 도형은 반드시 이등변삼각형이 돼. 만약 이해가 되지 않는다면 직사각형 모양의 종이를 직접 접어서 생각해 보면 쉽게 알 수 있어.

163 답 60°

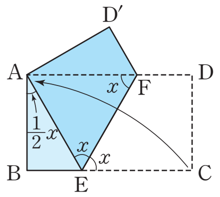
1st 먼저 무엇을 구해야 하는지 생각해 보자.

종이를 접었으므로 $\angle FEC=\angle AEF$

또, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle AFE=\angle FEC=\angle x$(엇각)라 하면

$\angle AFE=\angle AEF=\angle x$

2nd $2\angle BAE=\angle AFE$를 사용하자.



△AEF에서

$\angle EAF=180°-2\angle x$ ⋯ ㉠

이때, 주어진 조건

$2\angle BAE=\angle AFE$에서

$\angle BAE=\frac{1}{2}\angle AFE=\frac{1}{2}\angle x$ ⋯ ㉡

$\angle BAF=90°$이므로

$\angle BAF=\angle BAE+\angle EAF$

$=\frac{1}{2}\angle x+(180°-2\angle x)$(∵ ㉠, ㉡)

$=180°-\frac{3}{2}\angle x=90°$

$\frac{3}{2}\angle x=90°$ $\quad\therefore \angle x=60°$

$\therefore \angle AFE=60°$

164 답 65°

1st △ADB와 △ADE에 주목해 봐!

△ADB와 △ADE에서 $\overline{AB}=\overline{AE}$, $\angle ABD=\angle AED=90°$,

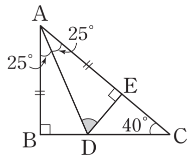
$\overline{AD}$는 공통이므로 △ADB≡△ADE (RHS 합동)

$\therefore \angle BAD=\angle EAD$ ⋯ ㉠

2nd 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이지?

이때, 삼각형 ABC의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle A+\angle B+\angle C=180°$에서



$\angle A+90°+40°=180°$ $\quad\therefore \angle A=50°$

$\therefore \angle EAD=\frac{1}{2}\angle A=25°$ (∵ ㉠)

또, 삼각형 ADE의 세 내각의 크기의 합은

180°이므로 $\angle EAD+\angle DEA+\angle ADE=180°$에서

$25°+90°+\angle ADE=180°$ $\quad\therefore \angle ADE=65°$

165 답 12 cm

1st 합동인 삼각형을 찾아 △BED의 둘레의 길이를 구해.

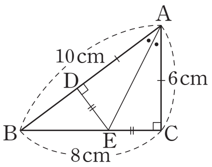
$\angle C=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서

$\overline{ED}=\overline{EC}$ ⋯ ㉠, $\overline{AB}\perp\overline{DE}$이므로

△ADE≡△ACE (RHS 합동)

즉, $\overline{AD}=\overline{AC}=6\,\text{cm}$이므로

$\overline{DB}=\overline{AB}-\overline{AD}=10-6=4(\text{cm})$



∴ (△BED의 둘레의 길이)$=\overline{DB}+\overline{BE}+\overline{ED}$

$=\overline{DB}+(\overline{BE}+\overline{EC})$ (∵ ㉠)

$=\overline{DB}+\overline{BC}=4+8=12(\text{cm})$

166 답 6 cm

1st △BED가 어떤 삼각형인지 구하자.

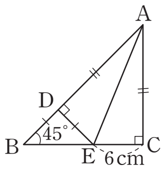
직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC}=\overline{BC}$이므로

$\angle A=\angle B=45^\circ$

한편, $\overline{AB}\perp\overline{ED}$이니까 $\angle EDB=90^\circ$

그럼, △BED는 한 내각의 크기가 45°인

직각이등변삼각형이므로 $\overline{BD}=\overline{DE}$ ⋯ ㉠



2nd △AED와 △AEC를 비교해 보자.

△AED와 △AEC에서 $\overline{AD}=\overline{AC}$, $\overline{AE}$는 공통,

$\angle ADE=\angle ACE=90^\circ$이므로 △AED≡△AEC (RHS 합동)

∴ $\overline{DE}=\overline{CE}=6\,\text{cm}$ ⋯ ㉡

㉠과 ㉡에 의하여 $\overline{BD}=\overline{DE}=\overline{CE}=6\,\text{cm}$

167 답 ③

1st 합동인 삼각형을 찾아 △BDE가 어떤 삼각형인지 알아내고, 그 넓이를 구해.

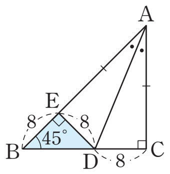
△ACD와 △AED에서

$\angle EAD=\angle CAD$,

$\angle AED=\angle ACD=90^\circ$,

$\overline{AD}$는 공통이므로

△ACD≡△AED(RHA 합동)



∴ $\overline{DE}=\overline{DC}=8$

△ABC는 $\overline{BC}=\overline{CA}$인 직각이등변삼각형이므로 $\angle B=45^\circ$

즉, △BDE도 $\overline{EB}=\overline{DE}$인 직각이등변삼각형이 되니까

$\overline{EB}=\overline{DE}=8$

∴ $\triangle BDE=\dfrac{1}{2}\times\overline{EB}\times\overline{DE}=\dfrac{1}{2}\times8\times8=32$

168 답 51°

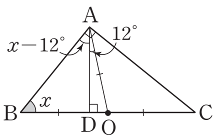
1st 외심을 이용하여 △OAB가 어떤 삼각형인지 찾자.

그림에서 점 O가 △ABC의 외심이므로

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$

즉, △OAB는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OAB=\angle ABO=\angle x$



2nd 직각삼각형 ABD의 세 내각의 크기의 합을 이용하여 $\angle x$의 크기를 구해.

이때, 직각삼각형 ABD에서

$\angle DAB=\angle OAB-\angle OAD=\angle x-12^\circ$이고,

삼각형 ABD의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle A+\angle B+\angle D=180^\circ$에서

$(\angle x-12^\circ)+\angle x+90^\circ=180^\circ$

$2\angle x=102^\circ$ ∴ $\angle x=51^\circ$

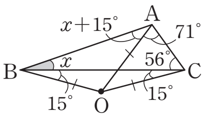
169 답 ②

1st 둔각삼각형의 외심의 성질을 이용해.

점 O가 △ABC의 외심이므로

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이지?

그럼, △OCA는 $\overline{OA}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로



$\angle OAC=\angle OCA=56^\circ+15^\circ=71^\circ$

또, △OCB는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OBC=\angle OCB=15^\circ$

그리고 △OAB는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OAB=\angle OBA=\angle x+15^\circ$

2nd △ABC의 세 내각의 크기의 합을 이용하여 $\angle x$의 크기를 구해.

△ABC의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$에서

$(\angle x+15^\circ+71^\circ)+\angle x+56^\circ=180^\circ$

$2\angle x=38^\circ$

∴ $\angle x=19^\circ$

오답피하기

둔각삼각형의 외심은 삼각형의 내부가 아니라 삼각형의 외부에 위치하게 되지? 예각삼각형이나 직각삼각형의 외심에 익숙한 사람에게 낯선 문제가 될 수 있어. 하지만 외심의 성질을 정확히 알고 있으면 개념을 똑같이 적용하는 거라는 걸 눈치챌 수 있어.
즉, 외심의 성질은 외심과 각 꼭짓점 사이의 거리가 같다는 거잖아. 이런 결과로 이등변삼각형이 나오는 거야. 결국, [외심의 성질] → [이등변삼각형의 성질]로 개념이 연결되겠지?

170 답 π cm²

1st 삼각형의 넓이를 $\dfrac{1}{2}\times$(밑변의 길이)$\times$(높이)로 구하자.

△ABC에서 $\angle C=90^\circ$이므로

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AC}=\dfrac{1}{2}\times4\times3=6(\text{cm}^2)$ ⋯ ㉠

2nd △ABC의 넓이를 내접원의 반지름의 길이로 나타내어 내접원의 넓이를 구하자.

이때, 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\triangle ABC=\triangle IAB+\triangle IBC+\triangle ICA$

$=\dfrac{1}{2}\times5\times r+\dfrac{1}{2}\times4\times r+\dfrac{1}{2}\times3\times r$

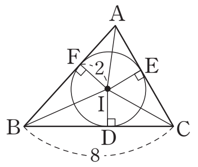
$=6r(\text{cm}^2)$ ⋯ ㉡

㉠=㉡이므로 $6r=6$ ∴ $r=1$

따라서 △ABC의 내접원의 넓이는 π cm²야.

171 답 ④

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이고 내접원의 반지름의 길이가 2이므로 점 I에서 $\overline{BC}$, $\overline{CA}$, $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F라 하면 $\overline{ID}=\overline{IE}=\overline{IF}=2$이지?



$$\begin{aligned}\triangle ABC&=\triangle IAB+\triangle IBC+\triangle ICA\\&=\frac{1}{2}\times\overline{IF}\times\overline{AB}+\frac{1}{2}\times\overline{ID}\times\overline{BC}+\frac{1}{2}\times\overline{IE}\times\overline{CA}\\&=\frac{1}{2}\times 2\times(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})\\&=\overline{AB}+8+\overline{CA}\end{aligned}$$

그런데 $\triangle ABC$의 넓이가 20이므로

$\triangle ABC=\overline{AB}+8+\overline{CA}=20$

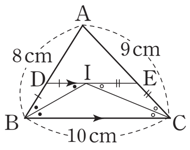
$\therefore\ \overline{AB}+\overline{CA}=12$

172 답 17 cm

1st 내심의 정의와 평행선의 성질을 이용하자.

점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle IBD=\angle IBC$, $\angle ICE=\angle ICB$



이때, $\overline{DE}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

$\angle IBC=\angle DIB$(엇각), $\angle ICB=\angle EIC$(엇각)

$\therefore\ \angle IBD=\angle DIB$, $\angle ICE=\angle EIC$

즉, $\triangle DIB$와 $\triangle ECI$는 모두 이등변삼각형이므로

$\overline{DI}=\overline{DB}$, $\overline{IE}=\overline{EC}$ ⋯ ㉠

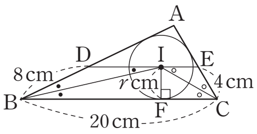
2nd $\triangle ADE$의 둘레의 길이를 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$로 나타내자.

$$\begin{aligned}(\triangle ADE\text{의 둘레의 길이})&=\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{EA}\\&=\overline{AD}+(\overline{DI}+\overline{IE})+\overline{EA}\\&=\overline{AD}+(\overline{DB}+\overline{EC})+\overline{EA}\ (\because\ ㉠)\\&=(\overline{AD}+\overline{DB})+(\overline{EC}+\overline{EA})\\&=\overline{AB}+\overline{AC}=8+9=17(\text{cm})\end{aligned}$$

173 답 3 cm

1st 무엇을 구해야 하는지 따져보자.

두 점 B와 I, 두 점 C와 I를 각각 이어보자.



점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle IBD=\angle IBC$, $\angle ICE=\angle ICB$

그리고 $\overline{DE}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

$\angle IBC=\angle DIB$(엇각), $\angle ICB=\angle EIC$(엇각)

$\therefore\ \angle IBD=\angle DIB$, $\angle ICE=\angle EIC$

즉, $\triangle DBI$, $\triangle EIC$는 모두 이등변삼각형이므로

$\overline{DI}=\overline{BD}=8\,\text{cm}$, $\overline{EI}=\overline{EC}=4\,\text{cm}$

$\therefore\ \overline{DE}=\overline{DI}+\overline{EI}=8+4=12(\text{cm})$ ⋯ ㉠

2nd 사다리꼴 DBCE의 넓이를 내접원의 반지름의 길이로 나타내자.

$\overline{DE}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로 □DBCE는 사다리꼴이야.

이때, 점 I에서 $\overline{BC}$에 내린 수선을 발을 F라 하고, 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면 사다리꼴 DBCE의 높이인 $\overline{IF}$의 길이도 r cm이지?

$$\begin{aligned}\square DBCE&=\frac{1}{2}\times(\overline{DE}+\overline{BC})\times r\\&=\frac{1}{2}\times(\overline{DE}+20)\times r=48\ \cdots\ ㉡\end{aligned}$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$\frac{1}{2}\times(12+20)\times r=48$

$16r=48\qquad\therefore\ r=3\ \text{cm}$

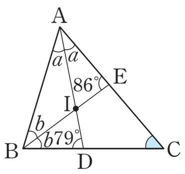
174 답 ②

1st 내심의 의미를 정확히 알고 있어야 해.

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle IAB=\angle IAE=\angle a$,

$\angle IBA=\angle IBD=\angle b$라 하자.



2nd 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이지?

삼각형 ABC의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$에서

$(\angle a+\angle a)+(\angle b+\angle b)+\angle C=180^\circ$

$\therefore\ \angle C=180^\circ-2(\angle a+\angle b)$ ⋯ ㉠

즉, $\angle C$의 크기를 구하기 위해서는 $\angle a+\angle b$의 값을 구하면 돼.

삼각형 ABE의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle A+\angle ABE+\angle AEB=180^\circ$에서

$(\angle a+\angle a)+\angle b+86^\circ=180^\circ\qquad\therefore\ 2\angle a+\angle b=94^\circ$ ⋯ ㉡

또, 삼각형 ABD의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle DAB+\angle B+\angle ADB=180^\circ$에서

$\angle a+(\angle b+\angle b)+79^\circ=180^\circ\qquad\therefore\ \angle a+2\angle b=101^\circ$ ⋯ ㉢

㉡+㉢을 하면

$3\angle a+3\angle b=195^\circ$

$3(\angle a+\angle b)=195^\circ\qquad\therefore\ \angle a+\angle b=65^\circ$

3rd $\angle C$의 크기를 구하자.

㉠에 의하여 $\angle C=180^\circ-2\times 65^\circ=180^\circ-130^\circ=50^\circ$

오답피하기

이 문제의 식을 세우기가 쉽지 않아. 내심의 의미를 안다고 하더라도 문자를 도입하여 식을 세우는 과정이 어렵지. 수학에서는 스스로 미지수를 도입하여 식을 세워야 하는 경우가 많아. 이 문제처럼 $\angle a$, $\angle b$라는 미지수를 도입하여 식을 세우는 것들이 처음에는 쉽지 않겠지만 차츰 식을 세우는 훈련을 하다보면 오히려 생각하기가 편하게 된다구. 이 문제에서는 미지수를 도입하였다면, 삼각형의 세 내각의 크기의 합이 180°인 것을 이용하여 식을 세울 수 있어. 미지수를 도입할 때, 어떤 개념을 이용해야 식이 세워지는지 생각을 잘 정리해야 막히지 않고 문제를 풀 수 있어.

175 답 ③

1st 삼각형의 세 내각의 크기의 합을 이용하여 $\angle A$의 크기를 구하자.

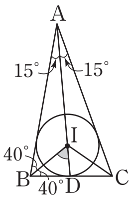
삼각형 ABC의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$에서

$\angle A+80^\circ+70^\circ=180^\circ \qquad \therefore \angle A=30^\circ$

2nd 내심의 성질을 이용하여 $\angle IAB$, $\angle IBA$의 크기를 각각 구하자.

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로



$\angle IAB=\angle IAC=\frac{1}{2}\angle A=\frac{1}{2}\times 30^\circ=15^\circ$

$\angle IBA=\angle IBD=\frac{1}{2}\angle B=\frac{1}{2}\times 80^\circ=40^\circ$

3rd $\angle BID$의 크기는 삼각형의 외각의 성질을 이용하면 구할 수 있지?

$\triangle ABI$에서 $\angle BID$는 $\angle AIB$의 외각이므로

$\angle BID=\angle IAB+\angle IBA=15^\circ+40^\circ=55^\circ$

176 답 ①

1st 내심의 성질을 이용하여 $\angle A$의 크기를 구할 수 있지?

점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A$에서

$\angle A=2(\angle BIC-90^\circ)=2(110^\circ-90^\circ)=40^\circ$

삼각형 ABC의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$에서

$40^\circ+60^\circ+\angle C=180^\circ \qquad \therefore \angle C=80^\circ$

내심의 성질에 의하여 $\angle ICB=\angle ICA=\frac{1}{2}\angle C=40^\circ$

2nd 외심의 성질을 이용하여 $\angle OCB$의 크기를 구하고, $\angle OCI$의 크기를 구해.

점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\angle BOC=2\angle A=80^\circ$

이때, 외심 O에 대하여 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$가 성립하지?

즉, $\triangle OBC$는 이등변삼각형이므로

$\angle OCB=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle BOC)$

$\quad=\frac{1}{2}(180^\circ-80^\circ)=50^\circ$

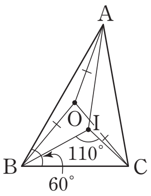
$\therefore \angle OCI=\angle OCB-\angle ICB=50^\circ-40^\circ=10^\circ$

오답피하기

이 문제는 내심의 성질과 외심의 성질을 적절히 이용하지 않으면 틀리기 딱 좋은 문제야. 특히, 잘 알아 두어야 할 것은 $\angle A$와 $\angle BOC$, $\angle BIC$의 크기의 관계야.

외심 O에 대해서 $\angle BOC=2\angle A$ ⋯ ㉠

내심 I에 대해서 $\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A$ ⋯ ㉡



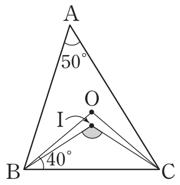
이것을 반드시 기억해 두어야 해. 공식으로 기억해서 알아 두는 방법이 가장 빠르지만 **유형 다지기** 124번의 풀이에서 $\angle BOC$의 크기가 어떻게 나왔는지 주의깊게 보고, 143번의 풀이에서 $\angle A$의 크기가 어떻게 나왔는지 알아 두는 게 기억하기에 훨씬 좋아.

177 답 ④

1st 삼각형의 세 내각의 크기의 합이 180°임과 외심의 성질을 이용하여 $\angle BOC$의 크기를 구하자.

점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{OB}=\overline{OC}$

즉, $\triangle OBC$는 이등변삼각형이야.



$\therefore \angle OCB=\angle OBC=40^\circ$

삼각형 OBC의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로 $\angle BOC+\angle OBC+\angle OCB=180^\circ$

$\angle BOC+40^\circ+40^\circ=180^\circ \qquad \therefore \angle BOC=100^\circ$

2nd 외심과 내심의 성질을 각각 이용하자.

점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\angle A=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times 100^\circ=50^\circ$

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A=90^\circ+\frac{1}{2}\times 50^\circ=90^\circ+25^\circ=115^\circ$

서술형 다지기

p. 36

[178-179 채점기준표]

Ⅰ	구하는 각의 크기를 미지수로 나타낸다.	20%
Ⅱ	이등변삼각형과 삼각형의 외각의 성질을 이용한다.	40%
Ⅲ	주어진 각의 크기를 이용하여 $\angle x$의 크기를 구한다.	40%

178 답 35°

먼저, 구하는 각의 크기를 미지수로 나타내자.

$\angle ABC=\angle x$라 하면 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

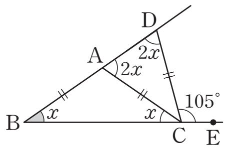
$\angle ACB=\angle ABC=\angle x$ ⋯ Ⅰ

그다음, $\triangle CDA$가 이등변삼각형임을 이용하여 두 밑각의 크기를 미지수로 나타내자.

$\angle CAD$는 $\triangle ABC$에서 $\angle BAC$의 외각이므로

$\angle CAD=\angle ABC+\angle ACB$

$\quad=\angle x+\angle x=2\angle x$



이때, $\triangle CDA$는 $\overline{CA}=\overline{CD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle CDA=\angle CAD=2\angle x$ ⋯ Ⅱ

그래서, $\angle ABC$의 크기를 구하자.

$\angle DCE$는 $\triangle DBC$에서 $\angle DCB$의 외각이므로

$\angle DCE=\angle DBC+\angle BDC=\angle x+2\angle x=105^\circ$

$3\angle x=105^\circ \qquad \therefore \angle x=35^\circ$

$\therefore \angle ABC=35^\circ$ ⋯ Ⅲ

179 답 17°

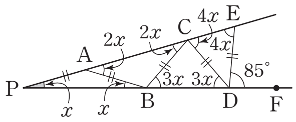
먼저, 구하는 각의 크기를 미지수로 나타내자.

$\angle APB=\angle x$라 하면 $\triangle APB$는 $\overline{AP}=\overline{AB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABP=\angle APB=\angle x$ ⋯ Ⅰ

그다음, 각각의 각의 크기를 미지수로 나타내자.

$\angle BAC$는 $\triangle APB$의 한 외각이므로



$\angle BAC = \angle APB + \angle ABP$

$= \angle x + \angle x = 2\angle x$

$\triangle BCA$는 $\overline{BA} = \overline{BC}$인 이등변삼각형이므로 $\angle BCA = \angle BAC = 2\angle x$

$\angle CBD$는 $\triangle CPB$의 한 외각이므로

$\angle CBD = \angle CPB + \angle PCB = \angle x + 2\angle x = 3\angle x$

$\triangle CBD$는 $\overline{CB} = \overline{CD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle CDB = \angle CBD = 3\angle x$

$\angle DCE$는 $\triangle CPD$의 한 외각이므로

$\angle DCE = \angle CPD + \angle CDP = \angle x + 3\angle x = 4\angle x$

$\triangle DEC$는 $\overline{DC} = \overline{DE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle DEC = \angle DCE = 4\angle x$ … Ⅱ

그래서, $\angle APB$의 크기를 구하자.

$\angle EDF$는 $\triangle EPD$의 한 외각이므로

$\angle EDF = \angle EPD + \angle PED = \angle x + 4\angle x = 5\angle x$

$5\angle x = 85°$ $\quad\therefore \angle x = 17°$

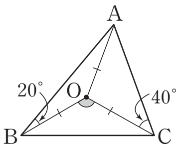
$\therefore \angle APB = 17°$ … Ⅲ

[180-181 채점기준표]

Ⅰ	외심의 성질을 이용한다.	20%
Ⅱ	이등변삼각형의 성질을 이용한다.	40%
Ⅲ	$\angle A$와 $\angle BOC$의 관계를 이용한다.	40%

180 답 $120°$

먼저, 삼각형 ABC의 외심의 성질을 이용하자.



점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ … Ⅰ

그다음, $\triangle OAB$, $\triangle OCA$가 이등변삼각형임을 이용하자.

$\triangle OAB$, $\triangle OCA$는 모두 이등변삼각형이므로

$\angle OAB = \angle OBA = 20°$, $\angle OAC = \angle OCA = 40°$

$\therefore \angle A = \angle OAB + \angle OAC = 20° + 40° = 60°$ … Ⅱ

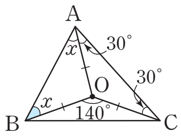
그래서, $\angle A$와 $\angle BOC$의 관계를 이용하여 $\angle BOC$의 크기를 구하자.

외심 O에 의하여 $\angle BOC = 2\angle A$가 성립하므로

$\angle BOC = 2 \times 60° = 120°$ … Ⅲ

181 답 $40°$

먼저, 삼각형 ABC의 외심의 성질을 이용하자.



점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ … Ⅰ

그다음, $\triangle OAB$, $\triangle OCA$가 이등변삼각형임을 이용하자.

$\triangle OAB$, $\triangle OCA$는 모두 이등변삼각형이므로

$\angle OAB = \angle OBA = \angle x$, $\angle OAC = \angle OCA = 30°$

$\therefore \angle A = \angle OAB + \angle OAC = \angle x + 30°$ … ㉠ … Ⅱ

그래서, $\angle A$와 $\angle BOC$의 관계를 이용하여 $\angle ABO$의 크기를 구하자.

이때, 점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\angle BOC = 2\angle A$

$\therefore \angle A = \frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{2} \times 140° = 70°$ … ㉡

㉠=㉡이므로 $\angle x + 30° = 70°$

$\therefore \angle ABO = \angle x = 40°$ … Ⅲ

182 답 $44°$

삼각형 ABC는 $\overline{AB} = \overline{BC}$인 이등변삼각형이고 $\angle B = 44°$이므로

$\angle A = \angle C = \frac{1}{2} \times (180° - 44°) = 68°$ … Ⅰ

또, 삼각형 ADC는 $\overline{AD} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ADC = \angle C = 68°$ … Ⅱ

이때, 삼각형 ADC의 세 내각의 크기의 합은 $180°$이므로

$\angle DAC = 180° - (\angle ADC + \angle C) = 180° - 2 \times 68° = 44°$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	삼각형 ABC가 이등변삼각형임을 이용한다.	30%
Ⅱ	삼각형 ADC가 이등변삼각형임을 이용한다.	30%
Ⅲ	삼각형의 세 내각의 크기의 합을 이용한다.	40%

183 답 7 cm

$\triangle ABD$와 $\triangle CAE$에서

$\angle D = \angle E = 90°$, $\overline{AB} = \overline{CA}$이고

$\angle DBA = 180° - \angle ADB - \angle BAD = 90° - \angle BAD$,

$\angle EAC = \angle BAC - \angle BAD = 90° - \angle BAD$이므로

$\angle DBA = \angle EAC$

$\therefore \triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동) … Ⅰ

이때, 합동인 삼각형의 대응하는 변의 길이는 같으므로

$\overline{DA} = \overline{EC} = 8\,\text{cm}$, $\overline{AE} = \overline{BD} = 15\,\text{cm}$ … Ⅱ

$\therefore \overline{DE} = \overline{AE} - \overline{DA} = 15 - 8 = 7(\text{cm})$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	합동인 직각삼각형을 찾는다.	30%
Ⅱ	직각삼각형의 합동인 성질을 이용해서 $\overline{DA}$, $\overline{AE}$의 길이를 각각 구한다.	50%
Ⅲ	$\overline{DE}$의 길이를 구한다.	20%

184 답 24 cm

삼각형 ABC의 내심 I에서 각 변에 이르는 거리는 내접원의 반지름의 길이인 3 cm와 같으므로 $\triangle ABC$의 세 변의 길이를 각각 $\overline{AB} = a$ cm, $\overline{BC} = b$ cm, $\overline{CA} = c$ cm라 하면 … Ⅰ

$\triangle ABC = \triangle IAB + \triangle IBC + \triangle ICA$

$= \frac{1}{2} \times a \times 3 + \frac{1}{2} \times b \times 3 + \frac{1}{2} \times c \times 3$

$= \frac{1}{2} \times (a + b + c) \times 3 = 36$

$\therefore a + b + c = 24$ … Ⅱ

따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는 24 cm이다. … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	$\triangle ABC$의 세 변의 길이를 각각 문자로 나타낸다.	30%
Ⅱ	넓이를 이용하여 문자의 합을 구한다.	50%
Ⅲ	$\triangle ABC$의 둘레의 길이를 구한다.	20%

185 답 46 cm^2

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로 $\overline{BI}$, $\overline{CI}$는 각각 $\angle B$, $\angle C$의 이등분선이다. 즉, 내심 I에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\angle DBI=\angle IBH$, $\angle ECI=\angle ICH$

한편, $\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로 엇각의 성질에 의하여

$\angle DIB=\angle IBH$, $\angle EIC=\angle ICH$ … Ⅰ

즉, $\angle DBI=\angle DIB$, $\angle ECI=\angle EIC$이므로

$\triangle DBI$는 $\overline{DB}=\overline{DI}$, $\triangle EIC$는 $\overline{EI}=\overline{EC}$인 이등변삼각형이다.

$\overline{DI}=\overline{DB}=5\text{ cm}$, $\overline{EI}=\overline{EC}=6\text{ cm}$ … Ⅱ

$\therefore \square DBCE=\frac{1}{2}\times(\overline{DE}+\overline{BC})\times\overline{IH}$

$=\frac{1}{2}\times(\overline{DI}+\overline{EI}+\overline{BC})\times\overline{IH}$

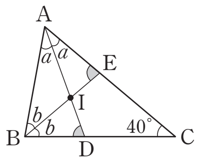
$=\frac{1}{2}\times(5+6+12)\times 4=46(\text{cm}^2)$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	내심과 엇각의 성질을 이용한다.	30%
Ⅱ	이등변삼각형의 정의를 이용한다.	20%
Ⅲ	$\square$DBCE의 넓이를 구한다.	50%

186 답 150°

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로



$\angle IAB=\angle IAE=\angle a$,

$\angle IBA=\angle IBD=\angle b$라 하자. … Ⅰ

$\angle BDA$는 $\triangle ADC$의 한 외각이므로

$\angle BDA=\angle DAC+\angle DCA=\angle a+40^\circ$

또, $\angle BEA$는 $\triangle BCE$의 한 외각이므로

$\angle BEA=\angle EBC+\angle ECB=\angle b+40^\circ$

$\therefore \angle BDA+\angle BEA=(\angle a+40^\circ)+(\angle b+40^\circ)$

$=\angle a+\angle b+80^\circ$ … ㉠ … Ⅱ

한편, 삼각형 ABC의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$에서

$(\angle a+\angle a)+(\angle b+\angle b)+40^\circ=180^\circ$

$2(\angle a+\angle b)=140^\circ$

$\therefore \angle a+\angle b=70^\circ$ … ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면

$\angle BDA+\angle BEA=70^\circ+80^\circ=150^\circ$ … Ⅲ

[다른 풀이]

$\overline{CI}$를 그으면 내심 I에 의하여

$\angle IAB+\angle IBC+\angle ICA=90^\circ$이므로

$\angle a+\angle b+20^\circ=90^\circ$

$\therefore \angle a+\angle b=70^\circ$

(이하 동일)

[채점기준표]

Ⅰ	내심의 성질을 이용하여 $\angle IAB$, $\angle IBA$를 각각 미지수로 나타낸다.	30%
Ⅱ	삼각형의 외각의 성질을 이용한다.	40%
Ⅲ	$\angle BDA+\angle BEA$의 값을 구한다.	30%

187 답 34°

$\triangle ABC$의 내심 I에 대하여

$\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A=90^\circ+\frac{1}{2}\times 44^\circ=112^\circ$ … Ⅰ

$\triangle IBC$의 내심 J에 대하여

$\angle BJC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\times 112^\circ=146^\circ$ … Ⅱ

삼각형 JBC의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle JBC+\angle BCJ+\angle BJC=180^\circ$

$\therefore \angle JBC+\angle BCJ=180^\circ-\angle BJC$

$=180^\circ-146^\circ=34^\circ$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	점 I가 $\triangle ABC$의 내심임을 이용한다.	40%
Ⅱ	점 J가 $\triangle IBC$의 내심임을 이용한다.	40%
Ⅲ	$\angle JBC+\angle BCJ$의 값을 구한다.	20%

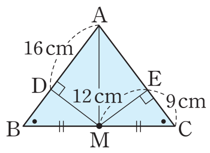
최고난도 만점 문제

p. 38

188 답 300 cm^2

1st 직각삼각형의 합동 조건을 이용하여 합동인 삼각형을 찾자.

이등변삼각형 ABC에서 두 점 A, M을



이므로 $\triangle DBM$과 $\triangle ECM$에서

$\angle BDM=\angle CEM=90^\circ$, $\overline{BM}=\overline{CM}$,

$\angle B=\angle C$이므로

$\triangle DBM\equiv\triangle ECM$ (RHA 합동)

2nd 대응하는 변의 길이가 같음을 이용하여 $\overline{DM}$, $\overline{AB}$의 길이를 찾고, $\triangle ABC$의 넓이를 구하자.

합동인 두 삼각형에서 대응하는 변의 길이가 같으므로

$\overline{MD}=\overline{ME}=12\text{ cm}$, $\overline{DB}=\overline{EC}=9\text{ cm}$

$\therefore \overline{AB}=\overline{AD}+\overline{DB}=\overline{AD}+\overline{EC}=16+9=25(\text{cm})$

이때, $\triangle ABC$가 이등변삼각형이므로 $\overline{AC}=\overline{AB}=25\text{ cm}$이고

$\overline{BM}=\overline{CM}$, $\overline{AM}$은 공통이므로

$\triangle ABM\equiv\triangle ACM$(SSS 합동)

$\therefore \triangle ABC=\triangle ABM+\triangle ACM=2\triangle ABM$

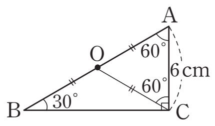
$=2\times\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{MD}$

$=2\times\frac{1}{2}\times 25\times 12=300(\text{cm}^2)$

189 답 ⑤

1st 직각삼각형 ABC에서 $\angle A$의 크기를 구해.

삼각형 ABC의 세 내각의 크기의 합은



180°이므로 $\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$에서

$\angle A+30^\circ+90^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle A=60^\circ$

2nd 직각삼각형의 외심을 이용하여 $\overline{AB}$의 길이를 구해.

직각삼각형 ABC의 외심을 O라 하면

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$ ⋯ ㉠

이때, △AOC는 $\overline{OA}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OCA=\angle OAC=60^\circ$

$\angle AOC=180^\circ-(\angle OAC+\angle OCA)$

$=180^\circ-(60^\circ+60^\circ)=60^\circ$

즉, △AOC는 정삼각형이므로

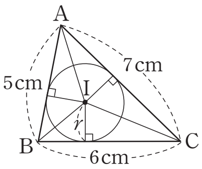
$\overline{OC}=\overline{OA}=\overline{CA}=6\,\text{cm}$ $\quad\therefore \overline{OB}=6\,\text{cm}$ ($\because$ ㉠)

$\therefore \overline{AB}=\overline{OA}+\overline{OB}=6+6=12(\text{cm})$

190 답 3 : 1

1st 내심에 의하여 나누어진 삼각형의 넓이를 이용해.

점 I가 △ABC의 내심이므로 내접원의 반지름의 길이를 r라 하면



△ABC

$=\triangle IAB+\triangle IBC+\triangle ICA$

$=\frac{1}{2}\times r\times\overline{AB}+\frac{1}{2}\times r\times\overline{BC}+\frac{1}{2}\times r\times\overline{CA}$

$=\frac{1}{2}\times r\times5+\frac{1}{2}\times r\times6+\frac{1}{2}\times r\times7$

$=\frac{1}{2}\times r\times(5+6+7)$

$=\frac{1}{2}\times r\times18=9r(\text{cm}^2)$

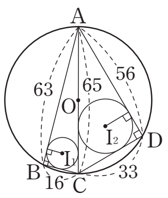
$\triangle IBC=\frac{1}{2}\times r\times\overline{BC}=\frac{1}{2}\times r\times6=3r(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle ABC : \triangle IBC=9r : 3r=3 : 1$

191 답 397

1st 직각삼각형의 외접원의 중심, 즉 외심은 빗변의 중점에 위치하지?

점 O를 두 직각삼각형 ABC, ACD의 외심이라 하면 외심은 빗변 AC의 중점이므로 외접원의 반지름의 길이는



$R=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{65}{2}$

2nd 직각삼각형 ABC의 넓이를 이용하여 내접원의 반지름의 길이를 구하자.

직각삼각형 ABC의 내심을 I_1이라 하면

$\triangle ABC=\triangle I_1AB+\triangle I_1BC+\triangle I_1CA$

$=\frac{1}{2}\times r_1\times\overline{AB}+\frac{1}{2}\times r_1\times\overline{BC}+\frac{1}{2}\times r_1\times\overline{CA}$

$=\frac{1}{2}\times r_1\times(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})=\frac{1}{2}\times r_1\times(63+16+65)$

$=\frac{1}{2}\times r_1\times144=72r_1$ ⋯ ㉠

또, $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}=\frac{1}{2}\times63\times16=504$ ⋯ ㉡

㉠=㉡이므로 $72r_1=504$ $\quad\therefore r_1=7$

3rd 직각삼각형 ACD의 내접원의 반지름의 길이를 구하자.

직각삼각형 ACD의 내심을 I_2라 하면

$\triangle ACD=\triangle I_2AC+\triangle I_2CD+\triangle I_2DA$

$=\frac{1}{2}\times r_2\times\overline{AC}+\frac{1}{2}\times r_2\times\overline{CD}+\frac{1}{2}\times r_2\times\overline{DA}$

$=\frac{1}{2}\times r_2\times(\overline{AC}+\overline{CD}+\overline{DA})$

$=\frac{1}{2}\times r_2\times(65+33+56)=\frac{1}{2}\times r_2\times154=77r_2$ ⋯ ㉢

또, $\triangle ACD=\frac{1}{2}\times\overline{CD}\times\overline{DA}=\frac{1}{2}\times33\times56=924$ ⋯ ㉣

㉢=㉣이므로 $77r_2=924$ $\quad\therefore r_2=12$

$\therefore R\times r_2+r_1=\frac{65}{2}\times12+7=397$

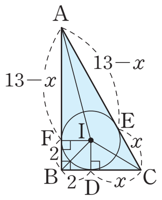
192 답 30

1st 내심과 직각삼각형의 변의 길이의 성질을 알지?

$\overline{CD}=x$라 하면 $\overline{CE}=\overline{CD}=x$

$\overline{AF}=\overline{AE}=13-x$

$\overline{BD}=\overline{BF}=\overline{ID}=\overline{IF}=2$



2nd 직각삼각형 ABC의 넓이를 내접원의 반지름의 길이를 이용하여 구하자.

$\triangle ABC=\triangle IAB+\triangle IBC+\triangle ICA$

$=\frac{1}{2}\times2\times(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})$

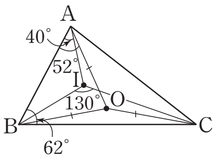
$=\frac{1}{2}\times2\times\{(13-x+2)+(2+x)+13\}$

$=\frac{1}{2}\times2\times30=30$

193 답 12°

1st 내심과 삼각형의 세 내각의 크기의 합을 이용하여 ∠A, ∠C의 크기를 구해.

$\angle BIC=130^\circ$이고 점 I는 △ABC의 내심이므로 $\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A=130^\circ$



$\frac{1}{2}\angle A=40^\circ$ $\quad\therefore \angle A=80^\circ$

$\therefore \angle IAB=\angle IAC=\frac{1}{2}\angle A=40^\circ$ ⋯ ㉠

한편, 삼각형 ABC의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$에서

$80^\circ+62^\circ+\angle C=180^\circ$ $\quad\therefore \angle C=38^\circ$

2nd 외심과 이등변삼각형의 성질을 이용하여 $\angle x$의 크기를 구해.

또, 점 O가 △ABC의 외심이므로

$\angle AOB=2\angle C=76^\circ$

한편, △OBA는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OAB=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle AOB)=\frac{1}{2}(180^\circ-76^\circ)=52^\circ$ ⋯ ㉡

$\therefore \angle x=\angle OAB-\angle IAB=52^\circ-40^\circ$ ($\because$ ㉠, ㉡)$=12^\circ$

K 평행사변형의 성질

개념 다지기 001~020 정답은 p. 2에 있습니다.

유형 다지기 학교시험+학력평가

p. 42

021 답 $\angle x=28^\circ$, $\angle y=47^\circ$

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 엇각의 크기가 같아.

$\therefore \angle x=\angle DBC=28^\circ$

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 엇각의 크기가 같아.

$\therefore \angle y=\angle BAC=47^\circ$

> ★ 동위각과 엇각의 성질
> 평행사변형에서는 다음 성질이 많이 이용되니까 꼭 알아 두자!
> 평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때,
> (1) 동위각의 크기는 같다.
> (2) 엇각의 크기는 같다.

022 답 ③

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle BCA=\angle DAC=23^\circ$(엇각)

$\therefore \angle x=\angle BCD-\angle BCA=98^\circ-23^\circ=75^\circ$

[다른 풀이]

□ABCD가 평행사변형이므로 $\angle C+\angle D=180^\circ$

$98^\circ+\angle D=180^\circ \qquad \therefore \angle D=82^\circ$

삼각형 ACD의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle ACD+\angle DAC+\angle CDA=180^\circ$에서

$\angle x=180^\circ-(23^\circ+82^\circ)=75^\circ$

023 답 ④

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 엇각의 크기가 같아.

$\therefore \angle ABO=\angle CDO=57^\circ$

한편, $\angle BOC$는 $\triangle ABO$에서 $\angle AOB$의 외각이므로

$\angle BOC=\angle BAO+\angle ABO=40^\circ+57^\circ=97^\circ$

024 답 20°

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\angle x=\angle BAC=\angle ACD=65^\circ$(엇각)

한편, $\angle BOC$는 $\triangle OCD$에서 $\angle DOC$의 외각이므로

$\angle y+65^\circ=110^\circ \qquad \therefore \angle y=45^\circ$

$\therefore \angle x-\angle y=65^\circ-45^\circ=20^\circ$

오|답|피|하|기

> 평행사변형은 마주 보는 두 쌍의 변이 평행하니까 대각선을 그어서 만들어지는 $\angle x$, $\angle y$의 엇각을 쉽게 찾을 수 있어.
> $\angle y$의 엇각이 $\angle ABO$이고, $\angle x$의 엇각은 $\angle ACD=65^\circ$임을 알 수 있어. $\triangle ABO$에서 외각의 성질을 이용하면 $\angle x+\angle y=110^\circ$이고 여기서 $\angle y$의 크기를 구할 수 있지. 평행사변형의 성질과 더불어 앞서 배웠던 동위각, 엇각의 성질을 적극적으로 이용해 봐.

025 답 16 cm

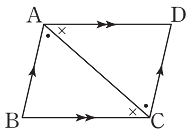
평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같으므로

$\overline{DC}=\overline{AB}=3\,\text{cm}$, $\overline{AD}=\overline{BC}=5\,\text{cm}$

따라서 구하는 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA}=2(\overline{AB}+\overline{BC})=2(3+5)=16(\text{cm})$

026 답 해설 참조



그림과 같이 평행사변형 ABCD에서 대각선 AC를 그으면 $\triangle ABC$와 $\triangle CDA$에서

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로

$\angle BAC=$ (가) $\angle DCA$ (엇각) ⋯ ㉠

(나) $\overline{AC}$ 는 공통 ⋯ ㉡

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle ACB=$ (다) $\angle CAD$ (엇각) ⋯ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의하여 $\triangle ABC\equiv$ (라) $\triangle CDA$ (ASA 합동)

$\therefore \overline{AB}=\overline{CD}$, (마) $\overline{BC}$ $=\overline{DA}$

027 답 ③

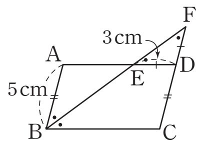
평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같으므로

$\overline{AD}=\overline{BC}$에서 $9=2x-1 \qquad \therefore x=5$

$\overline{AB}=\overline{DC}$에서 $5=y+2 \qquad \therefore y=3$

$\therefore x+y=5+3=8$

028 답 ④



□ABCD는 평행사변형이므로

$\overline{DC}=\overline{AB}=5\,\text{cm}$

한편, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle FED=\angle FBC$(동위각)

또한, $\overline{AB}/\!/\overline{FC}$이므로 $\angle DFE=\angle ABF$(엇각)

이때, $\overline{BF}$는 $\angle B$의 이등분선이므로

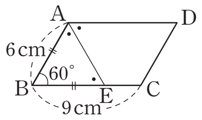
$\angle FBC=\angle ABF$

$\therefore \angle FED=\angle DFE$

즉, $\triangle DFE$는 이등변삼각형이므로 $\overline{DF}=\overline{DE}=3\,\text{cm}$

$\therefore \overline{CF}=\overline{DC}+\overline{DF}=5+3=8(\text{cm})$

029 답 18 cm



$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle AEB=\angle DAE$(엇각)

이때, $\overline{AE}$는 $\angle A$의 이등분선이므로

$\angle BAE=\angle AEB$ ⋯ ㉠

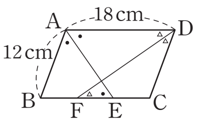
즉, $\triangle ABE$는 이등변삼각형이므로

$\overline{BE}=\overline{AB}=6\,\text{cm}$

한편, 이등변삼각형 ABE에서 $\angle B=60^\circ$이고, ㉠에 의하여 $\angle A=\angle E=60^\circ$이므로 $\triangle ABE$는 한 변의 길이가 6 cm인 정삼각형이 되지?

따라서 $\triangle ABE$의 둘레의 길이는 $3\times6=18(\text{cm})$

030 답 ③

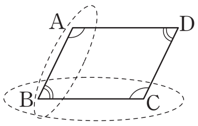


□ABCD는 평행사변형이므로
$\overline{DC}=\overline{AB}=12\,\text{cm}$, $\overline{BC}=\overline{AD}=18\,\text{cm}$
한편, $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로
$\angle DAE=\angle BEA$(엇각)
이때, $\overline{AE}$는 $\angle A$의 이등분선이므로 $\angle BAE=\angle BEA$
즉, $\triangle ABE$는 이등변삼각형이므로 $\overline{BE}=\overline{AB}=12\,\text{cm}$
마찬가지로 $\triangle CDF$도 이등변삼각형이므로 $\overline{CF}=\overline{DC}=12\,\text{cm}$
$\overline{BE}+\overline{CF}-\overline{EF}=\overline{BC}$이므로 $12+12-\overline{EF}=18$
$\therefore\ \overline{EF}=6\,\text{cm}$

031 답 $\angle B=\angle D=65^\circ$, $\angle C=115^\circ$

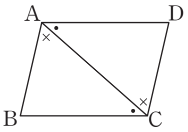
평행사변형의 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°이므로
$\angle A+\angle B=180^\circ$
$\therefore\ \angle B=180^\circ-\angle A=180^\circ-115^\circ=65^\circ$
또한, 평행사변형의 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같으므로
$\angle C=\angle A=115^\circ$, $\angle D=\angle B=65^\circ$

★ **평행사변형에서 이웃하는 두 내각의 성질**



평행사변형에서 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°야.
왜 그럴까? 사각형의 네 내각의 크기의 합은 360°이고 평행사변형 ABCD에서 $\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$이므로
$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360^\circ$에서
$\angle A+\angle B=180^\circ$, $\angle A+\angle D=180^\circ$
$\angle B+\angle C=180^\circ$, $\angle C+\angle D=180^\circ$

032 답 해설 참조



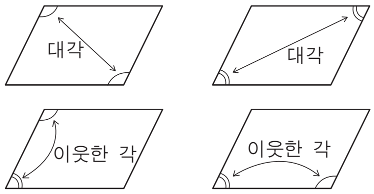
그림과 같이 평행사변형 ABCD에서 대각선 AC를 그으면
$\triangle ABC$와 $\triangle CDA$에서
$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$이므로
$\angle BAC=\angle DCA$(엇각) ⋯ ㉠
$\overline{AC}$는 공통 ⋯ ㉡
$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로
$\angle ACB=\angle CAD$(엇각) ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의하여 $\triangle ABC\equiv\triangle CDA$((가) ASA 합동)
$\therefore\ \angle B=$ (나) $\angle D$
㉠, ㉢에 의하여
$\angle A=\angle BAC+\angle CAD=\angle DCA+\angle ACB=$ (다) $\angle C$

033 답 ④

① 평행사변형에서 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°이므로
$\angle B+\angle C=180^\circ$
$\therefore\ \angle C=180^\circ-\angle B=180^\circ-70^\circ=110^\circ$ (참)
② 평행사변형은 대각의 크기가 서로 같으므로
$\angle D=\angle B=70^\circ$ (참)
③ 평행사변형은 대각의 크기가 서로 같으므로
$\angle A=\angle C$ (참)
④ 평행사변형은 대각의 크기가 서로 같으므로
$\angle B=\angle D$ $\quad\therefore\ \angle B+\angle D=2\angle B=140^\circ\neq180^\circ$ (거짓)
⑤ 평행사변형에서 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°이므로
$\angle A+\angle B=180^\circ$ (참)

오답피하기

그림으로 대각과 이웃하는 각의 의미를 이해해 놓자.



평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같고, 이웃한 두 내각의 크기의 합은 180°야. 둘을 헷갈려선 안 돼!

034 답 ③

평행사변형의 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°이므로
$\angle A+\angle B=180^\circ$에서
$\angle B=180^\circ-\angle A=180^\circ-103^\circ=77^\circ$
이때, 평행사변형의 대각의 크기는 같으므로 $\angle B=\angle D$
$\therefore\ \angle B+\angle D=\angle B+\angle B=2\angle B=2\times77^\circ=154^\circ$

035 답 ②

평행사변형의 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°이므로
$\angle A+\angle B=\angle x+(\angle x-20^\circ)=180^\circ$, $2\angle x=200^\circ$
$\therefore\ \angle x=100^\circ$
또, $\angle A+\angle D=\angle x+\angle y=180^\circ$이므로 $100^\circ+\angle y=180^\circ$
$\therefore\ \angle y=80^\circ$

036 답 34°

평행사변형의 대각의 크기는 같으므로 $\angle C=\angle A=110^\circ$
삼각형 BCD의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로
$\angle x=180^\circ-(\angle CBD+\angle C)=180^\circ-(36^\circ+110^\circ)=34^\circ$

037 답 $\angle C=45^\circ$, $\angle D=135^\circ$

평행사변형의 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°이므로
$\angle A+\angle B=180^\circ$이고 $\angle A$와 $\angle B$의 크기의 비가 $1:3$이므로
$\angle A=180^\circ\times\dfrac{1}{1+3}=45^\circ$, $\angle B=180^\circ\times\dfrac{3}{1+3}=135^\circ$
이때, 평행사변형의 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같으므로
$\angle C=\angle A=45^\circ$, $\angle D=\angle B=135^\circ$

★ **각의 크기의 비**

평행사변형에서 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°라고 했지?
즉, $\angle A+\angle B=180^\circ$이고 $\angle A:\angle B=1:3$이므로 $\angle A$의 크기는 $\angle A+\angle B=180^\circ$의 $\dfrac{1}{1+3}=\dfrac{1}{4}$임을 의미해.
비례식의 의미를 다시 한 번 정리하고 가자.

038 답 ②

평행사변형 ABCD의 이웃하는 두 내각인 $\angle A$, $\angle B$에 대하여 $\angle A : \angle B = 3 : 2$이고, $\angle A + \angle B = 180^\circ$이므로

$\angle B = 180^\circ \times \frac{2}{3+2} = 72^\circ$

한편, $\overline{AB} = \overline{BP}$이므로 $\triangle ABP$는 $\angle BAP = \angle BPA = \angle x$인 이등변삼각형이야.

따라서 삼각형 ABP의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle x = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle ABP) = \frac{1}{2}(180^\circ - 72^\circ) = 54^\circ$

[다른 풀이]

$\triangle ABP$는 $\overline{AB} = \overline{BP}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BAP = \angle BPA = \angle x$

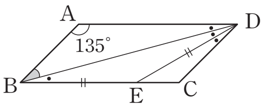
또한, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle DAP = \angle APB = \angle x$ (엇각)

$\therefore \angle A = \angle BAP + \angle DAP = 2\angle x$

이때, $\angle A + \angle B = 180^\circ$이므로 $\angle A = 180^\circ \times \frac{3}{3+2} = 108^\circ$

$\therefore \angle x = \frac{1}{2}\angle A = \frac{1}{2} \times 108^\circ = 54^\circ$

039 답 ⑤



$\triangle BED$는 $\overline{BE} = \overline{DE}$인 이등변삼각형이므로 $\angle DBE = \angle BDE$

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\angle ADB = \angle DBE$ (엇각)

한편, $\overline{DE}$는 $\angle BDC$의 이등분선이므로

$\angle ADB = \angle BDE = \angle EDC$

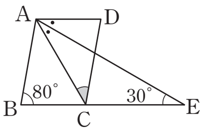
이때, 평행사변형 ABCD의 이웃하는 두 내각인 $\angle A$, $\angle D$에 대하여 $\angle A + \angle D = 180^\circ$이므로

$\angle D = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$

$\therefore \angle ABD = \angle BDC$ (엇각)

$= \frac{2}{3}\angle D = \frac{2}{3} \times 45^\circ = 30^\circ$

040 답 ③



$\overline{AD} /\!/ \overline{BE}$이므로

$\angle DAE = \angle AEC = 30^\circ$ (엇각)

$\overline{AE}$는 $\angle CAD$의 이등분선이므로

$\angle CAD = 2\angle DAE = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$

한편, 평행사변형 ABCD에서 $\angle D = \angle B = 80^\circ$이고 삼각형 ACD의 세 내각의 크기의 합이 180°이므로

$\angle ACD = 180^\circ - (\angle CAD + \angle D)$

$= 180^\circ - (60^\circ + 80^\circ) = 40^\circ$

041 답 ③

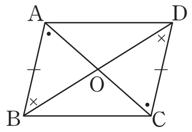
평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

$x = \overline{OA} = \overline{OC} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$

$y = \overline{OD} = \overline{OB} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2} \times 16 = 8$

$\therefore x + y = 6 + 8 = 14$

042 답 ①



그림과 같이 평행사변형 ABCD에서 두 대각선 AC, BD를 긋고 두 대각선의 교점을 O라 하면 $\triangle ABO$와 $\triangle CDO$에서

$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$이므로

$\angle BAO =$ (가) $\angle DCO$ (엇각) ⋯ ㉠

$\angle ABO = \angle CDO$((나) 엇각) ⋯ ㉡

이때, 평행사변형의 대변의 길이는 같으므로 $\overline{AB} =$ (다) $\overline{CD}$ ⋯ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의하여 $\triangle ABO \equiv \triangle CDO$((라) ASA 합동)

$\therefore \overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} =$ (마) $\overline{OD}$

043 답 18

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

$\overline{AC} = 2\overline{OA} = 2 \times 4 = 8$(cm) $\quad \therefore x = 8$

$\overline{BD} = 2\overline{OD} = 2 \times 5 = 10$(cm) $\quad \therefore y = 10$

$\therefore x + y = 8 + 10 = 18$

044 답 ③

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

$\overline{OA} = \overline{OC} = 3$, $\overline{OD} = \overline{OB} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2} \times 10 = 5$

$\therefore a = 3$, $b = 5$

045 답 ①

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

$\overline{OA} = \overline{OC}$에서 $3x + 1 = 7 \quad \therefore x = 2$

$\overline{OD} = \overline{OB}$에서 $2y = 8 \quad \therefore y = 4$

$\therefore x + y = 2 + 4 = 6$

046 답 22 cm

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

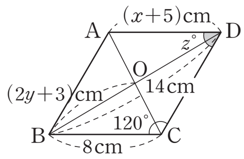
$\overline{OA} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$(cm)

$\overline{BO} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2} \times 16 = 8$(cm)

따라서 $\triangle ABO$의 둘레의 길이는

$\overline{AB} + \overline{BO} + \overline{OA} = 8 + 8 + 6 = 22$(cm)

047 답 65



평행사변형의 대변의 길이는 같으므로

$\overline{AD} = \overline{BC}$

$x + 5 = 8 \quad \therefore x = 3$

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{OB} = \frac{1}{2}\overline{BD}$

$2y + 3 = 7 \quad \therefore y = 2$

평행사변형의 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle BCD + \angle ADC = 180^\circ$, $120^\circ + z^\circ = 180^\circ \quad \therefore z = 60$

$\therefore x + y + z = 3 + 2 + 60 = 65$

K

048 답 ③

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로
$\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=\overline{OD}$ ←①
한편, △OPA와 △OQC에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$ ⋯ ㉠
$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로 ∠OAP=∠OCQ(엇각) ⋯ ㉡
∠AOP=∠COQ(맞꼭지각) ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의하여 △OPA≡△OQC(ASA 합동) ←⑤
∴ $\overline{OP}=\overline{OQ}$ ←②
마찬가지로 △ODP≡△OBQ(ASA 합동)이므로
$\overline{PD}=\overline{BQ}$ ←④

049 답 10 cm²

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로
△OPA와 △OQC에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$ ⋯ ㉠
또한, $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로 ∠OAP=∠OCQ(엇각) ⋯ ㉡
∠AOP=∠COQ(맞꼭지각) ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의하여 △OPA≡△OQC(ASA 합동)이므로
∠OPA=∠OQC=90°이고,
$\overline{AP}=\overline{CQ}=\overline{BC}-\overline{BQ}=\overline{AD}-\overline{BQ}=12-7=5(\mathrm{cm})$

$\overline{OP}=\overline{OQ}=\frac{1}{2}\overline{PQ}=\frac{1}{2}\times 8=4(\mathrm{cm})$

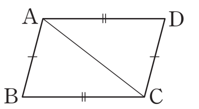
$\therefore\ \triangle OPA=\frac{1}{2}\times\overline{AP}\times\overline{OP}$

$=\frac{1}{2}\times 5\times 4=10(\mathrm{cm}^2)$

050 답 ③

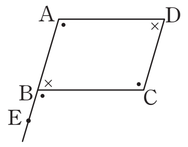
① $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$, $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이면 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이야. ←OK!
② ∠A=∠C, ∠B=∠D이면 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형이야. ←OK!
③ $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$, $\overline{AB}=\overline{DC}$ 또는 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$이어야 □ABCD가 평행사변형이 돼. ←NO!
④ $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$이면 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이야. ←OK!
⑤ $\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=\overline{OD}$이면 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이야. ←OK!

051 답 ③



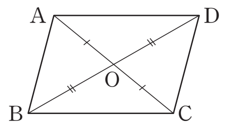
그림과 같이 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 □ABCD에서 대각선 AC를 그으면
△ABC와 △CDA에서
$\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{BC}=\overline{DA}$이고,
$\overline{AC}$①는 공통
∴ △ABC≡△CDA②(SSS 합동)
이때, ∠BAC=∠DCA③이므로 $\overline{AB}\,/\!/$ $\overline{DC}$④ ⋯ ㉠
또한, ∠ACB=∠CAD이므로 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$⑤ ⋯ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 □ABCD는 평행사변형이야.

052 답 해설 참조



□ABCD에서
∠A+∠B+∠C+∠D=360°
이때, ∠A=∠C, ∠B=∠D이므로
2∠A+2∠B=360°
∴ ∠A+∠B= 180°(가)
한편, $\overline{AB}$의 연장선 위의 점 E에 대하여 ∠EBC+∠ABC=180°
∴ ∠EBC= ∠A(나)
즉, 동위각의 크기가 같으므로 $\overline{AD}\,/\!/$ $\overline{BC}$(다) ⋯ ㉠
마찬가지로 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 □ABCD는 평행사변형이야.

053 답 해설 참조



△OAB와 △OCD에서
$\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=\overline{OD}$이고,
∠AOB= ∠COD(가) (맞꼭지각)
∴ △OAB≡△OCD(SAS(나) 합동)
이때, ∠OAB=∠OCD이므로 $\overline{AB}\,/\!/$ $\overline{DC}$(다) ⋯ ㉠
마찬가지로 △ODA≡ △OBC(라)에 의하여 ∠OAD= ∠OCB(마)이므로
$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 □ABCD는 평행사변형이야.

054 답 ①

① $\overline{AD}=\overline{BC}=25\,\mathrm{cm}$이고, ∠CAD=∠ACB=40°에서 엇각의 크기가 같으므로 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$야.
따라서 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 □ABCD는 평행사변형이야.

055 답 ⑤

① $\overline{OA}=\overline{OC}=5$, $\overline{OB}=\overline{OD}=6$에서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이야. ←OK!
② 사각형의 네 내각의 크기의 합은 360°이므로
∠C=360°−(110°+70°+70°)=110°에서
∠A=∠C이고, ∠B=∠D이지?
즉, 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형이야. ←OK!
③ ∠ACB=∠CAD에서 엇각의 크기가 같으므로
$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이고, $\overline{AD}=\overline{BC}$
즉, 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이야. ←OK!
④ ∠A+∠B=105°+75°=180°이므로
$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이고, $\overline{AD}=\overline{BC}$
즉, 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이야. ←OK!
⑤ ∠A+∠B=180°이므로 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이고, $\overline{AB}=\overline{DC}$
즉, 한 쌍의 대변이 평행하고 다른 한 쌍의 대변의 길이가 같으므로 평행사변형이 아닐 수도 있어. ←NO!

056 답 ④

① $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$이면 $\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{DA}=\overline{BC}$이므로 □ABCD는 평행사변형이야. ←OK!

② $\triangle AOD \equiv \triangle COB$이면 $\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OD}=\overline{OB}$이므로 □ABCD는 평행사변형이야. ←OK!

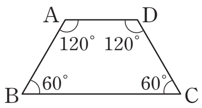
③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형이야. ←OK!

④ $\angle A+\angle B=180^\circ$, $\angle C+\angle D=180^\circ$이면 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$만 알 수 있으므로 □ABCD가 평행사변형인지 아닌지 알 수 없어. ←NO!

⑤ $\angle BAC=\angle DCA$, $\angle DAC=\angle BCA$이면 엇각의 크기가 같음에 의하여 각각 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 □ABCD는 평행사변형이야. ←OK!

[다른 풀이]

④ 【반례】 그림과 같이 □ABCD는 $\angle A=\angle D=120^\circ$, $\angle B=\angle C=60^\circ$인 사다리꼴이 될 수 있으므로



$\angle A+\angle B=\angle C+\angle D=180^\circ$라고 해서 평행사변형이 되는 것은 아니야.

057 답 ③

문제에서 대변의 길이와 대각의 크기의 일부를 알려줬지?

즉, □ABCD가 평행사변형이 되려면 $\overline{AD}=\overline{BC}$이어야 하므로

$5x-2=3x+8$, $2x=10$ $\quad\therefore x=5$

또한, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이어야 하므로 $\angle ACB=\angle CAD$가 성립해야 해.

$-2y^\circ+70^\circ=3y^\circ+10^\circ$, $5y^\circ=60^\circ$ $\quad\therefore y=12$

$\therefore x+y=5+12=17$

058 답 $x=56$, $y=10$

문제에서 대변의 길이와 대각의 크기의 일부를 알려줬지?

즉, □ABCD가 평행사변형이 되려면 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$이어야 하므로

$x^\circ=\angle DCA=\angle BAC=56^\circ$ $\quad\therefore x=56$

또한, 대변의 길이가 같아야 하므로

$\overline{DC}=\overline{AB}=10\text{ cm}$ $\quad\therefore y=10$

059 답 ④

문제에서 두 쌍의 대변의 길이를 알려줬지?

즉, □ABCD가 평행사변형이 되려면 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같아야 하므로

$\overline{AD}=\overline{BC}$에서 $x+3=2x-1$ $\quad\therefore x=4$

$\overline{AB}=\overline{DC}$에서 $y+1=8$ $\quad\therefore y=7$

060 답 20

문제에서 두 대각선의 길이를 알려줬지?

즉, □ABCD가 평행사변형이 되려면 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분해야 하므로

$\overline{OA}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 12=6\ (\text{cm})$에서 $x=6$

$\overline{BD}=2\overline{OD}=2\times 7=14\ (\text{cm})$에서 $y=14$

$\therefore x+y=6+14=20$

061 답 ⑤

① □ABCD가 평행사변형이므로 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$

$\therefore \angle AEB=\angle DAE$(엇각)

그런데 $\angle BAE=\angle DAE$이므로 $\angle AEB=\angle BAE$

따라서 $\triangle BAE$는 $\overline{AB}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이야. (참)

② ①과 마찬가지 과정에 의하여 $\overline{DF}=\overline{DC}$

이때, □ABCD가 평행사변형이므로 $\overline{AB}=\overline{DC}$

$\therefore \overline{AB}=\overline{DF}$ (참)

③ ①, ②에 의하여

$\overline{AB}=\overline{BE}=\overline{DC}=\overline{DF}$이고

□ABCD가 평행사변형이므로

$\overline{AD}=\overline{BC}$

$\therefore \overline{AF}=\overline{AD}-\overline{FD}=\overline{BC}-\overline{BE}=\overline{EC}$ (참)

④ □ABCD가 평행사변형이므로 $\angle B=\angle D$이고

①, ②에 의하여 $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$(SAS 합동)

$\therefore \angle BEA=\angle DFC$ (참)

062 답 ②, ④

□ABCD가 평행사변형이므로 $\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=\overline{OD}$이지?

그런데 $\overline{AE}=\overline{EO}=\frac{1}{2}\overline{OA}$, $\overline{OF}=\overline{FC}=\frac{1}{2}\overline{OC}$이므로 $\overline{EO}=\overline{OF}$

즉, □BFDE는 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이야.

② □BFDE가 평행사변형이므로 대변의 길이가 같아.

$\therefore \overline{EB}=\overline{FD}$ (참)

④ $\overline{EB} /\!/ \overline{FD}$이므로 $\angle OEB=\angle OFD$(엇각)야. (참)

063 답 117°

□ABCD가 평행사변형이므로 $\angle B=\angle D=54^\circ$이지?

$\overline{AB}=\overline{BE}$에서 $\triangle ABE$는 이등변삼각형이므로

$\angle BAE=\angle BEA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-54^\circ)=63^\circ$

$\therefore \angle AEC=180^\circ-\angle BEA=180^\circ-63^\circ=117^\circ$

064 답 38°

$\triangle ABE$와 $\triangle CDF$에서 평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같으므로 $\overline{AB}=\overline{DC}$

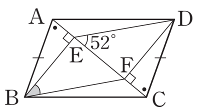
또한, $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$이므로 $\angle BAE=\angle DCF$(엇각)이고

$\angle AEB=\angle CFD=90^\circ$ ⋯ ㉠이므로

$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$(RHA 합동)

$\therefore \overline{BE}=\overline{DF}$

$\overline{BE} /\!/ \overline{DF}$($\because$ ㉠)에 의하여 □BFDE는 평행사변형이므로 $\angle BFE=\angle DEF=52^\circ$



따라서 삼각형 BFE의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle EBF=180^\circ-(\angle BFE+\angle FEB)$

$\quad=180^\circ-(52^\circ+90^\circ)=38^\circ$

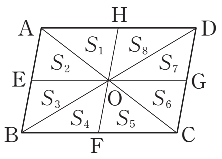
065 답 $30\,\text{cm}^2$

평행사변형 ABCD의 넓이가 $60\,\text{cm}^2$이므로

$\triangle ODA+\triangle OBC=\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{2}\times 60=30(\text{cm}^2)$

★ 대각선의 교점 O에 의하여 분할되는 도형

평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점인 점 O를 지나며 $\overline{AB}$, $\overline{AD}$ 각각에 평행한 직선인 $\overline{HF}$, $\overline{EG}$를 그림과 같이 그으면 □AEOH, □EBFO, □OFCG, □HOGD는 모두 합동인 평행사변형이야.



$\therefore S_1=S_2=S_3=S_4=S_5=S_6=S_7=S_8$

$=\frac{1}{8}\square ABCD$

066 답 ④

$\triangle ODA$의 넓이가 $18\,\text{cm}^2$이므로

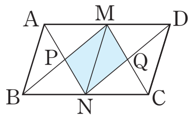
$\square ABCD=4\triangle ODA=4\times 18=72(\text{cm}^2)$

067 답 ④

평행사변형 ABCD의 넓이가 $52\,\text{cm}^2$이므로

$\triangle OAB=\frac{1}{4}\square ABCD=\frac{1}{4}\times 52=13(\text{cm}^2)$

068 답 $25\,\text{cm}^2$



$\overline{AM}=\overline{BN}$, $\overline{AM}\,/\!/\,\overline{BN}$에서

□ABNM은 평행사변형이므로

$\triangle PNM=\frac{1}{4}\square ABNM$

또한, $\overline{MD}=\overline{NC}$, $\overline{MD}\,/\!/\,\overline{NC}$에서

□MNCD도 평행사변형이므로 $\triangle QMN=\frac{1}{4}\square MNCD$

$\therefore \square MPNQ=\triangle PNM+\triangle QMN$

$=\frac{1}{4}\square ABNM+\frac{1}{4}\square MNCD$

$=\frac{1}{4}(\square ABNM+\square MNCD)$

$=\frac{1}{4}\square ABCD=\frac{1}{4}\times 100=25(\text{cm}^2)$

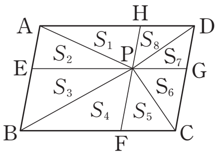
069 답 ③

□ABCD의 넓이가 $100\,\text{cm}^2$이므로

$\triangle ABP+\triangle CDP=\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{2}\times 100=50(\text{cm}^2)$

★ 내부의 임의의 점 P에 의하여 분할되는 도형

평행사변형 ABCD의 내부의 임의의 점 P를 지나며 $\overline{AB}$, $\overline{AD}$ 각각에 평행한 직선인 $\overline{HF}$, $\overline{EG}$를 그림과 같이 그으면 □AEPH, □EBFP, □PFCG, □HPGD는 모두 평행사변형이야.



$\therefore S_1=S_2,\ S_3=S_4,\ S_5=S_6,\ S_7=S_8$

070 답 ④

$\triangle PAB+\triangle PCD=\triangle PBC+\triangle PDA$이므로

$16+24=18+\triangle PDA$

$\therefore \triangle PDA=22$

071 답 $14\,\text{cm}^2$

평행사변형 ABCD의 넓이는 $8\times 6=48(\text{cm}^2)$이지?

$\therefore \triangle PDA+\triangle PBC=\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{2}\times 48=24(\text{cm}^2)$

$\triangle PBC$의 넓이가 $10\,\text{cm}^2$이므로

$\triangle PDA=24-\triangle PBC=24-10=14(\text{cm}^2)$

072 답 $20\,\text{cm}^2$

$\triangle PAB+\triangle PCD=\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{2}\times 72=36(\text{cm}^2)$

이때, $\triangle PAB:\triangle PCD=5:4$이므로

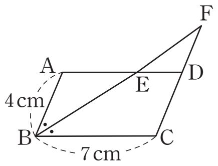
$\triangle PAB=\frac{1}{2}\square ABCD\times\frac{5}{5+4}=36\times\frac{5}{9}=20(\text{cm}^2)$

잘 틀리는 유형 훈련+1up

p. 50

073 답 3 cm

1st $\triangle CFB$가 어떤 삼각형인지 찾아 $\overline{DF}$의 길이를 구하자.



$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{FC}$이므로 $\angle ABF=\angle CFB$ (엇각)

그런데 $\angle B$의 이등분선인 $\overline{BF}$에 의하여

$\angle ABF=\angle CBF$이므로

$\angle CBF=\angle CFB$

즉, $\triangle CFB$는 이등변삼각형이므로

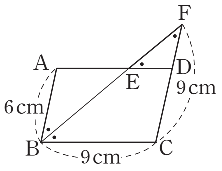
$\overline{CF}=\overline{CB}=7\,\text{cm}$

이때, 평행사변형 ABCD에서 $\overline{CD}=\overline{AB}=4\,\text{cm}$이므로

$\overline{DF}=\overline{CF}-\overline{CD}=7-4=3(\text{cm})$

074 답 3 cm

1st $\triangle CFB$가 어떤 삼각형인지 찾아 $\overline{CF}$의 길이를 구하자.



$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{FC}$이므로 $\angle ABF=\angle CFB$(엇각)

그런데 $\angle B$의 이등분선인 $\overline{BF}$에 의하여

$\angle ABF=\angle CBF$이므로

$\angle CBF=\angle CFB$

즉, $\triangle CFB$는 이등변삼각형이므로

$\overline{CF}=\overline{BC}=9\,\text{cm}$

2nd 동위각의 성질을 이용하여 $\triangle DFE$는 어떤 삼각형인지 알아보자.

또한, $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로 $\angle FED=\angle FBC$(동위각)

즉, $\angle DEF=\angle DFE$이므로 $\triangle DFE$도 이등변삼각형이야.

$\therefore \overline{DE}=\overline{DF}=\overline{CF}-\overline{CD}=\overline{CF}-\overline{AB}=9-6=3(\text{cm})$

075 답 8 cm

1st $\overline{BE}$와 $\overline{CF}$의 길이를 각각 구하자.

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle DAE=\angle BEA$ (엇각)

$\overline{AE}$가 $\angle A$의 이등분선이므로 $\angle BAE=\angle DAE=\angle BEA$

즉, $\triangle ABE$는 이등변삼각형이므로 $\overline{BE}=\overline{BA}=12\,cm$

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle ADF=\angle CFD$ (엇각)

$\overline{DF}$가 $\angle D$의 이등분선이므로 $\angle CDF=\angle ADF=\angle CFD$

즉, $\triangle CDF$는 이등변삼각형이므로 $\overline{CF}=\overline{CD}=12\,cm$

2nd $\overline{FE}$의 길이를 구하자.

따라서 $\overline{BE}+\overline{FC}-\overline{FE}=\overline{BC}$이므로

$\overline{FE}=\overline{BE}+\overline{FC}-\overline{BC}=12+12-16=8(cm)$

076 답 2 : 1 : 2

1st $\overline{EC}$와 $\overline{BF}$의 길이를 각각 구하자.

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle DAE=\angle BEA$(엇각)

$\overline{AE}$가 $\angle A$의 이등분선이므로 $\angle BAE=\angle DAE=\angle BEA$

즉, $\triangle ABE$는 이등변삼각형이므로 $\overline{BE}=\overline{AB}=9\,cm$

$\therefore \overline{EC}=\overline{BC}-\overline{BE}=15-9=6(cm)$

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle ADF=\angle CFD$ (엇각)

$\overline{DF}$가 $\angle D$의 이등분선이므로 $\angle CDF=\angle ADF=\angle CFD$

즉, $\triangle DFC$는 이등변삼각형이므로 $\overline{CF}=\overline{CD}=9\,cm$

$\therefore \overline{BF}=\overline{BC}-\overline{CF}=15-9=6(cm)$

2nd $\overline{BF} : \overline{FE} : \overline{EC}$를 구하자.

$\overline{FE}=\overline{BE}-\overline{BF}=9-6=3(cm)$

$\therefore \overline{BF} : \overline{FE} : \overline{EC}=6 : 3 : 6=2 : 1 : 2$

077 답 114°

1st $\angle A$, $\angle EAD$의 크기를 각각 구하자.

평행사변형의 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 $180°$이므로

$\angle A+\angle D=\angle A+70°=180°$ $\quad\therefore \angle A=110°$

$\angle BAE : \angle EAD=3 : 2$이므로

$\angle EAD=\frac{2}{5}\angle A=\frac{2}{5}\times 110°=44°$

2nd 삼각형 AED의 외각의 크기를 이용하여 $\angle AEC$의 크기를 구하자.

$\angle AEC$는 $\triangle AED$에서 $\angle AED$의 외각이므로

$\angle AEC=\angle DAE+\angle D=44°+70°=114°$

078 답 75°

1st $\angle D$, $\angle EAD$의 크기를 각각 구하자.

평행사변형의 이웃한 두 내각의 크기의 합은 $180°$이므로

$\angle C+\angle D=100°+\angle D=180°$ $\quad\therefore \angle D=80°$

한편, 평행사변형에서 대각의 크기는 같으므로 $\angle A=\angle C=100°$

이때, $\angle BAE : \angle EAD=3 : 1$이므로

$\angle EAD=\frac{1}{4}\angle A=\frac{1}{4}\times 100°=25°$

2nd 삼각형의 세 내각의 크기의 합이 $180°$임을 이용하여 $\angle AED$의 크기를 구하자.

$\triangle AED$의 세 내각의 크기의 합은 $180°$이므로

$\angle AED=180°-(\angle EAD+\angle D)=180°-(25°+80°)=75°$

[다른 풀이]

$\angle BAE=\frac{3}{4}\angle A=\frac{3}{4}\times 100°=75°$이고 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로

$\angle AED=\angle BAE$(엇각)$=75°$

079 답 126°

1st 비율이 주어졌으니까 이를 이용하여 $\angle A$의 크기부터 구해.

□ABCD가 평행사변형이므로 $\angle A+\angle B=180°$

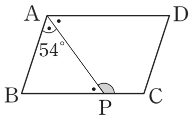
$\angle A : \angle B=3 : 2$이므로

$\angle A=180°\times\frac{3}{5}=108°$

이때, $\overline{AP}$가 $\angle A$의 이등분선이므로

$\angle BAP=\angle DAP=\frac{1}{2}\angle A=\frac{1}{2}\times 108°=54°$

2nd 엇각의 성질을 이용하여 $\angle APC$의 크기를 구하자.



한편, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle APB=\angle DAP=54°$(엇각)

$\therefore \angle APC=180°-\angle APB$

$=180°-54°=126°$

오답피하기

평행사변형 ABCD에서 $\angle A$의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 P라 하면 $\angle BAP=\angle BPA$이므로 $\triangle BAP$는 이등변삼각형이야.
이를 이용하면 $\angle B=180°-\angle A=72°$이고
$\angle APC$는 $\triangle BPA$에서 $\angle APB$의 외각이므로
$\angle APC=\angle BAP+\angle B=54°+72°=126°$임을 구할 수도 있어.
평행사변형에 관련된 문제는 정형적인 것이 많으니까 유형별로 익혀 두면 도움이 많이 될 거야.

080 답 40°

1st 비율이 주어졌으니까 이를 이용하여 $\angle D$의 크기부터 구하자.

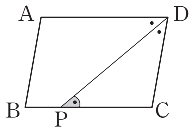
□ABCD가 평행사변형이므로 $\angle A+\angle B=180°$

$\angle A : \angle B=5 : 4$이므로

$\angle B=180°\times\frac{4}{9}=80°$

$\therefore \angle D=\angle B=80°$

2nd 엇각의 성질을 이용하여 $\angle DPC$의 크기를 구해.



$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle DPC=\angle ADP$ (엇각)

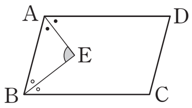
이때, $\overline{DP}$가 $\angle D$의 이등분선이므로

$\angle ADP=\angle CDP=\frac{1}{2}\angle D=\frac{1}{2}\times 80°=40°$

$\therefore \angle DPC=40°$

081 답 90°

1st 평행사변형의 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 $180°$야.



□ABCD가 평행사변형이므로

$\angle A+\angle B=180°$

이때, $\overline{AE}$와 $\overline{BE}$가 각각 $\angle A$, $\angle B$의 이등분선이므로

$\angle EAB+\angle EBA=\frac{1}{2}(\angle A+\angle B)=\frac{1}{2}\times 180°=90°$

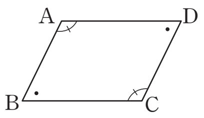
2nd 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°야.

삼각형 ABE의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle BEA=180^\circ-(\angle EAB+\angle EBA)$

$=180^\circ-90^\circ=90^\circ$

오|답|피|하|기



평행사변형에서 이웃하는 두 내각의 크기의 합이 180°인 이유를 살펴볼까?
평행사변형 ABCD에서 대각의 크기는 같으므로 $\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$
사각형의 네 내각의 크기의 합이 360°이므로

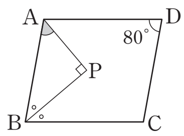
$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=\angle A+\angle B+\angle A+\angle B$

$=2(\angle A+\angle B)=360^\circ$

$\therefore\ \angle A+\angle B=180^\circ$

082 답 50°

1st 평행사변형의 대각의 크기는 같아.



□ABCD가 평행사변형이므로

$\angle B=\angle D=80^\circ$

이때, $\overline{BP}$가 $\angle B$의 이등분선이므로

$\angle ABP=\frac{1}{2}\angle B=\frac{1}{2}\times 80^\circ=40^\circ$

2nd 삼각형 ABP의 세 내각의 크기의 합은 180°이지?

$\angle BPA=90^\circ$이므로 직각삼각형 ABP에서 $\angle ABP+\angle PAB=90^\circ$

$\therefore\ \angle PAB=90^\circ-\angle ABP=90^\circ-40^\circ=50^\circ$

083 답 ②

1st 평행사변형이 되기 위한 조건을 이용하여 될 수 없는 것을 찾자.

② □ABCD가 평행사변형이 되려면 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같아야 해.
따라서 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}=6\,\text{cm}$인 경우는 평행사변형이 아닐 수도 있어.

084 답 ①

1st 평행사변형이 되는 조건을 기억하며 하나씩 차근차근 따져봐.

① $\angle A+\angle C=180^\circ$라는 조건만으로는 사각형 ABCD가 평행사변형인지 아닌지 알 수 없어. ←NO!

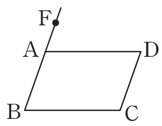
② $\triangle ABD\equiv\triangle CDB$이면 대응변의 길이가 같으므로 $\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{AD}=\overline{CB}$야. 즉, 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이지. ←OK!

③ $\angle A+\angle B=180^\circ$이므로 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$
한편, $\angle A=\angle C$이고, 사각형 ABCD의 네 내각의 크기의 합이 360°이므로 $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=180^\circ+\angle A+\angle D=360^\circ$
$\therefore\ \angle A+\angle D=180^\circ$
즉, $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 두 쌍의 대변이 각각 평행하여 평행사변형이야. ←OK!

④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이야. ←OK!

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 6 cm로 같으므로 평행사변형이야. ←OK!

오|답|피|하|기



평행사변형이 되는 조건 중에 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180°인 것은 없어. 그럼, 합이 180°인 건 뭐였냐구? 평행사변형의 성질 중 이웃하는 두 내각의 크기의 합이 180°야. 혼동하지 마!
또한, $\angle A+\angle B=180^\circ$일 때, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$가 되는 이유는

$\angle FAD=180^\circ-\angle A$

$=180^\circ-(180^\circ-\angle B)=\angle B$

이므로 동위각의 성질에 의하여 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이지?
$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$가 되는 이유도 마찬가지로 생각하면 돼.

085 답 해설 참조

1st 평행사변형의 성질을 이용하자.

□ABCD는 평행사변형이므로 $\overline{OA}=\overset{(가)}{\boxed{\overline{OC}}}$ ⋯ ㉠

$\overline{OB}=\overset{(나)}{\boxed{\overline{OD}}}$이고, $\overline{BE}=\overset{(다)}{\boxed{\overline{DF}}}$이므로 $\overline{OE}=\overset{(라)}{\boxed{\overline{OF}}}$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡에서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로
□AECF는 평행사변형이야.

★ **합동을 이용한 설명**

(ⅰ) $\overline{BE}=\overline{DF}$이고 □ABCD는 평행사변형이므로 $\overline{AB}=\overline{CD}$,
$\angle ABE=\angle CDF$(엇각)
따라서 $\triangle ABE\equiv\triangle CDF$(SAS 합동)이므로 $\overline{AE}=\overline{CF}$

(ⅱ) $\overline{DF}=\overline{BE}$이고 □ABCD는 평행사변형이므로 $\overline{AD}=\overline{CB}$,
$\angle FDA=\angle EBC$(엇각)
따라서 $\triangle ADF\equiv\triangle CBE$(SAS 합동)이므로 $\overline{AF}=\overline{CE}$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 □AECF의 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 □AECF는 평행사변형이야.

086 답 해설 참조

1st 평행사변형의 성질을 이용하자.

평행사변형 ABCD에서 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\overline{EB}/\!/\overset{(가)}{\boxed{\overline{DF}}}$ ⋯ ㉠

또한, $\overline{AB}=\overset{(나)}{\boxed{\overline{DC}}}$에 의하여 $\overline{EB}=\frac{1}{2}\overline{AB}$, $\overset{(다)}{\boxed{\overline{DF}}}=\frac{1}{2}\overline{DC}$이므로

$\overline{EB}=\overset{(라)}{\boxed{\overline{DF}}}$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡에서 한 쌍의 $\overset{(마)}{\boxed{\text{대변}}}$이 평행하고 그 길이가 같으므로
□EBFD는 평행사변형이야.

087 답 ③

1st $\overline{ED}=\overline{BF}$임을 알아내자.

$\triangle ABE$와 $\triangle CDF$에서 $\overline{AB}=\overline{CD}$이고, □ABCD는 평행사변형이므로

$\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$에서 $\angle ABE=\frac{1}{2}\angle B=\frac{1}{2}\angle D=\angle CDF$

즉, $\triangle ABE\equiv\triangle CDF$(ASA 합동)이므로 $\overline{AE}=\overline{CF}$

$\therefore\ \overline{ED}=\overline{AD}-\overline{AE}=\overline{BC}-\overline{CF}=\overline{BF}$

2nd $\triangle CDF$가 이등변삼각형임을 이용하자.

한편, $\angle D$의 이등분선인 $\overline{DF}$에 의하여 $\angle EDF=\angle CDF$이고,
$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$에 의하여 $\angle EDF=\angle DFC$(엇각)이므로
$\angle DFC=\angle CDF$
즉, $\triangle CDF$는 이등변삼각형이므로 $\overline{CF}=\overline{CD}=6\,\text{cm}$

$\therefore\ \overline{ED}=\overline{BF}=\overline{BC}-\overline{CF}=8-6=2\,(\text{cm})$

088 답 ③

1st $\overline{AE}=\overline{AB}$임을 알아내자.

$\angle B$의 이등분선인 $\overline{BE}$에 의하여 $\angle EBF=\angle ABE$

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$에 의하여 $\angle EBF=\angle AEB$(엇각)이므로

$\angle AEB=\angle ABE$

즉, $\triangle ABE$는 이등변삼각형이므로 $\overline{AE}=\overline{AB}$

2nd 이제 $\overline{ED}$의 길이!

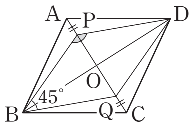
또한, $\square ABCD$는 평행사변형이므로 $\overline{AE}=\overline{AB}=\overline{CD}=6$ cm이고

$\overline{AE}:\overline{ED}=2:1$이므로 $6:\overline{ED}=2:1$

$2\overline{ED}=6$ $\quad\therefore \overline{ED}=3$ cm

089 답 135°

1st $\square BQDP$는 어떤 사각형인지 알아보자.



$\square ABCD$가 평행사변형이므로 그림과 같이 두 대각선의 교점을 O라 하면

$\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=\overline{OD}$이고,

$\overline{AP}=\overline{CQ}$이므로

$\overline{OP}=\overline{OA}-\overline{AP}=\overline{OC}-\overline{CQ}=\overline{OQ}$이지?

즉, $\square BQDP$도 평행사변형이야.

2nd 평행사변형의 성질을 이용하자.

평행사변형의 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°이므로

평행사변형 BQDP에서 $\angle BPD+\angle PBQ=180^\circ$

$\therefore \angle BPD=180^\circ-\angle PBQ$

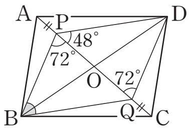
$=180^\circ-45^\circ=135^\circ$

오|답|피|하|기

$\square BQDP$가 평행사변형임이 바로 보이지 않지? 그러나 대각선만 그려주면 바로 어떤 성질을 이용해야 하는지 알 수 있어. 그만큼 보조선이 중요해. 어디에, 어떻게 보조선을 그려야 하는지는 연습, 또 연습!

090 답 60°

1st $\square BQDP$가 어떤 사각형인지 먼저 살피자.



그림과 같이 평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점을 O라 하면

$\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=\overline{OD}$이고,

$\overline{AP}=\overline{CQ}$이므로

$\overline{OP}=\overline{OA}-\overline{AP}=\overline{OC}-\overline{CQ}=\overline{OQ}$

즉, $\square BQDP$도 평행사변형이므로

$\overline{BP} /\!/ \overline{QD}$에 의하여

$\angle BPQ=\angle PQD=72^\circ$

2nd 주어진 조건을 이용하여 $\angle PBQ$의 크기를 구해.

$\angle DPQ:\angle BPQ=2:3$에 의하여

$\angle DPQ=\frac{2}{3}\angle BPQ=\frac{2}{3}\times 72^\circ=48^\circ$

$\therefore \angle BPD=\angle BPQ+\angle DPQ=72^\circ+48^\circ=120^\circ$

평행사변형의 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°이므로

평행사변형 BQDP에서 $\angle PBQ+\angle BPD=180^\circ$

$\therefore \angle PBQ=180^\circ-\angle BPD$

$=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

091 답 9 cm²

1st $\triangle OBC$와 $\square ABCD$의 넓이를 비교하자.

평행사변형의 두 대각선에 의하여 만들어진 네 삼각형의 넓이는 모두 같으므로 $\triangle OAB=\triangle OBC=\triangle OCD=\triangle ODA$

$\therefore \triangle OBC=\frac{1}{4}\square ABCD$ ⋯ ㉠

2nd $\triangle ODP$와 넓이가 같은 삼각형을 찾고, $\triangle ODP$와 $\triangle OQC$의 넓이의 합을 구하자.

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

$\overline{OB}=\overline{OD}$, $\angle DOP=\angle BOQ$(맞꼭지각), $\angle PDO=\angle QBO$(엇각)

즉, $\triangle ODP\equiv\triangle OBQ$ (ASA 합동)이므로 $\triangle ODP=\triangle OBQ$

$\therefore \triangle ODP+\triangle OQC=\triangle OBQ+\triangle OQC=\triangle OBC$

$=\frac{1}{4}\times 36$ ($\because$ ㉠)$=9(\text{cm}^2)$

092 답 12 cm²

1st $\triangle ODA$와 $\square ABCD$의 넓이를 비교하자.

