Xi story 중등 수학 2(상) 해설편

Contents

★ 빠른정답찾기는 p.2~7에서 제공합니다.
★ 개념 다지기의 문제는 빠른정답찾기에서 정답만을 제공합니다.

빠른 정답 찾기

A 유리수와 순환소수

문제편 p. 12

[개념 다지기]

001 0.5, 유한소수　**002** -0.8, 유한소수
003 $0.666\cdots$, 무한소수　**004** 0.875, 유한소수
005 0.28, 유한소수　**006** $-0.2727\cdots$, 무한소수
007 0.125　**008** 0.08　**009** 0.625　**010** 0.16　**011** 0.375
012 0.625　**013** ㉠ 5^2 ㉡ 5^2 ㉢ 100 ㉣ 0.75
014 ㉠ 5 ㉡ 5 ㉢ 35 ㉣ 0.35
015 ㉠ 2^2 ㉡ 2^2 ㉢ 52 ㉣ 0.052　**016** 유　**017** 무
018 무　**019** 무　**020** 3　**021** 7　**022** 9
023 3　**024** 3　**025** 23　**026** 46　**027** 274
028 $0.\dot{5}$, 5　**029** $0.4\dot{6}$, 6　**030** $0.\dot{8}\dot{1}$, 81　**031** $1.\dot{6}$, 6
032 10, 9, $\frac{5}{9}$　**033** 10, 990, $\frac{91}{330}$
034 100, 99, $\frac{131}{99}$　**035** 10, 990, $\frac{1697}{990}$
036 $\frac{3}{11}$　**037** $\frac{1}{37}$　**038** $\frac{24}{11}$　**039** $\frac{44}{27}$　**040** $\frac{664}{495}$
041 $\frac{83}{198}$　**042** $\frac{203}{90}$　**043** $\frac{18}{55}$　**044** $\frac{247}{180}$　**045** $\frac{773}{330}$
046 ◯　**047** ◯　**048** ◯　**049** ×　**050** ◯
051 ◯　**052** ×　**053** ◯　**054** ◯　**055** ◯

[유형 다지기]

056 3개　**057** ④　**058** ②, ⑤　**059** ③　**060** ⑤
061 ④　**062** ④　**063** ③　**064** ②　**065** 11
066 63　**067** ④　**068** ④　**069** ②　**070** ③
071 31　**072** ④　**073** ③　**074** ③　**075** ⑤
076 ①　**077** ②　**078** 1　**079** ③　**080** ③
081 ②　**082** ③　**083** ②　**084** ③　**085** ③
086 ④　**087** ①　**088** ③　**089** ③　**090** ①
091 ⑤　**092** ①　**093** ①　**094** 207　**095** $\frac{428}{999}$
096 187　**097** ②　**098** ②　**099** ⑤　**100** ②
101 ②　**102** ③　**103** ②　**104** ③　**105** ③
106 ⑤　**107** 18　**108** ②　**109** ③　**110** ④

[잘 틀리는 유형 훈련]

111 8　**112** $0.00\dot{1}$　**113** 10개　**114** 84　**115** 99
116 561　**117** 61　**118** ①　**119** 14개　**120** 85개
121 ②　**122** ③　**123** ①　**124** 202　**125** $0.\dot{3}\dot{1}$
126 $0.\dot{2}$　**127** $\frac{4}{5}$　**128** ②　**129** ⑤　**130** ②
131 ②, ⑤　**132** ②　**133** $\frac{1}{11}$　**134** 1

[서술형 다지기]

135 48　**136** 900　**137** 12　**138** 12　**139** 143
140 7개　**141** 531　**142** 11　**143** $0.30\dot{5}$　**144** $3.9\dot{3}$

[최고난도 만점 문제]

145 75　**146** 64　**147** ②　**148** 13　**149** 130
150 ⑤

B 단항식의 계산

문제편 p. 32

[개념 다지기]