평행사변형의 두 대각선에 의하여 만들어진 네 삼각형의 넓이는 모두 같으므로 $\triangle OAB=\triangle OBC=\triangle OCD=\triangle ODA$

$\therefore \triangle ODA=\frac{1}{4}\square ABCD=\frac{1}{4}\times 60=15(\text{cm}^2)$ ⋯ ㉠

2nd $\triangle ODP$와 넓이가 같은 삼각형을 찾고, $\triangle ODP$와 $\triangle OBQ$의 넓이의 합을 구하자.

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{OD}=\overline{OB}$이고, $\angle DOP=\angle BOQ$(맞꼭지각), $\angle ODP=\angle OBQ$(엇각)

즉, $\triangle ODP\equiv\triangle OBQ$ (ASA 합동)이므로 $\triangle ODP=\triangle OBQ$ ⋯ ㉡

이때, $\triangle OPA:\triangle ODP=3:2$이므로

$\triangle ODP=\frac{2}{5}\triangle ODA=\frac{2}{5}\times 15$ ($\because$ ㉠)$=6(\text{cm}^2)$

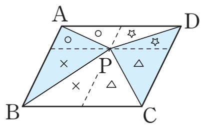
따라서 ㉡에 의하여 $\triangle ODP+\triangle OBQ=2\triangle ODP=12(\text{cm}^2)$

093 답 ③

1st $\triangle ABP$와 $\triangle CDP$의 넓이의 합과 평행사변형 ABCD의 넓이의 관계를 찾아.

$\triangle ABP+\triangle CDP=\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{2}\times 48=24(\text{cm}^2)$

오|답|피|하|기



점 P가 두 대각선의 교점이 아닐 때, 점 P를 지나고 $\overline{AB}$, $\overline{AD}$에 각각 평행한 두 선분을 그으면 평행사변형의 내부의 어떤 위치에 있는 점이라도 다음 성질이 성립해.

$\triangle ABP+\triangle CDP=○+×+☆+△$

$=\frac{1}{2}(2○+2×+2☆+2△)=\frac{1}{2}\square ABCD$

094 답 ②

1st $\triangle ABP$와 $\triangle CDP$의 넓이의 합과 평행사변형 ABCD의 넓이의 관계를 찾아.

$\triangle ABP+\triangle CDP=\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{2}\times 72=36(\text{cm}^2)$이지?

이때, $\triangle ABP:\triangle CDP=5:4$이므로

$\triangle ABP=36\times\frac{5}{5+4}=20(\text{cm}^2)$

서술형 다지기

p. 54

[095-096 채점기준표]

Ⅰ	주어진 각의 대각의 크기를 구한다.	30%
Ⅱ	나누어진 도형 중 삼각형이 어떤 삼각형인지 찾는다.	30%
Ⅲ	구하고자 하는 각의 크기나 선분의 길이를 구한다.	40%

095 답 65

먼저, ∠D의 크기를 구하자.

평행사변형의 대각의 크기는 같으므로 ∠D=∠B=60° … Ⅰ

그다음, △CDE가 어떤 삼각형인지 알아보자.

평행사변형의 대변의 길이는 같으므로 $\overline{CD}=\overline{AB}=5$cm, 즉 $\overline{CD}=\overline{DE}$이고 ∠D=60°이므로 △CDE는 정삼각형이다. … Ⅱ

그래서, x, y의 값을 각각 구하자.

∠ECD=∠DEC=60°이므로 $x=60$

$\overline{EC}=\overline{ED}=5$이므로 $y=5$

∴ $x+y=65$ … Ⅲ

096 답 27 cm

먼저, ∠B의 크기를 구하자.

평행사변형의 대각의 크기는 같으므로

∠B=∠D=60° … Ⅰ

그다음, △ABE가 어떤 삼각형인지 알아보자.

$\overline{AD}$∥$\overline{BC}$이므로 ∠DAE=∠AEB(엇각)

$\overline{AE}$는 ∠A의 이등분선이므로 ∠BAE=∠DAE

∴ ∠AEB=∠BAE … ㉠

한편, 이등변삼각형 ABE에서 ∠B=60°이고, ㉠에 의하여 ∠AEB=∠BAE=60°이므로 △ABE는 한 변의 길이가 9 cm인 정삼각형이다. … Ⅱ

그래서, △ABE의 둘레의 길이를 구하자.

따라서 △ABE의 둘레의 길이는 3×9=27(cm)이다. … Ⅲ

[097-098 채점기준표]

Ⅰ	$\overline{AE}$, $\overline{CF}$ 사이의 관계를 구한다.	40%
Ⅱ	□EBFD가 어떤 사각형인지 찾는다.	40%
Ⅲ	구하고자 하는 각의 크기를 구한다.	20%

097 답 44°

먼저, $\overline{AE}$, $\overline{CF}$ 사이의 관계를 구하자.

평행사변형 ABCD에서 $\overline{AB}=\overline{CD}$, ∠BAE=∠DCF(엇각)이고

∠AEB=∠CFD=90°이므로

△ABE≡△CDF(RHA 합동)

∴ $\overline{AE}=\overline{CF}$ … ㉠ … Ⅰ

그다음, □EBFD가 어떤 사각형인지 알아보자.

평행사변형 ABCD의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 O라 하면 $\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$이고

㉠에 의하여 $\overline{EO}=\overline{AO}-\overline{AE}=\overline{CO}-\overline{CF}=\overline{FO}$

즉, □EBFD의 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 □EBFD는 평행사변형이다. … Ⅱ

그래서, ∠EBF의 크기를 구하자.

한편, 평행사변형의 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°이므로

∠BED+∠EBF=(∠BEF+∠FED)+∠EBF

=90°+46°+∠EBF=180°

∴ ∠EBF=180°−136°=44° … Ⅲ

098 답 64°

먼저, $\overline{AE}$, $\overline{CF}$ 사이의 관계를 구하자.

평행사변형 ABCD에서

$\overline{AB}=\overline{CD}$, ∠BAE=∠DCF(엇각)이고

∠AEB=∠CFD=90°이므로

△ABE≡△CDF(RHA 합동)

∴ $\overline{AE}=\overline{CF}$ … ㉠ … Ⅰ

그다음, □EBFD가 어떤 사각형인지 알아보자.

평행사변형 ABCD의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 O라 하면

$\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$이고

㉠에 의하여 $\overline{EO}=\overline{AO}-\overline{AE}=\overline{CO}-\overline{CF}=\overline{FO}$

즉, □EBFD의 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 □EBFD는 평행사변형이다. … Ⅱ

그래서, ∠DEF의 크기를 구하자.

한편, 평행사변형의 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°이므로 평행사변형 EBFD에서

∠BED+∠EBF=(∠BEF+∠DEF)+∠EBF

=90°+∠DEF+26°=180°

∴ ∠DEF=180°−116°=64° … Ⅲ

099 답 30°

평행사변형의 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°이므로 평행사변형 ABCD에서 ∠A+∠B=180°

∴ ∠A=180°−∠B

=180°−80°=100° … Ⅰ

$\overline{AB}$∥$\overline{DC}$이므로 ∠BAC=∠ACD=40°(엇각) … Ⅱ

∠CAD=∠A−∠BAC=100°−40°=60°이므로

$∠EAD=∠CAE=\frac{1}{2}∠CAD=\frac{1}{2}\times60°=30°$

이때, $\overline{AD}$∥$\overline{BE}$이므로 ∠AEC=∠EAD(엇각)=30° … Ⅲ

[다른 풀이]

$\overline{AB}$∥$\overline{DC}$이므로 ∠DCE=∠ABC=80°(동위각)에서

∠ACE=∠ACD+∠DCE=40°+80°=120°

또한, $\overline{AD}$∥$\overline{BE}$에 의하여 ∠AEC=∠EAD(엇각)이므로

∠AEC=∠CAE

따라서 △ACE는 이등변삼각형이므로

$∠AEC=\frac{1}{2}(180°-∠ACE)$

$=\frac{1}{2}\times(180°-120°)=30°$

[채점기준표]

Ⅰ	평행사변형의 성질을 이용하여 ∠A의 크기를 구한다.	30%
Ⅱ	엇각의 성질을 이용하여 ∠BAC의 크기를 구한다.	30%
Ⅲ	평행사변형과 엇각의 성질을 이용하여 ∠AEC의 크기를 구한다.	40%

100 답 18 cm

$\triangle$AFD에서 $\overline{DA}=\overline{DF}=10\,\text{cm}$이므로

$\angle DAF=\angle DFA$ … ㉠ … Ⅰ

□ABCD가 평행사변형이므로 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$에 의하여

$\angle CEF=\angle DAF$ (동위각) … ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $\angle CEF=\angle CFE$이므로

$\triangle$CEF는 $\overline{CE}=\overline{FC}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{FC}=\overline{CE}=\frac{1}{2}\overline{BC}=5(\text{cm})$ … Ⅱ

$\angle ABE=\angle FCE$ (엇각), $\overline{BE}=\overline{CE}$,

$\angle AEB=\angle FEC$ (맞꼭지각)이므로

$\triangle ABE\equiv\triangle FCE$ (ASA 합동)

$\therefore \overline{EF}=\overline{EA}=8\,\text{cm}$

따라서 $\triangle$CEF의 둘레의 길이는

$\overline{CE}+\overline{EF}+\overline{FC}=5+8+5=18(\text{cm})$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	$\angle DAF$, $\angle DFA$ 사이의 관계를 구한다.	20%
Ⅱ	$\overline{CE}$, $\overline{FC}$ 사이의 관계를 구한다.	40%
Ⅲ	$\triangle$CEF의 둘레의 길이를 구한다.	40%

101 답 18

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle DAE=\angle AEB$ (엇각) … ㉠

$\overline{AE}$가 $\angle A$의 이등분선이므로 $\angle BAE=\angle DAE=\angle AEB$

즉, $\triangle$ABE는 이등변삼각형이므로

$\overline{BE}=\overline{AB}=12\,\text{cm}$ $\therefore x=12$ … Ⅰ

평행사변형 ABCD에서 $\angle A=\angle C$이고 $\overline{AE}$, $\overline{CF}$가 각각

$\angle A$, $\angle C$의 이등분선이므로

$\angle FAE=\angle ECF$ … ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $\angle ECF=\angle AEB$에서 동위각의 크기가 같으므로

$\overline{AE}/\!/\overline{FC}$

또한, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$에서 $\overline{AF}/\!/\overline{EC}$이므로 □AECF는 평행사변형이다.

$\overline{AF}=\overline{EC}=\overline{BC}-\overline{BE}=18-12=6(\text{cm})$ $\therefore y=6$ … Ⅱ

$\therefore x+y=12+6=18$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	$\triangle$ABE가 어떤 삼각형인지 찾아 x의 값을 구한다.	40%
Ⅱ	□AECF가 어떤 사각형인지 찾아 y의 값을 구한다.	40%
Ⅲ	$x+y$의 값을 구한다.	20%

102 답 63°

□ABCD가 평행사변형이므로

$\angle A+\angle B=180^\circ$

$\therefore \angle A=180^\circ-\angle B=180^\circ-54^\circ=126^\circ$ … Ⅰ

또한, 평행사변형 ABCD에서 $\angle D=\angle B=54^\circ$이므로

$\angle ADF=\frac{1}{2}\angle D=\frac{1}{2}\times 54^\circ=27^\circ$이고,

$\triangle$AFD에서 $\angle AFD=90^\circ$이고 $\angle DAF+\angle ADF=90^\circ$이므로

$\angle DAF=90^\circ-\angle ADF=90^\circ-27^\circ=63^\circ$ … Ⅱ

$\therefore \angle BAF=\angle A-\angle DAF=126^\circ-63^\circ=63^\circ$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	평행사변형의 성질을 이용하여 $\angle A$의 크기를 구한다.	30%
Ⅱ	평행사변형의 성질을 이용하여 $\angle ADF$, $\angle DAF$의 크기를 각각 구한다.	40%
Ⅲ	$\angle BAF$의 크기를 구한다.	30%

103 답 48 cm²

$\triangle$ABP의 넓이가 $15\,\text{cm}^2$이고 $\triangle ABP:\triangle CDP=5:3$이므로

$\triangle CDP=\frac{3}{5}\triangle ABP=\frac{3}{5}\times 15=9(\text{cm}^2)$ … Ⅰ

$\therefore \triangle ABP+\triangle CDP=15+9=24(\text{cm}^2)$ … Ⅱ

평행사변형 ABCD에서

$\triangle ABP+\triangle CDP=\triangle DAP+\triangle BCP$이므로

$\square ABCD=\triangle ABP+\triangle CDP+\triangle DAP+\triangle BCP$

$=2(\triangle ABP+\triangle CDP)$

$=2\times 24=48(\text{cm}^2)$ … Ⅲ

[채점기준표]

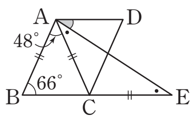
Ⅰ	$\triangle$CDP의 넓이를 구한다.	40%
Ⅱ	$\triangle ABP+\triangle CDP$의 값을 구한다.	20%
Ⅲ	평행사변형의 성질을 이용하여 □ABCD의 넓이를 구한다.	40%

최고난도 만점 문제

p. 56

104 답 ⑤

1st $\angle A$, $\angle BAC$, $\angle CAE$의 크기를 차례로 구하자.



□ABCD는 평행사변형이므로

$\angle A+\angle B=180^\circ$

$\therefore \angle A=180^\circ-\angle B=180^\circ-66^\circ=114^\circ$

한편, $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

이등변삼각형 ABC에서 $\angle ACB=\angle ABC=66^\circ$

삼각형 ABC의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle BAC=180^\circ-(\angle ACB+\angle ABC)=180^\circ-2\times 66^\circ=48^\circ$

또한, $\overline{AC}=\overline{CE}$이므로 $\triangle$ACE는 이등변삼각형이야.

$\therefore \angle CAE=\angle CEA$

이때, $\angle ACB$는 $\triangle$ACE에서 $\angle ACE$의 외각이므로

$\angle ACB=\angle CAE+\angle CEA=2\angle CAE=66^\circ$

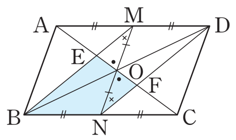
$\therefore \angle CAE=\frac{1}{2}\times 66^\circ=33^\circ$

2nd 엇각을 이용하여 $\angle DAE$의 크기를 구하자.

$\overline{AD}/\!/\overline{BE}$이므로 $\angle DAE=\angle CEA=\angle CAE=33^\circ$(엇각)

105 답 12 cm²

1st □MBND가 어떤 사각형인지 찾자.



평행사변형 ABCD에서 $\overline{AC}$와 $\overline{MN}$의

교점을 O라 하자.

$\overline{AD}=\overline{BC}$이므로 $\overline{MD}=\overline{BN}$이고

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$에 의하여 $\overline{MD}/\!/\overline{BN}$이므로

□MBND는 한 쌍의 대변이 평행하고

그 길이가 같아.

즉, □MBND는 평행사변형이야.

2nd 평행사변형 MBND의 대각선의 교점 O를 이용하여 □BNFE의 넓이를 구하자.

이때, 평행사변형 MBND의 두 대각선의 교점이 O이므로

$\overline{OM}=\overline{ON}$, $\angle MOE=\angle NOF$(맞꼭지각), $\angle EMO=\angle FNO$(엇각)

$\therefore \triangle OME\equiv\triangle ONF$(ASA 합동)

즉, $\triangle OME=\triangle ONF$이므로

$\square BNFE=\square BNOE+\triangle ONF=\square BNOE+\triangle OME=\triangle MBN$

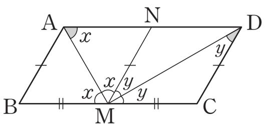
$\square MBND=\frac{1}{2}\square ABCD$이므로

$\square BNFE=\triangle MBN=\frac{1}{2}\square MBND=\frac{1}{4}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\times 48=12(\text{cm}^2)$

106 답 $90°$

1st 평행사변형과 엇각의 성질을 이용하자.



그림과 같이 $\overline{MN}$을 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$와 평행하게 그으면 $\overline{AN}/\!/\overline{BM}$에 의하여

$\angle AMB=\angle NAM=\angle x$ (엇각)

평행사변형 ABMN에서

$\overline{AB}=\overline{MN}$이고, $\overline{AB}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\overline{BM}=\overline{AN}$이므로

$\triangle AMN$은 $\overline{AN}=\overline{NM}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle AMN=\angle NAM=\angle x$

마찬가지로 $\overline{NM}/\!/\overline{DC}$에 의하여 $\angle NMD=\angle CDM=\angle y$ (엇각)

평행사변형 NMCD에서 $\triangle CDM$은 이등변삼각형이므로

$\angle CMD=\angle CDM=\angle y$

따라서 $\angle BMC$는 평각이므로 $2\angle x+2\angle y=180°$에서

$\angle x+\angle y=90°$

107 답 24 cm^2

1st 보조선을 그어 평행사변형에서 넓이를 생각하자.

$\overline{SQ}$를 그으면 □ABQS에서 $\overline{AS}=\overline{BQ}$이고 $\overline{AS}/\!/\overline{BQ}$이므로

□ABQS는 평행사변형이고, $\triangle PQS=\frac{1}{2}\square ABQS$

또한, $\overline{AD}=\overline{BC}$, $\overline{AS}=\overline{BQ}$에서 $\overline{SD}=\overline{QC}$이고 $\overline{SD}/\!/\overline{QC}$이므로

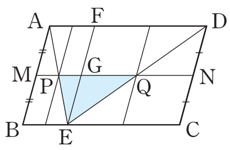
□SQCD는 평행사변형이고, $\triangle SQR=\frac{1}{2}\square SQCD$

$\therefore \square PQRS=\triangle PQS+\triangle SQR=\frac{1}{2}\square ABQS+\frac{1}{2}\square SQCD$

$=\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{2}\times 48=24(\text{cm}^2)$

108 답 ③

1st 세 개의 보조선을 그어 각각 평행사변형에서 넓이를 생각하자.



그림과 같이 세 점 P, E, Q를 각각 지나면서 $\overline{AB}$에 평행한 세 선분을 그으면

두 평행사변형 ABEF, FECD에서

$\triangle PEG=\frac{1}{8}\square ABEF$,

$\triangle GEQ=\frac{1}{8}\square FECD$이므로

$\triangle PEQ=\triangle PEG+\triangle GEQ=\frac{1}{8}\square ABEF+\frac{1}{8}\square FECD$

$=\frac{1}{8}(\square ABEF+\square FECD)=\frac{1}{8}\square ABCD$

$\therefore \square ABCD=8\triangle PEQ$

따라서 □ABCD의 넓이는 $\triangle PEQ$의 넓이의 8배야.

L 여러 가지 사각형의 성질

개념 다지기 001~038 정답은 p. 3에 있습니다.

유형 다지기 학교시험+학력평가

p. 62

039 답 ④

① 직사각형은 두 쌍의 대변이 각각 평행하고 그 길이가 같아.

$\therefore \overline{AB}/\!/\overline{DC}$, $\overline{AB}=\overline{DC}$ (참)

② 직사각형의 두 대각선의 길이는 같고, 서로 다른 것을 이등분하지?

$\therefore \overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}=\overline{DO}$ (참)

③ 직사각형의 네 내각의 크기는 모두 $90°$로 같아.

$\therefore \angle A=\angle B=\angle C=\angle D=90°$ (참)

④ 직사각형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하지만 수직은 아니야. (거짓)

⑤ 직사각형의 두 대각선의 길이는 같아.

$\therefore \overline{AC}=\overline{BD}$ (참)

040 답 26

직사각형의 두 대각선의 길이는 같고, 서로 다른 것을 이등분해.

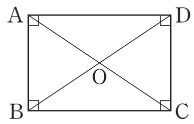
즉, $\overline{AO}=\overline{CO}$이므로 $2x+1=3x-5$ $\quad\therefore x=6$

이때, $\overline{BD}=\overline{AC}=\overline{AO}+\overline{CO}=(2x+1)+(3x-5)=5x-4$이므로

$x=6$을 대입하면 $\overline{BD}=5\times6-4=26$

★ 직사각형의 대각선

직사각형의 대각선의 성질만 알고 있으면 무난히 풀 수 있는 문제야. 그래도 무작정 외우지 말고 원리를 알고 있으면 이해하기 한결 쉬울 거야.



직사각형 ABCD의 두 대각선의 교점을 O라 하자. 이때, 직사각형은 평행사변형이지? 즉, 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같지. 이제 $\triangle ABC$와 $\triangle DCB$를 살펴보자. $\overline{BC}$는 공통이고 $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\angle ABC=\angle DCB=90°$야.

따라서 $\triangle ABC\equiv\triangle DCB$(SAS 합동)이므로 $\overline{AC}=\overline{DB}$야.

즉, 직사각형의 두 대각선의 길이가 같아.

041 답 ④

직사각형은 네 내각의 크기가 모두 $90°$로 같고

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$, $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이지?

$\angle ADB=\angle DBC=34°$(엇각)이고 $\angle B=90°$이므로

$\angle x=\angle ABO=\angle B-\angle DBC$

$=90°-34°=56°$ ⋯ ㉠

또한, 직사각형의 두 대각선의 길이는 같고, 서로 다른 것을 이등분하므로 $\triangle OCD$는 $\overline{OC}=\overline{OD}$인 이등변삼각형이야.

즉, $\angle ODC=\angle OCD$이고 $\angle ODC=\angle ABO$(엇각)$=56°$($\because$ ㉠)

이때, 삼각형 OCD의 세 내각의 크기의 합은 $180°$이므로

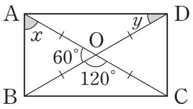
$\angle y=\angle DOC=180°-(\angle CDO+\angle OCD)$

$=180°-(56°+56°)=68°$

$\therefore \angle x+\angle y=56°+68°=124°$

042 답 $30°$

직사각형의 두 대각선은 길이가 같고 서로 다른 것을 이등분하므로



$\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}=\overline{DO}$이지?

즉, $\triangle ABO$, $\triangle AOD$는 이등변삼각형이니까 이등변삼각형의 두 밑각의 크기가 같음을 이용하자.

$\angle BOC=120°$이므로

$\angle AOB=180°-\angle BOC=180°-120°=60°$

$\triangle ABO$에서

$\angle x=\angle OAB=\angle OBA=\frac{1}{2}\times(180°-\angle AOB)$

$=\frac{1}{2}\times(180°-60°)=60°$

한편, $\angle AOD=\angle BOC=120°$(맞꼭지각)이므로

$\triangle AOD$에서

$\angle y=\angle ODA=\angle OAD$

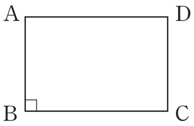
$=\frac{1}{2}\times(180°-\angle AOD)$

$=\frac{1}{2}\times(180°-120°)=30°$

$\therefore \angle x-\angle y=30°$

043 답 해설 참조

$\angle B=90°$인 평행사변형 ABCD에 대하여



이웃하는 두 내각의 크기의 합은 $180°$이므로

$\angle A+\angle B=$ $180°$ (가)

$\therefore \angle A=$ $90°$ (나)

또한, 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 $\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$에서

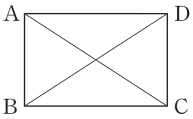
$\angle A=\angle B=\angle C=\angle D$ (다)

따라서 한 내각이 직각인 평행사변형 ABCD는 직사각형이야.

044 답 해설 참조

$\overline{AC}=\overline{DB}$인 평행사변형 ABCD에 대하여 $\triangle ABC$와 $\triangle DCB$에서

$\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AC}=\overline{DB}$이고



$\overline{BC}$는 공통이므로 $\triangle ABC\equiv\triangle DCB$(SSS (가) 합동)

$\therefore \angle B=\angle C$

또한, □ABCD가 평행사변형이므로

두 쌍의 대각의 크기가 각각 같아. 즉, $\angle B=$ $\angle D$ (나), $\angle C=$ $\angle A$ (다)

$\therefore \angle A=\angle B=\angle C=\angle D$

따라서 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형 ABCD는 직사각형이야.

★ 삼각형의 합동 조건

(1) 대응하는 세 변의 길이가 각각 같을 때 (SSS 합동)

(2) 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같을 때 (SAS 합동)

(3) 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝각의 크기가 각각 같을 때 (ASA 합동)

이와 같이 합동 조건을 만족시키는 두 삼각형은 대응하는 각의 크기, 대응하는 변의 길이가 서로 같아.

045 답 ②

② 평행사변형의 두 대각선이 수직이 되면 직사각형이 아니라 마름모가 되는 거야. ←NO!

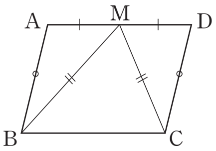
오|답|피|하|기

주어진 보기가 알고 있는 것과 다르지? ① $\angle A=90°$와 ③ $\angle A+\angle C=180°$이므로 $\angle A=\angle C=90°$라는 것은 평행사변형의 한 내각의 크기가 $90°$가 된다는 말이고, ④ $\overline{AO}=\overline{DO}$와 ⑤ $\overline{AC}=\overline{BD}$라는 것은 평행사변형의 두 대각선의 길이가 서로 같아진다는 것을 뜻하는 거야.

다시 한 번 짚어보자. 평행사변형이 직사각형이 되는 조건은 한 내각의 크기가 $90°$가 되거나, 두 대각선의 길이가 같아지는 거야. 잊지 말고 기억해 두자.

046 답 ③

$\triangle AMB$와 $\triangle DMC$에서 $\overline{AM}=\overline{DM}$, $\overline{BM}=\overline{CM}$이고 □ABCD는 평행사변형이므로 $\overline{AB}=\overline{DC}$야.



즉, $\triangle AMB\equiv\triangle DMC$(SSS 합동)이므로

$\angle A=\angle D$ ⋯ ㉠

□ABCD는 평행사변형이므로 $\angle A+\angle D=180°$이고, ㉠에 의하여

$\angle A=\angle D=90°$이지?

따라서 □ABCD는 한 내각의 크기가 $90°$인 평행사변형이므로

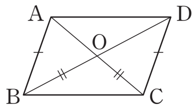
□ABCD는 직사각형이야.

오|답|피|하|기

주어진 그림만을 보고 $\triangle AMB$와 $\triangle DMC$가 합동임을 알아내는 것이 힘들어. 딱 보기에도 두 삼각형은 달라 보이니까. 하지만 주어진 조건을 하나씩 따져보면 두 삼각형이 합동인 것을 금방 알 수 있어. 그림만을 보고 판단하는 것은 금물!

047 답 직사각형

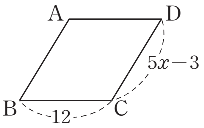
$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$, $\overline{AB}=\overline{DC}$이므로 □ABCD는 평행사변형이야. 즉, $\overline{BO}=\overline{DO}$, $\overline{AO}=\overline{CO}$인데 $\overline{BO}=\overline{CO}$이므로 $\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}=\overline{DO}$



따라서 $\overline{AC}=\overline{BD}$, 즉 두 대각선의 길이가 같으므로 주어진 사각형은 직사각형이야.

048 답 3

마름모는 네 변의 길이가 모두 같은 사각형이므로



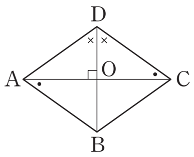
$\overline{BC}=\overline{CD}$에서 $5x-3=12$

$\therefore x=3$

049 답 ④

① 마름모는 평행사변형이므로 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$야.

따라서 $\angle OAB=\angle OCD$(엇각)가 성립해. (참)



② 마름모의 대각선은 한 내각을 이등분하므로 $\angle ADO=\angle CDO$ (참)

③ 마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하므로 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$야. $\therefore \angle AOD=90°$ (참)

④ 마름모의 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하지만 반드시 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 것은 아니야. (거짓)

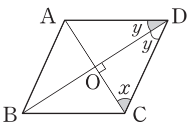
⑤ 마름모의 네 변의 길이는 모두 같아.

$\therefore \overline{BC}=\overline{CD}$ (참)

050 답 ④

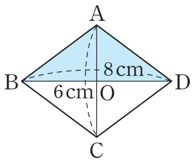
① □ABCD는 마름모이므로 네 변의 길이가 모두 같지?
$\therefore \overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}=6\,\text{cm}$ (참)
② 마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분해.
따라서 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이므로 $\angle DOC=90^\circ$ (참)
③ 마름모는 평행사변형이지?
따라서 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle BCO=\angle DAO=32^\circ$(엇각) (참)
④ 마름모의 대각선은 한 내각을 이등분해.
$\therefore \angle BAO=\angle DAO=32^\circ$
또한, $\overline{AB}=\overline{AD}$이므로 △ABD는 이등변삼각형이야.
$\therefore \angle ABD=\angle ADB$
$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-\angle DAB)$
$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-64^\circ)$
$=58^\circ$ (거짓)
⑤ $\angle BCD=\angle DAB=2\angle DAO=64^\circ$ (참)

051 답 ②



마름모의 대각선은 한 내각을 이등분하므로
마름모 ABCD의 두 대각선의 교점을 O라 하면
$\angle CDO=\angle ADO=\angle y$
마름모의 두 대각선은 서로 수직으로 만나므로
$\angle DOC=90^\circ$
삼각형 CDO의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로
$\angle DCO+\angle ODC+\angle DOC=180^\circ$에서
$\angle x+\angle y+90^\circ=180^\circ$
$\therefore \angle x+\angle y=90^\circ$

052 답 12 cm²



마름모 ABCD의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하므로 대각선인 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$의 교점을 O라 하면 △ABD는 밑변이 $\overline{BD}$이고 높이가 $\overline{AO}$인 삼각형이야.
이때, $\overline{AC}=6\,\text{cm}$이므로
$\overline{AO}=\overline{CO}=\frac{1}{2}\overline{AC}=3(\text{cm})$
$\therefore \triangle ABD=\frac{1}{2}\times\overline{BD}\times\overline{AO}$
$=\frac{1}{2}\times8\times3$
$=12(\text{cm}^2)$

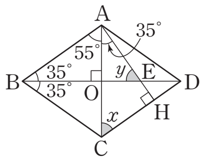
[다른 풀이]
(마름모 ABCD의 넓이)$=\frac{1}{2}\times6\times8=24(\text{cm}^2)$
$\therefore \triangle ABD=\triangle CDB=\frac{1}{2}$□ABCD$=12(\text{cm}^2)$

★ **마름모의 넓이 공식**
초등학교 때 배운 마름모의 넓이 구하는 공식은
$\frac{1}{2}\times$(한 대각선의 길이)$\times$(다른 대각선의 길이)이지?
이 공식은 마름모의 성질 '마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.'를 이용해서 만들어진 거야.

053 답 ③

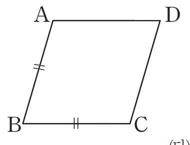
마름모의 네 변의 길이는 모두 같으므로 $\overline{BC}=\overline{AD}=6\text{ cm}$ $\therefore x=6$
또한, 마름모의 대각선은 한 내각을 이등분하므로
$\angle OBC=\angle ABO=30^\circ$ $\therefore \angle ABC=\angle ABO+\angle OBC=60^\circ$
한편, △ABC는 $\overline{BA}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle BAC=\angle BCA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-\angle ABC)$
$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$
즉, △ABC는 한 변의 길이가 6 cm인 정삼각형이므로 $\overline{BO}$는 $\overline{AC}$를 수직이등분해.
$\overline{OC}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times6=3(\text{cm})$ $\therefore y=3$
$\therefore x+y=6+3=9$

054 답 ③



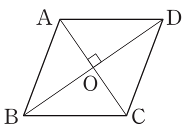
마름모의 대각선은 한 내각을 이등분하므로
$\angle ABO=\angle OBC=35^\circ$이고 마름모의 두 대각선은 서로 직교하므로 △ABO는 직각삼각형이야.
직각삼각형 ABO의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로
$\angle OAB=180^\circ-(\angle AOB+\angle ABO)$
$=180^\circ-(90^\circ+35^\circ)=55^\circ$
이때, 마름모 ABCD는 평행사변형이므로 $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$
$\therefore \angle x=\angle ACD=\angle BAC=55^\circ$(엇각)
한편, 삼각형 ACH의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로
$\angle HAC=180^\circ-(\angle CHA+\angle ACH)$
$=180^\circ-(90^\circ+55^\circ)=35^\circ$
삼각형 AOE에서 $\angle EAO=35^\circ$이고, $\angle AOE=90^\circ$이므로
$\angle y=\angle AEO=180^\circ-(\angle EAO+\angle AOE)$
$=180^\circ-(35^\circ+90^\circ)=55^\circ$
$\therefore \angle x+\angle y=55^\circ+55^\circ=110^\circ$

055 답 해설 참조



$\overline{AB}=\overline{BC}$ ⋯ ㉠인 평행사변형 ABCD에 대하여
두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로
$\overline{AB}=$ (가) $\overline{CD}$, $\overline{BC}=$ (나) $\overline{DA}$
㉠에 의하여 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}$
따라서 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형 ABCD는 (다) 마름모야.

056 답 해설 참조



$\overline{AC}\perp\overline{BD}$인 평행사변형 ABCD에 대하여
두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로
$\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{DA}=\overline{BC}$ ⋯ ㉠
두 대각선의 교점을 O라 할 때,
△AOB와 △AOD에서
$\overline{OB}=$ (가) $\overline{OD}$, $\overline{OA}$는 공통,
$\angle AOB=\angle AOD=90^\circ$이므로
△AOB≡△AOD((나) SAS 합동)
$\therefore \overline{AB}=$ (다) $\overline{AD}$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}$
따라서 두 대각선이 직교하는 평행사변형 ABCD는 마름모야.

057 답 8 cm

주어진 사각형이 평행사변형이므로

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$에 의하여

$\angle ABD=\angle CDB$, $\angle DBC=\angle BDA$ (엇각)

$\therefore \angle ABD=\angle BDA=\angle CDB=\angle DBC$

즉, $\triangle ABD$, $\triangle CDB$는 이등변삼각형이므로

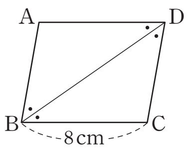
$\overline{AB}=\overline{DA}$, $\overline{BC}=\overline{CD}$ ⋯ ㉠

또한, 사각형 ABCD가 평행사변형이므로

$\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{DA}=\overline{BC}$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}$가 성립하므로 평행사변형 ABCD는 마름모야.

$\therefore \overline{AB}=\overline{BC}=8\,\mathrm{cm}$



058 답 마름모

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle ACB=\angle DAC=66^\circ$(엇각)

두 대각선의 교점을 O라 하면

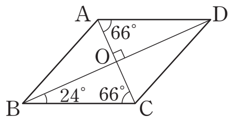
삼각형 OBC의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle OBC+\angle BCO+\angle COB=180^\circ$

$\therefore \angle COB=180^\circ-(\angle OBC+\angle BCO)$

$=180^\circ-(24^\circ+66^\circ)=90^\circ$

따라서 두 대각선이 서로 직교하므로 사각형 ABCD는 마름모야.



059 답 ②

평행사변형 ABCD에서 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle DBC=\angle ADB=40^\circ$(엇각)야.

이때, 두 대각선의 교점을 O라 하면 삼각형 AOD의 세 내각의 크기의 합은 180°이고

$\angle DAO=50^\circ$이므로 $\angle AOD=180^\circ-(\angle ADO+\angle DAO)=90^\circ$야.

즉, 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이므로 □ABCD는 마름모야.

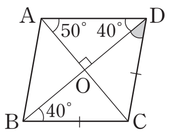
그럼 $\overline{BC}=\overline{CD}$이므로 $\triangle BCD$는 이등변삼각형이지?

$\therefore \angle BDC=\angle DBC=40^\circ$

[다른 풀이]

□ABCD가 마름모이고 마름모의 대각선은 한 내각을 이등분하므로

$\angle BDC=\angle BDA=40^\circ$



060 답 ③

①, ② 정사각형의 두 대각선의 길이는 같고 서로 다른 것을 수직이등분하므로 $\overline{AO}=\overline{DO}$, $\overline{AC}\perp\overline{BD}$ (참)

③ $\angle BAC=45^\circ$, $\angle DOC=90^\circ$이므로 $\angle BAC\neq\angle DOC$ (거짓)

④ $\triangle ABO$에서 $\angle AOB=90^\circ$이고 $\overline{AO}=\overline{BO}$이므로 $\angle ABO=45^\circ$ (참)

⑤ $\triangle ABC$와 $\triangle DCB$에서 $\angle B=\angle C=90^\circ$이고 $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{BC}$는 공통이므로 $\triangle ABC\equiv\triangle DCB$ (SAS 합동) (참)

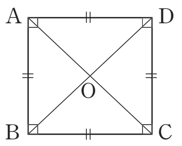
061 답 ③

정사각형 ABCD의 두 대각선의 교점을 O라 하면 □ABCD는 직사각형 (가) 이므로

$\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}=\overline{DO}$

또, □ABCD는 마름모 (나) 이므로 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$

따라서 정사각형 ABCD의 두 대각선은 길이가 같고 서로 다른 것을 수직이등분해.



062 답 ⑤

□ABCD가 정사각형이므로 두 대각선의 길이가 같고 서로 다른 것을 수직이등분해.

즉, $\overline{AC}=\overline{BD}=16\,\mathrm{cm}$에서 $\overline{BO}=\overline{DO}=\frac{1}{2}\times\overline{BD}=8\,(\mathrm{cm})$

또한, $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이므로 $\triangle ACD$와 $\triangle ABC$는 모두 밑변의 길이가 $\overline{AC}=16\,\mathrm{cm}$이고 높이가 $\overline{BO}=\overline{DO}=8\,\mathrm{cm}$인 삼각형이야.

$\therefore$ □$ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD=2\times\left(\frac{1}{2}\times16\times8\right)=128(\mathrm{cm}^2)$

오|답|피|하|기

정사각형의 한 변의 길이를 알 수 없으니까 이 문제를 풀 수 없을 것 같지만 이 문제는 마름모의 넓이 구하는 공식을 이용하여 넓이를 구할 수 있어. 왜 그런지 살펴보자. 마름모의 정의가 네 변의 길이가 모두 같은 사각형이야. 또, 정사각형은 네 변의 길이가 모두 같고 네 내각의 크기가 모두 같은 사각형이야. 즉, 정사각형은 마름모의 정의에 '네 내각의 크기가 모두 같다.'라는 조건이 더 추가된 거야. 즉, 정사각형은 마름모의 일부분으로 '정사각형도 마름모이다.'라고 할 수 있는 거지. 따라서 정사각형의 넓이도 $\frac{1}{2}\times$(두 대각선의 길이의 곱)을 이용하여 구할 수 있어.

063 답 20°

□ABCD는 정사각형이므로 대각선 AC에 의하여

$\angle x=\angle DAE=\angle EAB=\frac{1}{2}\angle A=\frac{1}{2}\times90^\circ=45^\circ$

삼각형 ABE의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle ABE=180^\circ-(\angle EAB+\angle BEA)=180^\circ-(45^\circ+70^\circ)=65^\circ$

$\therefore \angle y=\angle ABC-\angle ABE=90^\circ-65^\circ=25^\circ$

$\therefore \angle x-\angle y=45^\circ-25^\circ=20^\circ$

[다른 풀이]

$\angle BEO$는 $\triangle EBC$의 한 외각이므로 $\angle BEO=\angle EBC+\angle BCE$

$\therefore \angle y=\angle EBC=\angle BEO-\angle BCE=70^\circ-45^\circ=25^\circ$

064 답 ②

□ABCD가 정사각형이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}$이지?

그런데 $\overline{AD}=\overline{AE}$이므로 $\overline{AD}=\overline{AE}=\overline{AB}$가 성립해. 즉, $\triangle ADE$, $\triangle ABE$는 이등변삼각형이야. 한편, $\angle ADE=\angle AED=80^\circ$에 의하여

$\triangle ADE$에서

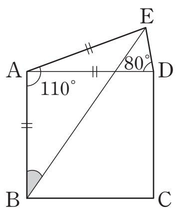
$\angle EAD=180^\circ-(\angle ADE+\angle AED)$

$=180^\circ-160^\circ=20^\circ$

$\therefore \angle EAB=\angle EAD+\angle BAD=110^\circ$

이때, $\triangle ABE$가 이등변삼각형이므로

$\angle ABE=\angle AEB=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle EAB)=\frac{1}{2}(180^\circ-110^\circ)=35^\circ$



065 답 65°

정사각형 ABCD에서 $\overline{AB}=\overline{AD}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AD}=\overline{AE}$에 의하여

$\triangle ABE$는 이등변삼각형이야. 즉, $\angle AEB=\angle ABE=20^\circ$이고

$\triangle ABE$의 세 내각의 크기의 합이 180°이므로

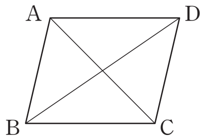
$\angle EAB=180^\circ-(\angle AEB+\angle ABE)=180^\circ-(20^\circ+20^\circ)=140^\circ$

한편, $\angle EAD=\angle EAB-\angle DAB=140^\circ-90^\circ=50^\circ$이고

$\triangle ADE$는 $\overline{AD}=\overline{AE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle EDA=\angle DEA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-\angle EAD)=65^\circ$

066 답 ②, ⑤



평행사변형이 정사각형이 될 조건은 평행사변형이 직사각형이 될 조건과 마름모가 될 조건을 동시에 만족시켜야 해.

① $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이면 평행사변형은 마름모가 돼. ←NO!

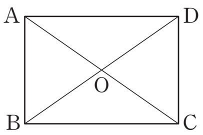
② $\overline{AC}=\overline{BD}$이면 평행사변형은 직사각형이 되고, $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이면 직사각형은 정사각형이 되지. ←OK!

③ $\angle A=90^\circ$이면 평행사변형은 직사각형이 돼. ←NO!

④ $\overline{AC}=\overline{BD}$이면 평행사변형은 직사각형이 돼. ←NO!

⑤ $\overline{AB}=\overline{AD}$이면 평행사변형은 마름모가 되고, $\angle A=90^\circ$이면 마름모는 정사각형이 되지. ←OK!

067 답 ①, ⑤



① 직사각형에서 두 대각선의 길이는 서로 같아. ←NO!

② $\overline{AB}=\overline{AD}$이면 직사각형 ABCD의 네 변의 길이가 모두 같아지므로 정사각형이 되지. ←OK!

③ 직사각형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하고 정사각형의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하지? 즉, 직사각형의 두 대각선이 직교하게 되면 직사각형은 정사각형이 돼. ←OK!

④ $\angle ABO=\angle ADO$이면 $\triangle ABD$는 이등변삼각형이지?
즉, 직사각형의 이웃한 두 변의 길이가 같으므로 정사각형이 돼. ←OK!

⑤ 직사각형의 두 대각선의 길이는 서로 같고 서로 다른 것을 이등분하므로 직사각형 ABCD에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$가 성립해. ←NO!

068 답 정사각형

조건 (가)를 만족시키는 사각형은 평행사변형이야. 이 평행사변형에서 조건 (나)를 적용하면 평행사변형의 네 변의 길이가 모두 같아지므로 마름모가 돼. 또한, 이 마름모에 조건 (다)를 적용하면 마름모의 네 내각의 크기가 90°로 모두 같아지지? 즉, 조건 (가), (나), (다)를 모두 만족시키는 사각형은 정사각형이야.

069 답 ④

④ 등변사다리꼴의 성질에 의하여 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로
$\angle A+\angle B=\angle D+\angle C=180^\circ$ ←NO!

070 답 ②, ④

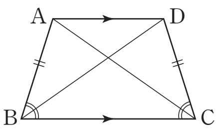
등변사다리꼴은 한 쌍의 대변이 평행하고, 아랫변의 양 끝각의 크기가 같은 사각형이야.

①, ③ 평행사변형, 마름모는 한 쌍의 대변이 평행하지만 아랫변의 양 끝각의 크기가 같지는 않지? ←NO!

②, ④ 직사각형, 정사각형은 한 쌍의 대변이 평행하고 아랫변의 양 끝각의 크기가 90°로 서로 같으므로 직사각형, 정사각형은 등변사다리꼴이야. ←OK!

⑤ 모든 사다리꼴이 등변사다리꼴인 것은 아니야. ←NO!

071 답 해설 참조

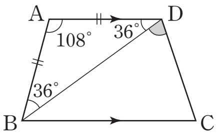


등변사다리꼴 ABCD에 대하여
$\triangle ABC$와 $\triangle DCB$에서
$\overline{AB}=\overset{(가)}{\boxed{\overline{DC}}}$, $\angle ABC=\overset{(나)}{\boxed{\angle DCB}}$,
$\overline{BC}$는 공통이므로
$\triangle ABC\equiv\triangle DCB$($\overset{(다)}{\boxed{SAS}}$ 합동)
$\therefore$ $\overset{(라)}{\boxed{\overline{AC}=\overline{DB}}}$
따라서 등변사다리꼴 ABCD의 두 대각선의 길이는 같아.

072 답 105°

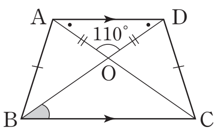
등변사다리꼴 ABCD는 아랫변의 양 끝각의 크기가 같으므로 $\angle B=\angle C$, $\angle A=\angle D$야. 이때, 사각형 ABCD의 네 내각의 크기의 합이 360°이므로 $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360^\circ$에서
$2\angle A+2\angle B=360^\circ$이므로 $\angle A+\angle B=180^\circ$
$\therefore \angle A=180^\circ-\angle B=180^\circ-75^\circ=105^\circ$

073 답 ④



등변사다리꼴 ABCD에서
$\overline{AB}=\overline{AD}$이므로 $\triangle ABD$는 이등변삼각형이야.
즉, $\angle ADB=\angle ABD=36^\circ$이므로
$\triangle ABD$에서
$\angle A=180^\circ-(\angle ADB+\angle ABD)=180^\circ-(36^\circ+36^\circ)=108^\circ$
따라서 등변사다리꼴의 성질에 의하여 $\angle ADC=\angle A=108^\circ$이므로
$\angle BDC=\angle ADC-\angle ADB=108^\circ-36^\circ=72^\circ$

074 답 ②

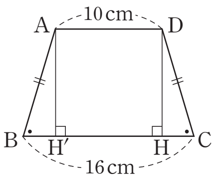


등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$가 평행하므로 평행하지 않은 두 변의 길이는 같지?
즉, $\overline{AB}=\overline{DC}$야.
이때, $\triangle ABD$, $\triangle DCA$에서 $\overline{AD}$는 공통이고, 등변사다리꼴의 두 대각선의 길이는 같으므로 $\overline{DB}=\overline{AC}$야.
즉, $\triangle ABD\equiv\triangle DCA$(SSS 합동)에 의하여 $\angle ADB=\angle DAC$이므로 이등변삼각형 AOD에서

$\angle ADB=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle AOD)=\frac{1}{2}(180^\circ-110^\circ)=35^\circ$

이때, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle DBC=\angle ADB=35^\circ$(엇각)

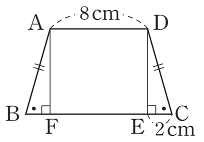
075 답 3 cm



등변사다리꼴 ABCD의 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H′이라 하면
$\overline{H'H}=\overline{AD}=10\,\text{cm}$
이때, $\triangle ABH'\equiv\triangle DCH$(RHA 합동)이므로

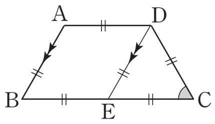
$\overline{CH}=\overline{BH'}=\frac{1}{2}(16-10)=3(\text{cm})$

076 답 12 cm



꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 F라 하면 $\triangle ABF\equiv\triangle DCE$(RHA 합동)이므로 $\overline{BF}=\overline{CE}=2\,\text{cm}$이고
$\overline{FE}=\overline{AD}=8\,\text{cm}$야.
$\therefore \overline{BC}=\overline{BF}+\overline{FE}+\overline{EC}$
$=2+8+2=12(\text{cm})$

077 답 ③



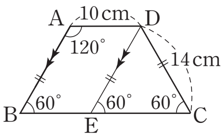
점 D에서 $\overline{AB}$와 평행한 선분을 그어 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라 하면 그림과 같이 □ABED는 마름모가 돼.

$\therefore \overline{AB}=\overline{DE}=\overline{AD}=\overline{BE}$

그런데 $\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{BC}$이므로 $\overline{BE}=\overline{EC}$야.

따라서 △DEC는 정삼각형이고 정삼각형의 한 내각의 크기는 60°이므로 ∠C=60°

078 답 62 cm



점 D에서 $\overline{AB}$와 평행한 선분을 그어 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라 하면 그림과 같이 □ABED는 평행사변형이 되므로 $\overline{AB}=\overline{DE}$이고, 등변사다리꼴 ABCD에서 ∠A=120°이므로

∠B=∠C=180°−∠A=60°

이때, $\overline{AB}/\!/\overline{DE}$에서 ∠DEC=∠B=60°(동위각)이고, $\overline{DE}=\overline{DC}$이므로 △DEC는 정삼각형이야.

따라서 $\overline{AB}=\overline{DC}=\overline{EC}=14$ cm이고 $\overline{AD}=\overline{BE}=10$ cm이므로

(□ABCD의 둘레의 길이)$=\overline{AD}+\overline{AB}+\overline{BE}+\overline{EC}+\overline{CD}$

$=10+14+10+14+14=62$(cm)

079 답 ⑤

그림에서 ⑤는 직사각형이 정사각형이 되는 조건을 말해야 해. 즉, '두 대각선이 직교한다.', '이웃하는 두 변의 길이가 같다.'

이 두 가지 조건 중 하나를 만족시켜야겠지? 그런데 ⑤는 두 대각선의 길이가 같다고 되어 있어. 직사각형의 두 대각선의 길이는 같잖아?

그러므로 직사각형이 정사각형이 되는 조건이라고 할 수 없어.

080 답 ②, ③

① 두 대각선의 길이가 같은 사각형은 등변사다리꼴도 있으므로 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형이 직사각형이지? (거짓)

② 이웃하는 두 변의 길이가 같은 직사각형은 정사각형이야. (참)

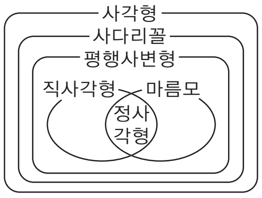
③ 한 내각의 크기가 90°인 마름모는 정사각형이 되지? (참)

④ 두 대각선이 서로 수직인 평행사변형은 마름모야. (거짓)

⑤ 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이야. (거짓)

081 답 ④

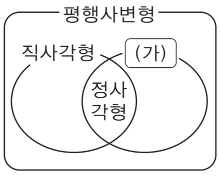
사각형 사이의 포함 관계를 그려서 해결하자.



사각형 사이의 포함 관계는 그림과 같아.

따라서 옳지 않은 것은 ④ '마름모는 정사각형이다.' 야.

082 답 ②



(가)에 알맞은 사각형은 마름모이지?

그럼 선택지에서 마름모에 대한 설명을 찾으면 되겠네?

① 이웃하는 두 내각의 크기가 같은 평행사변형은 직사각형, 정사각형이야. (거짓)

② 마름모는 네 변의 길이가 모두 같아. (참)

③ 평행사변형은 두 쌍의 대변이 모두 평행하지? 그런데 '한 쌍의 대변은 평행하지 않다.' 라고 했으므로 (가)에 대한 설명이 아니야. (거짓)

④ 평행사변형에서 두 대각선의 길이가 서로 같은 사각형은 직사각형, 정사각형이야. (거짓)

⑤ 평행사변형에서 이웃하는 두 변이 서로 수직인 사각형은 직사각형, 정사각형이야. (거짓)

083 답 ⑤

① $\overline{AC}=\overline{BD}$이면 □ABCD는 직사각형이야. (거짓)

② $\overline{AB}=\overline{AD}$이면 □ABCD는 마름모야. (거짓)

③ ∠DAB=90°이면 □ABCD는 직사각형이야. (거짓)

④ $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이면 □ABCD는 마름모야. (거짓)

⑤ ∠ABO=∠ADO이면 △ABD는 이등변삼각형이므로 $\overline{AB}=\overline{AD}$ ⋯ ㉠야.

이때, 평행사변형 □ABCD에서 $\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{BC}=\overline{DA}$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}$이므로 □ABCD는 마름모야. (참)

084 답 ⑤

두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 것은 마름모와 정사각형이므로 ㅁ, ㅂ이야.

평행사변형, 직사각형은 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하기는 하지만 수직은 아니야.

085 답 ⑤

두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 것은 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형이야.

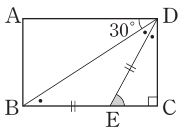
등변사다리꼴의 두 대각선의 길이는 같지만 서로 다른 것을 이등분하지는 않아.

086 답 ㄴ, ㄹ, ㅂ

두 대각선의 길이가 같은 것은 등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형이야.

평행사변형과 마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하기는 하지만 길이가 같지는 않아.

087 답 직사각형, 60°



$\overline{BE}=\overline{DE}$에 의하여 △DBE는 이등변삼각형이므로 ∠DBE=∠BDE

평행사변형 ABCD에서 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

∠DBE=∠ADB=30°(엇각)

∴ ∠D=∠ADB+∠BDE+∠EDC=3∠ADB=90°

즉, 평행사변형 ABCD에서 한 내각의 크기가 90°이므로 직사각형이야.

이때, △DEC는 ∠C=90°인 직각삼각형이고 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

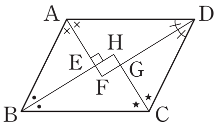
∠DEC+∠EDC+∠C=∠DEC+30°+90°=180°

∴ ∠DEC=60°

L

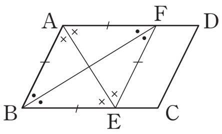
088 답 ④

그림과 같은 평행사변형 ABCD에서



∠BAE=∠DAE=∠a ⋯ ㉠,
∠ABE=∠CBE=∠b ⋯ ㉡,
∠BCG=∠DCG=∠c,
∠CDG=∠ADG=∠d라 하자.
이때, □ABCD는 평행사변형이므로 ∠A+∠B=180°에서
∠A+∠B=∠DAE+∠BAE+∠ABE+∠CBE
=2∠a+2∠b(∵ ㉠, ㉡)=180°
∴ ∠a+∠b=90°
즉, △ABE에서 ∠AEB=180°−(∠a+∠b)=90°이므로
∠AEB=∠HEF=90°(맞꼭지각)야.
마찬가지 방법으로 하면 ∠EFG=∠FGH=∠GHE=90°
즉, □EFGH는 네 내각의 크기가 90°로 모두 같은 직사각형이지. ←①
직사각형의 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로
$\overline{EF}=\overline{HG}$, $\overline{EH}=\overline{FG}$ ←②, ③
직사각형의 두 대각선의 길이는 같고, 서로 다른 것을 이등분하지만 수직은 아니야. ←④, ⑤

089 답 마름모



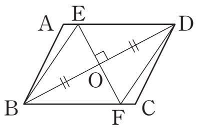
평행사변형 ABCD에서 $\overline{BF}$가 ∠B의 이등분선이고 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로
∠AFB=∠FBE(엇각)=∠ABF
즉, △ABF는 이등변삼각형이므로
$\overline{AB}=\overline{AF}$
마찬가지로 △ABE도 $\overline{BA}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이야.
그런데 $\overline{AF}=\overline{BE}$이고 $\overline{AF}/\!/\overline{BE}$이므로 □ABEF는 평행사변형이지?
즉, $\overline{AB}=\overline{AF}=\overline{BE}=\overline{EF}$이므로 네 변의 길이가 모두 같아.
따라서 □ABEF는 마름모야.

090 답 평행사변형

△ABF와 △CDE에서
$\overline{AB}=\overline{CD}$, ∠A=∠C=90°, $\overline{BF}=\overline{DE}$이므로
△ABF≡△CDE(RHS 합동)
즉, ∠AFB=∠CED이므로
∠DFB=180°−∠AFB=180°−∠CED=∠BED이고,
∠ABF=∠CDE이므로
∠FBE=90°−∠ABF=90°−∠CDE=∠EDF이지?
따라서 □FBED는 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형이야.

[다른 풀이]
△ABF≡△CDE(RHS 합동)이므로 ∠AFB=∠CED ⋯ ㉠
이때, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 ∠AFB =∠FBE(엇각) ⋯ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 ∠CED=∠FBE이므로 $\overline{FB}/\!/\overline{DE}$야.
따라서 $\overline{FB}/\!/\overline{DE}$이고 $\overline{FB}=\overline{DE}$이므로 □FBED는 평행사변형이야.

091 답 ④



△OBF와 △ODE에서
$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\overline{DE}/\!/\overline{BF}$
∴ ∠FBO=∠EDO(엇각)
또, ∠BOF=∠DOE=90°,
$\overline{OB}=\overline{OD}$이므로 △OBF≡△ODE(ASA 합동) ∴ $\overline{FO}=\overline{EO}$
따라서 □EBFD는 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하므로 마름모가 돼.

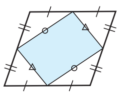
092 답 20

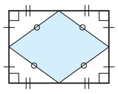
△AOE와 △COF에서 $\overline{AO}=\overline{CO}$, ∠AOE=∠COF=90°
∠OAE=∠OCF(엇각)이므로 △AOE≡△COF(ASA 합동)
∴ $\overline{EO}=\overline{FO}$
즉, □AFCE는 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하므로 마름모야.
∴ (□AFCE의 둘레의 길이)$=4\overline{EA}=4(\overline{AD}-\overline{ED})$
$=4(8-3)=20$

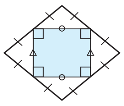
093 답 ①

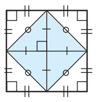
□EFGH는 직사각형 ABCD의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형이야. 즉, □EFGH는 마름모야.
① 마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하지만 두 대각선의 길이가 같다고는 할 수 없어. 즉, 두 대각선의 길이가 다를 수도 있으므로 △HEO가 이등변삼각형이라고 할 수 없어.
∴ ∠HEO≠∠EHO (거짓)
②, ③ 마름모의 네 변의 길이는 같아. 따라서 △HEG는 이등변삼각형이므로 ∠HEO=∠HGO, $\overline{EH}=\overline{HG}$ (참)
④ 마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하므로
$\overline{OE}=\overline{OG}$ (참)
⑤ 마름모는 평행사변형이므로 두 쌍의 대변이 각각 평행해.
∴ $\overline{EH}/\!/\overline{FG}$ (참)

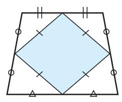
094 답 ②, ④

①  평행사변형 ⇨ 평행사변형 ←NO!

②  직사각형 ⇨ 마름모 ←OK!

③  마름모 ⇨ 직사각형 ←NO!

④  정사각형 ⇨ 정사각형 ←OK!

⑤  등변사다리꼴 ⇨ 마름모 ←NO!

095 답 ③

두 대각선의 길이가 같고 서로 다른 것을 수직이등분하는 사각형은 정사각형이지? 즉, 사각형 중에서 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형이 정사각형이 되는 경우는 정사각형밖에 없어.

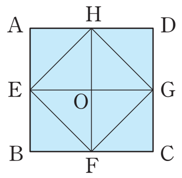
096 답 ③

평행사변형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 평행사변형이고 직사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 마름모, 마름모의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 직사각형, 정사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 정사각형, 등변사다리꼴의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 마름모이지?
여기서 두 대각선의 길이가 서로 같은 사각형은 직사각형과 정사각형이므로 ㄷ, ㄹ이야.

097 답 ⑤

□EFGH는 등변사다리꼴 ABCD의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형이므로 □EFGH는 마름모이지?
마름모는 네 변의 길이가 모두 같은 사각형이고 $\overline{EH}=8\,\text{cm}$이므로
(□EFGH의 둘레의 길이)$=4\overline{EH}=4\times8=32(\text{cm})$

098 답 ⑤

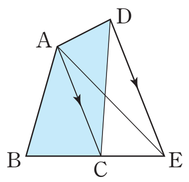


□EFGH는 정사각형 ABCD의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형이므로
□EFGH도 정사각형이지?
그림과 같이 $\overline{HF}$와 $\overline{EG}$의 교점을 O라 하자.
△AEH와 △OEH에서 $\overline{EH}$는 공통이고
$\angle HAE=\angle HOE=90^\circ$, $\overline{AE}=\overline{OE}$이므로
△AEH≡△OEH(RHS 합동)이야.
이때, □AEOH=2△OEH야. 마찬가지로 □HOGD=2△HOG,
□EBFO=2△EFO, □OFCG=2△OFG이지?
따라서 □ABCD=2□EFGH이므로
□ABCD$=2\times5\times5=50(\text{cm}^2)$

099 답 24 cm²

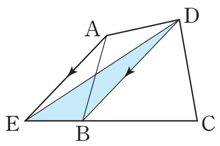
△ABC, △DBC는 밑변 BC가 공통이고, $l\,/\!/\,m$에 의하여 높이가 같으므로 △DBC=△ABC$=48\,\text{cm}^2$야.
또한, △DBM, △DMC에서 $\overline{BM}$, $\overline{MC}$의 길이가 같고 $l\,/\!/\,m$에 의하여 높이가 같으므로 △DBM=△DMC야.
∴ △DBM$=\frac{1}{2}$△DBC$=\frac{1}{2}\times48=24(\text{cm}^2)$

100 답 ③



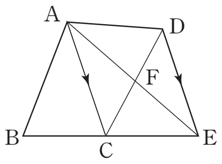
□ABCD는 △ABC와 △ACD의 두 개의 삼각형으로 이루어져 있지?
△ABC의 넓이가 $45\,\text{cm}^2$이므로 △ACD의 넓이만 구하면 돼.
이때, △ACD와 △ACE의 밑변은 $\overline{AC}$로 공통이고 $\overline{AC}\,/\!/\,\overline{DE}$에 의하여 두 삼각형의 높이가 같으므로 △ACD=△ACE$=40\,\text{cm}^2$이지.
∴ □ABCD=△ABC+△ACD=△ABC+△ACE
$=45+40=85(\text{cm}^2)$

101 답 6 cm²



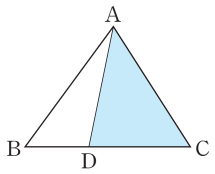
□ABCD의 넓이가 $15\,\text{cm}^2$, △DBC의 넓이가 $9\,\text{cm}^2$이므로
□ABCD=△ABD+△DBC
=△ABD$+9=15$
∴ △ABD$=6\,\text{cm}^2$
이때, △ABD와 △EBD는 밑변이 $\overline{BD}$로 같고 $\overline{AE}\,/\!/\,\overline{BD}$에 의하여 두 삼각형의 높이가 같으므로
△EBD=△ABD$=6\,\text{cm}^2$

102 답 ①



① △AFD와 △DFE는 높이가 같은 삼각형이야. 그런데 주어진 조건으로는 $\overline{AF}$와 $\overline{FE}$의 길이를 알 수 없어. 만약 $\overline{AF}$와 $\overline{FE}$의 길이가 같다면 ①은 옳지만 두 삼각형 AFD, DFE의 밑변의 길이를 알 수 없으므로 △AFD=△DFE라 할 수 없어. (거짓)
② 두 삼각형 ACD, ACE는 밑변 AC가 공통이고 $\overline{AC}\,/\!/\,\overline{DE}$이므로 두 삼각형의 높이는 같아. ∴ △ACD=△ACE (참)
③ 두 삼각형 AED, CED는 밑변 DE가 공통이고 $\overline{AC}\,/\!/\,\overline{DE}$이므로 두 삼각형의 높이는 같아. ∴ △AED=△CED (참)
④ △AFD=△AED−△DFE=△CED−△DFE (∵ ③)
=△CEF (참)
⑤ ②에서 △ACD=△ACE이므로
□ABCD=△ABC+△ACD=△ABC+△ACE=△ABE (참)

103 답 ③



높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같아. 즉, 두 삼각형 ABC와 ADC의 높이가 같으므로 두 삼각형의 밑변의 길이의 비가 넓이의 비이지?
$\overline{BD}:\overline{DC}=3:5$에서 $\overline{BC}:\overline{DC}=8:5$이므로 △ABC : △ADC$=8:5$
∴ △ADC$=\frac{5}{8}$△ABC$=\frac{5}{8}\times56=35(\text{cm}^2)$

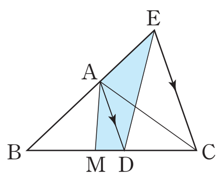
104 답 ②

높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같아.
즉, △ABQ와 △AQC는 밑변의 길이와 높이가 모두 같으므로 두 삼각형의 넓이는 같아.
△ABC=△ABQ+△AQC=2△AQC$=90(\text{cm}^2)$이므로
△AQC$=45\,\text{cm}^2$
한편, △AQP와 △CPQ의 높이가 같으므로 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같지?
즉, △AQP : △CPQ$=2:1$이므로 △AQC : △CPQ$=3:1$
∴ △CPQ$=\frac{1}{3}$△AQC$=\frac{1}{3}\times45=15(\text{cm}^2)$

105 답 36 cm²

높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같아.
즉, $\overline{BD}:\overline{DC}=2:3$에 의하여 △ABD : △ADC$=2:3$에서
△ABC : △ADC$=5:3$이므로
△ADC$=\frac{3}{5}$△ABC$=\frac{3}{5}\times80=48(\text{cm}^2)$
또, $\overline{AE}:\overline{ED}=1:3$에 의하여 △AEC : △EDC$=1:3$에서
△ADC : △EDC$=4:3$이므로
△EDC$=\frac{3}{4}$△ADC$=\frac{3}{4}\times48=36(\text{cm}^2)$

106 답 24 cm²

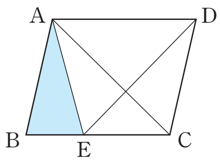


높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같으므로 △ABC에서
$\overline{BM}:\overline{MC}=2:3$에 의하여
△ABM : △AMC$=2:3$
∴ △AMC$=\frac{3}{2}$△ABM$=\frac{3}{2}\times16$
$=24(\text{cm}^2)$
한편, $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{EC}$이므로 △ADE=△ADC
∴ □AMDE=△AMD+△ADE=△AMD+△ADC
=△AMC$=24(\text{cm}^2)$

오|답|피|하|기

일반적으로 넓이를 구할 수 있는 사각형이 아니라면 그 사각형의 넓이를 구할 수 있는 다른 방법이 있을 것이라고 생각해야 돼. 문제의 조건에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{EC}$이므로 $\triangle ADE$와 $\triangle ADC$의 넓이가 같겠지? 그렇다면 $\square AMDE$의 넓이는 $\triangle AMC$의 넓이와 같아질 거야. 이걸 구했다면 이제 문제는 풀기 쉬워지지. 특이한 모양의 사각형이 나왔다고 당황하지 말고 주어진 조건을 모두 이용하여 다른 방법은 없는지 생각해 보자.

107 답 ①



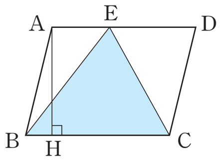
평행사변형 ABCD에서 $\overline{AC}$를 그으면 $\triangle ABC$와 $\triangle CDA$의 두 개의 삼각형이 생기지? 이때, 두 삼각형은 $\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{BC}=\overline{DA}$, $\angle B=\angle D$이므로
$\triangle ABC \equiv \triangle CDA$(SAS 합동)야.

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\square ABCD=60(cm^2)$

이때, $\overline{BE}:\overline{EC}=2:3$에 의하여 $\overline{BE}:\overline{BC}=2:5$에서
$\triangle ABE:\triangle ABC=2:5$

$\therefore \triangle ABE=\frac{2}{5}\triangle ABC=\frac{2}{5}\times 60=24(cm^2)$

108 답 100 cm²



평행사변형의 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle ABE+\triangle ECD$

$=\frac{1}{2}\times\overline{AE}\times\overline{AH}+\frac{1}{2}\times\overline{ED}\times\overline{AH}$

$=\frac{1}{2}\times\overline{AH}\times(\overline{AE}+\overline{ED})$

$=\frac{1}{2}\times\overline{AH}\times\overline{AD}$

$=\frac{1}{2}\times\overline{AH}\times\overline{BC}(\because \overline{AD}=\overline{BC})=\triangle EBC$ ⋯ ㉠

이때, $\overline{AE}:\overline{ED}=2:3$에 의하여 $\triangle ABE:\triangle ECD=2:3$이므로

$\triangle ECD=\frac{3}{2}\triangle ABE=\frac{3}{2}\times 40=60(cm^2)$

따라서 ㉠에 의하여

$\triangle EBC=\triangle ABE+\triangle ECD=40+60=100(cm^2)$

109 답 ②

$\square ABCD$는 평행사변형이므로 $\triangle ABC$와 $\triangle CDA$에서
$\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{BC}=\overline{DA}$, $\angle B=\angle D$

$\therefore \triangle ABC\equiv\triangle CDA$(SAS 합동)

즉, $\triangle ABC$와 $\triangle CDA$의 넓이는 같으므로

$\triangle ABC=\triangle CDA=\frac{1}{2}\square ABCD=20(cm^2)$

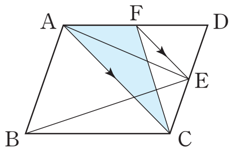
이때, $\overline{AM}:\overline{MN}:\overline{NC}=1:2:1$이므로

$\triangle DMN=\frac{2}{1+2+1}\times\triangle CDA=10(cm^2)$

마찬가지로 $\triangle MBN=\frac{2}{1+2+1}\times\triangle ABC=10(cm^2)$

$\therefore \square MBND=\triangle DMN+\triangle MBN$
$=10+10=20(cm^2)$

110 답 45 cm²



그림과 같이 $\overline{AE}$를 그으면 $\triangle BCE$와 $\triangle ACE$는 밑변이 $\overline{CE}$로 공통이고, $\square ABCD$가 평행사변형이므로 $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$야. 즉, 두 삼각형의 높이가 같으므로 $\triangle BCE=\triangle ACE$

또, $\triangle ACE$와 $\triangle ACF$는 밑변이 $\overline{AC}$로 공통이고 $\overline{AC} /\!/ \overline{FE}$이므로
$\triangle ACE=\triangle ACF$ $\quad\therefore \triangle ACF=\triangle BCE=45\,cm^2$

111 답 12 cm²

$\triangle ABC$와 $\triangle DBC$는 밑변의 길이와 높이가 같으므로 두 삼각형의 넓이는 같아.

$\therefore \triangle ABO=\triangle ABC-\triangle OBC=\triangle DBC-\triangle OBC=12(cm^2)$

112 답 ④

$\overline{AO}:\overline{CO}=1:3$이므로 $\triangle ABO:\triangle OBC=1:3$이야.

$\therefore \triangle ABO=\frac{1}{3}\triangle OBC=\frac{1}{3}\times 54=18(cm^2)$

또, $\triangle ABC$와 $\triangle DBC$의 넓이가 같으므로

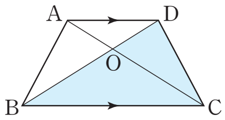
$\triangle DOC=\triangle DBC-\triangle OBC$
$=\triangle ABC-\triangle OBC=\triangle ABO=18(cm^2)$

이때, $\triangle DAO$와 $\triangle DOC$의 넓이의 비는 $\overline{AO}:\overline{CO}=1:3$과 같지?

$\triangle DAO=\frac{1}{3}\triangle DOC=\frac{1}{3}\times 18=6(cm^2)$

$\therefore \square ABCD=\triangle ABO+\triangle OBC+\triangle DOC+\triangle DAO$
$=18+54+18+6=96(cm^2)$

113 답 ①



$\overline{CO}=2\overline{AO}$이므로 $\overline{AO}:\overline{CO}=1:2$야.
이때, 높이가 같은 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같으므로
$\triangle ABO:\triangle OBC=1:2$가 되지.

$\therefore \triangle OBC=2\triangle ABO=2\times 36=72(cm^2)$ ⋯ ㉠

또한, $\triangle ABC$와 $\triangle DBC$는 밑변의 길이와 높이가 모두 같으므로 두 삼각형의 넓이는 같아.

$\therefore \triangle DOC=\triangle DBC-\triangle OBC=\triangle ABC-\triangle OBC=\triangle ABO$
$=36(cm^2)$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $\triangle DBC=\triangle OBC+\triangle DOC=72+36=108(cm^2)$

114 답 ②

$\overline{BO}:\overline{DO}=3:2$이므로 $\triangle ABO:\triangle AOD=3:2$야.

그럼, $\triangle ABO=3x\,cm^2$ ⋯ ㉠라 하면 $\triangle AOD=2x\,cm^2$이지?

한편, $\triangle ABC=\triangle DBC$이므로

$\triangle ABO=\triangle ABC-\triangle OBC=\triangle DBC-\triangle OBC=\triangle DOC=3x(cm^2)$

즉, $\triangle AOD:\triangle DOC=2x:3x=2:3=\overline{AO}:\overline{OC}$이므로
$\triangle ABO:\triangle OBC=2:3$이야.

$\therefore \triangle OBC=\frac{3}{2}\triangle ABO=\frac{9}{2}x(cm^2)(\because ㉠)$

이때, $\square ABCD$의 넓이가 $50\,cm^2$이므로

$\square ABCD=\triangle ABO+\triangle AOD+\triangle DOC+\triangle OBC$

$=3x+2x+3x+\frac{9}{2}x=\frac{25}{2}x=50$

$\therefore x=4$

따라서 ㉠에 의하여 $\triangle ABO=3x=3\times 4=12(cm^2)$

잘 틀리는 유형 훈련+1up

p. 74

115 답 ②

1st 직사각형의 대각선의 성질을 생각하자.

직사각형의 두 대각선의 길이는 같고 서로 다른 것을 이등분하므로

$\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}=\overline{DO}$

즉, $2x+2=3x-4$에서 $x=6$이므로

$\overline{AO}=2\times6+2=14$

$\therefore$ $\overline{AC}=2\overline{AO}=2\times14=28$

116 답 ②

1st 마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분해.

$\overline{BO}=\overline{DO}$이므로 $2x+1=3x-1$에서 $x=2$

$\therefore$ $\overline{BD}=(2x+1)+(3x-1)=5x=10$

또한, $\overline{AO}=\overline{CO}=6$이므로

$\overline{AC}=\overline{AO}+\overline{CO}=6+6=12$

따라서 두 대각선의 길이의 합은

$\overline{AC}+\overline{BD}=12+10=22$

117 답 ⑤

1st △AMB와 △DMC의 관계를 살펴보고, □ABCD가 어떤 사각형인지 알아보자.

△AMB와 △DMC에서 $\overline{AM}=\overline{DM}$, $\overline{BM}=\overline{CM}$, $\overline{AB}=\overline{DC}$이므로

△AMB≡△DMC(SSS 합동) ⋯ ㉠야.

즉, $\angle A=\angle D$이고, □ABCD는 평행사변형이므로

$\angle A+\angle D=180^\circ$, $2\angle A=180^\circ$

$\therefore$ $\angle A=\angle D=90^\circ$

따라서 한 내각의 크기가 90°인 평행사변형이므로

□ABCD는 직사각형이지?

2nd ∠BMC의 크기를 구하자.

$\overline{AD}=2\overline{AB}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AM}=\overline{MD}$

즉, △ABM은 $\overline{AB}=\overline{AM}$인 직각이등변삼각형이므로

$\angle ABM=\angle AMB$야.

이때, 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle ABM=\angle AMB=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle BAM)=45^\circ$

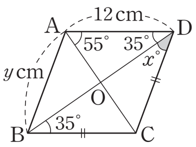
마찬가지로 △DMC에서 $\angle DMC=\angle DCM=45^\circ$

∠BMC는 평각이므로 $\angle AMB+\angle BMC+\angle CMD=180^\circ$에서

$45^\circ+\angle BMC+45^\circ=180^\circ$

$\therefore$ $\angle BMC=90^\circ$

118 답 $x=35$, $y=12$



평행사변형 ABCD에서 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle ADB=\angle DBC=35^\circ$ (엇각)야.

이때, △AOD에서 $\angle DAO=55^\circ$,

$\angle ODA=35^\circ$이고, 삼각형의 세 내각의

크기의 합은 180°이므로

$\angle AOD=180^\circ-(\angle DAO+\angle ODA)=180^\circ-90^\circ=90^\circ$

즉, $\overline{AC}\perp\overline{BD}$야.

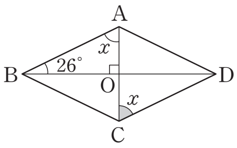
□ABCD는 마름모이므로 △BCD는 $\overline{BC}=\overline{CD}$인 이등변삼각형이지?

따라서 $\angle CDB=\angle DBC=35^\circ$이므로 $x=35$이고, $\overline{AB}=\overline{AD}=12\,\text{cm}$

이므로 $y=12$야.

119 답 64°

1st 마름모이면 평행사변형이므로 대변은 서로 평행하지?



마름모 ABCD에서 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로

$\angle x=\angle DCO=\angle BAO$(엇각) ⋯㉠

2nd 마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분해.

$\overline{AC}\perp\overline{BD}$이므로 $\angle AOB=90^\circ$야.

이때, 삼각형 AOB의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle BAO=180^\circ-(\angle AOB+\angle ABO)=180^\circ-(90^\circ+26^\circ)=64^\circ$

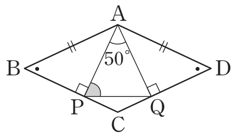
$\therefore$ $\angle x=64^\circ$(㉠)

오|답|피|하|기

마름모의 대각선은 한 내각을 이등분함을 이용하여 구할 수도 있지만 풀이처럼 두 직선이 평행할 때, 엇각의 크기가 같음을 알고 있으면 더 쉽게 풀 수가 있어. 이런 각의 크기를 구하는 문제는 분명 크기가 같은 각이 존재해. 그것을 찾으면 문제는 쉽게 풀리지.

120 답 65°

1st 마름모의 성질을 이용하여 합동인 두 직각삼각형을 찾자.



△ABP와 △ADQ에서 $\overline{AB}$와 $\overline{AD}$는

마름모 ABCD의 두 변이므로

$\overline{AB}=\overline{AD}$,

$\angle APB=\angle AQD=90^\circ$이고,

마름모의 두 쌍의 대각의 크기는 같으므로 $\angle B=\angle D$

$\therefore$ △ABP≡△ADQ(RHA 합동)

2nd 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같지?

즉, $\overline{AP}=\overline{AQ}$이므로 △APQ는 이등변삼각형이고,

이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같으므로 $\angle APQ=\angle AQP$이지?

이때, 삼각형 APQ의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

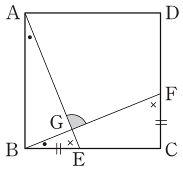
$\angle QAP+\angle APQ+\angle PQA=180^\circ$

$50^\circ+2\angle APQ=180^\circ$, $2\angle APQ=130^\circ$

$\therefore$ $\angle APQ=65^\circ$

121 답 ②

1st 정사각형은 네 변의 길이가 모두 같고 네 내각의 크기가 모두 같은 사각형이야.



△ABE와 △BCF에서

$\overline{AB}=\overline{BC}$, $\angle ABE=\angle BCF=90^\circ$,

$\overline{BE}=\overline{CF}$이므로

△ABE≡△BCF(SAS 합동)이야.

$\therefore$ $\angle BAE=\angle CBF$, $\angle AEB=\angle BFC$

2nd 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같아.

$\angle BAE=\angle CBF=\angle a$, $\angle AEB=\angle BFC=\angle b$라 하면

$\angle a+\angle b=90^\circ$

이때, ∠AGB는 △BEG에서 ∠BGE의 외각이므로

$\angle AGB=\angle GBE+\angle GEB=\angle a+\angle b=90^\circ$

$\therefore$ $\angle AGF=180^\circ-\angle AGB=180^\circ-90^\circ=90^\circ$

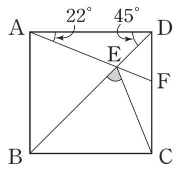
오|답|피|하|기

119번과 마찬가지로 각의 크기를 구하는 문제야. 그럼 크기가 같은 각을 찾는 게 중요하겠지?

여기서는 △ABE≡△BCF임을 찾아 낸다면 크기가 같은 각이 쉽게 보일 거야.

122 답 ⑤

1st 정사각형의 대각선은 한 내각의 크기를 이등분해.



정사각형의 대각선은 한 내각의 크기를 이등분하므로 정사각형 ABCD의 $\angle D=90^\circ$에서

$\angle ADB=\angle CDB=\frac{1}{2}\angle D=45^\circ$

2nd 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같아.

$\angle AEB$는 $\triangle AED$에서 $\angle AED$의 외각이므로

$\angle AEB=\angle EAD+\angle ADE=22^\circ+45^\circ=67^\circ$

이때, $\triangle ABE$와 $\triangle CBE$에서 $\overline{BE}$는 공통이고

정사각형 ABCD의 네 변의 길이가 같으므로 $\overline{AB}=\overline{CB}$,

$\angle ABE=\angle CBE=\frac{1}{2}\angle B=45^\circ$이므로

$\triangle ABE\equiv\triangle CBE$(SAS 합동)

$\therefore \angle CEB=\angle AEB=67^\circ$

[다른 풀이]

$\triangle AED$와 $\triangle CED$에서 $\overline{DE}$는 공통, $\overline{AD}=\overline{CD}$,

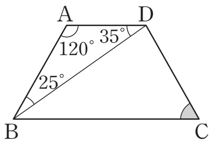
$\angle ADE=\angle CDE=45^\circ$이므로 $\triangle AED\equiv\triangle CED$(SAS 합동)

따라서 $\angle DCE=\angle DAE=22^\circ$이고 $\angle CEB$는 $\triangle ECD$에서 $\angle DEC$의 외각이므로

$\angle CEB=\angle DCE+\angle CDE=22^\circ+45^\circ=67^\circ$

123 답 60°

1st 먼저 $\angle A$의 크기부터 구하자.



삼각형 ABD의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle A=180^\circ-(\angle ABD+\angle ADB)$

$=180^\circ-(25^\circ+35^\circ)=120^\circ$

2nd 등변사다리꼴의 성질을 이용하여 $\angle C$의 크기를 구하자.

등변사다리꼴의 한 쌍의 대각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle A+\angle C=120^\circ+\angle C=180^\circ$

$\therefore \angle C=60^\circ$

[다른 풀이]

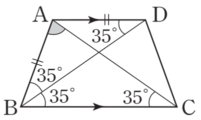
$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle ADB=\angle DBC=35^\circ$(엇각)

이때, 등변사다리꼴의 아랫변의 양 끝각의 크기가 같으므로

$\angle C=\angle B=\angle ABD+\angle DBC=25^\circ+35^\circ=60^\circ$

124 답 75°

1st 두 직선이 평행하면 엇각의 크기는 같아.



$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle ADB=\angle DBC=35^\circ$ (엇각)

이때, $\overline{AB}=\overline{AD}$에서 $\triangle ABD$는 이등변삼각형이므로 두 밑각의 크기는 같지?

$\angle ABD=\angle ADB=35^\circ$

$\therefore \angle ABC=\angle ABD+\angle DBC=70^\circ$

2nd 등변사다리꼴에서 $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\angle B=\angle C$임을 이용하자.

등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\angle B=\angle C$이고 $\overline{BC}$가 공통이므로 $\triangle ABC\equiv\triangle DCB$(SAS 합동)

$\therefore \angle ACB=\angle DBC=35^\circ$

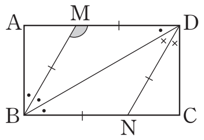
이때, 삼각형 ABC의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle BAC=180^\circ-(\angle ABC+\angle ACB)$

$=180^\circ-(70^\circ+35^\circ)=75^\circ$

125 답 120°

1st 마름모의 성질을 이용하자.



□MBND가 마름모이므로

$\overline{BM}=\overline{MD}$

즉, $\triangle MBD$는 이등변삼각형이므로

$\angle MBD=\angle MDB$

이때, □ABCD는 직사각형이므로

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이고 $\angle MDB=\angle DBN$(엇각)이야.

또한, $\angle ABC=90^\circ$이므로

$\angle MDB=\angle MBD=\frac{1}{3}\angle ABC=30^\circ$

따라서 이등변삼각형 MBD의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle BMD=180^\circ-(\angle MDB+\angle MBD)=120^\circ$

126 답 30°

1st 정사각형은 네 변의 길이가 같아.

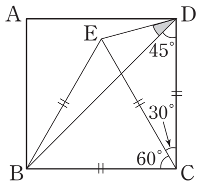
$\overline{EB}=\overline{BC}=\overline{CE}$이므로 $\triangle EBC$는 정삼각형이야.

즉, $\triangle EBC$의 한 내각의 크기는 60°이지? … ㉠

또한, 정사각형 ABCD에서

$\overline{CE}=\overline{BC}=\overline{CD}$이므로 $\triangle CDE$는 이등변삼각형이야. … ㉡

2nd 정사각형의 대각선은 한 내각의 크기를 이등분해.



㉠에서 $\angle ECB=60^\circ$이고 $\angle BCD=90^\circ$이므로

$\angle ECD=\angle BCD-\angle ECB$

$=90^\circ-60^\circ=30^\circ$

㉡에 의하여 $\triangle CDE$의 두 밑각의 크기는 같고 세 내각의 크기의 합이 180°이므로

$\angle CDE=\angle CED=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle ECD)=75^\circ$

이때, 정사각형의 대각선은 한 내각의 크기를 이등분하므로

$\angle CDB=\frac{1}{2}\angle D=\frac{1}{2}\times 90^\circ=45^\circ$

$\therefore \angle BDE=\angle CDE-\angle CDB=75^\circ-45^\circ=30^\circ$

127 답 ①

1st 직사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 마름모야.

□ABCD가 직사각형이므로 □ABCD의 각 변의 중점을 연결하여 만든 □PQRS는 마름모야.

이때, 마름모의 넓이는 $\frac{1}{2}\times$(두 대각선의 길이의 곱)으로 구하지?

$\therefore$ □$PQRS=\frac{1}{2}\times\overline{PR}\times\overline{SQ}=\frac{1}{2}\times\overline{AD}\times\overline{AB}$

$=\frac{1}{2}\times 12\times 6=36(\text{cm}^2)$

오답피하기

사각형 PQRS가 마름모라는 사실을 알아채지 못하면 풀기 어려워. 하지만 이것을 모른다고 해서 풀지 못하는 것은 아니야. 사각형 PQRS의 두 대각선의 교점을 O라 하면 $\triangle APS\equiv\triangle OSP$에 의하여 $\triangle APS=\triangle OSP$야. 이를 이용하면 풀 수 있어. 하지만 직사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형이 마름모임을 기억하고 있다면 풀기 쉬웠겠지?

128 답 6 cm^2

1st 직사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 마름모야.
직사각형 ABCD의 각 변의 중점을 연결하여 만든 □EFGH는 마름모이지?

$\therefore \square EFGH=\frac{1}{2}\times\overline{FH}\times\overline{EG}=\frac{1}{2}\times\overline{AD}\times\overline{AB}$

$=\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{2}\times 8\times 6=24(\text{cm}^2)$

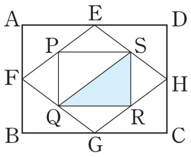
2nd 마름모의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 직각사각형이지?
또한, 마름모 EFGH의 각 변의 중점을 연결하여 만든 □PQRS는 직사각형이야. 이때, $\overline{PS}=\frac{1}{2}\overline{FH}$, $\overline{PQ}=\frac{1}{2}\overline{EG}$이므로

$\square PQRS=\frac{1}{2}\overline{FH}\times\frac{1}{2}\overline{EG}=\frac{1}{2}\square EFGH=\frac{1}{2}\times 24=12(\text{cm}^2)$

따라서 직사각형 PQRS의 대각선 SQ에 의하여

$\triangle SQR=\frac{1}{2}\square PQRS=\frac{1}{2}\times 12=6(\text{cm}^2)$

★ 사각형의 각 변의 중점을 연결한 사각형



그림에서 $\overline{AE}=\overline{DE}=\overline{BG}=\overline{CG}$, $\overline{AF}=\overline{BF}=\overline{CH}=\overline{DH}$이고 $\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=90°$야. 즉, $\triangle AFE\equiv\triangle BFG\equiv\triangle CHG\equiv\triangle DHE$ (SAS 합동)
따라서 □EFGH는 $\overline{EF}=\overline{FG}=\overline{GH}=\overline{HE}$인 마름모야.
$\overline{EP}=\overline{FP}=\overline{FQ}=\overline{GQ}=\overline{GR}=\overline{HR}=\overline{HS}=\overline{ES}$이고
$\angle FEH=\angle FGH$, $\angle EFG=\angle EHG$이므로
$\triangle EPS\equiv\triangle GQR$(SAS 합동), $\triangle FPQ\equiv\triangle HSR$(SAS 합동)
$\therefore\ \angle EPS=\angle ESP=\angle GQR=\angle GRQ$,
$\angle FPQ=\angle FQP=\angle HSR=\angle HRS$
이때, $\angle P=180°-(\angle EPS+\angle FPQ)=\angle Q=\angle R=\angle S$이므로
□PQRS는 $\overline{PQ}=\overline{SR}$, $\overline{PS}=\overline{QR}$인 직사각형이야.

129 답 65 cm^2

1st $\overline{AC}/\!/\overline{DE}$임을 이용하여 넓이가 같은 두 삼각형을 찾자.
$\overline{AC}/\!/\overline{DE}$이므로 △ACD와 △ACE의 높이는 같고 밑변은 $\overline{AC}$로 공통이야. 즉, 두 삼각형의 넓이는 같아.

$\therefore \square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD=\triangle ABC+\triangle ACE$

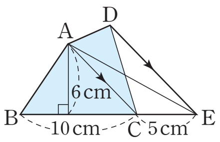
$=35+30=65(\text{cm}^2)$

오|답|피|하|기

어떤 도형의 넓이만을 이용하여 다른 도형의 넓이를 구하는 문제네. 이렇게 어떤 도형의 넓이만 주어진 문제는 이 도형의 넓이와 같거나 비례하는 도형이 존재한다는 말이야. 따라서 넓이가 주어진 도형을 이용하여 구해야 원하는 도형의 넓이를 구할 수 있어.

130 답 45 cm^2

1st 두 삼각형의 밑변의 길이와 높이가 같으면 두 삼각형의 넓이는 같아.



△ACD와 △ACE는 밑변이 $\overline{AC}$로 공통이고 $\overline{AC}/\!/\overline{DE}$이므로 높이가 같아. 즉, △ACD=△ACE

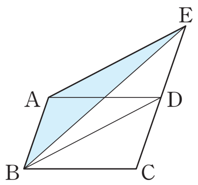
$\therefore \square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=\triangle ABC+\triangle ACE$

$=\triangle ABE=\frac{1}{2}\times(10+5)\times 6=45(\text{cm}^2)$

131 답 ③

1st 밑변의 길이가 같고 높이가 같은 두 삼각형의 넓이는 같아.



△ABE와 △ABD는 밑변이 $\overline{AB}$로 공통이고 $\overline{AB}/\!/\overline{CE}$이므로 높이가 같아.
∴ △ABE=△ABD ⋯ ㉠

2nd 평행사변형의 한 대각선으로 나누어진 두 삼각형의 넓이는 같지?
평행사변형 ABCD의 한 대각선으로 나누어진 두 삼각형의 넓이는 같으므로

$\triangle ABD=\triangle CDB=\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{2}\times 50=25$

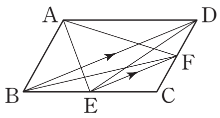
㉠에 의하여 △ABE=△ABD=25

오|답|피|하|기

평행사변형의 한 대각선으로 나누어진 두 삼각형의 넓이는 같지? 이를 이용하여 해결하는 문제야. 또한, 이 문제는 △ABE와 넓이가 같은 삼각형을 찾지 못하면 풀기가 어려워. 그림과 같이 점 B와 점 D를 잇는 보조선을 하나 그으면 쉽게 보이게 돼. 따라서 주어진 그림만으로 해결하려 하지 말고 보조선을 그어서 해결하는 연습을 해 봐.

132 답 ⑤

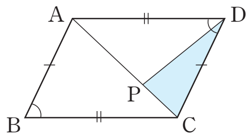
1st 두 삼각형의 밑변의 길이와 높이가 같으면 두 삼각형의 넓이는 같아.



□ABCD는 평행사변형이므로 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$
이때, △ABE와 △BED는 밑변이 $\overline{BE}$로 공통이고 높이가 같으므로
△ABE=△BED ←①=③
또, $\overline{BD}/\!/\overline{EF}$에 의하여 △BED와 △BFD는 밑변이 $\overline{BD}$로 공통이고 높이가 같으므로 △BED=△BFD ←②=③
$\overline{AB}/\!/\overline{CD}$에 의하여 △BFD와 △AFD는 밑변이 $\overline{FD}$로 공통이고 높이가 같으므로 △BFD=△AFD ←②=④
따라서 △ABE, △BFD, △BED, △AFD의 넓이는 모두 같고 △AEF의 넓이는 주어진 조건만으로는 같은지 알 수 없어.

133 답 ②

1st 평행사변형의 한 대각선으로 나누어진 두 삼각형의 넓이는 같아.



평행사변형 ABCD의 한 대각선인 $\overline{AC}$로 나누어진 두 삼각형 ABC, ACD는 합동이므로 넓이가 같아.
이때, □ABCD로 넓이가 36 cm^2이므로

$\triangle ACD=\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{2}\times 36=18(\text{cm}^2)$

2nd 이제 높이가 같고 밑변의 길이가 다른 두 삼각형의 넓이의 비를 이용하자.
△APD와 △PCD에서 밑변인 $\overline{AP}$와 $\overline{PC}$의 길이의 비는 $2:1$이고 두 삼각형의 높이는 같으므로 △APD와 △PCD의 넓이의 비도 $2:1$이야. 이때, △ACD와 △PCD의 넓이의 비는 $3:1$이므로

$\triangle PCD=\frac{1}{3}\triangle ACD=\frac{1}{3}\times 18=6(\text{cm}^2)$

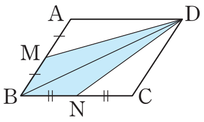
오|답|피|하|기

△APD와 △PCD의 넓이의 비를 알고 있어도 △ACD의 넓이를 모른다면 △PCD의 넓이를 구할 수 없어. 즉, 평행사변형의 한 대각선으로 나누어진 두 삼각형의 넓이가 같음을 알고 있어야 해.

134 답 ③

1st 평행사변형에서 한 대각선으로 나누어진 두 삼각형은 넓이가 같아.

그림과 같이 평행사변형 ABCD의 두 꼭짓점 B, D를 연결하면 두 삼각형 ABD와 BCD의 넓이는 같지?



$\therefore \triangle ABD=\triangle BCD=\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{2}\times 40=20(cm^2)$

2nd 높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같아.

한편, $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로 두 삼각형 AMD, MBD의 높이는 같지?

이때, $\overline{AM}=\overline{MB}$이므로

$\triangle MBD=\triangle AMD=\frac{1}{2}\triangle ABD=\frac{1}{2}\times 20=10(cm^2)$

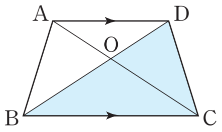
마찬가지로 $\triangle DBN=\triangle DNC=\frac{1}{2}\triangle BCD=\frac{1}{2}\times 20=10(cm^2)$

$\therefore \square MBND=\triangle MBD+\triangle DBN=10+10=20(cm^2)$

135 답 ④

1st △AOB=△DOC임을 이용하자.

△ABD와 △DAC에서 밑변은 $\overline{AD}$로 공통이고 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 두 삼각형의 높이는 같아. 즉, △ABD=△DAC이므로



$\triangle ABO=\triangle ABD-\triangle AOD$

$=\triangle DAC-\triangle AOD=\triangle DOC$ ⋯㉠

2nd 높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같지?

이때, $\triangle ABO=\triangle ABD-\triangle AOD=50-20=30(cm^2)$이므로

$\overline{DO}:\overline{OB}=\triangle AOD:\triangle ABO=20:30=2:3$이야.

즉, $\triangle DOC:\triangle OBC=\overline{DO}:\overline{OB}=2:3$이고

㉠에서 △DOC의 넓이는 30 cm^2이므로

$\triangle OBC=\frac{3}{2}\triangle DOC=\frac{3}{2}\times 30=45(cm^2)$

$\therefore \triangle DBC=\triangle DOC+\triangle OBC=30+45=75(cm^2)$

136 답 ④

1st 높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같음을 이용하자.

△ODA와 △DOC는 높이가 같고 $\overline{AO}:\overline{OC}=1:2$이므로

$\triangle ODA:\triangle DOC=1:2$에서 $\triangle ODA:\triangle ACD=1:3$이므로

$\triangle ODA=\frac{1}{3}\triangle ACD=\frac{1}{3}\times 24=8(cm^2)$

$\triangle OCD=\triangle ACD-\triangle ODA=24-8=16(cm^2)$

2nd △ABO=△OCD임을 이용하자.

한편, △ABD, △ACD는 밑변이 $\overline{AD}$로 공통이고 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 높이가 같아. 즉, △ABD=△ACD이므로

$\triangle ABO=\triangle ABD-\triangle ODA=\triangle ACD-\triangle ODA=\triangle OCD$

$=16(cm^2)$

마찬가지로 $\triangle ABO:\triangle OBC=\overline{AO}:\overline{OC}=1:2$이므로

$\triangle OBC=2\triangle AOB=2\times 16=32(cm^2)$

$\therefore \triangle ODA+\triangle OBC=8+32=40(cm^2)$

서술형 다지기

p. 78

[137-138 채점기준표]

Ⅰ	마름모의 네 변의 길이가 모두 같음을 이용한다.	30%
Ⅱ	주어진 도형의 성질을 한 번 더 이용한다.	40%
Ⅲ	구하고자 하는 길이나 값을 구한다.	30%

137 답 19

먼저, x의 값을 구하자.

마름모 ABCD는 네 변의 길이가 모두 같으므로

$\overline{AB}=\overline{BC}$에서 $3x+1=4x-5$ $\quad\therefore x=6$ ⋯ Ⅰ

그다음, △ABC가 어떤 삼각형인지 알아보자.

한편, △ABC는 $\overline{AB}=\overline{BC}$인 이등변삼각형인데 ∠ABC=60°이므로 △ABC의 나머지 두 내각의 크기도 모두 60°이다.

즉, △ABC는 정삼각형이다. ⋯ Ⅱ

그래서, $\overline{AC}$의 길이를 구하자.

$\therefore \overline{AC}=\overline{AB}=\overline{BC}=4x-5=4\times 6-5=19$ ⋯ Ⅲ

138 답 2

먼저, a의 값을 구하자.

마름모 ABCD의 네 변의 길이는 모두 같으므로

$\overline{AB}=\overline{AD}$에서 $4a-3=3a+2$ $\quad\therefore a=5$ ⋯ Ⅰ

그다음, 마름모 ABCD의 한 변의 길이를 이용하여 b와 c의 값을 각각 구하자.

즉, 마름모 ABCD의 한 변의 길이가 $4a-3=4\times 5-3=17$이므로

$\overline{CD}=2a+b=17$에서 $2\times 5+b=17$ $\quad\therefore b=7$

또, $\overline{BC}=b+c=17$에서 $7+c=17$ $\quad\therefore c=10$ ⋯ Ⅱ

그래서, $a+b-c$의 값을 구하자.

$\therefore a+b-c=5+7-10=2$ ⋯ Ⅲ

[139-140 채점기준표]

Ⅰ	선분 사이의 관계식 또는 평행한 선분 사이의 두 삼각형의 넓이의 관계를 이용한다.	30%
Ⅱ	△OBC의 넓이를 구한다.	50%
Ⅲ	구하고자 하는 삼각형의 넓이를 구한다.	20%

139 답 90 cm^2

먼저, △ABO와 △AOD의 넓이를 각각 구하자.

$\overline{DO}:\overline{OB}=2:3$에 의하여 $\overline{DB}:\overline{OB}=5:3$이므로

$\triangle ABO=\frac{3}{5}\triangle ABD=\frac{3}{5}\times 60=36(cm^2)$

$\therefore \triangle AOD=\triangle ABD-\triangle ABO=60-36=24(cm^2)$ ⋯ Ⅰ

그다음, △BCO의 넓이를 구하자.

이때, △ABD, △ACD는 밑변이 $\overline{AD}$로 공통이고

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 높이가 같다. 즉, 두 삼각형의 넓이가 같으므로

$\triangle CDO=\triangle ACD-\triangle AOD=\triangle ABD-\triangle AOD$

$=\triangle ABO=36(cm^2)$

즉, $\overline{AO}:\overline{OC}=\triangle AOD:\triangle CDO=24:36=2:3$에 의하여

$\triangle ABO:\triangle BCO=2:3$이므로

$\triangle BCO=\frac{3}{2}\triangle ABO=\frac{3}{2}\times 36=54(cm^2)$ ⋯ Ⅱ

그래서, △ABC의 넓이를 구하자.

$\therefore \triangle ABC=\triangle ABO+\triangle BCO=36+54=90(cm^2)$ ⋯ Ⅲ

L

140 답 54 cm^2

먼저, $\triangle$DOC의 넓이를 구하자.
$\triangle$ABD, $\triangle$ACD는 밑변이 $\overline{AD}$로 공통이고 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 높이가 같다.
즉, 두 삼각형의 넓이가 같으므로
$\triangle DOC=\triangle ACD-\triangle AOD$
$=\triangle ABD-\triangle AOD$
$=\triangle ABO=18(\text{cm}^2)$ … Ⅰ
그다음, $\triangle$OBC의 넓이를 구하자.
$\overline{AO}:\overline{CO}=1:2$이므로
$\triangle AOD=\frac{1}{2}\triangle DOC=\frac{1}{2}\times18=9(\text{cm}^2)$
한편, $\overline{DO}:\overline{OB}=\triangle AOD:\triangle ABO=9:18=1:2$이므로
$\triangle DOC:\triangle OBC=1:2$
$\therefore \triangle OBC=2\triangle DOC=2\times18=36(\text{cm}^2)$ … Ⅱ
그래서, $\triangle$DBC의 넓이를 구하자.
$\therefore \triangle DBC=\triangle DOC+\triangle OBC=18+36=54(\text{cm}^2)$ … Ⅲ

141 답 11

마름모의 네 변의 길이는 모두 같으므로 $\overline{AB}=\overline{BC}$에서
$x+9=2x+3 \quad \therefore x=6$ … Ⅰ
즉, 마름모 ABCD의 한 변의 길이는
$\overline{AB}=x+9=6+9=15$이므로
$\overline{DA}=5y=15 \quad \therefore y=3$
또, $\overline{CD}=y+6z=15$에서
$3+6z=15,\ 6z=12 \quad \therefore z=2$ … Ⅱ
$\therefore x+y+z=6+3+2=11$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	마름모의 네 변의 길이가 같음을 이용하여 x의 값을 구한다.	40%
Ⅱ	마름모의 한 변의 길이를 이용하여 y, z의 값을 각각 구한다.	40%
Ⅲ	$x+y+z$의 값을 구한다.	20%

142 답 $135°$

$\angle DBC=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times90°=45°$
$\angle$BEA는 $\triangle$EBF의 한 외각이므로
$\angle EBF+\angle EFB=\angle BEA$에서
$45°+\angle EFB=118°$
$\therefore \angle EFB=73°$ … Ⅰ
또한, $\triangle$ADE와 $\triangle$CDE에서
$\overline{AD}=\overline{CD}$, $\angle ADE=\angle CDE=45°$, $\overline{DE}$는 공통이므로
$\triangle ADE\equiv\triangle CDE$ (SAS 합동)
$\angle CED=\angle AED=180°-\angle BEA$
$=180°-118°=62°$ … Ⅱ
$\therefore \angle CED+\angle EFB=62°+73°=135°$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	정사각형의 대각선의 성질을 이용하여 $\angle$EFB의 크기를 구한다.	40%
Ⅱ	합동인 두 삼각형 ADE, CDE의 성질을 이용하여 $\angle$CED의 크기를 구한다.	40%
Ⅲ	$\angle CED+\angle EFB$의 값을 구한다.	20%

143 답 $20°$

$\triangle$ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로 $\angle ABC=\angle ACB=65°$
삼각형 ABC의 세 내각의 크기의 합은 $180°$이므로
$\angle BAC=180°-(\angle ABC+\angle ACB)$
$=180°-(65°+65°)=50°$ … Ⅰ
또한, 정사각형 ACDE의 한 내각의 크기는 $90°$이므로
$\angle BAE=\angle CAE+\angle BAC=90°+50°=140°$ … Ⅱ
이때, $\overline{AE}=\overline{AB}$이므로 $\triangle$ABE는 이등변삼각형이다.
$\therefore \angle AEB=\frac{1}{2}\times(180°-\angle BAE)$
$=\frac{1}{2}\times(180°-140°)=20°$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	이등변삼각형 ABC의 성질을 이용하여 $\angle$BAC의 크기를 구한다.	30%
Ⅱ	직사각형 ACDE의 성질을 이용하여 $\angle$BAE의 크기를 구한다.	30%
Ⅲ	$\angle$AEB의 크기를 구한다.	40%

144 답 14 cm^2

평행사변형 ABCD의 대각선 AC에 의하여
$\triangle ACD=\frac{1}{2}\square ABCD$이고 $\overline{CE}=\overline{ED}$에 의하여
$\triangle AED=\triangle ACE=\frac{1}{2}\triangle ACD$
한편, $\overline{AF}:\overline{FE}=2:1$이므로
$\triangle AFD=\frac{2}{3}\triangle AED=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\triangle ACD$
$=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\square ABCD$
$=\frac{1}{6}\times84=14(\text{cm}^2)$ … Ⅰ
또한, 평행사변형 ABCD에서
$\triangle AOD=\frac{1}{4}\square ABCD=\frac{1}{4}\times84=21(\text{cm}^2)$ … Ⅱ
$\therefore \square OCEF=\triangle ACE-\triangle AOF$
$=\frac{1}{4}\square ABCD-(\triangle AOD-\triangle AFD)$
$=\frac{1}{4}\times84-(21-14)$
$=14(\text{cm}^2)$ … Ⅲ

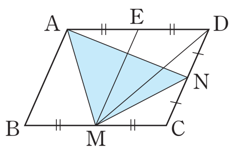
[채점기준표]

Ⅰ	평행사변형의 대각선의 성질을 이용하여 $\triangle$AFD의 넓이를 구한다.	40%
Ⅱ	$\triangle$AOD와 $\square$ABCD의 관계를 이용하여 $\triangle$AOD의 넓이를 구한다.	30%
Ⅲ	$\square$OCEF의 넓이를 구한다.	30%

145 답 12cm^2

두 점 M, N은 각각 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$의 중점이므로
$\triangle ABM=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\square ABCD$
$=\frac{1}{4}\times32=8(\text{cm}^2)$
$\triangle AND=\frac{1}{2}\triangle ACD=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\square ABCD$
$=\frac{1}{4}\times32=8(\text{cm}^2)$ … Ⅰ

이때, 그림과 같이 점 M을 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 선분 ME를 그으면 평행사변형 EMCD에서



$\triangle MCD=\frac{1}{2}\square EMCD$

$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\times 32=8(cm^2)$

$\overline{CN}=\overline{ND}$에 의하여

$\triangle MCN=\triangle MND=\frac{1}{2}\triangle MCD=\frac{1}{2}\times 8=4(cm^2)$ … Ⅱ

$\therefore\ \triangle AMN=\square ABCD-(\triangle ABM+\triangle AND+\triangle MCN)$

$=32-(8+8+4)=12(cm^2)$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	두 점 M, N이 중점임을 이용하여 △ABM, △AND의 넓이를 각각 구한다.	30%
Ⅱ	보조선을 그어 △MCN의 넓이를 구한다.	50%
Ⅲ	□ABCD에서 세 삼각형 ABM, AND, MCN을 제외하여 △AMN의 넓이를 구한다.	20%

146 답 16 cm²

두 삼각형 ACD, DBC는 밑변이 $\overline{DC}$로 공통이고 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 높이가 같다.

$\therefore\ \triangle DBC=\triangle ACD=60\,cm^2$ … Ⅰ

이때, $\triangle OBC=24\ cm^2$이므로

$\triangle OCD=\triangle DBC-\triangle OBC=60-24=36(cm^2)$

$\triangle ODA=\triangle ACD-\triangle OCD=60-36=24(cm^2)$ … Ⅱ

한편, $\overline{AO}:\overline{OC}=\triangle ODA:\triangle OCD=24:36=2:3$이므로

$\triangle OAB:\triangle OBC=2:3$

$\therefore\ \triangle OAB=\frac{2}{3}\triangle OBC=\frac{2}{3}\times 24=16(cm^2)$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	평행한 선분 사이의 두 삼각형의 넓이의 관계를 이용한다.	30%
Ⅱ	△OBC, △OCD의 넓이를 이용하여 △ODA의 넓이를 구한다.	30%
Ⅲ	△OAB와 △OBC의 넓이의 비를 이용하여 △OAB의 넓이를 구한다.	40%

최고난도 만점 문제

p. 80

147 답 ③

1st 마름모는 네 변의 길이가 같은 평행사변형이야.

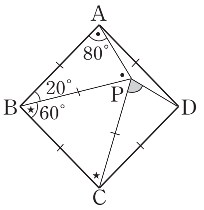
□ABCD가 마름모이므로

$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}$이고,

△BCP는 정삼각형이므로

$\angle PBC=\angle BCP=\angle CPB=60^\circ$ … ㉠이고

$\overline{BC}=\overline{CP}=\overline{PB}$



이때, △ABP는 $\overline{AB}=\overline{BP}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BPA=\angle BAP=80^\circ$

삼각형 ABP의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle ABP=180^\circ-(\angle BPA+\angle BAP)=180^\circ-(80^\circ+80^\circ)=20^\circ$

또한, 마름모 ABCD는 평행사변형이므로 $\angle B+\angle C=180^\circ$

$(\angle ABP+\angle PBC)+(\angle BCP+\angle PCD)=180^\circ$

$20^\circ+60^\circ+60^\circ+\angle PCD=180^\circ$ (∵ ㉠)

$\therefore\ \angle PCD=40^\circ$

2nd 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같아.

△CDP는 $\overline{CP}=\overline{CD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle CPD=\frac{1}{2}\times(180^\circ-\angle PCD)$

$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)$

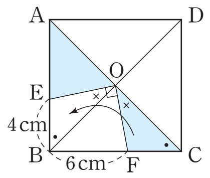
$=70^\circ$

148 답 25 cm²

1st △EBO≡△FCO임을 보이자.

정사각형의 대각선은 한 내각을 이등분하므로

$\angle EBO=\angle FCO=45^\circ$이고, 정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분하므로 $\overline{BO}=\overline{CO}$



한편, $\angle EOF=\angle BOC=90^\circ$이므로

$\angle EOB=\angle EOF-\angle BOF$

$=\angle BOC-\angle BOF=\angle FOC$

∴ △EBO≡△FCO(ASA 합동)

즉, △AEO+△FCO=△AEO+△EBO=△ABO이므로 색칠한 부분의 넓이는 △ABO의 넓이와 같아.

2nd △ABO의 넓이는 □ABCD의 넓이의 $\frac{1}{4}$이므로 정사각형의 한 변의 길이를 구하자.

$\overline{FC}=\overline{EB}=4\,cm$이므로 $\overline{BC}=\overline{BF}+\overline{FC}=6+4=10(cm)$

$\therefore\ \triangle AEO+\triangle FCO=\triangle ABO=\frac{1}{4}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\times 10\times 10$

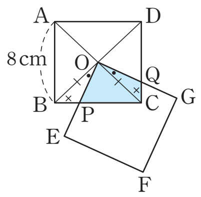
$=25(cm^2)$

149 답 ④

1st △OBP≡△OCQ임을 보이자.

정사각형 ABCD의 두 대각선의 길이는 같고 서로 다른 것을 수직이등분해. 즉,

$\overline{OB}=\overline{OC}$



두 정사각형 ABCD와 OEFG에서

$\angle BOP=\angle BOC-\angle POC=90^\circ-\angle POC$

$=\angle POQ-\angle POC=\angle COQ$

즉, $\angle BOP=\angle COQ$이고 $\angle OBP=\angle OCQ=45^\circ$이므로

△OBP≡△OCQ (ASA 합동)

2nd □OPCQ와 △OBC의 넓이가 같음을 보이자.

∴ □OPCQ=△OPC+△OCQ=△OPC+△OBP=△OBC

이때, △OAB=△OBC=△OCD=△ODA이므로

$\square OPCQ=\triangle OBC=\frac{1}{4}\square ABCD$

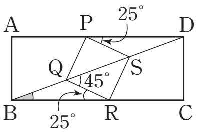
$=\frac{1}{4}\times 8\times 8$

$=16(cm^2)$

150 답 ③

1st 정사각형의 대각선은 한 내각을 이등분해.

정사각형 PQRS에서 한 내각의 크기는 90°이므로 대각선 SQ에 의하여



$\angle SQR=\frac{1}{2}\angle PQR=45^\circ$

2nd 정사각형의 두 쌍의 대변은 각각 평행하지?

$\angle DPS=25^\circ$이고 $\overline{PS}/\!/\overline{QR}$, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle QRB=25^\circ$

$\angle SQR$는 $\triangle QBR$에서 $\angle BQR$의 외각이므로

$\angle QBR+\angle QRB=\angle SQR$

$\therefore \angle QBR=\angle SQR-\angle QRB=45^\circ-25^\circ=20^\circ$

[다른 풀이]

□PQRS는 정사각형이므로 대각선 SQ에 의하여

$\angle PSQ=\frac{1}{2}\angle RSP=45^\circ$

외각의 성질에 의하여 $\triangle PSD$에서

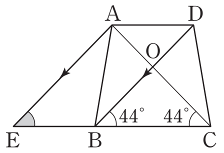
$\angle PSQ=\angle DPS+\angle PDS$

$\therefore \angle PDS=\angle PSQ-\angle DPS=45^\circ-25^\circ=20^\circ$

따라서 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle QBR=\angle PDS=20^\circ$(엇각)

151 답 ③

1st 이등변삼각형과 동위각의 성질을 각각 이용하여 $\angle AEB$의 크기를 구해.



$\triangle OBC$는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

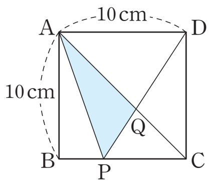
$\angle OBC=44^\circ$야.

이때, $\overline{AE}/\!/\overline{DB}$이므로

$\angle AEB=\angle DBC=44^\circ$(동위각)

152 답 ③

1st $\triangle APD$의 넓이부터 구하자.



정사각형 ABCD의 한 변의 길이가 10 cm이므로 $\triangle APD$는 밑변의 길이가 10 cm이고 높이가 10 cm인 삼각형이야.

$\triangle APD=\frac{1}{2}\times 10\times 10=50(\text{cm}^2)$ ⋯ ㉠

2nd 정사각형의 한 대각선으로 나누어진 두 삼각형의 넓이는 같아.

$\overline{AC}$는 정사각형 ABCD의 대각선이므로

$\triangle ACD=\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 10\times 10=50(\text{cm}^2)$

3rd 높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같아.

$\overline{AQ}:\overline{QC}=3:2$이고 $\triangle AQD$와 $\triangle DQC$의 높이는 같으므로 이 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비인 $3:2$와 같아.

즉, $\triangle AQD:\triangle DQC=3:2$에 의하여

$\triangle ACD:\triangle AQD=5:3$이므로

$\triangle AQD=\frac{3}{5}\triangle ACD=\frac{3}{5}\times 50=30(\text{cm}^2)$ ⋯ ㉡

따라서 ㉠, ㉡에 의하여

$\triangle APQ=\triangle APD-\triangle AQD$

$=50-30=20(\text{cm}^2)$

M 도형의 닮음

개념 다지기 001~020 정답은 p. 4에 있습니다.

유형 다지기 학교시험+학력평가 p. 84

021 답 (1) 점 E (2) $\angle F$ (3) $\overline{GH}$

닮은 도형을 기호로 나타낼 때는 합동과 마찬가지로 대응하는 꼭짓점끼리 같은 순서로 쓰기 때문에 □ABCD∽□EFGH를 이용하여

(1) 점 A에 대응하는 점은 점 E가 돼.

(2) $\angle B$에 대응하는 각은 $\angle F$야.

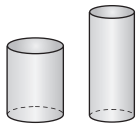
(3) $\overline{CD}$에 대응하는 변은 $\overline{GH}$야.

022 답 ㄱ, ㅁ

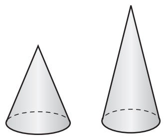
항상 닮음인 입체도형은 모든 구와 모든 정다면체야.

따라서 두 구와 두 정팔면체는 항상 닮음인 입체도형이므로 ㄱ, ㅁ이야.

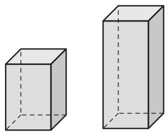
ㄴ. 【반례】 두 원기둥은 밑면의 반지름의 길이의 비와 높이의 비가 서로 다를 수 있으므로 항상 닮은 도형은 아니야.



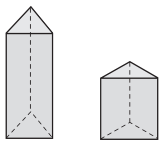
ㄷ. 【반례】 두 원뿔은 밑면의 반지름의 길이의 비와 높이의 비가 서로 다를 수 있으므로 항상 닮은 도형은 아니지?



ㄹ. 【반례】 두 직육면체는 밑면의 가로의 길이의 비와 세로의 길이의 비, 높이의 비가 서로 다를 수 있으므로 항상 닮은 도형은 아니야.



ㅂ. 【반례】 두 삼각기둥은 밑면이 서로 닮음이 아닐 수 있고, 높이의 비가 서로 다를 수 있으므로 항상 닮은 도형은 아니야.



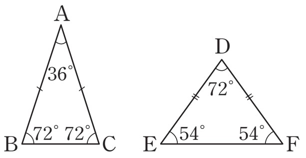
023 답 ④

① 모든 원은 닮은 도형이고 닮음비는 반지름의 길이의 비와 같아. (참)

② 모든 정다면체는 닮음이므로 모든 정육면체도 닮은 도형이야. (참)

③ 두 직각삼각형은 한 각이 직각이므로 한 예각의 크기가 같으면 AA 닮음으로 닮은 도형이야. (참)

④ 【반례】 $\angle B=\angle D$이지만 두 이등변삼각형 ABC와 DEF는 닮은 도형이 아니야. (거짓)



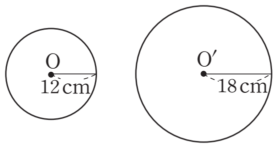
⑤ 중심각의 크기와 호의 길이가 같은 두 부채꼴은 합동이므로 닮음비가 $1:1$인 닮은 도형이야. (참)

024 답 ②

두 도형의 대응하는 변은 $\overline{AB}$와 $\overline{A'B'}$, $\overline{BC}$와 $\overline{B'C'}$, $\overline{CD}$와 $\overline{C'D'}$, $\overline{AD}$와 $\overline{A'D'}$이지? 이때, $\overline{AB}$와 $\overline{A'B'}$의 길이가 주어졌으므로 이를 이용하여 닮음비를 구해. 즉, $\overline{AB}:\overline{A'B'}=4:8=1:2$이므로 □ABCD와 □A′B′C′D′의 닮음비는 $1:2$야.

025 답 2 : 3

두 원은 항상 닮음이고 그림의 두 원 O와 O'의 반지름의 길이가 각각 12 cm, 18 cm이므로 닮음비는 $12:18=2:3$이야.



오|답|피|하|기

평면도형에서 모든 원, 모든 직각이등변삼각형, 모든 정다각형은 항상 닮음이 돼. 원에서의 닮음비는 반지름의 길이의 비가 되지. 이때, 주의해야 할 점은 닮음비는 가장 간단한 자연수의 비로 나타내어야 한다는 거야.

026 답 ①

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로 △ABC에서 $\angle A=70°$이고, △DEF에서 $\angle F=60°$야. 이 두 삼각형은 닮은 도형이므로 서로 대응하는 각의 크기는 각각 같지?
즉, 각각의 대응각의 크기는
$\angle A=\angle E=70°$, $\angle B=\angle F=60°$, $\angle C=\angle D=50°$이므로
△ABC∽△EFD(AA 닮음)이야.
따라서 닮음비는 두 닮은 도형에서 대응하는 변의 길이의 비이므로
$a:e=b:f=c:d$가 돼.

027 답 ⑤

두 삼각형이 닮음이면 대응하는 변의 길이의 비가 닮음비와 같지?
$\overline{BC}:\overline{EF}=\overline{AB}:\overline{DE}$이므로 $x:12=20:15=4:3$, $3x=48$
$\therefore x=16$
$\overline{AC}:\overline{DF}=\overline{AB}:\overline{DE}$이므로 $16:y=4:3$, $4y=48$ $\quad\therefore y=12$
$\therefore x+y=16+12=28$

028 답 3 cm

△OAB, △OCD의 닮음비가 $2:3$이고 $\overline{AB}$와 $\overline{CD}$는 대응하는 변이므로 이 두 변의 길이의 비는 닮음비와 같지?
즉, $\overline{AB}:\overline{CD}=2:\overline{CD}=2:3$ $\quad\therefore \overline{CD}=3\,\text{cm}$

029 답 45°

△OAB∽△OCD이므로 ∠OCD에 대응하는 각은 ∠OAB야.
$\therefore \angle OCD=\angle OAB=45°$

030 답 ③

□ABCD∽□EFGH이므로 두 도형의 닮음비는 대응하는 변의 길이의 비와 같아.
$\overline{BC}:\overline{FG}=\overline{CD}:\overline{GH}$, $6:5=\overline{CD}:3$, $5\overline{CD}=18$
$\therefore \overline{CD}=3.6\,\text{cm}$

031 답 86

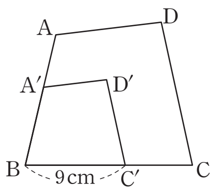
닮은 도형에서 대응각의 크기가 서로 같지?
$\angle F=\angle B$이므로 $x=70$
또한, 닮은 도형의 닮음비는 대응하는 변의 길이의 비와 같으므로
$\overline{AB}:\overline{EF}=\overline{BC}:\overline{FG}$가 돼.
$8:y=12:8=3:2$
$3y=16 \quad \therefore y=\dfrac{16}{3}$
$\therefore x+3y=70+3\times\dfrac{16}{3}=86$

032 답 30 cm

△ABC∽△DEC이므로 닮음비는 $\overline{AB}:\overline{DE}=9:3=3:1$이고,
$\overline{BC}$와 $\overline{EC}$는 대응하는 변이므로
$\overline{BC}:\overline{EC}=\overline{BC}:4=3:1 \quad \therefore \overline{BC}=12\,\text{cm}$
$\therefore \overline{BE}=\overline{BC}-\overline{EC}=12-4=8(\text{cm})$
또, $\overline{CA}$와 $\overline{CD}$도 대응하는 변이므로
$\overline{CA}:\overline{CD}=\overline{CA}:5=3:1 \quad \therefore \overline{CA}=15\,\text{cm}$
$\therefore \overline{DA}=\overline{CA}-\overline{CD}=15-5=10(\text{cm})$
따라서 □ABED의 둘레의 길이는
$\overline{AB}+\overline{BE}+\overline{ED}+\overline{DA}=9+8+3+10=30(\text{cm})$

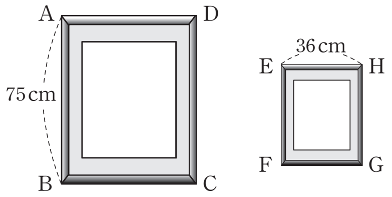
033 답 ①

□A′BC′D′은 □ABCD를 $\dfrac{3}{5}$만큼 축소한 것이므로 두 사각형 ABCD, A′BC′D′의 닮음비는 $5:3$이야. 이때, $\overline{BC}$와 $\overline{BC'}$은 대응변이므로
$\overline{BC}:\overline{BC'}=\overline{BC}:9=5:3$
$3\overline{BC}=45 \quad \therefore \overline{BC}=15\,\text{cm}$
$\therefore \overline{CC'}=\overline{BC}-\overline{BC'}=15-9=6\,(\text{cm})$



034 답 108 cm

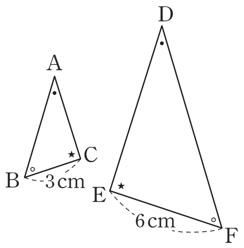
두 액자의 닮음비가 $5:3$이므로 두 직사각형의 둘레의 길이를 구할 수 있어.
그림과 같이 직사각형 모양의 두 액자의 꼭짓점을 각각 A, B, C, D와 E, F, G, H라 하면



□ABCD∽□EFGH이고 닮음비가 $5:3$이므로
$\overline{AD}:\overline{EH}=5:3$
$\overline{AD}:36=5:3 \quad \therefore \overline{AD}=60\,\text{cm}$
즉, 직사각형 ABCD의 가로의 길이는 60 cm이고, 세로의 길이는 75 cm이므로 직사각형 ABCD의 둘레의 길이는
$2(60+75)=270(\text{cm})$
또한, $\overline{AB}:\overline{EF}=5:3$, $75:\overline{EF}=5:3$
$\therefore \overline{EF}=45\,\text{cm}$
즉, 직사각형 EFGH의 가로의 길이는 36 cm이고, 세로의 길이는 45 cm이므로 직사각형 EFGH의 둘레의 길이는 $2(36+45)=162(\text{cm})$
따라서 두 액자의 둘레의 길이의 차는 $270-162=108(\text{cm})$야.

035 답 ⑤

$\triangle ABC \backsim \triangle DFE$이고, 닮은 도형을 기호로 나타낼 때는 대응하는 꼭짓점끼리 순서대로 쓰므로 ①, ②, ③은 모두 옳아.



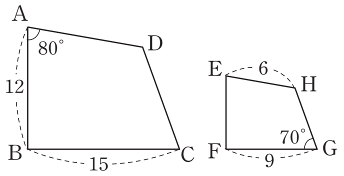
④ 닮음비는 대응하는 변의 길이의 비와 같으므로 $\overline{BC} : \overline{FE} = 3 : 6 = 1 : 2$ (참)

⑤ $\overline{AC}$에 대응하는 변은 $\overline{DF}$가 아니고 $\overline{DE}$이므로 $\overline{AC} : \overline{DE} = 1 : 2$이지만 $\overline{AC}$와 $\overline{DF}$의 길이의 비는 주어진 조건만으로는 구할 수 없어. (거짓)

오|답|피|하|기

두 삼각형이 닮았다고 하였을 때 삼각형의 점을 쓰는 순서를 주목해야 되는데, 여기서 $\triangle ABC$와 $\triangle DFE$가 닮았다는 것은 점 A에 대응하는 점은 점 D이고, 점 B에 대응하는 점은 점 F, 점 C에 대응하는 점은 점 E야. 그리고 $\overline{AC}$에 대응하는 변은 $\overline{AC}$를 이루고 있는 점인 두 점 A와 C에 대응하는 점을 각각 찾으면 D, E이기 때문에 $\overline{AC}$의 길이와 $\overline{DE}$의 길이의 비가 1 : 2이고 선택지 ⑤는 알 수 없는 거야.

036 답 ⑤



□ABCD$\backsim$□EFGH이니까 각각의 대응변과 대응각을 찾아보면 돼.

① $\angle E = \angle A = 80°$ (참)

② $\angle C = \angle G = 70°$ (참)

③ 닮음비는 대응하는 변의 길이의 비와 같으므로 $\overline{BC} : \overline{FG} = 15 : 9 = 5 : 3$ (참)

④ 닮음비가 5 : 3임을 이용하여 $\overline{AD}$의 길이를 구하면 $\overline{AD} : \overline{EH} = \overline{AD} : 6 = 5 : 3$ $\quad \therefore \overline{AD} = 10$ (참)

⑤ 마찬가지로 $\overline{EF}$의 길이를 구하면 $\overline{AB} : \overline{EF} = 12 : \overline{EF} = 5 : 3$

$\therefore \overline{EF} = \frac{36}{5}$ (거짓)

037 답 ㄴ, ㄷ

ㄱ. $\overline{BA} : \overline{BG} = \overline{BC} : \overline{BE} = 3 : 5$ (거짓)

ㄴ. □ABCD와 □GBEF의 닮음비는 대응변의 길이의 비와 같으므로 $\overline{BC} : \overline{BE} = 3 : 5$야. (참)

ㄷ. $\angle BCD$와 대응하는 각은 $\angle BEF$이므로 $\angle BCD = \angle BEF = 90°$ (참)

ㄹ. $\overline{AB} : \overline{GB} = 3 : 5$에서 $\overline{GB} = \frac{5}{3}\overline{AB}$이므로

$\overline{AG} = \overline{GB} - \overline{AB}$

$= \frac{5}{3}\overline{AB} - \overline{AB} = \frac{2}{3}\overline{AB}$ (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이야.

038 답 68

입체도형에서도 두 도형의 닮음비는 대응변의 길이의 비와 같아.

닮음비가 $\overline{BC} : \overline{B'C'} = 16 : 20 = 4 : 5$이므로

$\overline{AB} : \overline{A'B'} = x : 10 = 4 : 5$에서 $5x = 40$ $\quad \therefore x = 8$

한편, $\triangle D'E'F'$이 직각삼각형이고,

$\angle A'C'B' = \angle ACB = 30°$이므로

$\angle A'B'C' = 180° - (90° + 30°) = 60°$ $\quad \therefore y = 60$

$\therefore x + y = 8 + 60 = 68$

039 답 63

두 삼각뿔이 닮음이고 $\overline{VA}$와 $\overline{V'A'}$은 대응하는 변이므로 닮음비는

$\overline{VA} : \overline{V'A'} = 6 : 8 = 3 : 4$

$\overline{AB} : \overline{A'B'} = x : 4 = 3 : 4$, $4x = 12$ $\quad \therefore x = 3$

또한, 입체도형에서 대응하는 면은 닮은 도형이므로

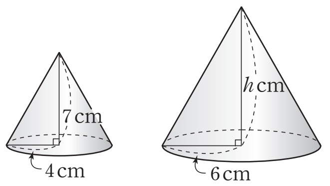
$\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$

즉, $\angle BAC = \angle B'A'C' = 60°$이므로 $y = 60$

$\therefore x + y = 3 + 60 = 63$

040 답 $\frac{21}{2}$ cm

두 원뿔이 닮음이므로 대응하는 면도 닮음이야. 이때, 닮음인 두 밑면은 원이므로 두 원의 반지름의 길이의 비가 두 원뿔의 닮음비이지? 즉, 두 원뿔의 닮음비가 4 : 6 = 2 : 3이므로 큰 원뿔의 높이를 h cm라 하면



$7 : h = 2 : 3$, $2h = 21$ $\quad \therefore h = \frac{21}{2}$

따라서 큰 원뿔의 높이는 $\frac{21}{2}$ cm야.

041 답 ②

두 원기둥이 닮음이므로 밑면의 반지름의 길이의 비와 높이의 비가 같아. 이때, 원기둥 B의 밑면의 반지름의 길이를 x cm라 하면

$5 : 7.5 = 3 : x$, $5x = 22.5$ $\quad \therefore x = 4.5$ cm

따라서 원기둥 B의 밑면의 둘레의 길이는

$2\pi \times 4.5 = 9\pi$(cm)

042 답 ③

① 직육면체의 두 밑면은 합동이므로 $\angle B'C'D' = \angle F'G'H'$이고, 닮은 도형의 대응하는 각의 크기는 같으므로 $\angle BCD = \angle B'C'D' = \angle F'G'H' = 90°$ (참)

② $\overline{DH} : \overline{D'H'} = 4 : 6 = 2 : 3$이므로 두 직육면체의 닮음비는 2 : 3이야. (참)

③ $\overline{EF}$의 길이는 두 직육면체에서 밑면의 세로의 길이가 주어지지 않았으므로 알 수 없어. (거짓)

④ 두 직육면체의 닮음비는 2 : 3이므로

$\overline{AD} : \overline{A'D'} = \overline{AD} : 4 = 2 : 3$, $3\overline{AD} = 8$ $\quad \therefore \overline{AD} = \frac{8}{3}$ (참)

⑤ 면 A′B′F′E′과 면 ABFE는 대응하는 면이므로 두 면은 닮은 도형이야. (참)

043 답 ②

ㄱ. 닮음인 두 원뿔의 높이의 비가 닮음비이므로
닮음비는 $12:18=2:3$ (거짓)

ㄴ. 닮음비가 $2:3$이므로 두 원뿔의 밑면의 반지름의 길이의 비도 $2:3$이야. 이때, 원뿔 A의 밑면의 반지름의 길이를 x cm라 하면
$x:6=2:3 \quad \therefore x=4$
따라서 원뿔 A의 밑면의 넓이는 $\pi\times4^2=16\pi(\text{cm}^2)$ (참)

ㄷ. 두 원뿔 A, B의 밑면의 반지름의 길이는 각각 4 cm, 6 cm이지?
(원뿔 A의 밑면의 둘레의 길이)$=2\pi\times4=8\pi$(cm)
(원뿔 B의 밑면의 둘레의 길이)$=2\pi\times6=12\pi$(cm)
따라서 두 원뿔의 밑면의 둘레의 길이의 비는 $8\pi:12\pi=2:3$이야. (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄴ이야.

오답피하기

서로소인 두 자연수 a, b에 대하여 닮음인 두 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 각각 a, b라 하면 두 원뿔의 밑면의 닮음비는 $a:b$이고 밑면의 둘레의 길이는 각각 $2a\pi$, $2b\pi$이므로 밑면의 둘레의 길이의 비도 $a:b$로 같아.

044 답 SSS 닮음, 2 : 1

△ABC와 △DEF에서
$\overline{AB}:\overline{DE}=\overline{BC}:\overline{EF}=\overline{AC}:\overline{DF}=2:1$이므로
△ABC∽△DEF(SSS 닮음)이고, 닮음비는 $2:1$이야.

045 답 △ABC∽△DFE(SAS 닮음)

$\overline{AC}:\overline{DE}=\overline{BC}:\overline{FE}=2:1$이고, $\angle C=\angle E=120°$이므로
△ABC와 △DFE는 SAS 닮음이야.

046 답 △ABC∽△DFE(AA 닮음)

$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DF}$이므로
∠ABC=∠DFE(엇각), ∠BAC=∠FDE(엇각)이지?
따라서 △ABC와 △DFE는 AA 닮음이야.

047 답 △ABC∽△AED(SAS 닮음), 2 : 1

△ABC와 △AED에서
$\overline{AB}:\overline{AE}=\overline{AC}:\overline{AD}=2:1$이고, ∠A가 공통이므로
△ABC∽△AED(SAS 닮음)
따라서 닮음비는 $2:1$이야.

048 답 △ABC∽△AED(AA 닮음), 5 : 1

△ABC와 △AED에서
∠A가 공통이고, ∠ABC=∠AED이므로
△ABC∽△AED (AA 닮음)
따라서 $\overline{AB}:\overline{AE}=10:2=5:1$이므로 닮음비는 $5:1$이야.

049 답 ①

주어진 삼각형은 세 변의 길이가 모두 주어졌으므로 세 쌍의 대응변의 길이의 비가 같은 삼각형을 찾으면 돼. 따라서 ①이 주어진 삼각형과 SSS 닮음이야.

050 답 ④

주어진 삼각형은 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어졌으므로 두 변의 길이의 비와 그 끼인각의 크기가 같은 삼각형을 찾으면 SAS 닮음의 ④야.

051 답 ㄱ과 ㅁ(SAS 닮음), ㄴ과 ㄷ(SSS 닮음), ㄹ과 ㅂ(AA 닮음)

ㄱ과 ㅁ은 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고 그 끼인각의 크기가 같으므로 SAS 닮음이야.
ㄴ과 ㄷ은 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같으므로 SSS 닮음이야.
ㄹ과 ㅂ에서 두 삼각형의 주어지지 않은 한 내각의 크기를 각각 구하면 ㄹ은 30°, ㅂ은 90°야. 즉, 두 쌍의 대응각의 크기가 각각 같으므로 AA 닮음이야.

M

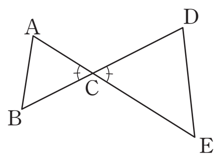
052 답 △ABC∽△ACD(SAS 닮음)

△ABC와 △ACD에서 ∠A가 공통이고,
$\overline{AB}:\overline{AC}=18:12=3:2$, $\overline{AC}:\overline{AD}=12:8=3:2$
따라서 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고 그 끼인각의 크기가 같으므로 △ABC∽△ACD(SAS 닮음)

053 답 ②, ④

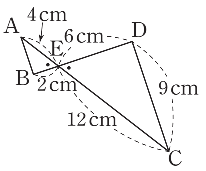
① 대응하는 세 변의 길이의 비가 같으므로 SSS 닮음이야. ←OK!
③ 대응하는 두 각의 크기가 같으므로 AA 닮음이야. ←OK!
⑤ 대응하는 두 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로 SAS 닮음이야. ←OK!
②, ④ 대응하는 두 변의 길이의 비만 같거나 대응하는 한 변의 길이의 비와 한 각의 크기만 같아서는 닮음이라고 할 수 없어. ←NO!

054 답 ⑤



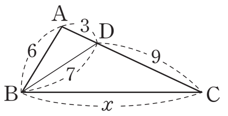
△ABC와 △DEC에서
∠ACB=∠DCE(맞꼭지각)이고
$\overline{AC}:\overline{DC}=\overline{BC}:\overline{EC}=2:3$이므로
△ABC∽△DEC(SAS 닮음)야.
따라서 닮음 관계에서 ∠B와 대응하는 각은 ∠E이므로 ∠B=∠E야.

055 답 3 cm



△AEB와 △CED에서
∠AEB=∠CED(맞꼭지각)이고,
$\overline{AE}:\overline{CE}=\overline{BE}:\overline{DE}=1:3$이므로
△AEB∽△CED(SAS 닮음)이고
닮음비는 $1:3$이야.
따라서 $\overline{AB}:\overline{CD}=\overline{AB}:9=1:3$이므로
$\overline{AB}=3$ cm

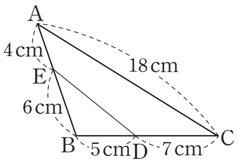
056 답 ④



△ABD와 △ACB에서
$\overline{AB}:\overline{AC}=6:12=1:2$,
$\overline{AD}:\overline{AB}=3:6=1:2$이고
∠A는 공통이야.
∴ △ABD∽△ACB(SAS 닮음)
이때, 두 삼각형의 닮음비는 $1:2$이므로 $\overline{BD}:\overline{CB}=7:x=1:2$
$\therefore x=14$

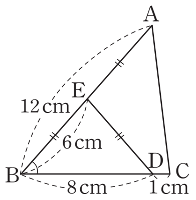
057 답 ①

$\triangle ABC$와 $\triangle DBE$에서
$\angle B$가 공통이고
$\overline{AB} : \overline{DB} = 10 : 5 = 2 : 1$,
$\overline{BC} : \overline{BE} = 12 : 6 = 2 : 1$이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle DBE$(SAS 닮음)이고
닮음비는 $2 : 1$이야.
따라서 $\overline{AC} : \overline{DE} = 18 : \overline{DE} = 2 : 1$이므로 $\overline{DE} = 9\,\text{cm}$



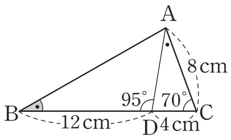
058 답 ④

$\overline{AB} = 12\,\text{cm}$이므로
$\overline{AE} = \overline{BE} = \overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 6(\text{cm})$
$\triangle ABC$와 $\triangle DBE$에서
$\overline{AB} : \overline{DB} = 12 : 8 = 3 : 2$,
$\overline{BC} : \overline{BE} = 9 : 6 = 3 : 2$이고,
$\angle B$는 공통이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle DBE$(SAS 닮음)이고 닮음비는 $3 : 2$야.
이때, $\overline{AC} : \overline{DE} = \overline{AC} : 6 = 3 : 2$이므로 $2\overline{AC} = 18$
$\therefore \overline{AC} = 9\,\text{cm}$



059 답 25°

$\triangle ABC$와 $\triangle DAC$에서 $\angle C$는 공통이고
$\overline{BC} : \overline{AC} = 16 : 8 = 2 : 1$,
$\overline{AC} : \overline{DC} = 8 : 4 = 2 : 1$이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle DAC$(SAS 닮음)
$\therefore \angle B = \angle CAD \cdots ㉠$
이때, $\angle ADB$는 $\triangle DAC$에서 $\angle ADC$의 외각이므로
$\angle CAD + \angle C = \angle ADB$, $\angle CAD + 70° = 95°$ $\quad \therefore \angle CAD = 25°$
$\therefore \angle B = 25°(\because ㉠)$

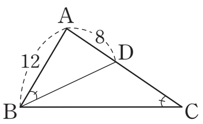


오|답|피|하|기

SAS 닮음 조건을 찾는 문제는 익숙해지지 않으면 어떤 두 삼각형이 닮았는지 찾기 쉽지 않아. 찾기 쉬운 방법을 말하자면, 먼저 길이가 주어진 변들이 이루고 있는 삼각형을 찾아보자.
그러면 $\triangle ABC$와 $\triangle ADC$가 보일 거야. 그러면 그 다음으로 이 두 삼각형이 왜 닮았는지 찾아야 하며, 대응하는 점도 찾아야 돼. 이때, 두 삼각형이 $\angle C$를 공통각으로 가지고 있으므로 두 삼각형을 대응하는 점의 순서를 맞추어 그려보면 $\triangle ABC$와 $\triangle DAC$가 SAS 닮음임을 알 수 있어.

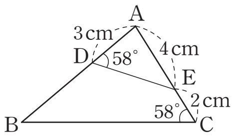
060 답 ④

$\triangle ABD$와 $\triangle ACB$에서
$\angle A$는 공통이고 $\angle ABD = \angle ACB$
$\therefore \triangle ABD \backsim \triangle ACB$(AA 닮음)
$\overline{AD} : \overline{AB} = 8 : 12 = 2 : 3$이므로
두 삼각형의 닮음비는 $2 : 3$이야.
$\overline{AB} : \overline{AC} = 12 : (8 + \overline{DC}) = 2 : 3$, $2(8 + \overline{DC}) = 36$
$\therefore \overline{DC} = 10$



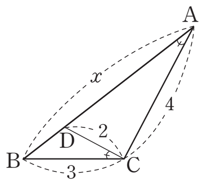
061 답 ②

$\triangle ABC$와 $\triangle AED$에서
$\angle A$는 공통이고 $\angle C = \angle ADE = 58°$
$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle AED$ (AA 닮음)
따라서 두 삼각형 ABC와 AED의
닮음비는 대응하는 변의 길이의 비,
즉 $\overline{AC} : \overline{AD}$와 같으므로
$\overline{AC} : \overline{AD} = (4+2) : 3 = 6 : 3 = 2 : 1$에서 두 삼각형의 닮음비는 $2 : 1$이야.



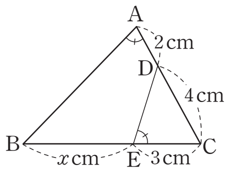
062 답 ④

$\triangle ABC$와 $\triangle CBD$에서
$\angle B$는 공통이고 $\angle A = \angle BCD$
$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle CBD$ (AA 닮음)
$\overline{AC} : \overline{CD} = 4 : 2 = 2 : 1$이므로
두 삼각형의 닮음비는 $2 : 1$이야.
$\overline{AB} : \overline{CB} = x : 3 = 2 : 1$ $\quad \therefore x = 6$



063 답 5

$\triangle ABC$와 $\triangle EDC$에서
$\angle C$는 공통, $\angle A = \angle DEC$
$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle EDC$(AA 닮음)
$\overline{AC} : \overline{EC} = 6 : 3 = 2 : 1$이므로
두 삼각형의 닮음비는 $2 : 1$이야.
$\overline{BC} : \overline{DC} = (x+3) : 4 = 2 : 1$
$x + 3 = 8$ $\quad \therefore x = 5$

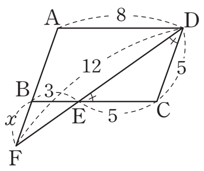


064 답 11

$\triangle AOB$와 $\triangle DOC$에서 $\angle AOB = \angle DOC$(맞꼭지각)이고,
$\angle BAO = \angle CDO = 70°$이므로
$\triangle AOB \backsim \triangle DOC$(AA 닮음)야.
$\overline{AB} : \overline{DC} = 13 : 26 = 1 : 2$이므로 두 삼각형의 닮음비는 $1 : 2$야.
$\overline{OB} : \overline{OC} = \overline{OB} : 22 = 1 : 2$
$\therefore \overline{OB} = 11$

065 답 ③

$\triangle CDE$는 $\angle CDE = \angle CED$이므로
$\overline{CE} = \overline{CD} = 5$인 이등변삼각형이야.
이때, $\square ABCD$는 평행사변형이므로
$\overline{AD} = \overline{BC} = 8$이고,
$\overline{BE} = \overline{BC} - \overline{EC} = 8 - 5 = 3$
$\triangle AFD$와 $\triangle BFE$에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{BE}$이므로
$\angle FEB = \angle FDA$(동위각), $\angle FBE = \angle FAD$(동위각)
$\therefore \triangle AFD \backsim \triangle BFE$(AA 닮음)
즉, $\overline{AD} : \overline{BE} = \overline{FD} : \overline{FE}$이므로
$8 : 3 = 12 : \overline{FE}$, $8\overline{FE} = 36$
$\therefore \overline{FE} = \frac{9}{2}$



[다른 풀이]

$\triangle$CDE에서 $\angle CDE=\angle CED$이므로 $\overline{CE}=\overline{CD}=5$인 이등변삼각형이지? $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$, $\overline{AF}/\!/\overline{CD}$이므로

$\angle ADF=\angle CED$(엇각), $\angle AFD=\angle CDE$(엇각)

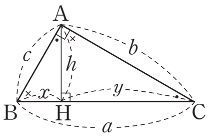
$\therefore \triangle AFD \backsim \triangle CDE$(AA 닮음)

즉, $\overline{AD}:\overline{CE}=\overline{FD}:\overline{DE}$이므로

$8:5=12:\overline{DE}$, $8\overline{DE}=60$ $\quad\therefore \overline{DE}=\dfrac{15}{2}$

이때, $\overline{FD}=\overline{FE}+\overline{ED}$이므로 $\overline{FE}=\overline{FD}-\overline{ED}=12-\dfrac{15}{2}=\dfrac{9}{2}$

066 답 ③



① $\triangle ABC \backsim \triangle HBA$이므로 $\overline{AB}:\overline{HB}=\overline{BC}:\overline{BA}$

즉, $\overline{AB}^2=\overline{BH}\times\overline{BC}$이므로 $c^2=ax$ (참)

② $\triangle ABC \backsim \triangle HAC$이므로 $\overline{BC}:\overline{AC}=\overline{AC}:\overline{HC}$

즉, $\overline{AC}^2=\overline{CH}\times\overline{CB}$이므로 $b^2=ay$ (참)

④ 삼각형의 넓이는 $\dfrac{1}{2}\times$(밑변의 길이)$\times$(높이)이지?

이때, $\triangle$ABC의 넓이는 $\overline{AB}$를 밑변, $\overline{AC}$를 높이로 하여 구할 수 있고, $\overline{BC}$를 밑변, $\overline{AH}$를 높이로 하여 구할 수도 있어.

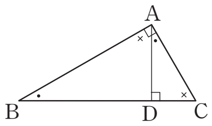
따라서 $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}=\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}$이므로

$ah=bc$ (참)

⑤ $\triangle HBA \backsim \triangle HAC$이므로 $\overline{BH}:\overline{AH}=\overline{AH}:\overline{CH}$

즉, $\overline{AH}^2=\overline{BH}\times\overline{CH}$이므로 $h^2=xy$ (참)

067 답 4개



ㄱ. $\angle A=\angle BDA=90^\circ$, $\angle B$는 공통이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle DBA$(AA 닮음) (참)

ㄴ. $\triangle ABC \backsim \triangle DBA$이므로

$\overline{AB}:\overline{DB}=\overline{BC}:\overline{BA}$

$\therefore \overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}$ (참)

ㄷ. $\angle BDA=\angle ADC=90^\circ$이고,

$\angle B+\angle C=90^\circ$, $\angle B+\angle BAD=90^\circ$ $\quad\therefore \angle C=\angle BAD$

$\therefore \triangle ABD \backsim \triangle CAD$(AA 닮음) (참)

ㄹ. $\triangle ABD \backsim \triangle CAD$(AA 닮음)이므로 $\overline{AD}:\overline{CD}=\overline{BD}:\overline{AD}$

$\therefore \overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}$ (거짓)

ㅁ. 【반례】 $\triangle$ABC가 직각이등변삼각형이 아닐 때,

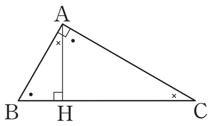
$\angle BAD\neq\angle CAD$ (거짓)

ㅂ. ㄷ에서 $\triangle ABD \backsim \triangle CAD$이므로

$\angle B=\angle ABD=\angle DAC$ (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㅂ으로 모두 4개야.

068 답 ④



① $\triangle$ABC와 $\triangle$HAC에서

$\angle BAC=\angle AHC=90^\circ$, $\angle C$는 공통이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle HAC$(AA 닮음) $\cdots$ ㉠

$\overline{AC}:\overline{HC}=\overline{CB}:\overline{CA}$

$\therefore \overline{AC}^2=\overline{CH}\times\overline{CB}$ (거짓)

② $\triangle$HBA와 $\triangle$HAC에서 $\angle AHB=\angle CHA=90^\circ$,

$\angle ABH=\angle CAH$($\because$ ㉠)이므로 $\triangle HBA \backsim \triangle HAC$(AA 닮음)

$\overline{AH}:\overline{CH}=\overline{HB}:\overline{HA}$ $\quad\therefore \overline{AH}^2=\overline{HB}\times\overline{CH}$ (거짓)

③ $\triangle$ABC와 $\triangle$HBA에서 $\angle BAC=\angle BHA=90^\circ$,

$\angle B$는 공통이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle HBA$(AA 닮음)

$\overline{AB}:\overline{HB}=\overline{CB}:\overline{AB}$ $\quad\therefore \overline{AB}^2=\overline{HB}\times\overline{CB}$ (거짓)

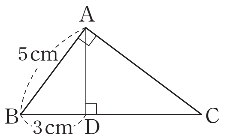
④ $\triangle$ABC의 넓이를 구하는 방법은 두 가지가 있지?

즉, $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}=\dfrac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}$이므로

$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AH}$ (참)

⑤ ①, ②, ③에서 $\triangle ABC \backsim \triangle HAC \backsim \triangle HBA$ (AA 닮음) (거짓)

069 답 $\dfrac{16}{3}$ cm



$\triangle ABC \backsim \triangle DBA$이므로

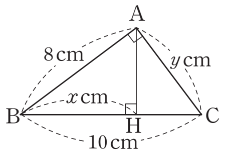
$\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}$이지?

$5^2=3(3+\overline{CD})$

$25=9+3\overline{CD}$, $3\overline{CD}=16$

$\therefore \overline{CD}=\dfrac{16}{3}$ cm

070 답 $x=6.4$, $y=6$



$\triangle ABC \backsim \triangle HBA$이므로

$\overline{AB}^2=\overline{BC}\times\overline{BH}$

$8^2=10x$ $\quad\therefore x=6.4$

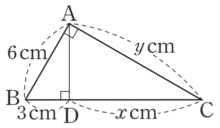
또한, $\triangle ABC \backsim \triangle HAC$이므로

$\overline{AC}^2=\overline{CH}\times\overline{CB}$

$y^2=10\times\overline{CH}=10\times(\overline{BC}-\overline{BH})=10\times3.6=36=6^2$

$\therefore y=6$

071 답 189



$\triangle ABC \backsim \triangle DBA$이므로 $\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}$

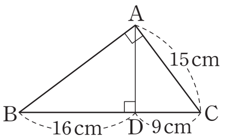
$6^2=3(3+x)$에서 $x=9$ $\cdots$ ㉠ $\quad\therefore x^2=81$

$\triangle ABC \backsim \triangle DAC$이므로 $\overline{AC}^2=\overline{CD}\times\overline{CB}$

$\therefore y^2=x(x+3)=9\times12$($\because$ ㉠)$=108$

$\therefore x^2+y^2=81+108=189$

072 답 ③



$\triangle ABC \backsim \triangle DAC$이므로

$\overline{AC}^2=\overline{CD}\times\overline{CB}$

$15^2=9\overline{CB}$ $\quad\therefore \overline{CB}=25$ cm

$\overline{BD}=\overline{BC}-\overline{DC}=25-9=16$(cm)

$\triangle ABC \backsim \triangle DBA$이므로

$\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}$

$\overline{AB}^2=16\times25=400=20^2$ $\quad\therefore \overline{AB}=20$ cm

따라서 $\triangle$ABC의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=20+25+15=60$(cm)

073 답 ②

$\triangle ABD \backsim \triangle CAD$이므로

$\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}=9\times4=36=6^2$

$\therefore \overline{AD}=6$

074 답 $\frac{9}{4}$

$\triangle DBA \backsim \triangle DAC$이므로 $\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{DC}$

$3^2=4x \quad \therefore x=\frac{9}{4}$

075 답 21

$\triangle ABC \backsim \triangle HBA$이므로 $\overline{AB}^2=\overline{BH}\times\overline{BC}$

$20^2=16(16+y),\ 16+y=25 \quad \therefore y=9$

또, $\triangle HBA \backsim \triangle HAC$이므로 $\overline{AH}^2=\overline{BH}\times\overline{CH}$

$x^2=16y=16\times9=144=12^2 \quad \therefore x=12$

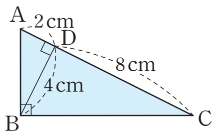
$\therefore x+y=12+9=21$

076 답 ③

$\triangle ABC$의 밑변을 $\overline{AC}$, 높이를 $\overline{BD}$라 하면 $\triangle ABC$의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BD}$이지?

그런데 $\overline{BD}$와 $\overline{AD}$의 길이가 주어졌으므로 $\overline{DC}$의 길이만 구하면 돼.



$\triangle DBA \backsim \triangle DCB$이므로

$\overline{BD}^2=\overline{AD}\times\overline{CD}$

$4^2=2\times\overline{CD} \quad \therefore \overline{CD}=8\,\text{cm}$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BD}$

$=\frac{1}{2}\times(\overline{AD}+\overline{CD})\times\overline{BD}$

$=\frac{1}{2}\times10\times4=20(\text{cm}^2)$

077 답 ③

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}$이므로

$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AH},\ 8\times6=10\times\overline{AH}$

$\therefore \overline{AH}=4.8\text{ cm}$

[다른 풀이]

$\triangle ABC \backsim \triangle HBA$ (AA 닮음)이므로 $\overline{CA}:\overline{AH}=\overline{BC}:\overline{BA}$

$6:\overline{AH}=10:8,\ 10\overline{AH}=48 \quad \therefore \overline{AH}=4.8\text{ cm}$

078 답 ⑤

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}=\frac{1}{2}\times\overline{BD}\times\overline{AC}$이므로

$\overline{AB}\times\overline{BC}=\overline{BD}\times\overline{AC},\ 40\times x=24\times50,\ 40x=1200$

$\therefore x=30$

079 답 ⑤

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}=\frac{1}{2}\times\overline{BD}\times\overline{AC}$이므로

$\overline{AB}\times\overline{BC}=\overline{BD}\times\overline{AC},\ 15\times20=12\times x,\ 12x=300$

$\therefore x=25$

080 답 ①

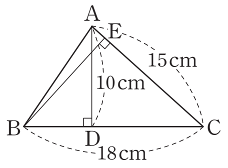
$\triangle ABC$와 $\triangle ADE$에서 $\angle C=\angle E=90^\circ$, $\angle A$는 공통이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle ADE$(AA 닮음)이고 닮음비가

$\overline{AC}:\overline{AE}=4:3$

$\overline{BC}:\overline{DE}=x:6=4:3,\ 3x=24 \quad \therefore x=8$

081 답 12 cm



$\triangle ADC$와 $\triangle BEC$에서

$\angle ADC=\angle BEC=90^\circ$, $\angle C$가 공통이므로

$\triangle ADC \backsim \triangle BEC$(AA 닮음)

즉, $\overline{AD}:\overline{BE}=\overline{AC}:\overline{BC}$이므로

$10:\overline{BE}=15:18=5:6,\ 5\overline{BE}=60$

$\therefore \overline{BE}=12\,\text{cm}$

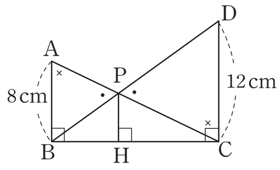
[다른 풀이]

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AD}=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BE}$이므로

$\overline{BC}\times\overline{AD}=\overline{AC}\times\overline{BE},\ 18\times10=15\times\overline{BE}$

$\therefore \overline{BE}=12\,\text{cm}$

082 답 ⑤



$\angle B=\angle C=90^\circ$에서 동위각의 크기가 같으므로 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$

$\triangle PAB$와 $\triangle PCD$에서

$\angle BAP=\angle DCP$(엇각),

$\angle APB=\angle CPD$(맞꼭지각)

$\therefore \triangle PAB \backsim \triangle PCD$(AA 닮음)

이때, 두 삼각형의 닮음비는 $\overline{AB}:\overline{CD}=8:12=2:3$ ⋯ ㉠

또한, $\triangle ABC$와 $\triangle PHC$에서 $\angle C$는 공통이고

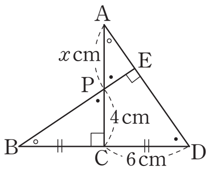
$\angle ABC=\angle PHC=90^\circ$이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle PHC$(AA 닮음) ⋯ ㉡

㉠에 의하여 $\overline{PA}:\overline{PC}=2:3$이므로 $\overline{AC}:\overline{PC}=(2+3):3=5:3$

㉡에 의하여 $\overline{AC}:\overline{PC}=\overline{AB}:\overline{PH}$이므로 $5:3=8:\overline{PH}$

$5\overline{PH}=24 \quad \therefore \overline{PH}=4.8\,\text{cm}$

083 답 ②



$\triangle BPC$와 $\triangle APE$에서

$\angle BPC=\angle APE$(맞꼭지각)이고

$\angle PCB=\angle PEA=90^\circ$이므로

$\triangle BPC \backsim \triangle APE$(AA 닮음) ⋯ ㉠야.

또한, $\triangle APE$와 $\triangle ADC$에서

$\angle A$는 공통이고, $\angle PEA=\angle DCA=90^\circ$이므로

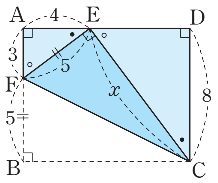
$\triangle APE \backsim \triangle ADC$(AA 닮음) ⋯ ㉡야.

㉠, ㉡에 의하여 $\triangle BPC \backsim \triangle ADC$이므로 $\overline{PC}:\overline{DC}=\overline{BC}:\overline{AC}$

이때, $\overline{BC}=\overline{CD}=6\text{ cm}$이므로

$4:6=6:(x+4),\ 4(x+4)=36,\ x+4=9 \quad \therefore x=5$

084 답 10



□ABCD가 직사각형이므로

$\angle FEC=\angle B=90^\circ$이고

$\angle AEF+\angle FEC+\angle CED=180^\circ$

이므로 $\angle AEF=90^\circ-\angle CED$ ⋯ ㉠

$\triangle DEC$에서 $\angle DCE=90^\circ-\angle CED$ ⋯ ㉡

이때, $\triangle AFE$와 $\triangle DEC$에서

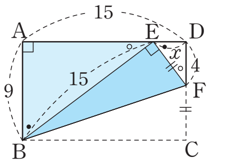
$\angle A=\angle D=90^\circ$, $\angle AEF=\angle DCE$($\because$ ㉠, ㉡)이므로

$\triangle AFE \backsim \triangle DEC$(AA 닮음)

이때, $\overline{FE}=\overline{FB}=8-3=5$이고, $\overline{FE}:\overline{EC}=\overline{AE}:\overline{DC}$이므로

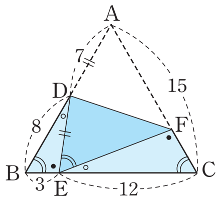
$5:x=4:8,\ 4x=40 \quad \therefore x=10$

085 답 3



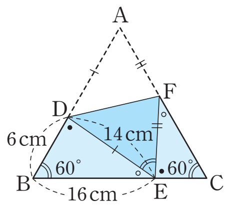
$\triangle$ABE와 $\triangle$DEF에서
$\angle AEB + \angle DEF = 90^\circ$
$\angle DEF + \angle DFE = 90^\circ$
$\therefore \angle AEB = \angle DFE$
또, $\angle A = \angle D = 90^\circ$이므로
$\triangle ABE \backsim \triangle DEF$(AA 닮음)
이때, $\overline{BE} = \overline{BC} = 15$, $\overline{EF} = \overline{FC} = \overline{CD} - \overline{FD} = 9 - 4 = 5$이고,
$\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{BE} : \overline{EF}$이므로
$9 : x = 15 : 5$, $15x = 45$
$\therefore x = 3$

086 답 $\frac{9}{2}$



$\triangle$BDE와 $\triangle$CEF에서
$\angle DEF = \angle A = 60^\circ$이므로
$\angle CEF + \angle BED = 120^\circ$에서
$\angle CEF = 120^\circ - \angle BED$ ⋯ ㉠
$\triangle$BDE에서 $\angle B = 60^\circ$이므로
$\angle BDE + \angle BED = 120^\circ$에서
$\angle BDE = 120^\circ - \angle BED$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 $\angle CEF = \angle BDE$이고, $\angle B = \angle C = 60^\circ$이므로
$\triangle BDE \backsim \triangle CEF$(AA 닮음)
정삼각형 ABC에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA} = 15$이므로
$\overline{BD} = \overline{AB} - \overline{AD} = 15 - 7 = 8$, $\overline{CE} = \overline{BC} - \overline{BE} = 15 - 3 = 12$
$\overline{BD} : \overline{CE} = \overline{BE} : \overline{CF}$이므로
$8 : 12 = 3 : \overline{CF}$, $8\overline{CF} = 36$
$\therefore \overline{CF} = \frac{9}{2}$

087 답 ③



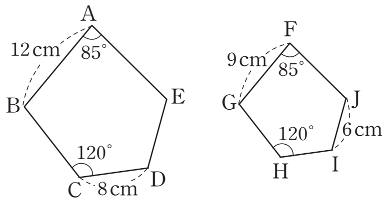
$\triangle$CFE와 $\triangle$BED에서
$\angle C = \angle B = 60^\circ$이고,
$\triangle$CFE의 한 외각인 $\angle FEB$의 크기가
$\angle C + \angle CFE = \angle FEB$이므로
$\angle CFE = \angle FEB - \angle C = \angle FEB - 60^\circ$ ⋯ ㉠
$\angle FED = \angle A = 60^\circ$이고,
$\angle FEB = \angle BED + \angle DEF$에서
$\angle BED = \angle FEB - \angle DEF = \angle FEB - 60^\circ$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 $\angle CFE = \angle BED$이므로
$\triangle CFE \backsim \triangle BED$(AA 닮음)
정삼각형 ABC에서 $\overline{AD} = \overline{DE} = 14$ cm이므로
$\overline{BC} = \overline{AB} = \overline{AD} + \overline{DB} = 14 + 6 = 20$(cm)
$\therefore \overline{CE} = \overline{BC} - \overline{BE} = 20 - 16 = 4$(cm)
$\overline{CE} : \overline{BD} = \overline{EF} : \overline{DE}$이므로
$4 : 6 = \overline{EF} : 14$ $\quad \therefore \overline{EF} = \frac{28}{3}$ cm
$\therefore \overline{AF} = \overline{EF} = \frac{28}{3}$ cm

잘 틀리는 유형 훈련+1up

p. 94

088 답 $\angle F = 85^\circ$, $\overline{DE} = 8$ cm

1st 닮은 두 도형의 대응하는 각의 크기는 같지?

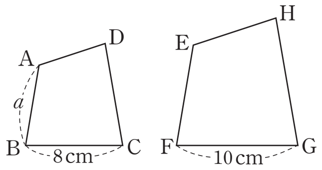


$\angle$A에 대응하는 각은 $\angle$F야. $\quad \therefore \angle F = \angle A = 85^\circ$

2nd 닮은 두 도형의 대응하는 변의 길이의 비는 닮음비와 같아.
오각형 ABCDE와 오각형 FGHIJ는 닮은 도형이고 $\overline{AB}$와 $\overline{FG}$는 대응하는 변이므로 두 도형의 닮음비는 $\overline{AB} : \overline{FG} = 12 : 9 = 4 : 3$
이때, $\overline{DE}$에 대응하는 변은 $\overline{IJ}$이고 이 두 변의 길이의 비는 두 오각형의 닮음비와 같아.
따라서 $\overline{DE} : \overline{IJ} = \overline{DE} : 6 = 4 : 3$에서 $3\overline{DE} = 24$이므로 $\overline{DE} = 8$ cm

089 답 ⑤

1st 닮은 도형의 닮음비는 대응하는 변의 길이의 비와 같아.



□ABCD$\backsim$□EFGH에 의하여 $\overline{BC}$와 $\overline{FG}$는 대응하는 변이므로 두 사각형의 닮음비를 구하면
$\overline{BC} : \overline{FG} = 8 : 10 = 4 : 5$
이때, $\overline{AB}$와 $\overline{EF}$도 대응하는 변이므로 이 두 변의 길이의 비도 닮음비와 같아.
$\overline{AB} : \overline{EF} = a : \overline{EF} = 4 : 5$, $4\overline{EF} = 5a$ $\quad \therefore \overline{EF} = \frac{5}{4}a$

090 답 ②

1st 합동과 닮음의 정의를 생각하자.
ㄱ. 모양과 크기가 같아서 완전히 포개어지는 두 도형을 합동이라 하고 한 도형을 일정한 비율로 확대 또는 축소하여 다른 도형에 포갤 수 있을 때 두 도형을 닮은 도형이라고 해.
그런데 도형 ㈏는 도형 ㈎를 확대한 도형과 합동이므로 두 도형 ㈎와 ㈏는 닮은 도형이야. (거짓)

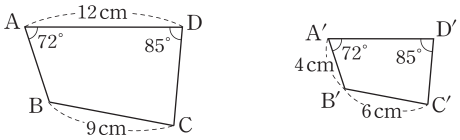
2nd 대응하는 변과 각을 찾고 두 도형의 닮음비를 구하자.
ㄴ. 닮은 도형의 닮음비는 대응하는 변의 길이의 비이고 $\overline{BC}$와 $\overline{HE}$는 대응하는 변이야. 모눈 한 칸의 길이를 1이라 할 때,
$\overline{BC} = 4$, $\overline{HE} = 8$이므로 닮음비는 $1 : 2$야. (참)
ㄷ. 점 B에 대응하는 점은 점 H이지? (참)
ㄹ. 도형 ㈎와 도형 ㈏의 닮음비가 $1 : 2$이므로 ㈏의 둘레의 길이는 ㈎의 둘레의 길이의 2배야. (거짓)
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이야.

오|답|피|하|기

도형 ㈏가 뒤집혀 있지? 뒤집혀 있는 도형 ㈏를 ㈎와 같은 모양으로 180° 회전하여 생각하면 대응변, 대응각도 찾기 쉬워져. 또, 눈금을 이용하면 변의 길이도 쉽게 구할 수 있으니까 닮음비 역시 찾기 쉬워.

091 답 ④

1st □ABCD∽□A′B′C′D′이므로 두 도형의 닮음비를 구하고 대응하는 변과 각을 이용하여 참, 거짓을 판단하자.



① 닮음비는 대응하는 변의 길이의 비이고, $\overline{BC}$에 대응하는 변은 $\overline{B'C'}$이므로 $\overline{BC}:\overline{B'C'}=9:6=3:2$ (거짓)

② 닮음비가 $3:2$이므로 $\overline{AB}:\overline{A'B'}=\overline{AB}:4=3:2$, $2\overline{AB}=12$
$\therefore \overline{AB}=6\,\text{cm}$ (거짓)

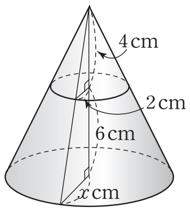
③ 닮은 도형의 대응하는 각의 크기는 같으므로
$\angle A'=\angle A=72^\circ$, $\angle D=\angle D'=85^\circ$ (거짓)

④ 닮음비가 $3:2$이므로 $\overline{AD}:\overline{A'D'}=12:\overline{A'D'}=3:2$
$3\overline{A'D'}=24$ $\quad\therefore \overline{A'D'}=8\,\text{cm}$ (참)

⑤ 닮음비가 $3:2$이므로 대응하는 변의 길이의 비도 $3:2$야.
$\therefore \overline{DC}:\overline{D'C'}=3:2$ (거짓)

092 답 ④

1st 원뿔을 밑면에 평행하게 자르면 자르기 전의 원뿔과 잘라낸 원뿔은 서로 닮음이야.



처음 원뿔과 밑면에 평행하게 잘라서 생긴 원뿔은 닮은 도형이므로 두 원뿔의 닮음비는 두 원뿔의 높이의 비와 같아.
즉, 처음 원뿔의 높이는 $4+6=10(\text{cm})$이고 잘라낸 원뿔의 높이는 $4\,\text{cm}$이므로 닮음비는 $10:4=5:2$야.

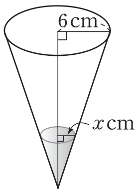
2nd 닮음비를 이용하여 처음 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 구하자.
이때, 밑면인 두 원의 닮음비는 반지름의 길이의 비와 같고 두 원뿔의 닮음비와 같으므로 처음 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 $x\,\text{cm}$라 하면
$x:2=5:2$ $\quad\therefore x=5$
따라서 처음 원뿔의 밑면의 반지름의 길이가 $5\,\text{cm}$이므로 이 원뿔의 밑면의 둘레의 길이는 $2\pi\times5=10\pi(\text{cm})$야.

오답피하기

처음 원뿔의 높이를 구할 때는 잘라낸 원뿔의 높이까지 합쳐서 구해야 하는 걸 잊으면 안 돼. 즉, 두 원뿔의 닮음비는 $4:6=2:3$이 아니라 $4:10=2:5$야. 아, 그리고 닮음비는 가장 간단한 자연수의 비로 나타내어야 한다는 거 잊지마!

093 답 2 cm

1st 두 원뿔의 높이의 비가 닮음비이지?

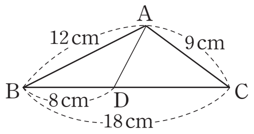


원뿔 모양의 그릇의 높이에 $\frac{1}{3}$만큼 물을 채웠으므로 원뿔 모양의 그릇과 물이 채워진 모양의 원뿔은 닮음이고 닮음비는 $3:1$이야.

2nd 닮은 입체도형에서 대응하는 면은 닮은 도형이야.
원뿔 모양의 그릇의 밑면과 물이 채워진 모양의 원뿔의 밑면은 원으로 닮음이고 밑면의 반지름의 길이의 비는 원뿔의 닮음비와 같으므로 수면의 반지름의 길이를 $x\,\text{cm}$라 하면
$6:x=3:1$, $3x=6$ $\quad\therefore x=2$

094 답 6 cm

1st 닮음인 두 삼각형부터 찾자.



△ABC와 △DBA에서 ∠B는 공통이고
$\overline{BC}:\overline{BA}=18:12=3:2$,
$\overline{AB}:\overline{DB}=12:8=3:2$이므로
△ABC∽△DBA(SAS 닮음)

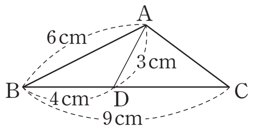
2nd 닮음비를 이용하여 $\overline{DA}$의 길이를 구해.
두 삼각형의 닮음비는 $3:2$이고 이 비는 대응하는 변의 길이의 비이므로 $\overline{AC}:\overline{DA}=9:\overline{DA}=3:2$ $\quad\therefore \overline{DA}=6\,\text{cm}$

오답피하기

∠B가 공통이지만 다른 공통인 각을 더 찾지 못한다면 주어진 길이의 비를 따져줘야 해. $\overline{AB}$가 △ABC와 △DBA에 공통으로 쓰이는 변이므로 ∠B를 이용하여 △DBA를 △ABC와 같은 모양으로 돌려놓고 생각하면 닮음비를 쉽게 찾을 수 있어.

095 답 $\frac{9}{2}$ cm

1st 닮음인 두 삼각형부터 찾자.

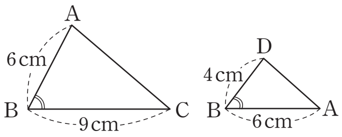


△ABC와 △DBA에서 ∠B는 공통이고
$\overline{AB}:\overline{DB}=6:4=3:2$,
$\overline{BC}:\overline{BA}=9:6=3:2$이므로
△ABC∽△DBA(SAS 닮음)

2nd 닮음비를 이용하여 $\overline{CA}$의 길이를 구해.
두 삼각형의 닮음비는 $3:2$이고 이 비는 대응하는 변의 길이의 비이므로
$\overline{CA}:\overline{AD}=\overline{CA}:3=3:2$ $\quad\therefore \overline{CA}=\frac{9}{2}\,\text{cm}$

오답피하기

그림에서 닮은 도형을 찾아야 하는데, 모든 변의 길이를 준 것도 아니고, 각의 크기가 어느 두 곳이 같다고 주어지지 않았으므로 SAS 닮음 조건을 이용해야 한다는 생각을 할 수 있어야 해. 먼저 길이가 주어진 변들이 이루고 있는 삼각형을 찾아보고 그 두 삼각형을 따로 분리해 놓고 닮았는지 비교해 보면 돼. 그림과 같이 ∠B를 공통으로 두 삼각형 ABC와 DBA를 비교해 보면 돼.



096 답 3 cm

1st 닮음인 두 삼각형을 찾아 닮음비를 구하자.
□ABCD가 평행사변형이므로 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$에 의하여
∠EAF=∠BCF(엇각)
∠EFA=∠BFC(맞꼭지각)이므로 △AFE∽△CFB(AA 닮음)
즉, 닮음비는 $\overline{AF}:\overline{CF}=6:8=3:4$

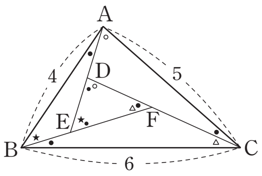
2nd 닮음비를 이용하여 $\overline{ED}$의 길이를 구하자.
$\overline{AE}:\overline{CB}=3:4$이므로 $\overline{AE}:12=3:4$
$\therefore \overline{AE}=9\,\text{cm}$
따라서 $\overline{AD}=\overline{BC}=12\,\text{cm}$이므로
$\overline{ED}=\overline{AD}-\overline{AE}=12-9=3(\text{cm})$

097 답 $\frac{25}{4}$ cm

1st $\overline{BD}$의 길이를 구하자.
$\overline{PQ}$와 $\overline{BD}$의 교점을 H라 하면
$\overline{DH}=\overline{BH}=5\,\text{cm}$
$\therefore \overline{BD}=2\overline{BH}=10(\text{cm})$
2nd 닮음인 두 삼각형을 찾아 $\overline{PD}$의 길이를 구하자.
$\angle PHD=\angle BAD=90^\circ$이고 $\angle PDH$는 공통이므로
$\triangle PDH \backsim \triangle BDA$(AA 닮음)
$\overline{PD}:\overline{BD}=\overline{DH}:\overline{DA}$이므로
$\overline{PD}:10=5:8$
$\therefore \overline{PD}=\frac{25}{4}$ cm

098 답 ①

1st 삼각형의 한 외각의 크기의 성질을 이용하여 크기가 같은 각을 찾자.
$\angle BAE=\angle CBF=\angle ACD$이므로



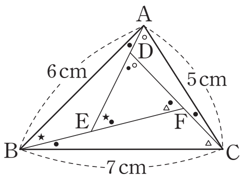
$\angle FDE=\angle CAD+\angle ACD$
$=\angle CAD+\angle BAE$
$=\angle CAB$
$\angle DEF=\angle ABE+\angle BAE$
$=\angle ABE+\angle CBF$
$=\angle ABC$
즉, $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$에서 두 쌍의 각의 크기가 각각 같으므로
$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$(AA 닮음)
2nd 닮은 도형을 이용하여 $\overline{DE}:\overline{EF}$를 구하자.
$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{CA}=4:6:5$이므로 닮은 도형인 $\triangle DEF$의 세 변의 길이의 비도 $\overline{DE}:\overline{EF}:\overline{FD}=4:6:5$야.
$\therefore \overline{DE}:\overline{EF}=4:6=2:3$

오|답|피|하|기

삼각형에서 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다는 성질을 이용하여 주어진 도형에서 크기가 같은 각을 찾는 게 중요해.