001 2^7　**002** a^6　**003** $2^5\times3^6$　**004** $a^6\times b^5$　**005** 4
006 3　**007** 4, 4　**008** a^{12}　**009** 3^{10}　**010** a^{14}
011 2^{21}　**012** a^4　**013** 2^2　**014** $\frac{1}{b^4}$　**015** $\frac{1}{7^2}$
016 2^4　**017** a^2　**018** a^2b^6　**019** $8x^9$　**020** $-a^3b^6$
021 $\frac{a^4}{b^6}$　**022** $\frac{81x^8}{y^{12}}$　**023** $-\frac{x^6}{y^9}$　**024** $6a^4$　**025** $12a^2b$
026 $-2a^4$　**027** $4a^3b$　**028** $12x^4y^4$　**029** $12x^3y^3$　**030** $4a^2$
031 $\frac{1}{2}x$　**032** $\frac{1}{2y^4}$　**033** $\frac{2}{a}$　**034** $2ab^3$　**035** $4a^2b^2$
036 $-xy$　**037** $\frac{x^4}{y}$

[유형 다지기]

038 ④　**039** ④　**040** 2　**041** ②　**042** ①
043 ④　**044** ③　**045** ②　**046** ⑤　**047** ②
048 ④　**049** ⑤　**050** ②　**051** ④　**052** ②
053 ③, ④　**054** 12　**055** ④　**056** ②　**057** ③
058 ①　**059** ①　**060** 영제, 연경　**061** ①, ⑤
062 ⑤　**063** ①　**064** ④　**065** $a=7$, $b=5$
066 ⑤　**067** ④　**068** ⑤　**069** ⑤　**070** ③
071 $\frac{4}{9}$　**072** ③　**073** ④　**074** $\frac{1}{8}$　**075** ④
076 ③　**077** ④　**078** ②　**079** ①　**080** ②
081 ⑤　**082** 26　**083** ②　**084** ①　**085** ②
086 ④　**087** ①　**088** $24a^2b^2c^2$　**089** ②　**090** $18x^4y^3$
091 ④　**092** ⑤　**093** ④　**094** 12　**095** ④
096 ②　**097** $\frac{32a^2}{b^3}$　**098** ③　**099** ①　**100** ②
101 18　**102** ⑤　**103** ②　**104** $\frac{16b^6}{a^6}$　**105** 11
106 $\frac{3a^2}{b}$　**107** $\frac{2a^2}{b}$　**108** $\frac{y^2}{x^2}$

[잘 틀리는 유형 훈련]

109 ② 110 ③ 111 ⑤ 112 ② 113 ④
114 ③ 115 7 116 6 117 ④ 118 ③
119 2 120 1 121 ② 122 ① 123 $-\frac{2}{x^5y^2}$
124 $\frac{12x^2}{y^2}$ 125 ④ 126 ⑤ 127 25 128 90
129 ③ 130 $-4a^2$ 131 $\frac{96ac}{b}$ 132 ③

[서술형 다지기]

133 15 134 4 135 $\frac{24}{7}a^7b^4$ 136 $-\frac{3}{25}a^6b$
137 12 138 -1 139 $\frac{2}{9}$ 140 $\frac{A^2B}{48}$ 141 $2x^2y$
142 $2\pi a^4b^3$

[최고난도 만점 문제]

143 ③ 144 ② 145 ② 146 ① 147 $\frac{64a^2}{9bc^4}$
148 $\frac{5}{6}$ 149 B

C 다항식의 계산

문제편 p. 52

[개념 다지기]

001 × 002 ○ 003 ○ 004 ×
005 $3a^2+2a-1$ 006 $-5x^2+4x+11$ 007 $-6a+1$
008 $-y^2+3y-4$ 009 $2a^2-8ab$
010 $6x^3-10x^2+2x$ 011 x^3+3x^2-2x
012 $6a^3b-9ab^3+3a^2b^2$ 013 $7x^2-19x$
014 $4x^2+3xy+4x$ 015 $-6x^2+3xy^2-4xy$ 016 $b+4$
017 $x+4$ 018 $2x+4y$ 019 $3ab-2b$ 020 $10x-8$
021 $8x-11$ 022 a^2+3 023 $12x^2-2x$
024 $5a+2b+ab$ 025 $x-2$ 026 $6x-11y$
027 $5x+6y$ 028 $5x+19y$