099 답 6 : 7 : 5

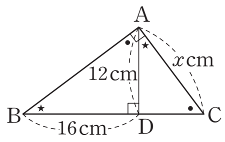
1st 삼각형의 한 외각의 크기의 성질을 이용하여 크기가 같은 각을 찾자.
$\angle BAE=\angle CBF=\angle ACD$이므로



$\angle FDE=\angle CAD+\angle ACD$
$=\angle CAD+\angle BAE$
$=\angle CAB$
$\angle DEF=\angle ABE+\angle BAE$
$=\angle ABE+\angle CBF$
$=\angle ABC$
즉, $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$에서 두 쌍의 각의 대응하는 크기가 각각 같으므로
$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$(AA 닮음)
2nd 닮은 도형을 이용하여 $\overline{DE}:\overline{EF}:\overline{FD}$를 구하자.
$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{CA}=6:7:5$이므로 닮은 도형인 $\triangle DEF$의 세 변의 길이의 비도 $\overline{DE}:\overline{EF}:\overline{FD}=6:7:5$야.

100 답 ②

1st 닮음인 두 직각삼각형을 찾아 닮음비를 구하자.
$\triangle DBA \backsim \triangle DAC$(AA 닮음)이므로



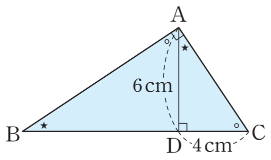
두 삼각형의 닮음 관계에 의하여
$\overline{AD}:\overline{CD}=\overline{BD}:\overline{AD}$에서
$\overline{AD}^2=\overline{CD}\times\overline{BD}$
$12^2=\overline{CD}\times 16$
$\therefore \overline{CD}=9\,\text{cm}$
2nd 마찬가지로 닮음비를 이용하여 x의 값을 구하자.
$\triangle ABC \backsim \triangle DAC$(AA 닮음)이므로 두 삼각형의 닮음 관계에 의하여
$\overline{AC}:\overline{DC}=\overline{BC}:\overline{AC}$이므로
$\overline{AC}^2=\overline{DC}\times\overline{BC}$
$x^2=\overline{DC}\times(\overline{BD}+\overline{DC})=9\times(16+9)$
$x^2=225=15^2$
$\therefore x=15$

오|답|피|하|기

직각삼각형의 닮음에서 변의 길이를 구할 때, 공식을 외우고 있으면 편리하겠지만 기억이 안난다면 풀이와 같이 닮음인 삼각형을 찾아 닮음비를 이용하여 공식을 유도할 수 있어. 이 경우 문제의 조건이 부족하다고 생각할 수 있지만 닮음인 도형을 두 번 찾아서 조건 하나를 더 만들어 x의 값을 구하면 돼.

101 답 ④

1st 닮음인 두 직각삼각형을 찾아 닮음비를 찾자.
$\triangle DBA \backsim \triangle DAC$(AA 닮음)이므로



두 삼각형의 닮음 관계에 의하여
$\overline{AD}:\overline{CD}=\overline{BD}:\overline{AD}$
$\overline{AD}^2=\overline{CD}\times\overline{BD}$
$6^2=4\overline{BD}$ $\quad\therefore \overline{BD}=9\,\text{cm}$
2nd 삼각형 ABC의 넓이를 구하자.
$\triangle ABC$는 밑변의 길이가
$\overline{BC}=\overline{BD}+\overline{CD}=9+4=13(\text{cm})$
높이가 $\overline{AD}=6\,\text{cm}$이므로
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 13\times 6=39(\text{cm}^2)$

102 답 $\frac{16}{5}$

1st $\overline{AG}$의 길이를 구하자.
$\overline{AG}^2=\overline{BG}\times\overline{CG}=8\times 2=16=4^2$
$\therefore \overline{AG}=4$
2nd 닮음인 두 삼각형을 찾고, 닮음비를 이용하여 $\overline{AH}$의 길이를 구하자.
이때, $\overline{BM}=\overline{CM}$이고, $\triangle ABC$는 $\angle A=90^\circ$인 직각삼각형이므로 외심의 성질에 의하여
$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{BC}$
$=\frac{1}{2}\times 10=5$
한편, $\angle AHG=\angle AGM=90^\circ$이고, $\angle HAG$는 공통이므로
$\triangle AHG \backsim \triangle AGM$(AA 닮음)
$\overline{AH}:\overline{AG}=\overline{AG}:\overline{AM}$이므로
$\overline{AH}:4=4:5$, $5\overline{AH}=16$
$\therefore \overline{AH}=\frac{16}{5}$

103 답 8

1st $\overline{AM}$, $\overline{AH}$의 길이를 각각 구하자.

$\triangle ABC$가 직각삼각형이고 $\overline{BM}=\overline{CM}$이므로 외심의 성질에 의하여

$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}(20+5)=\frac{25}{2}$

$\overline{AH}^2=\overline{BH}\times\overline{CH}=20\times5=100=10^2$

$\therefore\ \overline{AH}=10$

2nd $\overline{AI}$의 길이를 구하자.

$\overline{AH}^2=\overline{AI}\times\overline{AM}$

$10^2=\overline{AI}\times\frac{25}{2}$

$\therefore\ \overline{AI}=8$

104 답 9 cm

1st 닮음인 두 삼각형을 찾아 닮음비를 이용하여 $\overline{EC}$의 길이를 구해.

$\triangle ADF$와 $\triangle ABC$에서 $\overline{DF}/\!/\overline{BC}$에 의하여

$\angle AFD=\angle ACB$(동위각)이고, $\angle A$는 공통이므로

$\triangle ADF\backsim\triangle ABC$(AA 닮음)

이때, $\square BEFD$가 정사각형이므로 $\overline{BE}=\overline{DF}=\overline{DB}=12$ cm이고,

$\overline{EC}=x$ cm라 하면

$\overline{BC}=(12+x)$ cm, $\overline{AD}=\overline{AB}-\overline{DB}=28-12=16$(cm)야.

또한, 닮음 관계에 의하여 $\overline{DF}$와 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$와 $\overline{AB}$는 대응하는 변이므로

$\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{DF}:\overline{BC}$, $16:28=12:(12+x)$

$16(12+x)=28\times12$, $16x=144$ $\therefore\ x=9$

따라서 $\overline{EC}$의 길이는 9 cm야.

105 답 16 cm

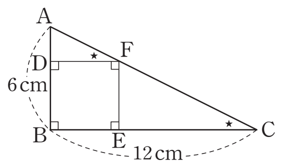
1st 닮음인 두 삼각형을 찾자.

$\triangle ADF$와 $\triangle ABC$에서 $\overline{DF}/\!/\overline{BC}$에 의하여

$\angle AFD=\angle ACB$(동위각)이고,

$\angle A$는 공통이므로

$\triangle ADF\backsim\triangle ABC$(AA 닮음)



2nd 대응하는 변의 길이의 비를 이용하여 정사각형 BEFD의 한 변의 길이를 구하자.

이때, $\square BEFD$가 정사각형이므로 $\overline{DB}=\overline{DF}=x$ cm라 하면

$\overline{AD}=(6-x)$cm야.

또한, 닮음 관계에 의하여 $\overline{AD}$와 $\overline{AB}$, $\overline{DF}$와 $\overline{BC}$는 대응하는 변이므로

$\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{DF}:\overline{BC}$, $(6-x):6=x:12$

$12(6-x)=6x$, $18x=72$ $\therefore\ x=4$

따라서 정사각형 BEFD의 둘레의 길이는 $4\times4=16$(cm)

106 답 ③

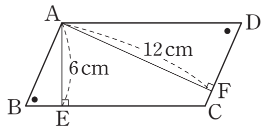
1st 평행사변형의 대각의 크기가 같음을 이용하여 닮은 두 삼각형을 찾자.

$\square ABCD$는 평행사변형이므로

$\angle B=\angle D$이고,

$\angle AEB=\angle AFD=90^\circ$이므로

$\triangle ABE\backsim\triangle ADF$(AA 닮음)



2nd 닮은 두 삼각형의 대응변을 찾아 닮음비를 구하자.

$\overline{AB}$와 $\overline{AD}$, $\overline{AE}$와 $\overline{AF}$는 각각 대응하는 변이므로

$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AE}:\overline{AF}=6:12=1:2$

[다른 풀이]

두 점 A, C를 이으면 $\triangle ABC$와 $\triangle ACD$는 평행사변형 ABCD의 넓이의 절반이므로 $\triangle ABC=\triangle ACD$에 의하여

$\frac{1}{2}\times\overline{AE}\times\overline{BC}=\frac{1}{2}\times\overline{AF}\times\overline{CD}$

$\frac{1}{2}\times6\times\overline{BC}=\frac{1}{2}\times12\times\overline{CD}$, $\overline{BC}=2\overline{CD}$

$\therefore\ \overline{CD}:\overline{BC}=1:2$

이때, 평행사변형의 대변의 길이는 같으므로

$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{CD}:\overline{BC}=1:2$

오|답|피|하|기

수학은 다른 단원과의 연관성이 많아. 특히, 도형의 경우 통합된 개념을 묻는 문제가 틀리기 쉬우니까 여러 가지 도형의 성질을 틈틈이 정리해 두자. 여기서 평행사변형의 성질을 알고 있지 못하면 닮음인 삼각형을 찾을 수 없었을 거야.

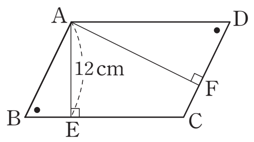
107 답 18 cm

1st 평행사변형의 대각의 크기가 같음을 이용하여 닮은 두 삼각형을 찾자.

$\square ABCD$는 평행사변형이므로 $\angle B=\angle D$이고

$\angle AEB=\angle AFD=90^\circ$이므로

$\triangle ABE\backsim\triangle ADF$(AA 닮음)



2nd 닮음비를 이용하여 $\overline{AF}$의 길이를 구해.

닮은 두 삼각형에서 $\overline{AB}$와 $\overline{AD}$는 대응하는 변이고

$\overline{AB}:\overline{AD}=2:3$이므로 $\triangle ABE$와 $\triangle ADF$의 닮음비는 $2:3$이야.

이때, $\overline{AF}$에 대응되는 변은 $\overline{AE}$이므로

$\overline{AE}:\overline{AF}=12:\overline{AF}=2:3$

$2\overline{AF}=36$ $\therefore\ \overline{AF}=18$ cm

108 답 12

1st 닮음인 두 삼각형을 찾자.

$\triangle ABC'$과 $\triangle DC'E$에서 $\angle A$와 $\angle D$의 크기가 90°이므로

$\angle A=\angle D$이고, $\angle AC'B=\angle DEC'$

$\therefore\ \triangle ABC'\backsim\triangle DC'E$ (AA 닮음)

2nd 접은 종이의 성질을 이용하여 $\overline{DH}$의 길이를 구하자.

접은 종이이므로 $\overline{BC'}=\overline{BC}=75$, $\overline{C'E}=\overline{CE}=25$야.

즉, $\overline{AB}:\overline{DC'}=\overline{BC'}:\overline{C'E}$에서

$\overline{AB}:\overline{DC'}=75:25=3:1$이므로

$\overline{DC'}=\frac{1}{3}\overline{AB}=\frac{1}{3}\times45=15$

이때, $\overline{DE}=\overline{DC}-\overline{EC}=45-25=20$이고

$\triangle DC'E$의 넓이는 $\frac{1}{2}\times\overline{DC'}\times\overline{DE}=\frac{1}{2}\times\overline{C'E}\times\overline{DH}$이므로

$\frac{1}{2}\times15\times20=\frac{1}{2}\times25\times\overline{DH}$

$\therefore\ \overline{DH}=12$

109 답 $\frac{15}{2}$ cm

1st 닮음인 두 삼각형을 찾자.

$\angle EBD=\angle DBC$ (접은 각)이고,

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle EDB=\angle DBC$ (엇각)

즉, $\angle EBD=\angle EDB$이므로 $\triangle EBD$는 $\overline{EB}=\overline{ED}$인 이등변삼각형이지?

한편, 이등변삼각형 EBD에서 $\overline{EF}\perp\overline{BD}$이므로

$\overline{BF}=\overline{FD}=\frac{1}{2}\,\overline{BD}=\frac{1}{2}\times 20=10$(cm)

$\triangle BEF$와 $\triangle BDC'$에서 $\angle C'BD$는 공통이고

$\angle EFB=\angle DC'B=90^\circ$이므로

$\triangle BEF \backsim \triangle BDC'$ (AA 닮음)

2nd 접은 종이의 성질을 이용하여 $\overline{EF}$의 길이를 구하자.

이때, 접은 종이이므로

$\overline{DC'}=\overline{DC}=12$ cm, $\overline{BC'}=\overline{BC}=16$ cm

즉, $\overline{EF}:\overline{DC'}=\overline{BF}:\overline{BC'}$이므로

$\overline{EF}:\overline{DC'}=10:16=5:8$

$\therefore \overline{EF}=\frac{5}{8}\,\overline{DC'}=\frac{5}{8}\times 12=\frac{15}{2}$(cm)

110 답 ②

1st 정삼각형의 세 내각의 크기가 60°임을 이용하여 닮음인 두 삼각형을 찾자.

$\triangle BED$와 $\triangle CFE$에서 $\angle B=\angle C=60^\circ$ ⋯ ㉠

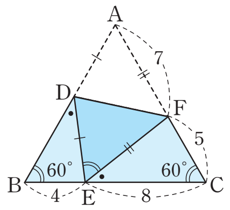
$\angle DEC=\angle B+\angle BDE=60^\circ+\angle BDE$

$\qquad=60^\circ+\angle CEF$

이므로 $\angle BDE=\angle CEF$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡에 의하여

$\triangle BED \backsim \triangle CFE$(AA 닮음)



2nd 닮음인 두 삼각형의 대응하는 변의 길이의 비는 닮음비와 같아.

$\overline{BE}=4$, $\overline{EF}=7$, $\overline{FC}=5$이므로

$\overline{AF}=\overline{EF}=7$

$\overline{BC}=\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{FC}=7+5=12$

$\overline{CE}=\overline{BC}-\overline{BE}=12-4=8$

이때, $\triangle BED$와 $\triangle CFE$의 닮음비는 $\overline{BE}:\overline{CF}=4:5$이므로

$\overline{BD}:\overline{CE}=\overline{BD}:8=4:5$

$5\overline{BD}=32$

$\therefore \overline{BD}=\frac{32}{5}$

오|답|피|하|기

삼각형에서 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같음을 이용하여 크기가 같은 각을 찾아 대응각을 알아내야 해. 또한, 접은 도형이기 때문에 접어서 생기는 도형의 길이가 같은 변만 잘 찾아내면 구하고자 하는 변의 길이를 구할 수 있어.

111 답 $\frac{35}{4}$ cm

1st 정삼각형의 세 내각의 크기는 60°임을 이용하여 닮음인 두 삼각형을 찾자.

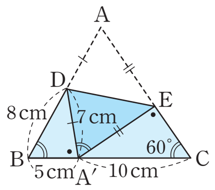
$\triangle BDA'$과 $\triangle CA'E$에서

$\angle B=\angle C=60^\circ$ ⋯ ㉠

$\angle BA'D+\angle DA'E+\angle EA'C=180^\circ$에서

$\angle BA'D=180^\circ-60^\circ-\angle EA'C$

$\qquad=120^\circ-\angle EA'C$



또, $\triangle EA'C$에서

$\angle CEA'=180^\circ-\angle C-\angle EA'C=120^\circ-\angle EA'C$

$\therefore \angle BA'D=\angle CEA'$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $\triangle BDA' \backsim \triangle CA'E$(AA 닮음)

2nd 닮음인 두 삼각형의 대응하는 변의 길이의 비는 닮음비와 같아.

$\overline{AD}=\overline{A'D}=7$ cm에서 $\overline{BC}=\overline{AB}=\overline{BD}+\overline{AD}=8+7=15$(cm)이고, $\overline{A'C}=\overline{BC}-\overline{BA'}=15-5=10$(cm)

이때, $\triangle BDA'$과 $\triangle CA'E$의 닮음비는 $\overline{BD}:\overline{CA'}=8:10=4:5$이므로 $\overline{DA'}:\overline{A'E}=7:\overline{A'E}=4:5$

$\therefore \overline{AE}=\overline{A'E}=\frac{35}{4}$ cm

서술형 다지기

p. 98

[112-113 채점기준표]

Ⅰ	두 입체도형의 닮음비를 구한다.	40%
Ⅱ	x, y의 값을 각각 구한다.	40%
Ⅲ	$x+y$의 값을 구한다.	20%

112 답 12

먼저, 대응변을 찾아 닮음비를 구하자.

$\overline{FG}$와 $\overline{NO}$가 대응변이므로 두 직육면체의 닮음비는

$\overline{FG}:\overline{NO}=3:6=1:2$ ⋯ Ⅰ

그다음, 닮음비를 이용하여 x와 y의 값을 각각 구하자.

$\overline{GH}:\overline{OP}=4:x=1:2$에서 $x=8$

$\overline{DH}:\overline{LP}=2:y=1:2$에서 $y=4$ ⋯ Ⅱ

그래서, $x+y$의 값을 구하자.

$\therefore x+y=8+4=12$ ⋯ Ⅲ

113 답 14

먼저, 대응변을 찾아 닮음비를 구하자.

$\overline{AD}$와 $\overline{IL}$이 대응하는 변이므로 두 사각뿔대의 닮음비는

$\overline{AD}:\overline{IL}=9:6=3:2$ ⋯ Ⅰ

그다음, 닮음비를 이용하여 x, y의 값을 각각 구하자.

$\overline{GH}:\overline{OP}=x:4=3:2$에서 $x=6$

$\overline{FG}:\overline{NO}=12:y=3:2$에서 $y=8$ ⋯ Ⅱ

그래서, $x+y$의 값을 구하자.

$\therefore x+y=6+8=14$ ⋯ Ⅲ

[114-115 채점기준표]

Ⅰ	직각삼각형의 닮음을 이용한다.	50%
Ⅱ	직각삼각형의 넓이 공식을 이용하거나 선분의 길이를 구한다.	30%
Ⅲ	구하고자 하는 값이나 삼각형의 넓이를 구한다.	20%

114 답 16

먼저, x의 값을 구한 뒤 z의 값을 구하자.

$\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}$이므로

$5^2=3\times(3+x)$ $\quad\therefore x=\dfrac{16}{3}$

또한, $\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{DC}$이므로

$z^2=3\times x=3\times\dfrac{16}{3}=16=4^2$ $\quad\therefore z=4$

그다음, $\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{AD}\times\overline{BC}$를 이용하여 y의 값을 구하자.

$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{AD}\times\overline{BC}$이므로

$5\times y=4\times\left(3+\dfrac{16}{3}\right)$ $\quad\therefore y=\dfrac{20}{3}$

그래서, $x+y+z$의 값을 구하자.

$\therefore x+y+z=\dfrac{16}{3}+\dfrac{20}{3}+4=16$

115 답 20 cm^2

먼저, $\overline{BD}^2$의 값을 구하자.

$\overline{BD}^2=\overline{AD}\times\overline{DC}=2\times8=16=4^2$

그다음, $\overline{BD}$의 길이를 구하자.

$\therefore \overline{BD}=4\text{ cm}$

그래서, 삼각형 ABC의 넓이를 구하자.

$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BD}=\dfrac{1}{2}\times10\times4=20(\text{cm}^2)$

116 답 $810\pi\text{ cm}^3$

물이 채워진 부분의 높이는 $40\times\dfrac{3}{4}=30(\text{cm})$ … Ⅰ

이때, 수면의 반지름의 길이를 r cm라 하면 닮음인 두 원뿔의 닮음비는 높이의 비와 같으므로 $30:40=3:4$

$r:12=3:4$에서 $r=9$ … Ⅱ

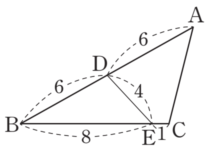
따라서 물의 부피는

$\dfrac{1}{3}\times\pi\times9^2\times30=810\pi(\text{cm}^3)$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	물이 채워진 높이를 구한다.	20%
Ⅱ	닮음인 두 원뿔을 이용하여 수면의 반지름의 길이를 구한다.	40%
Ⅲ	물의 부피를 구한다.	40%

117 답 6



점 D는 $\overline{AB}$의 중점이므로

$\overline{BD}=\overline{AD}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=6$

$\triangle ABC$와 $\triangle EBD$에서

$\overline{AB}:\overline{EB}=12:8=3:2$,

$\overline{BC}:\overline{BD}=9:6=3:2$,

$\angle B$는 공통이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle EBD$(SAS 닮음) … Ⅰ

이때, 닮음비는 $3:2$이다. … Ⅱ

즉, $\overline{AC}:\overline{ED}=\overline{AC}:4=3:2$이므로

$2\overline{AC}=12$ $\quad\therefore \overline{AC}=6$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	닮음인 두 삼각형을 찾는다.	40%
Ⅱ	닮음비를 구한다.	30%
Ⅲ	닮음비를 이용하여 $\overline{AC}$의 길이를 구한다.	30%

118 답 15 cm

두 삼각형 ABC, EBD에서

$\angle B$는 공통이고 $\angle ACB=\angle EDB$이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle EBD$(AA 닮음) … Ⅰ

이때, 닮음비는 $\overline{AC}:\overline{ED}=10:4=5:2$

즉, $\overline{BC}:\overline{BD}=5:2$이므로 $\overline{BC}:6=5:2$ … Ⅱ

$\therefore \overline{BC}=15\text{ cm}$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	닮음인 두 삼각형을 찾는다.	40%
Ⅱ	닮음비를 구한다.	30%
Ⅲ	닮음비를 이용하여 $\overline{BC}$의 길이를 구한다.	30%

119 답 7 : 2

$\triangle ADC$와 $\triangle DEB$에서 $\angle B=\angle C=60°$이고

$\angle CAD=180°-(\angle C+\angle ADC)=180°-(60°+\angle ADC)$

$=180°-(\angle ADE+\angle ADC)=\angle BDE$

이므로 $\triangle ADC \backsim \triangle DEB$ (AA 닮음) … Ⅰ

이때, $\overline{DC}=1$이라 하면

$\overline{BD}:\overline{DC}=2:1$에 의하여 $\overline{BD}=2$, $\overline{DC}=1$, $\overline{AC}=3$이고,

$\overline{DC}:\overline{EB}=\overline{AC}:\overline{DB}$이므로 $\overline{DC}:\overline{EB}=3:2$

$\therefore \overline{EB}=\dfrac{2}{3}\overline{DC}=\dfrac{2}{3}$ … Ⅱ

따라서 $\overline{AE}=\overline{AB}-\overline{EB}=3-\dfrac{2}{3}=\dfrac{7}{3}$이므로

$\overline{AE}:\overline{EB}=\dfrac{7}{3}:\dfrac{2}{3}=7:2$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	닮음인 두 삼각형을 찾는다.	50%
Ⅱ	닮음비를 이용하여 $\overline{EB}$의 길이를 구한다.	30%
Ⅲ	$\overline{AE}:\overline{EB}$를 구한다.	20%

120 답 12 cm

$\overline{AG}^2=\overline{BG}\times\overline{GC}=40\times10=400=20^2$ $\quad\therefore \overline{AG}=20\text{ cm}$ … Ⅰ

또, 점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로

$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{MC}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=25(\text{cm})$

$\therefore \overline{MG}=\overline{MC}-\overline{GC}=25-10=15(\text{cm})$ … Ⅱ

이때, $\triangle AMG=\dfrac{1}{2}\times\overline{AM}\times\overline{GH}=\dfrac{1}{2}\times\overline{MG}\times\overline{AG}$이므로

$\dfrac{1}{2}\times25\times\overline{GH}=\dfrac{1}{2}\times15\times20$ $\quad\therefore \overline{GH}=12\text{ cm}$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	직각삼각형의 닮음을 이용하여 $\overline{AG}$의 길이를 구한다.	30%
Ⅱ	직각삼각형의 외심을 이용하여 $\overline{MG}$의 길이를 구한다.	40%
Ⅲ	직각삼각형의 넓이를 이용하여 $\overline{GH}$의 길이를 구한다.	30%

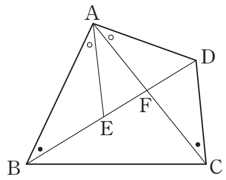
최고난도 만점 문제

p. 100

M

121 답 ④

1st 주어진 조건을 이용하여 닮은 삼각형을 찾자.



① $\angle ABE=\angle ACD$, $\angle BAE=\angle CAD$이므로
$\triangle ABE \backsim \triangle ACD$(AA 닮음) (참)

② $\triangle ABE \backsim \triangle ACD$(AA 닮음)이므로
$\triangle ABE$의 $\overline{AB}$와 $\overline{AE}$의 길이의 비와
$\triangle ACD$의 $\overline{AC}$와 $\overline{AD}$의 길이의 비는 같아.
$\therefore \overline{AB} : \overline{AE}=\overline{AC} : \overline{AD}$ … ㉠
$\angle BAC=\angle BAD-\angle CAD$
$=\angle BAD-\angle BAE=\angle EAD$ … ㉡
㉠, ㉡에 의하여 $\triangle ABC \backsim \triangle AED$(SAS 닮음) (참)

③ $\angle ABF=\angle DCF$, $\angle AFB=\angle DFC$(맞꼭지각)이므로
$\triangle ABF \backsim \triangle DCF$(AA 닮음) (참)

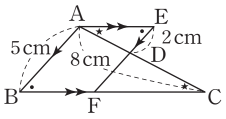
④ $\triangle AEF \backsim \triangle FCD$는 주어진 조건만으로 알 수 없어. (거짓)

⑤ ②에 의하여 $\triangle ABC \backsim \triangle AED$이므로 $\angle ADF=\angle BCF$이고,
$\angle AFD=\angle BFC$(맞꼭지각)이므로
$\triangle AFD \backsim \triangle BFC$(AA 닮음) (참)

122 답 4.8 cm

1st 보조선을 그어 평행사변형의 성질로 닮음인 두 삼각형을 찾자.

$\overline{ED}$의 연장선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 F라 하면 □ABFE는 평행사변형이 돼.



평행사변형 ABFE의 대각의 크기는 같으므로 $\angle ABC=\angle DEA$이고
$\angle ACB=\angle DAE$(엇각)
$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle DEA$(AA 닮음)

2nd 닮음비를 이용하여 $\overline{CD}$의 길이를 구해.

이때, 두 삼각형의 닮음비는 $\overline{AB} : \overline{DE}=5 : 2$이므로
$\overline{AC} : \overline{DA}=8 : (8-\overline{CD})=5 : 2$
$5(8-\overline{CD})=16$, $5\overline{CD}=24$
$\therefore \overline{CD}=4.8\,\text{cm}$

123 답 144

1st 직각삼각형의 성질을 이용하여 $\overline{BC}\times\overline{AC}$의 값을 구해.

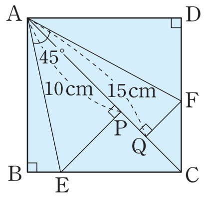
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{CD}=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AC}$이므로
$\overline{AB}\times\overline{CD}=\overline{BC}\times\overline{AC}$가 성립해.
$\therefore \overline{BC}\times\overline{AC}=5\times2.4=12$ … ㉠

2nd 두 정사각형의 넓이의 곱을 구해.

이때, 정사각형 BEFC와 정사각형 ACGH의 넓이의 곱은
$\overline{BC}^2\times\overline{AC}^2$이므로
$\overline{BC}^2\times\overline{AC}^2=(\overline{BC}\times\overline{AC})^2=12^2$($\because$ ㉠)$=144$

124 답 150 cm²

1st 직각을 이용해 닮음인 삼각형을 찾자.



$\angle ABE=\angle AQF=90^\circ$이고 정사각형의 대각선 AC에서
$\angle BAE=45^\circ-\angle EAP=\angle QAF$ … ㉠
이므로 $\triangle ABE \backsim \triangle AQF$(AA 닮음)
즉, $\overline{AB} : \overline{AQ}=\overline{AE} : \overline{AF}$이므로
$\frac{\overline{AB}}{\overline{AQ}}=\frac{\overline{AE}}{\overline{AF}}$ … ㉡
또한, $\angle BAE=\angle QAF$이고 대각선 AC에서
$\angle EAP=45^\circ-\angle BAE=45^\circ-\angle QAF$($\because$ ㉠)$=\angle FAD$,
$\angle APE=\angle ADF=90^\circ$이므로 $\triangle AEP \backsim \triangle AFD$(AA 닮음)
즉, $\overline{AP} : \overline{AD}=\overline{AE} : \overline{AF}$이므로 $\frac{\overline{AP}}{\overline{AD}}=\frac{\overline{AE}}{\overline{AF}}$ … ㉢
㉡, ㉢에 의하여 $\frac{\overline{AB}}{\overline{AQ}}=\frac{\overline{AP}}{\overline{AD}}$ … ㉣

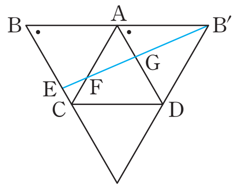
2nd $\frac{\overline{AB}}{\overline{AQ}}=\frac{\overline{AP}}{\overline{AD}}$를 이용하여 정사각형의 넓이를 구하자.

이때, 정사각형 ABCD의 넓이는 $\overline{AB}\times\overline{AD}$이므로 ㉣에서
$\overline{AB}\times\overline{AD}=\overline{AP}\times\overline{AQ}=10\times15=150$
$\therefore$ □ABCD$=150\,\text{cm}^2$

125 답 $\frac{2}{3}a$

1st 정사면체의 전개도를 그려 닮음인 두 삼각형을 찾자.

그림과 같이 정사면체 ABCD의 전개도에서 실의 최소 길이는 $\overline{EB'}$이야.



$\overline{BE} : \overline{EC}=4 : 1$이므로 $\overline{BC}=a$에서
$\overline{BE}=\frac{4}{5}a$, $\overline{EC}=\frac{1}{5}a$
이때, $\angle B'AG=\angle B=60^\circ$이고
$\angle GB'A$는 공통이므로
$\triangle AGB' \backsim \triangle BEB'$ (AA 닮음)

2nd 닮음비를 이용하여 $\overline{AG}$의 길이를 a로 나타내자.

$\overline{AG} : \overline{BE}=\overline{AB'} : \overline{BB'}$이므로
$\overline{AG} : \overline{BE}=a : 2a=1 : 2$
$\therefore \overline{AG}=\frac{1}{2}\overline{BE}=\frac{2}{5}a$

3rd 실에 의하여 만들어진 닮음인 두 삼각형을 찾아 $\overline{AF}$의 길이를 a로 나타내자.

또한, $\angle AFG=\angle CFE$ (맞꼭지각)이고
$\angle GAF=\angle ECF=60^\circ$이므로
$\triangle AFG \backsim \triangle CFE$(AA 닮음)
$\overline{AF} : \overline{CF}=\overline{AG} : \overline{CE}$이므로
$\overline{AF} : \overline{CF}=\frac{2}{5}a : \frac{1}{5}a=2 : 1$
$\therefore \overline{AF}=\frac{2}{3}\overline{AC}=\frac{2}{3}a$

N 평행선과 선분의 길이의 비

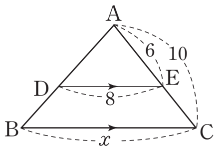
개념 다지기 001~039 정답은 p. 4에 있습니다.

유형 다지기 학교시험+학력평가

p. 106

040 답 ④

$\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$에 의하여 $\overline{AE} : \overline{AC} = \overline{DE} : \overline{BC}$
이므로 $6 : 10 = 8 : x$
$3 : 5 = 8 : x$, $3x = 40$
$\therefore x = \dfrac{40}{3}$



041 답 $\dfrac{15}{2}$

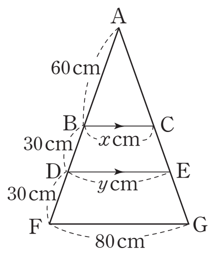
$\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$에 의하여 $\overline{BC} : \overline{DE} = \overline{AC} : \overline{AE}$이므로
$5 : x = 6 : 9$, $5 : x = 2 : 3$
$2x = 15$ $\quad \therefore x = \dfrac{15}{2}$

042 답 ⑤

$\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$에 의하여 $\overline{AC} : \overline{AE} = \overline{AB} : \overline{AD}$이므로
$x : 8 = 15 : 10$, $x : 8 = 3 : 2$
$2x = 24$ $\quad \therefore x = 12$
또한, $\overline{BC} : \overline{DE} = \overline{AB} : \overline{AD}$이므로
$12 : y = 15 : 10$, $12 : y = 3 : 2$
$3y = 24$ $\quad \therefore y = 8$
$\therefore x + y = 12 + 8 = 20$

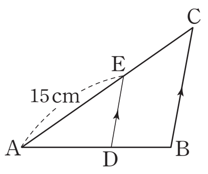
043 답 $x=40$, $y=60$

그림과 같이 각 선분의 교점을 나타내면
$\overline{BC} /\!/ \overline{FG}$에서 $\overline{BC} : \overline{FG} = \overline{AB} : \overline{AF}$이므로
$x : 80 = 60 : 120$, $x : 80 = 1 : 2$, $2x = 80$
$\therefore x = 40$
또한, $\overline{DE} /\!/ \overline{FG}$에서 $\overline{DE} : \overline{FG} = \overline{AD} : \overline{AF}$
이므로 $y : 80 = 90 : 120$, $y : 80 = 3 : 4$
$4y = 240$ $\quad \therefore y = 60$



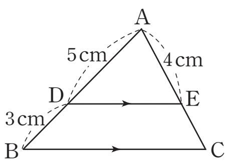
044 답 ④

$\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$에 의하여
$\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$
이고 $\overline{AD} : \overline{DB} = 3 : 2$이므로
$3 : 2 = 15 : \overline{EC}$, $3\overline{EC} = 30$
$\therefore \overline{EC} = 10\,\text{cm}$



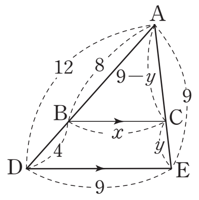
045 답 $\dfrac{12}{5}$ cm

$\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$에 의하여
$\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$이므로
$5 : 3 = 4 : \overline{EC}$, $5\overline{EC} = 12$
$\therefore \overline{EC} = \dfrac{12}{5}$ cm



046 답 ②

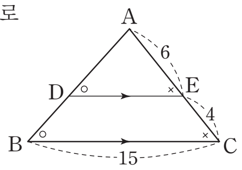
$\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$에 의하여
$\overline{BC} : \overline{DE} = \overline{AB} : \overline{AD}$이므로
$x : 9 = 8 : 12 = 2 : 3$
$3x = 18$ $\quad \therefore x = 6$
또한, $\overline{AE} : \overline{CE} = \overline{AD} : \overline{BD}$이므로
$9 : y = 12 : 4 = 3 : 1$, $3y = 9$ $\quad \therefore y = 3$
$\therefore x + y = 6 + 3 = 9$



[다른 풀이]
$\overline{AC} : \overline{AE} = \overline{AB} : \overline{AD}$이므로
$(9-y) : 9 = 8 : 12 = 2 : 3$
$3(9-y) = 18$ $\quad \therefore y = 3$

047 답 ④

① $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$이므로 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC} = 6 : 4 = 3 : 2$ (참)
② $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$이므로 $\overline{DE} : \overline{BC} = \overline{AE} : \overline{AC}$
$\overline{DE} : 15 = 6 : 10 = 3 : 5$ $\quad \therefore \overline{DE} = 9$ (참)
③ $\triangle ADE$와 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$이므로
$\angle ADE = \angle ABC$(동위각)
$\angle AED = \angle ACB$(동위각)
$\therefore \triangle ADE \backsim \triangle ABC$(AA 닮음) (참)
④ $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$이므로
$\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC} = 6 : 10 = 3 : 5$
그런데 $\overline{AD} = 9$이면 $9 : \overline{AB} = 3 : 5$이므로 $\overline{AB} = 15$ (거짓)
⑤ ③에서 $\triangle ADE \backsim \triangle ABC$이므로 $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC}$ (참)



048 답 9

$\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$에 의하여 $\overline{AD} : \overline{BD} = \overline{AE} : \overline{CE}$이므로
$3 : x = 4 : 12 = 1 : 3$
$\therefore x = 9$

049 답 80

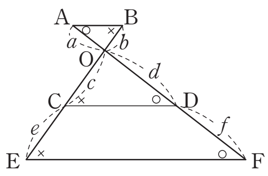
다리미판의 윗면이 바닥면과 평행하므로
$40 : x = 36 : 72 = 1 : 2$
$\therefore x = 80$

050 답 $\dfrac{15}{2}$

$\overline{AB} /\!/ \overline{CD} /\!/ \overline{EF}$에 의하여 $\overline{BE} : \overline{CE} = \overline{AF} : \overline{DF}$이므로
$x : 3 = (6+4) : 4 = 5 : 2$
$\therefore x = \dfrac{15}{2}$

오답피하기

두 평행선에 대한 선분의 길이의 비에서 $\overline{CD}$가 더 추가되었지? 그림과 같이 삼각형이 주어질 때 역시 삼각형의 닮음비를 이용하면 돼. $\overline{AB} /\!/ \overline{CD} /\!/ \overline{EF}$이므로 엇각과 동위각의 크기가 같지?



$\therefore \triangle OAB \backsim \triangle ODC \backsim \triangle OFE$(AA 닮음)
즉, 그림과 같이 한 꼭짓점을 교점으로 가진 서로 평행한 변이 있는 두 삼각형에서 세 변의 길이의 비는 모두 같아.

051 답 ④

$\overline{BC} /\!/ \overline{DE} /\!/ \overline{GF}$에 의하여

$\overline{GE} : \overline{EC} = \overline{FD} : \overline{DB}$이므로

$6 : 4 = (x-3) : 3$, $4(x-3) = 18$

$x-3 = 4.5$ $\quad \therefore x = 7.5$

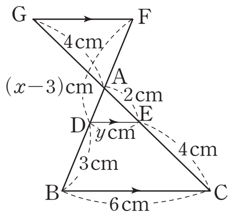
$\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$에 의하여

$\overline{DE} : \overline{BC} = \overline{AE} : \overline{AC}$이므로

$y : 6 = 2 : (2+4)$

$6y = 12$ $\quad \therefore y = 2$

$\therefore x + y = 7.5 + 2 = 9.5$



[다른 풀이]

$\overline{GC} : \overline{EC} = \overline{FB} : \overline{DB}$이므로 $10 : 4 = x : 3$, $4x = 30$ $\quad \therefore x = 7.5$

(이하 동일)

052 답 $\frac{27}{5}$

$\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$이므로 $\triangle ABC$에서

$\overline{AE} : \overline{EC} = \overline{AD} : \overline{DB} = 9 : 6 = 3 : 2$ ⋯ ㉠

또한, $\overline{DC} /\!/ \overline{FE}$이므로 $\triangle ADC$에서

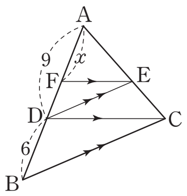
$\overline{AF} : \overline{FD} = \overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 2$ ($\because$ ㉠) ⋯ ㉡

즉, $\overline{AD} = 9$이고, ㉡에 의하여

$\overline{AD} : \overline{AF} = (\overline{AF} + \overline{FD}) : \overline{AF}$

$= (3+2) : 3 = 5 : 3$

$\therefore x = \frac{3}{5}\overline{AD} = \frac{3}{5} \times 9 = \frac{27}{5}$



053 답 ②

$\triangle ABH$에서 $\overline{BH} /\!/ \overline{DG}$에 의하여 $\overline{AB} : \overline{DB} = \overline{AH} : \overline{GH}$이므로

$8 : x = (3+2) : 2$, $5x = 16$ $\quad \therefore x = \frac{16}{5}$

$\triangle AHC$에서 $\overline{HC} /\!/ \overline{GE}$에 의하여 $\overline{AG} : \overline{GH} = \overline{AE} : \overline{EC}$이므로

$3 : 2 = y : 3$, $2y = 9$ $\quad \therefore y = \frac{9}{2}$

$\therefore xy = \frac{16}{5} \times \frac{9}{2} = \frac{72}{5}$

054 답 $\frac{9}{2}$

$\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$이므로 $\overline{BQ} /\!/ \overline{DP}$야.

즉, $\triangle ABQ$에서

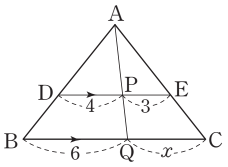
$\overline{AP} : \overline{AQ} = \overline{DP} : \overline{BQ}$이므로

$\overline{AP} : \overline{AQ} = 4 : 6 = 2 : 3$

또, $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$이므로 $\overline{QC} /\!/ \overline{PE}$야.

즉, $\triangle AQC$에서 $\overline{AP} : \overline{AQ} = \overline{PE} : \overline{QC}$

이므로 $2 : 3 = 3 : x$, $2x = 9$ $\quad \therefore x = \frac{9}{2}$



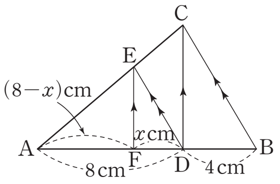
055 답 $\frac{8}{3}$ cm

$\overline{FD} = x$cm라 하면 $\overline{AF} = (8-x)$cm

이때, $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\triangle ABC$에서

$\overline{AE} : \overline{EC} = \overline{AD} : \overline{DB} = 8 : 4 = 2 : 1$

또한, $\overline{CD} /\!/ \overline{EF}$에 의하여 $\triangle ADC$에서 $\overline{AF} : \overline{FD} = \overline{AE} : \overline{EC} = 2 : 1$이므로



$(8-x) : x = 2 : 1$, $2x = 8 - x$, $3x = 8$ $\quad \therefore x = \frac{8}{3}$

$\therefore \overline{FD} = \frac{8}{3}$ cm

056 답 $\frac{12}{5}$

마름모 BDEF의 한 변의 길이를 x라 하면

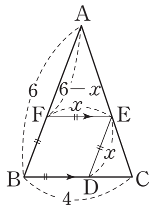
$\overline{FE} = x$이고, $\overline{FE} /\!/ \overline{BC}$에 의하여

$\overline{AF} : \overline{AB} = \overline{FE} : \overline{BC}$이므로

$(6-x) : 6 = x : 4$, $6x = 4(6-x)$, $10x = 24$

$\therefore x = \frac{12}{5}$

따라서 마름모 BDEF의 한 변의 길이는 $\frac{12}{5}$야.



057 답 $\frac{9}{2}$ cm

□ABCD가 평행사변형이므로

$\overline{AB} = \overline{DC} = 3$cm

$\overline{BE} = \overline{AE} - \overline{AB} = 5 - 3 = 2$(cm)

$\triangle EDA$에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{BP}$이므로

$\overline{AB} : \overline{BE} = \overline{PD} : \overline{PE} = 3 : 2$

$\triangle PAE$와 $\triangle PFD$에서 $\overline{AE} /\!/ \overline{DF}$

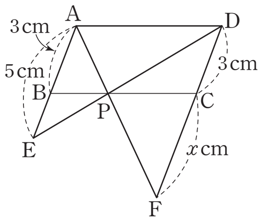
이므로 $\overline{CF} = x$cm라 하면

$\overline{PE} : \overline{PD} = \overline{AE} : \overline{FD}$에서

$2 : 3 = 5 : (3+x)$, $2(3+x) = 15$

$2x = 9$ $\quad \therefore x = \frac{9}{2}$

$\therefore \overline{CF} = \frac{9}{2}$ cm



★ **닮은 도형 찾기**

이런 유형의 문제는 닮은 도형을 어떻게 잡느냐에 따라 풀이 방법이 여러 개가 나오지.

$\triangle AED$에서 $\overline{ED} : \overline{PD} = \overline{EA} : \overline{BA} = 5 : 3$

$\triangle APE$와 $\triangle FPD$에서 $\overline{AF} : \overline{PF} = \overline{ED} : \overline{PD} = 5 : 3$

마지막으로 $\triangle ADF$에서 $\overline{DF} : \overline{CF} = \overline{AF} : \overline{PF} = 5 : 3$

$(x+3) : x = 5 : 3$ $\quad \therefore x = \frac{9}{2}$

결과는 같으므로 여러 가지 방법으로 닮은 도형을 찾아 문제를 풀어 보면서 도형을 자유자재로 이용할 수 있도록 연습하자.

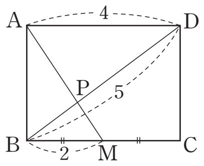
058 답 $\frac{5}{3}$

$\triangle BMP$과 $\triangle DAP$에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{BM}$에 의하여

$\overline{BP} : \overline{DP} = \overline{BM} : \overline{DA}$이므로

$\overline{BP} : \overline{DP} = 2 : 4 = 1 : 2$

$\therefore \overline{BP} = \frac{1}{3}\overline{BD} = \frac{1}{3} \times 5 = \frac{5}{3}$



오|답|피|하|기

유형 N3과 같이 삼각형이면 배운 비례식으로 바로 구했겠지만, 사각형 안에 주어져서 좀 당황스러웠을 거야.

직사각형의 경우 직각인 것을 이용하거나 평행한 두 쌍의 대변을 이용하여 닮은 도형을 찾아야 해. 즉, 이 경우는 주어진 조건을 가지고 $\overline{AD} /\!/ \overline{BM}$임을 이용하여 $\triangle PBM \backsim \triangle PDA$(AA 닮음)를 알 수 있어. 유사한 도형의 꼴에 대한 무의미한 암기만 있었다면 이 문제는 풀지 못했을 거야. 이런 유형의 문제도 잘 기억해 두자.

059 답 ③

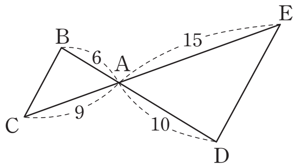
③ △ABC에서

$\overline{AB} : \overline{AC} = 6 : 9 = 2 : 3$ ⋯ ㉠

△ADE에서

$\overline{AD} : \overline{AE} = 10 : 15$

$= 2 : 3$ ⋯ ㉡



㉠, ㉡에서

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AD} : \overline{AE}$야.

이때, ∠BAC=∠DAE(맞꼭지각)이므로

△ABC∽△ADE(SAS 닮음)

따라서 ∠ABC=∠ADE, 즉 엇각의 크기가 같으므로

$\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$야. ←OK!

오|답|피|하|기

③번을 제외한 나머지는 왜 안 되는지 살펴보자.

① $\overline{AD} : \overline{DB} = 3 : 1.5 = 2 : 1 \neq \overline{AE} : \overline{EC} = 4 : 3$

② $\overline{AE} : \overline{EC} = 6 : 4 = 3 : 2 \neq \overline{AD} : \overline{DB} = 5 : 3$

④ $\overline{AB} : \overline{AD} = 12 : 8 = 3 : 2 \neq \overline{AC} : \overline{AE} = 10 : 6 = 5 : 3$

⑤ $\overline{AB} : \overline{AD} = 5 : 3 \neq \overline{AC} : \overline{AE} = 6 : 4 = 3 : 2$

계산 실수하지 말고 비례 관계를 차근차근 따져 성립하는 도형을 찾자.

060 답 ㄷ

∠A를 끼인각으로 하는 선분의 길이의 비가 일정하면 점 A의 대변은 평행해.

ㄱ. $\overline{AE} : \overline{EC} = 8 : 2 = 4 : 1 = \overline{AD} : \overline{DB} = 12 : 3$ ←OK!

ㄴ. $\overline{AD} : \overline{BD} = 15 : 5 = 3 : 1 = \overline{AE} : \overline{CE} = 12 : (12-8)$ ←OK!

ㄷ. $\overline{AB} : \overline{AD} = 6 : 8 = 3 : 4 \neq \overline{AC} : \overline{AE} = 4 : 6 = 2 : 3$ ←NO!

ㄹ. $\overline{BD} : \overline{AD} = 9 : (9-6) = 3 : 1 = \overline{CE} : \overline{AE} = 12 : 4$ ←OK!

따라서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$가 아닌 것은 ㄷ이야.

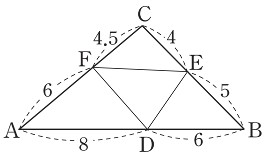
061 답 ④

①, ③ $\overline{BE} : \overline{EC} = 5 : 4$이고,

$\overline{BD} : \overline{DA} = 6 : 8 = 3 : 4$이므로

$\overline{BE} : \overline{EC} \neq \overline{BD} : \overline{DA}$

$\therefore \overline{DE} \not/\!/ \overline{CA}$, $\overline{DE} \not/\!/ \overline{CF}$ (거짓)



②, ⑤ $\overline{CE} : \overline{EB} = 4 : 5$이고,

$\overline{CF} : \overline{FA} = 4.5 : 6 = 3 : 4$이므로

$\overline{CE} : \overline{EB} \neq \overline{CF} : \overline{FA}$

$\therefore \overline{EF} \not/\!/ \overline{AB}$, $\overline{EF} \not/\!/ \overline{DB}$ (거짓)

④ $\overline{AD} : \overline{DB} = 8 : 6 = 4 : 3$이고, $\overline{AF} : \overline{FC} = 6 : 4.5 = 4 : 3$이므로

$\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AF} : \overline{FC}$

$\therefore \overline{DF} /\!/ \overline{BC}$ (참)

062 답 3

$\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$가 되기 위해서는 $\overline{AC} : \overline{AE} = \overline{AB} : \overline{AD}$

$(3+x) : 3 = 8 : 4 = 2 : 1$

$3+x=6 \quad \therefore x=3$

063 답 ②

$\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$가 되기 위해서는 $\overline{BC} : \overline{DE} = \overline{AB} : \overline{AD}$

$x : 12 = 6 : 9 = 2 : 3$

$3x=24 \quad \therefore x=8$

064 답 4

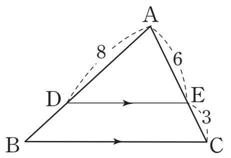
□DBCE가 사다리꼴이 되려면 한 쌍의 대변이 평행해야 해.

즉, $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$이어야 하므로

$\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$에서

$8 : \overline{DB} = 6 : 3 = 2 : 1$

$2\overline{DB} = 8 \quad \therefore \overline{DB} = 4$



065 답 ㄴ, ㅁ

ㄱ. $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE}$이고 ∠A가 공통이므로

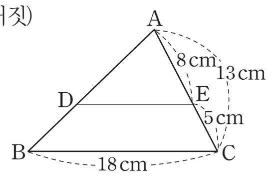
△ABC∽△ADE(SAS 닮음) (참)

ㄴ. $\overline{BC} : \overline{DE} = \overline{AC} : \overline{AE} = 13 : 8$ (거짓)

ㄷ. $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE}$이므로

$\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$ ⋯ ㉠

즉, □DBCE는 사다리꼴이야. (참)



ㄹ. ㉠에 의하여

$\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$이므로

$\overline{AD} : \overline{DB} = 8 : 5$ (참)

ㅁ. ㉠에 의하여 $\overline{AC} : \overline{AE} = \overline{BC} : \overline{DE}$이므로

$13 : 8 = 18 : \overline{DE}$, $13\overline{DE} = 144 \quad \therefore \overline{DE} = \frac{144}{13}$ cm (거짓)

따라서 옳지 않은 것은 ㄴ, ㅁ이야.

066 답 해설 참조

$\overline{AD} /\!/ \overline{EC}$이므로

∠BAD=∠AEC(동위각) (가)

∠DAC=∠ACE(엇각) (나)

이때, ∠BAD=∠DAC이므로

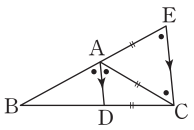
∠AEC=∠ACE

즉, △ACE가 이등변삼각형이므로 $\overline{AC} = \overline{AE}$ (다)

따라서 △BCE에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{EC}$에 의하여

$\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{BD} : \overline{DC}$이므로

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$ ($\because \overline{AC} = \overline{AE}$) (라)



067 답 해설 참조

$\overline{AD} /\!/ \overline{FC}$이므로

∠AFC=∠EAD(동위각) (가)

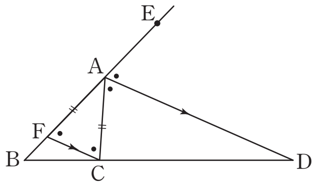
∠ACF=∠CAD(엇각) (나)

이때, ∠EAD=∠CAD이므로

∠AFC=∠ACF (다)

즉, △AFC는 이등변삼각형이므로

$\overline{AF} = \overline{AC}$ (라)



따라서 △ABD에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{FC}$에 의하여

$\overline{AB} : \overline{AF} = \overline{BD} : \overline{CD}$이므로

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ ($\because \overline{AF} = \overline{AC}$)

068 답 ④

∠A의 이등분선이 $\overline{AD}$이므로

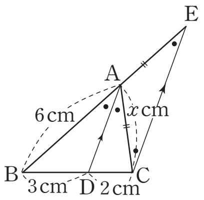
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$에서

$6 : x = 3 : 2$

$3x=12 \quad \therefore x=4$

[다른 풀이]

그림과 같이 $\triangle ABC$에서 점 C를 지나고 $\overline{AD}$에 평행한 직선과 $\overline{AB}$의 연장선의 교점을 E라 하면



$\overline{AD} /\!/ \overline{EC}$이므로

$\angle BAD = \angle AEC$(동위각),

$\angle DAC = \angle ACE$(엇각)

이때, $\angle BAD = \angle DAC$이므로

$\angle ACE = \angle AEC$

$\therefore \overline{AE} = \overline{AC} = x\,\text{cm}$

$\triangle BCE$에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{EC}$에 의하여

$\overline{BA} : \overline{AE} = \overline{BD} : \overline{DC}$이므로

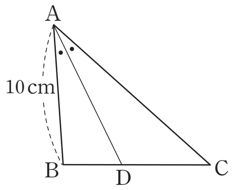
$6 : x = 3 : 2$, $3x = 12$ $\quad \therefore x = 4$

오|답|피|하|기

위의 다른 풀이는 $\triangle ABC$에서 삼각형의 내각의 이등분선의 성질을 찾는 방법으로 풀이에 접근하는 거야. 하지만 $\triangle ABC$와 $\angle A$의 이등분선인 $\overline{AD}$만 주어질 경우 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$가 됨을 바로 알아야 해. 유형을 꼼꼼히 풀어 개념을 정확히 이해하고 유사한 도형이 나왔을 경우 실수없이 바로 적용하도록 하자.

069 답 ②

$\angle A$의 이등분선이 $\overline{AD}$이므로



$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$ ⋯ ㉠

이때, $\overline{BD} : \overline{BC} = 2 : 5$이므로

$\overline{BD} : \overline{DC} = 2 : 3$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡에 의하여

$10 : \overline{AC} = 2 : 3$

$2\overline{AC} = 30$ $\quad \therefore \overline{AC} = 15\text{ cm}$

070 답 ③

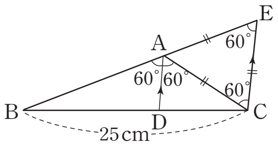
$\angle BAD = \angle CAD = 60°$이므로 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이지?

따라서 $\overline{BD} : \overline{DC} = \overline{AB} : \overline{AC} = 3 : 2$이므로

$\overline{BD} = \dfrac{3}{5}\overline{BC} = \dfrac{3}{5} \times 25 = 15(\text{cm})$

[다른 풀이]

그림과 같이 점 C에서 $\overline{AD}$와 평행하게 그은 선이 $\overline{BA}$의 연장선과 만나는 점을 E라 하면 $\overline{AD} /\!/ \overline{EC}$이므로



$\triangle ABD \backsim \triangle EBC$(AA 닮음)

이때, $\overline{AB} : \overline{AC} = 3 : 2$이고

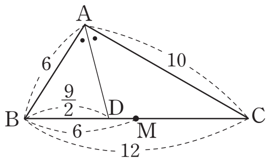
$\overline{AE} = \overline{AC}$이므로 $\overline{AB} : \overline{AE} = 3 : 2$

즉, $\overline{BA} : \overline{BE} = 3 : (3+2) = 3 : 5$이므로 $\overline{BD} : \overline{BC} = \overline{BA} : \overline{BE}$에 의하여 $\overline{BD} : 25 = 3 : 5$

$\therefore \overline{BD} = 15\text{ cm}$

071 답 $\dfrac{3}{2}$

$\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이므로



$\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC}$

$\qquad\quad = 6 : 10 = 3 : 5$

즉, $\overline{BD} = \dfrac{3}{8}\overline{BC} = \dfrac{3}{8} \times 12 = \dfrac{9}{2}$이고

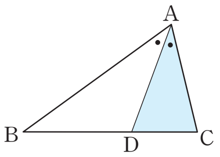
점 M이 $\overline{BC}$의 중점이므로

$\overline{BM} = \overline{MC} = \dfrac{1}{2}\overline{BC} = \dfrac{1}{2} \times 12 = 6$

$\therefore \overline{DM} = \overline{BM} - \overline{BD} = 6 - \dfrac{9}{2} = \dfrac{3}{2}$

072 답 18 cm^2

$\angle A$의 이등분선인 $\overline{AD}$에 의하여



$\overline{BD} : \overline{DC} = \overline{AB} : \overline{AC}$이므로

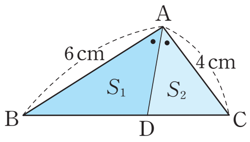
$\overline{BD} : \overline{DC} = 5 : 3$

$\therefore \triangle ADC = \dfrac{3}{8}\triangle ABC = \dfrac{3}{8} \times 48$

$\qquad\qquad = 18(\text{cm}^2)$

073 답 ②

$\triangle ABD$와 $\triangle ADC$는 같은 높이를 가지므로 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같아.



$\therefore S_1 : S_2 = \overline{BD} : \overline{DC}$

$\qquad\qquad = \overline{AB} : \overline{AC}$ ($\because \angle BAD = \angle CAD$)

$\qquad\qquad = 6 : 4 = 3 : 2$

074 답 15 cm^2

$\angle A$의 이등분선인 $\overline{AD}$에 의하여

$\overline{BD} : \overline{DC} = \overline{AB} : \overline{AC} = 10 : 6 = 5 : 3$ ⋯ ㉠

이때, $\triangle ABC$와 $\triangle ABD$의 넓이는 높이가 $\overline{AC}$로 같으므로 밑변의 길이로 결정돼.

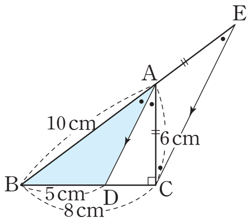
따라서 $\triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24(\text{cm}^2)$이고,

$\triangle ABC : \triangle ABD = \overline{BC} : \overline{BD} = (5+3) : 5 = 8 : 5$($\because$ ㉠)이므로

$\triangle ABD = \dfrac{5}{8}\triangle ABC = \dfrac{5}{8} \times 24 = 15(\text{cm}^2)$

[다른 풀이]

$\triangle ABC$의 점 C를 지나고 $\overline{AD}$에 평행한 직선을 그어 $\overline{BA}$의 연장선과 만나는 점을 E라 하면 $\triangle ACE$는 이등변삼각형이므로 $\overline{AC} = \overline{AE}$야.



한편, $\triangle BAD \backsim \triangle BEC$(AA 닮음)

이므로 $\overline{BD} : \overline{DC} = \overline{BA} : \overline{AE}$

이때, $\overline{AC} = \overline{AE}$이므로

$\overline{BD} : \overline{DC} = \overline{BA} : \overline{AC}$

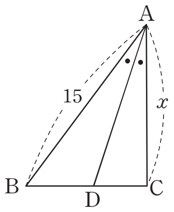
$\overline{BD} : (8 - \overline{BD}) = 10 : 6 = 5 : 3$

$5(8 - \overline{BD}) = 3\overline{BD}$ $\quad \therefore \overline{BD} = 5\text{ cm}$

$\therefore \triangle ABD = \dfrac{1}{2} \times \overline{BD} \times \overline{AC} = \dfrac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15(\text{cm}^2)$

075 답 12

$\overline{AC} = x$라 하면 $\angle A$의 이등분선인 $\overline{AD}$에 의하여



$\overline{BD} : \overline{DC} = \overline{AB} : \overline{AC}$이므로

$\overline{BD} : \overline{DC} = 15 : x$ ⋯ ㉠

이때, $\triangle ADC = \dfrac{4}{9}\triangle ABC$에서

$\triangle ABD = \dfrac{5}{9}\triangle ABC$이므로

$\triangle ABD : \triangle ADC = 5 : 4$ ⋯ ㉡

$\triangle ABD$와 $\triangle ADC$는 높이가 같은 삼각형이므로 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같아.

즉, $\overline{BD} : \overline{DC} = \triangle ABD : \triangle ADC$

㉠, ㉡에 의하여 $15 : x = 5 : 4$

$5x = 60$ $\quad \therefore x = 12$

따라서 $\overline{AC}$의 길이는 12야.

N

076 답 $\frac{32}{7}$

$\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이므로 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{DC}$

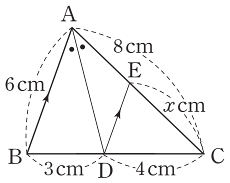
$6:\overline{AC}=3:4$ $\quad\therefore \overline{AC}=8\,\text{cm}$

이때, $\overline{AB}/\!/\overline{ED}$에 의하여

$\overline{CE}:\overline{CA}=\overline{CD}:\overline{CB}$이므로

$x:8=4:(3+4)$, $7x=32$

$\therefore x=\frac{32}{7}$



077 답 $\frac{8}{3}$

$\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이므로 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{DC}$

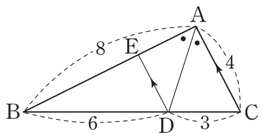
$\overline{AB}:4=6:3=2:1$ $\quad\therefore \overline{AB}=8$

이때, $\overline{CA}/\!/\overline{DE}$에 의하여

$\overline{BA}:\overline{EA}=\overline{BC}:\overline{DC}$이므로

$8:\overline{EA}=9:3=3:1$, $3\overline{EA}=8$

$\therefore \overline{AE}=\frac{8}{3}$



078 답 $\frac{20}{3}$ cm

$\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이므로

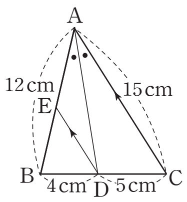
$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{DC}$

$12:\overline{AC}=4:5$ $\quad\therefore \overline{AC}=15\,\text{cm}$

이때, $\overline{AC}/\!/\overline{ED}$에 의하여

$\overline{BC}:\overline{BD}=\overline{CA}:\overline{DE}$이므로

$9:4=15:\overline{DE}$ $\quad\therefore \overline{DE}=\frac{20}{3}\,\text{cm}$



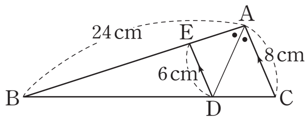
079 답 18 cm

$\overline{AC}/\!/\overline{ED}$에 의하여

$\overline{BC}:\overline{BD}=\overline{AC}:\overline{ED}$

$=8:6=4:3$ ⋯ ㉠

$\therefore \overline{BD}:\overline{DC}=3:1$



이때, $\triangle ABC$에서 $\angle A$의 이등분선의 성질에 의하여

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{DC}$

$\overline{AB}:8=3:1$ $\quad\therefore \overline{AB}=24\,\text{cm}$

또한, $\overline{AC}/\!/\overline{ED}$에 의하여 $\overline{BA}:\overline{BE}=\overline{BC}:\overline{BD}$이므로

$24:\overline{BE}=4:3(\because$ ㉠$)$ $\quad\therefore \overline{BE}=18\,\text{cm}$

080 답 ①

$\triangle ABC$에서 $\angle A$의 외각의 이등분선인 $\overline{AD}$에 의하여

$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}$이므로

$(3+x):x=6:4=3:2$, $3x=6+2x$ $\quad\therefore x=6$

081 답 ④

$\triangle ABC$에서 $\angle A$의 외각의 이등분선인 $\overline{AD}$에 의하여

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$이므로

$\overline{AB}:5=9:6=3:2$ $\quad\therefore \overline{AB}=\frac{15}{2}\,\text{cm}$

082 답 $\frac{25}{7}$

$\triangle ABC$에서 $\angle A$의 외각의 이등분선인 $\overline{AD}$에 의하여

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$이므로 $5:x=7:5$ $\quad\therefore x=\frac{25}{7}$

[다른 풀이]

그림에서 $\overline{AD}/\!/\overline{FC}$가 되도록 직선

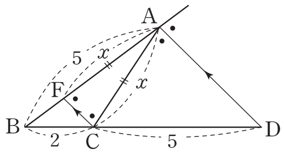
$\overline{FC}$를 그으면 $\angle AFC=\angle ACF$

$\therefore \overline{AF}=\overline{AC}=x$

$\triangle ABD$에서 $\overline{AD}/\!/\overline{FC}$에 의하여

$\overline{AB}:\overline{AF}=\overline{BD}:\overline{CD}$이므로

$5:x=7:5$ $\quad\therefore x=\frac{25}{7}$



083 답 8 cm²

$\triangle ABC$에서 $\angle A$의 외각의 이등분선인 $\overline{AD}$에 의하여

$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}$이므로 $\overline{BD}:\overline{CD}=8:6=4:3$

$\therefore \overline{BC}:\overline{BD}=1:4$

이때, 높이가 같은 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같으므로

$\triangle ABC=\frac{1}{4}\triangle ABD=\frac{1}{4}\times 32=8(\text{cm}^2)$

084 답 ③

$\triangle ABC$에서 $\angle A$의 이등분선인 $\overline{AP}$에 의하여 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BP}:\overline{PC}$

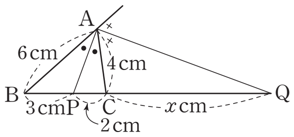
이므로 $6:4=3:\overline{PC}$ $\quad\therefore \overline{PC}=2\,\text{cm}$

또한, $\triangle ABC$에서 $\angle A$의 외각의

이등분선인 $\overline{AQ}$에 의하여

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BQ}:\overline{CQ}$이므로

$\overline{CQ}=x\,\text{cm}$라 하면



$6:4=(5+x):x$, $6x=20+4x$ $\quad\therefore x=10$

$\therefore \overline{CQ}=10\,\text{cm}$

085 답 ④

$\angle A$의 이등분선인 $\overline{AD}$에 의하여 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{DC}$이므로

$\overline{AB}:9=4:3$ $\quad\therefore \overline{AB}=12\,\text{cm}$

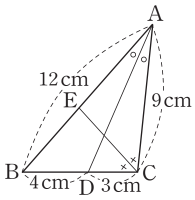
또한, $\angle C$의 이등분선인 $\overline{CE}$에 의하여

$\overline{CA}:\overline{CB}=\overline{AE}:\overline{EB}$이고

$\overline{BE}=12-\overline{AE}$이므로

$9:7=\overline{AE}:(12-\overline{AE})$, $7\overline{AE}=108-9\overline{AE}$

$16\overline{AE}=108$ $\quad\therefore \overline{AE}=\frac{27}{4}\,\text{cm}$



086 답 ①

$\triangle ABC$에서 $\angle A$의 이등분선인 $\overline{AD}$에 의하여

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{DC}=5:3$이므로 $\overline{BC}:\overline{DC}=8:3$

$\therefore \overline{DC}=\frac{3}{8}\overline{BC}=\frac{3}{8}\times 4=\frac{3}{2}(\text{cm})$ ⋯ ㉠

또한, $\triangle ABC$에서 $\angle A$의 외각의 이등분선인 $\overline{AE}$에 의하여

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BE}:\overline{CE}=5:3$이므로

$\overline{BC}:\overline{CE}=2:3$

$\therefore \overline{CE}=\frac{3}{2}\overline{BC}=\frac{3}{2}\times 4=6(\text{cm})$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡에 의하여

$\overline{DE}=\overline{DC}+\overline{CE}=\frac{3}{2}+6=\frac{15}{2}(\text{cm})$

087 답 ④

$l/\!/m/\!/n$이므로 $x:20=12:16=3:4$

$4x=60$ $\quad\therefore x=15$

088 답 ③

$l /\!/ m /\!/ n$이므로 $(24-15) : x=15 : 20$

$9 : x=3 : 4$

$3x=36 \quad \therefore x=12$

[다른 풀이]

$l /\!/ m /\!/ n$이므로

$24 : (x+20)=15 : 20=3 : 4$

$3(x+20)=96$

$x+20=32 \quad \therefore x=12$

089 답 ①

$l /\!/ m /\!/ n$이므로 $12 : 9=8 : y$

$4 : 3=8 : y,\ 4y=24 \quad \therefore y=6$

또한, $m /\!/ n /\!/ p$이므로 $8 : y=x : 3$

$8 : 6=x : 3,\ 4 : 3=x : 3 \quad \therefore x=4$

$\therefore x+y=4+6=10$

090 답 16

$m /\!/ n$에 의하여 $\overline{AP} : \overline{PC'}=\overline{AB} : \overline{BC}$

$2 : 5=x : 15 \quad \therefore x=6$

$l /\!/ m$에 의하여 $\overline{AP} : \overline{PC'}=\overline{A'B'} : \overline{B'C'}$

$2 : 5=4 : y \quad \therefore y=10$

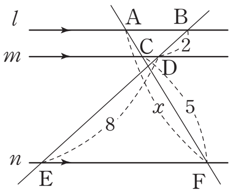
$\therefore x+y=6+10=16$

091 답 ④

$l /\!/ m /\!/ n$이므로 $3 : 4=2 : x,\ 3x=8$

$\therefore x=\frac{8}{3}$

092 답 ①



$l /\!/ m /\!/ n$이므로 $\overline{AF}=x$라 하면

$\overline{AC} : \overline{CF}=\overline{BD} : \overline{DE}$

$(x-5) : 5=2 : 8=1 : 4$

$4(x-5)=5$

$4x=25 \quad \therefore x=\frac{25}{4}$

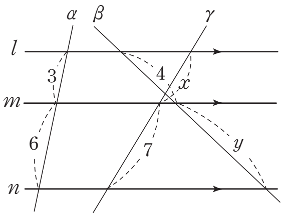
[다른 풀이]

$l /\!/ m /\!/ n$이므로 $\overline{AF}=x$라 하면

$\overline{AF} : \overline{CF}=\overline{BE} : \overline{DE}$

$x : 5=10 : 8=5 : 4 \quad \therefore x=\frac{25}{4}$

093 답 $\frac{23}{2}$



$l /\!/ m /\!/ n$이므로

두 직선 α, γ에서 $3 : 6=x : 7$

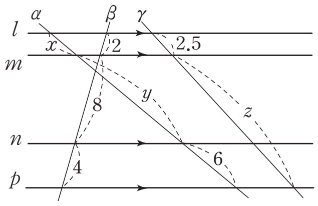
$6x=21 \quad \therefore x=\frac{7}{2}$

두 직선 α, β에서 $3 : 6=4 : y$

$3y=24 \quad \therefore y=8$

$\therefore x+y=\frac{7}{2}+8=\frac{23}{2}$

094 답 ④



$l /\!/ m /\!/ n$이므로 두 직선 α, β에서

$x : 2=y : 8=6 : 4$

$x : 2=6 : 4=3 : 2$이므로 $x=3$

$y : 8=6 : 4=3 : 2$이므로

$y=12$

또한, 두 직선 β, γ에서

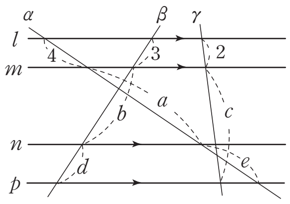
$2 : 2.5=(8+4) : z$

$4 : 5=12 : z$

$4z=60 \quad \therefore z=15$

$\therefore x+y+z=3+12+15=30$

오답피하기



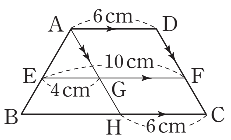
평행선과 직선이 여러 개 만날수록 복잡해서 실수하기 쉬워. 그림과 같이 $l /\!/ m /\!/ n /\!/ p$이고 세 직선 α, β, γ가 교차할 때, a, b, c, d, e의 관계식을 구하자.

우선, α, β에서 $l /\!/ m /\!/ n$이므로 $4 : a=3 : b$ 또는 $a : b=4 : 3$

$l /\!/ m /\!/ n /\!/ p$이므로 $4 : e=3 : d$ 또는 $e : d=4 : 3$

마찬가지로 α, γ에서 평행선 사이의 길이의 비는 $2 : 1$, β, γ에서는 $3 : 2$가 됨을 알 수 있지. 따라서 평행선과 세 직선 α, β, γ의 교점을 중심으로 따져 주자.

095 답 13 cm



그림과 같이 점 A를 지나고 $\overline{DC}$에 평행한 직선이 $\overline{EF}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 G, H라 하면

□AHCD는 평행사변형이므로

$\overline{GF}=\overline{HC}=\overline{AD}=6$ cm

$\therefore \overline{EG}=10-6=4$(cm)

$\overline{AE} : \overline{EB}=4 : 3$이므로 $\overline{AE} : \overline{AB}=4 : 7$

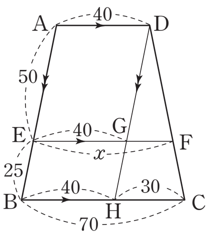
△ABH에서 $\overline{EG} /\!/ \overline{BH}$이므로

$\overline{AE} : \overline{AB}=\overline{EG} : \overline{BH}$

$4 : 7=4 : \overline{BH} \quad \therefore \overline{BH}=7$ cm

$\therefore \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{HC}=7+6=13$(cm)

096 답 60



$\overline{AD} /\!/ \overline{EG} /\!/ \overline{BH}$, $\overline{AB} /\!/ \overline{DH}$이므로

□AEGD, □ABHD, □EBHG는 모두 평행사변형이야.

즉, $\overline{EG}=\overline{BH}=\overline{AD}=40$

$\overline{HC}=\overline{BC}-\overline{BH}=70-40=30$

$\overline{DG}=\overline{AE}=50$, $\overline{GH}=\overline{EB}=25$

한편, △DHC에서 $\overline{GF} /\!/ \overline{HC}$이므로

$\overline{GF} : \overline{HC}=\overline{DG} : \overline{DH}$

$\overline{GF} : 30=50 : 75=2 : 3 \quad \therefore \overline{GF}=20$

$\therefore x=\overline{EG}+\overline{GF}=40+20=60$

097 답 ③

그림과 같이 직선 AE와 평행한 직선 BE′을 긋자.

$\overline{CC'}=\overline{EE'}=\overline{AB}=8\,\text{cm}$

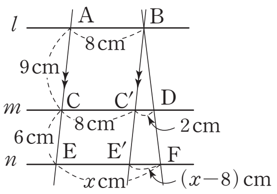
$\overline{C'D}=\overline{CD}-\overline{CC'}=10-8=2(\text{cm})$

이때, $\overline{EF}=x\,\text{cm}$라 하면

$\overline{E'F}=\overline{EF}-\overline{EE'}=x-8(\text{cm})$

△BE′F에서 $\overline{C'D}\,/\!/\,\overline{E'F}$이므로

$\overline{C'D}:\overline{E'F}=\overline{BC'}:\overline{BE'}=\overline{AC}:\overline{AE}$



$2:(x-8)=9:(9+6)=3:5,\ 3(x-8)=10$

$3x=34 \qquad \therefore x=\dfrac{34}{3}$

$\therefore \overline{EF}=\dfrac{34}{3}\,\text{cm}$

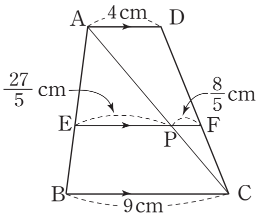
098 답 ③

$\overline{AE}:\overline{EB}=3:2$이므로

$\overline{AE}:\overline{AB}=3:5$야.

이때, 대각선 AC와 $\overline{EF}$의 교점을 P라 하면 △ABC에서 $\overline{EP}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

$\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EP}:\overline{BC}$



$3:5=\overline{EP}:9 \qquad \therefore \overline{EP}=\dfrac{27}{5}\,\text{cm}$

또한, $\overline{CP}:\overline{CA}=\overline{BE}:\overline{BA}=2:5$이고

△CDA에서 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{PF}$이므로

$\overline{PF}:\overline{AD}=\overline{CP}:\overline{CA}$

$\overline{PF}:4=2:5,\ 5\overline{PF}=8 \qquad \therefore \overline{PF}=\dfrac{8}{5}\,\text{cm}$

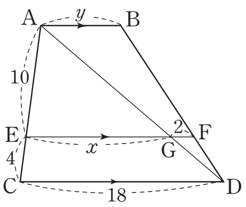
$\therefore \overline{EF}=\overline{EP}+\overline{PF}=\dfrac{27}{5}+\dfrac{8}{5}=\dfrac{35}{5}=7(\text{cm})$

099 답 ④

△ACD에서 $\overline{EG}\,/\!/\,\overline{CD}$이므로

$\overline{EG}:\overline{CD}=\overline{AE}:\overline{AC}$

$x:18=10:14=5:7 \qquad \therefore x=\dfrac{90}{7}$



또한, △ACD에서

$\overline{AD}:\overline{GD}=\overline{AC}:\overline{EC}$

$\qquad\qquad =14:4=7:2$

이고 △ADB에서 $\overline{GF}\,/\!/\,\overline{AB}$이므로

$\overline{AB}:\overline{GF}=\overline{AD}:\overline{GD}$

$y:2=7:2 \qquad \therefore y=7$

$\therefore xy=\dfrac{90}{7}\times 7=90$

100 답 $\dfrac{15}{2}$

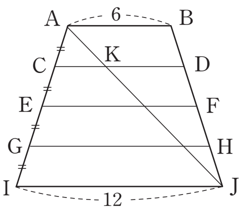
$\overline{AJ}$와 $\overline{CD}$의 교점을 K라 하자.

△AIJ에서 $\overline{CK}\,/\!/\,\overline{IJ}$이므로

$\overline{AC}:\overline{AI}=\overline{CK}:\overline{IJ}$

$1:4=\overline{CK}:12,\ 4\overline{CK}=12$

$\therefore \overline{CK}=3$



또한, △JBA에서 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{KD}$이므로

$\overline{JD}:\overline{JB}=\overline{KD}:\overline{AB}$

$3:4=\overline{KD}:6,\ 4\overline{KD}=18 \qquad \therefore \overline{KD}=\dfrac{9}{2}$

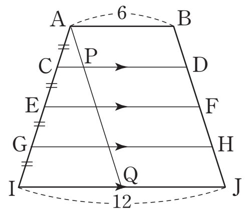
$\therefore \overline{CD}=\overline{CK}+\overline{KD}=3+\dfrac{9}{2}=\dfrac{15}{2}$

[다른 풀이]

그림과 같이 점 A를 지나면서 $\overline{BJ}$에 평행한 직선이 $\overline{CD}$, $\overline{IJ}$와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자.

□AQJB는 평행사변형이므로

$\overline{PD}=\overline{QJ}=\overline{AB}=6$



$\therefore \overline{IQ}=\overline{IJ}-\overline{QJ}=12-6=6$

△AIQ에서 $\overline{CP}\,/\!/\,\overline{IQ}$이므로

$\overline{AC}:\overline{AI}=\overline{CP}:\overline{IQ}$에서

$1:4=\overline{CP}:6 \qquad \therefore \overline{CP}=\dfrac{3}{2}$

$\therefore \overline{CD}=\overline{CP}+\overline{PD}=\dfrac{3}{2}+6=\dfrac{15}{2}$

101 답 **12 cm**

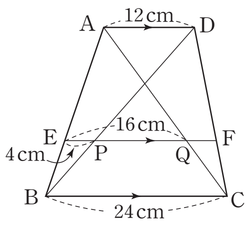
$\overline{AE}:\overline{EB}=2:1$ ⋯ ㉠에서

$\overline{AB}:\overline{AE}=3:2$이고

△ABC에서 $\overline{EQ}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

$\overline{BC}:\overline{EQ}=\overline{AB}:\overline{AE}=3:2$

$24:\overline{EQ}=3:2 \qquad \therefore \overline{EQ}=16\,\text{cm}$



또한, ㉠에서 $\overline{AB}:\overline{BE}=3:1$이고

△ABD에서 $\overline{EP}\,/\!/\,\overline{AD}$이므로

$\overline{AD}:\overline{EP}=\overline{AB}:\overline{BE}=3:1$

$12:\overline{EP}=3:1 \qquad \therefore \overline{EP}=4\,\text{cm}$

$\therefore \overline{PQ}=\overline{EQ}-\overline{EP}=16-4=12(\text{cm})$

102 답 **15 cm**

$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$에서 ∠OAD=∠OCB(엇각),

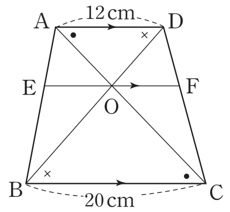
∠ODA=∠OBC(엇각)이므로

△AOD∽△COB(AA 닮음)이고,

닮음비는 $\overline{AD}:\overline{CB}=12:20=3:5$야.

$\therefore \overline{AO}:\overline{CO}=\overline{DO}:\overline{BO}=\overline{AD}:\overline{CB}$

$\qquad\qquad =3:5$



△ABD에서 $\overline{EO}\,/\!/\,\overline{AD}$이므로

$\overline{BE}:\overline{BA}=\overline{EO}:\overline{AD}$

$5:8=\overline{EO}:12 \qquad \therefore \overline{EO}=\dfrac{15}{2}\,\text{cm}$

△CDA에서 $\overline{OF}\,/\!/\,\overline{AD}$이므로

$\overline{CF}:\overline{CD}=\overline{OF}:\overline{AD}$

$5:8=\overline{OF}:12 \qquad \therefore \overline{OF}=\dfrac{15}{2}\,\text{cm}$

$\therefore \overline{EF}=\overline{EO}+\overline{OF}=15(\text{cm})$

103 답 $\dfrac{6}{5}$ **cm**

$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로 ∠OAD=∠OCB(엇각),

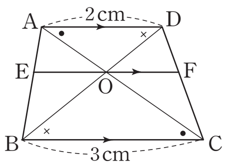
∠ODA=∠OBC(엇각)

∴ △AOD∽△COB(AA 닮음)

즉, $\overline{AO}:\overline{CO}=\overline{AD}:\overline{CB}=2:3$이고

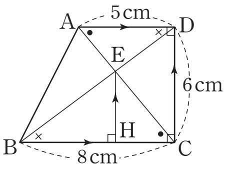
△ABC에서 $\overline{EO}\,/\!/\,\overline{BC}$에 의하여

$\overline{AO}:\overline{AC}=\overline{EO}:\overline{BC}$이므로



$2:5=\overline{EO}:3 \qquad \therefore \overline{EO}=\dfrac{6}{5}\,\text{cm}$

104 답 $\frac{48}{13}$ cm



$\angle C=\angle D=90^\circ$에서 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle EAD=\angle ECB$, $\angle EDA=\angle EBC$

$\therefore \triangle AED \backsim \triangle CEB$(AA 닮음)

$\overline{DE} : \overline{BE}=\overline{AD} : \overline{CB}=5 : 8$

$\therefore \overline{BE} : \overline{BD}=8 : (5+8)=8 : 13$

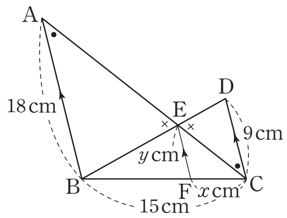
이때, $\angle BHE=\angle BCD=90^\circ$에서

$\overline{EH}/\!/\overline{DC}$이므로 $\triangle BCD$에서

$\overline{EH} : \overline{DC}=\overline{BE} : \overline{BD}$, $\overline{EH} : 6=8 : 13$

$\therefore \overline{EH}=\frac{48}{13}$ cm

105 답 30



$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$에 의하여

$\angle EAB=\angle ECD$(엇각),

$\angle AEB=\angle CED$(맞꼭지각)

이므로

$\triangle EAB \backsim \triangle ECD$(AA 닮음)

$\overline{AE} : \overline{CE}=\overline{AB} : \overline{CD}$

$=18 : 9=2 : 1$

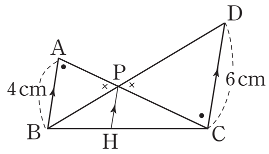
이때, $\triangle CAB$에서 $\overline{EF}/\!/\overline{AB}$이므로 $\overline{CA} : \overline{CE}=\overline{CB} : \overline{CF}$

$(2+1) : 1=15 : x$ $\therefore x=5$

또한, $\overline{CA} : \overline{CE}=\overline{AB} : \overline{EF}$이므로 $3 : 1=18 : y$ $\therefore y=6$

$\therefore xy=5\times6=30$

106 답 $\frac{12}{5}$ cm



$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로

$\angle BAP=\angle DCP$(엇각)

$\angle APB=\angle CPD$(맞꼭지각)

$\therefore \triangle ABP \backsim \triangle CDP$(AA 닮음)

$\overline{BP} : \overline{DP}=\overline{AB} : \overline{CD}=4 : 6=2 : 3$

$\therefore \overline{BP} : \overline{BD}=2 : (2+3)=2 : 5$

$\triangle BCD$에서 $\overline{PH}/\!/\overline{DC}$이므로 $\overline{BP} : \overline{BD}=\overline{PH} : \overline{DC}$

$2 : 5=\overline{PH} : 6$, $5\overline{PH}=12$ $\therefore \overline{PH}=\frac{12}{5}$ cm

107 답 32 cm²

$\overline{AB}/\!/\overline{EF}/\!/\overline{DC}$이고 $\angle DCF=90^\circ$이므로 $\angle EFC=\angle ABF=90^\circ$야.

$\overline{BE} : \overline{ED}=\overline{AB} : \overline{DC}=4 : 8=1 : 2$

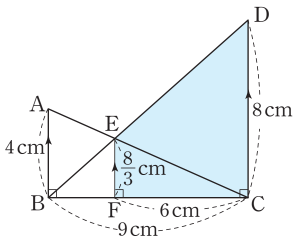
$\overline{BF} : \overline{BC}=\overline{BE} : \overline{BD}=1 : (1+2)=1 : 3$ ⋯ ㉠

$\triangle BCD$에서 $\overline{EF}/\!/\overline{DC}$이므로 $\overline{EF} : \overline{DC}=\overline{BF} : \overline{BC}$

$\overline{EF} : 8=1 : 3$($\because$ ㉠) $\therefore \overline{EF}=\frac{8}{3}$ cm

또, ㉠에 의하여 $\overline{BC} : \overline{FC}=3 : 2$이므로

$\overline{FC}=\frac{2}{3}\overline{BC}=\frac{2}{3}\times9=6$(cm)



즉, 그림과 같이 □EFCD는

$\overline{EF}/\!/\overline{DC}$이므로 사다리꼴이지?

$\therefore$ □EFCD

$=\frac{1}{2}\times(\overline{EF}+\overline{DC})\times\overline{FC}$

$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{8}{3}+8\right)\times6$

$=32(\text{cm}^2)$

108 답 ④

삼각형의 중선의 성질에 의하여

$\triangle ABN=\frac{1}{2}\triangle ABM=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\triangle ABC\right)=\frac{1}{4}\triangle ABC$

$=\frac{1}{4}\times36=9(\text{cm}^2)$

109 답 12 cm²

삼각형의 중선의 성질에 의하여

$\triangle ADC=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{2}\times24=12(\text{cm}^2)$

110 답 ⑤

삼각형의 중선의 성질에 의하여

$\triangle ABC=2\triangle ADC=2(2\triangle AEC)$

$=4\triangle AEC=4\times7=28(\text{cm}^2)$

111 답 12 cm

삼각형의 중선의 성질에 의하여 $\triangle ABD=\frac{1}{2}\triangle ABC$이므로

$\triangle ABC=2\triangle ABD=2\times54=108(\text{cm}^2)$

이때, $\overline{AH}\perp\overline{BC}$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}=\frac{1}{2}\times18\times\overline{AH}=108$

$\therefore \overline{AH}=12$ cm

[다른 풀이]

$\overline{AD}$가 $\triangle ABC$의 중선이므로 $\overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times18=9$(cm)

$\triangle ABD=\frac{1}{2}\times\overline{BD}\times\overline{AH}=\frac{1}{2}\times9\times\overline{AH}=54(\text{cm}^2)$

$\therefore \overline{AH}=12$ cm

오답피하기

점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{AH}$는 $\triangle ABC$의 높이가 되지?

이때, 밑변인 $\overline{BC}$의 길이가 주어졌으므로 넓이를 생각해야겠지?