[유형 다지기]

029 ① 030 ⑤ 031 -4 032 ④
033 $-5x^2+x+3$ 034 ③ 035 ①
036 $5x^2-2x+7$ 037 ② 038 ⑤ 039 ⑤
040 ⑤ 041 $5x^2-2x+2$ 042 ① 043 ⑤
044 ⑤ 045 $\frac{57}{2}$ 046 ⑤ 047 ① 048 12
049 ② 050 $\frac{4}{3}x^3y^2-x^2y^3-\frac{10}{3}x^2y^2$

051 $15x^3y-10x^2y+5xy$ 052 ⑤ 053 4
054 ④ 055 ① 056 ④ 057 $11a^2b+ab^2$
058 ⑤ 059 $-3x-6y$ 060 ② 061 ④
062 ③ 063 $2x^2-14x+8xy$ 064 ③ 065 ①
066 $\frac{12a^4}{b^2}+24a^2$ 067 $2a^3b^3+10a^3b^2+10a^2b^3$
068 ① 069 ⑤ 070 ③ 071 $2A+10B$

[잘 틀리는 유형 훈련]

072 ② 073 ⑤ 074 ⑤ 075 ④ 076 ①
077 $18x+9y-27$ 078 ④ 079 ① 080 ②
081 ⑤ 082 $12ab^2$ 083 $\frac{a}{3b^2}$

[서술형 다지기]

084 $-a^3b-a^2b$ 085 $-4a^3b+21a^2$
086 $\frac{1}{2}x^3-x^2+7x-5y$ 087 $\frac{1}{18}x^3-\frac{3}{2}x^2-9x+4y$
088 29 089 $3a+3b-4+2ab+10b^2$
090 $-9x+8y$ 091 $2x^2-14x+8xy$ 092 $7x$

[최고난도 만점 문제]

093 ③ 094 ③ 095 $8a^2b^2$ 096 ①
097 $\frac{13}{4}ab-\frac{3}{2}b^2$

D 일차부등식

문제편 p. 66

[개념 다지기]

001 $2x+5<9$ 002 $200x\geq 1700$
003 $50-x\geq 3x$ 004 해가 없다.
005 -1, 0, 1 006 -1, 0, 1 007 0, 1
008 $<$ 009 $<$ 010 $<$ 011 $>$ 012 $>$
013 $\geq$ 014 $>$ 015 일차부등식이다.
016 일차부등식이 아니다. 017 일차부등식이다.
018 일차부등식이다. 019 $x>2$ 020 $x<5$ 021 $x\geq 2$
022 $x\leq 1$ 023 $x<1$ 024 $x\geq -3$ 025 $x<2$ 026 $x\geq 2$
027 $x\geq 5$ 028 $x>1$ 029 $x>15$ 030 $x\leq -\frac{3}{2}$
031 $x<4$ 032 $x\geq 5$ 033 $x<5$

[유형 다지기]

034 $1800x\leq 11400$ 035 ① 036 라영 037 ③
038 ③, ⑤ 039 ① 040 ㄱ, ㄴ, ㄷ 041 ⑤
042 ③ 043 ④ 044 ① 045 ②, ⑤ 046 $\geq$, $\leq$

047 ④　048 ③, ⑤　049 ④　050 ③　051 ⑤
052 ①　053 ④, ⑤　054 ②　055 ③　056 ③
057 ②　058 ④　059 $x>5$　060 ③　061 ②
062 ③　063 ③　064 ②, ③　065 ①　066 ①
067 ①　068 15　069 ④　070 ①　071 ③
072 ⑤　073 ①　074 $x<-7$　075 ③　076 $x<-3$
077 ③　078 ④　079 ②　080 ①, ②

[잘 틀리는 유형 훈련]

081 ③　082 ①　083 $\frac{x}{6}+\frac{a-x}{4}\leq\frac{4}{3}$　084 $x>\frac{3}{2}$
085 -7　086 $\frac{35}{2}$　087 ⑤　088 ⑤　089 ③
090 ①　091 -4　092 143　093 1개　094 1개
095 $x\leq1$　096 10　097 ②　098 ③　099 $-\frac{1}{2}$
100 $-\frac{1}{4}$　101 ⑤　102 ④　103 $x>-\frac{7}{3}$
104 1