즉, $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}$임을 이용하여 $\overline{AH}$의 길이를 구할 수 있으니까 $\triangle ABC$의 넓이를 먼저 구하자.

낯선 문제라도 문제에서 묻고 있는 것이 무엇인지 정확히 짚고 조건을 이용하면 쉽게 풀리는 경우가 많아. 당황하지 말고 정확하게 개념을 이해하면서 풀어가자.

112 답 ④

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로 $\overline{AG} : \overline{GD}=2 : 1$이야.

즉, $\overline{AG}=2\overline{GD}=2\times4=8$(cm)이므로

$\overline{AD}=\overline{AG}+\overline{GD}=8+4=12$(cm) $\therefore x=12$

$\overline{AD}$는 $\triangle ABC$의 중선이므로 $\overline{BD}=\overline{DC}$

$\overline{DC}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times14=7$(cm) $\therefore y=7$

$\therefore x+y=12+7=19$

113 답 18

점 G가 △ABC의 무게중심이므로 $\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$이야. 즉,

$\overline{AG}=\frac{2}{3}\overline{AD}=\frac{2}{3}\times15=10(\text{cm})\qquad\therefore x=10$

$\overline{AD}$는 △ABC의 중선이므로

$\overline{BD}=\overline{DC}\qquad\therefore y=8$

$\therefore x+y=10+8=18$

114 답 $x=7$, $y=8$

점 G가 △ABC의 무게중심이므로

중선 BE에서 $\overline{GE}=\frac{1}{2}\overline{BG}=\frac{1}{2}\times14=7\qquad\therefore x=7$

중선 AD에서 $\overline{AG}=2\overline{GD}=2\times4=8\qquad\therefore y=8$

115 답 2 cm

△ABC가 직각삼각형이고 빗변 AB의 중점이 D이므로 점 D는 △ABC의 외심이지? 즉,

$\overline{CD}=\overline{AD}=\overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times12=6(\text{cm})$

점 G가 △ABC의 무게중심이므로 $\overline{CG}:\overline{GD}=2:1$이야.

$\therefore\overline{DG}=\frac{1}{3}\overline{CD}=\frac{1}{3}\times6=2(\text{cm})$

오|답|피|하|기

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 있고 외심에서 삼각형의 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같아. 문제에서 $\overline{CD}$가 중선이므로 $\overline{AD}$와 $\overline{BD}$의 길이가 같고, 이 점 D가 곧 외심이 되어 $\overline{CD}$의 길이와도 같음을 알 수 있어.

116 답 ②

점 G는 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{GD}=\frac{1}{3}\overline{AD}=\frac{1}{3}\times18=6(\text{cm})$

또한, 점 G′은 △GBC의 무게중심이므로

$\overline{GG'}=\frac{2}{3}\overline{GD}=\frac{2}{3}\times6=4(\text{cm})$

117 답 ④

점 G는 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{AG}=\frac{2}{3}\overline{AD}=\frac{2}{3}\times27=18(\text{cm})$

$\therefore\overline{GD}=\overline{AD}-\overline{AG}=27-18=9(\text{cm})$

또한, 점 G′은 △GBC의 무게중심이므로

$\overline{GG'}=\frac{2}{3}\overline{GD}=\frac{2}{3}\times9=6(\text{cm})$

$\therefore\overline{AG'}=\overline{AG}+\overline{GG'}=18+6=24(\text{cm})$

118 답 36 cm

점 G′은 △GBC의 무게중심이므로

$\overline{GG'}=2\overline{G'D}=2\times4=8(\text{cm})$

$\therefore\overline{GD}=\overline{GG'}+\overline{G'D}=8+4=12(\text{cm})$

또한, 점 G는 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{AG}=2\overline{GD}=2\times12=24(\text{cm})$

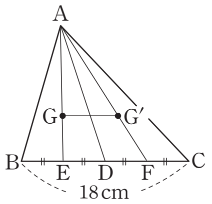
$\therefore\overline{AD}=\overline{AG}+\overline{GD}=24+12=36(\text{cm})$

119 답 6 cm

두 점 E, F는 각각 $\overline{BD}$와 $\overline{DC}$의 중점이고, 점 D는 $\overline{BC}$의 중점이므로

$\overline{EF}=\overline{ED}+\overline{DF}=\frac{1}{2}(\overline{BD}+\overline{DC})$

$=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times18=9(\text{cm})$



이때, 두 점 G, G′이 각각 △ABD와 △ADC의 무게중심이므로

$\overline{AG}:\overline{GE}=2:1$, $\overline{AG'}:\overline{G'F}=2:1$에서

$\overline{AG}:\overline{GE}=\overline{AG'}:\overline{G'F}$

$\therefore\overline{GG'}\,/\!/\,\overline{EF}$

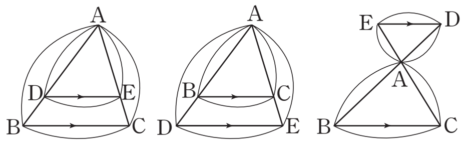
즉, △AEF에서 $\overline{GG'}:\overline{EF}=\overline{AG}:\overline{AE}$이므로

$\overline{GG'}:9=2:3$

$3\overline{GG'}=18\qquad\therefore\overline{GG'}=6\text{ cm}$

★ **삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비**

△ABC에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 또는 그 연장선 위에 두 점 D, E가 각각 있을 때, $\overline{BC}\,/\!/\,\overline{DE}$이면 $\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AC}:\overline{AE}=\overline{BC}:\overline{DE}$



120 답 6 cm

점 G가 △ABC의 무게중심이므로 $\overline{AG}:\overline{GM}=2:1$ ⋯ ㉠

$\overline{AM}$은 △ABC의 중선이므로 $\overline{MC}=\overline{BM}=9\text{ cm}$

이때, $\overline{GE}\,/\!/\,\overline{MC}$이므로 △AGE와 △AMC에서

∠G=∠M(동위각), ∠E=∠C(동위각)

∴ △AGE∽△AMC(AA 닮음)

$\overline{AG}:\overline{AM}=\overline{GE}:\overline{MC}$이므로 $2:3=\overline{GE}:9$(∵ ㉠), $3\overline{GE}=18$

$\therefore\overline{GE}=6\text{ cm}$

121 답 ③

점 G가 △ABC의 무게중심이므로 $\overline{AG}:\overline{GM}=2:1$ ⋯ ㉠

$\overline{AG}:\overline{GM}=x:4=2:1$(∵ ㉠) $\quad\therefore x=8$

한편, $\overline{EG}\,/\!/\,\overline{CM}$이므로 △AGE와 △AMC에서

∠G=∠M(동위각), ∠E=∠C(동위각)

∴ △AGE∽△AMC(AA 닮음) ⋯ ㉡

이때, ㉠, ㉡에 의하여 $\overline{GE}:\overline{MC}=\overline{AG}:\overline{AM}=2:3$이므로

$6:y=2:3,\ 2y=18\qquad\therefore y=9$

$\therefore x+y=8+9=17$

122 답 ④

점 G가 △ABC의 무게중심이므로 $\overline{AG}:\overline{GM}=2:1$ ⋯ ㉠

$\overline{AM}$은 △ABC의 중선이므로 $\overline{MC}=\overline{BM}=12$

이때, $\overline{GE}\,/\!/\,\overline{MC}$이므로 △AGE와 △AMC에서

∠G=∠M(동위각), ∠E=∠C(동위각)

∴ △AGE∽△AMC(AA 닮음) ⋯ ㉡

$\overline{AG}:\overline{AM}=\overline{GE}:\overline{MC}$이므로 $2:3=x:12$(∵ ㉠), $3x=24$

$\therefore x=8$

이때, ㉠, ㉡에 의하여 $\overline{AE}:\overline{EC}=\overline{AG}:\overline{GM}=2:1$이므로

$14:y=2:1,\ 2y=14\qquad\therefore y=7$

$\therefore x+y=8+7=15$

123 답 9 cm

두 점 E, F가 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 중점이므로 $\overline{EF}/\!/\overline{BC}$이지?
$\angle GBD=\angle GFH$(엇각), $\angle BGD=\angle FGH$(맞꼭지각)이므로
$\triangle GBD \backsim \triangle GFH$(AA 닮음)
이때, 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로 중선 BF에서
$\overline{BG} : \overline{GF}=2:1$이지?
즉, 닮음비에 의하여 $\overline{GD} : \overline{GH}=2:1$
$\therefore \overline{GH}=\frac{1}{2}\overline{GD}=\frac{1}{2}\times6=3(\text{cm})$
그런데 중선 AD 위의 무게중심 G에 의하여
$\overline{AG}=2\overline{GD}=2\times6=12(\text{cm})$
$\therefore \overline{AH}=\overline{AG}-\overline{GH}=12-3=9(\text{cm})$

[다른 풀이]
$\overline{AE} : \overline{EB}=\overline{AF} : \overline{FC}$에 의하여 $\overline{EF}/\!/\overline{BC}$이므로
$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AD}$
이때, $\triangle ABC$의 무게중심 G에 대하여
$\overline{AG}=2\overline{GD}=12(\text{cm})$
따라서 $\overline{AD}=\overline{AG}+\overline{GD}=12+6=18(\text{cm})$이므로
$\overline{AH}=\frac{1}{2}\times18=9(\text{cm})$

124 답 ②

$\overline{BF}=\overline{FD}$이고 $\triangle ABC$에서 $\overline{CE}$는 중선이므로 $\overline{AE}=\overline{EB}$이지?
즉, $\triangle ABD$에서 $\overline{AD} : \overline{EF}=\overline{AB} : \overline{EB}=\overline{BD} : \overline{BF}=2:1$이므로
$\overline{AD}=2\overline{EF}=2\times6=12(\text{cm})$
이때, 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로 $\overline{AG} : \overline{GD}=2:1$
$\therefore \overline{GD}=\frac{1}{3}\overline{AD}=\frac{1}{3}\times12=4(\text{cm})$

125 답 $\frac{9}{2}$ cm

점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로 $\overline{BG} : \overline{GE}=2:1$이지?
$\therefore \overline{BG}=2\overline{GE}=2\times3=6(\text{cm})$
한편, $\overline{AD}$는 중선이므로 $\overline{BD}=\overline{DC}$이고
$\overline{BE}/\!/\overline{DF}$에 의하여 $\triangle CEB$에서
$\overline{BE} : \overline{DF}=\overline{CE} : \overline{CF}=\overline{CB} : \overline{CD}=2:1$
$\therefore \overline{DF}=\frac{1}{2}\overline{BE}=\frac{1}{2}(\overline{BG}+\overline{GE})=\frac{1}{2}(6+3)=\frac{9}{2}(\text{cm})$

126 답 29

점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로 $\overline{BG} : \overline{GE}=2:1$이지?
$\overline{BG}=2\overline{GE}=2\times6=12$ $\quad\therefore \overline{BE}=\overline{BG}+\overline{GE}=12+6=18$
한편, $\overline{AD}$가 중선이므로 $\overline{BD}=\overline{DC}$이고 $\overline{BE}/\!/\overline{DF}$에 의하여
$\triangle CEB$에서 $\overline{BE} : \overline{DF}=\overline{CE} : \overline{CF}=\overline{CB} : \overline{CD}=2:1$
$\overline{DF}=\frac{1}{2}\overline{BE}=\frac{1}{2}\times18=9$ $\quad\therefore x=9$
또, $\overline{CF}=\overline{EF}$이므로 $\overline{EF}=5$
이때, $\overline{BE}$는 $\triangle ABC$의 중선이므로 $\overline{AE}=\overline{CE}$이고
$\overline{CE}=\overline{CF}+\overline{EF}=5+5=10$
$\therefore \overline{AC}=2\overline{CE}=2\times10=20$
그런데 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로 $y=20$
$\therefore x+y=9+20=29$

127 답 ②

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로 $\triangle GCA=\triangle GAB=\triangle GBC$
$\therefore \triangle ABC=3\triangle GCA=3\times6=18(\text{cm}^2)$

128 답 8 cm²

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로 $\triangle GBC=\triangle GAB=\triangle GCA$
$\therefore \triangle GBC=\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{3}\times24=8(\text{cm}^2)$

129 답 ⑤

① 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로 중선 BE에 대하여
$\overline{BG} : \overline{GE}=2:1$ $\quad\therefore \overline{BG}=2\overline{GE}$ (참)
②, ③ $\overline{AE}=\overline{EC}$이므로 $\triangle ABE=\triangle BCE$, $\triangle GEA=\triangle GCE$
$\therefore \triangle GAB=\triangle GBC$ ⋯ ㉠
마찬가지로 $\overline{BD}=\overline{DC}$에 의하여 $\triangle ABD=\triangle ADC$,
$\triangle GBD=\triangle GDC$ $\quad\therefore \triangle GAB=\triangle GCA$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 $\triangle GAB=\triangle GCA=\triangle GBC$이므로
$\triangle GAF=\triangle GEA=\triangle GCE=\triangle GDC=\triangle GBD=\triangle GFB$ (참)
④ ②에 의하여 $\triangle GEA=\frac{1}{6}\triangle ABC$ $\quad\therefore \triangle ABC=6\triangle GEA$ (참)
⑤ $\overline{GA}=\overline{GB}=\overline{GC}$는 알 수 없어. (거짓)

130 답 10 cm²

$\overline{AG}$를 그으면
$\triangle ADG=\frac{1}{2}\triangle ABG=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{3}\triangle ABC\right)$
$=\frac{1}{6}\triangle ABC=\frac{1}{6}\times30=5(\text{cm}^2)$
$\triangle AGE=\frac{1}{2}\triangle AGC=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{3}\triangle ABC\right)$
$=\frac{1}{6}\triangle ABC=\frac{1}{6}\times30=5(\text{cm}^2)$
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\triangle ADG+\triangle AGE=5+5=10(\text{cm}^2)$

131 답 7 cm²

$\triangle GBG'=\frac{2}{3}\triangle GBD=\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{2}\triangle GBC\right)$
$=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{3}\triangle ABC\right)$
$=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times63=7(\text{cm}^2)$

132 답 72 cm²

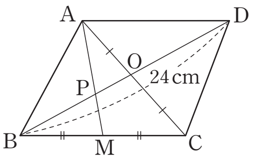
$\triangle GBG'=\frac{2}{3}\triangle GBD=\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{2}\triangle GBC\right)=\frac{1}{3}\triangle GBC$이므로
$\triangle ABC=3\triangle GBC=3\times3\triangle GBG'=9\times8=72(\text{cm}^2)$

133 답 8

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times8=24$이고,
$\triangle ADG=\triangle GEC=\frac{1}{6}\triangle ABC$이므로
(색칠한 부분의 넓이)$=\triangle ADG+\triangle GEC$
$=2\times\frac{1}{6}\times24=8$

N

134 답 8 cm



그림과 같이 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 O라 하면 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$의 중점이 각각 O, M이므로 점 P는 △ABC의 무게중심이지?

$\therefore \overline{BP}=\frac{2}{3}\overline{BO}=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\overline{BD}$

$=\frac{1}{3}\times 24=8(\text{cm})$

오|답|피|하|기

평행사변형의 대각선은 서로 다른 것을 이등분하니까 $\overline{AC}$를 그으면 $\overline{AM}$과 $\overline{BO}$가 △ABC의 중선이야. 즉, 점 P가 △ABC의 무게중심이 돼. 도형 파트에서는 주어진 도형의 성질을 정확히 알고 적절하게 사용하는 게 중요해. 이 문제와 같이 평행사변형과 관련하여 중점이 문제에 나오면 평행사변형의 성질을 이용하기 위해 항상 두 대각선을 그어 놓고 문제를 해결하자.

135 답 해설 참조

점 P는 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{BP}=\overset{(가)}{\boxed{\frac{2}{3}}}\overline{BO}=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\overline{BD}=\overset{(나)}{\boxed{\frac{1}{3}}}\overline{BD}$ ⋯ ㉠

또한, 점 Q는 △ACD의 무게중심이므로

$\overline{QD}=\frac{2}{3}\overline{DO}=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{3}\overline{BD}$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $\overline{BP}=\overset{(다)}{\boxed{\overline{QD}}}$

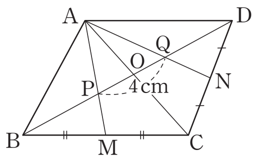
$\overline{PQ}=\overline{PO}+\overline{QO}=\underset{(라)}{\boxed{\frac{1}{3}}}\overline{BO}+\frac{1}{3}\overline{DO}$

$=\frac{2}{3}\overline{BO}(\because \overline{BO}=\overline{DO})$

$=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{3}\overline{BD}=\overline{BP}$ (∵ ㉠)

$\therefore \overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QD}$

136 답 12 cm



그림과 같이 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 O라 하면 두 점 P, Q가 각각 △ABC, △ACD의 무게중심이야.

$\overline{BP}=2\overline{PO}$, $\overline{QD}=2\overline{OQ}$

$\therefore \overline{BD}=\overline{BP}+\overline{PQ}+\overline{QD}$

$=2\overline{PO}+\overline{PO}+\overline{OQ}+2\overline{OQ}=3(\overline{PO}+\overline{OQ})$

$=3\overline{PQ}=3\times 4=12(\text{cm})$

[다른 풀이]

$\overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QD}$임을 이용하여

$\overline{BD}=3\overline{PQ}=3\times 4=12(\text{cm})$로 쉽게 답을 구할 수도 있어.

137 답 9 cm

두 점 P, Q는 각각 △ABC, △ACD의 무게중심이므로

$\overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QD}$

$\therefore \overline{BD}=3\overline{PQ}=3\times 6=18(\text{cm})$

따라서 △CDB에서 $\overline{CB}:\overline{CM}=\overline{CD}:\overline{CN}=2:1$이므로

$\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times 18=9(\text{cm})$

[다른 풀이]

△BCD에서 $\overline{BD}/\!/\overline{MN}$이므로 △APQ∽△AMN(AA 닮음)

이때, 점 P는 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{PQ}:\overline{MN}=\overline{AP}:\overline{AM}=2:3$

$\therefore \overline{MN}=\frac{3}{2}\overline{PQ}=\frac{3}{2}\times 6=9(\text{cm})$

138 답 4 cm^2

점 P는 △ABC의 무게중심이므로 $\overline{AP}:\overline{PM}=2:1$이지?

$\therefore$ △ABP$=\frac{2}{3}$△ABM

또한, △ABM$=\frac{1}{4}$□ABCD$=\frac{1}{4}\times 24=6(\text{cm}^2)$이므로

△ABP$=\frac{2}{3}\times 6=4(\text{cm}^2)$

139 답 ③

점 Q는 △ACD의 무게중심이므로

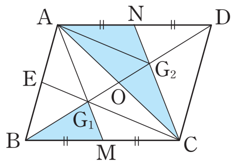
△ACD$=6$△QOC$=6\times 6=36(\text{cm}^2)$

$\therefore$ △ACN$=\frac{1}{2}$△ACD$=\frac{1}{2}\times 36=18(\text{cm}^2)$

이때, $\overline{AN}=\overline{ND}=\overline{BM}=\overline{MC}$이므로 △ACN=△AMC

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)=△AMC+△ACN=2△ACN$=36(\text{cm}^2)$

★ 평행사변형과 삼각형의 무게중심



평행사변형 ABCD에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 점 O는 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$의 중점이야.

이때, $\overline{BC}$, $\overline{AD}$의 중점을 각각 M, N이라 하면 △ABC에서 두 중선 AM과 BO의 교점인 G_1이 무게중심이 되고, △ACD에서 두 중선 CN과 DO의 교점인 G_2가 무게중심이 돼. 따라서 평행사변형 ABCD에서 다음이 성립함을 알아두자.

(1) △ABC=△CDA$=\frac{1}{2}$□ABCD

(2) △ABM=△AMC$=\frac{1}{2}$△ABC

△CNA=△CDN$=\frac{1}{2}$△CDA

(3) $\triangle G_1BC=\triangle G_1AB=\triangle G_1CA=\frac{1}{3}\triangle ABC$

$\triangle G_2AC=\triangle G_2DA=\triangle G_2CD=\frac{1}{3}\triangle CDA$

(4) $\triangle G_1BM=\frac{1}{6}\triangle ABC$, $\triangle G_2OC=\frac{1}{6}\triangle CDA$

140 답 32 cm^2

□ABCD$=8\times 12=96(\text{cm}^2)$이므로

△ABD=△BCD$=\frac{1}{2}$□ABCD$=48(\text{cm}^2)$

$\overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QD}=\frac{1}{3}\overline{BD}$ ⋯ ㉠이므로 △ABD에서

△APQ$=\frac{1}{3}$△ABD$=\frac{1}{3}\times 48=16(\text{cm}^2)$

㉠에 의하여 △BCD에서 △PBC$=\frac{1}{3}$△BCD$=\frac{1}{3}\times 48=16(\text{cm}^2)$이고,

△PBC에서 $\overline{BE}=\overline{EC}$에 의하여 $\overline{BE}=\frac{1}{2}\overline{BC}$이므로

△PBE$=\frac{1}{2}$△PBC$=\frac{1}{2}\times 16=8(\text{cm}^2)$

마찬가지로 △QCD$=\frac{1}{3}$△BCD$=\frac{1}{3}\times 48=16(\text{cm}^2)$이고,

△QCD에서 $\overline{FD}=\frac{1}{2}\overline{CD}$이므로

△DQF$=\frac{1}{2}$△QCD$=\frac{1}{2}\times 16=8(\text{cm}^2)$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=16+8+8=32(\text{cm}^2)$

[다른 풀이]
$\overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QD}$이므로

$\triangle APQ=\frac{1}{3}\triangle ABD=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\square ABCD\right)$

$=\frac{1}{6}\square ABCD=\frac{1}{6}\times 8\times 12=16(\text{cm}^2)$

$\overline{AC}$를 그으면 점 P는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\triangle PBE=\frac{1}{6}\triangle ABC=\frac{1}{6}\times\left(\frac{1}{2}\square ABCD\right)$

$=\frac{1}{12}\square ABCD=\frac{1}{12}\times 8\times 12=8(\text{cm}^2)$

점 Q도 $\triangle ACD$의 무게중심이므로

$\triangle DQF=\frac{1}{6}\triangle ACD=\frac{1}{6}\times\left(\frac{1}{2}\square ABCD\right)$

$=\frac{1}{12}\square ABCD=\frac{1}{12}\times 8\times 12=8(\text{cm}^2)$

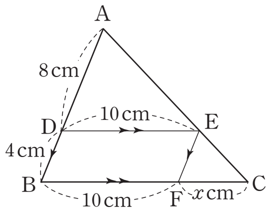
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=16+8+8=32(\text{cm}^2)$

잘 틀리는 유형 훈련+1up

p. 120

141 답 5 cm

1st 평행사변형 DBFE에서 $\overline{BF}$의 길이부터 구해.
$\square$DBFE는 평행사변형이므로 $\overline{BF}=\overline{DE}=10\text{cm}$
2nd 평행선과 선분의 길이의 비를 이용하여 $\overline{FC}$의 길이를 구해.
$\overline{FC}=x\text{cm}$라 하면
$\triangle ABC$에서 $\overline{DE}\,/\!/\,\overline{BC}$에 의하여
$\overline{DE}:\overline{BC}=\overline{AD}:\overline{AB}$이므로
$10:(10+x)=8:12=2:3$
$2(10+x)=30 \quad \therefore x=5$
$\therefore \overline{FC}=5\text{cm}$

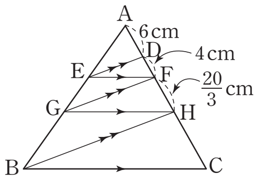


오|답|피|하|기

$\overline{BF}$의 길이는 평행사변형 DBFE의 성질을 이용하면 구할 수 있지? 즉, 평행사변형의 대변의 길이는 서로 같다는 성질을 알고 있어야 해. 그 다음에 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비를 이용하여 $\overline{FC}$의 길이를 구할 수 있어. 이 단원에서 비례식을 무조건 암기하지 말고 사각형의 성질과 삼각형의 닮음 조건을 이해하여 원리를 정확히 알고 문제에 접근해야 해.

142 답 $\frac{100}{9}$ cm

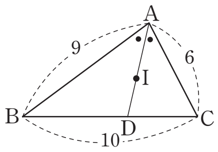
1st $\triangle AGH$에서 평행선과 선분의 길이의 비로 $\overline{FH}$의 길이를 구해.
$\overline{ED}\,/\!/\,\overline{GF}$이므로 $\triangle AGF$에서
$\overline{AE}:\overline{EG}=\overline{AD}:\overline{DF}=6:4=3:2$
또한, $\overline{EF}\,/\!/\,\overline{GH}$이므로 $\triangle AGH$에서
$\overline{AF}:\overline{FH}=\overline{AE}:\overline{EG}=3:2$
$10:\overline{FH}=3:2 \quad \therefore \overline{FH}=\frac{20}{3}\text{ cm}$



2nd $\triangle ABC$에서 평행선과 선분의 길이의 비로 $\overline{HC}$의 길이를 구해.
$\overline{GF}\,/\!/\,\overline{BH}$이므로 $\triangle ABH$에서 $\overline{AG}:\overline{GB}=\overline{AF}:\overline{FH}=3:2$
$\overline{AH}=6+4+\frac{20}{3}=\frac{50}{3}(\text{cm})$이고,
$\overline{GH}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로 $\triangle ABC$에서 $\overline{AH}:\overline{HC}=\overline{AG}:\overline{GB}$
$\frac{50}{3}:\overline{HC}=3:2,\ 3\overline{HC}=\frac{100}{3} \quad \therefore \overline{HC}=\frac{100}{9}\text{ cm}$

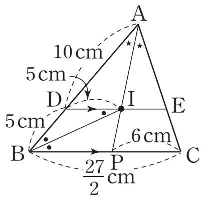
143 답 6

1st 삼각형의 내심은 세 내각의 이등분선의 교점이야.
내심은 세 내각의 이등분선의 교점이므로
$\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이야.
즉, $\overline{BD}:\overline{DC}=\overline{AB}:\overline{AC}$이므로
$\overline{BD}:(10-\overline{BD})=9:6=3:2$
$30-3\overline{BD}=2\overline{BD},\ 5\overline{BD}=30$
$\therefore \overline{BD}=6$



144 답 8 cm

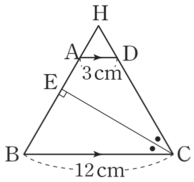
1st 내심의 정의를 이용하여 $\triangle DBI$가 이등변삼각형임을 알자.
$\overline{BI}$를 그으면 내심 I에 의하여
$\angle DBI=\angle CBI$
$\overline{BC}\,/\!/\,\overline{DE}$이므로 $\angle IBC=\angle DIB$(엇각)
$\therefore \overline{DI}=\overline{DB}=5\text{cm}$
이때, $\overline{AI}$의 연장선과 $\overline{BC}$의 교점을 P라 하면 $\triangle ABP$에서 $\overline{DI}\,/\!/\,\overline{BP}$에 의하여
$\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{DI}:\overline{BP}$이므로
$10:15=5:\overline{BP} \quad \therefore \overline{BP}=\frac{15}{2}\text{ cm}$
$\therefore \overline{PC}=\overline{BC}-\overline{BP}=\frac{27}{2}-\frac{15}{2}=6(\text{cm})$



2nd $\overline{AP}$가 각의 이등분선이므로 내각의 이등분선의 성질을 이용하자.
$\overline{AP}$는 $\angle A$의 이등분선이므로
$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BP}:\overline{CP}$
$15:\overline{AC}=\frac{15}{2}:6=5:4 \quad \therefore \overline{AC}=12\text{ cm}$
$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}\,/\!/\,\overline{DE}$에 의하여
$\overline{AE}:\overline{AC}=\overline{AD}:\overline{AB}$이므로
$\overline{AE}:12=10:15=2:3 \quad \therefore \overline{AE}=8\text{ cm}$

145 답 1 : 2

1st $\overline{BA}$와 $\overline{CD}$의 연장선을 긋자.
그림과 같이 $\overline{BA}$와 $\overline{CD}$의 연장선이 만나는 점을 H라 하면 $\triangle HBC$에서 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로
$\overline{HA}:\overline{HB}=\overline{AD}:\overline{BC}=3:12=1:4$
$\overline{HA}:\overline{AB}=1:3$ ⋯ ㉠
2nd 합동인 삼각형을 찾아봐.
한편, $\angle BCE=\angle HCE$,
$\angle CEB=\angle CEH=90^\circ$
이고, $\overline{CE}$는 공통이므로
$\triangle BCE\equiv\triangle HCE$(ASA 합동)
$\therefore \overline{HE}:\overline{EB}=1:1$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 $\overline{HA}:\overline{AE}:\overline{EB}=1:1:2$
$\therefore \overline{AE}:\overline{EB}=1:2$



오|답|피|하|기

사다리꼴 모양으로 그대로 놓고 문제를 풀려고 하면 어려워. 또한 대각선을 그어도 각의 이등분선과 직각을 이용할 수 없어. 이럴 때는 연장선을 그어서 삼각형 모양으로 만들고 각의 이등분선과 직각을 닮음비와 길이의 비를 구하는 데 이용해 봐.
보조선을 긋는 문제는 여러 유형을 접하고 각각의 유형을 자신의 것으로 정리해 둘 필요가 있어.

146 답 3

1st 각의 이등분선을 이용하여 닮음비를 구하자.

$\angle$A의 이등분선이 $\overline{AF}$이므로

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BF}:\overline{FC}$에서

$\overline{AB}:\overline{AC}=6:9=2:3$, 즉

$2:3=3:\overline{FC}$ $\quad\therefore \overline{FC}=\frac{9}{2}$ cm

$\therefore \overline{BC}=\overline{BF}+\overline{FC}=3+\frac{9}{2}=\frac{15}{2}$(cm)

2nd $\overline{BC}$의 길이를 이용하여 $\overline{DE}$의 길이를 구하자.

$\overline{BC}=\frac{3}{2}\overline{DE}$이므로

$\overline{DE}=\frac{2}{3}\overline{BC}=\frac{2}{3}\times\frac{15}{2}=5$(cm)

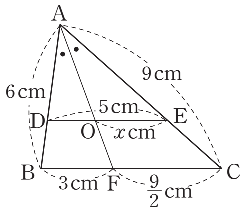
$\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{DO}:\overline{OE}=\overline{BF}:\overline{FC}$ $\cdots$ (*)

$(5-x):x=3:\frac{9}{2}=2:3$

$2x=15-3x$

$\therefore x=3$



★ 평행선과 각의 이등분선

[(*) 왜?]

$\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로 $\triangle$ADE$\backsim\triangle$ABC(AA 닮음)

$\therefore \overline{AD}:\overline{AE}=\overline{AB}:\overline{AC}$ $\cdots$ ㉠

$\triangle$ADE의 $\angle$A의 이등분선인 $\overline{AO}$에 의하여

$\overline{AD}:\overline{AE}=\overline{DO}:\overline{OE}$ $\cdots$ ㉡

$\triangle$ABC의 $\angle$A의 이등분선인 $\overline{AF}$에 의하여

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BF}:\overline{FC}$ $\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의하여

$\overline{DO}:\overline{OE}=\overline{BF}:\overline{FC}$

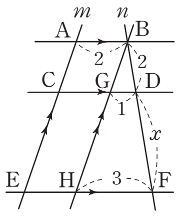
147 답 ④

1st 점 B를 지나면서 직선 m에 평행한 직선을 긋자.

그림과 같이 점 B를 지나고 직선 m에 평행한 직선을 그어 직선 CD, EF와 만나는 점을 각각 G, H라 하면 □AEHB는 평행사변형이야.

즉, $\overline{CG}=\overline{EH}=\overline{AB}=2$이므로

$\overline{GD}=3-2=1$, $\overline{HF}=5-2=3$



2nd 보조선 BH로 인해 생기는 삼각형에서 평행선의 성질을 이용하여 $\overline{DF}$의 길이를 구하자.

$\triangle$BHF에서 $\overline{DF}=x$라 하면 $\overline{GD}/\!/\overline{HF}$이므로

$\overline{BD}:\overline{BF}=\overline{GD}:\overline{HF}$

$2:(2+x)=1:3$

$2+x=6$ $\quad\therefore x=4$

$\therefore \overline{DF}=4$

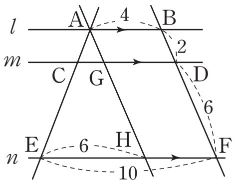
오|답|피|하|기

삼각형에서 많이 다루웠던 평행선 사이의 선분의 길이의 비는 문제와 같이 사다리꼴 모양일 때는 한 직선을 평행이동한 후 다른 직선과 만나게 하면 삼각형이 만들어지므로 닮음을 이용하기 쉬워져. 이때, $\overline{BD}:\overline{DF}=\overline{GD}:\overline{HF}$라고 혼동하기 쉬우므로 주의하자.

148 답 ⑤

1st $\overline{BF}$와 평행한 선을 긋자.

그림과 같이 점 A를 지나고 직선 BF에 평행한 직선이 CD, EF와 만나는 점을 각각 G, H라 하자.



그럼, □AHFB가 평행사변형이므로

$\overline{AG}=\overline{BD}=2$, $\overline{GH}=\overline{DF}=6$,

$\overline{HF}=\overline{GD}=\overline{AB}=4$

$\therefore \overline{EH}=10-4=6$

2nd 보조선 AH로 인해 생기는 삼각형에서 평행선의 성질을 이용하여 $\overline{CD}$의 길이를 구하자.

$\triangle$AEH에서 $\overline{CG}/\!/\overline{EH}$이므로

$\overline{AG}:\overline{AH}=\overline{CG}:\overline{EH}$

$2:8=(\overline{CD}-4):6$

$8\overline{CD}-32=12$ $\quad\therefore \overline{CD}=\frac{11}{2}$

149 답 ④

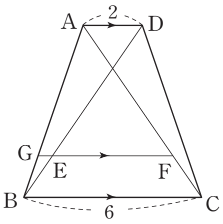
1st $\overline{EF}$를 연장하여 생기는 $\overline{GF}$의 길이를 먼저 구하자.

$\overline{DE}:\overline{EB}=\overline{AF}:\overline{FC}=3:1$이므로

$\overline{EF}/\!/\overline{BC}$

$\overline{EF}$의 연장선과 $\overline{AB}$가 만나는 점을 G라 하면 $\triangle$ABC에서 $\overline{GF}:\overline{BC}=\overline{AF}:\overline{AC}$이므로 $\overline{GF}:6=3:4$

$\therefore \overline{GF}=\frac{18}{4}=\frac{9}{2}$



2nd $\overline{EF}$의 길이를 구하자.

$\triangle$ABD에서 $\overline{GE}:\overline{AD}=\overline{BE}:\overline{BD}$이므로

$\overline{GE}:2=1:4$ $\quad\therefore \overline{GE}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

$\therefore \overline{EF}=\overline{GF}-\overline{GE}=\frac{9}{2}-\frac{1}{2}=4$

오|답|피|하|기

주어진 조건으로 $\overline{AD}/\!/\overline{EF}/\!/\overline{BC}$임을 먼저 알고, $\overline{EF}$의 연장선을 그어 $\overline{AB}$와 만나도록 한 후 닮음인 삼각형의 닮음비를 이용하여 길이를 구하면 돼. 평행선과 선분의 길이의 비의 상관관계를 잘 이해하고 있어야 해.

150 답 30

1st $2\overline{AE}=3\overline{EB}$를 이용하여 길이의 비를 구하자.

$2\overline{AE}=3\overline{EB}$에서 $\overline{AE}:\overline{EB}=3:2$ $\cdots$ ㉠

$\triangle$BDA에서 $\overline{EG}/\!/\overline{AD}$에 의하여

$\overline{BE}:\overline{BA}=\overline{EG}:\overline{AD}$이고,

㉠에 의하여 $\overline{BE}:\overline{BA}=2:(2+3)=2:5$이므로

$2:5=\overline{EG}:15$

$\therefore \overline{EG}=6$

2nd $2\overline{EG}=\overline{GH}$를 이용하여 $\overline{GH}$의 길이를 구하자.

또, $2\overline{EG}=\overline{GH}$이므로 $\overline{GH}=2\times6=12$

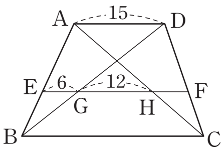
$\overline{EH}=\overline{EG}+\overline{GH}=6+12=18$

$\triangle$ABC에서 $\overline{EH}/\!/\overline{BC}$이고 ㉠에 의하여

$\overline{AE}:\overline{AB}=3:(3+2)=3:5$이므로

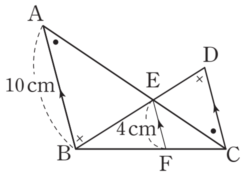
$\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EH}:\overline{BC}$에서

$3:5=18:\overline{BC}$ $\quad\therefore \overline{BC}=30$



151 답 $\frac{20}{3}$ cm

1st 평행한 변을 이용하여 닮음비를 구하자.



$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}/\!/\overline{EF}$이므로

$\overline{AB}:\overline{EF}=10:4=5:2$

$\therefore \overline{AE}:\overline{EC}=3:2$

$\triangle ABE \backsim \triangle CDE$(AA 닮음)이므로

$\overline{AE}:\overline{CE}=\overline{AB}:\overline{CD}$

$3:2=10:\overline{CD}$, $3\overline{CD}=20$

$\therefore \overline{CD}=\frac{20}{3}$ cm

[다른 풀이]

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}/\!/\overline{EF}$이므로

$\overline{CB}:\overline{CF}=\overline{AB}:\overline{EF}=10:4=5:2$

또, $\triangle BCD$에서 $\overline{EF}/\!/\overline{DC}$이므로

$\overline{DC}:\overline{EF}=\overline{BC}:\overline{BF}=5:(5-2)=5:3$

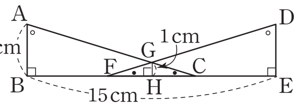
$\overline{DC}:4=5:3$ $\therefore \overline{DC}=\frac{20}{3}$ cm

오|답|피|하|기

주어진 길이를 이용하려면 $\triangle ABC$에서의 평행선과 선분의 길이의 비를 먼저 구해야 해. 그 다음에 평행선 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$에서 엇각의 크기가 같음을 이용하면 돼. 즉, $\angle EAB=\angle ECD$(엇각), $\angle EBA=\angle EDC$(엇각)이므로 $\triangle ABE$와 $\triangle CDE$가 AA 닮음임을 알 수 있지?

152 답 5 cm

1st $\triangle ABC$와 $\triangle GHC$의 닮음비는 $4:1$이야.



$\overline{HC}=a$라 하면

$\triangle ABC \backsim \triangle GHC$(AA 닮음)이고

$\overline{AB}:\overline{GH}=4:1$이므로

$\overline{BH}:\overline{HC}=3:1$

$\therefore \overline{BH}=3a$

이때, 두 삼각형 ABC와 DEF가 합동이므로

$\overline{EH}=\overline{BH}=3a$ ⋯ $(*)$, $\overline{FH}=\overline{HC}=a$

$\therefore \overline{BE}=\overline{BH}+\overline{HE}=6a$

2nd $\overline{BE}$의 길이를 이용하여 a의 값을 구하자.

즉, $6a=15$이므로 $a=\frac{15}{6}=\frac{5}{2}$

$\therefore \overline{FC}=\overline{FH}+\overline{HC}=2a=5$(cm)

★ 이등변삼각형의 정의 이용

[$(*)$ 왜?] $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$에서 $\angle C=\angle F$이므로 $\triangle FCG$는 이등변삼각형이야.

이때, 점 G에서 $\overline{FC}$에 내린 수선의 발 H는 $\overline{FC}$를 이등분해.

$\therefore \overline{FH}=\overline{HC}$ ⋯ ㉠

또한, $\overline{BC}=\overline{EF}$이므로 $\overline{BF}=\overline{BC}-\overline{FC}=\overline{EF}-\overline{FC}=\overline{EC}$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $\overline{BH}=\overline{EH}$가 성립함을 알 수 있어.

153 답 48 cm²

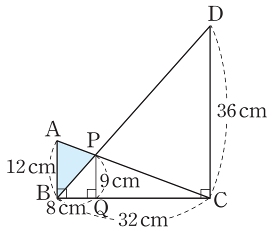
1st 점 P에서 $\overline{BC}$에 수직인 직선을 긋자.

점 P에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 Q라 하자.

$\overline{AB}/\!/\overline{PQ}/\!/\overline{DC}$이므로

$\overline{PQ}=\frac{\overline{AB}\times\overline{DC}}{\overline{AB}+\overline{DC}}$ ⋯ $(*)=\frac{12\times 36}{12+36}=9$(cm)

2nd $\triangle ABP$의 넓이를 구해.



$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}/\!/\overline{PQ}$에 의하여

$\overline{QC}:\overline{BC}=\overline{PQ}:\overline{AB}=9:12=3:4$

$\overline{BQ}:\overline{QC}=1:3$이므로

$\overline{BQ}=\frac{1}{4}\overline{BC}=\frac{1}{4}\times 32=8$(cm)

$\therefore \triangle ABP=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BQ}$

$=\frac{1}{2}\times 12\times 8=48(\text{cm}^2)$

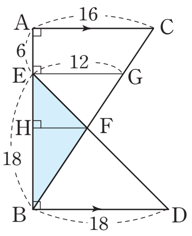
오|답|피|하|기

$\triangle ABP$의 넓이를 구하기 위하여 필요한 높이는 점 P에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 길이야. 이는 점 P에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 Q라 할 때, $\overline{BQ}$의 길이에 해당하겠지? $\overline{BQ}$의 길이를 알기 위하여 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}/\!/\overline{PQ}$임을 이용해야 해. 이때, $\overline{AB}/\!/\overline{PQ}/\!/\overline{DC}$에 의하여 $\overline{PQ}$의 길이를 구할 수 있다면 문제는 거의 해결된거나 마찬가지야. 이처럼 반대로 문제에 접근하면서 조건들을 하나하나 이용하면 좀 더 쉽게 접근할 수 있어.

154 답 $\frac{324}{5}$

1st 두 점 E, F에서 $\overline{AB}$에 수직인 직선을 각각 긋자.

그림과 같이 $\angle CAB=\angle DBA=90^\circ$이므로 $\overline{AC}/\!/\overline{BD}$야.



점 E에서 $\overline{AB}$에 수직인 직선을 그어 $\overline{BC}$와 만나는 점을 G라 하면 $\overline{AC}/\!/\overline{EG}$에 의하여

$\triangle BCA$에서 $\overline{BE}:\overline{BA}=\overline{EG}:\overline{AC}$이므로

$18:24=\overline{EG}:16$, $3:4=\overline{EG}:16$

$\therefore \overline{EG}=12$

또한, 점 F에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{EG}/\!/\overline{HF}/\!/\overline{BD}$이므로 $\overline{HF}=\frac{12\times 18}{12+18}=\frac{36}{5}$

2nd $\triangle EBF$의 넓이를 구하자.

$\therefore \triangle EBF=\frac{1}{2}\times\overline{EB}\times\overline{HF}=\frac{1}{2}\times 18\times\frac{36}{5}=\frac{324}{5}$

[다른 풀이]

$\overline{EG}/\!/\overline{HF}/\!/\overline{BD}$일 때, $\overline{HF}$의 길이를 다른 방법으로 구해 보자.

$\overline{EG}/\!/\overline{BD}$에서 $\triangle EFG \backsim \triangle DFB$이므로

$\overline{EF}:\overline{DF}=\overline{EG}:\overline{DB}=12:18=2:3$

$\triangle EBD$에서 $\overline{HF}/\!/\overline{BD}$에 의하여 $\overline{HF}:\overline{BD}=\overline{EF}:\overline{ED}$이므로

$\overline{HF}:18=2:(2+3)=2:5$ $\therefore \overline{HF}=\frac{36}{5}$

(이하 동일)

오|답|피|하|기

이런 유형의 문제는 무엇부터 해야 할지 난감할 수 있어. 단계별로 접근해야 해.

(i) $\angle CAB=\angle DBA=90^\circ$라는 조건에서 동측내각의 크기의 합이 180°이므로 $\overline{AC}/\!/\overline{BD}$이지?

(ii) $\triangle EBF$의 넓이를 구하기 위해 밑변인 $\overline{EB}$의 길이를 알고 있으므로 높이를 구해야 해. 즉, 점 F에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 길이로 $\overline{HF}$야.

(iii) 그럼, $\overline{AC}/\!/\overline{BD}/\!/\overline{HF}$임을 알 수 있고 주어진 선분의 길이를 이용하기 위하여 다른 세 선분과 평행한 점 E를 지나는 선분이 필요함을 알 수 있겠지. 즉, $\overline{EG}$를 긋는 거야.

이처럼 보조선은 문제의 조건을 모두 적절하게 활용하기 위해 필요해. 조건을 잘 보고 꼭 필요한 보조선을 긋자.

155 답 32 cm

1st $\overline{GG'}$의 길이를 구하자.

△GBC는 직각삼각형이고 점 M은 $\overline{BC}$의 중점으로 외심이므로

$\overline{GM}=\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\times24=12(\text{cm})$

점 G′은 △GBC의 무게중심이므로

$\overline{GG'}:\overline{GM}=2:3$

$\therefore \overline{GG'}=\frac{2}{3}\overline{GM}$

$=\frac{2}{3}\times12=8(\text{cm})$

2nd $\overline{AG}$의 길이를 구하여 $\overline{AG'}$의 길이를 구하자.

또한, 점 G는 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{AG}:\overline{GM}=2:1$에서

$\overline{AG}=2\overline{GM}=2\times12=24(\text{cm})$

$\therefore \overline{AG'}=\overline{AG}+\overline{GG'}=24+8=32(\text{cm})$

156 답 40 cm

1st $\overline{GG'}$의 길이를 구하자.

△GBC는 직각삼각형이고 점 M은 $\overline{BC}$의 중점으로 외심이므로

$\overline{GM}=\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\times30=15(\text{cm})$

점 G′은 △GBC의 무게중심이므로 $\overline{GG'}:\overline{GM}=2:3$

$\therefore \overline{GG'}=\frac{2}{3}\overline{GM}$

$=\frac{2}{3}\times15=10(\text{cm})$

2nd $\overline{AG}$의 길이를 구하여 $\overline{AG'}$의 길이를 구하자.

또한, 점 G는 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{AG}:\overline{GM}=2:1$에서

$\overline{AG}=2\overline{GM}=2\times15=30(\text{cm})$

$\therefore \overline{AG'}=\overline{AG}+\overline{GG'}=30+10=40(\text{cm})$

157 답 2 cm

1st 무게중심을 이용하여 $\overline{CP}$의 길이를 구해 보자.

점 P는 두 중선 BE와 CF의 교점이므로 △ABC의 무게중심이야.

즉, $\overline{CP}=\frac{2}{3}\overline{CF}=\frac{2}{3}\times12=8(\text{cm})$

2nd $\overline{PQ}$의 길이를 구하자.

$\overline{AE}=\overline{EC}$, $\overline{BD}=\overline{DC}$이므로 $\overline{DE}\,/\!/\,\overline{BA}$에서

$\overline{CQ}=\overline{QF}=6$ cm

$\therefore \overline{PQ}=\overline{CP}-\overline{CQ}=8-6=2(\text{cm})$

158 답 4 cm

1st $\overline{CQ}$의 길이를 구하자.

△ABC의 무게중심을 G라 하면 무게중심과 평행선의 성질에 의하여

$\overline{PQ}\,/\!/\,\overline{AB}$이고, $\overline{CQ}:\overline{QB}=\overline{CG}:\overline{GF}=2:1$이지?

즉, $\overline{CQ}:\overline{CB}=2:3$이므로

$\overline{CQ}=\frac{2}{3}\overline{CB}=\frac{2}{3}\times24=16(\text{cm})$

2nd $\overline{QD}$의 길이를 구하자.

이때, $\overline{AD}$는 △ABC의 중선이므로

$\overline{CD}=\frac{1}{2}\overline{CB}=\frac{1}{2}\times24=12(\text{cm})$

$\therefore \overline{QD}=\overline{CQ}-\overline{CD}=16-12=4(\text{cm})$

159 답 24 cm²

1st 색칠한 부분을 6개의 삼각형으로 분리하여 전체 삼각형의 넓이에 대한 각 삼각형의 넓이의 비율을 구해 보자.

$\triangle AFG=\frac{2}{3}\triangle AHG=\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{6}\triangle ABC\right)=\frac{1}{9}\triangle ABC$

이때, 무게중심 G에 대하여 △AGE, △FBG, △GBD, △GDC, △GCE의 넓이도 마찬가지로 $\frac{1}{9}$△ABC가 돼.

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=6\times\left(\frac{1}{9}\triangle ABC\right)=\frac{2}{3}\times36=24(\text{cm}^2)$

오답피하기

네 점 G, D, E, F는 모두 무게중심이라는 사실을 명심하자. 중점이라고 착각하여 색칠한 부분의 넓이가 △ABC의 넓이의 $\frac{1}{2}$이라고 착각하지 않도록 하자.

160 답 3 cm²

1st △ABE의 넓이를 구해 보자.

$\overline{AE}:\overline{EC}=2:1$이므로 $\triangle ABE=\frac{2}{3}\triangle ABC=\frac{2}{3}\times27=18(\text{cm}^2)$

2nd 점 G가 △ABE의 무게중심임을 이용하여 △AGD의 넓이를 구해 보자.

점 G가 △ABE의 무게중심이므로 $\triangle AGD=\frac{1}{6}\triangle ABE=3(\text{cm}^2)$

161 답 5 cm²

1st △ADC의 넓이를 구하자.

점 D가 $\overline{BC}$의 중점이므로

$\triangle ADC=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{2}\times45=\frac{45}{2}(\text{cm}^2)$

2nd 닮음비를 이용하여 △ADF의 넓이를 구하자.

$\overline{GF}\,/\!/\,\overline{DC}$이므로 △AGF∽△ADC(AA 닮음)

$\overline{AF}:\overline{FC}=\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$ ⋯ ㉠

△ADC에서 $\triangle ADF=\frac{2}{3}\triangle ADC=\frac{2}{3}\times\frac{45}{2}=15(\text{cm}^2)$

이때, ㉠에 의하여 $\overline{AD}:\overline{GD}=3:1$이므로

$\triangle GDF=\frac{1}{3}\triangle ADF=\frac{1}{3}\times15=5(\text{cm}^2)$

[다른 풀이]

$\overline{EF}\,/\!/\,\overline{BC}$이고, 점 G는 △ABC의 무게중심이므로

$\triangle FDC=\triangle GDC=\frac{1}{6}\triangle ABC=\frac{1}{6}\times45=\frac{15}{2}(\text{cm}^2)$

$\triangle ADC=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{2}\times45=\frac{45}{2}(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle ADF=\triangle ADC-\triangle FDC=\frac{45}{2}-\frac{15}{2}=15(\text{cm}^2)$

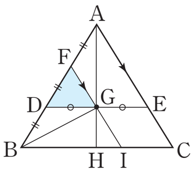
$\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$이므로 $\triangle GDF=\frac{1}{3}\triangle ADF=\frac{1}{3}\times15=5(\text{cm}^2)$

오답피하기

삼각형의 무게중심과 넓이는 무게중심의 정의와 성질을 알고 있다면 쉽게 풀어갈 수 있어. 만약 무의미하게 암기를 했다면 이런 변형된 도형에서는 풀기 힘들었을 거야. 우선 이런 유형에서는 꼭짓점을 제외한 점이 선분을 어떻게 내분하는지 잘 알아야 해.
즉, 점 D는 선분 BC의 중점이므로 선분 BC를 밑변으로 하는 삼각형의 넓이를 이등분하지? 또한, 점 G는 무게중심으로 선분 AD를 2 : 1로 내분하므로 선분 AD를 밑변으로 하는 삼각형의 넓이를 2 : 1로 나누는 거야.

162 답 8 cm^2

1st $\triangle GHI : \triangle GHC$를 구해 보자.
$\triangle AHC$에서 $\overline{GI} /\!/ \overline{AC}$이므로 $\triangle HIG \backsim \triangle HCA$(AA 닮음)
즉, $\overline{HI} : \overline{HC} = \overline{HG} : \overline{HA} = 1 : 3$이므로
$\triangle GHI : \triangle GHC = 1 : 3$
$\triangle GHC = 3\triangle GHI = 3\times 4 = 12(\text{cm}^2)$
2nd $\triangle FDG : \triangle ABC$를 구해 보자.
$\triangle GHC = \frac{1}{6}\triangle ABC$이므로
$\triangle ABC = 6\triangle GHC = 6\times 12 = 72(\text{cm}^2)$
한편, $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\overline{BH} = \overline{HC}$에 의하여 $\triangle ADE$에서 $\overline{DG} = \overline{GE}$이고 $\overline{FG} /\!/ \overline{AE}$에서 $\overline{AF} = \overline{FD}$가 돼.
또, $\triangle ADG \backsim \triangle ABH$(AA 닮음)이고
$\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AG} : \overline{GH} = 2 : 1$이므로
$\overline{AF} = \overline{FD} = \overline{DB}$



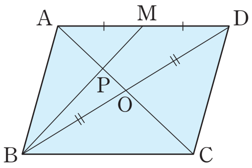
$\therefore \triangle FDG = \frac{1}{3}\triangle ABG$
$= \frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{3}\triangle ABC\right)$
$= \frac{1}{9}\triangle ABC = \frac{1}{9}\times 72 = 8(\text{cm}^2)$

163 답 8 cm^2

1st □PMCO의 넓이를 구하자.
두 점 M, O는 각각 $\overline{BC}$와 $\overline{AC}$의 중점이므로 두 선분 AM, BO의 교점인 P는 $\triangle ABC$의 무게중심이야.
$\square PMCO = 2\triangle PMC = 2\times\left(\frac{1}{6}\triangle ABC\right)$
$= \frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\square ABCD\right)$
$= \frac{1}{6}\square ABCD = \frac{1}{6}\times 24 = 4(\text{cm}^2)$
2nd □QOCN의 넓이를 구하여 색칠한 부분의 넓이를 구하자.
마찬가지로 점 Q는 $\triangle ACD$의 무게중심이므로
$\square QOCN = 2\triangle QCN = 2\times\left(\frac{1}{6}\triangle ACD\right)$
$= \frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\square ABCD\right)$
$= \frac{1}{6}\square ABCD = \frac{1}{6}\times 24 = 4(\text{cm}^2)$
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$= 4 + 4 = 8(\text{cm}^2)$

164 답 48 cm^2

1st 평행사변형의 대각선 BD를 긋고, 점 P의 특징을 찾자.
평행사변형 ABCD에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형의 대각선 BD를 그으면 점 P는 $\triangle ABD$의 무게중심이야.



2nd □ABCD의 넓이를 구하자.
$\overline{BO} : \overline{OD} = 1 : 1$에 의하여 $\triangle ABD = 2\triangle ABO$이고,
$\overline{AP} : \overline{PO} = 2 : 1$에 의하여 $\triangle ABO = \frac{3}{2}\triangle ABP$이므로
$\triangle ABD = 2\triangle ABO = 3\triangle ABP = 3\times 8 = 24(\text{cm}^2)$
$\therefore \square ABCD = 2\triangle ABD = 2\times 24 = 48(\text{cm}^2)$

서술형 다지기

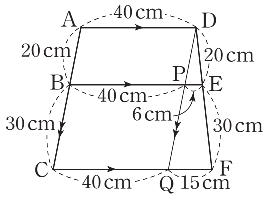
p. 124

[165-166 채점기준표]

Ⅰ	보조선을 그어 평행사변형을 만든다.	30%
Ⅱ	새로 만들어지는 선분의 길이를 구한다.	40%
Ⅲ	구하고자 하는 선분의 길이를 구한다.	30%

165 답 55 cm

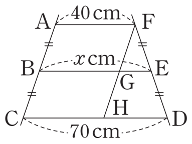
먼저, 보조선을 그어 평행사변형을 만들자.
점 D를 지나고 $\overline{AC}$에 평행한 직선이 $\overline{BE}$, $\overline{CF}$와 만나는 점을 각각 P, Q라 하면 □ACQD는 평행사변형이다. … Ⅰ
그다음, $\overline{PE}$의 길이를 구하자.
$\overline{BP} = \overline{CQ} = \overline{AD} = 40\text{ cm}$
$\therefore \overline{PE} = \overline{BE} - \overline{BP} = 46 - 40 = 6(\text{cm})$ … Ⅱ
그래서, $\overline{CF}$의 길이를 구하자.



$\triangle DQF$에서 $\overline{PE} /\!/ \overline{QF}$이므로
$\overline{PE} : \overline{QF} = \overline{DP} : \overline{DQ}$에서
$6 : \overline{QF} = 20 : (20 + 30)$
$= 2 : 5$
$2\overline{QF} = 30 \quad \therefore \overline{QF} = 15\text{ cm}$
$\therefore \overline{CF} = \overline{CQ} + \overline{QF} = 40 + 15$
$= 55(\text{cm})$ … Ⅲ

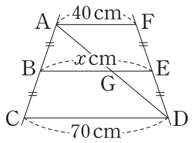
166 답 55

먼저, 보조선을 그어 평행사변형을 만들자.
주어진 사다리를 그림과 같이 단순화하고 $\overline{AC} /\!/ \overline{FH}$가 되도록 보조선 FH를 그으면 □ACHF는 평행사변형이다. … Ⅰ



그다음, 각 부분의 길이를 구하자.
$\overline{BG} = \overline{CH} = \overline{AF} = 40\text{ cm}$
$\overline{GE} = \overline{BE} - \overline{BG} = x - 40(\text{cm})$
$\overline{HD} = \overline{CD} - \overline{CH} = 70 - 40 = 30(\text{cm})$ … Ⅱ
그래서, x의 값을 구하자.
$\triangle FHD$에서 $\overline{FE} = \overline{ED}$, $\overline{GE} /\!/ \overline{HD}$에 의하여
$\overline{GE} : \overline{HD} = \overline{FE} : \overline{FD} = 1 : 2$이므로
$\overline{GE} = \frac{1}{2}\overline{HD}$에서
$x - 40 = \frac{1}{2}\times 30 = 15$
$\therefore x = 55$ … Ⅲ

[다른 풀이]
주어진 사다리를 그림과 같이 단순화하고 두 점 A, D를 잇자.



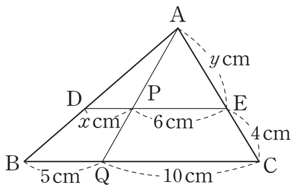
이때, $\overline{AD}$와 $\overline{BE}$의 교점을 G라 하면
$\triangle ACD$에서 $\overline{BG} /\!/ \overline{CD}$에 의하여
$\overline{BG} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 1 : 2$이므로
$\overline{BG} = \frac{1}{2}\overline{CD} = \frac{1}{2}\times 70 = 35(\text{cm})$
마찬가지로 $\triangle DFA$에서 $\overline{AF} /\!/ \overline{GE}$이므로
$\overline{GE} = \frac{1}{2}\overline{AF} = \frac{1}{2}\times 40 = 20(\text{cm})$
즉, $\overline{BE} = \overline{BG} + \overline{GE} = 35 + 20 = 55(\text{cm})$이므로
$x = 55$

[167-168 채점기준표]

Ⅰ	닮음이나 무게중심의 성질을 이용하여 x의 값을 구한다.	30%
Ⅱ	닮음의 성질을 이용하여 y의 값을 구한다.	40%
Ⅲ	$x+y$의 값을 구한다.	30%

167 답 9

먼저, x의 값을 구하자.



$\overline{BC}/\!/\overline{DE}$에서

$\triangle APE \backsim \triangle AQC$(AA 닮음)이고

$\triangle ADP \backsim \triangle ABQ$(AA 닮음)이므로

$\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AP} : \overline{AQ}$

$= \overline{PE} : \overline{QC}$

$= 6 : 10 = 3 : 5$ … ㉠

이때, $\triangle ABQ$에서 $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{DP} : \overline{BQ}$이므로

$3 : 5 = x : 5$($\because$ ㉠), $5x=15$ $\quad\therefore x=3$ … Ⅰ

그다음, y의 값도 구하자.

$\triangle AQC$에서 $\overline{AE} : \overline{AC} = \overline{PE} : \overline{QC}$이므로 $y : (y+4) = 3 : 5$($\because$ ㉠)

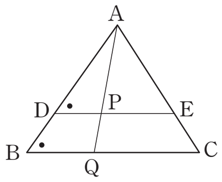
$3(y+4)=5y$, $3y+12=5y$, $2y=12$ $\quad\therefore y=6$ … Ⅱ

그래서, $x+y$의 값을 구하자.

$\therefore x+y=3+6=9$ … Ⅲ

오답피하기

닮음인 삼각형을 잘 찾고, 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비를 정확히 이해해야 해.



$\overline{BC}/\!/\overline{DE}$일 때, $\triangle ABQ$와 $\triangle ADP$, $\triangle AQC$와 $\triangle APE$ 각각의 닮음 관계를 알아보자.

$\triangle ABQ$와 $\triangle ADP$에 대하여 $\angle BAQ$는 공통, $\overline{BQ}/\!/\overline{DP}$이므로

$\angle B = \angle D$(동위각)

$\therefore$ $\triangle ABQ \backsim \triangle ADP$(AA 닮음)

마찬가지로 $\triangle AQC \backsim \triangle APE$(AA 닮음)야.

즉, 공통인 각을 갖고 한 쌍의 변이 평행할 때, 동위각이나 엇각의 크기가 같음을 이용하여 닮음을 바로 찾을 수 있어.

168 답 19

먼저, x의 값을 구하자.

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로 $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$ … ㉠

$x : 5 = 2 : 1$ $\quad\therefore x=10$ … Ⅰ

그다음, y의 값을 구하자.

$\overline{GF}/\!/\overline{DC}$이고 ㉠에 의하여 $\overline{AG} : \overline{AD} = 2 : 3$이므로

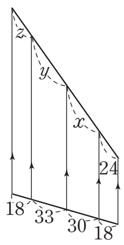
$\triangle ADC$에서 $\overline{GF} : \overline{DC} = 2 : 3$

$6 : y = 2 : 3$ $\quad\therefore y=9$ … Ⅱ

그래서, $x+y$의 값을 구하자.

$\therefore x+y=10+9=19$ … Ⅲ

169 답 108



기둥들은 서로 평행하므로 $24 : 18 = x : 30$

$4 : 3 = x : 30$, $3x=120$ $\quad\therefore x=40$ … Ⅰ

$4 : 3 = y : 33$, $3y=132$ $\quad\therefore y=44$

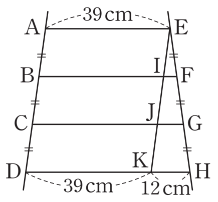
$4 : 3 = z : 18$, $3z=72$ $\quad\therefore z=24$ … Ⅱ

$\therefore x+y+z=40+44+24=108$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	평행선과 선분의 길이의 비를 이용하여 x의 값을 구한다.	30%
Ⅱ	평행선과 선분의 길이의 비를 이용하여 y, z의 값을 각각 구한다.	60%
Ⅲ	$x+y+z$의 값을 구한다.	10%

170 답 90 cm



주어진 사다리를 그림과 같이 단순화하고 파손된 다리 두 개를 각각 $\overline{BF}$, $\overline{CG}$라 하자.

이때, $\overline{AD}/\!/\overline{EK}$가 되도록 보조선 EK를 그으면 □ADKE는 평행사변형이다.

즉, $\overline{DK}=\overline{CJ}=\overline{BI}=\overline{AE}=39$ cm이므로

$\overline{KH}=\overline{DH}-\overline{DK}=51-39$

$=12$(cm) … Ⅰ

사다리의 다리의 간격은 모두 같으므로 $\overline{EF}=\overline{FG}=\overline{GH}$

$\triangle EKH$에서 $\overline{IF}/\!/\overline{KH}$이므로 $\overline{EF} : \overline{EH} = \overline{IF} : \overline{KH}$

$1 : 3 = \overline{IF} : 12$ $\quad\therefore \overline{IF}=4$ cm

$\triangle EJG$에서 $\overline{IF}/\!/\overline{JG}$이므로 $\overline{EF} : \overline{EG} = \overline{IF} : \overline{JG}$

$1 : 2 = 4 : \overline{JG}$ $\quad\therefore \overline{JG}=8$ cm … Ⅱ

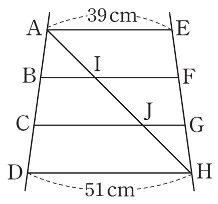
새로 만들어야 하는 다리의 길이를 각각 구하면

$\overline{BF}=\overline{BI}+\overline{IF}=39+4=43$(cm)

$\overline{CG}=\overline{CJ}+\overline{JG}=39+8=47$(cm)

따라서 그 합은 $43+47=90$(cm)이다. … Ⅲ

[다른 풀이]



두 점 A, H를 잇고 $\overline{AH}$가 $\overline{BF}$, $\overline{CG}$와 만나는 점을 각각 I, J라 하자.

$\triangle ADH$에서 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}$이므로

$\overline{BI}=\frac{1}{3}\overline{DH}=\frac{1}{3}\times 51=17$(cm)

$\overline{CJ}=\frac{2}{3}\overline{DH}=\frac{2}{3}\times 51=34$(cm)

$\triangle HEA$에서 $\overline{EF}=\overline{FG}=\overline{GH}$이므로

$\overline{JG}=\frac{1}{3}\overline{AE}=\frac{1}{3}\times 39=13$(cm)

$\overline{IF}=\frac{2}{3}\overline{AE}=\frac{2}{3}\times 39=26$(cm)

따라서 $\overline{BF}=\overline{BI}+\overline{IF}=17+26=43$(cm),

$\overline{CG}=\overline{CJ}+\overline{JG}=34+13=47$(cm)이므로

(구하는 합)$=\overline{BF}+\overline{CG}=43+47=90$(cm)

[채점기준표]

Ⅰ	보조선을 그어 평행사변형을 만든다.	30%
Ⅱ	새롭게 만들어진 선분의 길이를 구한다.	40%
Ⅲ	새로 만들어야 할 두 다리의 길이의 합을 구한다.	30%

171 답 8

$\overline{AB}$, $\overline{EF}$, $\overline{DC}$가 모두 $\overline{BC}$에 수직이므로

$\overline{AB}/\!/\overline{EF}/\!/\overline{DC}$

$\therefore$ $\triangle ABE \backsim \triangle CDE$ (AA 닮음) … Ⅰ

$\overline{BE} : \overline{DE} = \overline{AB} : \overline{CD} = 12 : 24 = 1 : 2$이므로

$\overline{BE} : \overline{BD} = 1 : 3$ … Ⅱ

$\triangle BCD$에서 $\overline{EF}/\!/\overline{DC}$이므로

$\overline{BE} : \overline{BD} = \overline{EF} : \overline{DC}$, $1 : 3 = x : 24$

$\therefore x=8$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	닮음인 두 삼각형을 찾는다.	40%
Ⅱ	닮음비를 구한다.	30%
Ⅲ	x의 값을 구한다.	30%

172 답 90 cm^2

점 G′은 △GBC의 무게중심이므로 $\overline{GG'}:\overline{G'D}=2:1$

즉, $\triangle GG'C=\frac{2}{3}\triangle GDC$이므로

$\triangle GDC=\frac{3}{2}\triangle GG'C=\frac{3}{2}\times10=15(\text{cm}^2)$ ⋯ Ⅰ

또한, 점 G는 △ABC의 무게중심이므로 $\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$

즉, $\triangle ADC=3\triangle GDC=3\times15=45(\text{cm}^2)$ ⋯ Ⅱ

∴ $\triangle ABC=2\triangle ADC=2\times45=90(\text{cm}^2)$ ⋯ Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	△GBC의 무게중심 G′으로 △GDC의 넓이를 구한다.	40%
Ⅱ	△ABC의 무게중심 G로 △ADC의 넓이를 구한다.	40%
Ⅲ	△ABC의 넓이를 구한다.	20%

173 답 9 cm

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

두 점 P, Q는 각각 △ABC, △ACD의 무게중심이다.

$\overline{BP}:\overline{PO}=2:1$, $\overline{DQ}:\overline{QO}=2:1$

$\overline{BO}=\overline{DO}$이므로 $\overline{BP}:\overline{PQ}:\overline{QD}=1:1:1$ ⋯ Ⅰ

즉, $\overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QD}=6\text{ cm}$이므로

$\overline{BD}=3\overline{PQ}=3\times6=18(\text{cm})$ ⋯ Ⅱ

이때, $\overline{CM}:\overline{MB}=\overline{CN}:\overline{ND}=1:1$에 의하여 $\overline{MN}/\!/\overline{BD}$이므로

$\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times18=9(\text{cm})$ ⋯ Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	평행사변형의 성질을 이용하여 $\overline{BP}:\overline{PQ}:\overline{QD}$를 구한다.	40%
Ⅱ	$\overline{BD}$의 길이를 구한다.	20%
Ⅲ	$\overline{MN}/\!/\overline{BD}$를 이용하여 $\overline{MN}$의 길이를 구한다.	40%

최고난도 만점 문제

p. 126

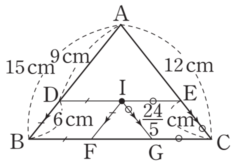
174 답 $\frac{36}{5}$ cm

1st $\overline{DE}/\!/\overline{BC}$와 내심 I를 이용하여 $\overline{DE}$의 길이를 구해.

$\overline{DE}/\!/\overline{BC}$에 의하여 $\overline{AB}:\overline{DB}=\overline{AC}:\overline{EC}$이므로

$15:(15-9)=5:2=12:\overline{EC}$ ∴ $\overline{EC}=\frac{24}{5}$ cm

점 I는 △ABC의 내심이므로



$\overline{IE}=\overline{GC}=\overline{EC}=\frac{24}{5}$ cm ⋯ ㉠

마찬가지로 $\overline{DI}=\overline{BF}=\overline{BD}=6$ cm ⋯ ㉡

∴ $\overline{DE}=\overline{DI}+\overline{IE}=\overline{BD}+\overline{EC}$

$=6+\frac{24}{5}=\frac{54}{5}(\text{cm})$

2nd $\overline{BC}$의 길이를 구한 후 $\overline{FG}$의 길이를 구한다.

△ABC에서 $\overline{DE}/\!/\overline{BC}$에 의하여 $\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{DE}:\overline{BC}$이므로

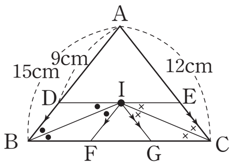
$9:15=\frac{54}{5}:\overline{BC}$, $3:5=\frac{54}{5}:\overline{BC}$ ∴ $\overline{BC}=18$ cm ⋯ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의하여

$\overline{FG}=\overline{BC}-(\overline{BF}+\overline{GC})=18-\left(6+\frac{24}{5}\right)=\frac{36}{5}(\text{cm})$

★ 삼각형의 내심

㉠과 ㉡이 되는 이유는?



점 I는 △ABC의 내심이므로 $\overline{IB}$와 $\overline{IC}$는 각각 ∠B와 ∠C를 이등분하지.

이때, $\overline{DB}/\!/\overline{IF}$이므로

∠DBI=∠BIF(엇각)이고

$\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로 ∠IBF=∠DIB(엇각)

따라서 △DBI와 △BFI는 이등변삼각형이고 $\overline{DB}=\overline{IF}$이므로

□BFID는 네 변의 길이가 모두 같은 마름모야.

마찬가지로 △IGC와 △ICE도 이등변삼각형이고 $\overline{IG}=\overline{EC}$이므로 □CEIG도 마름모야.

175 답 3 cm

1st 닮음의 성질을 이용하여 $\overline{BD}$와 $\overline{AD}$의 길이를 각각 구해.

∠BAD=∠BCA, ∠B는 공통이므로 △BAD∽△BCA(AA 닮음)

이때, 닮음비가 $\overline{BA}:\overline{BC}=6:12=1:2$이므로

$\overline{BD}:\overline{BA}=\overline{BD}:6=1:2$ ∴ $\overline{BD}=3$ cm ⋯ ㉠

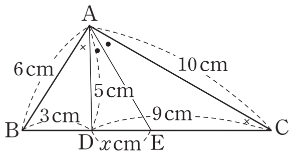
마찬가지로 닮음비에 의하여

$\overline{AD}:\overline{CA}=1:2$이므로

$\overline{AD}:10=1:2$ ∴ $\overline{AD}=5$ cm

2nd △ADC에서 내각의 이등분선의 성질을 이용하여 $\overline{DE}$의 길이를 구해.

한편, ㉠에 의하여



$\overline{DC}=\overline{BC}-\overline{BD}=12-3=9(\text{cm})$

이고 $\overline{DE}=x$ cm라 하면

△ADC에서 $\overline{AE}$가 ∠CAD를 이등분하므로

$\overline{DE}:\overline{EC}=\overline{AD}:\overline{AC}$

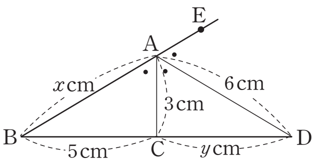
$x:(9-x)=5:10=1:2$, $2x=9-x$ ∴ $x=3$

∴ $\overline{DE}=3$ cm

176 답 1

1st 내각과 외각의 이등분선의 성질을 이용하여 보자.

△ABD에서 $\overline{AC}$는 ∠A의 이등분선이므로



$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{BC}:\overline{CD}$

$x:6=5:y$

∴ $xy=30$ ⋯ ㉠

또한, △ABC에서 $\overline{AD}$는 ∠A의 외각의 이등분선이므로

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$

$x:3=(5+y):y$ ∴ $xy=15+3y$ ⋯ ㉡

2nd x, y의 값을 각각 구해 보자.

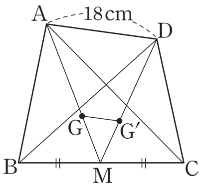
㉠, ㉡에서 $30=15+3y$ ∴ $y=5$

$y=5$를 ㉠에 대입하면 $x=6$

∴ $x-y=6-5=1$

177 답 6 cm

1st 무게중심의 성질을 이용하여 닮음인 두 삼각형을 찾자.



$\overline{BC}$의 중점을 M이라 하면 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이고 점 G′은 $\triangle DBC$의 무게중심이므로 $\overline{AG}$와 $\overline{DG'}$을 연장한 선의 교점이 M이 되지?

$\overline{MG} : \overline{MA} = \overline{MG'} : \overline{MD} = 1 : 3$ ⋯ ㉠이고

$\angle AMD$는 공통이므로

$\triangle MG'G \backsim \triangle MDA$(SAS 닮음)

2nd 닮음비를 이용하여 $\overline{GG'}$의 길이를 구하자.

㉠에 의하여 $\overline{GG'} : \overline{AD} = 1 : 3$이므로

$\overline{GG'} : 18 = 1 : 3$

$\therefore \overline{GG'} = 6\,\text{cm}$

178 답 1 : 12

1st 무게중심의 성질을 이용하여 삼각형의 넓이의 비를 구해.

두 점 M, N은 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 중점이므로 점 T는 $\triangle ABC$의 무게중심이야. 즉, $\overline{BT} : \overline{TN} = 2 : 1$이므로

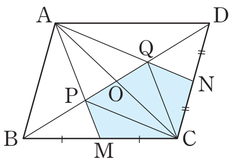
$$\triangle NMT = \frac{1}{3}\triangle MBN = \frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\triangle ABN\right) = \frac{1}{6}\triangle ABN$$
$$= \frac{1}{6}\times\left(\frac{1}{2}\triangle ABC\right) = \frac{1}{12}\triangle ABC$$

따라서 $\triangle NMT : \triangle ABC = 1 : 12$가 돼.

179 답 ③

1st 평행사변형의 대각선의 교점과 무게중심을 이용하여 색칠한 부분의 넓이를 구한다.

두 점 A, C를 연결하여 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 O라 하자.



점 P는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$$\triangle PMC = \triangle OPC = \frac{1}{6}\triangle ABC$$
$$= \frac{1}{6}\times\left(\frac{1}{2}\square ABCD\right)$$
$$= \frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\times 48 = 4(\text{cm}^2)$$

$\therefore \square PMCO = 2\times 4 = 8(\text{cm}^2)$

마찬가지로 점 Q는 $\triangle ACD$의 무게중심이므로

$\square QOCN = 8\,\text{cm}^2$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=8+8=16(\text{cm}^2)$

[다른 풀이]

색칠한 부분의 넓이는 $\square AMCN$의 넓이에서 $\triangle APQ$의 넓이를 빼면 돼. $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$이므로

$$\square AMCN = 2\triangle AMC = 2\times\left(\frac{1}{2}\triangle ABC\right)$$
$$= \triangle ABC = \frac{1}{2}\square ABCD$$
$$= \frac{1}{2}\times 48 = 24(\text{cm}^2)$$

이때, $\overline{BP} = \overline{PQ} = \overline{QD}$이므로

$$\triangle APQ = \frac{1}{3}\triangle ABD = \frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\square ABCD\right) = \frac{1}{6}\square ABCD$$
$$= \frac{1}{6}\times 48 = 8(\text{cm}^2)$$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\square AMCN - \triangle APQ$

$= 24 - 8 = 16(\text{cm}^2)$

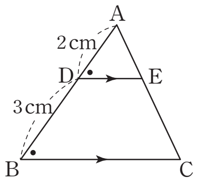
0 닮은 도형의 넓이와 부피

개념 다지기 001~015 정답은 p. 5에 있습니다.

유형 다지기 학교시험+학력평가

p. 130

016 답 5 : 2



$\angle A$는 공통이고 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$에서

$\angle ABC = \angle ADE$(동위각)이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle ADE$(AA 닮음)

$\triangle ABC$와 $\triangle ADE$에서 대응변을 찾으면

$\overline{AB}$, $\overline{AD}$이지?

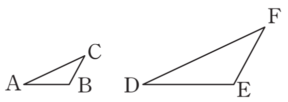
즉, 닮음비는 $\overline{AB} : \overline{AD} = (2+3) : 2 = 5 : 2$야.

따라서 둘레의 길이의 비도 5 : 2가 돼.

오답피하기

이와 같은 문제의 닮음비를 2 : 3이라고 착각할 때가 많이 있어. 닮음비를 말하기 전에 어떤 도형과 어떤 도형이 닮음 관계에 있는지 확인하고, 가장 먼저 대응변끼리 짝을 지어 생각해 보면 오답을 줄일 수 있으니까 차근차근 따져 주자.

017 답 1 : 4



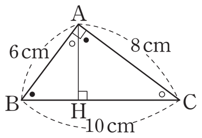
$2\overline{AC} = \overline{DF}$이므로

$\overline{AC} : \overline{DF} = 1 : 2$

즉, $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$의 닮음비가 1 : 2이므로 넓이의 비는

$1^2 : 2^2 = 1 : 4$야.

018 답 5 : 4



$\triangle ABC$에서 $\angle A = 90°$,

$\triangle AHC$에서 $\angle H = 90°$야.

이때, 그림과 같이 $\angle A = \circ + \bullet = 90°$라 하면

$\bullet + \angle ACH = 90°$이므로 $\triangle AHC$에서

$\angle ACH = \circ$

마찬가지로 $\angle ABH = \bullet$가 돼.

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle HAC$(AA 닮음)

이제 대응변을 찾아보면 $\overline{BC}$와 $\overline{AC}$이므로 $\triangle ABC$와 $\triangle HAC$의 닮음비는 $10 : 8 = 5 : 4$야.

$\triangle ABC$와 $\triangle AHC$의 둘레의 길이의 비는 닮음비와 같으므로 5 : 4야.

오답피하기

이 문제는 길이의 비와 넓이의 비를 착각하여 틀리기보다는 닮은 삼각형의 대응각이나 대응변을 찾지 못해서 틀리는 경우가 많아. 특히, 이 문제처럼 직각삼각형에서 수선을 내렸을 때는 닮은 삼각형이 세 개가 존재하지? 즉, $\triangle ABC \backsim \triangle HAC \backsim \triangle HBA$(AA 닮음)야. 닮음비는 각각의 직각삼각형에서 빗변의 길이의 비를 생각하면 쉽게 이해할 수 있어.

019 답 $50\,\text{cm}^2$

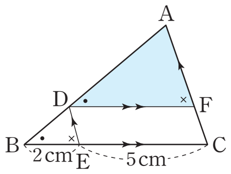
$\overline{BC}/\!/\overline{DF}$에 의하여 동위각의 크기는 같으므로

$\angle DBE=\angle ADF$, $\angle BED=\angle DFA$

$\therefore$ $\triangle BED \backsim \triangle DFA$(AA 닮음)

$\overline{BE}$, $\overline{DF}$는 서로 대응변이므로 닮음비는

$\overline{BE}:\overline{DF}=2:5$가 돼.



따라서 $\triangle BED$와 $\triangle DFA$의 넓이의 비는 $2^2:5^2=4:25$이므로

$\triangle ADF=\frac{25}{4}\triangle BED=\frac{25}{4}\times 8=50(\text{cm}^2)$

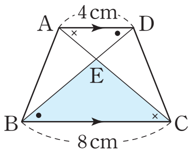
020 답 $1:2$

$\square ABCD$가 사다리꼴이므로 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$에 의하여 $\angle ADE=\angle CBE$(엇각),

$\angle DAE=\angle BCE$(엇각)

$\therefore$ $\triangle EDA \backsim \triangle EBC$(AA 닮음)

즉, 두 삼각형의 닮음비가 $4:8=1:2$이므로 둘레의 길이의 비도 $1:2$야.



021 답 $20\,\text{cm}$

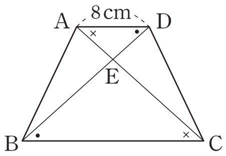
$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$에 의하여

$\angle CBE=\angle ADE$(엇각),

$\angle ECB=\angle EAD$(엇각)

$\therefore$ $\triangle EBC \backsim \triangle EDA$(AA 닮음)

두 삼각형의 넓이의 비가



$50:8=25:4=5^2:2^2$이므로 닮음비는 $5:2$

즉, $\overline{BC}:\overline{AD}=5:2$이므로 $\overline{BC}:8=5:2$ $\quad\therefore$ $\overline{BC}=20\,\text{cm}$

022 답 $30\,\text{cm}^2$

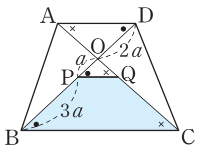
사다리꼴 ABCD에서 $\overline{PQ}/\!/\overline{BC}/\!/\overline{AD}$이므로

$\triangle OPQ \backsim \triangle ODA$(AA 닮음)이고

$\triangle OPQ \backsim \triangle OBC$(AA 닮음)

$\triangle OPQ:\triangle ODA=2:8=1:4=1^2:2^2$

이므로 닮음비는 $1:2$가 되지?



$\overline{OP}=a$, $\overline{OD}=2a$라 하면 점 P는 $\overline{BD}$의 중점이므로

$\overline{BP}=\overline{PD}=3a$ $\quad\therefore$ $\overline{OB}=\overline{BP}+\overline{PO}=4a$

즉, $\triangle OPQ$와 $\triangle OBC$는 닮음비가 $\overline{OP}:\overline{OB}=a:4a=1:4$이므로 넓이의 비는 $1:4^2=1:16$이야.

따라서 $\triangle OBC=16\triangle OPQ=16\times 2=32(\text{cm}^2)$이므로

$\square PBCQ=\triangle OBC-\triangle OPQ=32-2=30(\text{cm}^2)$

오답피하기

평행선의 성질의 활용을 기억하고 있지 않다면 $\overline{BC}/\!/\overline{PQ}$를 알지 못하겠지? 그럼 닮은 도형을 찾지 못하고 문제가 요구하는 답을 찾기 위해 조건이 부족하거나 문제에 오류가 있다고 생각할 거야. 앞에서 배운 개념 · 원리는 뒷단원, 다음 학년에서도 쓰이니까 반복되는 개념 · 원리를 정리해 두자.

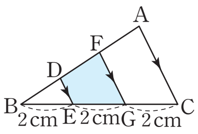
023 답 $6\,\text{cm}^2$

$\overline{AC}/\!/\overline{FG}/\!/\overline{DE}$이므로

$\triangle DBE \backsim \triangle FBG \backsim \triangle ABC$(AA 닮음)이고

닮음비는 $1:2:3$이야.

이때, 넓이의 비는 닮음비의 제곱의 비가 되므로 $1^2:2^2:3^2=1:4:9$이지?



즉, $\triangle DBE:\square FDEG:\square AFGC=1:3:5$이므로

$\square FDEG:\square AFGC=3:5$, $\square FDEG:10=3:5$

$\therefore$ $\square FDEG=6\,\text{cm}^2$

오답피하기

도형이 주어지고 변의 길이를 묻는다면 합동이나 닮음이 되는지 먼저 따져야 해. 이 단원에서는 대부분이 닮은 도형을 찾는 거겠지?

$\triangle DBE$, $\triangle FBG$와 $\triangle ABC$는 $\angle B$가 공통이고

$\overline{DE}/\!/\overline{FG}/\!/\overline{AC}$이면 $\angle DEB=\angle FGB=\angle ACB$(동위각)이므로

$\triangle DBE \backsim \triangle FBG \backsim \triangle ABC$(AA 닮음)야.

024 답 $9:16$

원은 항상 닮은 꼴이지? 원의 둘레의 길이의 비는 닮음비와 같으므로 닮음비는 $3:4$이고, 넓이의 비는 닮음비의 제곱의 비야.

따라서 두 접시 A, B의 넓이의 비는 $3^2:4^2=9:16$이야.

025 답 $6\,\text{cm}^2$

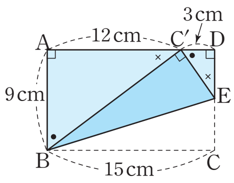
$\triangle DC'E$에서 $\angle DC'E+\angle C'ED=90^\circ$

이고, 평각 $AC'D$에서 $\angle BC'E=90^\circ$에 의하여

$\angle AC'B+\angle DC'E=90^\circ$이므로

$\angle AC'B=\angle DEC'$

$\therefore$ $\triangle ABC' \backsim \triangle DC'E$(AA 닮음)



$\overline{AD}=15\,\text{cm}$, $\overline{AC'}=12\,\text{cm}$에서

$\overline{C'D}=\overline{AD}-\overline{AC'}=3\,(\text{cm})$이므로

닮음비는 $\overline{BA}:\overline{C'D}=9:3=3:1$이고, 넓이의 비는 $3^2:1=9:1$이 돼.

따라서 $\triangle ABC'=\frac{1}{2}\times 9\times 12=54(\text{cm}^2)$이므로

$\triangle DC'E=\frac{1}{9}\triangle ABC'=\frac{1}{9}\times 54=6(\text{cm}^2)$

026 답 ⑤

직사각형 모양의 사진을 150 % 확대한 사진은 가로와 세로를 각각 150% 확대한 거야. 즉, 길이의 비는 $1:\frac{3}{2}$이고 넓이의 비는

$1^2:\left(\frac{3}{2}\right)^2=1:\frac{9}{4}$야.

이때, 사진의 넓이의 비는 가격의 비와 동일하므로 확대한 사진의 인화 비용을 x원이라 하면 $1:\frac{9}{4}=800:x$ $\quad\therefore$ $x=1800$

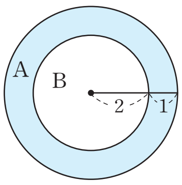
따라서 150 % 확대한 사진의 인화 비용은 1800원이야.

027 답 12분

큰 원과 작은 원의 반지름의 길이의 비는 $3:2$이지?

모든 원은 닮은 꼴이므로 닮음비가 $3:2$이고

넓이의 비는 $3^2:2^2=9:4$야.



즉, A, B 두 부분의 넓이의 비는

$(9-4):4=5:4$이고 색칠하는 시간의 비는 넓이에 정비례하므로 $5:4$이지?

B 부분을 색칠하는 데 걸리는 시간을 x분이라 하면

$5:4=15:x$ $\quad\therefore$ $x=12$

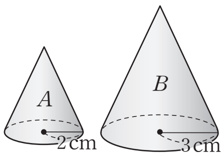
따라서 B 부분을 색칠하는 데 걸리는 시간은 12분이야.

028 답 4 : 9

정사면체는 항상 닮음이므로 대응변의 길이의 비가 닮음비야. 즉, 정사면체의 한 면의 모양이 정삼각형이고 닮음비가 2 : 3이면 두 입체도형의 한 면의 넓이의 비는 $2^2 : 3^2 = 4 : 9$야. 이때, 한 정사면체의 네 면은 합동인 정삼각형이므로 한 면의 넓이의 비는 전체 겉넓이의 비와 같아. 따라서 겉넓이의 비는 4 : 9!!

029 답 270 cm²

닮은 꼴인 두 원뿔 A, B의 옆면과 밑면도 각각 닮은 꼴이지? 밑면의 반지름의 길이의 비가 2 : 3이므로 두 원뿔 A, B의 옆면의 닮음비는 2 : 3이야.

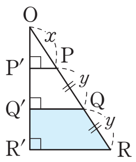


따라서 옆넓이의 비는 $2^2 : 3^2 = 4 : 9$이고 원뿔 A의 옆넓이가 $120\,\text{cm}^2$이므로 원뿔 B의 옆넓이는 $\frac{9}{4} \times 120 = 270(\text{cm}^2)$이야.

030 답 ③

모든 구는 항상 닮은 꼴이지? 이때, 구의 지름의 길이의 비는 $12 : 16 = 3 : 4$이고 이는 닮음비와 같아. 따라서 구의 겉넓이의 비는 $3^2 : 4^2 = 9 : 16$이야.

031 답 3 : 5



원뿔대를 연장하여 원뿔을 만들어 꼭짓점을 O라 하고, 그림과 같이 일직선인 모선 위의 세 점 P, Q, R를 잡자. 이때, $\overline{PQ} = \overline{QR}$이므로 $\overline{OP} = x$, $\overline{PQ} = \overline{QR} = y$라 하자.

$\overline{P'P} : \overline{R'R} = 1 : 3$이므로

$\overline{OP} : \overline{OR} = x : (x+2y) = 1 : 3 \qquad \therefore x = y$

즉, $\overline{OP} : \overline{OQ} : \overline{OR} = 1 : 2 : 3$이므로 원뿔의 닮음비는 1 : 2 : 3이고 원뿔의 옆넓이의 비는 1 : 4 : 9이지?

따라서 두 원뿔대 A, B의 옆넓이의 비는 $(4-1) : (9-4) = 3 : 5$야.

032 답 8 : 27 : 64

정사면체는 항상 닮음이지? 즉, A, B의 겉넓이의 비가 $4 : 9 = 2^2 : 3^2$이므로 닮음비는 2 : 3이고 A, C의 부피의 비가 $1 : 8 = 1^3 : 2^3$이므로 닮음비는 1 : 2이지?

따라서 A, B, C의 닮음비는 2 : 3 : 4이므로 부피의 비는 $2^3 : 3^3 : 4^3 = 8 : 27 : 64$야.

> ★ **두 도형 이상의 닮음비**
> (1) 두 도형의 겉넓이의 비가 $a^2 : b^2$이면 닮음비는 $a : b$
> (2) 두 도형의 부피의 비가 $a^3 : b^3$이면 닮음비는 $a : b$
> (3) 두 도형 A, B의 겉넓이의 비가 $a^2 : b^2$이고 두 도형 A, C의 부피의 비가 $a^3 : c^3$일 때, 세 도형의 닮음비를 구하기 위해서는 우선 두 도형의 닮음비를 각각 구한 후에 비례 관계를 맞춰야 해.

033 답 ⑤

구는 항상 닮음이므로 구 모양의 두 구슬 A, B도 닮음이야. 즉, 두 구슬 A, B의 겉넓이의 비가 $18 : 32 = 9 : 16 = 3^2 : 4^2$이므로 닮음비는 3 : 4야. 따라서 두 구슬 A, B의 부피의 비는 $3^3 : 4^3 = 27 : 64$야.

034 답 38 cm³

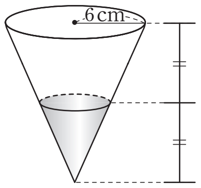
정사면체의 각 모서리의 삼등분점을 연결하였으므로 세 삼각뿔 A, $A+B$, $A+B+C$는 정사면체로 항상 닮음이야. 이때, 닮음비는 1 : 2 : 3이므로 부피의 비는 $1^3 : 2^3 : 3^3 = 1 : 8 : 27$이야.

한편, A, B, C의 부피의 비는 $1 : (8-1) : (27-8) = 1 : 7 : 19$이겠지?

따라서 삼각뿔대 B의 부피가 $14\,\text{cm}^3$이므로 삼각뿔대 C의 부피는

$14 \times \frac{19}{7} = 38(\text{cm}^3)$

035 답 ③



용기의 깊이의 $\frac{1}{2}$만큼 물을 채웠으므로 용기와 물을 채운 원뿔의 닮음비는 2 : 1이야. 따라서 밑면의 넓이의 비는 $2^2 : 1^2 = 4 : 1$이고, 용기의 밑면의 넓이는 $\pi \times 6^2 = 36\pi(\text{cm}^2)$이므로 수면의 넓이는

$36\pi \times \frac{1}{4} = 9\pi(\text{cm}^2)$

036 답 2배

처음 두부와 작은 두부의 닮음비는 $1 : \frac{1}{2}$이므로 겉넓이의 비는

$1^2 : \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 : \frac{1}{4}$이야. 따라서 작은 두부 8개의 겉넓이의 합은 처음 두부의 겉넓이의 $\frac{1}{4} \times 8 = 2$(배)가 돼.

[다른 풀이]

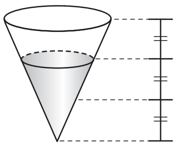
처음 두부와 작은 두부의 닮음비가 2 : 1이므로 겉넓이의 비는 $2^2 : 1^2 = 4 : 1$이지. 이때, 큰 두부 1개가 작은 두부 8개로 나누어졌으므로 $(4 \times 1) : (1 \times 8) = 1 : 2$야.

따라서 작은 두부 8개의 겉넓이의 합은 처음 두부의 겉넓이의 2배가 돼.

037 답 64개

두 각설탕의 닮음비가 $12 : 48 = 1 : 4$이므로 부피의 비는 $1^3 : 4^3 = 1 : 64$가 되지? 즉, 한 모서리의 길이가 48 mm인 각설탕 1개를 녹이면 한 모서리의 길이가 12 mm인 각설탕 64개를 만들 수 있어.

038 답 38분



그릇 깊이의 $\frac{2}{3}$만큼 물을 채웠으므로 그릇과 물을 채운 원뿔의 닮음비는 3 : 2이지? 즉, 부피의 비는 $3^3 : 2^3 = 27 : 8$이고, 물을 16분 동안 채웠고 용기에 가득 채울 때까지 x분이 더 걸렸다면

$(27-8) : 8 = x : 16 \qquad \therefore x = 38$

따라서 그릇을 가득 채울 때까지 38분이 더 걸려.

039 답 ④

축척이 1 : 25000이므로 지도에서 거리가 1 cm일 때, 실제 거리는 25000 cm야. 따라서 지도에서 거리가 10 cm일 때, 실제 거리는 250000 cm = 2.5 km야.

[다른 풀이]

(실제 거리)=(지도에서의 거리)÷(축척)

$= 10 \times 25000 = 250000(\text{cm}) = 2.5(\text{km})$

040 답 $40\,\text{cm}^2$

두 축척 $\frac{1}{50000}$과 $\frac{1}{25000}$을 비교해 보자.
앞의 것은 실제 거리 50000 cm를 지도 위에 1 cm로 나타내고 뒤의 것은 지도 위에 2 cm로 나타내.
즉, 같은 거리를 지도에 나타낼 때, 축척 $\frac{1}{50000}$보다 축척 $\frac{1}{25000}$의 지도 위의 길이가 2배 더 길어. 닮음비가 $1:2$이므로 넓이의 비는 $1^2:2^2=1:4$가 되지?
따라서 축척이 $\frac{1}{50000}$인 지도 위에서 $10\,\text{cm}^2$로 측정된 넓이는 축척이 $\frac{1}{25000}$인 지도에서는 $40\,\text{cm}^2$가 돼.

[다른 풀이]

축척이 $\frac{1}{50000}$일 때, 지도 위의 넓이와 실제의 넓이의 비는
$1:2500000000=1:(25\times10^8)$이야. 즉, 지도 위의 넓이가 $10\,\text{cm}^2$일 때, 실제 넓이는 $(250\times10^8)\text{cm}^2$가 돼.
또한, 축척이 $\frac{1}{25000}$일 때, 지도 위의 넓이와 실제의 넓이의 비는
$1:(625\times10^6)$이므로
$(\text{구하는 넓이})=250\times10^8\times\frac{1}{625\times10^6}=40(\text{cm}^2)$

041 답 ②

축척이 $\frac{1}{40000}$인 지도 위에서의 대운동장과 소운동장의 넓이의 비와 축척이 $\frac{1}{20000}$인 지도 위에서의 대운동장과 소운동장의 넓이의 비는 같아.
따라서 축척이 $\frac{1}{20000}$인 지도에서 두 운동장의 넓이의 비는 $4:1$이야.

오|답|피|하|기

> 동일한 지역의 넓이는 축척이 $\frac{1}{40000}$인 지도와 축척이 $\frac{1}{20000}$인 지도에서 각기 다르게 나타나지만, 어떤 축척을 가진 지도에 나타내더라도 그 안의 구성 성분들의 크기의 비는 변하지 않아. 따라서 두 지도의 운동장의 넓이의 비도 변하지 않아.

042 답 9장

축척 $1:75000$과 $1:25000$을 비교해 보자.
앞의 것은 실제 거리 75000 cm를 지도 위에 1 cm로 나타내고 뒤의 것은 지도 위에 3 cm로 나타내.
즉, 같은 거리를 지도에 나타낼 때, 축척 $1:75000$보다 축척 $1:25000$의 지도 위의 길이가 3배 더 길어. 닮음비가 $1:3$이므로 넓이의 비는 $1^2:3^2=1:9$이지?
따라서 축척이 $1:75000$인 지도 위에 포함된 영역의 넓이는 축척이 $1:25000$인 지도에서는 9배가 되므로 같은 크기의 지도가 9장이 필요해.

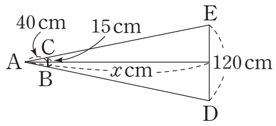
043 답 12 m

막대기와 그 그림자를 포함한 직각삼각형과 성당과 그 그림자를 포함한 직각삼각형은 닮은 삼각형이지?
성당의 십자가까지의 높이를 x m라 하면
$1.2:14.4=1:12=1:x \quad \therefore x=12$
따라서 지면에서 성당의 십자가까지의 높이는 12 m야.

044 답 72 m

실제 거리를 측량한 도형과 축도의 도형은 닮은 꼴이지?
닮음비를 이용하여 식을 세우면
$\overline{OB}:\overline{AB}=5:4.5,\ 80:\overline{AB}=10:9$
$\therefore \overline{AB}=72\text{ m}$

045 답 320 cm



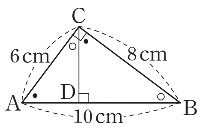
그림과 같이 주어진 상황을 나타내면
$\overline{BC}/\!/\overline{DE}$에 의하여
$\triangle ABC\backsim\triangle ADE$(AA 닮음)이고
닮음비는 $\overline{BC}:\overline{DE}=15:120=1:8$이므로
구하는 길이를 x cm라 하면
$1:8=40:x \qquad \therefore x=320$
따라서 눈의 위치는 어린이와 320 cm 떨어져 있어.

잘 틀리는 유형 훈련 +1up

p. 134

046 답 $9:16$

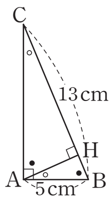
1st 직각삼각형에서 대응각을 찾아 닮음비를 구해.



$\triangle ADC$에서 $\angle CAD=90^\circ-\angle ACD$,
$\triangle ABC$에서 $\angle CAD=90^\circ-\angle DBC$,
$\triangle CDB$에서 $\angle BCD=90^\circ-\angle DBC$에 의하여
$\angle CAD=\angle BCD,\ \angle ACD=\angle CBD$이므로
$\triangle ADC\backsim\triangle CDB$(AA 닮음)이고, 닮음비는
$\overline{AC}:\overline{CB}=6:8=3:4$
따라서 넓이의 비는 $3^2:4^2=9:16$이야.

047 답 $25:144$

1st 직각삼각형에서 대응각을 찾아 닮음비를 구해.



$\triangle ABH$에서 $\angle ABH=90^\circ-\angle BAH$,
$\triangle CBA$에서 $\angle ABH=90^\circ-\angle ACB$,
$\triangle CAH$에서 $\angle CAH=90^\circ-\angle ACB$에 의하여
$\angle CAH=\angle ABH,\ \angle BAH=\angle ACB$이므로
$\triangle ABH\backsim\triangle CAH$(AA 닮음)
이제 대응변을 찾아보면 $\overline{AB}$와 $\overline{CA}$이고,
$\triangle ABH$와 $\triangle CAH$의 닮음비는 $\overline{AB}:\overline{CA}$이지?

2nd 넓이의 비는 닮음비의 제곱의 비와 같아.

이때, 직각삼각형 ABC에서 밑변을 $\overline{BC}$, 높이를 $\overline{AH}$로 하여 구한 넓이와 밑변을 $\overline{AB}$, 높이를 $\overline{CA}$로 하여 구한 넓이가 같으므로
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{CA}$
$\frac{1}{2}\times13\times\frac{60}{13}=\frac{1}{2}\times5\times\overline{CA} \qquad \therefore \overline{CA}=12\text{ cm}$
$\triangle ABH$와 $\triangle AHC$의 넓이의 비는 닮음비의 제곱의 비와 같으므로
$\overline{AB}^2:\overline{CA}^2=5^2:12^2=25:144$

048 답 ③

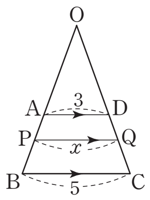
1st 닮음비를 이용하여 넓이의 비를 구하자.

$\overline{AB}$와 $\overline{CD}$의 연장선이 만나는 점을 O라 하면

$\overline{AD}/\!/\overline{PQ}/\!/\overline{BC}$에 의하여

$\triangle OAD \backsim \triangle OPQ \backsim \triangle OBC$(AA 닮음)이므로

닮음비는 $3 : x : 5$야.



이때, 넓이의 비는 $9 : x^2 : 25$이므로

$\square APQD : \square PBCQ = (x^2-9) : (25-x^2) = 3 : 5$

$5(x^2-9) = 3(25-x^2)$, $8x^2 = 120$ $\quad\therefore x^2 = 15$

[다른 풀이]

$\overline{AD} : \overline{BC} = 3 : 5$이므로 $\triangle OAD : \triangle OBC = 9 : 25$

즉, $\triangle OAD = 9a$, $\triangle OBC = 25a$라 하면

$\square ABCD = 25a - 9a = 16a$

$\square APQD : \square PBCQ = 3 : 5$이므로

$\square APQD = \frac{3}{8} \times 16a = 6a$이고, $\triangle OPQ = 9a + 6a = 15a$

이때, $\triangle OAD : \triangle OPQ = \overline{AD}^2 : \overline{PQ}^2$에서 $9a : 15a = 9 : x^2$

$\therefore x^2 = 15$

049 답 ⑤

1st 먼저 닮음비를 찾아야 해.

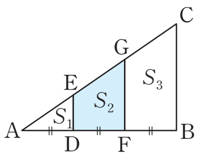
$\overline{BC}/\!/\overline{FG}/\!/\overline{DE}$에 의하여

$\triangle ADE \backsim \triangle AFG \backsim \triangle ABC$(AA 닮음)

이므로 대응변을 찾으면 $\overline{AD}$, $\overline{AF}$, $\overline{AB}$야.

그런데 $\overline{AD} = \overline{DF} = \overline{FB}$이므로 세 삼각형의

닮음비는 $\overline{AD} : \overline{AF} : \overline{AB} = 1 : 2 : 3$이지?



2nd 넓이의 비를 이용하여 S_1, S_2, S_3의 비를 찾자.

세 삼각형의 넓이의 비가 $1^2 : 2^2 : 3^2 = 1 : 4 : 9$이므로

$S_1 : (S_1+S_2) : (S_1+S_2+S_3) = 1 : 4 : 9$

$\therefore S_1 : S_2 : S_3 = 1 : 3 : 5$

3rd S_1+S_3의 넓이를 S_1으로 나타내어 S_2의 값을 구하자.

$S_1+S_3 = 30(\text{cm}^2)$이고, $S_3 = 5S_1$이므로

$S_1+S_3 = S_1+5S_1 = 6S_1 = 30$ $\quad\therefore S_1 = 5\text{ cm}^2$

$\therefore S_2 = 3S_1 = 15(\text{cm}^2)$

오답피하기

> 이제 이런 그림에서의 닮은 삼각형을 찾는 것은 쉽지? 물론 닮음비도 잘 찾아낼 수 있을 거야. 닮은 삼각형의 넓이의 비는 $1 : 4 : 9$이지? 이것을 $S_1 : S_2 : S_3$의 비로 착각하면 안 돼!! 즉, 구하는 비를 찾을 때는 삼각형과 사각형은 서로 닮은 꼴이 아니므로 $1 : (4-1) : (9-4) = 1 : 3 : 5$가 돼.
> 이해가 잘 되지 않는다면 양수 a에 대하여 $S_1 = a$, $S_1+S_2 = 4a$, $S_1+S_2+S_3 = 9a$라고 하자. 그럼, $S_1 = a$, $S_2 = 4a - a = 3a$, $S_3 = 9a - 4a = 5a$이므로 쉽게 알 수 있지?

050 답 144 cm²

1st 확대하는 비를 찾자.

한 변의 길이가 8 cm이므로 정사각형의 넓이는 $8 \times 8 = 64(\text{cm}^2)$야.

150 % 확대한다는 것은 각 변의 길이를 $\frac{150}{100} = \frac{3}{2}$(배)한다는 거야.

즉, 확대 복사된 도형은 각 변의 길이를 $\frac{3}{2}$배 늘린 닮은 도형이 돼.

즉, 닮음비는 $1 : \frac{3}{2}$이므로 넓이의 비는 $1^2 : \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 1 : \frac{9}{4}$야.

2nd 확대 복사된 넓이를 계산하자.

150 % 확대 복사된 정사각형의 넓이를 $x\text{ cm}^2$라 하면 넓이의 비에 의하여

$1 : \frac{9}{4} = 64 : x$ $\quad\therefore x = 144$

따라서 구하는 넓이는 144 cm^2야.

[다른 풀이]

한 변의 길이가 8 cm인 정사각형을 150 % 확대 복사하면 한 변의 길이가 $8 \times 1.5 = 12(\text{cm})$인 정사각형이 되지? 따라서 구하는 넓이는 $12 \times 12 = 144(\text{cm}^2)$야.

오답피하기

> 확대 복사한다는 의미를 잘 알고 있어야 해. 도형의 가로, 세로의 길이를 모두를 150 % 확대한다는 것은 모든 변의 길이가 $1.5 = \frac{3}{2}$(배)로 늘어난다는 거야. 그럼, 넓이는 $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$(배)가 되겠지?

051 답 18 cm

1st 축소 복사하기 전의 정삼각형의 둘레의 길이를 구해 보자.

한 변의 길이가 8 cm이므로 정삼각형의 둘레의 길이는

$3 \times 8 = 24(\text{cm})$

2nd 축소하는 비를 구하자.

75 % 축소한다는 것은 각 변의 길이를 $\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$(배)한다는 것이므로

축소 복사된 도형은 각 변의 길이를 $\frac{3}{4}$배 줄인 닮은 도형이 되겠지?

즉, 닮음비는 $1 : \frac{3}{4}$이므로 길이의 비도 $1 : \frac{3}{4}$이야.

2nd 축소 복사된 둘레의 길이를 계산하자.

75 % 축소 복사된 정삼각형의 둘레의 길이를 x cm라 하면 길이의 비에 의하여 $1 : \frac{3}{4} = 24 : x$ $\quad\therefore x = 18$

따라서 구하는 둘레의 길이는 18 cm야.

[다른 풀이]

한 변의 길이가 8 cm인 정삼각형을 75 % 축소 복사하면 한 변의 길이가 $8 \times 0.75 = 6(\text{cm})$인 정삼각형이 되지?

따라서 구하는 둘레의 길이는 $6 \times 3 = 18(\text{cm})$야.

052 답 ③

1st 먼저 세 입체도형의 닮음비를 찾아 밑넓이의 비를 구하자.

삼등분점을 연결하였으므로 삼각뿔 A, $A+B$, $A+B+C$의 닮음비는 $1 : 2 : 3$이야.

즉, 삼각뿔 A, $A+B$, $A+B+C$의 밑넓이의 비는

$1^2 : 2^2 : 3^2 = 1 : 4 : 9$야.

2nd 삼각뿔 A의 밑넓이를 계산하자.

삼각뿔대 B의 아랫쪽 밑면의 넓이는 삼각뿔 $A+B$의 밑넓이이므로

삼각뿔 A의 밑넓이는 $\frac{1}{4} \times 24 = 6(\text{cm}^2)$

오답피하기

> 입체도형의 닮음비에 대한 문제라고 무조건 $1^3 : 2^3 : 3^3$을 쓰면 안 되지? 입체도형의 닮음이지만 밑넓이의 비를 묻고 있으니까 $1^2 : 2^2 : 3^2$을 생각해야 해. 또한, 부피의 비를 구할 때는 $1 : 8 : 27$에서 중복되는 부피를 빼고 계산해서 $1 : 7 : 19$가 되지만, 밑넓이는 중복되는 것이 없기 때문에 밑넓이의 비는 $1 : 4 : 9$야. 이것을 정확히 이해하고 잘 기억하자.

053 답 $8\ cm^3$

1st 닮음비를 먼저 찾아 원뿔대 B와 원뿔 A의 부피의 비를 구하자.
큰 원뿔 $A+B$와 작은 원뿔 A의 닮음비는 $2:1$이야.
즉, 큰 원뿔 $A+B$와 작은 원뿔 A의 부피의 비는 $2^3:1^3=8:1$이므로 원뿔대 B와 작은 원뿔 A의 부피의 비는 $7:1$이야.
2nd A의 부피를 계산하자.
따라서 B의 부피가 $56\ cm^3$이므로 A의 부피는 $\frac{1}{7}\times56=8(cm^3)$

오|답|피|하|기

부피의 비는 닮음비의 세제곱의 비가 되니까 닮음비가 $1:2$인 입체도형의 부피의 비는 $1:8$이야. 그러나 문제가 두 원뿔의 부피의 비가 아니라 원뿔과 원뿔대의 부피의 비를 구하는 것이므로 큰 원뿔에서 작은 원뿔의 부피를 제외한 부피의 비를 생각해야 해. 간혹 부피의 비를 넓이의 비와 혼동하는 친구들이 있는데 꼭 확인하고 넘어가야 해.

054 답 4320원

1st 먼저 도구의 부피의 비를 구해 보자.
지름의 길이가 a cm인 도구를 사용하면 아이스크림은 지름의 길이가 a cm인 구 모양으로 생기지?
이때, 구는 항상 닮은 도형이므로 지름의 길이가 5 cm인 구와 지름의 길이가 6 cm인 구의 부피의 비는 $5^3:6^3=125:216$이야.
2nd 아이스크림의 가격을 구하자.
아이스크림의 가격은 부피와 정비례하므로 지름의 길이가 6 cm인 도구로 만든 아이스크림의 가격을 x원이라 하면
$125:216=2500:x \qquad \therefore x=\frac{1}{125}\times216\times2500=4320$
따라서 지름의 길이가 6 cm인 도구로 만든 아이스크림의 가격은 4320원이야.

오|답|피|하|기

문제에서 무엇을 구해야 하는지 먼저 생각해야 돼. 가격을 비교해야 하는데 부피와 가격은 정비례한다고 했으니까 부피의 비를 생각해야겠지? 이때, 부피와 가격에 대한 비례식을 세울 때는 순서가 중요해. '부피 1 : 부피 2 = 가격 1 : 가격 2' 이런 식으로 세우면 돼.

055 답 6 cm

1st 먼저 도구의 닮음비를 구해 보자.
아이스크림의 가격은 부피에 정비례하므로
$2400:8100=8:27=2^3:3^3$
즉, 두 도구의 닮음비는 $2:3$이야.
2nd 비례 관계를 이용하여 비례식을 세우자.
아이스크림의 가격이 8100원일 때, 도구의 지름의 길이를 x cm라 하자. 두 도구는 닮은 도형이므로 닮음비에 의하여
$4:x=2:3 \qquad \therefore x=6$
따라서 구하는 도구의 지름의 길이는 6 cm야.

056 답 1250 m

1st 먼저 단위를 통일시켜 축척을 계산하자.
실제 거리가 500 m이므로 cm로 나타내면 50000 cm이지?
이때, 지도에서의 거리는 2 cm이므로
$(\text{축척})=\frac{(\text{지도에서의 거리})}{(\text{실제 거리})}=\frac{2}{50000}=\frac{1}{25000}$

2nd 지도에서 5 cm인 거리의 실제 거리를 구하자.
$(\text{실제 거리})=\frac{(\text{지도에서의 거리})}{(\text{축척})}=5\div\frac{1}{25000}=125000(\text{cm})$
$=1250(\text{m})$

[다른 풀이]
지도에서 5 cm인 거리의 실제 거리를 x m라 하고 비례식을 세우자.
$500\text{ m}:2\text{ cm}=x\text{ m}:5\text{ cm} \qquad \therefore x=1250$

오|답|피|하|기

길이의 단위를 통일하지 않고 $\frac{2}{500}=\frac{1}{250}$이라고 잘못 계산하는 오답이 많은 문제야. 축척 문제는 가장 먼저 길이를 작은 단위로 통일시키는 것이 계산도 간편하고 오답을 피하는 좋은 방법이야.

057 답 8.5 km

1st 먼저 단위를 통일시켜 축척을 계산하자.
실제 거리가 1 km=100000 cm이고 지도에서의 거리는 2 cm이므로
$(\text{축척})=\frac{(\text{지도에서의 거리})}{(\text{실제의 거리})}=\frac{2}{100000}=\frac{1}{50000}$
2nd 지도에서의 호수의 폭과 축척을 이용하여 실제 호수의 폭을 계산하자.
호수의 폭이 이 축도에서는 17 cm이므로 실제 호수의 폭은
$17\times50000=850000(\text{cm})=8.5(\text{km})$

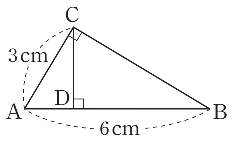
서술형 다지기 p. 136

[058-059 채점기준표]

Ⅰ	닮은 두 삼각형을 찾는다.	40%
Ⅱ	닮음비를 구한다.	30%
Ⅲ	넓이의 비를 구한다.	30%

058 답 $1:4$

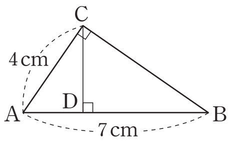
먼저, 닮은 두 삼각형을 찾자.
$\angle A$는 공통, $\angle ADC=\angle ACB=90^\circ$이므로 $\triangle ACD\backsim\triangle ABC$(AA 닮음) … Ⅰ



그다음, 닮음비를 구하자.
닮은 두 직각삼각형에서 각각의 빗변은 서로 대응변이므로 닮음비는 $\overline{AC}:\overline{AB}=3:6=1:2$이다. … Ⅱ
그래서, 넓이의 비를 구하자.
넓이의 비는 닮음비의 제곱의 비이므로 $\triangle ACD$와 $\triangle ABC$의 넓이의 비는 $1^2:2^2=1:4$이다. … Ⅲ

059 답 $16:49$

먼저, 닮은 두 삼각형을 찾자.
$\angle A$는 공통, $\angle ADC=\angle ACB=90^\circ$이므로 $\triangle ACD\backsim\triangle ABC$(AA 닮음) … Ⅰ



그다음, 닮음비를 구하자.
닮은 두 직각삼각형에서 각각의 빗변은 서로 대응변이므로 닮음비는 $\overline{AC}:\overline{AB}=4:7$이다. … Ⅱ
그래서, 넓이의 비를 구하자.
넓이의 비는 닮음비의 제곱의 비이므로 $\triangle ACD$와 $\triangle ABC$의 넓이의 비는 $4^2:7^2=16:49$이다. … Ⅲ

[060-061 채점기준표]

Ⅰ	정사각형 모양인 땅의 한 변의 길이를 구한다.	30%
Ⅱ	지도 위에서의 한 변의 길이를 구한다.	30%
Ⅲ	축척을 계산한다.	40%

060 답 $\frac{1}{50000}$

먼저, 땅의 한 변의 길이를 구하자.
정사각형 모양의 땅의 넓이가 $36=6^2(\mathrm{km}^2)$이므로 땅의 한 변의 길이는 $6\,\mathrm{km}=600000\,\mathrm{cm}$이다. … Ⅰ

그다음, 지도 위의 한 변의 길이를 구하자.
지도 위에서 정사각형의 넓이가 $144=12^2(\mathrm{cm}^2)$이므로
한 변의 길이는 $12\,\mathrm{cm}$이다. … Ⅱ

그래서, 축척을 계산하자.
축척은 지도 위에서의 거리를 실제 거리로 나눈 비이므로
$\frac{12}{600000}=\frac{1}{50000}$이다. … Ⅲ

061 답 $\frac{1}{25000}$

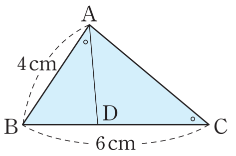
먼저, 땅의 한 변의 길이를 구하자.
정사각형 모양의 땅의 넓이가 $0.25=0.5^2(\mathrm{km}^2)$이므로 땅의 한 변의 길이는 $0.5\,\mathrm{km}=50000\,\mathrm{cm}$이다. … Ⅰ

그다음, 지도 위의 한 변의 길이를 구하자.
지도 위에서 정사각형의 넓이가 $4=2^2(\mathrm{cm}^2)$이므로
한 변의 길이는 $2\,\mathrm{cm}$이다. … Ⅱ

그래서, 축척을 계산하자.
축척은 지도 위에서의 거리를 실제 거리로 나눈 비이므로
$\frac{2}{50000}=\frac{1}{25000}$이다. … Ⅲ

062 답 $27\,\mathrm{cm}^2$

△ABD와 △CBA에서
∠B는 공통, ∠BAD=∠BCA이므로
△ABD∽△CBA(AA 닮음)이다. … Ⅰ



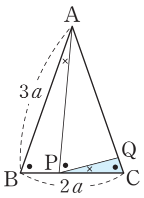
$\overline{AB}$, $\overline{CB}$가 서로 대응변이므로 닮음비는
$\overline{AB}:\overline{CB}=4:6=2:3$이다. … Ⅱ
따라서 넓이의 비는 $2^2:3^2=4:9$이므로
$\triangle ABC=\frac{9}{4}\triangle ABD=\frac{9}{4}\times12=27(\mathrm{cm}^2)$이다. … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	닮은 두 삼각형을 찾는다.	30%
Ⅱ	닮음비를 구한다.	30%
Ⅲ	△ABC의 넓이를 구한다.	40%

063 답 $8\,\mathrm{cm}^2$

이등변삼각형 ABC에서 ∠ABP=∠ACP … ㉠
△ABP와 △PCQ에서 ∠ABP=∠APQ이므로
∠BAP=180°−∠ABP−∠BPA
=180°−∠APQ−∠BPA
=∠CPQ … ㉡
㉠, ㉡에 의하여
△ABP∽△PCQ(AA 닮음) … Ⅰ



$\overline{AB}:\overline{BC}=3:2$, $\overline{BP}:\overline{PC}=2:3$이므로
$\overline{AB}=3a$, $\overline{BC}=2a$라 하면 $\overline{PC}=2a\times\frac{3}{5}=\frac{6}{5}a$
$\therefore \overline{AB}:\overline{PC}=3a:\frac{6}{5}a=5:2$
즉, 두 삼각형의 닮음비가 5 : 2이므로 넓이의 비는
$5^2:2^2=25:4$이다. … Ⅱ
△ABP : △PCQ=25 : 4, 50 : △PCQ=25 : 4
∴ △PCQ=$8\,\mathrm{cm}^2$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	닮음인 두 삼각형을 찾는다.	30%
Ⅱ	닮음비를 이용하여 넓이의 비를 구한다.	30%
Ⅲ	△PCQ의 넓이를 구한다.	40%

064 답 2000원

모든 정사면체는 닮은 입체도형이다. 주어진 두 정사면체의 부피의 비가 $80:10=8:1=2^3:1^3$이므로 닮음비는 2 : 1이다. … Ⅰ
즉, 넓이의 비는 $2^2:1^2=4:1$이 된다. … Ⅱ
부피가 $80\,\mathrm{cm}^3$일 때 포장하는 값은 1000원이므로 부피가 $10\,\mathrm{cm}^3$일 때 포장하는 값은 정사면체의 넓이에 비례하여
$\frac{1}{4}\times1000=250$(원)
따라서 8개를 포장하는 데 필요한 금액은 8×250=2000(원)이다. … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	닮음비를 찾는다.	30%
Ⅱ	넓이의 비를 구한다.	30%
Ⅲ	포장하는 데 필요한 금액을 구한다.	40%

065 답 3 : 4

두 피자의 가격이 18000원, 32000원이므로
가격의 비는 18000 : 32000=9 : 16이다. … Ⅰ
가격은 넓이와 정비례하므로 두 피자의 넓이의 비도 $9:16=3^2:4^2$이다.
그런데 모든 원은 항상 닮음이므로 두 피자의 닮음비는 3 : 4이다. … Ⅱ
따라서 두 피자의 둘레의 길이의 비는 닮음비와 같으므로 3 : 4이다. … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	두 피자의 가격의 비를 구한다.	30%
Ⅱ	두 피자의 닮음비를 구한다.	30%
Ⅲ	두 피자의 둘레의 길이의 비를 구한다.	40%

066 답 $576\,\mathrm{cm}^2$

정사각형 모양의 땅의 실제 넓이가 $36=6^2(\mathrm{km}^2)$이므로 땅의 한 변의 길이는 $6\,\mathrm{km}=600000\,\mathrm{cm}$이다. … Ⅰ
축척이 1 : 25000이므로 지도 위의 한 변의 길이를 $x\,\mathrm{cm}$라 하면
$1:25000=x:600000$이 성립한다. 즉, $x=24$ … Ⅱ
따라서 지도에서 이 땅의 넓이는 $24\times24=576(\mathrm{cm}^2)$이다. … Ⅲ

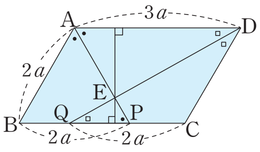
[채점기준표]

Ⅰ	정사각형의 모양인 땅의 한 변의 길이를 구한다.	30%
Ⅱ	지도 위에서의 한 변의 길이를 구한다.	40%
Ⅲ	지도에서 이 땅의 넓이를 구한다.	30%

최고난도 만점 문제 p. 138

067 답 16 cm^2

1st 닮은 꼴을 찾고 닮음비를 구해 보자.



$\angle A$, $\angle D$의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 P, Q라 하면 $\overline{AD} /\!/ \overline{PQ}$이므로 $\angle DAE = \angle QPE$(엇각), $\angle PQE = \angle ADE$(엇각)

즉, $\triangle ABP$와 $\triangle CDQ$는 이등변삼각형이고 $\overline{AB}=\overline{BP}=\overline{QC}=\overline{CD}=2a$라 하면

$\overline{AD} : \overline{AB} = 3 : 2$에 의하여 $\overline{AD}=3a$이고,

$\overline{BC}=\overline{BP}+\overline{QC}-\overline{QP}$이므로 $\overline{QP}=2a+2a-3a=a$야.

또한, $\triangle PEQ \backsim \triangle AED$(AA 닮음)이므로 닮음비는

$\overline{PQ} : \overline{AD} = a : 3a = 1 : 3$

2nd $\triangle AED$의 높이를 찾아보자.

이때, 닮음인 두 삼각형에서 높이의 비도 닮음비가 성립하지? 즉, $\triangle AED$의 높이는 $\triangle PEQ$의 높이의 3배가 되므로 평행사변형 ABCD의 높이는 $\triangle AED$의 높이의 $\frac{4}{3}$배가 돼.

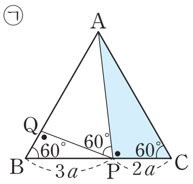
3rd 평행사변형 ABCD의 넓이를 계산하자.

$\triangle AED$와 $\triangle ACD$의 밑변의 길이는 같고 $\triangle ACD$의 높이는 $\triangle AED$의 높이의 $\frac{4}{3}$배이므로 $\triangle ACD = \frac{4}{3}\triangle AED$가 성립해.

$$\therefore \square ABCD = 2\triangle ACD = 2\times\left(\frac{4}{3}\triangle AED\right) = \frac{8}{3}\triangle AED$$
$$= \frac{8}{3}\times 6 = 16(\text{cm}^2)$$

068 답 25 cm^2

1st 정삼각형의 성질을 이용하여 닮은 삼각형을 찾자.



정삼각형 ABC에서 $\angle ABP = \angle ACP = 60° \cdots$ ㉠

$\triangle BPQ$와 $\triangle CAP$에서

$\angle QBP = \angle QPA = 60°$이므로

$\angle BQP = 180° - \angle PBQ - \angle BPQ$
$= 180° - \angle QPA - \angle BPQ$
$= \angle CPA \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $\triangle BPQ \backsim \triangle CAP$(AA 닮음)

2nd $\triangle APC$의 넓이를 구하자.

$\overline{BP} : \overline{PC} = 3 : 2$이므로 $\overline{BP}=3a$, $\overline{PC}=2a$라 하면

정삼각형 ABC에서 $\overline{CA}=\overline{BC}=\overline{BP}+\overline{PC}=5a$

$\therefore \overline{BP} : \overline{CA} = 3 : 5$

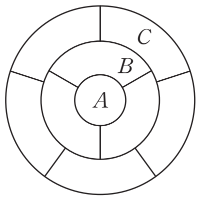
즉, 두 삼각형의 닮음비가 $3 : 5$이므로 넓이의 비는 $3^2 : 5^2 = 9 : 25$야.

$\triangle BPQ : \triangle APC = 9 : 25$, $9 : \triangle APC = 9 : 25$

$\therefore \triangle APC = 25\text{ cm}^2$

069 답 $1 : 2 : 3$

1st 닮은 꼴을 찾아 넓이의 비를 구해.



반지름의 길이와 상관없이 세 원 A, B, C는 모두 닮은 꼴이야.

넓이가 같은 9개의 영역은 세 원 A, B, C에 각각 1개, 4개, 9개가 들어 있지?

즉, 세 원 A, B, C의 넓이의 비는

$1 : 4 : 9 = 1^2 : 2^2 : 3^2$이야.

2nd 반지름의 길이의 비를 구하자.

따라서 세 원 A, B, C의 반지름의 길이의 비는 닮음비와 같으므로 $1 : 2 : 3$이야.

070 답 50 cm^3

1st 원래 정사면체와 4등분한 정사면체의 부피의 비를 구하자.

정삼각형은 4등분하여도 정삼각형이므로 4등분한 정삼각형으로 접어서 만든 정사면체도 닮은 꼴이야.

정삼각형과 사등분한 정삼각형의 한 변의 길이의 비는 $2 : 1$이므로 정사면체의 모서리의 길이의 비도 $2 : 1$이지?

정사면체의 부피의 비는 모서리의 길이의 세제곱의 비이므로

$2^3 : 1^3 = 8 : 1$

2nd 정사면체 4개의 부피의 합을 구해.

처음 만든 정사면체의 부피가 100 cm^3이므로 같은 크기의 정삼각형을 4등분하여 만든 정사면체의 1개의 부피는

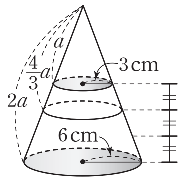
$\frac{1}{8}\times 100 = \frac{25}{2}(\text{cm}^3)$야.

따라서 작은 정사면체는 4개가 있으므로 전체 부피의 합은

$4\times\frac{25}{2} = 50(\text{cm}^3)$

071 답 304 cm^3

1st 원뿔대를 원뿔로 생각하고 모선의 길이로 닮음비를 찾자.



그림과 같이 갓모자를 원뿔대로 나타내었을 때, 원뿔대를 연장하여 만들어진 세 개의 원뿔을 P_1, P_2, P_3이라 하고, 원뿔의 닮음비를 생각해 보자.

P_1의 모선의 길이를 a라 하면 P_3의 모선의 길이는 $2a$이고, P_2의 모선의 길이는 $a+\frac{1}{3}a=\frac{4}{3}a$가 되겠지?

즉, 세 원뿔 P_1, P_2, P_3의 닮음비가 $1 : \frac{4}{3} : 2 = 3 : 4 : 6$이므로 부피의 비는 $P_1 : P_2 : P_3 = 3^3 : 4^3 : 6^3 = 27 : 64 : 216$이야.

2nd A의 부피를 구해.

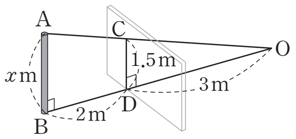
처음 원뿔대의 부피 (P_3-P_1)과 아래쪽 부분인 A의 부피 (P_3-P_2)의 비는 $(216-27) : (216-64) = 189 : 152$야.

처음 원뿔대의 부피가 378 cm^3이므로 $189 : 152 = 378 : (A$의 부피$)$

$\therefore (A\text{의 부피}) = \frac{378\times 152}{189} = 304(\text{cm}^3)$

072 답 ①

1st 전봇대와 그림자의 양 끝을 지나는 직선을 그어 닮음인 두 직각삼각형을 만들자.



그림과 같이 전봇대의 높이를 xm라 하고 전봇대의 그림자의 연장선과 전봇대 위에서 벽의 그림자 높이를 연결한 직선의 교점을 O라 하자.

2nd 닮음비를 찾아 전봇대의 높이를 구해.

높이가 1 m인 막대의 그림자가 2 m이므로 $\overline{CD}$의 그림자의 길이는 $\overline{DO}=1.5\times 2=3(\text{m})$가 돼.

한편, $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$에 의하여 닮음인 두 직각삼각형 ABO와 CDO의 닮음비를 이용하면 $\overline{DO} : \overline{BO} = \overline{CD} : \overline{AB}$

$3 : 5 = 1.5 : x \qquad \therefore x = 2.5$

따라서 전봇대의 높이는 2.5 m야.

P 피타고라스 정리

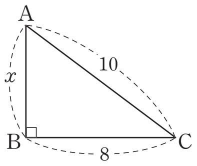
개념 다지기 001~019 정답은 p. 6에 있습니다.

유형 다지기 학교시험+학력평가

p. 142

020 답 6

삼각형 ABC가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면



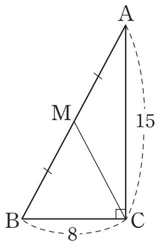
$x^2+8^2=10^2$

$x^2=100-64=36$ $\quad\therefore x=6$

021 답 ④

직각삼각형 ABC의 빗변의 중점은 삼각형의 외심이므로 $\overline{CM}=\overline{BM}=\overline{AM}$이 성립하지?

삼각형 ABC가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면



$\overline{AB}^2=\overline{BC}^2+\overline{AC}^2=8^2+15^2=289=17^2$

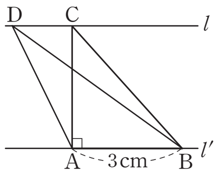
$\therefore \overline{AB}=17$

따라서 $\overline{AB}=2\overline{AM}=2\overline{CM}$이므로

$\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times17=\frac{17}{2}$

022 답 ①

그림과 같이 밑변의 길이는 공통으로 같고 꼭짓점을 다른 평행선에 둔 두 삼각형 ABD, ABC의 넓이는 같지? 그 이유는 높이에 해당하는 것이 두 평행선 사이의 거리이기 때문이야. 따라서 직각삼각형 ABC의 넓이도 $6\,\text{cm}^2$이겠지?



이때, 밑변의 길이가 6 cm인 직각삼각형 ABC의 높이는 $\overline{AC}$이므로

$\frac{1}{2}\times3\times\overline{AC}=6$ $\quad\therefore \overline{AC}=4\text{ cm}$

직각삼각형 ABC에 피타고라스 정리를 적용하면

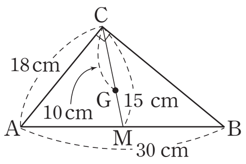
$\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$에서 $\overline{BC}^2=3^2+4^2=25$

$\therefore \overline{BC}=5\text{ cm}$

023 답 216 cm²

직각삼각형 ABC에서 $\overline{CG}$의 연장선이 빗변과 만나는 점을 M이라 하자.

무게중심 G는 꼭짓점과 대변의 중점 M 사이의 거리를 2 : 1로 내분하는 점이므로



$\overline{CM}=\frac{3}{2}\times10=15(\text{cm})$

이때, 점 M은 $\overline{AB}$의 중점이고, 직각삼각형 ABC의 외심이므로

$\overline{AB}=2\overline{CM}=30(\text{cm})$

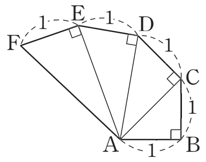
$\overline{BC}=x\,\text{cm}$라 하고 직각삼각형 ABC에 피타고라스 정리를 적용하면

$18^2+x^2=30^2$, $x^2=576$ $\quad\therefore x=24$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BC}=\frac{1}{2}\times18\times24=216(\text{cm}^2)$

024 답 5

직각삼각형 ABC에 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=1+1=2$



직각삼각형 ACD에 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{AD}^2=\overline{CD}^2+\overline{AC}^2=1+2=3$

직각삼각형 ADE에 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{AE}^2=\overline{ED}^2+\overline{AD}^2=1+3=4$

마지막으로 직각삼각형 AEF에 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{AF}^2=\overline{EF}^2+\overline{AE}^2=1+4=5$

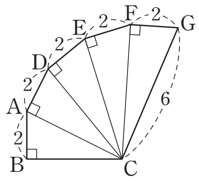
[다른 풀이]

$\overline{AB}^2+\overline{BC}^2+\overline{CD}^2+\overline{DE}^2+\overline{EF}^2=\overline{AF}^2$을 이용하면

$\overline{AF}^2=1+1+1+1+1=5$

025 답 4

직각삼각형 GFC에 피타고라스 정리를 적용하면



$\overline{FC}^2=\overline{GC}^2-\overline{GF}^2=6^2-2^2=32$

직각삼각형 FEC에 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{EC}^2=\overline{FC}^2-\overline{FE}^2=32-4=28$

직각삼각형 EDC에 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{CD}^2=\overline{EC}^2-\overline{ED}^2=28-4=24$

직각삼각형 DAC에 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{AC}^2=\overline{DC}^2-\overline{DA}^2=24-4=20$

마지막으로 직각삼각형 ABC에 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{BC}^2=\overline{AC}^2-\overline{AB}^2=20-4=16$ $\quad\therefore \overline{BC}=4$

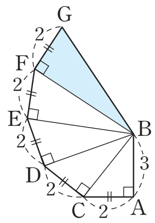
[다른 풀이]

$\overline{BC}^2+\overline{BA}^2+\overline{AD}^2+\overline{DE}^2+\overline{EF}^2+\overline{FG}^2=\overline{GC}^2$을 이용하자.

$\overline{BC}^2+4+4+4+4+4=36$이므로 $\overline{BC}^2=16$ $\quad\therefore \overline{BC}=4$

026 답 ④

직사각형 ABC에 피타고라스 정리를 적용하면



$\overline{BC}^2=\overline{CA}^2+\overline{AB}^2=4+9=13$

직각삼각형 BDC에 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{BD}^2=\overline{DC}^2+\overline{CB}^2=4+13=17$

직각삼각형 BED에 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{BE}^2=\overline{ED}^2+\overline{DB}^2=4+17=21$

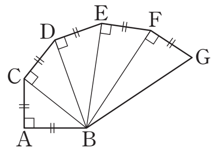
직각삼각형 BFE에 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{BF}^2=\overline{FE}^2+\overline{EB}^2=4+21=25$ $\quad\therefore \overline{BF}=5$

$\therefore \triangle BGF=\frac{1}{2}\times\overline{GF}\times\overline{FB}=\frac{1}{2}\times2\times5=5$

027 답 6

$\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{CD}=\overline{DE}=\overline{EF}=\overline{FG}=x$라 하면 △ABC의 넓이가 3이므로



$\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}=\frac{1}{2}x^2=3$

$\therefore x^2=6$

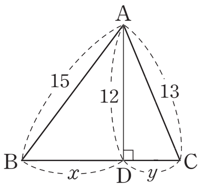
$\overline{AB}^2+\overline{AC}^2+\overline{CD}^2+\overline{DE}^2+\overline{EF}^2+\overline{FG}^2=\overline{BG}^2$

$x^2+x^2+x^2+x^2+x^2+x^2=6x^2=6\times6=36$

즉, $\overline{BG}^2=36$이므로 $\overline{BG}=6$

028 답 ③

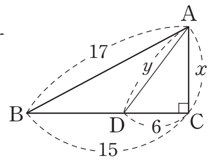
$\overline{BD}=x$, $\overline{DC}=y$라 하자.



삼각형 ABD는 직각삼각형이므로
피타고라스 정리를 적용하면
$15^2=x^2+12^2$
$x^2=15^2-12^2=81 \quad \therefore x=9$
또한, 삼각형 ADC도 직각삼각형이므로
피타고라스 정리를 적용하면 $13^2=y^2+12^2$
$y^2=13^2-12^2=25 \quad \therefore y=5$
$\therefore \overline{BC}=\overline{BD}+\overline{DC}=x+y=9+5=14$

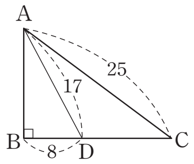
029 답 10

$\overline{AC}=x$, $\overline{AD}=y$라 하자.



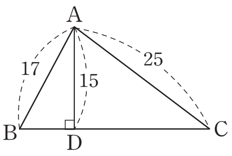
삼각형 ABC가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면 $17^2=15^2+x^2$
$x^2=17^2-15^2=289-225=64$
$\therefore x=8$
또한, 삼각형 ADC가 직각삼각형이므로
피타고라스 정리를 적용하면
$y^2=6^2+x^2=36+64=100 \quad \therefore y=10$
$\therefore \overline{AD}=10$

030 답 ④



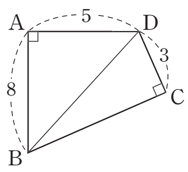
삼각형 ABD는 직각삼각형이므로
피타고라스 정리를 적용하면
$\overline{AD}^2=\overline{AB}^2+\overline{BD}^2$에서
$17^2=\overline{AB}^2+8^2 \quad \therefore \overline{AB}^2=225$
또한, 삼각형 ABC는 직각삼각형이므로
피타고라스 정리를 적용하면
$\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$에서 $25^2=225+\overline{BC}^2$
$\overline{BC}^2=400 \quad \therefore \overline{BC}=20$
$\therefore \overline{DC}=\overline{BC}-\overline{BD}=20-8=12$

031 답 210



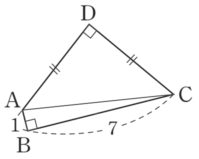
삼각형 ABD가 직각삼각형이므로
피타고라스 정리를 적용하면
$\overline{AB}^2=\overline{AD}^2+\overline{BD}^2$에서
$17^2=15^2+\overline{BD}^2$
$\overline{BD}^2=64 \quad \therefore \overline{BD}=8 \cdots$ ㉠
또한, 삼각형 ADC가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면
$\overline{AC}^2=\overline{AD}^2+\overline{DC}^2$에서 $25^2=15^2+\overline{DC}^2$
$\overline{DC}^2=400 \quad \therefore \overline{DC}=20 \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 $\overline{BC}=\overline{BD}+\overline{DC}=28$
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AD}=\frac{1}{2}\times 28\times 15=210$

032 답 ②



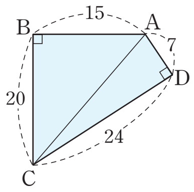
보조선 BD를 그으면 삼각형 ABD가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의하여
$\overline{BD}^2=\overline{AD}^2+\overline{AB}^2=5^2+8^2=89 \cdots$ ㉠
또한, 삼각형 BCD가 직각삼각형이므로
피타고라스 정리를 적용하면
$\overline{BD}^2=\overline{CD}^2+\overline{BC}^2$에서 $89=3^2+\overline{BC}^2$ ($\because$ ㉠)
$\therefore \overline{BC}^2=89-9=80$

033 답 5



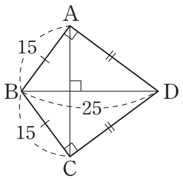
보조선 AC를 그으면 삼각형 ABC가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의하여
$\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=1^2+7^2=50 \cdots$ ㉠
또한, 삼각형 ACD가 직각삼각형이므로
피타고라스 정리를 적용하면
$\overline{AC}^2=\overline{AD}^2+\overline{CD}^2$에서
$50=\overline{AD}^2+\overline{CD}^2=2\overline{AD}^2$ ($\because$ ㉠, $\overline{AD}=\overline{CD}$)
$\overline{AD}^2=25 \quad \therefore \overline{AD}=5$

034 답 234



보조선 AC를 그으면 삼각형 ACD가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의하여
$\overline{AC}^2=7^2+24^2=625$
또한, 삼각형 ABC가 직각삼각형이므로
피타고라스 정리를 적용하면
$\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$, $625=15^2+\overline{BC}^2$
$\overline{BC}^2=625-225=400 \quad \therefore \overline{BC}=20$
$\therefore \square ABCD=\triangle ABC+\triangle ADC$
$=\frac{1}{2}\times 15\times 20+\frac{1}{2}\times 7\times 24=234$

035 답 24

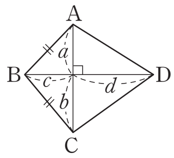


그림의 $\triangle ABD$와 $\triangle CBD$에서 $\overline{BD}$는 공통,
$\overline{AB}=\overline{CB}$, $\overline{AD}=\overline{CD}$이므로
$\triangle ABD\equiv\triangle CBD$(SSS 합동)
$\therefore \triangle ABD=\triangle CBD$
이때, $\square ABCD$의 넓이가 300이므로 $\triangle ABD$와 $\triangle BCD$의 넓이는 각각 150이지?
$\triangle ABD=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AD}=\frac{1}{2}\times 15\times\overline{AD}=150$
$\therefore \overline{AD}=\overline{CD}=20$
삼각형 ABD가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면
$\overline{BD}^2=\overline{AB}^2+\overline{AD}^2=15^2+20^2=625 \quad \therefore \overline{BD}=25$
이때, $\overline{AC}\perp\overline{BD}$ ⋯ (*)이므로
$\square ABCD=\frac{1}{2}\times\overline{BD}\times\overline{AC}$ ⋯ (**)$=\frac{1}{2}\times 25\times\overline{AC}=300$
$\therefore \overline{AC}=24$

★ 두 대각선이 수직으로 만나는 사각형

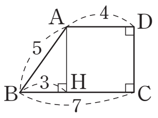
(*)인 이유? $\triangle ABD\equiv\triangle CBD$이지? 따라서 $\angle ABD=\angle CBD$이고 이등변삼각형 ABC에서 $\angle B$의 이등분선은 밑변 AC를 수직이등분하므로 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$야.

(**)인 이유? 대각선이 수직으로 만나는 사각형의 넓이가 두 대각선의 길이의 곱을 2로 나누면 나오는 이유에 대하여 알아보자.



그림과 같이 각 선분의 길이를 a, b, c, d라 하면 위의 삼각형의 넓이와 아래의 삼각형의 넓이의 합이 사각형의 넓이이므로
$\frac{1}{2}\times a\times(c+d)+\frac{1}{2}\times b\times(c+d)=\frac{1}{2}\times(c+d)\times(a+b)$
$=\frac{1}{2}\times\overline{BD}\times\overline{AC}$

036 답 4



점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{AD}=\overline{CH}=4$

$\therefore \overline{BH}=\overline{BC}-\overline{CH}=7-4=3$

삼각형 ABH가 직각삼각형이므로

피타고라스 정리를 적용하면

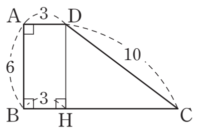
$\overline{AB}^2=\overline{BH}^2+\overline{AH}^2$에서

$5^2=3^2+\overline{AH}^2$

$\overline{AH}^2=25-9=16$ $\quad\therefore \overline{AH}=4$

$\therefore \overline{DC}=\overline{AH}=4$

037 답 ④



점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{AD}=\overline{BH}=3$

삼각형 DHC가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면

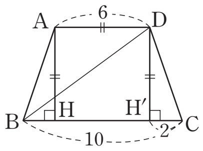
$\overline{CH}^2+\overline{DH}^2=\overline{CD}^2$에서

$\overline{CH}^2+6^2=10^2$

$\overline{CH}^2=100-36=64$ $\quad\therefore \overline{CH}=8$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=3+8=11$

038 답 10



점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H′이라 하면

$\overline{DH'}=\overline{AH}=\overline{AD}=6$

그럼, 사각형 ABCD가 등변사다리꼴이므로 $\overline{BH}=\overline{CH'}$이지?

$\overline{BH}=\overline{CH'}=\frac{1}{2}\times(\overline{BC}-\overline{AD})=\frac{1}{2}\times 4=2$

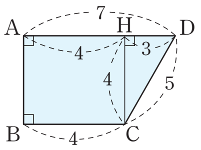
삼각형 DBH′이 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{BD}^2=\overline{BH'}^2+\overline{DH'}^2=(\overline{BC}-\overline{CH'})^2+\overline{DH'}^2$에서

$\overline{BD}^2=8^2+6^2=100$

$\therefore \overline{BD}=10$

039 답 ⑤



점 C에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{AH}=\overline{BC}=4$이므로

$\overline{DH}=\overline{AD}-\overline{AH}=7-4=3$

삼각형 CDH가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면

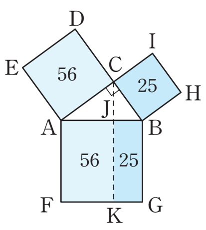
$\overline{CH}^2=\overline{CD}^2-\overline{DH}^2=5^2-3^2=16$ $\quad\therefore \overline{CH}=4$

□ABCD는 사다리꼴이므로

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times(\overline{AD}+\overline{BC})\times\overline{CH}$

$=\frac{1}{2}\times(7+4)\times 4=22$

040 답 81

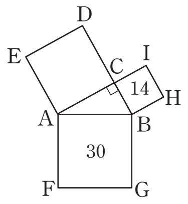


세 정사각형 중 직각삼각형의 빗변을 한 변으로 하는 가장 큰 정사각형의 넓이는 나머지 두 정사각형의 넓이의 합과 같으므로

□AFGB=□ACDE+□BHIC

$=56+25=81$

041 답 4



□ACDE=□AFGB−□BHIC

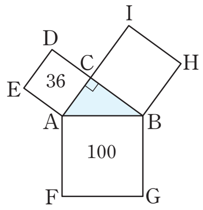
$=30-14=16$

□ACDE는 정사각형이므로

$\overline{AC}^2=16$

$\therefore \overline{AC}=4$

042 답 24



□BHIC=□AFGB−□ACDE

$=100-36=64$

□BHIC는 정사각형이므로

$\overline{BC}^2=64$ $\quad\therefore \overline{BC}=8$

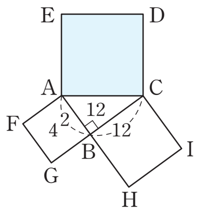
또, □ACDE도 정사각형이므로

$\overline{AC}^2=36$ $\quad\therefore \overline{AC}=6$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BC}$

$=\frac{1}{2}\times 6\times 8=24$

043 답 148



넓이가 4인 □AFGB는 정사각형이므로

$\overline{AB}^2=4$ $\quad\therefore \overline{AB}=2$

△ABC의 넓이가 12이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}$

$=\frac{1}{2}\times 2\times\overline{BC}=12$

$\therefore \overline{BC}=12$

□ACDE는 정사각형이므로 넓이는 $\overline{AC}^2$이지?

직각삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=2^2+12^2=148$

∴ □ACDE=148

044 답 8

두 사각형 ACHI, BFGC는 정사각형이므로

$\overline{AC}=\overline{HC}$, $\overline{GC}=\overline{BC}$

$\angle ACG=\angle ACB+\angle BCG=\angle ACB+90^\circ$

$=\angle ACB+\angle ACH=\angle HCB$

따라서 △AGC≡△HBC(SAS 합동)이므로

△AGC=△HBC ⋯ ㉠

또한, 두 삼각형 HBC, ACH는 밑면이 $\overline{CH}$로 공통이고

$\overline{BI}\,/\!/\,\overline{CH}$이므로 △HBC=△ACH ⋯ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 △AGC=△ACH ⋯ ㉢

한편, 직각삼각형 ABC에 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$에서 $64=48+\overline{AC}^2$

$\therefore \overline{AC}^2=16$

이때, □ACHI는 정사각형이므로

$\square ACHI=\overline{AC}^2=16$

따라서 ㉢에 의하여

$\triangle AGC=\triangle ACH=\frac{1}{2}\square ACHI=\frac{1}{2}\times 16=8$

045 답 $\frac{7}{2}$

$\triangle ACI = \triangle DCB = \triangle DCA = \frac{1}{2}\square ACDE$ ⋯ ㉠

이때, 직각삼각형 ABC에 피타고라스 정리를 적용하면

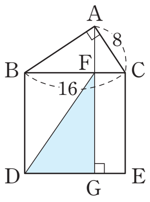
$\overline{BC}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AB}^2$에서 $4^2 = \overline{AC}^2 + 3^2$, $\overline{AC}^2 = 16 - 9 = 7$

$\therefore \square ACDE = \overline{AC}^2 = 7$

㉠에 의하여

$\triangle ACI = \frac{1}{2}\square ACDE = \frac{1}{2} \times 7 = \frac{7}{2}$

046 답 96



$\triangle ABC$가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$에서

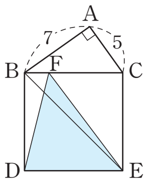
$\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{AC}^2 = 256 - 64 = 192$

이때, 한 변이 $\overline{AB}$인 정사각형의 넓이와 $\square BDGF$의 넓이가 같지?

즉, $\triangle FDG$의 넓이는 한 변의 길이가 $\overline{AB}$인 정사각형의 넓이를 2로 나눈 것이므로

$\triangle FDG = \frac{1}{2}\overline{AB}^2 = \frac{1}{2} \times 192 = 96$

047 답 37



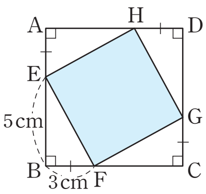
$\triangle ABC$가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$
$= 49 + 25 = 74$
$= \square BDEC$

점 F는 $\overline{DE}$와 평행한 $\overline{BC}$ 위의 점이므로 점 F가 $\overline{BC}$ 위의 어디에 있든지 $\triangle FDE$의 높이가 $\overline{BD}$로 일정하겠지?

$\therefore \triangle FDE = \triangle BDE$
$= \frac{1}{2}\square BDEC = \frac{1}{2} \times 74 = 37$

048 답 ③



$\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH} = 3\,cm$이므로

정사각형 ABCD에서

$\overline{EB} = \overline{FC} = \overline{GD} = \overline{HA}$
$= 8 - 3 = 5(cm)$

이때, $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$이므로

$\triangle AEH \equiv \triangle BFE \equiv \triangle CGF \equiv \triangle DHG$(SAS 합동)

$\therefore \triangle AEH = \triangle BFE = \triangle CGF = \triangle DHG$ ⋯ ㉠

구하려는 것은 $\square EFGH$의 넓이이므로

$\square EFGH = \square ABCD - (\triangle AEH + \triangle BFE + \triangle CGF + \triangle DHG)$
$= \square ABCD - 4 \times \triangle AEH$ ($\because$ ㉠) ⋯ ㉡

여기서 $\triangle AEH = \frac{1}{2} \times \overline{AE} \times \overline{AH} = \frac{1}{2} \times 3 \times 5 = \frac{15}{2}$ (cm^2)이므로

$\square EFGH = 8 \times 8 - 4 \times \frac{15}{2} = 34(cm^2)$ ($\because$ ㉡)

[다른 풀이]

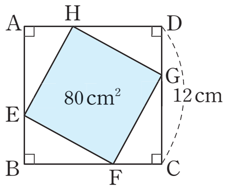
$\triangle AEH \equiv \triangle BFE \equiv \triangle CGF \equiv \triangle DHG$(SAS 합동)이므로

$\overline{EH} = \overline{FE} = \overline{GF} = \overline{HG}$이지?

즉, $\square EFGH$는 정사각형이므로

$\square EFGH = \overline{EF}^2 = \overline{EB}^2 + \overline{BF}^2$
$= 5^2 + 3^2 = 34(cm^2)$

049 답 ③



$\triangle AEH$, $\triangle BFE$, $\triangle CGF$, $\triangle DHG$는 모두 합동이므로 넓이도 같겠지?

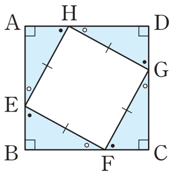
⋯ (＊)

$\square ABCD$는 한 변의 길이가 12 cm인 정사각형이고, $\square EFGH$의 넓이는 80 cm^2이므로

$4 \times \triangle BFE = \square ABCD - \square EFGH$에서

$4 \times \triangle BFE = 12^2 - 80 = 64$

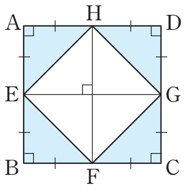
$\therefore \triangle BFE = \frac{1}{4} \times 64 = 16(cm^2)$

> ★ **삼각형의 합동**
>
> (＊)을 확인해 보자.
>
> 그림과 같이 정사각형 ABCD에서
>
> $\angle AHE = \bullet$, $\angle GHD = \circ$라 하면
>
> $\bullet + \circ = 90^\circ$이므로
>
> $\angle AHE = \angle BEF$
> $= \angle CFG = \angle DGH = \bullet$
>
> $\angle GHD = \angle HEA$
> $= \angle EFB = \angle FGC = \circ$
>
> 
>
>
> 그리고 $\square EFGH$는 정사각형이므로 $\overline{HE} = \overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH}$
>
> 따라서 $\triangle AEH$, $\triangle BFE$, $\triangle CGF$, $\triangle DHG$는 ASA 합동이 되는 거야.

050 답 ⑤

그림과 같이 두 변의 길이와 그 끼인각이 직각으로 같으므로

$\triangle AEH \equiv \triangle BFE \equiv \triangle CGF \equiv \triangle DHG$(SAS 합동)



네 점 E, F, G, H는 정사각형 ABCD의 각 변의 중점이므로 색칠한 부분과 색칠하지 않은 부분의 넓이는 같지?

$4 \times \triangle AEH = \square EFGH$

$4 \times \frac{1}{2} \times \overline{AE}^2 = 18$ ($\because \overline{AE} = \overline{AH}$)

$\overline{AE}^2 = 9$ $\therefore \overline{AE} = 3\,cm$

$\therefore$ ($\square ABCD$의 둘레의 길이)$= 8 \times \overline{AE}$
$= 8 \times 3 = 24(cm)$

[다른 풀이]

$\square ABCD$가 정사각형이고 $\triangle AEH \equiv \triangle BFE \equiv \triangle CGF \equiv \triangle DHG$ (SAS 합동)이므로 $\square EFGH$는 정사각형이야.

직각삼각형 AEH에서

$\overline{AH}^2 + \overline{AE}^2 = 2\overline{AE}^2 = \overline{HE}^2 = 18$

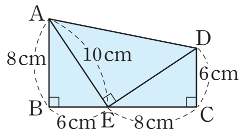
$\overline{AE}^2 = 9$ $\therefore \overline{AE} = 3\,cm$

(이하 동일)

P

051 답 ④

$\triangle ABE \equiv \triangle ECD$이므로 $\triangle AED$는 $\overline{AE}=\overline{ED}$ ⋯ ㉠인 직각이등변삼각형이지?



또한, $\triangle AED=50\,\text{cm}^2$이므로

$\frac{1}{2}\times\overline{AE}\times\overline{ED}=\frac{1}{2}\times\overline{AE}^2$ ($\because$ ㉠)$=50$, $\overline{AE}^2=100$

$\therefore \overline{AE}=10\,\text{cm}$

$\triangle ABE$는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{BE}^2=\overline{AE}^2-\overline{AB}^2=10^2-8^2=36$

$\therefore \overline{BE}=\overline{CD}=6\text{ cm}$

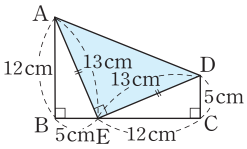
이때, $\square ABCD$는 사다리꼴이므로

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times(\overline{AB}+\overline{CD})\times\overline{BC}=\frac{1}{2}\times14\times14=98(\text{cm}^2)$

052 답 ②

$\triangle ABE \equiv \triangle ECD$이므로

$\overline{BE}=\overline{CD}=5\,\text{cm}$



$\triangle ABE$는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{AE}^2=\overline{AB}^2+\overline{BE}^2$

$=12^2+5^2=169=13^2$

$\therefore \overline{AE}=\overline{DE}=13$ ($\because \triangle ABE\equiv\triangle ECD$)

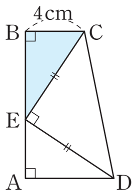
$\therefore \triangle ABD=\frac{1}{2}\times\overline{AE}\times\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AE}^2=\frac{169}{2}(\text{cm}^2)$

053 답 12 cm^2

$\triangle ADE\equiv\triangle BEC$이므로 $\overline{DE}=\overline{EC}$야.

따라서 $\triangle CED$는 직각이등변삼각형이고,

그 넓이가 $26\,\text{cm}^2$이므로



$\frac{1}{2}\times\overline{CE}\times\overline{ED}=\frac{1}{2}\times\overline{CE}^2=26$

$\therefore \overline{CE}^2=52$ ⋯ ㉠

$\triangle BEC$가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면

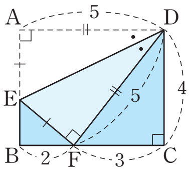
$\overline{BE}^2=\overline{CE}^2-\overline{BC}^2=52-16=36$ ($\because$ ㉠) $\quad\therefore \overline{BE}=6\,\text{cm}$

$\therefore \triangle BEC=\frac{1}{2}\times\overline{BE}\times\overline{BC}=\frac{1}{2}\times6\times4=12(\text{cm}^2)$

054 답 $\frac{5}{2}$

직사각형 모양의 종이 ABCD를 $\overline{DE}$를 접는 선으로 하여 접었을 때, $\overline{AD}=\overline{DF}=5$

$\overline{AB}=\overline{CD}=4$이고, $\triangle CDF$가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면



$\overline{CF}^2+\overline{CD}^2=\overline{DF}^2$에서

$\overline{CF}^2+4^2=5^2$, $\overline{CF}^2=9\quad\therefore \overline{CF}=3$

$\therefore \overline{BF}=\overline{BC}-\overline{CF}=5-3=2$

이때, $\triangle EBF=\frac{3}{2}$이므로

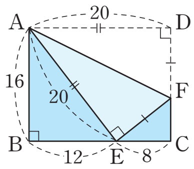
$\frac{1}{2}\times\overline{EB}\times\overline{BF}=\frac{1}{2}\times\overline{EB}\times2=\frac{3}{2}\quad\therefore \overline{EB}=\frac{3}{2}$

$\therefore \overline{EF}=\overline{AE}=\overline{AB}-\overline{EB}=4-\frac{3}{2}=\frac{5}{2}$

055 답 6

직사각형 모양의 종이 ABCD를 $\overline{AF}$를 접는 선으로 하여 접었을 때, $\overline{AD}=\overline{AE}=20$

$\triangle ABE$가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면



$\overline{AE}^2=\overline{AB}^2+\overline{BE}^2$, $20^2=16^2+\overline{BE}^2$

$\overline{BE}^2=144\quad\therefore \overline{BE}=12$

$\therefore \overline{CE}=\overline{BC}-\overline{BE}=20-12=8$

이때, $\triangle AEF=\frac{1}{2}\times\overline{AE}\times\overline{EF}=\frac{1}{2}\times20\times\overline{EF}=100$

$\therefore \overline{EF}=10$

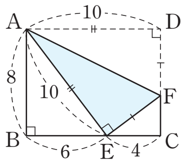
따라서 $\overline{DF}=\overline{EF}=10$이므로

$\overline{FC}=\overline{DC}-\overline{DF}=16-10=6$

056 답 25

직사각형 모양의 종이 ABCD를 $\overline{AF}$를 접는 선으로 하여 접었을 때, $\overline{AD}=\overline{AE}=10$

$\triangle ABE$가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면



$\overline{AE}^2=\overline{AB}^2+\overline{BE}^2$에서

$10^2=8^2+\overline{BE}^2$, $\overline{BE}^2=36\quad\therefore \overline{BE}=6$

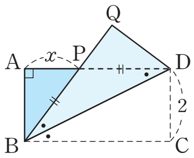
$\therefore \overline{CE}=\overline{BC}-\overline{BE}=10-6=4$

$\overline{EF}=5$이므로 $\triangle AEF=\frac{1}{2}\times\overline{AE}\times\overline{EF}=\frac{1}{2}\times10\times5=25$

057 답 $\frac{3}{2}$

$\overline{AP}=x$라 하면 $\triangle BDP$는 $\overline{PB}=\overline{PD}$인 이등변삼각형이고

$\overline{AP}:\overline{BP}=3:5$이므로



$\overline{BP}=\frac{5}{3}\overline{AP}=\frac{5}{3}x$

$\triangle ABP$가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{AB}^2+\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$에서

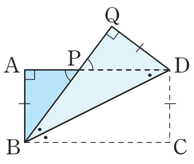
$2^2+x^2=\left(\frac{5}{3}x\right)^2$, $x^2=\frac{9}{4}=\left(\frac{3}{2}\right)^2\quad\therefore x=\frac{3}{2}$

$\therefore \overline{AP}=\frac{3}{2}$

★ **여러 가지 성질을 이용하여 길이가 같은 선분 찾기**

$\triangle BDP$가 이등변삼각형인 이유가 궁금하지?

직사각형 모양의 종이 ABCD에서 $\overline{BD}$를 접는 선으로 하여 접었으므로



$\angle PBD=\angle DBC$이고

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$에서 $\angle ADB=\angle DBC$ (엇각)

즉, $\triangle PBD$에서 $\angle PBD=\angle PDB$이므로 $\overline{PB}=\overline{PD}$

또한, $\triangle ABP$와 $\triangle QDP$가 합동임을 이용해서도 알 수 있어.

$\angle APB=\angle QPD$ (맞꼭지각)

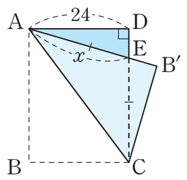
$\overline{BD}$를 접는 선으로 하였으므로

$\angle BAP=\angle DQP=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{DC}=\overline{QD}$

그리고 $\angle ABP=180^\circ-(90^\circ+\angle APB)=\angle QDP$

따라서 $\triangle ABP$와 $\triangle QDP$는 ASA 합동이 되어 $\overline{BP}=\overline{DP}$, 즉 $\triangle BPD$가 이등변삼각형임을 알 수 있지?

058 답 ②



$\triangle AED=\frac{1}{2}\times\overline{AD}\times\overline{DE}$

$=\frac{1}{2}\times24\times\overline{DE}=84$

$\therefore\ \overline{DE}=7$

$\overline{AE}=x$라 하면 $\triangle AED$가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면

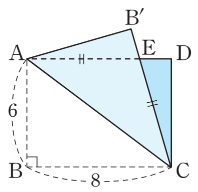
$\overline{AD}^2+\overline{DE}^2=\overline{AE}^2$에서 $24^2+7^2=x^2$

$x^2=625\qquad\therefore\ x=25$

$\triangle ACE$가 이등변삼각형이므로 $\overline{EC}=\overline{AE}=25$

$\therefore\ \overline{AB}=\overline{DC}=\overline{DE}+\overline{EC}=7+25=32$

059 답 $\frac{45}{2}$



$\overline{DE}=\frac{7}{4}$이고 $\triangle ACE$는 이등변삼각형이므로

$\overline{EC}=\overline{AE}=\overline{AD}-\overline{ED}=8-\frac{7}{4}=\frac{25}{4}$

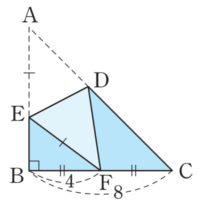
또한, $\triangle ABC$가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$에서

$\overline{AC}^2=6^2+8^2=100\qquad\therefore\ \overline{AC}=10$

$\therefore$ ($\triangle ACE$의 둘레의 길이)$=\overline{AC}+2\times\overline{AE}=10+2\times\frac{25}{4}=\frac{45}{2}$

060 답 ③



점 F는 $\overline{BC}$의 중점이므로 $\overline{BF}=4$

$\triangle EBF=\frac{1}{2}\times\overline{EB}\times\overline{BF}$

$=\frac{1}{2}\times\overline{EB}\times4=6$

$\therefore\ \overline{EB}=3$

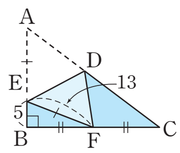
또한, $\triangle EBF$가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{EF}^2=\overline{BF}^2+\overline{EB}^2$에서

$\overline{EF}^2=4^2+3^2=25$

$\therefore\ \overline{EF}=5$

061 답 24



$\overline{DE}$를 접는 선으로 하여 접었으므로

$\overline{EF}=\overline{AE}=18-5=13$

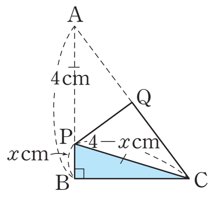
$\triangle BFE$가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{EF}^2=\overline{EB}^2+\overline{BF}^2$에서

$13^2=5^2+\overline{BF}^2$

$\overline{BF}^2=144\qquad\therefore\ \overline{BF}=12$

$\therefore\ \overline{BC}=2\overline{BF}=24$

062 답 $\frac{21}{16}$ cm^2



$\overline{PB}=x$ cm라 하면 $\triangle ABC$에서 $\overline{PQ}$를 접는 선으로 하여 접었으므로

$\overline{PC}=\overline{PA}=\frac{25}{7}\overline{PB}=\frac{25}{7}x$ (cm) $\cdots$ ㉠

$\overline{AB}=4$ cm이므로

$x+\frac{25}{7}x=4\qquad\therefore\ x=\frac{7}{8}$

즉, $\overline{PB}=\frac{7}{8}$ cm이고, ㉠에 의하여

$\overline{PC}=\frac{25}{7}\times\frac{7}{8}=\frac{25}{8}$(cm)

$\triangle PBC$가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{PB}^2+\overline{BC}^2=\overline{PC}^2$에서

$\left(\frac{7}{8}\right)^2+\overline{BC}^2=\left(\frac{25}{8}\right)^2$

$\overline{BC}^2=\frac{576}{64}=9\qquad\therefore\ \overline{BC}=3$ cm

$\therefore\ \triangle PBC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{PB}=\frac{1}{2}\times3\times\frac{7}{8}=\frac{21}{16}$(cm^2)

063 답 ⑤

각각의 수를 제곱하여 가장 큰 수와 나머지 두 수의 합이 같은 경우에 직각삼각형이 되지?

ㄱ. 1, 2, 2를 각각 제곱하면
 1, 4, 4이므로 $4<1+4$ ← NO!

ㄴ. 5, 12, 13을 각각 제곱하면
 25, 144, 169이므로 $169=25+144$ ← YES!

ㄷ. 15, 16, 21을 각각 제곱하면
 225, 256, 441이므로 $441<225+256$ ← NO!

ㄹ. 6, 8, 9를 각각 제곱하면
 36, 64, 81이므로 $81<36+64$ ← NO!

ㅁ. 8, 15, 17을 각각 제곱하면
 64, 225, 289이므로 $289=64+225$ ← YES!

따라서 직각삼각형인 것은 ㄴ, ㅁ이야.

064 답 ④

① $\frac{7}{12}$, 2, $\frac{25}{12}$를 각각 제곱하면
 $\frac{49}{144}$, 4, $\frac{625}{144}$이므로 $\frac{625}{144}=\frac{49}{144}+4=\frac{49+576}{144}$ ← YES!

② $\frac{5}{4}$, 3, $\frac{13}{4}$을 각각 제곱하면
 $\frac{25}{16}$, 9, $\frac{196}{16}$이므로 $\frac{196}{16}=\frac{25}{16}+9$ ← YES!

③ 3, 4, 5를 각각 제곱하면
 9, 16, 25이므로 $25=9+16$ ← YES!

④ 5, 12, 15를 각각 제곱하면
 25, 144, 225이므로 $225>25+144$ ← NO!

⑤ 6, 8, 10을 각각 제곱하면
 36, 64, 100이므로 $100=36+64$ ← YES!

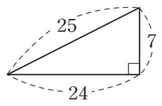
[다른 풀이]

피타고라스의 수의 a배도 피타고라스의 수이므로

① $\frac{7}{12}$, 2, $\frac{25}{12}$에서 7, 24, 25 ← OK!

② $\frac{5}{4}$, 3, $\frac{13}{4}$에서 5, 12, 13 ← OK!

065 답 84



먼저 세 변의 길이 25, 24, 7을 각각 제곱하면 625, 576, 49이지?

이때, $625=576+49$이므로 이 삼각형은 빗변의 길이가 25인 직각삼각형이야.

$\therefore$ (삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times24\times7=84$

P

066 답 50

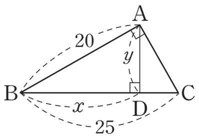
두 변의 길이가 각각 3 cm, 5 cm인 삼각형의 나머지 한 변의 길이를 a cm라 하자. 직각삼각형이 만들어지는 경우는 길이가 가장 긴 변인 빗변의 길이가 5 cm 또는 a cm인 경우로 나눌 수 있겠지?

(ⅰ) 빗변의 길이가 5 cm일 때 $(a<5)$
 $9+a^2=25$이므로 $a^2=16$

(ⅱ) 빗변의 길이가 a cm일 때 $(a>5)$
 $25+9=a^2$이므로 $a^2=34$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 $x^2+y^2=16+34=50$

067 답 ②



직각삼각형의 닮음 관계,
즉 $\triangle ABD \backsim \triangle CBA$에 의하여
$\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{BD} : \overline{BA}$이므로
$\overline{AB}^2=\overline{BC}\times\overline{BD}$에서
$20^2=25x \qquad \therefore x=16$
또한, $\triangle ABD$가 직각삼각형이므로
피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{AB}^2=\overline{AD}^2+\overline{BD}^2$
$20^2=y^2+16^2,\ y^2=144 \qquad \therefore y=12$
$\therefore x+y=16+12=28$

[다른 풀이]
$\overline{AB}^2=\overline{BC}\times\overline{BD}$에서 $20^2=25x \qquad \therefore x=16$
직각삼각형의 닮음 관계, 즉 $\triangle ABD \backsim \triangle CAD$에 의하여
$\overline{AD} : \overline{CD} = \overline{BD} : \overline{AD}$에서 $\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{DC}$
$y^2=x(25-x)=16\times 9=12^2 \qquad \therefore y=12$
$\therefore x+y=16+12=28$

068 답 ③

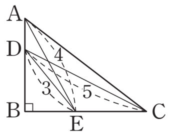
직각삼각형의 닮음 관계에 의하여 $\overline{BC}^2=\overline{BH}\times\overline{BA}$에서
$6^2=3\times(3+\overline{AH}),\ 36=9+3\overline{AH}$
$3\overline{AH}=27 \qquad \therefore \overline{AH}=9$
즉, $\overline{AB}=\overline{AH}+\overline{HB}=9+3=12$이고, $\triangle ABC$는 직각삼각형이므로
피타고라스 정리를 적용하면
$\overline{AB}^2=\overline{BC}^2+\overline{CA}^2$에서 $12^2=6^2+\overline{CA}^2$
$\therefore \overline{CA}^2=144-36=108$

069 답 30

직각삼각형의 닮음 관계에 의하여
$b^2=\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{DC}=2\times3=6$
$\triangle ABD$는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면
$\overline{AB}^2=\overline{BD}^2+\overline{AD}^2$에서 $a^2=2^2+b^2=4+6=10$
$\triangle ADC$는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면
$\overline{AC}^2=\overline{AD}^2+\overline{DC}^2$에서 $c^2=b^2+3^2=6+9=15$
즉, $a^2b^2c^2=(abc)^2=10\times6\times15=900=30^2$이므로
$abc=30$

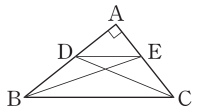
[다른 풀이]
$\overline{BD}=2,\ \overline{DC}=3$이므로 $\overline{BC}=\overline{BD}+\overline{DC}=5$
이때, 직각삼각형의 닮음 관계에 의하여
$a^2=\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}=2\times5=10$
$b^2=\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{DC}=2\times3=6$
$c^2=\overline{AC}^2=\overline{CD}\times\overline{CB}=3\times5=15$
$a^2b^2c^2=(abc)^2=10\times6\times15=30^2$
$\therefore abc=30$

070 답 32



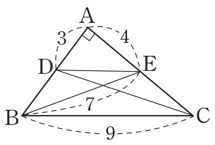
$\overline{AC}^2+\overline{DE}^2=\overline{AE}^2+\overline{CD}^2$이므로
$\overline{AC}^2+9=16+25$
$\therefore \overline{AC}^2=32$

★ **피타고라스 정리를 이용한 직각삼각형의 성질의 확인**



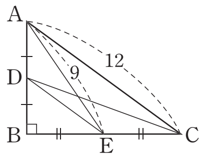
$\angle A=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 두 점 D, E가 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 위에 있을 때,
$\overline{DE}^2+\overline{BC}^2=\overline{BE}^2+\overline{CD}^2$
[왜?]
먼저 직각삼각형 ABC에 피타고라스 정리를 적용하면
$\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$ … ㉠
또, 직각삼각형 ADE에 피타고라스 정리를 적용하면
$\overline{DE}^2=\overline{AE}^2+\overline{AD}^2$ … ㉡
직각삼각형 ABE에 피타고라스 정리를 적용하면
$\overline{BE}^2=\overline{AB}^2+\overline{AE}^2$ … ㉢
직각삼각형 ADC에 피타고라스 정리를 적용하면
$\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{AC}^2$ … ㉣
이제 $\overline{DE}^2+\overline{BC}^2=\overline{BE}^2+\overline{CD}^2$이 되는지 살펴보자.
$\overline{DE}^2+\overline{BC}^2=(\overline{AE}^2+\overline{AD}^2)+(\overline{AB}^2+\overline{AC}^2)$ (∵ ㉡, ㉠)
$=\overline{AE}^2+(\overline{AD}^2+\overline{AB}^2)+\overline{AC}^2$ (결합법칙)
$=\overline{AE}^2+(\overline{AB}^2+\overline{AD}^2)+\overline{AC}^2$ (교환법칙)
$=(\overline{AE}^2+\overline{AB}^2)+(\overline{AD}^2+\overline{AC}^2)$ (결합법칙)
$=\overline{BE}^2+\overline{CD}^2$ (∵ ㉢, ㉣)

071 답 57



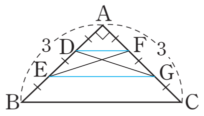
$\angle A=90^\circ$이므로 $\triangle ADE$는 직각삼각형이고, 피타고라스 정리를 적용하면
$\overline{DE}^2=\overline{AD}^2+\overline{AE}^2=9+16=25$
$\therefore \overline{DE}=5$
$\overline{DE}^2+\overline{BC}^2=\overline{BE}^2+\overline{CD}^2$을 적용하면
$25+81=49+\overline{CD}^2 \qquad \therefore \overline{CD}^2=57$

072 답 99



먼저 $\overline{DE}$의 길이를 구해야겠지?
두 점 D, E는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 중점이므로
$\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AC}=6$
$\overline{DE}^2+\overline{AC}^2=\overline{AE}^2+\overline{CD}^2$을 적용하면
$36+144=81+\overline{CD}^2 \qquad \therefore \overline{CD}^2=99$

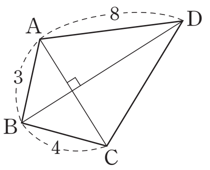
073 답 10



그림과 같이 $\overline{DF}$와 $\overline{EG}$의 보조선을 그리자.
$\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 삼등분점이 각각 D, E, F, G이므로 $\overline{AD}=\overline{AF}=1$, $\overline{AE}=\overline{AG}=2$
직각삼각형 AEF에 피타고라스 정리를 적용하면
$\overline{EF}^2=\overline{AE}^2+\overline{AF}^2=4+1=5$ … ㉠
직각삼각형 ADG에 피타고라스 정리를 적용하면
$\overline{DG}^2=\overline{AD}^2+\overline{AG}^2=1+4=5$ … ㉡
㉠, ㉡에 의하여 $\overline{DG}^2+\overline{EF}^2=5+5=10$

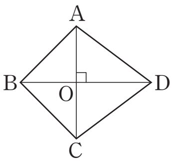
074 답 71

그림과 같이 사각형 ABCD의 두 대각선이 서로 수직으로 만나므로
$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이 성립하지?
$9+\overline{CD}^2=64+16$
$\therefore \overline{CD}^2=71$



★ 두 대각선이 직교하는 사각형의 성질의 확인

먼저 직각삼각형 ABO에 피타고라스 정리를 적용하면
$\overline{AB}^2=\overline{BO}^2+\overline{AO}^2$ ⋯ ㉠
또, 직각삼각형 DAO에 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{AD}^2=\overline{AO}^2+\overline{DO}^2$ ⋯ ㉡
직각삼각형 BCO에 피타고라스 정리를 적용하면
$\overline{BC}^2=\overline{BO}^2+\overline{CO}^2$ ⋯ ㉢
직각삼각형 CDO에 피타고라스 정리를 적용하면
$\overline{CD}^2=\overline{CO}^2+\overline{DO}^2$ ⋯ ㉣
이제 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{AD}^2$이 되는지 살펴보자.



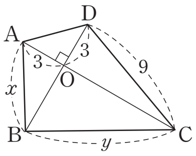
$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\left(\overline{BO}^2+\overline{AO}^2\right)+\left(\overline{CO}^2+\overline{DO}^2\right)$ (∵ ㉠, ㉣)
$=\overline{BO}^2+\left(\overline{AO}^2+\overline{CO}^2\right)+\overline{DO}^2$ (결합법칙)
$=\overline{BO}^2+\left(\overline{CO}^2+\overline{AO}^2\right)+\overline{DO}^2$ (교환법칙)
$=\left(\overline{BO}^2+\overline{CO}^2\right)+\left(\overline{AO}^2+\overline{DO}^2\right)$ (결합법칙)
$=\overline{BC}^2+\overline{AD}^2$ (∵ ㉢, ㉡)

075 답 ③

△ABO는 직각삼각형이므로
$\overline{AB}^2=\overline{AO}^2+\overline{BO}^2=4+16=20$
이때, 사각형 ABCD의 두 대각선이 서로 수직으로 만나므로
$\overline{AD}^2+\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=20+7^2=69$

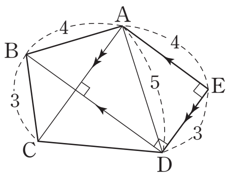
076 답 63

△DAO가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면
$\overline{AD}^2=\overline{AO}^2+\overline{DO}^2=9+9=18$
사각형 ABCD의 두 대각선이 서로 수직으로 만나므로
$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{AD}^2$을 적용하면
$x^2+9^2=y^2+18$
$\therefore y^2-x^2=81-18=63$



077 답 18

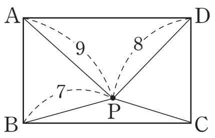
$\overline{DB}/\!/\overline{EA}$이고, $\angle BDE=90^\circ$이므로
$\angle AED=90^\circ$
즉, △ADE는 직각삼각형이므로
피타고라스 정리를 적용하면
$\overline{AD}^2=\overline{DE}^2+\overline{AE}^2=9+16=25$
$\therefore \overline{AD}=5$



또, $\overline{AC}/\!/\overline{ED}$이므로 $\angle BDE=90^\circ$에 의하여 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$
그럼, 사각형 ABCD의 두 대각선 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$가 서로 수직으로 만나므로 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이 성립하지?
$16+\overline{CD}^2=25+9$
$\therefore \overline{CD}^2=18$

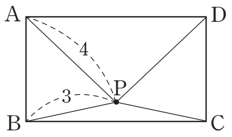
078 답 32

그림과 같은 직사각형 ABCD의 내부의 한 점 P에 대하여
$\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이 성립하므로
$9^2+\overline{CP}^2=7^2+8^2$
$\therefore \overline{CP}^2=32$



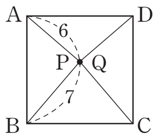
079 답 7

그림과 같이 직사각형 ABCD의 내부의 한 점 P에 대하여
$\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이 성립하므로
$4^2+\overline{CP}^2=3^2+\overline{DP}^2$
$\therefore \overline{DP}^2-\overline{CP}^2=16-9=7$



080 답 13

△ABP의 점 P와 △DQC의 점 Q가 만나도록 △DQC를 평행하게 옮기면 그림과 같은 직사각형 ABCD가 되겠지?
그림과 같이 직사각형 ABCD의 내부의 한 점 Q(또는 P)에 대하여
$\overline{AQ}^2+\overline{CQ}^2=\overline{BQ}^2+\overline{DQ}^2$이 성립하므로
$6^2+\overline{CQ}^2=7^2+\overline{DQ}^2$
$\therefore \overline{CQ}^2-\overline{DQ}^2=49-36=13$

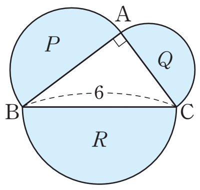


081 답 193

△ABD가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면
$\overline{BD}^2=\overline{AB}^2+\overline{DA}^2=15^2+20^2=625$ $\therefore \overline{BD}=25$
또한, $\overline{AB}^2=\overline{BP}\times\overline{BD}$이므로 $15^2=\overline{BP}\times 25$ $\therefore \overline{BP}=9$
△ABP도 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면
$\overline{AB}^2=\overline{BP}^2+\overline{PA}^2$이므로 $15^2=9^2+\overline{PA}^2$에서
$\overline{PA}^2=144$ $\therefore \overline{PA}=12$
따라서 직사각형 ABCD의 내부의 한 점 P에 대하여
$\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로
$12^2+\overline{CP}^2=9^2+16^2$ $\therefore \overline{CP}^2=193$

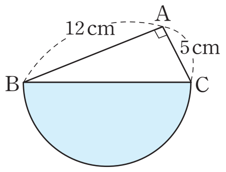
082 답 ③

$\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$를 지름으로 하는 세 반원의 넓이가 각각 P, Q, R이고
$\overline{BC}=6$이므로 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는
$R=\frac{1}{2}\times\pi\times3^2=\frac{9}{2}\pi$
이때, $P+Q=R$이므로
$P+Q+R=2R=9\pi$



083 답 $\frac{169}{8}\pi$ cm²

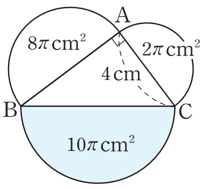
△ABC가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면
$\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=12^2+5^2=169$
$\therefore \overline{BC}=13$ cm
따라서 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는
$\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{13}{2}\right)^2=\frac{169}{8}\pi(\text{cm}^2)$



P

084 답 ④

$\overline{AC}=4\,cm$를 지름으로 하는 반원을 그려 이 반원의 넓이를 S라 하면



$S=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\times4\right)^2\times\pi$

$=\frac{1}{2}\times2^2\times\pi=2\pi(cm^2)$

그런데 직각삼각형의 빗변이 아닌 두 변을 지름으로 하는 두 반원의 넓이의 합은 빗변을 지름으로 하는 반원의 넓이와 같지?

따라서 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는

$8\pi+2\pi=10\pi(cm^2)$

085 답 **100**

$\triangle ABC$는 직각삼각형이므로 $\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=\overline{AC}^2$ ⋯ ㉠

세 도형 P, Q, R의 닮음비가 $p:q:r$라 하면 넓이의 비는

$p^2:q^2:r^2=\overline{AB}^2:\overline{BC}^2:\overline{AC}^2$이고

$R=k\times\overline{AC}^2$ (k는 상수)이라 하면 세 도형의 넓이의 비에 의하여

$P=k\times\overline{AB}^2$, $Q=k\times\overline{BC}^2$

$\therefore P+Q=k\times\overline{AB}^2+k\times\overline{BC}^2$

$=k(\overline{AB}^2+\overline{BC}^2)$

$=k\times\overline{AC}^2(\because$ ㉠$)$

$=R=100$

★ **직각삼각형과 닮은 도형**

닮은 도형 사이의 관계에서 대응하는 변 사이의 닮음비를 가지고 따져야 하지? 이 문제의 경우에도 삼각형의 세 변을 제외한 것이 곡선이므로 세 닮은 도형 P, Q, R의 대응하는 변은 각각 $\overline{CA}$, $\overline{AB}$, $\overline{CB}$가 되는 거야. 따라서 $R=P+Q$라는 등식은 대응한 변이 직각삼각형 ABC의 세 변일 때 항상 성립해.

086 답 **3 : 4 : 5**

직각삼각형 ABC의 세 변인 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$를 한 변으로 하는 닮은 도형의 넓이를 각각 P, Q, R라 하면

$P=9$, $R=25$이고, $R=P+Q$이므로

$25=9+Q \qquad \therefore Q=16$

즉, 세 도형 P, Q, R의 넓이의 비가

$P:Q:R=9:16:25=3^2:4^2:5^2$이므로

$\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{AC}=3:4:5$

087 답 **10**

'모나리자', '최후의 만찬', '레오나르도 다빈치 초상화' 그림이 모두 닮은 도형이고, '모나리자'와 '최후의 만찬' 그림의 넓이의 합이 '레오나르도 다빈치 초상화'의 넓이와 같으므로 $\triangle ABC$는 $\angle B=90°$인 직각삼각형이고 피타고라스 정리가 성립하지?

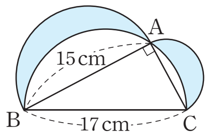
이때, $\overline{AB}=6$, $\overline{BC}=8$이므로

$\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=6^2+8^2=100$

$\therefore \overline{AC}=10$

088 답 ①

$\triangle ABC$가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하여 $\overline{AC}$의 길이를 구하면



$\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$에서

$17^2=15^2+\overline{AC}^2$

$\overline{AC}^2=64 \qquad \therefore \overline{AC}=8\,cm$

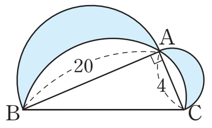
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\triangle ABC$

$=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}$

$=\frac{1}{2}\times15\times8=60(cm^2)$

089 답 **416**

히포크라테스의 원의 넓이를 적용하면 색칠한 부분의 넓이는 직각삼각형 ABC의 넓이와 같아. 즉, $\triangle ABC=40$에서



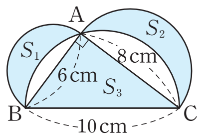
$\frac{1}{2}\times4\times\overline{AB}=40 \qquad \therefore \overline{AB}=20$

$\triangle ABC$가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=20^2+4^2=416$

090 답 **48 cm²**

$\triangle ABC$가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=\overline{BC}^2$에서



$36+\overline{AC}^2=100$, $\overline{AC}^2=100-36=64$

$\therefore \overline{AC}=8\,cm$

한편, S_1+S_2의 값은 $\triangle ABC$의 넓이와 같으므로

$S_1+S_2+S_3=2\triangle ABC=2\times\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}$

$=2\times\frac{1}{2}\times6\times8=48(cm^2)$

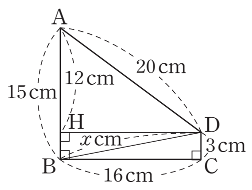
잘 틀리는 유형 훈련+1up

p. 152

091 답 **265**

1st 보조선을 그어서 직각삼각형을 만들자.

그림과 같이 점 D에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle ADH$는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용할 수 있지?

$\overline{AD}^2=\overline{AH}^2+\overline{HD}^2$

$20^2=\overline{AH}^2+16^2$, $\overline{AH}^2=144$

$\therefore \overline{AH}=12\,cm$

2nd 직각삼각형 DBC에 피타고라스 정리를 적용하자.

$\overline{CD}=\overline{HB}=\overline{AB}-\overline{AH}=15-12=3(cm)$

$\triangle DBC$는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{BD}^2=\overline{BC}^2+\overline{CD}^2$에서

$x^2=16^2+3^2=265$

오|답|피|하|기

이런 유형의 문제에서 직각삼각형이 나오면 피타고라스 정리를 이용해야 한다는 걸 직감적으로 느낄 수 있을 거야. 그런데 자주 실수하는 부분이 어떻게 해야 $\overline{BD}$와 연결된 직각삼각형을 만들 수 있는지 감을 잡지 못하기 때문에 틀리게 되지. 이런 유형의 문제는 되도록 적절한 보조선을 그어서 직각삼각형을 만들어보자. 어떤 것이 적절한지는 연필로 그리다 보면 나올 수 있거든. 수선의 발을 내리는 것이 매우 자주 쓰이니까 어느 점에서 내려야 하는지는 스스로 생각해서 판단하는 거야.

092 답 52

1st 보조선을 그어서 직각삼각형을 만들자.

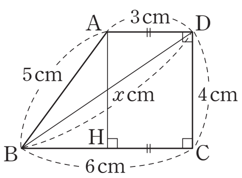
그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{HC}=\overline{AD}=3\,\text{cm}$이므로

$\overline{BH}=\overline{BC}-\overline{HC}=6-3=3(\text{cm})$

△ABH는 직각삼각형이므로

피타고라스 정리를 적용할 수 있지?



$\overline{AB}^2=\overline{AH}^2+\overline{BH}^2$

$5^2=\overline{AH}^2+3^2$

$\overline{AH}^2=25-9=16$

$\therefore \overline{CD}=\overline{AH}=4\,\text{cm}$

2nd 직각삼각형 DBC에 피타고라스 정리를 적용하자.

△DBC는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{BD}^2=\overline{BC}^2+\overline{CD}^2$에서

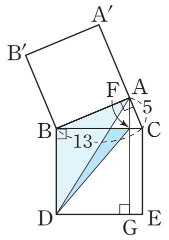
$x^2=6^2+4^2=52$

093 답 72

1st 보조선을 그려 넓이가 같은 삼각형을 생각하자.

$\overline{AB}$를 한 변으로 하는 정사각형을 그리고,

점 A에서 $\overline{BC}$, $\overline{DE}$에 내린 수선의 발을 각각 F, G라 하자.



$\triangle ABD=\triangle BDF=\frac{1}{2}\square BDGF$

2nd △ABD의 넓이를 구하자.

직각삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$

$13^2=\overline{AB}^2+5^2$

$\overline{AB}^2=169-25 \qquad \therefore \overline{AB}=12$

이때, $\square BDGF=\square AA'B'B=12^2=144$이므로

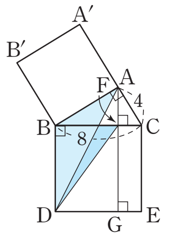
$\triangle ABD=\triangle BDF=\frac{1}{2}\square BDGF=\frac{144}{2}=72$

094 답 24

1st 보조선을 그려 넓이가 같은 삼각형을 생각하자.

$\overline{AB}$를 한 변으로 하는 정사각형을 그리고,

점 A에서 $\overline{BC}$, $\overline{DE}$에 내린 수선의 발을 각각 F, G라 하자.



$\triangle ABD=\triangle BDF=\frac{1}{2}\square BDGF$

2nd △ABD의 넓이를 구하자.

직각삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$, $8^2=\overline{AB}^2+4^2$

$\therefore \overline{AB}^2=48$

이때, $\square BDGF=\square AA'B'B=\overline{AB}^2=48$이므로

$\triangle ABD=\triangle BDF=\frac{1}{2}\square BDGF=\frac{48}{2}=24$

095 답 ①

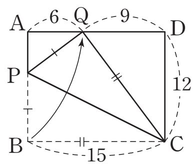
1st 접은 종이의 성질과 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{QD}$, $\overline{AQ}$의 길이를 각각 구해.

직사각형 ABCD를 $\overline{CP}$를 접는 선으로 하여 접었을 때,

$\overline{BC}=\overline{QC}=15$

△QCD가 직각삼각형이므로

피타고라스 정리를 적용하면



$\overline{QC}^2=\overline{CD}^2+\overline{QD}^2$에서 $15^2=12^2+\overline{QD}^2$

$\overline{QD}^2=81 \qquad \therefore \overline{QD}=9$

$\therefore \overline{AQ}=\overline{AD}-\overline{QD}=15-9=6$

2nd △APQ의 넓이를 구해.

$\overline{AQ}:\overline{AP}=4:3$이므로

$\overline{AP}=\frac{3}{4}\overline{AQ}=\frac{3}{4}\times 6=\frac{9}{2}$

$\therefore \triangle APQ=\frac{1}{2}\times\overline{AP}\times\overline{PQ}$

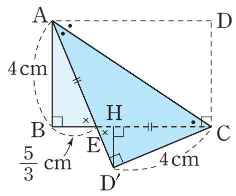
$=\frac{1}{2}\times\frac{9}{2}\times 6=\frac{27}{2}$

096 답 $\frac{20}{13}$ cm

1st 먼저 어떤 삼각형이 합동인지 찾아보자.

△ABE와 △CD′E가 합동인지 살펴보자.

직사각형 ABCD에서 대각선 AC를 접는 선으로 하였으므로



∠DAC=∠D′AC

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

∠DAC=∠ACB(엇각)

따라서 △ACE는 $\overline{AE}=\overline{CE}$인 이등변삼각형이야.

또한, ∠ABE=∠CD′E=90°

∠AEB=∠CED′(맞꼭지각)

즉, △ABE와 △CD′E는 RHA 합동이므로

$\overline{BE}=\overline{D'E}=\frac{5}{3}$ cm

2nd 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{CE}$의 길이를 구하자.

△CED′은 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{CE}^2=\overline{ED'}^2+\overline{D'C}^2$에서 $\overline{CE}^2=\left(\frac{5}{3}\right)^2+4^2=\frac{169}{9}=\left(\frac{13}{3}\right)^2$

$\therefore \overline{CE}=\frac{13}{3}$ cm

3rd 이제 $\overline{D'H}$의 길이를 구하자.

$\triangle CD'E=\frac{1}{2}\times\overline{CE}\times\overline{D'H}=\frac{1}{2}\times\overline{CD'}\times\overline{D'E}$이므로

$\frac{1}{2}\times\frac{13}{3}\times\overline{D'H}=\frac{1}{2}\times 4\times\frac{5}{3}$

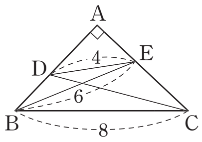
$\therefore \overline{D'H}=\frac{20}{13}$ cm

P

097 답 44

1st 주어진 그림에서 직각삼각형을 모두 찾아 피타고라스 정리를 적용하자.

그림에서 $\triangle ABC$, $\triangle ADC$, $\triangle ABE$, $\triangle ADE$는 직각삼각형이다.



$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$ ⋯ ㉠

$\triangle ADC$에서 $\overline{CD}^2=\overline{AC}^2+\overline{AD}^2$ ⋯ ㉡

$\triangle ABE$에서 $\overline{BE}^2=\overline{AB}^2+\overline{AE}^2$ ⋯ ㉢

$\triangle ADE$에서 $\overline{DE}^2=\overline{AD}^2+\overline{AE}^2$ ⋯ ㉣

2nd $\overline{DE}^2$, $\overline{CD}^2$, $\overline{BC}^2$, $\overline{BE}^2$의 관계식을 찾아 $\overline{CD}^2$의 값을 구해.

㉠+㉣=㉡+㉢에서

$\overline{BC}^2+\overline{DE}^2=\overline{CD}^2+\overline{BE}^2$이므로

$8^2+4^2=\overline{CD}^2+6^2$

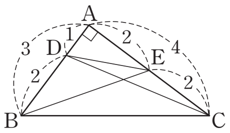
$\therefore \overline{CD}^2=64+16-36=44$

098 답 30

1st 직각삼각형의 성질을 이용하여 무엇을 구해야 하는지 알아보자.

두 점 D와 E를 잇는 보조선을 긋자.

삼각형 ABC는 $\angle A=90^\circ$인 직각삼각형이므로



$\overline{BE}^2+\overline{DC}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2$ ⋯ ㉠

2nd 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{DE}^2$, $\overline{BC}^2$의 값을 구하자.

$\overline{AB}=3$, $\overline{BD}=2$이므로

$\overline{AD}=\overline{AB}-\overline{BD}=1$

또, $\overline{AC}=4$, $\overline{CE}=2$이므로

$\overline{AE}=\overline{AC}-\overline{CE}=2$

직각삼각형 ABC에 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=3^2+4^2=25$ ⋯ ㉡

또한, 직각삼각형 ADE에 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{DE}^2=\overline{AD}^2+\overline{AE}^2=1^2+2^2=5$ ⋯ ㉢

3rd 이제 $\overline{BE}^2+\overline{DC}^2$의 값을 구해 보자.

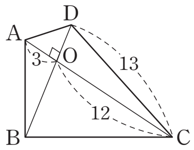
㉡, ㉢을 ㉠에 대입하면

$\overline{BE}^2+\overline{DC}^2=5+25=30$

099 답 ④

1st 사각형의 두 대각선이 수직이라는 조건에서 유도될 수 있는 성질을 이용하자.

사각형의 두 대각선이 서로 수직으로 만나지?



그럼, $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이 성립하고

$\overline{CD}=13$을 대입해 보자.

$\overline{AB}^2+13^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$

$\therefore \overline{BC}^2-\overline{AB}^2=169-\overline{AD}^2$ ⋯ ㉠

여기서 $\overline{AD}$의 길이만 구하면 $\overline{BC}^2-\overline{AB}^2$의 값을 구할 수 있지?

2nd 무엇을 구해야 하는지 생각해 보자.

직각삼각형 ADO에 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{AD}^2=\overline{AO}^2+\overline{DO}^2=3^2+\overline{DO}^2$ ⋯ ㉡

즉, $\overline{AD}$의 길이를 구하기 위하여 $\overline{DO}$의 길이를 구해야겠지?

직각삼각형 CDO에 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{DC}^2=\overline{CO}^2+\overline{DO}^2$에서 $13^2=12^2+\overline{DO}^2$

$\overline{DO}^2=25$

$\therefore \overline{DO}=5$

이것을 ㉡에 대입하면

$\overline{AD}^2=3^2+5^2=34$ ⋯ ㉢

㉢을 ㉠에 대입하면

$\overline{BC}^2-\overline{AB}^2=169-34=135$

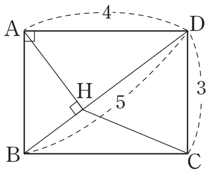
오답피하기

이 문제에서는 사각형의 두 대각선이 서로 수직일 때 사각형의 마주 보는 변의 길이의 제곱끼리 합이 같다는 성질을 이용해야 하는데 조건이 직접적으로 주어지지 않아서 풀기 쉽지는 않았을 거야. 하지만 무엇을 구해야 하는지 캐내기 시작하면 그 뿌리를 찾을 수 있을 거야. 피타고라스 정리를 두 번 써야만 실마리가 잡히니 쉽지는 않겠지만 구하는 것이 무엇인지 잊지 않으면 풀 수 있을 거야.

100 답 $\dfrac{193}{25}$

1st 직사각형의 내부의 한 점 H에서 각 꼭짓점을 연결한 선분의 관계를 이용해 보자.

직사각형 ABCD의 내부의 한 점 H에 대하여 $\overline{AH}^2+\overline{CH}^2=\overline{BH}^2+\overline{HD}^2$ ⋯ ㉠이 성립하겠지?



2nd $\overline{BD}$, $\overline{AH}$의 길이를 각각 구해 보자.

$\overline{AB}=\overline{CD}=3$이고, 직각삼각형 ABD에 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{BD}^2=\overline{AB}^2+\overline{AD}^2=3^2+4^2=25$ $\quad\therefore \overline{BD}=5$

이때, $\triangle ABD=\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AD}=\dfrac{1}{2}\times\overline{BD}\times\overline{AH}$가 성립하므로

$\dfrac{1}{2}\times3\times4=\dfrac{1}{2}\times5\times\overline{AH}$ $\quad\therefore \overline{AH}=\dfrac{12}{5}$ ⋯ ㉡

3rd $\overline{BH}$, $\overline{HD}$의 길이를 각각 구해 보자.

직각삼각형 ABH에 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{AB}^2=\overline{AH}^2+\overline{BH}^2$, $3^2=\left(\dfrac{12}{5}\right)^2+\overline{BH}^2$ ($\because$ ㉡)

$\overline{BH}^2=9-\dfrac{144}{25}=\dfrac{81}{25}=\left(\dfrac{9}{5}\right)^2$ $\quad\therefore \overline{BH}=\dfrac{9}{5}$ ⋯ ㉢

$\therefore \overline{HD}=\overline{BD}-\overline{BH}=5-\dfrac{9}{5}=\dfrac{16}{5}$ ⋯ ㉣

3rd ㉠을 이용하여 $\overline{CH}^2$의 값을 구하자.

㉡, ㉢, ㉣을 ㉠에 대입하면 $\left(\dfrac{12}{5}\right)^2+\overline{CH}^2=\left(\dfrac{9}{5}\right)^2+\left(\dfrac{16}{5}\right)^2$

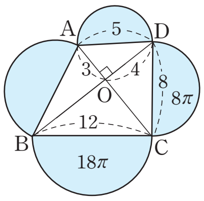
$\therefore \overline{CH}^2=\dfrac{81+256-144}{25}=\dfrac{193}{25}$

오답피하기

이 문제는 처음에 직사각형의 내부의 한 점과 각 꼭짓점 사이의 길이의 관계를 적용하기에는 너무 조건이 부족한 것 같지? 그래서 공식을 쓰기에 망설여지는 것은 사실이야. 하지만 피타고라스 정리를 이용하여 주어진 조건을 적절히 이용하면 이 공식을 쓸 수 있어. 즉, 피타고라스 정리를 이용하여 차례로 $\overline{BD}$, $\overline{AH}$, $\overline{BH}$, $\overline{HD}$의 길이를 각각 구하고 $\overline{AH}^2+\overline{CH}^2=\overline{BH}^2+\overline{HD}^2$을 이용하면 되겠지? 특히, 두 번째 단계에서 $\overline{AH}$의 길이를 구하기 위해서 쓰인 삼각형의 넓이를 구하는 방법은 문제에서 자주 나오니까 꼭 기억하자!

101 답 $\frac{105}{8}\pi$

1st 반지름의 길이가 r인 반원의 넓이는 $\frac{1}{2}\pi r^2$이지?



$\overline{CD}$를 지름으로 하는 반원의 반지름의 길이를 r라 하면

$\frac{1}{2}\pi r^2=8\pi$, $r^2=16$　　$\therefore r=4$

$\therefore \overline{CD}=2r=8$ ⋯ ㉠

또한, $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 반지름의 길이를 r'이라 하면

$\frac{1}{2}\pi(r')^2=18\pi$, $(r')^2=36$　　$\therefore r'=6$

$\therefore \overline{BC}=2r'=12$ ⋯ ㉡

2nd 두 대각선이 서로 수직으로 만나는 사각형의 성질을 기억하고 있지?

직각삼각형 ADO에 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{AD}^2=\overline{AO}^2+\overline{DO}^2=3^2+4^2=25$

$\therefore \overline{AD}=5$ ⋯ ㉢

이때, 두 대각선이 서로 수직인 사각형에 대하여

$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이 성립하므로 ㉠, ㉡, ㉢에 의하여

$\overline{AB}^2+8^2=5^2+12^2$

$\therefore \overline{AB}^2=25+144-64=105$

3rd 이제 넓이 S를 구하자.

$\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원의 넓이를 S라 하면

$S=\frac{1}{2}\pi\times\left(\frac{1}{2}\overline{AB}\right)^2$

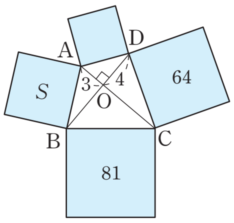
$=\frac{1}{8}\pi\times105=\frac{105}{8}\pi$

오|답|피|하|기

이 문제를 히포크라테스의 원의 넓이를 이용하는 문제로 착각할 수 있지만 사각형의 두 대각선이 수직으로 만나는 조건이 있으니까 변의 길이의 관계를 이용해야 풀리게 돼.
반원의 넓이가 주어지면 반지름의 길이를 알 수 있어. 그래서 이 문제는 원의 반지름의 길이를 간접적으로 준 셈이 되는 거야.
수학에서는 관련된 것들을 연결시켜서 구하려는 답에 접근하는 방법이 자주 쓰여. 이런 풀이 방법은 자주 문제를 접하면서 터득할 수 있으니 문제를 많이 풀어 보는 연습을 하자.

102 답 42

1st 두 대각선이 서로 수직으로 만나는 사각형의 성질을 기억하고 있어야겠지?



사각형 ABCD의 두 대각선이 서로 수직으로 만나므로 다음이 성립하지?

$\overline{AD}^2+\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{CD}^2$ ⋯ ㉠

$\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{AB}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 각각

$\overline{BC}^2=81$, $\overline{CD}^2=64$, $\overline{AB}^2=S$이므로 ㉠에 대입하면

$\overline{AD}^2+81=S+64$ ⋯ ㉡

2nd 직각삼각형에서 피타고라스 정리가 성립함을 이용하여 $\overline{AD}^2$의 값을 구하자.

직각삼각형 ADO에서 $\overline{AO}=3$, $\overline{DO}=4$이고, 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{AD}^2=\overline{AO}^2+\overline{DO}^2=3^2+4^2=25$ ⋯ ㉢

3rd 이제 S를 구할 수 있겠지?

㉢을 ㉡에 대입하면

$25+81=S+64$

$\therefore S=42$

서술형 다지기

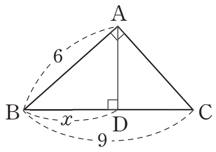
p. 154

[103-104 채점기준표]

Ⅰ	닮은 꼴을 찾는다.	30%
Ⅱ	닮음비를 구하여 $\overline{BD}$의 길이를 구한다.	40%
Ⅲ	피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{AD}^2$의 값을 구한다.	30%

103 답 20

먼저, 닮은 꼴을 찾자.



△ABC와 △DBA에서

∠A=∠D=90°이고 ∠B가 공통이므로

△ABC∽△DBA(AA 닮음)　　⋯ Ⅰ

그다음, 닮음비를 구하여 $\overline{BD}$의 길이를 구하자.

$\overline{AB}:\overline{DB}=\overline{BC}:\overline{BA}$이므로 $\overline{BD}=x$라 하면

$6:x=9:6$

$9x=36$이므로 $x=4$

$\therefore \overline{BD}=4$　　⋯ Ⅱ

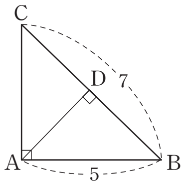
그래서, 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{AD}^2$의 값을 구하자.

△ABD가 직각삼각형이므로 $\overline{AB}^2=\overline{BD}^2+\overline{AD}^2$에서

$6^2=4^2+\overline{AD}^2$　　$\therefore \overline{AD}^2=36-16=20$　　⋯ Ⅲ

104 답 $\frac{600}{49}$

먼저, 닮은 꼴을 찾자.



△ABC와 △DBA에서 ∠A=∠D=90°이고 ∠B가 공통이므로

△ABC∽△DBA(AA 닮음)　　⋯ Ⅰ

그다음, 닮음비를 구하여 $\overline{BD}$의 길이를 구하자.

이때, $\overline{AB}:\overline{DB}=\overline{BC}:\overline{BA}$이므로

$5:\overline{DB}=7:5$이다.

따라서 $7\overline{DB}=25$이므로 $\overline{DB}=\frac{25}{7}$이다.　　⋯ Ⅱ

그래서, 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{AD}^2$의 값을 구하자.

△ABD가 직각삼각형이므로

$\overline{AB}^2=\overline{BD}^2+\overline{AD}^2$에서 $5^2=\left(\frac{25}{7}\right)^2+\overline{AD}^2$

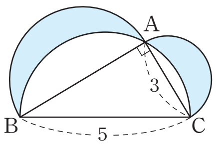
$\therefore \overline{AD}^2=25-\frac{625}{49}=\frac{600}{49}$　　⋯ Ⅲ

[105-106 채점기준표]

Ⅰ	$\overline{AB}$의 길이를 구한다.	20%
Ⅱ	세 반원의 넓이에 대한 관계를 정리한다.	40%
Ⅲ	색칠한 부분의 넓이를 구한다.	40%

105 답 6

먼저, $\overline{AB}$의 길이를 구하자.



직각삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AB}^2=\overline{BC}^2-\overline{AC}^2$

$=5^2-3^2=16=4^2$

$\therefore \overline{AB}=4$ ⋯ ㉠ ⋯ Ⅰ

그다음, 세 반원의 넓이에 대한 관계를 생각하자.

세 반원 AB, AC, BAC의 반지름의 길이를 각각 r_1, r_2, r_3이라 하면 각각의 반원의 넓이는 $\frac{1}{2}r_1^2\pi$, $\frac{1}{2}r_2^2\pi$, $\frac{1}{2}r_3^2\pi$이고 직각삼각형 ABC에서 $(2r_1)^2+(2r_2)^2=(2r_3)^2$이므로 $r_1^2+r_2^2=r_3^2$이 성립한다.

즉, $\frac{1}{2}r_1^2\pi+\frac{1}{2}r_2^2\pi=\frac{1}{2}r_3^2\pi$이므로

(반원 AB의 넓이)+(반원 AC의 넓이)=(반원 BAC의 넓이) ⋯ ㉡

⋯ Ⅱ

그래서, 색칠한 부분의 넓이를 구하자.

(색칠한 부분의 넓이)=(반원 AB의 넓이)+(반원 AC의 넓이)

+(삼각형 ABC의 넓이)−(반원 BAC의 넓이)

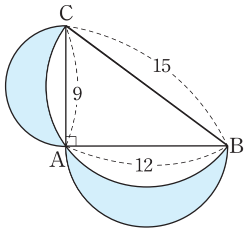
=(삼각형 ABC의 넓이)(∵ ㉡)

즉, 색칠한 부분의 넓이는 삼각형 ABC의 넓이와 같다.

∴ (구하는 넓이)$=\triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\times3$ (∵ ㉠)$=6$ ⋯ Ⅲ

106 답 54

먼저, $\overline{AB}$의 길이를 구하자.



직각삼각형 △ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AB}^2=\overline{BC}^2-\overline{AC}^2$

$=15^2-9^2=144$

$\therefore \overline{AB}=12$ ⋯ ㉠ ⋯ Ⅰ

그다음, 세 반원의 넓이에 대한 관계를 생각하자.

세 반원 AB, AC, BAC의 반지름의 길이를 각각 r_1, r_2, r_3이라 하면 각각의 반원의 넓이는 $\frac{1}{2}r_1^2\pi$, $\frac{1}{2}r_2^2\pi$, $\frac{1}{2}r_3^2\pi$이고 직각삼각형 ABC에서 $(2r_1)^2+(2r_2)^2=(2r_3)^2$이므로 $r_1^2+r_2^2=r_3^2$이 성립한다.

따라서 $\frac{1}{2}r_1^2\pi+\frac{1}{2}r_2^2\pi=\frac{1}{2}r_3^2\pi$이므로

(반원 AB의 넓이)+(반원 AC의 넓이)=(반원 BAC의 넓이) ⋯ ㉡

⋯ Ⅱ

그래서, 색칠한 부분의 넓이를 구하자.

(색칠한 부분의 넓이)=(반원 AB의 넓이)+(반원 AC의 넓이)

+(삼각형 ABC의 넓이)−(반원 BAC의 넓이)

=(삼각형 ABC의 넓이)(∵ ㉡)

즉, 색칠한 부분의 넓이는 삼각형 ABC의 넓이와 같다.

∴ (구하는 넓이)$=\triangle ABC=\frac{1}{2}\times12\times9$(∵ ㉠)$=54$ ⋯ Ⅲ

107 답 4

$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DE}=\overline{EF}=\overline{FG}=x$라 하자.

직각삼각형 ACB에 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=x^2+x^2=2x^2$

직각삼각형 ADC에 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{AD}^2=\overline{AC}^2+\overline{CD}^2=2x^2+x^2=3x^2$

직각삼각형 AED에 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{AE}^2=\overline{AD}^2+\overline{DE}^2=3x^2+x^2=4x^2$ ⋯ ㉠ ⋯ Ⅰ

직각삼각형 AFE에 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{AF}^2=\overline{AE}^2+\overline{EF}^2=4x^2+x^2=5x^2$

직각삼각형 AGF에 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{AG}^2=\overline{AF}^2+\overline{FG}^2=5x^2+x^2=6x^2=24$

$x^2=4$ $\quad\therefore x=2$

$\therefore \overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DE}=\overline{EF}=\overline{FG}=2$

또한, ㉠에서 $\overline{AE}^2=4x^2=4\times2^2=16$이므로 $\overline{AE}=4$ ⋯ Ⅱ

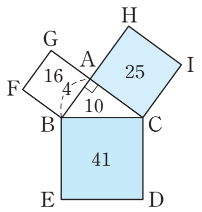
$\therefore \triangle AFE=\frac{1}{2}\times\overline{AE}\times\overline{EF}$

$=\frac{1}{2}\times4\times2=4$ ⋯ Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	피타고라스 정리를 적용하여 $\overline{AE}^2$을 $\overline{AB}$로 나타낸다.	40%
Ⅱ	$\overline{AG}^2=24$를 이용하여 $\overline{EF}$, $\overline{AE}$의 길이를 각각 구한다.	40%
Ⅲ	△AFE의 넓이를 구한다.	20%

108 답 66



넓이가 16인 □AGFB는 정사각형이므로

$\overline{AB}^2=16$ $\quad\therefore \overline{AB}=4$ ⋯ Ⅰ

△ABC의 넓이가 10이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}$

$=\frac{1}{2}\times4\times\overline{AC}=10$

$\therefore \overline{AC}=5$ ⋯ Ⅱ

이때, □ACIH는 정사각형이므로

$□ACIH=\overline{AC}^2=5^2=25$

∴ □BEDC=□AGFB+□ACIH=16+25=41

따라서 □BEDC와 □ACIH의 넓이의 합은 41+25=66이다.

⋯ Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	$\overline{AB}$의 길이를 구한다.	20%
Ⅱ	$\overline{AC}$의 길이를 구한다.	30%
Ⅲ	□ BEDC와 □ ACIH의 넓이의 합을 구한다.	50%

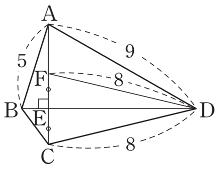
109 답 8

△DFE와 △DCE에서 $\overline{DE}$는 공통, $\overline{EF}=\overline{EC}$

∠DEF=∠DEC=90°이므로 △DFE≡△DCE(SAS 합동)이다.

이때, $\overline{CD}$와 $\overline{FD}$는 대응변으로 같으므로 $\overline{CD}=8$이다. ⋯ Ⅰ

$\triangle$ABE, $\triangle$BCE, $\triangle$CDE, $\triangle$ADE는 직각삼각형이므로



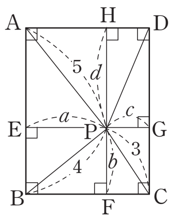
$\triangle$ABE에서 $\overline{AB}^2=\overline{BE}^2+\overline{AE}^2$ ⋯ ㉠
$\triangle$BCE에서 $\overline{BC}^2=\overline{CE}^2+\overline{BE}^2$ ⋯ ㉡
$\triangle$CDE에서 $\overline{CD}^2=\overline{DE}^2+\overline{CE}^2$ ⋯ ㉢
$\triangle$ADE에서 $\overline{AD}^2=\overline{DE}^2+\overline{AE}^2$ ⋯ ㉣
⋯ Ⅱ

㉠+㉢=㉣+㉡이므로
$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$에서 $5^2+8^2=9^2+\overline{BC}^2$
$\therefore \overline{BC}^2=25+64-81=8$ ⋯ Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	삼각형의 합동을 이용하여 $\overline{CD}$의 길이를 구한다.	30%
Ⅱ	사각형 ABCD의 직교하는 두 대각선의 관계를 정리한다.	40%
Ⅲ	$\overline{BC}^2$의 값을 구한다.	30%

110 답 18



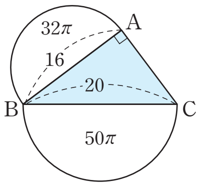
점 P에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F, G, H라 하고,
$\overline{EP}=a$, $\overline{FP}=b$, $\overline{GP}=c$, $\overline{HP}=d$라 하자. ⋯ Ⅰ

피타고라스 정리를 적용하면
$\triangle$AEP에서 $\overline{AP}^2=a^2+d^2$,
$\triangle$BEP에서 $\overline{BP}^2=a^2+b^2$, $\triangle$CGP에서 $\overline{CP}^2=b^2+c^2$,
$\triangle$DGP에서 $\overline{DP}^2=c^2+d^2$이므로
$\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$, $5^2+3^2=4^2+\overline{DP}^2$ ⋯ Ⅱ
$\therefore \overline{DP}^2=25+9-16=18$ ⋯ Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	점 P에서 직사각형의 네 변에 각각 수선의 발을 내리자.	40%
Ⅱ	$\overline{AP}^2$, $\overline{BP}^2$, $\overline{CP}^2$, $\overline{DP}^2$의 관계식을 찾자.	40%
Ⅲ	$\overline{DP}^2$의 값을 구한다.	20%

111 답 96



반지름의 길이가 r인 반원의 넓이는 $\frac{1}{2}\pi r^2$이므로 넓이가 32π인 반원의 반지름의 길이를 r_1이라 하면
$\frac{1}{2}\pi r_1^2=32\pi$, $r_1^2=64$ $\quad\therefore r_1=8$
$\therefore \overline{AB}=2r_1=16$
마찬가지로 넓이가 50π인 반원의 반지름의 길이를 r_2라 하면
$\frac{1}{2}\pi r_2^2=50\pi$, $r_2^2=100$ $\quad\therefore r_2=10$
$\therefore \overline{BC}=2r_2=20$ ⋯ Ⅰ
직각삼각형 ABC에서 피타고라스 정리를 이용하면
$\overline{AC}^2=\overline{BC}^2-\overline{AB}^2=20^2-16^2=144$ $\quad\therefore \overline{AC}=12$ ⋯ Ⅱ
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}$
$=\frac{1}{2}\times16\times12=96$ ⋯ Ⅲ

[채점기준표]

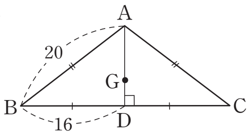
Ⅰ	반원의 넓이를 이용하여 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 길이를 각각 구한다.	50%
Ⅱ	직각삼각형 ABC에서 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{AC}$의 길이를 구한다.	30%
Ⅲ	$\triangle$ABC의 넓이를 구한다.	20%

최고난도 만점 문제

p. 156

112 답 4

1st 이등변삼각형의 성질을 이용하여 직각삼각형을 찾아 피타고라스 정리를 사용해.



삼각형 ABC의 무게중심 G는 세 중선의 교점이고, 삼각형 ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}=20$인 이등변삼각형이므로
$\overline{AD}\perp\overline{BC}$, $\overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times32=16$
이때, 삼각형 ABD는 직각삼각형이므로
$\overline{AD}^2=\overline{AB}^2-\overline{BD}^2=20^2-16^2=144$ $\quad\therefore \overline{AD}=12$

2nd 삼각형의 무게중심으로 $\overline{GD}$의 길이를 구해.
삼각형 ABC의 무게중심 G는 $\overline{AD}$를 2 : 1로 내분하는 점이므로
$\overline{GD}=\frac{1}{3}\overline{AD}=\frac{1}{3}\times12=4$

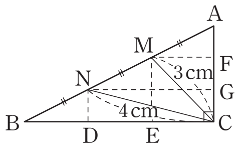
113 답 10 cm

1st $\overline{OA_2}^2$, $\overline{OA_3}^2$, $\overline{OA_4}^2$, ⋯의 값을 구하여 규칙을 찾자.
$\triangle OA_1A_2$는 $\overline{OA_1}=\overline{A_1A_2}$인 직각이등변삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{OA_2}^2=\overline{OA_1}^2+\overline{A_1A_2}^2$에서 $\overline{OA_2}^2=1^2+1^2=2$
$\triangle OA_2A_3$은 $\overline{A_2A_3}=1$ cm인 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{OA_3}^2=\overline{OA_2}^2+\overline{A_2A_3}^2$에서 $\overline{OA_3}^2=2+1=3$
$\triangle OA_3A_4$는 $\overline{A_3A_4}=1$ cm인 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{OA_4}^2=\overline{OA_3}^2+\overline{A_3A_4}^2$에서 $\overline{OA_4}^2=3+1=4$
⋮
$\therefore \overline{OA_n}^2=n$

2nd 이제 $\overline{OA_{100}}$의 길이를 구하자.
따라서 $\overline{OA_{100}}^2=100$이므로 $\overline{OA_{100}}=10$ cm

114 답 ①

1st 두 점 M, N에서 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$에 평행한 보조선을 긋자.



그림과 같이 두 점 M, N에서 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$와 평행한 보조선을 각각 그으면 평행선의 성질에 의하여 $\overline{AF}=\overline{FG}=\overline{GC}$, $\overline{BD}=\overline{DE}=\overline{EC}$야.

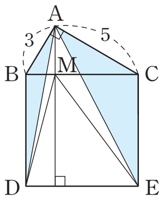
2nd 문자를 지정하여 식을 구하자.
$\overline{AF}=\overline{FG}=\overline{GC}=a$ cm, $\overline{BD}=\overline{DE}=\overline{EC}=b$ cm라 하자.
$\triangle$CMF는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면
$\overline{CF}^2+\overline{MF}^2=\overline{CM}^2$에서 $(2a)^2+b^2=3^2$
$\therefore 4a^2+b^2=9$ ⋯ ㉠
또한, $\triangle$CND는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면
$\overline{CD}^2+\overline{ND}^2=\overline{CN}^2$에서 $(2b)^2+a^2=4^2$
$\therefore a^2+4b^2=16$ ⋯ ㉡

3rd 식을 이용하여 a^2+b^2의 값을 구하고, $\overline{MN}$의 길이를 구하자.
㉠+㉡을 하면 $5(a^2+b^2)=25$ $\quad\therefore a^2+b^2=5$ ⋯ ㉢
한편, $\overline{MN}=x$ cm라 하면 $\overline{AB}=3x$ cm
$\triangle$ABC는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면
$\overline{AB}^2=\overline{AC}^2+\overline{BC}^2$에서 $(3x)^2=(3a)^2+(3b)^2$
$9x^2=9a^2+9b^2$
$\therefore x^2=a^2+b^2=5$ ($\because$ ㉢)
$\therefore \overline{MN}^2=x^2=5$

P

115 답 17

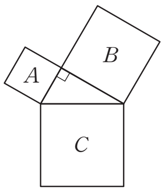
1st 피타고라스 정리를 이용하여 □BDEC의 넓이를 구하자.
△ABC가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면
$\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=3^2+5^2=34$
그런데 □BDEC는 $\overline{BC}$를 한 변으로 하는 정사각형이므로
$□BDEC=\overline{BC}^2=34$
2nd 평행선과 삼각형의 넓이를 생각해.



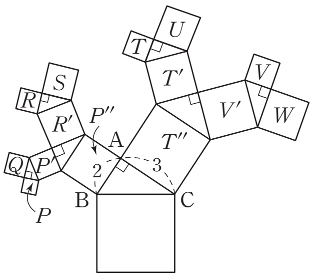
꼭짓점 A에서 $\overline{DE}$에 수선의 발을 내렸을 때, $\overline{BC}$와 만나는 점을 M이라 하면
△ABD=△MBD, △AEC=△MEC
따라서 색칠한 부분의 넓이는
△ABD+△AEC=△MBD+△MEC
$=\frac{1}{2}$□BDEC
$=\frac{1}{2}\times 34=17$

116 답 13

1st 피타고라스 정리를 도형에서 어떻게 적용해야 하는지 생각해 보자.
직각삼각형에서는 피타고라스 정리가 항상 성립하므로 직각삼각형의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형 A, B, C에 대하여
$C=A+B$ ⋯ (∗)



2nd 주어진 그림에 (∗)를 계속 적용해 보자.
그림에서 (∗)에 의하여
$P+Q=P'$ ⋯ ㉠
$R+S=R'$ ⋯ ㉡
$T+U=T'$ ⋯ ㉢
$V+W=V'$ ⋯ ㉣
이 성립해.
또, $P'+R'=P''$ ⋯ ㉤,
$T'+V'=T''$ ⋯ ㉥이지?
이때, $P''=2^2=4$ ⋯ ㉦,
$T''=3^2=9$ ⋯ ㉧야.



3rd 이제 구하려는 것을 정리해서 구하자.
㉠+㉡+㉢+㉣을 하면
$P+Q+R+S+T+U+V+W=P'+R'+T'+V'$
$=(P'+R')+(T'+V')$
$=P''+T''$ (∵ ㉤, ㉥)
$=4+9$ (∵ ㉦, ㉧)
$=13$

Q 경우의 수

개념 다지기 001~046 정답은 p. 6에 있습니다.

유형 다지기 학교시험+학력평가 p. 162

047 답 ③

주사위의 눈의 수는 1, 2, 3, 4, 5, 6이고 이 중 소수는 2, 3, 5이지? 따라서 구하는 경우의 수는 3가지야.

048 답 ⑤

주사위의 눈의 수는 1, 2, 3, 4, 5, 6으로 6가지이므로 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던지는 경우의 수는 $6\times6=36$(가지)이야.

049 답 ⑤

15장의 카드 중 3의 배수는 3, 6, 9, 12, 15이므로 구하는 경우의 수는 5가지야.

050 답 2가지

400원을 지불하는 방법은
(ⅰ) 100원짜리 동전 4개, (ⅱ) 100원짜리 동전 3개, 50원짜리 동전 2개
(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 2가지 방법이 있어.

051 답 9가지

서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 주사위의 눈의 수의 합이 8 또는 9인 순서쌍을 생각해 보자.
(ⅰ) 나오는 눈의 수의 합이 8인 경우 :
(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)로 5가지
(ⅱ) 나오는 눈의 수의 합이 9인 경우 :
(3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)으로 4가지
(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 구하는 경우의 수는 $5+4=9$(가지)야.

052 답 ④

한 개의 주사위를 두 번 던질 때, 주사위의 눈의 차가 1 또는 2인 순서쌍을 생각해 보자.
(ⅰ) 나오는 눈의 수의 차가 1인 경우 :
(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6),
(2, 1), (3, 2), (4, 3), (5, 4), (6, 5)로 10가지
(ⅱ) 나오는 눈의 수의 차가 2인 경우 :
(1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6),
(3, 1), (4, 2), (5, 3), (6, 4)로 8가지
(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 구하는 경우의 수는 $10+8=18$(가지)이야.

053 답 ②

눈의 수의 차가 5 이상인 경우는 5인 경우밖에 없으므로 (1, 6), (6, 1)로 2가지야.

054 답 11가지

서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 주사위의 눈의 수의 곱이 5의 배수 또는 7의 배수인 순서쌍을 생각해 보자.

(ⅰ) 나오는 눈의 수의 곱이 5의 배수인 경우 :
(1, 5), (2, 5), (3, 5), (4, 5), (5, 5), (6, 5),
(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 6)으로 11가지

(ⅱ) 나오는 눈의 수의 곱이 7의 배수인 경우 :
주사위의 눈의 수는 1에서 6까지의 자연수이므로 어떤 두 눈의 수의 곱도 7의 배수가 될 수는 없어.

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 구하는 경우의 수는 11가지야.

055 답 ②

1에서 15까지의 자연수 중 4의 배수는 4, 8, 12로 3가지이고, 7의 배수는 7, 14로 2가지이지? 따라서 4의 배수 또는 7의 배수가 적힌 카드가 나오는 경우의 수는 $3+2=5$(가지)야.

056 답 ③

1에서 20까지의 자연수 중 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19로 8가지이고, 8의 배수는 8, 16으로 2가지이지?
따라서 구하는 경우의 수는 $8+2=10$(가지)이야.

057 답 ③

1에서 12까지의 자연수 중 3의 배수는 3, 6, 9, 12로 4가지이고, 10의 약수는 1, 2, 5, 10으로 4가지이지?
따라서 3의 배수 또는 10의 약수가 적힌 카드가 나오는 경우의 수는 $4+4=8$(가지)이야.

058 답 6

1에서 16까지의 자연수 중 3의 약수는 1, 3으로 2가지이고 4의 배수는 4, 8, 12, 16으로 4가지야.
따라서 3의 약수 또는 4의 배수가 적힌 공이 나오는 경우의 수는 $2+4=6$(가지)이야.

059 답 6가지

버스 또는 지하철로 집에서 번개시장까지 가는 방법의 수는 $4+2=6$(가지)이야.

060 답 5가지

돛단배 3척과 통통배 2척이 서로 다른 시간에 강을 오가므로 갑순이가 갑돌이네 집에 가는 방법의 수는 $3+2=5$(가지)야.

오|답|피|하|기

갑순이가 갑돌이네 집으로 가는 경우의 수이므로 돛단배나 통통배를 이용하는 경우를 생각하면 되지? 그래서 합의 법칙을 이용한 거야. 그런데 갑순이가 갑돌이네를 오고 가는 경우의 수는 곱의 법칙을 이용해야 해. 유형 Q8과 비교하여 알아 두자.

061 답 9가지

서울에서 태백까지 기차 또는 고속버스를 타고 가는 방법의 수는 $5+4=9$(가지)야.

062 답 8가지

다랑이가 알람이한테 갈 때는 차 또는 배 또는 비행기를 이용하여 가야 해. 차의 종류는 3가지, 배의 종류는 3가지, 비행기의 종류는 2가지이므로 구하는 방법의 수는 $3+3+2=8$(가지)이야.

063 답 7가지

서로 다른 만화책 5권과 서로 다른 자동차 화보 2권 중 어느 한 권을 꺼내서 보면 되니까 구하는 경우의 수는 $5+2=7$(가지)이야.

Q

064 답 16가지

민준이가 놀이방에 있는 서로 다른 스펀지 야구공 10개와 서로 다른 스펀지 정육면체 6개 중 어느 하나를 고르는 경우이므로 구하는 방법의 수는 $10+6=16$(가지)이야.

065 답 11가지

서로 다른 괴물 캐릭터 5명의 얼굴과 서로 다른 푸킷몬 아바타 6명의 얼굴 중 어느 하나를 골라 터뜨리면 되므로 구하는 경우의 수는 $5+6=11$(가지)이야.

066 답 ⑤

과일 바구니에는 사과 9개와 딸기 6개가 들어 있었으니까 이 중 어느 하나를 백설공주가 골라 먹는 경우의 수는 $9+6=15$(가지)야.

067 답 ③

한 개의 동전을 던지면 앞면 또는 뒷면 2가지가 나오고, 4번 연속하여 던지는 것은 동시에 일어나는 것이므로 이때의 경우의 수는 $2\times2\times2\times2=16$(가지)

068 답 24가지

한 개의 동전을 던지면 앞면 또는 뒷면 2가지가 나오고, 주사위 한 개를 던지면 6가지의 눈이 나오잖아? 이때, 서로 다른 동전 2개와 주사위 한 개를 동시에 던졌으므로 구하는 경우의 수는 $2\times2\times6=24$(가지)야.

069 답 ④

동전에 대한 조건이 없다는 것은 어떤 면이 나와도 상관없다는 뜻이니까 앞면, 뒷면 2가지의 경우가 존재해.
이때, 주사위의 눈 중 2의 배수는 2, 4, 6으로 3가지이고, 이는 동시에 일어나는 거니까 구하는 경우의 수는 $2\times2\times3=12$(가지)야.

070 답 ②

서로 다른 두 개의 동전을 던질 때, 서로 다른 면이 나오는 것은 (앞, 뒤), (뒤, 앞)으로 2가지이고, 주사위의 눈 중 소수의 눈이 나오는 것은 2, 3, 5로 3가지야.
이는 동시에 일어나므로 구하는 경우의 수는
$2\times3=6$(가지)이야.

071 답 ④

1에서 15까지의 자연수 중 짝수는 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14로 7가지이고, 홀수는 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15로 8가지야.
이때, 하나는 짝수, 하나는 홀수이어야 하니까 구하는 경우의 수는
$7\times8=56$(가지)이야.

072 답 ④

1에서 20까지의 자연수 중 짝수는 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20으로 10가지야. 따라서 첫 번째 꺼낸 공이 짝수인 경우의 수는 10가지이고 두 번째 꺼낸 공이 짝수인 경우의 수는 9가지이므로 구하는 경우의 수는 $10\times9=90$(가지)이야.

오|답|피|하|기

주머니의 공을 순서대로 꺼내고 다시 넣지 않지? 즉, 첫 번째 공을 꺼내고 이 공을 확인한 후 다시 주머니에 넣는 것이 아니라 나머지 공 중에 하나를 더 꺼내는 거야. 문맥상에서 다시 넣는지, 아닌지 구별하는 게 중요해.

073 답 4가지

A 주머니에서 3의 배수는 3, 6, 9, 12로 4개이고,
B 주머니에서 4의 배수는 8로 1개야.
따라서 구하는 경우의 수는 $4\times1=4$(가지)이지.

074 답 ②

두 수의 곱이 홀수이려면 두 수 모두 홀수이어야 하지?
1에서 9까지의 자연수 중 홀수는 1, 3, 5, 7, 9로 5가지이므로 두 항아리 모두 홀수가 적힌 콩이 5개씩 들어 있어.
따라서 두 수 모두 홀수가 적힌 콩을 꺼내는 경우의 수는
$5\times5=25$(가지)야.

075 답 ③

갈 때 버스를 타는 방법은 4가지, 올 때 지하철을 타는 방법은 2가지야. 이는 동시에 일어나므로 구하는 경우의 수는
$4\times2=8$(가지)이야.

076 답 ④

집에서 문방구까지 가는 방법은 4가지, 문방구에서 학교까지 가는 방법은 3가지이므로 구하는 방법의 수는
$4\times3=12$(가지)야.

077 답 6가지

둘리가 돛단배를 이용하는 방법은 3가지, 도라에몽이 통통배를 이용하는 방법은 2가지이고, 이는 동시에 일어나므로 구하는 방법의 수는 $3\times2=6$(가지)이야.

오|답|피|하|기

두 가지 사건이 어떤 관계인지 파악을 해야 곱의 법칙과 합의 법칙을 혼동하지 않아. 이 문제에서는 둘리가 도라에몽 집으로 가는 것과 도라에몽이 둘리 집으로 가는 것인 두 사건이 순차적으로 일어나므로 곱의 법칙을 써야 해. 이 문제를 둘리 집을 기준으로 갈 때는 돛단배, 올 때는 통통배를 이용하는 경우의 수를 생각하면 075번과 동일한 문제야.

078 답 10가지

학교에서 남산한옥마을까지 가는 시내버스 노선은 5가지이고, 남산한옥마을에서 서울타워까지 가는 지하철 노선은 2가지이므로 이를 이용하는 방법의 수는 $5\times2=10$(가지)이야.

079 답 ⑤

냉장실에서 치즈 한 종류를 꺼내는 경우의 수는 3가지, 냉동실에서 아이스크림 한 종류를 꺼내는 경우의 수는 6가지야.
이때, 이 두 종류를 각각 한 개씩 동시에 선택해야 하므로 구하는 경우의 수는 $3\times6=18$(가지)이야.

080 답 48가지

한식이론 관련 책 8종류, 중식이론 관련 책 6종류 중 한식이론 관련 책과 중식이론 관련 책을 각각 한 권씩 골라야 하므로 구하는 경우의 수는 $8\times6=48$(가지)이야.

081 답 80가지

키위 4개, 사과 5개, 바나나 4개가 들어 있는 바구니에서 종류별로 한 개씩 먹는다고 하므로 골라 먹을 수 있는 방법의 수는
$4\times5\times4=80$(가지)이야.

오|답|피|하|기

합의 법칙과 곱의 법칙을 혼동하기 쉬운 문제야. 만약, 빨간모자 소녀가 바구니의 과일 중 1개를 먹는 경우의 수는 각각의 과일의 수를 더해야 해. 즉, $4+5+4=13$(가지)이야.
하지만 이 문제에서는 종류별로 1개씩 과일을 먹으므로 키위 4개 중 1개, 사과 5개 중 1개, 바나나 4개 중 1개를 골라 먹는 경우의 수는 $4\times5\times4=80$(가지)이야.

082 답 60가지

5명 중 3명을 뽑아 일렬로 세우는 것이므로 구하는 경우의 수는
$5\times4\times3=60$(가지)

083 답 ②

1절을 부를 수 있는 사람은 3명, 2절을 부를 수 있는 사람은 1절을 부른 사람을 뺀 2명이고, 3절을 부를 수 있는 사람은 나머지 1명이야. 이는 동시에 일어나므로 구하는 경우의 수는
$3\times2\times1=6$(가지)이야.

084 답 120가지

엄마 친구들 앞에 잔을 하나씩 놓는 순서를 정하는 방법의 수는 다섯 명을 일렬로 나열하는 방법의 수와 같으므로
$5\times4\times3\times2\times1=120$(가지)

오|답|피|하|기

문제에서 음료의 종류는 모두 같다고 했으므로 음료를 받는 대상만을 생각해. 즉, 5개의 음료를 배치한 다음 엄마 친구 5명을 일렬로 세우는 경우와 같지? 반면 음료의 종류도 다섯 종류라면 경우의 수는 어떻게 될까? 음료의 배치도 엄마 친구의 배치도 모두 고려해야겠지. 이때, 두 사건은 동시에 일어나므로 곱의 법칙을 이용하면 $(5\times4\times3\times2\times1)\times(5\times4\times3\times2\times1)=14400$(가지)

085 답 6가지

돌멩이 A, B, C, D를 징검다리 형식으로 놓는다는 것은 일렬로 나열하는 것과 같아.
이때, B 돌멩이가 맨 왼쪽에 놓이려면 B의 위치를 왼쪽에 고정시키고, 나머지 세 위치에 세 돌멩이 A, C, D를 일렬로 나열하는 것과 같아.
따라서 구하는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$(가지)이야.

086 답 ④

남학생 3명을 하나로 묶어서 생각하자.
그럼, 여학생 4명과 남학생 한 묶음을 일렬로 세우는 경우의 수는
$5\times4\times3\times2\times1=120$(가지)이고,
남학생 3명이 묶음 안에서 자리를 바꾸는 경우의 수는
$3\times2\times1=6$(가지)이지?
따라서 구하는 경우의 수는 $120\times6=720$(가지)이야.

087 답 ②

동우와 석우를 하나로 묶어서 생각하면 남은 3명과 동우와 석우의 묶음을 일렬로 세우는 경우의 수는 $4\times3\times2\times1=24$(가지)이고,
동우와 석우가 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2\times1=2$(가지)이지?
따라서 구하는 경우의 수는 $24\times2=48$(가지)이야.

088 답 72가지

여학생 3명, 남학생 3명을 일렬로 세우는데, 남학생들끼리 묶고, 여학생들끼리 묶은 두 묶음을 나열하는 경우의 수는
$2\times1=2$(가지)이지?
이때, 각각의 묶음 안에서 자리를 바꾸는 경우의 수는
$(3\times2\times1)\times(3\times2\times1)=36$(가지)이야.
따라서 구하는 경우의 수는 $2\times36=72$(가지)야.

089 답 96가지

서로 다른 곰 인형 2개를 묶고, 서로 다른 강아지 인형 4개를 묶으면 이 두 묶음을 나열하는 경우의 수는 2가지야.
곰 인형 묶음 안에서 자리를 바꾸는 경우의 수는 2개를 일렬로 나열하는 것과 같으니까 $2\times1=2$(가지)이고, 마찬가지로 강아지 인형 묶음 안에서도 $4\times3\times2\times1=24$(가지)이지?
따라서 곱의 법칙에 의하여 구하는 경우의 수는
$2\times2\times24=96$(가지)이야.

오|답|피|하|기

묶음 안에서 자리를 바꿀 수 있는 경우를 놓치면 절대 안 돼.
(이웃하는 것을 하나로 묶어 일렬로 세우는 경우의 수)
$\times$(묶음 안에서 자리를 바꾸는 경우의 수)와 같이 생각하면 되겠지.
그런데 묶음 안에서 자리를 바꾸는 경우의 수를 셀 때 어떤 친구들은 묶음 안에 3개가 들어 있으면 3을 곱하고, 묶음 안에 2개가 들어 있으면 2를 곱하는데, 그건 절대 아니지. 묶음 안의 대상의 개수가 아니라 대상을 일렬로 나열하는 경우의 수를 구하여 곱하는 거야. 즉, 묶음 안에 3개가 들어 있으면 $3\times2\times1=6$을 곱하고, 2개가 들어 있으면 $2\times1=2$를 곱해야 한다구. 꼭! 잘! 반드시! 기억해!!

090 답 ④

십의 자리에 올 수 있는 것은 8개, 일의 자리에는 십의 자리에서 사용된 것을 뺀 7개가 올 수 있지?
따라서 만들 수 있는 두 자리의 자연수의 개수는
$8\times7=56$(개)이야.

091 답 60개

백의 자리에 올 수 있는 것은 5개, 십의 자리에는 백의 자리에서 사용된 것을 제외한 4개, 일의 자리에는 백의 자리와 십의 자리에서 사용된 것을 제외한 3개가 올 수 있잖아.
따라서 만들 수 있는 자연수의 개수는
$5\times4\times3=60$(개)이야.

092 답 ④

(ⅰ) 십의 자리에 4가 오는 경우 : 43보다 커야 하므로 일의 자리에 올 수 있는 수는 5, 6으로 2개야.
(ⅱ) 십의 자리에 5가 오는 경우 : 일의 자리에 올 수 있는 수는 5를 제외한 1, 2, 3, 4, 6으로 5개야.
(ⅲ) 십의 자리에 6이 오는 경우 : 일의 자리에 올 수 있는 수는 6을 제외한 1, 2, 3, 4, 5로 5개야.
(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에 의하여 구하는 두 자리의 자연수의 개수는
$2+5+5=12$(개)야.

093 답 ②

짝수이려면 일의 자리에는 짝수인 2, 4, 6, 8 중 하나가 오면 되므로 4개이지. 이때, 십의 자리에는 일의 자리에 쓰인 숫자를 뺀 나머지 수가 오면 되므로 8개야.
따라서 만들 수 있는 자연수의 개수는
$4\times8=32$(개)야.

094 답 ④

백의 자리에 올 수 있는 것은 0을 제외한 6개, 십의 자리에는 백의 자리에 쓰인 숫자를 제외한 6개, 일의 자리에는 백의 자리와 십의 자리에 쓰인 숫자를 제외한 5개가 올 수 있어.
따라서 만들 수 있는 세 자리의 정수의 개수는
$6\times6\times5=180$(개)이지.

Q

095 답 8개

30 미만인 정수이려면 십의 자리에 올 수 있는 수는 1 또는 2로 2개야. 이때, 일의 자리에는 십의 자리에 쓰인 숫자를 제외한 수가 오면 되므로 4개야.
따라서 구하는 개수는
$2\times4=8$(개)이지.

096 답 ③

홀수이려면 일의 자리에 1, 3, 5, 7, 9의 5개의 숫자가 올 수 있어.
이때, 십의 자리에는 0을 제외하고, 일의 자리에 쓰인 숫자를 제외한 8개의 숫자가 올 수 있거든.
따라서 구하는 개수는
$5\times8=40$(개)이야.

097 답 136개

5의 배수이려면 일의 자리에 0 또는 5가 와야 하지?
(i) 일의 자리에 0이 오는 경우 :
　백의 자리에 0을 제외한 9개, 십의 자리에는 백의 자리에 놓인 숫자와 0을 제외한 8개이므로 $9\times8=72$(개)
(ii) 일의 자리에 5가 오는 경우 :
　백의 자리에 0, 5가 올 수 없으므로 8개, 십의 자리에는 백의 자리에 놓인 숫자와 5를 제외한 8개이므로 $8\times8=64$(개)
(i), (ii)에 의하여 구하는 개수는
$72+64=136$(개)이야.

098 답 ⑤

7명의 후보 중에서 1등, 2등, 3등을 뽑는 경우의 수는 7명 중 자격이 다른 세 명을 뽑는 경우의 수와 같으므로
$7\times6\times5=210$(가지)이야.

099 답 ①

8개의 인형 중에서 서로 다른 2개를 뽑는 경우의 수와 같으므로
$8\times7=56$(가지)이야.

100 답 36가지

여학생 3명 중 회장을 뽑는 것은 3가지, 남학생 4명 중 부회장, 총무를 뽑는 것은 $4\times3=12$(가지)야.
이때, 회장, 부회장, 총무를 동시에 뽑으므로 구하는 경우의 수는
$3\times12=36$(가지)이야.

101 답 ⑤

남자 6명 중 자격이 다른 2명을 뽑는 방법의 수는
$6\times5=30$(가지)
여자 5명 중 자격이 다른 2명을 뽑는 방법의 수는
$5\times4=20$(가지)이야.
이때, 남녀를 동시에 선출하므로 구하는 방법의 수는
$30\times20=600$(가지)이 되지.

102 답 21가지

7명 중 자격이 같은 2명을 뽑는 것이므로
$\frac{7\times6}{2}=21$(가지)이야.

103 답 28개

8명의 테니스 선수 중 2명을 뽑아 복식조를 만드는 것은 8명 중 자격이 같은 대표 2명을 뽑는 것과 같아.
따라서 구하는 개수는 $\frac{8\times7}{2}=28$(개)이야.

104 답 6번

악수를 하는 데는 2명이 필요하고, 악수하는 두 명은 자격이 서로 같으니까 4명 중 자격이 같은 대표 2명을 뽑는 것과 같아.
따라서 구하는 횟수는 $\frac{4\times3}{2}=6$(번)이야.

105 답 ②

6명의 후보 중 A가 반드시 포함되어야 하므로 A를 제외한 5명 중에서 2명의 대표를 뽑는 것과 같지?
따라서 구하는 경우의 개수는 $\frac{5\times4}{2}=10$(가지)이야.

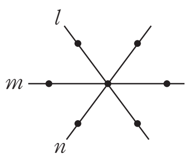
106 답 10개

선분을 만들 때에는 2개의 점이 필요하고, 한 직선 위에 있지 않은 점이 5개이므로 5명 중 자격이 같은 대표 2명를 뽑는 것과 같아.
따라서 구하는 개수는 $\frac{5\times4}{2}=10$(개)이야.

107 답 ②

삼각형은 3개의 꼭짓점이 필요하지? 7개의 점 중에서 3개의 점을 선택하는 경우의 수는 $\frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=35$(개)이지만 반원의 지름 위에 있는 4개의 점 중 3개를 선택하면 삼각형을 만들 수 없으므로 이 경우의 수는 $\frac{4\times3\times2}{3\times2\times1}=4$(개)야.
구하는 개수는 전체의 경우에서 삼각형을 만들 수 없는 경우를 빼면 되므로 $35-4=31$(개)이야.

108 답 ②



7개의 점 중 3개의 점을 선택하는 경우의 수는 7명 중 자격이 같은 대표 3명을 뽑는 경우의 수와 같으므로 $\frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=35$(개)야.
그런데 그림과 같이 세 직선 l, m, n 위에 있는 세 점을 각각 택하면 삼각형이 만들어지지 않지?
따라서 만들 수 있는 삼각형의 개수는 $35-3=32$(개)야.

잘 틀리는 유형 훈련+1up

p. 170

109 답 3가지

1st 두 직선의 교점을 이용하여 a, b 사이의 관계식을 구하자.
두 직선 $y=ax$, $y=b(x+3)$의 교점의 x좌표가 3이므로
$3a=b(3+3)$ $\quad\therefore a=2b$
2nd 관계식을 만족시키는 주사위의 눈의 수를 구하자.
a와 b는 주사위의 눈의 수로 1에서 6까지의 자연수이고,
a는 b의 2배이므로 순서쌍 (a, b)는 $(2, 1)$, $(4, 2)$, $(6, 3)$이야.
따라서 구하는 경우의 수는 3가지야.

오답피하기

1학기 때 배웠던 두 직선의 교점과 경우의 수를 통합하여 묻고 있는 문제야. 두 개념 모두 정확히 알고 있어야겠지? 수학은 순차적으로 연계되는 개념들이 많이 있으니까 1학기 때 수학 공부를 게을리했다면 이번에 다시금 복습하자.

110 답 24

1st 점 (x, y)의 개수인 m의 값을 구해.
두 주머니 A, B에 들어 있는 카드에 적힌 수를 각각 x좌표, y좌표로 하는 점 (x, y)의 개수는 $4\times5=20$(개)이므로 $m=20$
2nd 직선 $y=2x$ 위의 점의 개수인 n의 값을 구하여 $m+n$의 값을 계산해.
이 중 직선 $y=2x$ 위의 점은 $(1, 2)$, $(2, 4)$, $(3, 6)$, $(4, 8)$로 4개이므로 $n=4$
$\therefore m+n=20+4=24$

111 답 ④

1st 서울에서 대전까지 가는 방법의 수와 대전에서 부산까지 가는 방법의 수는 각각 합의 법칙이야.
먼저 서울에서 대전까지 가는 방법의 수를 구하면 자동차 전용도로가 3가지, 고속도로가 2가지 있고, 어느 하나만을 이용하면 되므로
$3+2=5$(가지)
대전에서 부산까지 가는 방법의 수는 자동차 전용도로가 3가지, 고속도로가 1가지 있고, 어느 하나만을 이용하면 되므로
$3+1=4$(가지)
2nd 이제 곱의 법칙으로 해결해.
따라서 서울에서 대전을 거쳐 부산까지 가는 방법의 수는 서울에서 대전까지 가고, 대전에서 부산까지 가는 것이므로 곱의 법칙에 의하여 $5\times4=20$(가지)

오답피하기

교통편 문제는 합의 법칙을 적용하는 경우도 있고, 곱의 법칙을 적용하는 경우도 있어. 문제에서 '~이거나', '또는'이라는 말이 있으면 합의 법칙이고, '~이고', '그리고'라는 말이 있으면 곱의 법칙이야.
특히, 이 문제와 같이 어디를 경유하여 가는 경우는 경유 지점까지는 합의 법칙, 전체 경우의 수는 곱의 법칙임에 주의해야 해.

112 답 ④

1st 속초에서 포항까지 가는 방법의 수와 포항에서 부산까지 가는 방법의 수는 각각 합의 법칙이야.
먼저 속초에서 포항까지 가는 방법의 수는 배편이 5가지, 고속도로가 1가지 있고, 어느 하나만을 이용하면 되므로
$5+1=6$(가지)
포항에서 부산까지 가는 방법의 수는 자동차 전용도로가 4가지, 고속도로가 2가지 있고, 어느 하나만을 이용하면 되므로
$4+2=6$(가지)
2nd 이제 곱의 법칙으로 해결해.
이때, 속초에서 포항을 거쳐 부산까지 가는 방법의 수는 속초에서 포항까지 가고, 포항에서 부산까지 가는 거지?
따라서 곱의 법칙에 의하여 구하는 방법의 수는
$6\times6=36$(가지)이야.

113 답 ③

1st 영어 책이 포함되지 않을 때 일렬로 나열하는 경우의 수를 구해.
영어 책이 포함되지 않는다는 것은 영어 책을 뺀 4권 중에서 3권을 뽑아 책꽂이에 일렬로 나열하는 것과 같지?
따라서 구하는 경우의 수는
$4\times3\times2=24$(가지)야.

114 답 ②

1st 갑과 정을 정해놓고 일렬로 나열하는 경우의 수를 구해.
'갑'을 처음에, '정'을 맨 마지막에 뛰게 하므로 다음과 같이 나열하는 경우야.
갑, □, □, □, 정
따라서 빈칸에 놓이게 되는 3명의 순서만 정하면 되니까 구하는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$(가지)이야.

115 답 ③

1st 홀수임에 착안하여 일의 자리부터 따지자.
두 자리의 정수가 홀수이고, 홀수는 1, 3, 5로 세 가지가 있으므로 일의 자리에 올 수 있는 수는 3개야.
한편, 십의 자리에는 0이 올 수 없으므로 십의 자리에는 일의 자리에 쓰인 수와 0을 제외한 4개가 올 수 있어.
따라서 구하는 개수는
$3\times4=12$(개)야.

오답피하기

우리가 어떤 숫자들을 뽑아서 두 자리의 자연수를 만들 때, 십의 자리에는 0이 올 수 없음을 꼭 기억해야 해. 그냥 두 수를 뽑는 것과 두 수를 뽑아서 두 자리 정수를 만드는 것은 천지 차이라구.
예를 들어, 0, 1, 2, 3에서 두 수를 뽑아 나열하는 것은
$4\times3=12$(가지), 두 수를 뽑아 두 자리의 정수를 만드는 것은
십의 자리에 0이 올 수 없으니까 $3\times3=9$(가지)
어때, 엄청 다르지? 두 자리 이상의 정수를 만들 때, 첫째 자리에 절대 0이 올 수 없음을 명심하자.

116 답 26가지

1st 두 수의 곱이 짝수이려면 두 수 중 적어도 하나가 짝수이면 된다는 것을 이용하자.

1에서 9까지의 자연수 중 짝수는 2, 4, 6, 8이지?

두 수의 곱이 짝수이려면 뽑힌 카드에 적힌 두 수 모두 짝수이거나 하나는 짝수, 하나는 홀수이면 돼.

(i) 짝수 두 장을 뽑는 경우 : $\frac{4\times3}{2}=6$(가지)

(ii) 짝수 한 장, 홀수 한 장을 뽑는 경우 : $4\times5=20$(가지)

(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는 $6+20=26$(가지)이야.

[다른 풀이]

이 문제는 일명 '적어도' 문제야.

두 자연수를 곱하면 짝수이거나 홀수이지?

즉, 이 문제의 경우에는 전체 경우의 수에서 두 수의 곱이 홀수인 경우를 빼주는 거야.

$\therefore$ (전체 경우의 수)$-$(곱이 홀수인 경우의 수)$=\frac{9\times8}{2}-\frac{5\times4}{2}$

$=36-10=26$(가지)

오|답|피|하|기

'두 수의 곱이 짝수이다.', '두 수의 곱이 홀수이다.' 등은 경우의 수 문제의 단골 손님이야. 두 수의 곱이 짝수인 경우는 (짝수)$\times$(짝수), (짝수)$\times$(홀수), (홀수)$\times$(짝수)
그러니까 두 수 중 어느 하나만 짝수이면 곱이 짝수가 되는 거지. 그렇다면 두 수의 곱이 홀수이려면 두 수 모두 홀수일 때만 가능한 거야. 이때, 동시에 2장의 카드를 뽑는다고 하므로 짝수 묶음에서 (2, 4)나 (4, 2)가 적힌 카드를 뽑는 경우는 동일해. 따라서 짝수가 적힌 카드 2장을 뽑는 경우의 수를 구하기 위해서는 자격이 같은 대표를 뽑는 경우의 수를 생각하자.

117 답 ①

1st 모든 팀이 서로 한 번씩 게임을 하는 경우의 수를 구해.

게임을 하는 데는 2팀이 필요하고, 게임을 하는 두 팀은 자격이 서로 같으므로 6명 중 자격이 같은 대표 2명을 뽑는 것과 같아.

따라서 구하는 경우의 수는 $\frac{6\times5}{2}=15$(번)야.

118 답 ②

1st 개가 나오는 경우의 수를 구해.

개가 나오려면 네 개의 윷가락 중 2개가 배 부분이 나와야 하는데 이것은 4명 중 자격이 같은 2명을 뽑는 것과 같아.

따라서 구하는 경우의 수는 $\frac{4\times3}{2}=6$(가지)이야.

119 답 20개, 2개

1st 만들 수 있는 삼각형의 전체 개수를 구해.

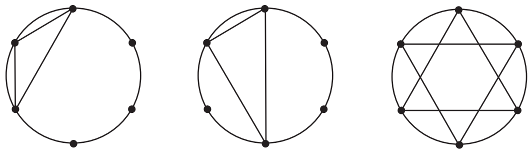
삼각형을 만드는 데는 한 직선 위에 있지 않은 3개의 점이 필요해.

먼저, 삼각형의 개수를 구하면 6명 중 자격이 같은 대표 3명을 뽑는 것과 같으므로 $\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20$(개)

2nd 만들어진 삼각형 중 예각삼각형의 개수를 구해.

이때, 여섯 개의 점이 같은 간격으로 놓여 있으므로 $\overline{AD}$, $\overline{BE}$, $\overline{CF}$는 원의 지름이야. 즉, 지름을 기준으로 다음과 같은 형태로 둔각삼각형, 직각삼각형, 예각삼각형이 각각 만들어지겠지?

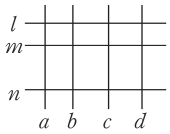
(i) 둔각삼각형 (ii) 직각삼각형 (iii) 예각삼각형



따라서 예각삼각형의 개수는 2개야.

120 답 ①

1st 사각형이 만들어지려면 어떤 직선을 택해야 하는지 생각해 봐.



그림과 같이 7개의 직선을 a, b, c, d, l, m, n이라 하자. 그럼, 4개의 직선을 택했을 때, 사각형이 만들어지려면 네 직선 a, b, c, d 중 2개, 세 직선 l, m, n 중 2개를 택해야 해.

2nd 만들 수 있는 사각형의 개수를 구해.

(i) 네 직선 a, b, c, d 중 2개를 택하는 경우의 수는 4명 중 자격이 같은 대표 2명을 뽑는 경우의 수와 같으므로
$\frac{4\times3}{2}=6$(개)

(ii) 세 직선 l, m, n 중 2개를 택하는 경우의 수는 3명 중 자격이 같은 대표 2명을 뽑는 경우의 수와 같으므로
$\frac{3\times2}{2}=3$(개)

(i), (ii)에 의하여 만들 수 있는 사각형의 개수는 $6\times3=18$(개)이야.

서술형 다지기

p. 172

[121-122 채점기준표]

Ⅰ	두 눈의 수의 연산이 처음 조건을 만족시키는 경우의 수를 따져 본다.	40%
Ⅱ	두 눈의 수의 연산이 두 번째 조건을 만족시키는 경우의 수를 따져 본다.	40%
Ⅲ	합의 법칙을 이용하여 전체 경우의 수를 구한다.	20%

121 답 10가지

먼저, 눈의 수의 차가 3인 경우를 따져보자.

한 개의 주사위를 두 번 던질 때, 나오는 눈의 수의 차가 3인 경우를 순서쌍으로 나타내면 (1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 1), (5, 2), (6, 3)으로 6가지 … Ⅰ

그다음, 눈의 수의 차가 4인 경우를 따져보자.

눈의 수의 차가 4인 경우를 순서쌍으로 나타내면 (1, 5), (2, 6), (5, 1), (6, 2)로 4가지 … Ⅱ

그래서, 전체 경우의 수를 구하자.

따라서 구하는 경우의 수는 합의 법칙에 의하여 $6+4=10$(가지)이다. … Ⅲ

122 답 7가지

먼저, 눈의 수의 합이 4인 경우를 따져보자.

한 개의 주사위를 두 번 던질 때, 나오는 눈의 수의 합이 4인 경우를 순서쌍으로 나타내면 $(1, 3)$, $(2, 2)$, $(3, 1)$로 3가지 … Ⅰ

그다음, 눈의 수의 합이 5인 경우를 따져보자.

눈의 수의 합이 5인 경우를 순서쌍으로 나타내면
$(1, 4)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(4, 1)$로 4가지 … Ⅱ

그래서, 전체 경우의 수를 구하자.

따라서 구하는 경우의 수는 합의 법칙에 의하여
$3+4=7$(가지)이다. … Ⅲ

[123-124 채점기준표]

Ⅰ	동전에 대한 사건의 경우의 수를 구한다.	40%
Ⅱ	주사위에 대한 사건의 경우의 수를 구한다.	40%
Ⅲ	곱의 법칙을 이용하여 전체 경우의 수를 구한다.	20%

123 답 12가지

먼저, 한 개의 동전이 앞면이 나오는 경우의 수를 구하자.

동전의 앞면을 H, 뒷면을 T라 하고 서로 다른 동전 3개를 던졌을 때, 한 개의 동전이 앞면이 나오는 경우는
(H, T, T), (T, H, T), (T, T, H)
로 총 3가지이다. … Ⅰ

그다음, 주사위의 눈이 6의 약수가 나오는 경우의 수를 구하자.

주사위의 눈에서 6의 약수는 1, 2, 3, 6이므로 주사위 1개를 던졌을 때, 6의 약수의 눈이 나오는 경우의 수는 4가지이다. … Ⅱ

그래서, 전체 경우의 수를 구하자.

따라서 서로 다른 동전 3개와 주사위 1개를 던지는 시행은 동시에 일어나므로 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여
$3\times4=12$(가지)이다. … Ⅲ

124 답 9가지

먼저, 두 개의 동전이 뒷면이 나오는 경우의 수를 구하자.

동전의 앞면을 H, 뒷면을 T라 하고 서로 다른 동전 3개를 던졌을 때, 두 개의 동전이 뒷면이 나오는 경우는
(H, T, T), (T, H, T), (T, T, H)
로 총 3가지이다. … Ⅰ

그다음, 주사위의 눈이 소수가 나오는 경우의 수를 구하자.

주사위의 눈에서 소수는 2, 3, 5이므로 주사위 1개를 던졌을 때, 소수의 눈이 나올 경우의 수는 3가지이다. … Ⅱ

그래서, 전체 경우의 수를 구하자.

따라서 서로 다른 동전 3개와 주사위 1개를 던지는 시행은 동시에 일어나므로 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여
$3\times3=9$(가지)이다. … Ⅲ

125 답 2개

주사위의 눈의 수로 점 P의 좌표를 만드는 것이므로 점 P의 x좌표, y좌표를 이루는 숫자는 1에서 6까지의 자연수이다. … Ⅰ

점 P의 좌표를 (x, y)라 하면 원점 O와 점 P를 지나는 직선의 기울기가 $\frac{3}{2}$일 때, 점 P는 직선 $y=\frac{3}{2}x$ 위의 점이어야 한다. … Ⅱ

따라서 (x, y)는 $(2, 3)$, $(4, 6)$으로 점 P의 개수는 2개이다. … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	점 P의 좌표가 될 수 있는 수를 생각한다.	20%
Ⅱ	원점 O와 점 P를 지나는 직선의 방정식을 구한다.	50%
Ⅲ	점 P의 개수를 구한다.	30%

126 답 25개

(ⅰ) 0이 일의 자리에 놓이면 십의 자리에는 0을 제외한 7가지가 올 수 있다. … Ⅰ

(ⅱ) 0이 아닌 짝수 2, 4, 6이 일의 자리에 놓이는 경우는 3가지이고 십의 자리에는 0이 올 수 없으므로 0과 일의 자리에 쓰인 수를 제외한 6가지의 수가 올 수 있다. 이때의 경우의 수는
$3\times6=18$(개)이다. … Ⅱ

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 구하는 짝수의 개수는
$7+18=25$(개) … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	0이 일의 자리에 놓일 때의 경우의 수를 구하자.	40%
Ⅱ	0이 아닌 짝수가 일의 자리에 놓일 때의 경우의 수를 구하자.	40%
Ⅲ	구하고자 하는 경우의 수를 구하자.	20%

127 답 310

(ⅰ) 백의 자리의 숫자가 1인 경우
1□□에서 □□에 들어갈 수 있는 수는 0, 2, 3, 4 중 2개를 뽑아서 나열하는 경우이므로 이때의 경우의 수는
$4\times3=12$(가지) … Ⅰ

(ⅱ) 백의 자리의 숫자가 2인 경우
2□□에서 □□에 들어갈 수 있는 수는 0, 1, 3, 4 중 2개를 뽑아서 나열하는 경우이므로 이때의 경우의 수는
$4\times3=12$(가지) … Ⅱ

(ⅰ), (ⅱ)에서 백의 자리가 2인 숫자까지의 경우의 수는
$12+12=24$(가지)이다.

(ⅲ) 백의 자리의 숫자가 3인 경우
백의 자리의 숫자가 3인 경우를 크기순으로 나열하면
301, 302, 304, 310, 312, …

(ⅰ)~(ⅲ)에 의하여 작은 것부터 크기순으로 28번째의 수는 310이다. … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	백의 자리의 숫자가 1인 경우의 수를 구한다.	30%
Ⅱ	백의 자리의 숫자가 2인 경우의 수를 구한다.	30%
Ⅲ	작은 것부터 크기순으로 28번째의 수를 구한다.	40%

Q

128 답 360

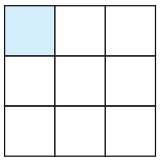
소수점 아래 첫째 자리에 1이 쓰인 경우를 따져 보자.
0.1□□□□인 경우 :
2, 3, 4, 5를 일렬로 나열하는 경우의 수를 구하면
$4\times3\times2\times1=24$(가지)
소수점 아래 첫째 자리에 2가 쓰인 경우를 따져 보자.
0.2□□□□인 경우 :
1, 3, 4, 5를 일렬로 나열하는 경우의 수를 구하면
$4\times3\times2\times1=24$(가지) … Ⅰ
마찬가지로 소수점 아래 첫째 자리에 3, 4, 5가 쓰인 경우에도 모두 24가지가 존재한다.
결국, 소수점 아래 첫째 자리에 1, 2, 3, 4, 5가 각각 24번씩 쓰인 것이 된다. … Ⅱ
따라서 소수점 아래 첫째 자리 숫자의 총합은
$24(1+2+3+4+5)=24\times15=360$이다. … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	소수점 아래 첫째 자리에 1, 2가 쓰인 경우의 수를 각각 구한다.	40%
Ⅱ	소수점 아래 첫째 자리에 3, 4, 5가 쓰인 경우의 수를 각각 구한다.	40%
Ⅲ	소수점 아래 첫째 자리 숫자의 총합을 구한다.	20%

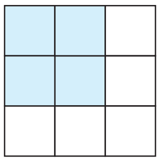
129 답 14가지

정사각형이 되는 경우의 수를 다음과 같이 나누어서 구하자.
(i) 한 변의 길이가 1인 정사각형 : 9가지



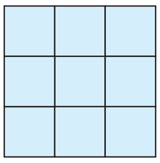
… Ⅰ

(ii) 한 변의 길이가 2인 정사각형 : 4가지



… Ⅱ

(iii) 한 변의 길이가 3인 정사각형 : 1가지



… Ⅲ

따라서 구하는 경우의 수는
$9+4+1=14$(가지)이다.

[채점기준표]

Ⅰ	한 변의 길이가 1인 정사각형이 되는 경우의 수를 구한다.	30%
Ⅱ	한 변의 길이가 2인 정사각형이 되는 경우의 수를 구한다.	30%
Ⅲ	한 변의 길이가 3인 정사각형이 되는 경우의 수를 구하여 전체 경우의 수를 구한다.	40%

최고난도 만점 문제

p. 174

130 답 10가지

1st 모든 사람에게 1송이 이상씩 주는 방법을 생각해.
모든 사람에게 1송이 이상씩을 준다고 하므로 태영, 선혜, 연옥이에게 1송이씩 먼저 나누어 주고 남은 3송이를 어떻게 나누어 줄지 생각하여 (태영, 선혜, 연옥)의 순서쌍으로 나타내자.
2nd 0송이를 받는 사람을 정하여 나누어 주는 방법의 수를 구해.
(i) 연옥이만 남은 3송이 중에서 0송이를 받는 경우 :
(1, 2, 0), (2, 1, 0)으로 2가지
(ii) 선혜만 남은 3송이 중에서 0송이를 받는 경우 :
(1, 0, 2), (2, 0, 1)로 2가지
(iii) 태영이만 남은 3송이 중에서 0송이를 받는 경우 :
(0, 1, 2), (0, 2, 1)로 2가지
(iv) 모두 1송이씩을 받는 경우 : 1가지
(v) 어느 한 사람이 3송이를 모두 받는 경우 : 3가지
(i)~(v)에 의하여 나누어 주는 방법의 수는
$2+2+2+1+3=10$(가지)이야.

131 답 ④

1st 계단 수를 1, 2, 3으로 놓고 합이 5가 되도록 순서쌍으로 나열해.
한 계단, 두 계단, 세 계단을 각각 1, 2, 3으로 나타내면 5개의 계단을 오르므로 각 계단 수의 합이 5가 되게 하면 되지?
이제 조건을 만족시키는 순서쌍을 나열하면
(1, 1, 1, 1, 1),
(1, 1, 1, 2), (1, 1, 2, 1), (1, 2, 1, 1), (2, 1, 1, 1),
(1, 1, 3), (1, 3, 1), (3, 1, 1),
(1, 2, 2), (2, 1, 2), (2, 2, 1),
(2, 3), (3, 2)
따라서 조건을 만족시키는 방법의 수는 13가지야.

[다른 풀이]
한 계단, 두 계단, 세 계단의 개수를 각각 a, b, c개라 하자.
올라야 할 총 계단의 수가 5개이므로 $a+2b+3c=5$이지?
이때, 세 수 a, b, c는 음이 아닌 정수이므로
(i) $a=5$일 때, $2b+3c=0$을 만족시키는 순서쌍 (b, c)는
(0, 0)이므로 $aaaaa$ ← 1가지
(ii) $a=4$일 때, $2b+3c=1$을 만족시키는 순서쌍은 존재하지 않아.
(iii) $a=3$일 때,
$2b+3c=2$를 만족시키는 순서쌍 (b, c)는 (1, 0)이므로
$aaab$, $aaba$, $abaa$, $baaa$ ← 4가지
(iv) $a=2$일 때,
$2b+3c=3$을 만족시키는 순서쌍 (b, c)는 (0, 1)이므로
aac, aca, caa ← 3가지
(v) $a=1$일 때,
$2b+3c=4$를 만족시키는 순서쌍 (b, c)는 (2, 0)이므로
abb, bab, bba ← 3가지
(vi) $a=0$일 때,
$2b+3c=5$를 만족시키는 순서쌍 (b, c)는 (1, 1)이므로
bc, cb ← 2가지
따라서 구하는 방법의 수는 13가지야.

132 답 20

1st 해가 오직 한 개이려면 $a\neq0$이어야 해.

방정식 $ax=b$의 해가 오직 한 개이려면 $a\neq0$일 때, $x=\dfrac{b}{a}$로 한 개 존재해.
즉, a로 적당한 수는 0을 제외한 3가지, b는 4가지이므로
$M=3\times4=12$야.

2nd a의 값에 따라 해가 정수가 되는 b를 결정하자.

방정식 $ax=b$의 해가 정수이면
(i) $a=1$일 때, $b=0,\ 1,\ 2,\ 3$으로 4가지
(ii) $a=2$일 때, $b=0,\ 2$로 2가지
(iii) $a=3$일 때, $b=0,\ 3$으로 2가지
따라서 $N=4+2+2=8$이므로 $M+N=12+8=20$

133 답 12가지

1st 조건에 맞는 가능한 경우를 모두 생각해 보자.

창호가 설희보다 앞에 서는 경우를 구하면 다음과 같아.
(창호, 설희, □, □), (창호, □, 설희, □),
(창호, □, □, 설희), (□, 창호, 설희, □),
(□, 창호, □, 설희), (□, □, 창호, 설희)

2nd 각 경우에 대하여 경우의 수를 구하자.

(i) (창호, 설희, □, □)인 경우 :
(창호, 설희, 지우, 은영), (창호, 설희, 은영, 지우)의 2가지
(ii) (창호, □, 설희, □)인 경우 :
(창호, 지우, 설희, 은영), (창호, 은영, 설희, 지우)의 2가지
(iii) (창호, □, □, 설희)인 경우 :
(창호, 지우, 은영, 설희), (창호, 은영, 지우, 설희)의 2가지
(iv) (□, 창호, 설희, □)인 경우 :
(지우, 창호, 설희, 은영), (은영, 창호, 설희, 지우)의 2가지
(v) (□, 창호, □, 설희)인 경우 :
(지우, 창호, 은영, 설희), (은영, 창호, 지우, 설희)의 2가지
(vi) (□, □, 창호, 설희)인 경우 :
(지우, 은영, 창호, 설희), (은영, 지우, 창호, 설희)의 2가지
따라서 구하는 경우의 수는 12가지야.

[다른 풀이]

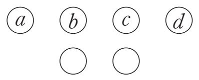
① ② ③ ④

그림과 같이 네 자리에 창호를 배치하는 방법을 이용하자.
(i) ①번 자리에 창호가 배치될 경우
설희는 ②, ③, ④ 아무 곳에 배치되어도 상관없으므로 ②, ③, ④에 세 명을 배치하는 경우의 수는
$3\times2\times1=6$(가지)
(ii) ②번 자리에 창호가 배치될 경우
설희는 ③, ④번 자리에만 배치될 수 있으므로 2가지
설희가 배치된 ③, ④번 중 하나를 제외한 곳과 ①번에 나머지 두 명을 배치하는 경우의 수는 $2\times1=2$(가지)
$\therefore 2\times2=4$(가지)
(iii) ③번 자리에 창호가 배치될 경우
설희는 ④번에만 배치될 수 있고 나머지 두 명을 ①, ②번에 배치하는 경우는 2가지
(iv) ④번 자리에 창호가 배치될 경우
설희는 창호보다 앞에 배치되므로 조건에 맞지 않아.
(i)~(iv)에 의하여 구하는 경우의 수는
$6+4+2=12$(가지)야.

134 답 ⑤

1st 회장, 부회장의 위치에 따라 경우를 나누어 생각해.

(i) 회장, 부회장이 앞줄에 서는 경우
앞줄에 회장, 부회장이 서는 방법이 2가지
나머지 4명이 뒷줄에 한 줄로 서는 방법이
$4\times3\times2\times1=24$(가지)
따라서 이때의 경우의 수는
$2\times24=48$(가지)이야.
(ii) 회장, 부회장이 뒷줄에 서는 경우
회장, 부회장 묶음이 그림의 a와 b, b와 c, c와 d의 자리에 설 수 있고, 각 경우에 자리를 바꿀 수 있으므로



$3\times2=6$(가지)
이제 다른 네 명을 나머지 자리에 나열하면 되므로
$4\times3\times2\times1=24$(가지)
따라서 이때의 경우의 수는 $6\times24=144$(가지)야.
(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는
$48+144=192$(가지)야.

135 답 ②

1st 여학생이 1명 이상 대표가 될 경우를 따져 주자.

적어도 여학생 1명이 대표로 선출되어야 하므로 대표가 여학생 2명이거나, 남학생 1명, 여학생 1명으로 선출되는 두 가지 경우가 있어.
(i) 여학생 2명인 경우 :
여학생 3명 중 2명을 대표로 선출하면 되므로
$\dfrac{3\times2}{2}=3$(가지)
(ii) 남학생 1명, 여학생 1명인 경우 :
남학생 4명 중 1명을 대표로 선출하는 경우가 4가지이고, 여학생 3명 중 1명을 대표로 선출하는 경우가 3가지이므로
$4\times3=12$(가지)
(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는
$3+12=15$(가지)야.

[다른 풀이]

대표 2명을 선출하는 전체 경우의 수에서 남학생 2명이 대표로 선출되는 경우의 수를 빼도 돼.
7명 중 2명을 뽑는 경우는 $\dfrac{7\times6}{2}=21$(가지)이고
남학생만 2명을 뽑는 경우는 $\dfrac{4\times3}{2}=6$(가지)이지?
따라서 적어도 여학생 1명이 대표로 선출되는 경우의 수는
$21-6=15$(가지)야.

Q

R 확률의 뜻과 성질

개념 다지기 001~023 정답은 p. 7에 있습니다.

유형 다지기 학교시험+학력평가 p. 178

024 답 ③

주사위의 눈의 수는 1, 2, 3, 4, 5, 6이므로 모든 경우의 수는 6가지야.
이때, 짝수의 눈이 나오는 경우는 2, 4, 6으로 3가지이지?
따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

025 답 $\frac{2}{5}$

모든 경우의 수는 1부터 10까지의 자연수에서 10가지야. 이때, 8의 약수는 1, 2, 4, 8로 4가지이지?
따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

026 답 ②

A, B, C 세 명의 학생이 한 줄로 서는 경우의 수는
$3\times2\times1=6$(가지)
이때, A가 가운데 서는 경우는 (B, A, C), (C, A, B)로 2가지야.
따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

027 답 ②

두 자리의 자연수를 만들 수 있는 경우의 수는 $4\times3=12$(가지)
이때, 3의 배수인 경우는 12, 21, 24, 42로 4가지야.
따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$

★ 3의 배수 찾기
어떤 자연수가 3의 배수라면 각 자릿수를 더해도 3의 배수야.
왜 그런지 밝혀보자. n자릿수를 $\overline{a_{n-1}a_{n-2}\cdots a_1a_0}$이라 하고 이 수가 3의 배수일 때, 이것은
$a_{n-1}\times10^{n-1}+a_{n-2}\times10^{n-2}+\cdots+a_1\times10+a_0$
$=a_{n-1}\times(10^{n-1}-1)+a_{n-2}\times(10^{n-2}-1)$
$+\cdots+a_1\times(10-1)+(a_{n-1}+a_{n-2}+\cdots+a_0)$으로 표현되고,
$a_{n-1}\times(10^{n-1}-1)+a_{n-2}\times(10^{n-2}-1)+\cdots+a_1\times(10-1)$이 3의 배수이므로 $(a_{n-1}+a_{n-2}+\cdots+a_0)$도 3의 배수이어야 $\overline{a_{n-1}a_{n-2}\cdots a_1a_0}$이 3의 배수가 되지.
따라서 $\overline{a_{n-1}a_{n-2}\cdots a_1a_0}$이 3의 배수이면 $(a_{n-1}+a_{n-2}+\cdots+a_0)$도 3의 배수이고, $(a_{n-1}+a_{n-2}+\cdots+a_0)$이 3의 배수이면 $\overline{a_{n-1}a_{n-2}\cdots a_1a_0}$도 3의 배수라는 결론을 얻을 수 있어. 참고로 9의 배수에 대해서도 마찬가지야.

028 답 ⑤

어떤 사건이 일어날 확률을 p라 하면 $0\le p\le1$이므로 ⑤ $\frac{4}{3}$는 임의의 사건의 확률이 될 수 없어.

029 답 ③

어떤 사건이 절대로 일어나지 않을 확률은 0이고, 반드시 일어나는 확률은 1이야.
따라서 어떤 사건이 일어날 확률 p의 값의 범위는 $0\le p\le1$이야.

030 답 (1) $\frac{1}{2}$ (2) 1 (3) 0

(1) 모든 경우의 수는 1, 2, 3, 4, 5, 6으로 6가지야.
이때, 4의 약수는 1, 2, 4로 3가지이지?
따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$
(2) 모든 눈이 수는 7 이하이므로 반드시 일어나는 사건이야.
따라서 확률은 1이야.
(3) 절대로 일어날 수 없는 사건이므로 확률은 0이야.

오|답|피|하|기

7 이하의 눈이 나올 확률이라 하여 $\frac{7}{6}$이라고 하면 안 돼. 주사위의 눈은 1부터 6까지의 자연수이므로 6가지밖에 없어.
∴ (확률)$=\frac{6}{6}=1$
따라서 확률은 1을 넘을 수 없어!

031 답 (1) $\frac{3}{5}$ (2) 1 (3) 0

(1) 10개의 제비 중 당첨 제비가 6개 들어 있으므로
확률은 $\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$
(2) 10개의 제비 중 당첨 제비가 10개 들어 있으므로
확률은 $\frac{10}{10}=1$
(3) 10개의 제비 중 당첨 제비가 0개 들어 있으므로
확률은 $\frac{0}{10}=0$

032 답 ⑤

눈의 수의 곱이 홀수가 아닐 경우는 두 주사위 중 적어도 한 개의 주사위의 눈이 짝수이면 되므로
(눈의 수의 곱이 짝수일 확률)=1−(눈의 수의 곱이 홀수일 확률)
을 구하는 것이 편리해.
두 주사위를 던질 때 나온 눈의 수의 곱이 홀수일 경우는
(홀수, 홀수)이므로 이때의 확률은 $\frac{3}{6}\times\frac{3}{6}=\frac{1}{4}$이야.
따라서 구하는 확률은 $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

033 답 ⑤

(눈의 수의 합이 11 이하일 확률)=1−(눈의 수의 합이 12일 확률)
이지?
두 개의 주사위를 던질 때 나오는 모든 경우의 수는 $6\times6=36$(가지)
이때, 눈의 수의 합이 12인 경우는 (6, 6)으로 1가지이므로
눈의 수의 합이 12일 확률은 $\frac{1}{36}$
따라서 구하는 확률은 $1-\frac{1}{36}=\frac{35}{36}$

034 답 $\frac{5}{6}$

(눈의 수가 서로 다를 확률)$=1-$(눈의 수가 서로 같을 확률)
이지? 두 개의 주사위를 던질 때 나오는 모든 경우의 수는
$6\times6=36$(가지)
이때, 눈의 수가 서로 같은 경우는
$(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)$
으로 6가지야. 즉, 나온 눈의 수가 서로 같을 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$
따라서 나온 눈의 수가 서로 다를 확률은 $1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

오|답|피|하|기

나온 눈의 수가 다른 경우를 일일이 구하여 확률을 구하는 것도 답은 나오지만 어떤 사건이 일어나지 않을 확률을 이용하면 간단하게 구할 수 있는 건데 돌아가는 거잖아? 쉽고 빠르게 해결하자!

035 답 ④

(4의 배수가 아닌 카드가 나올 확률)
$=1-$(4의 배수인 카드가 나올 확률)
이지? 1부터 20까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 20장의 카드이므로 모든 경우의 수는 20가지야. 이때, 4의 배수는 4, 8, 12, 16, 20으로 5가지야.
즉, 4의 배수인 카드가 나올 확률은 $\frac{5}{20}=\frac{1}{4}$
따라서 4의 배수가 아닌 카드가 나올 확률은 $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

036 답 ②

모든 경우의 수는 $6\times6=36$(가지)이지?
차가 3인 경우는 $(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 1), (5, 2), (6, 3)$으로
6가지이므로 확률은 $\frac{6}{36}$
차가 5인 경우는 $(1, 6), (6, 1)$로 2가지이므로 확률은 $\frac{2}{36}$
따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{36}+\frac{2}{36}=\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$

037 답 ④

모든 경우의 수는 $2\times2\times2\times2=16$(가지)이지?
모두 앞면이 나오는 경우의 수는 1가지뿐이므로 확률은 $\frac{1}{16}$
모두 뒷면이 나오는 경우의 수는 1가지뿐이므로 확률은 $\frac{1}{16}$
따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{16}+\frac{1}{16}=\frac{2}{16}=\frac{1}{8}$

038 답 ⑤

3의 배수가 나오는 경우는 3, 6, 9, 12, 15로 5가지이므로 확률은 $\frac{5}{15}$
7의 배수가 나오는 경우는 7, 14로 2가지이므로 확률은 $\frac{2}{15}$
1부터 15까지의 자연수 중 3의 배수이면서 7의 배수인 수는 없지?
따라서 구하는 확률은 $\frac{5}{15}+\frac{2}{15}=\frac{7}{15}$

039 답 ①

m, a, t, h 네 개의 문자를 일렬로 배열하는 모든 경우의 수는
$4\times3\times2\times1=24$(가지)
m이 맨 앞에 오는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$(가지)이므로
확률은 $\frac{6}{24}=\frac{1}{4}$
t가 맨 앞에 오는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$(가지)이므로
확률은 $\frac{6}{24}=\frac{1}{4}$
따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

오|답|피|하|기

4개의 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수는 첫 번째 자리에 올 수 있는 경우가 4가지, 두 번째 자리에 올 수 있는 경우가 3가지, 세 번째 자리에 올 수 있는 경우가 2가지, 네 번째 자리에 올 수 있는 경우가 1가지이므로 $4\times3\times2\times1=24$(가지)가 돼. 경우의 수부터 철저히 공부해 두자.

040 답 ③

주사위의 눈 중 짝수는 2, 4, 6이므로 첫 번째 주사위에서 짝수의 눈이 나올 확률은 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$
주사위의 눈 중 5의 약수는 1, 5이므로 두 번째 주사위에서 5의 약수의 눈이 나올 확률은 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$
따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$

R

041 답 ⑤

한 개의 동전이 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이고 주사위의 눈 중 4의 배수는 4뿐이므로 한 개의 주사위가 4의 배수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{6}$이야.
따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{12}$

042 답 ②

자유투 성공률이 $\frac{3}{4}$인 농구 선수가 첫 번째 자유투에 성공하고, 두 번째 자유투에도 성공할 확률은
$\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{9}{16}$

043 답 $\frac{1}{9}$

주사위의 눈 중 짝수는 2, 4, 6이므로 짝수의 눈이 나올 확률은
$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$
6의 약수는 1, 2, 3, 6이므로 6의 약수의 눈이 나올 확률은
$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$
3의 배수는 3, 6이므로 3의 배수의 눈이 나올 확률은 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$
따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$

오|답|피|하|기

한 개의 주사위를 세 번 던지는 것이 하나의 사건이므로 세 번 던지는 일이 동시에 일어난다고 보는 거야. 그래서 세 번 던져서 나오는 각각의 확률을 모두 곱하는 거지.

044 답 ②

동전의 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$, 주사위의 짝수의 눈이 나올 확률은 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$이므로 동전의 앞면과 주사위의 짝수의 눈이 나올 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

또, 동전의 뒷면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$, 주사위의 3의 배수의 눈이 나올 확률은 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$이므로 동전의 뒷면과 주사위의 3의 배수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{5}{12}$

045 답 ④

주사위의 눈에서 소수는 2, 3, 5로 3가지이므로 두 주사위 모두 소수의 눈이 나올 확률은 $\frac{3}{6}\times\frac{3}{6}=\frac{9}{36}$

주사위의 눈에서 4의 배수는 4로 1가지이므로 두 주사위 모두 4의 배수가 나올 확률은 $\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{36}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{9}{36}+\frac{1}{36}=\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$

046 답 ④

자유투에서 골을 넣을 확률이 $\frac{2}{3}$이므로 골을 못 넣을 확률은

$1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$이야.

첫 번째에 넣고 두 번째에 못 넣을 확률은 $\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$

첫 번째에 못 넣고 두 번째에 넣을 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{9}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{9}+\frac{2}{9}=\frac{4}{9}$

047 답 $\frac{7}{12}$

두 수의 합이 짝수가 되려면 두 수 모두 짝수이거나 두 수 모두 홀수이어야 하지?

이때, 뽑은 카드에 적힌 숫자가 짝수일 확률이 각각 $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$이므로

홀수일 확률은 각각 $1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$, $1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$이야.

두 수 모두 짝수일 확률은 $\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{2}$

두 수 모두 홀수일 확률은 $\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{12}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{2}+\frac{1}{12}=\frac{7}{12}$

> ★ $+$, $\times$ 연산과 홀수, 짝수의 관계
> (짝수)+(짝수)는 짝수, (홀수)+(홀수)는 짝수,
> (짝수)+(홀수)는 홀수, (짝수)×(짝수)는 짝수,
> (홀수)×(홀수)는 홀수, (짝수)×(홀수)는 짝수를 정리해 두자.
> 한편, 어떤 자연수에 짝수를 더해도 그 수의 홀짝은 변하지 않는다는 것을 알 수 있지? 예를 들면, 자연수 a와 $b\,(a>b)$에 대하여 $a+b$는 $a-b$에 $2b$(짝수)를 더한 것이므로 $a+b$, $a-b$는 홀짝이 변하지 않아.

048 답 ⑤

(적어도 한 개의 주사위에서 짝수의 눈이 나올 확률)
=1−(두 주사위 모두 홀수의 눈이 나올 확률)
이지? 두 개의 주사위를 던질 때 나오는 모든 경우의 수는 $6\times6=36$(가지)이야. 이때, 두 주사위 모두 홀수의 눈이 나오는 경우의 수는 $3\times3=9$(가지)이므로 두 개의 주사위를 던질 때,

두 주사위 모두 홀수의 눈이 나올 확률은 $\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$

따라서 구하는 확률은

$1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

049 답 $\frac{31}{32}$

다섯 개의 동전 중 한 개 이상의 동전이 앞면이 나올 경우를 각각 따지기보다는

(적어도 하나는 앞면이 나올 확률)=1−(모두 뒷면이 나올 확률)

을 구하는 것이 편리해.

다섯 개의 동전이 모두 뒷면이 나올 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{32}$

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{1}{32}=\frac{31}{32}$

050 답 ⑤

한 사람 이상이 합격할 경우의 확률을 각각 구하기보다는

(적어도 한 사람이 합격할 확률)=1−(둘 다 합격하지 못할 확률)

을 구하는 것이 편리해.

갑, 을이 합격할 확률이 각각 $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$이므로 합격하지 못할 확률은

각각 $1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$, $1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$이야. 즉, 둘 다 합격하지 못할 확률은

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{12}$이지.

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{1}{12}=\frac{11}{12}$

051 답 $\frac{26}{35}$

(적어도 한 개의 흰 공을 꺼낼 확률)
=1−(모두 검은 공을 꺼낼 확률)을 구하는 것이 편리하지?
A, B 두 주머니에서 모두 검은 공을 꺼낼 확률을

$\frac{3}{7}\times\frac{3}{5}=\frac{9}{35}$

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{9}{35}=\frac{26}{35}$

052 답 ③

첫 번째에 빨간 공을 꺼낼 확률은

$\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

다시 넣은 후 두 번째에 빨간 공을 꺼낼 확률은

$\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{25}$

053 답 ②

첫 번째 꺼낸 공이 홀수일 확률은 $\frac{1}{2}$

다시 넣은 후 두 번째 꺼낸 공이 홀수일 확률은 $\frac{1}{2}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

054 답 ④

A가 당첨 제비를 뽑지 못할 확률은 $1-\frac{2}{10}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$

다시 넣은 후 B가 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}=\frac{4}{25}$

오|답|피|하|기

꺼낸 제비를 다시 넣는 것을 어려운 말로 복원추출이라고 하는데 나중에 배울 거야. 어쨌든 이 경우는 처음 뽑을 때와 나중에 뽑을 때의 조건이 같다는 것만 알아 두면 돼.
즉, 처음 경우에도 10개의 제비 중에 2개의 당첨 제비가 들어 있고 한 번 뽑은 후에도 이 상황은 변함이 없는 거야. R9 유형과 비교하여 알아 두자.

055 답 ①

주머니에 흰 공 4개와 검은 공 5개가 들어 있으므로 흰 공을 첫 번째에 꺼낼 확률은 $\frac{4}{9}$

이때, 꺼낸 공은 다시 넣지 않지? 즉, 주머니에는 흰 공 3개와 검은 공 5개가 들어 있으므로 두 번째에 흰 공을 꺼낼 확률은 $\frac{3}{8}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{9}\times\frac{3}{8}=\frac{1}{6}$

056 답 $\frac{12}{35}$

주머니에 들어 있는 15개의 제비 중 6개가 당첨 제비이므로

첫 번째에 당첨 제비를 뽑지 못할 확률은 $1-\frac{6}{15}=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$

그 다음 주머니에 들어 있는 14개의 제비 중 6개가 당첨 제비이므로 두 번째에 당첨 제비를 뽑지 못할 확률은

$1-\frac{6}{14}=\frac{8}{14}=\frac{4}{7}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{5}\times\frac{4}{7}=\frac{12}{35}$

057 답 ②

상자에 들어 있는 10개의 제비 중 4개가 당첨 제비이므로

첫 번째에 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

그 다음 상자에 들어 있는 9개의 제비 중 3개가 당첨 제비이므로

두 번째에 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

그 다음 상자에 들어 있는 8개의 제비 중 2개가 당첨 제비이므로

세 번째에 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{30}$

058 답 $\frac{7}{120}$

상자에 들어 있는 10개의 제품 중 3개가 불량품이므로

첫 번째에 불량품을 꺼낼 확률은 $\frac{3}{10}$

그 다음 상자에 들어 있는 9개의 제품 중 2개의 불량품이므로

두 번째에 정상품을 꺼낼 확률은 $1-\frac{2}{9}=\frac{7}{9}$

그 다음 상자에 들어 있는 8개의 제품 중 2개의 불량품이므로

세 번째에 불량품을 꺼낼 확률은 $\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{3}{10}\times\frac{7}{9}\times\frac{1}{4}=\frac{7}{120}$

오|답|피|하|기

뽑은 것을 다시 넣지 않을 때는 처음 뽑을 때와 나중에 뽑을 때의 조건이 달라지므로 주의해야 해. 한 번 뽑은 후 그 다음 뽑을 확률은 남은 것의 개수와 바로 전에 무엇을 뽑았는가에 의해 결정이 되니까 그 전에 무엇을 뽑았는지 차근차근 파악하자.

R

059 답 ⑤

첫 번째에 당첨 제비를 뽑고, 두 번째에 당첨 제비를 뽑지 못할

확률은 $\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{3}{10}$

첫 번째에 당첨 제비를 뽑지 못하고, 두 번째에 당첨 제비를 뽑을

확률은 $\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{10}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{10}+\frac{3}{10}=\frac{3}{5}$

060 답 ④

두 개 모두 흰 공이 나올 확률은

$\frac{3}{8}\times\frac{3}{8}=\frac{9}{64}$

두 개 모두 검은 공이 나올 확률은

$\frac{5}{8}\times\frac{5}{8}=\frac{25}{64}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{9}{64}+\frac{25}{64}=\frac{34}{64}=\frac{17}{32}$

061 답 ③

첫 번째에 흰 공, 두 번째에 검은 공을 꺼낼 확률은

$\frac{3}{7}\times\frac{4}{6}=\frac{2}{7}$

첫 번째에 검은 공, 두 번째에 흰 공을 꺼낼 확률은

$\frac{4}{7}\times\frac{3}{6}=\frac{2}{7}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{7}+\frac{2}{7}=\frac{4}{7}$

062 답 $\frac{39}{64}$

한 명 이상 당첨 제비를 뽑을 확률을 각각 구하기보다는
(적어도 한 명이 당첨 제비를 뽑을 확률)
$=1-$(둘 다 당첨 제비를 뽑지 못할 확률)
임을 이용하자.

유진이가 당첨 제비를 뽑지 못할 확률은 $1-\frac{3}{8}=\frac{5}{8}$이고,

유민이가 당첨 제비를 뽑지 못할 확률도 $1-\frac{3}{8}=\frac{5}{8}$이므로

둘 다 당첨 제비를 뽑지 못할 확률은 $\frac{5}{8}\times\frac{5}{8}=\frac{25}{64}$야.

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{25}{64}=\frac{39}{64}$

오|답|피|하|기

'적어도' 라는 말이 나오면 사건을 일일이 구하는 것보다 전체에서 나머지 사건이 나올 확률을 빼는 것이 더 쉬운 경우가 많아. '적어도' 와 '~가 일어나지 않을 확률' 의 관계를 눈여겨보자.
또한, 이 문제와 같이 유진이와 유민이의 순서가 정해져 있고 꺼낸 것을 다시 넣는 유형은 R9 유형과 비교하여 알아두자.

063 답 ④

(ⅰ) 윤호는 맞히고, 훈재는 맞히지 못할 확률

$\frac{2}{3}\times\left(1-\frac{3}{4}\right)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{6}$

(ⅱ) 윤호는 맞히지 못하고, 훈재는 맞힐 확률

$\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\frac{3}{4}=\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{6}+\frac{1}{4}=\frac{5}{12}$

064 답 $\frac{1}{6}$

두 포수 모두 명중시킬 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$

065 답 $\frac{1}{6}$

두 사냥꾼 모두 토끼를 맞히지 못할 확률은

$\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{3}{4}\right)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{6}$

066 답 ③

(새가 총에 맞을 확률)$=1-$(세 사람 모두 새를 맞히지 못할 확률)

$$=1-\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\left(1-\frac{3}{4}\right)$$
$$=1-\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}$$
$$=1-\frac{1}{24}=\frac{23}{24}$$

오|답|피|하|기

새가 총에 맞으려면 세 사람 중 적어도 한 사람은 명중시켜야 하므로 '~가 일어나지 않을 확률' 로 구해야 해. 각 경우를 따지면 너무 복잡해진다구.

067 답 ③

두 사람 모두 문제를 풀지 못할 확률은

$\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{2}\right)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$

068 답 ①

A 학생은 맞히고 B 학생은 맞히지 못해야 하므로 확률은

$\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{3}{5}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}=\frac{1}{5}$

069 답 ⑤

A, B 두 학생 모두 이 문제를 맞힐 확률은

$\frac{2}{3}\times\left(1-\frac{1}{5}\right)=\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}=\frac{8}{15}$

070 답 $\frac{2}{3}$

A 문제를 맞힐 확률이 $\frac{1}{4}$이고, A, B 두 문제를 모두 맞힐 확률이

$\frac{1}{6}$이므로 B 문제를 맞힐 확률을 p라 하면

$\frac{1}{4}\times p=\frac{1}{6}$ $\qquad\therefore p=\frac{2}{3}$

071 답 ④

타율이 3할이므로 안타를 칠 확률은 $\frac{3}{10}$이야.

타석에 두 번 오를 때, 두 번 모두 안타를 못 칠 확률은

$\left(1-\frac{3}{10}\right)\times\left(1-\frac{3}{10}\right)=\frac{49}{100}$

따라서 적어도 한 번은 안타를 칠 확률은 $1-\frac{49}{100}=\frac{51}{100}$

072 답 $\frac{1}{125}$

10번 중 2번 안타를 치므로 안타를 칠 확률은 $\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$이야.

따라서 세 타석에서 모두 안타를 칠 확률은 $\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{125}$

073 답 $\frac{3}{25}$

3번 타자의 타율이 3할이므로 이 타자가 안타를 칠 확률은 $\frac{3}{10}$

4번 타자의 타율이 4할이므로 이 타자가 안타를 칠 확률은 $\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{10}\times\frac{2}{5}=\frac{3}{25}$

074 답 ①

10번 중 3번 안타를 치므로 안타를 칠 확률은 $\frac{3}{10}$이지?

한편, 3번의 타석 중 2번 안타를 칠 경우는 1번째 타석에서만 안타를 못 치는 경우, 2번째 타석에서만 안타를 못 치는 경우, 3번째 타석에서만 안타를 못 치는 경우로 3가지야.

따라서 이 세 경우의 확률은 $\frac{3}{10}\times\frac{3}{10}\times\frac{7}{10}=\frac{63}{1000}$으로 각각

같으므로 구하는 확률은 $3\times\frac{63}{1000}=\frac{189}{1000}$

075 답 ④

내일 비가 올 확률은 $\frac{40}{100}=\frac{2}{5}$

모레 비가 올 확률은 $\frac{50}{100}=\frac{1}{2}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{5}$

076 답 $\frac{49}{100}$

내일 비가 올 확률은 $\frac{70}{100}=\frac{7}{10}$

모레 비가 오지 않을 확률은 $1-\frac{30}{100}=\frac{70}{100}=\frac{7}{10}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{7}{10}\times\frac{7}{10}=\frac{49}{100}$

077 답 $\frac{37}{75}$

오늘 눈이 내렸을 때,

내일 눈이 오고 모레 눈이 올 확률은 $\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{9}{25}$

내일 눈이 오지 않고 모레 눈이 올 확률은 $\left(1-\frac{3}{5}\right)\times\frac{1}{3}=\frac{2}{15}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{9}{25}+\frac{2}{15}=\frac{37}{75}$

078 답 ③

세 사람 모두 다른 것을 내거나 모두 같은 것을 내면 비기게 되지? 모든 경우의 수는 $3\times3\times3=27$(가지)이고 세 사람 모두 다른 것을 내는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$(가지)이므로 이 경우의 확률은

$\frac{6}{27}=\frac{2}{9}$

세 사람 모두 같은 것을 내는 경우의 수는 3가지이므로 이 경우의 확률은 $\frac{3}{27}=\frac{1}{9}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{9}+\frac{1}{9}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

079 답 ②

두 사람이 같은 것을 내면 비기게 되지? 모든 경우의 수는 $3\times3=9$(가지)이고 영자와 영지가 내는 것을 (영자, 영지)로 나타낼 때, 같은 것을 내는 경우는 (가위, 가위), (바위, 바위), (보, 보)로 3가지야.

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

080 답 ⑤

078번에 의하여 세 사람이 비기게 될 확률은 $\frac{1}{3}$이야.

∴ (승부가 결정될 확률)$=1-$(비길 확률)$=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

081 답 $\frac{1}{3}$

A, B, C가 내는 것을 (A, B, C)로 나타낼 때,

(ⅰ) B만 이기는 경우
(보, 가위, 보), (가위, 바위, 가위), (바위, 보, 바위)
로 3가지이므로 확률은 $\frac{3}{27}=\frac{1}{9}$

(ⅱ) B와 A가 같이 이기는 경우
(가위, 가위, 보), (바위, 바위, 가위), (보, 보, 바위)
로 3가지이므로 확률은 $\frac{3}{27}=\frac{1}{9}$

(ⅲ) B와 C가 같이 이기는 경우
(보, 가위, 가위), (가위, 바위, 바위), (바위, 보, 보)
로 3가지이므로 확률은 $\frac{3}{27}=\frac{1}{9}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

오|답|피|하|기

B가 이길 확률을 구할 때 B만 이길 확률을 구하는 경우가 많은데 B가 다른 한 사람과 같이 이기는 경우도 있으니까 주의해야 돼.

082 답 ②

두 사람이 만나려면 상미와 은영이가 모두 약속 장소에 나가야 하므로 구하는 확률은 $\frac{7}{10}\times\frac{4}{5}=\frac{14}{25}$

083 답 ③

(두 사람이 약속 장소에서 만나지 못할 확률)
$=1-$(두 사람이 모두 약속 장소에 나갈 확률)
$=1-\frac{3}{5}\times\frac{2}{3}$
$=1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$

오|답|피|하|기

나가는 것과 못 나가는 것을 각각 ○, ×라 하고, 두 사람 A, B에 대하여 순서쌍 (A, B)로 나타낼 때, 두 사람이 만나지 못할 경우는 (○, ×), (×, ○), (×, ×)이지만 각각의 확률을 구하기 보다는 '~가 일어나지 않을 확률'을 이용하자.

084 답 ③

(두 사람이 약속 장소에서 만나지 못할 확률)
$=1-$(두 사람이 모두 약속 장소에 나갈 확률)
$=1-\frac{4}{5}\times\left(1-\frac{1}{3}\right)$
$=1-\frac{8}{15}=\frac{7}{15}$

085 답 ②

모든 경우의 수는 $6\times6=36$(가지)이고 $x-y=4$를 만족시키는 순서쌍 (x, y)는 $(5, 1)$, $(6, 2)$로 2가지야.

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

R

086 답 $\frac{5}{18}$

모든 경우의 수는 $6\times6=36$(가지)이지? $y>x+1$을 만족시키는 순서쌍 (x, y)는 $(1, 3)$, $(1, 4)$, $(1, 5)$, $(1, 6)$, $(2, 4)$, $(2, 5)$, $(2, 6)$, $(3, 5)$, $(3, 6)$, $(4, 6)$으로 모두 10가지야.

따라서 구하는 확률은 $\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$

087 답 ⑤

모든 경우의 수는 $6\times6=36$(가지)이지?
한편, $ax-b=0$의 해가 1이면
$a-b=0 \quad \therefore a=b$
즉, 이것을 만족시키는 순서쌍 (a, b)는
$(1, 1)$, $(2, 2)$, $(3, 3)$, $(4, 4)$, $(5, 5)$, $(6, 6)$으로 6가지이지.
따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

오|답|피|하|기

> x에 대한 일차방정식 $ax-b=0$ $(a\neq0)$의 해는 $x=\frac{b}{a}$야.
> 여기서 해가 1이므로 $x=1$이 되는 거지. 즉, $\frac{b}{a}=1$이므로
> $a=b$인 경우를 모두 찾는 거야.
> 결국, 구하고자 하는 것은 두 개의 주사위의 눈의 수가 같게 나올 확률이지?

088 답 ①

두 직선 $y=x-a$, $y=-x+b$의 교점의 x좌표가 1이므로 $x=1$을 각각 대입하면
$y=1-a \cdots$ ㉠, $y=-1+b \cdots$ ㉡
㉠과 ㉡에 의하여 $1-a=-1+b \qquad \therefore a+b=2$
이것을 만족시키는 주사위의 눈의 수 a, b를 순서쌍 (a, b)로 나타내면 $(1, 1)$로 1가지뿐이야.
따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{36}$

089 답 ②

A가 두 번째 시도에서 이기려면
'A가 뒷면' → 'B가 뒷면' → 'A가 앞면'
이 나와야 하므로 구하는 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

090 답 ②

흰 공을 꺼낼 확률은 $\frac{3}{5}$, 검은 공을 꺼낼 확률은 $\frac{2}{5}$이지?
여기서 A가 두 번째 꺼낼 때 이기는 경우는 A가 검은 공을 꺼내고 이어서 B가 검은 공을 꺼낸 후 A가 흰 공을 꺼내는 경우야.
따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{12}{125}$

091 답 ③

1회의 시행에서 홀수의 눈이 나올 확률은 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$, 짝수의 눈이 나올 확률도 $\frac{1}{2}$이야. A부터 번갈아 가며 주사위를 던지므로

B가 2회 시행에서 이길 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

B가 4회 시행에서 이길 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{16}$

따라서 B가 4회 이하의 시행에서 이길 확률은 $\frac{1}{4}+\frac{1}{16}=\frac{5}{16}$

092 답 $\frac{1}{2}$

닉과 조가 둘 다 한 게임씩 이겼으므로 닉이 승리하려면 두 경기를 연달아 이기거나 3경기 중 2경기를 이기면 되지? 즉, (승, 승), (승, 패, 승), (패, 승, 승)인 경우이므로 구하는 확률은

$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}$$
$$=\frac{1}{2}$$

오|답|피|하|기

> 게임에서 승리할 확률을 구하는 경우 앞으로 남은 게임에서 이길 경우가 어떻게 되는지를 생각해야 돼. 그다음 앞으로 이길 경우를 일일이 따져봐서 각각의 확률을 구하여 더하는 거야.
> 즉, 닉과 조가 각각 한 게임씩 이겼으므로 조가 2승을 하기 전에 닉이 연속하여 2승을 거두거나 2승 1패를 해야 해.

093 답 ③

원판의 넓이를 8이라 하면 8등분된 원판 중 1이 적힌 부분의 넓이는 3이므로 구하는 확률은 $\frac{3}{8}$

094 답 $\frac{1}{4}$

원판의 넓이를 8이라 하면 3의 배수는 3, 6이므로 8등분된 원판 중 3의 배수가 적힌 부분의 넓이는 2야.
따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$

095 답 $\frac{1}{3}$

가장 작은 원의 반지름의 길이를 1이라 하면 중간 원, 가장 큰 원의 반지름의 길이는 각각 2, 3이므로 가장 작은 원의 넓이는 π, 중간 원의 넓이는 4π, 가장 큰 원의 넓이는 9π야.
이때, 2점 부분의 넓이는 $4\pi-\pi=3\pi$이므로 구하는 확률은 $\frac{3\pi}{9\pi}=\frac{1}{3}$

오|답|피|하|기

> 1점이나 2점이 차지하는 부분의 넓이를 구할 때 큰 원의 넓이나 중간 원의 넓이만 구하면 안 돼. 각각의 점수가 해당되는 넓이를 구하기 위하여 전체의 넓이에서 제외되는 부분을 빼줘야 해. 즉, 구하는 부분의 넓이는 중간 원의 넓이에서 가장 작은 원의 넓이를 빼야함을 잊지 말자.

096 답 ③

스위치 A가 열려 있으면 두 스위치 B, C에 관계없이 불이 들어오지 않으므로 스위치 A가 열려 있을 확률은

$1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

스위치 A가 닫혀 있을 때 불이 들어오지 않으려면 두 스위치 B, C가 모두 열려 있어야 하므로 확률은

$\frac{2}{3}\times\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\left(1-\frac{2}{3}\right)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{27}$

따라서 전구에 불이 들어오지 않을 확률은 $\frac{1}{3}+\frac{2}{27}=\frac{11}{27}$

097 답 $\frac{5}{16}$

한 개의 동전을 5번 던질 때, 나올 수 있는 모든 경우의 수는

$2\times2\times2\times2\times2=32$(가지)

점 O에서 출발하여 점 A에 도착하기 위해서는 위로 3칸, 오른쪽으로 2칸 이동하여야 하므로 한 개의 동전을 5번 던졌을 때, 앞면이 3번, 뒷면이 2번 나와야 한다.

즉, (앞앞앞뒤뒤)를 일렬로 배열하는 경우의 수와 같다.

(i) '뒤뒤'가 붙어 있는 경우
  (앞앞앞뒤뒤), (앞앞뒤뒤앞), (앞뒤뒤앞앞), (뒤뒤앞앞앞)으로 4가지

(ii) '뒤뒤'가 한 칸 떨어져 있는 경우
  (뒤앞뒤앞앞), (앞뒤앞뒤앞), (앞앞뒤앞뒤)로 3가지

(iii) '뒤뒤'가 두 칸 떨어져 있는 경우
  (뒤앞앞뒤앞), (앞뒤앞앞뒤)로 2가지

(iv) '뒤뒤'가 세 칸 떨어져 있는 경우
  (뒤앞앞앞뒤)로 1가지

(i)~(iv)에 의하여 (앞앞앞뒤뒤)를 일렬로 배열하는 경우의 수는

$4+3+2+1=10$(가지)

∴ (구하는 확률)$=\frac{10}{32}=\frac{5}{16}$

098 답 $\frac{1}{4}$

오른쪽으로 갈 때는 $+1$, 왼쪽으로 갈 때는 -1이므로

동전 한 개를 네 번 던져서 -2에 오려면 앞면이 1번, 뒷면이 3번 나와야 해. 이런 경우는

(앞, 뒤, 뒤, 뒤), (뒤, 앞, 뒤, 뒤), (뒤, 뒤, 앞, 뒤), (뒤, 뒤, 뒤, 앞)

으로 4가지이고 각각의 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{16}$이므로

구하는 확률은 $4\times\frac{1}{16}=\frac{1}{4}$

> ★ **수직선 위의 점의 위치에 대한 확률**
> 앞면이 나오는 경우를 $+1$, 뒷면이 나오는 경우를 -1이라 하고 앞면이 a번, 뒷면이 b번 나온다고 하면 $a+b=4$이고 $a-b=-2$이지?
> 간단한 연립방정식을 풀면 $a=1$, $b=3$임을 알 수 있어. 구하는 경우의 수는 $(-1, -1, -1, +1)$, $(-1, -1, +1, -1)$, $(-1, +1, -1, -1)$, $(+1, -1, -1, -1)$로 4가지 경우가 있고, 각각의 확률이 $\frac{1}{16}$이므로 답을 구할 수 있어.

잘 틀리는 유형 훈련+1up

p. 188

099 답 ③

1st 모든 경우의 수부터 구해야지?

1부터 5까지의 자연수가 하나씩 적힌 카드에서 2장을 뽑아 두 자리의 정수를 만드는 모든 경우의 수는

$5\times4=20$(가지)

2nd 두 자리의 정수가 34 이상인 경우의 수를 구해!

(i) 십의 자리의 숫자가 3인 경우의 수는 34, 35로 2가지

(ii) 십의 자리의 숫자가 4인 경우의 수는 41, 42, 43, 45로 4가지

(iii) 십의 자리의 숫자가 5인 경우의 수는 51, 52, 53, 54로 4가지

(i)~(iii)에 의하여 두 자리의 정수가 34 이상인 경우의 수는

$2+4+4=10$(가지)이야.

∴ (구하는 확률)$=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$

오답피하기

> a 이상이라 하면 a를 포함해야 해. 즉, 34 이상인 수는 34, 35, ⋯인 거지. 34를 빼고 34 이상인 경우를 9가지로 잘못 생각하여 확률을 $\frac{9}{20}$라고 하면 안 돼.
> 문제에서 주어진 조건의 범위는 꼭 밑줄을 그어 실수하지 않도록 주의하자.

100 답 ④

1st 모든 경우의 수부터 구하자.

5장의 카드 중 3장을 뽑아 세 자리의 정수를 만드는 모든 경우의 수는 $5\times4\times3=60$(가지)

2nd 세 자리의 정수가 234 이상인 경우를 구해!

(i) 백의 자리의 숫자가 2인 경우는
  234, 235, 241, 243, 245, 251, 253, 254로 8가지이므로
  이때의 확률은 $\frac{8}{60}$

(ii) 백의 자리의 숫자가 3, 4, 5인 경우는 이 수를 제외한 4장의 카드 중 십의 자리와 일의 자리의 숫자를 뽑으면 각각 $4\times3=12$(가지)
  이고 각각의 확률은 $\frac{12}{60}$
  즉, 이때의 확률은 $3\times\frac{12}{60}=\frac{36}{60}$

(i), (ii)에 의하여 구하는 확률은

$\frac{8}{60}+\frac{36}{60}=\frac{44}{60}=\frac{11}{15}$

[다른 풀이]

~가 일어나지 않을 확률을 이용하려면 234 미만인 경우를 생각하면 되지?

(i) 백의 자리의 숫자가 1일 때,
  $4\times3=12$(가지)

(ii) 백의 자리의 숫자가 2일 때,
  십의 자리의 숫자가 1인 경우는 3가지이고, 십의 자리의 숫자가 3인 경우 231로 1가지

∴ (구하는 확률)$=1-\frac{12+3+1}{60}$

$=1-\frac{4}{15}=\frac{11}{15}$

R

101 답 $\frac{8}{27}$

1st 네 번 중 두 번만 3의 배수의 눈이 나오는 각각의 경우를 생각해 보자.
네 번 중 두 번만 3의 배수가 나오는 경우, 순서를 따져줘야 하므로 3의 배수가 나오는 경우를 ○, 아닌 경우를 ×라 하면
(××○○), (×○×○), (×○○×), (○××○), (○×○×), (○○××)이므로 6가지야.
2nd 각 경우의 확률을 구하자.
주사위의 눈의 수 중 3의 배수는 3, 6이므로 이때의 확률은
$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$이고, 3의 배수가 아닐 확률은 $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$야.
따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times 6=\frac{8}{27}$

오|답|피|하|기

문제의 사건이 한 경우가 아니라 여러 가지가 일어나고 이 경우가 동시에 일어나지 않을 때는 합의 법칙을 생각해줘야 하지? 이 문제에서도 각각의 경우가 동일한 확률을 가지고 있지만 일어나는 순서에 따라 다르게 따져줘야 하므로 3의 배수가 나오는 경우의 수와 이때의 확률을 구하여 곱해줘야 하는 거야.

102 답 $\frac{96}{625}$

1st 걸이 나오는 경우는 4개의 윷짝 중 어느 3개의 윷짝에서 평평한 면이 위로 나타날 때이지?
걸은 3개의 윷짝에서 평평한 면이 위로 나오는 경우이므로 4개의 윷짝을 다음과 같이 나타내면 (평, 평, 평, 볼), (평, 평, 볼, 평), (평, 볼, 평, 평), (볼, 평, 평, 평)으로 4가지 경우야.
2nd 걸이 나올 확률을 구하자.
이때, 평평한 면이 나올 확률이 $\frac{2}{5}$이므로 볼록한 면이 나올 확률은
$1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$이야.
따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}\times 4=\frac{96}{625}$

103 답 $\frac{5}{12}$

1st 두 수의 합이 짝수가 되는 경우를 먼저 구한 후 각각의 경우의 확률을 구해.
두 수의 합이 짝수가 되는 경우는 (짝수, 짝수) 또는 (홀수, 홀수)일 때이지?
한편, 두 수가 홀수일 확률은 각각
$1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$, $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$
(i) (짝수, 짝수)일 확률: $\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{3}{12}$
(ii) (홀수, 홀수)일 확률: $\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{12}$
따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{12}+\frac{2}{12}=\frac{5}{12}$

오|답|피|하|기

두 수의 합이 짝수 또는 홀수가 되는 경우의 수는 자주 나오는 유형이야. 우선, 각각의 경우를 정리해 볼까?
(i) (짝수)+(짝수)=(짝수)
(ii) (짝수)+(홀수)=(홀수)
(iii) (홀수)+(홀수)=(짝수)
이때, 두 수의 합이 짝수일 경우는 (i), (iii)이지? 혹시 이 문제에서 짝수일 확률밖에 주지 않아서 조건이 부족하다고 생각했다면 오답을 면하기 힘들겠지? 짝수가 아닌 경우는 홀수인 경우야.
즉, (두 수의 합이 짝수인 확률)=1−(두 수의 합이 홀수인 확률)임을 이용해야 해.

104 답 $\frac{13}{15}$

1st 두 수의 곱이 짝수가 되는 경우를 먼저 구한 후 각각의 경우의 확률을 구해.
두 수의 곱이 짝수가 되는 경우는 (짝수, 짝수), (홀수, 짝수), (짝수, 홀수)일 때이지?
한편, 두 수가 짝수일 확률이 각각 $1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$, $1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$
(i) (짝수, 짝수)일 확률: $\frac{4}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{4}{15}$
(ii) (홀수, 짝수)일 확률: $\frac{1}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{15}$
(iii) (짝수, 홀수)일 확률: $\frac{4}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{8}{15}$
따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{15}+\frac{1}{15}+\frac{8}{15}=\frac{13}{15}$

[다른 풀이]
(두 수의 곱이 짝수일 확률)=1−(두 수의 곱이 홀수일 확률)을 이용해 보자.
두 주머니에서 각각 뽑은 카드에 적힌 두 수의 곱이 홀수일 확률은
$\frac{1}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{15}$
따라서 구하는 확률은 $1-\frac{2}{15}=\frac{13}{15}$

105 답 ⑤

1st '적어도'라는 말이 있으면 그 사건이 일어나지 않을 확률을 이용해.
전체 경우의 수는 5명 중 자격이 같은 대표 2명을 선출하는 경우의 수이므로 $\frac{5\times4}{2}=10$(가지)
이때, 2명 모두 여학생이 대표로 선출되는 경우의 수는 1가지이므로
2명 모두 여학생이 선출될 확률은 $\frac{1}{10}$이야.
∴ (적어도 1명은 남학생이 선출될 확률)
=1−(2명 모두 여학생이 선출될 확률)
$=1-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$

오|답|피|하|기

적어도 1명은 남학생이 선출된다는 것은 남학생 1명과 여학생 1명이 선출되거나, 남학생 2명이 선출되는 경우를 의미해. 즉, 2명 모두 여학생이 선출되지만 않으면 된다는 뜻이지. '적어도'가 포함된 문장의 의미부터 파악하는 연습을 하자.

106 답 ⑤

1st 승패가 결정된다는 것의 의미를 파악하자.
승패가 결정된다는 것은 비기지만 않으면 된다는 뜻이지?
이때, 같은 수가 나와서 비기는 경우의 확률을 구하기가 더 쉽다는 데 착안하면
(승패가 결정될 확률)$=1-$(비길 확률)
$$=1-\frac{6}{36}=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$$

107 답 $\frac{4}{27}$

1st 뽑은 제비를 다시 넣는 경우는 처음에 뽑는 경우와 나중에 뽑는 경우의 조건이 같아.
A, B, C가 각각 뽑는 조건이 같으므로 당첨 제비를 뽑을 확률은
$\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$, 당첨 제비를 뽑지 못할 확률은 $\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$야.
따라서 A만 당첨 제비를 뽑을 확률은
$\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{27}$

오|답|피|하|기

뽑은 제비를 다시 넣는다고 했으므로 A가 당첨 제비를 뽑고, B가 당첨 제비를 뽑지 못하고, C가 당첨 제비를 뽑지 못할 확률은
$\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{27}$가 돼.
만약, 뽑은 제비를 다시 넣지 않는다고 했다면?
A가 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$,
B가 당첨 제비를 뽑지 못할 확률은 $\frac{8}{11}$,
C가 당첨 제비를 뽑지 못할 확률은 $\frac{7}{10}$이 되어 A만 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{8}{11}\times\frac{7}{10}=\frac{28}{165}$이 되는 거야. 차이를 알겠지?

108 답 ⑤

1st 꺼낸 구슬을 다시 넣지 않을 때는 처음에 꺼낼 때와 나중에 꺼낼 때의 조건이 다르다는 것을 잊지 마.
구슬의 색이 다른 경우는 다음 2가지 경우가 있어.
(i) 흰 구슬 → 파란 구슬
첫 번째에 흰 구슬을 꺼낼 확률은 $\frac{4}{7}$이고 두 번째에 파란 구슬을 꺼낼 확률은 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$이므로 이때의 확률은
$\frac{4}{7}\times\frac{1}{2}=\frac{2}{7}$
(ii) 파란 구슬 → 흰 구슬
첫 번째에 파란 구슬을 꺼낼 확률은 $\frac{3}{7}$이고 두 번째에 흰 구슬을 꺼낼 확률은 $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$이므로 이때의 확률은
$\frac{3}{7}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{7}$
따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{7}+\frac{2}{7}=\frac{4}{7}$

오|답|피|하|기

107번과 다르게 이 문제는 꺼낸 구슬을 다시 넣지 않는 문제야.
즉, 꺼낼 때마다 조건이 달라진다구.
처음에 흰 구슬 4개, 파란 구슬 3개 이렇게 총 7개의 구슬이 있었지? 여기서 흰 구슬 1개를 꺼내고 나면?
흰 구슬 3개, 파란 구슬 3개 이렇게 총 6개의 구슬이 남아.
다시 흰 구슬 1개를 꺼낸다면? 흰 구슬 2개, 파란 구슬 3개 이렇게 총 5개가 남지.
이 세 경우에 흰 구슬을 꺼낼 확률은 각각 $\frac{4}{7}$, $\frac{3}{6}\left(=\frac{1}{2}\right)$, $\frac{2}{5}$가 되는 거야.
만약 이 문제가 꺼낸 공을 다시 넣는 조건이었다면 구하는 확률은
$\frac{4}{7}\times\frac{3}{7}+\frac{3}{7}\times\frac{4}{7}=\frac{24}{49}$가 되겠지?
꺼낸 공을 다시 넣는 문제와 다시 넣지 않는 문제를 잘 비교하여 풀 수 있어야 해.

R

109 답 ⑤

1st 두 공의 색깔이 같은 경우를 나누어 각각의 확률을 생각해.
(i) A, B 두 주머니에서 모두 흰 공이 나올 확률은
$\frac{2}{5}\times\frac{3}{7}=\frac{6}{35}$
(ii) A, B 두 주머니에서 모두 검은 공이 나올 확률은
$\frac{3}{5}\times\frac{4}{7}=\frac{12}{35}$
따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{35}+\frac{12}{35}=\frac{18}{35}$

오|답|피|하|기

두 주머니에서 모두 흰 공이 나올 확률은 동시에 일어나므로 확률의 곱셈을 이용하지만, 위 풀이에서 (i), (ii)의 경우는 서로 동시에 일어나지 않지?
그러니까 확률의 곱셈이 아니라 확률의 덧셈으로 해결해야 해.
어떤 경우에 확률의 곱셈을 이용하고, 또 어떤 경우에 확률의 덧셈을 이용하는지 분명히 구분할 수 있어야 해.

110 답 ④

1st 눈의 수의 합이 0이 되는 각각의 경우의 확률을 구해.
정육면체를 두 번 던질 때, 나온 눈의 수의 합이 0이 되는 경우를 순서쌍으로 나타내면 $(0,\ 0)$, $(1,\ -1)$, $(-1,\ 1)$이므로
(i) $(0,\ 0)$이 나올 때의 확률은
$\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{36}$
(ii) $(1,\ -1)$이 나올 때의 확률은
$\frac{3}{6}\times\frac{2}{6}=\frac{6}{36}$
(iii) $(-1,\ 1)$이 나올 때의 확률은
$\frac{2}{6}\times\frac{3}{6}=\frac{6}{36}$
따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{36}+\frac{6}{36}+\frac{6}{36}=\frac{13}{36}$

111 답 ⑤

1st 세 사람이 명중시키지 못할 확률을 각각 구하자.

세 사람의 명중률이 각각 $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$이므로 명중시키지 못할 확률은

각각 $1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$, $1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$, $1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

2nd 새가 총에 맞으려면 세 사람 중 적어도 한 사람이 명중시키면 되지?

∴ (새가 총에 맞을 확률)=1−(세 사람 모두 명중시키지 못할 확률)

$=1-\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=1-\frac{1}{20}=\frac{19}{20}$

오답피하기

세 사람이 모두 새를 맞히는 경우로 생각해서 틀리는 경우가 많아. 세 사람 중 아무나 한 명만 맞혀도 새를 맞힌 거잖아. 물론 두 사람이나 세 사람이 맞혀도 되구. 따라서 '~가 일어나지 않을 확률'을 이용하여 전체 확률 1에서 아무도 맞히지 못할 확률을 제외하면 돼.

112 답 ④

1st 두 사람 미만이 목표물을 맞힐 경우를 생각하자.

세 사람 중 두 사람 이상 목표물을 맞힐 경우이므로 두 사람 미만, 즉 한 사람 이하가 목표물을 맞히는 사건을 생각한다면 좀더 쉽겠네?

이때, 세 사람의 명중률이 각각 $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{6}$이므로 명중시키지 못할

확률은 각각 $1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$, $1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$, $1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$야.

(i) 한 사람만 목표물을 맞힐 확률은

$\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}\times\frac{5}{6}+\frac{1}{3}\times\frac{2}{5}\times\frac{5}{6}+\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}\times\frac{1}{6}=\frac{43}{90}$

(ii) 모두 목표물을 맞히지 못할 확률은

$\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}\times\frac{5}{6}=\frac{1}{6}$

2nd 두 사람 이상 목표물을 맞힐 확률을 구하자.

∴ (두 사람 이상 목표물을 맞힐 확률)

=1−(두 사람 미만이 목표물을 맞힐 확률)

$=1-\left(\frac{43}{90}+\frac{1}{6}\right)=\frac{16}{45}$

113 답 ②

1st 한 문항을 맞힐 확률부터 구해.

5개의 선지 중에서 1개의 답을 고르는 문제이므로 한 문항을 맞힐 확률은 $\frac{1}{5}$, 맞히지 못할 확률은 $\frac{4}{5}$야.

2nd '적어도'라는 말이 나오면 전체 확률 1에서 그 사건이 일어나지 않을 확률을 빼면 편리해.

∴ (적어도 한 문항을 맞힐 확률)

=1−(두 문항을 모두 맞히지 못할 확률)

$=1-\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}=1-\frac{16}{25}=\frac{9}{25}$

오답피하기

선지 5개 중에 답이 1개이므로 진규가 한 문항을 맞힐 확률은 $\frac{1}{5}$이야. 그리고 진규가 적어도 한 문항을 맞힐 확률은 한 문항만 맞히거나 2문항을 모두 맞히는 경우의 확률이지. 즉, 적어도 사건 A가 일어날 경우는 사건 A가 일어나지 않는 경우를 전체 경우에서 제외하여 생각해.

114 답 $\frac{13}{16}$

1st '적어도'라는 말이 있으므로 1−(그 사건이 일어나지 않을 확률)을 이용하자.

민철이가 ○, × 문제를 맞힐 확률은 $\frac{1}{2}$, 틀릴 확률도 $\frac{1}{2}$이므로

(적어도 두 문제 이상 맞힐 확률)

=1−{(다섯 문제 모두 틀릴 확률)+(한 문제만 맞힐 확률)}에서

다섯 문제 모두 틀릴 확률은 $\left(\frac{1}{2}\right)^5=\frac{1}{32}$,

한 문제만 맞힐 확률은 $5\times\left(\frac{1}{2}\right)^5=\frac{5}{32}$

따라서 구하는 확률은 $1-\left(\frac{1}{32}+\frac{5}{32}\right)=1-\frac{6}{32}=1-\frac{3}{16}=\frac{13}{16}$

115 답 $\frac{7}{15}$

1st A만 합격할 확률을 구하자.

(i) A는 합격, B는 불합격할 경우

B가 합격할 확률이 $\frac{3}{5}$에서 B가 불합격할 확률은 $1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$이므로 이 경우의 확률은 $\frac{2}{3}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{15}$

2nd B만 합격할 확률을 구하자.

(ii) A는 불합격, B는 합격할 경우

A가 합격할 확률이 $\frac{2}{3}$에서 A가 불합격할 확률은 $1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$이므로 이 경우의 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{15}$

3rd 한 사람만 합격할 확률을 구하자.

∴ (구하는 확률)$=\frac{4}{15}+\frac{3}{15}=\frac{7}{15}$

116 답 $\frac{19}{45}$

1st 화요일에 비가 왔을 때, 수요일에 비가 오지 않을 확률을 구하자.

(i) 화요일에 비가 오는 경우

비가 온 다음 날 비가 올 확률은 $\frac{2}{3}$, 오지 않을 확률은 $1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$이므로 월요일에 비가 오고, 화요일에도 비가 온 후 수요일에 비가 오지 않을 확률은 $\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$

2nd 화요일에 비가 오지 않았을 때, 수요일에 비가 오지 않을 확률을 구하자.

(ii) 화요일에 비가 오지 않은 경우

비가 온 다음 날 비가 오지 않을 확률은 $1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$, 비가 오지 않은 다음 날 비가 오지 않을 확률은 $1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$이므로 월요일에 비가 온 후 화요일에 비가 오지 않고, 수요일에도 비가 오지 않을 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}=\frac{1}{5}$

3rd 수요일에 비가 오지 않을 확률을 구하자.

∴ (구하는 확률)$=\frac{2}{9}+\frac{1}{5}=\frac{19}{45}$

117 답 ②

1st $ax=b$의 해가 k이면 x 대신 k를 대입했을 때 등호가 성립해.

$ax-b=0$에서 $x=\frac{b}{a}$ ($\because a\neq0$)

(i) 해가 2인 경우, 즉 $\frac{b}{a}=2$를 만족시키는 순서쌍 (a, b)는

$(1, 2)$, $(2, 4)$, $(3, 6)$으로 3가지이므로 확률은 $\frac{3}{36}$

(ii) 해가 3인 경우, 즉 $\frac{b}{a}=3$을 만족시키는 순서쌍 (a, b)는

$(1, 3)$, $(2, 6)$으로 2가지이므로 확률은 $\frac{2}{36}$

(i), (ii)에 의하여 구하는 확률은 $\frac{3}{36}+\frac{2}{36}=\frac{5}{36}$

오|답|피|하|기

일차방정식의 해의 의미를 잊었다구? 일차방정식 $ax+b=0$의 해가 k라는 것은 x 대신 k를 대입했을 때 등호가 성립한다는 거야.
예를 들어, $4x+n=0$의 해가 -1일 때 n의 값을 구하려면?
$x=-1$을 대입!! $-4+n=0$ $\quad\therefore n=4$
이해되지?
한편, 사건 A 또는 사건 B일 확률을 구할 때, 합의 법칙을 이용해야 하지만 118번과 같이 공통인 경우가 생길 때를 주의해야 해.

118 답 ③

1st 정사면체를 두 번 던질 때 생기는 모든 경우의 수부터 구해.

정사면체를 두 번 던질 때 생기는 모든 경우의 수는
$4\times4=16$(가지)

2nd 공통인 경우에 주의하여 $x+2y=6$ 또는 $x+y\geq4$일 확률을 구해.

(i) $x+2y=6$을 만족시키는 순서쌍 (x, y)는 $(0, 3)$, $(2, 2)$로 2가지

(ii) $x+y\geq4$를 만족시키는 순서쌍 (x, y)는 $(1, 3)$, $(2, 2)$, $(2, 3)$, $(3, 1)$, $(3, 2)$, $(3, 3)$으로 6가지

이때, (i), (ii)에서 $(2, 2)$가 공통이므로 구하는 경우의 수
$2+6-1=7$(가지)에 의하여 구하는 확률은 $\frac{7}{16}$

119 답 $\frac{1}{4}$

1st (도형에서의 확률)$=\frac{\text{(사건에 해당하는 부분의 넓이)}}{\text{(도형의 전체 넓이)}}$임을 이용해.

두 원판의 점수의 합이 5가 되기 위한 두 원판의 점수를 순서쌍으로 나타내면 $(2, 3)$, $(4, 1)$이야.

(i) $(2, 3)$인 경우의 확률은 $\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{12}$

(ii) $(4, 1)$인 경우의 확률은 $\frac{2}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{12}+\frac{1}{6}=\frac{1}{4}$

오|답|피|하|기

도형에서의 확률은 넓이의 비로 생각할 수 있어. 4등분된 원판에서 4가 적힌 부분은 4 부분 중 2 부분이므로 4점을 맞힐 확률은 $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$이 돼. 또, 3등분된 원판에서 3이 적힌 부분은 3 부분 중 1 부분이므로 3점을 맞힐 확률은 $\frac{1}{3}$이 되는 거야.
도형에서의 확률은 보기에만 어려워 보일 뿐 실상은 그렇지 않으니까 해당 경우의 도형의 넓이가 차지는 비율을 정확히 알아두자.

120 답 $\frac{3}{4}$

1st 두 번 중 적어도 한 번 맞힐 경우이므로 '~가 일어나지 않을 확률'을 생각하자.

색칠하지 않은 부분은 16 부분 중 8 부분이므로 이 부분에 맞힐 확률은 $\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$이야.

구하는 확률은 두 번 중 한 번 이상 색칠한 표적에 맞힐 확률이므로 전체 확률에서 두 번 모두 색칠하지 않은 부분을 맞힐 확률을 빼주면 되지?

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

121 답 $\frac{3}{8}$

1st 점 P가 꼭짓점 B에 위치하게 되는 경우를 구한 뒤 그때의 확률을 구해.

점 P가 시계 방향으로 다음 꼭짓점까지 이동하는 것을 $+1$, 시계 반대 방향으로 이동하는 것을 -1이라 하자.

꼭짓점 A에 위치한 점 P가 3번 움직여서 꼭짓점 B로 이동하기 위한 모든 경우의 수는 -1, 1을 중복을 허락하여 3번 더할 때, -1이 되는 경우인 $(-1, -1, 1)$이야.

이 경우에 순서가 바뀌어도 되므로 경우의 수는 3가지겠지?

각각의 경우가 나올 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$이므로

구하는 확률은 $3\times\frac{1}{8}=\frac{3}{8}$

오|답|피|하|기

주사위의 눈의 수와 점 P의 위치를 같이 따져주어야 하니까 복잡해 보이지? 이런 유형의 문제는 생각보다 간단하게 할 수 있어.
여기서 방향에 따라 1칸씩 움직인다고 했으므로 시계 방향을 $+1$, 반시계 방향을 -1로 두면 돼.
이와 유사하게 계단에 관련된 문제에서 위로 올라갈 때를 $+1$, 아래로 내려갈 때를 -1로 생각하여 경우의 수를 따져주면 돼.
또한, 이 문제에서는 순서가 바뀌는 경우도 각각 따져줘야 해.
유사한 문제를 많이 풀어보면서 접근 방법을 정리해 두자.

122 답 $\frac{2}{9}$

1st 점 P의 위치가 1이 되는 경우를 구한 뒤 각각의 경우에 대한 확률을 구해.

수직선에서 왼쪽으로 움직이는 것을 -1, 제자리에 있는 것을 0, 오른쪽으로 움직이는 것을 $+1$이라 하면 주사위를 3번 던지는 동안 점 P가 수직선 위의 1에 위치하는 경우는 중복을 허락하여 3번 던질 때, $+1$이 되는 경우야.

즉, $(-1, 1, 1)$, $(0, 0, 1)$이고 각각의 경우에 순서가 바뀌어도 되므로 경우의 수가 각각 3가지씩으로 총 경우의 수는 6가지야.

따라서 각각의 경우가 나올 확률은 동일하게 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{27}$이므로 구하는 확률은 $6\times\frac{1}{27}=\frac{2}{9}$

R

서술형 다지기

p. 192

[123-124 채점기준표]

Ⅰ	모든 경우의 수를 구한다.	20%
Ⅱ	구해야 하는 사건이 일어나지 않을 확률을 구한다.	40%
Ⅲ	구해야 하는 사건의 확률을 구한다.	40%

123 답 $\frac{5}{8}$

먼저, 모든 경우의 수를 구하자.

모든 경우의 수는 $2\times2\times2=8$(가지) … Ⅰ

그다음, 앞면이 나오는 동전의 금액의 합계가 0원 또는 50원인 확률을 구하자.

세 동전을 (100원, 50원, 50원)의 순서쌍으로 나타내면

(ⅰ) 앞면이 나오는 동전의 금액의 합계가 0원인 경우
(뒤, 뒤, 뒤)로 1가지

(ⅱ) 앞면이 나오는 동전의 금액의 합계가 50원인 경우
(뒤, 앞, 뒤), (뒤, 뒤, 앞)으로 2가지

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 앞면이 나오는 동전의 금액의 합계가 0원 또는 50원인 경우의 수는 3가지이므로 이때의 확률은 $\frac{3}{8}$이다. … Ⅱ

그래서, 전체 확률에서 0원 또는 50원인 확률을 빼자.

따라서 앞면이 나온 동전의 금액의 합계가 100원 이상이 될 확률은 전체 확률에서 0원 또는 50원인 확률을 빼면 되므로

(구하는 확률)$=1-\frac{3}{8}=\frac{5}{8}$ … Ⅲ

124 답 $\frac{3}{4}$

먼저, 모든 경우의 수를 구하자.

모든 경우의 수는 $2\times2\times2=8$(가지) … Ⅰ

그다음, 앞면이 나오는 동전의 금액의 합계가 200원 이상인 확률을 구하자.

세 동전을 (100원, 100원, 50원)의 순서쌍으로 나타내면

(ⅰ) 앞면이 나오는 동전의 금액의 합계가 200원인 경우
(앞, 앞, 뒤)로 1가지

(ⅱ) 앞면이 나오는 동전의 금액의 합계가 250원인 경우
(앞, 앞, 앞)으로 1가지

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 앞면이 나오는 동전의 금액의 합계가 200원 이상인 경우의 수는 2가지이므로 이때의 확률은 $\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$ … Ⅱ

그래서, 전체 확률에서 200원 이상인 확률을 빼자.

따라서 앞면이 나온 동전의 금액의 합계가 200원 미만이 될 확률은 전체 확률에서 200원 이상인 확률을 빼면 되므로

(구하는 확률)$=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ … Ⅲ

[125-126 채점기준표]

Ⅰ	첫 번째 조건을 만족시키는 색의 공이 나올 확률을 구한다.	40%
Ⅱ	두 번째 조건을 만족시키는 색의 공이 나올 확률을 구한다.	40%
Ⅲ	구해야 하는 확률을 구한다.	20%

125 답 $\frac{11}{24}$

먼저, A 주머니에서 흰 공을 꺼내고 B 주머니에서 검은 공을 꺼낼 확률을 구하자.

(ⅰ) A 주머니에서 흰 공, B 주머니에서 검은 공을 꺼낼 확률
A 주머니에는 흰 공 2개, 검은 공 4개가 들어 있으므로 A 주머니에서 흰 공을 꺼낼 확률은 $\frac{2}{2+4}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$이고, 꺼낸 흰 공을 B 주머니에 넣으면 B 주머니에는 흰 공 5개, 검은 공 3개가 들어 있으므로 B 주머니에서 검은 공을 꺼낼 확률은
$\frac{3}{5+3}=\frac{3}{8}$
$\therefore$ (구하는 확률)$=\frac{1}{3}\times\frac{3}{8}=\frac{1}{8}$ … Ⅰ

그다음, A 주머니에서 검은 공을 꺼내고 B 주머니에서 흰 공을 꺼낼 확률을 구하자.

(ⅱ) A 주머니에서 검은 공, B 주머니에서 흰 공을 꺼낼 확률
A 주머니에는 흰 공 2개, 검은 공 4개가 들어 있으므로 A 주머니에서 검은 공을 꺼낼 확률은 $\frac{4}{2+4}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$이고, 꺼낸 검은 공을 B 주머니에 넣으면 B 주머니에는 흰 공 4개, 검은 공 4개가 들어 있으므로 B 주머니에서 흰 공을 꺼낼 확률은
$\frac{4}{4+4}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$
$\therefore$ (구하는 확률)$=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$ … Ⅱ

그래서, A 주머니와 B 주머니에서 꺼낸 공의 색이 다를 확률을 구하자.

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 구하는 확률은 $\frac{1}{8}+\frac{1}{3}=\frac{11}{24}$ … Ⅲ

126 답 $\frac{1}{2}$

먼저, 처음에 흰 공을, 두 번째도 흰 공을 뽑을 확률을 구하자.

(ⅰ) 처음에 흰 공을, 두 번째도 흰 공을 뽑을 확률
처음에 흰 공을 꺼낼 확률은 두 주머니 중 흰 공이 들어 있는 주머니를 선택해야 하므로 $\frac{1}{2}$
이때, 꺼낸 흰 공을 다른 주머니에 넣으면 다른 주머니에는 흰 공 1개, 빨간 공 3개가 들어 있으므로 그 주머니에서 흰 공을 꺼낼 확률은 $\frac{1}{4}$
$\therefore$ (구하는 확률)$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{8}$ … Ⅰ

그다음, 처음에 빨간 공을, 두 번째는 흰 공을 뽑을 확률을 구하자.

(ⅱ) 처음에 빨간 공을, 두 번째는 흰 공을 뽑을 확률
처음에 빨간 공을 꺼낼 확률은 두 주머니 중 빨간 공이 들어 있는 주머니를 선택해야 하므로 $\frac{1}{2}$
이때, 꺼낸 빨간 공을 다른 주머니에 넣으면 다른 주머니에는 빨간 공 1개, 흰 공 3개가 있으므로 그 주머니에서 흰 공을 꺼낼 확률은 $\frac{3}{4}$
$\therefore$ (구하는 확률)$=\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{8}$ … Ⅱ

그래서, 두 번째에 흰 공을 뽑을 확률을 구하자.

(ⅰ)~(ⅱ)에 의하여 구하는 확률는 $\frac{1}{8}+\frac{3}{8}=\frac{1}{2}$ … Ⅲ

127 답 $\frac{1}{3}$

6장의 카드 중에서 2장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리의 자연수의 개수는 $6\times5=30$(가지) … Ⅰ
2장의 카드로 만들어진 두 자리의 자연수가 3의 배수가 되려면 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수가 되어야 하므로 다음과 같이 각 경우를 나누자.
(i) 각 자리의 숫자의 합이 3인 경우 :
12, 21로 2가지
(ii) 각 자리의 숫자의 합이 6인 경우 :
15, 24, 42, 51로 4가지
(iii) 각 자리의 숫자의 합이 9인 경우 :
36, 45, 54, 63으로 4가지
(i)~(iii)에 의하여 만들어진 두 자리의 자연수가 3의 배수가 되는 경우의 수는 $2+4+4=10$(가지) … Ⅱ
∴ (구하는 확률)$=\frac{10}{30}=\frac{1}{3}$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	전체 경우의 수를 구한다.	30%
Ⅱ	두 자리의 자연수가 3의 배수가 되는 경우의 수를 구한다.	50%
Ⅲ	구해야 하는 확률을 구한다.	20%

128 답 $\frac{2}{3}$

3장을 뽑아 만들 수 있는 세 자리의 정수의 개수는
$4\times3\times2=24$(가지) … Ⅰ
세 자리의 정수가 341보다 작은 경우의 수를 백의 자리에 따라 나누면
(i) 백의 자리의 수가 1인 경우
십의 자리에는 1을 제외한 3개 중 하나, 일의 자리에는 1과 십의 자리의 수를 제외한 2개 중 하나가 올 수 있으므로 $3\times2=6$(가지)
(ii) 백의 자리의 수가 2인 경우
십의 자리에는 2를 제외한 3개 중 하나, 일의 자리에는 2와 십의 자리의 수를 제외한 2개 중 하나가 올 수 있으므로 $3\times2=6$(가지)
(iii) 백의 자리의 수가 3인 정수 중 341보다 작은 수는 312, 314, 321, 324로 4가지
(i)~(iii)에 의하여 구하는 경우의 수는 $6+6+4=16$(가지) … Ⅱ
따라서 구하는 확률은 $\frac{16}{24}=\frac{2}{3}$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	만들 수 있는 세 자리의 정수의 개수를 구하자.	30%
Ⅱ	세 자리의 정수가 341보다 작은 경우의 수를 구하자.	50%
Ⅲ	세 자리의 정수가 341보다 작을 확률을 구하자.	20%

129 답 $\frac{13}{25}$

(i) 꺼낸 2개의 공이 모두 빨간 공일 확률
주머니에 빨간 공이 3개, 흰 공이 2개 들어 있으므로 처음에 빨간 공이 나올 확률은 $\frac{3}{5}$, 두 번째에 빨간 공이 나올 확률도 $\frac{3}{5}$이다.
∴ (구하는 확률)$=\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{9}{25}$ … Ⅰ
(ii) 꺼낸 2개의 공이 모두 흰 공일 확률
주머니에 빨간 공이 3개, 흰 공이 2개 들어 있으므로 처음에 흰 공이 나올 확률은 $\frac{2}{5}$, 두 번째에 흰 공이 나올 확률도 $\frac{2}{5}$이다.
∴ (구하는 확률)$=\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{25}$ … Ⅱ
(i), (ii)에 의하여 꺼낸 2개의 공이 같은 색일 확률은
$\frac{9}{25}+\frac{4}{25}=\frac{13}{25}$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	꺼낸 공이 모두 빨간 공일 확률을 구한다.	40%
Ⅱ	꺼낸 공이 모두 흰 공일 확률을 구한다.	40%
Ⅲ	구해야 하는 확률을 구한다.	20%

130 답 $\frac{1}{5}$

5명을 일렬로 세우는 경우의 수는
$5\times4\times3\times2\times1=120$(가지) … Ⅰ
남학생 3명을 하나로 묶고 여학생 2명을 하나로 묶어 이 두 묶음을 일렬로 세우는 경우의 수는 $2\times1=2$(가지)
이때, 남학생끼리 자리를 바꿀 수 있으므로 남학생 3명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$(가지)
또한, 여학생끼리 자리를 바꿀 수 있으므로 여학생 2명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $2\times1=2$(가지)
즉, 남학생은 남학생끼리, 여학생은 여학생끼리 이웃하여 서는 경우의 수는 $2\times6\times2=24$(가지) … Ⅱ
∴ (구하는 확률)$=\frac{24}{120}=\frac{1}{5}$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	전체 경우의 수를 구한다.	30%
Ⅱ	남학생끼리, 여학생끼리 이웃하여 서는 경우의 수를 구한다.	50%
Ⅲ	구해야 하는 확률을 구한다.	20%

131 답 $\frac{1}{9}$

두 주사위 A, B를 동시에 던져 나올 수 있는 경우의 수는
$6\times6=36$(가지) … Ⅰ
이때, 두 주사위 A, B를 던져 나온 눈의 수가 각각 a, b이고 밑변의 길이가 a cm, 높이가 b cm인 삼각형의 넓이가 3 cm^2가 되어야 하므로 $\frac{1}{2}\times a\times b=\frac{1}{2}ab=3$에서 $ab=6$을 만족시키는 경우의 수를 순서쌍 (a, b)로 나타내면 (1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1)로 4가지이다. … Ⅱ
∴ (구하는 확률)$=\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	전체 경우의 수를 구한다.	20%
Ⅱ	삼각형의 넓이가 3 cm^2가 되는 경우의 수를 구한다.	60%
Ⅲ	구해야 하는 확률을 구한다.	20%

최고난도 만점 문제

p. 194

132 답 $\frac{4}{9}$

1st 6의 약수의 눈이 나올 확률과 나오지 않을 확률을 구해.

한 개의 주사위를 세 번 던졌을 때, 이 학생이 한 계단 올라가서 서 있으려면 두 번 올라가고 한 번 내려와야 한다. 즉, 6의 약수의 눈이 2번, 6의 약수가 아닌 눈이 1번 나와야 해.

한편, 6의 약수는 1, 2, 3, 6이므로 한 개의 주사위를 한 번 던졌을 때, 6의 약수의 눈이 나올 확률은 $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$이고 6의 약수가 아닌 눈이 나올 확률은 $1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$이지?

2nd 처음에 서 있던 계단보다 한 계단 올라가서 서 있을 확률을 구해.

이때, 6의 약수의 눈이 나오는 경우를 a, 6의 약수가 아닌 눈이 나오는 경우를 b라 하면 조건을 만족시키는 경우의 수는 a, a, b를 일렬로 배열하는 경우와 같아.

즉, aab, aba, baa로 3가지이고 각 경우의 확률은

$\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{4}{27}$로 모두 같으므로

구하는 확률은 $3\times\frac{4}{27}=\frac{4}{9}$

133 답 $\frac{5}{36}$

1st 정시보다 일찍 도착하는 경우를 나누어 생각하자.

(정시보다 일찍 도착할 확률)

$=1-\{$(정시에 도착할 확률)$+$(정시보다 늦게 도착할 확률)$\}$

$=1-\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right)=\frac{5}{12}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{5}{12}=\frac{5}{36}$

오답 피하기

정시보다 일찍 도착할 확률을 구할 때 정시에 도착할 확률과 정시보다 늦게 도착할 확률을 곱하여 1에서 빼면 안 돼.
정시를 기준으로 '일찍, 정시, 늦게' 도착할 경우는 각각 별개의 사건이므로 합하여 1이 되는 거야.
그 다음 열차가 하루는 정시보다 늦게, 그 다음 날은 정시보다 일찍 도착할 확률을 각각 구해 곱의 공식을 사용하면 돼.

134 답 4개

1st 주머니에 추가한 빨간 구슬의 개수를 x개라 하고 빨간 구슬이 나올 확률을 구해.

주머니에 추가한 빨간 구슬의 개수를 x개라 하면 추가한 파란 구슬의 개수는 $2x$개가 되지?

주머니에 빨간 구슬 x개와 파란 구슬 $2x$개를 더 넣으면 빨간 구슬의 개수는 $(4+x)$개, 파란 구슬의 개수는 $(5+2x)$개야.

이때, 주머니에서 한 개의 구슬을 꺼냈을 때, 빨간 구슬이 나올 확률이 $\frac{2}{5}$이므로 $\frac{4+x}{4+x+5+2x}=\frac{2}{5}$

$2(3x+9)=5(x+4)$

$6x+18=5x+20 \quad \therefore x=2$

2nd 추가한 파란 구슬의 개수를 구해.

따라서 추가한 빨간 구슬의 개수가 2개이므로 추가한 파란 구슬의 개수는 $2x=2\times2=4$(개)야.

135 답 $\frac{3}{10}$

1st 가능한 모든 사각형의 개수를 구해.

가로 5개의 선분 중에서 2개의 선분을 순서를 생각하지 않고 택하면 사각형의 가로는 $\frac{5\times4}{2}=10$(개), 세로 5개의 선분 중에서 2개의 선분을 순서를 생각하지 않고 택하면 사각형의 세로는 $\frac{5\times4}{2}=10$(개)로 결정되지? 따라서 사각형의 개수는 $10\times10=100$(개)이야.

2nd 정사각형의 개수를 변의 크기에 따라 분류하여 구해.

가장 작은 정사각형의 한 변의 길이를 1이라 하면

(i) 한 변의 길이가 1인 정사각형의 개수는
$4\times4=16$(개)

(ii) 한 변의 길이가 2인 정사각형의 개수는
$3\times3=9$(개)

(iii) 한 변의 길이가 3인 정사각형의 개수는
$2\times2=4$(개)

(iv) 한 변의 길이가 4인 정사각형의 개수는 1개

따라서 모든 정사각형의 개수는 $16+9+4+1=30$(개)이므로

구하는 확률은 $\frac{30}{100}=\frac{3}{10}$

136 답 ①

1st 별이 꼭짓점 C에 놓이는 경우를 눈의 수의 합에 따라 나누어 생각해.

전체 경우의 수는 $6\times6=36$(가지)이고 별이 꼭짓점 C에 오려면 두 주사위의 눈의 수의 합이 3의 배수에 2를 더한 수가 되어야 해. ⋯ (*)

(i) 눈의 수의 합이 2인 경우는 (1, 1)

(ii) 눈의 수의 합이 5인 경우는
(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)

(iii) 눈의 수의 합이 8인 경우는
(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)

(iv) 눈의 수의 합이 11인 경우는 (5, 6), (6, 5)

(i)~(iv)에 의하여 별이 꼭짓점 C에 놓일 경우의 수는 12가지야.

따라서 구하는 확률은 $\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$

★ **사건에 대한 경우의 수 일반화**

별이 꼭짓점 A에서 다시 꼭짓점 A로 오는 경우는 세 변의 길이의 합 3이어야 하므로 두 주사위의 눈의 수의 합이 3, 6, 9, 12가 되면 돼.
이때, 꼭짓점 A에서 꼭짓점 C로 가기 위해서는 별이 바로 가는 경우, 한 바퀴, 두 바퀴, 세 바퀴 도는 경우를 각각 따져주면 되므로 (*)과 같이 되는 거야.