[서술형 다지기]

105 $\geq$, $\leq$　106 $\leq$, $\leq$　107 -9　108 -3
109 $\frac{3}{4}\leq A\leq\frac{11}{4}$　110 0개　111 2　112 -5
113 $\frac{2}{5}<a\leq\frac{1}{2}$

[최고난도 만점 문제]

114 파랑　115 ④　116 ③　117 ①　118 ①

E 일차부등식의 활용

문제편 p. 82

[개념 다지기]

001 $(x+10)$cm　002 $\frac{1}{2}\times(x+x+10)\times6\leq42$
003 2cm　004 $x+1$, $x+2$
005 $x+(x+1)+(x+2)\leq24$　006 7
007 7쌍　008 $\frac{x}{3}$시간　009 $\frac{x}{4}$시간　010 $\frac{x}{3}+\frac{x}{4}<2$
011 $\frac{24}{7}$km　012 4g　013 $(100+x)$g
014 $4\leq\frac{2}{100}\times(100+x)$　015 $x\geq100$　016 원가
017 $0.2x$　018 $x+0.2x<8400$　019 7000원
020 구입하는 껌의 개수　021 $250x$
022 $500\times2+250x\leq3500$　023 10개

[유형 다지기]

024 ①　025 ⑤　026 ①　027 $x<7$　028 ①
029 25　030 ①　031 ①, ②　032 ④　033 ⑤
034 ①　035 1 km　036 ⑤　037 72 km　038 ②
039 ②　040 ③　041 ②　042 ④　043 ③
044 ②　045 ②　046 ②　047 ②　048 ④
049 ②　050 ①　051 지희, 지민　052 ⑤
053 ②　054 ⑤　055 ②　056 8 cm　057 ①
058 20　059 ①　060 33개　061 ④　062 ③
063 ③　064 ④　065 ④　066 ③　067 ③
068 ③　069 ③　070 ⑤　071 ⑤　072 ②
073 ②　074 ②

[잘 틀리는 유형 훈련]

075 ③　076 ①　077 2 km　078 ④　079 ①
080 ②　081 ②　082 ①　083 ⑤　084 ①
085 12 m　086 7　087 ①　088 ①
089 324 kW/시　090 ④　091 10권　092 4개
093 3곡　094 ②　095 3개　096 5개

[서술형 다지기]

097 45살　098 35살　099 100g　100 100g
104 (2, 4, 6), (4, 6, 8), (6, 8, 10)　102 180 km　103 6cm
104 2개　105 45명

[최고난도 만점 문제]

106 ④　107 ⑤　108 ②　109 ②　110 ①

F 연립일차방정식

문제편 p. 100

[개념 다지기]

001 ○　002 ×　003 ×　004 ×
005 $x+y=11$　006 $x+y=45$　007 ○
008 ○　009 ×　010 (2, 3), (4, 2), (6, 1)
011 $\begin{cases}x+y=12\\100x+500y=4000\end{cases}$　012 $\begin{cases}x+y=15\\x=2y\end{cases}$
013 $x=3$, $y=2$　014 2, 2, 2, 1
015 $x+5$, 4, 4, 9　016 $2x+y$, 6, 6, -7
017 6, $2x-y$, -3, -3, $\frac{15}{2}$　018 $3x-y$, 2, 2, -1
019 $x=-1$, $y=2$　020 $x=2$, $y=3$
021 $x=4$, $y=5$　022 $x=1$, $y=1$

023 $x=-\frac{1}{4}$, $y=\frac{5}{4}$ 024 $x=6$, $y=4$
025 해가 무수히 많다. 026 해가 없다.
027 해가 무수히 많다. 028 해가 없다.
029 $\frac{34}{11}$ 030 $a=3$, $b=3$

[유형 다지기]

031 ㄹ, ㅂ 032 ④ 033 ⑤ 034 ②
035 $4x+6y=36$ 036 ③
037 $1000x-500y=4000$ 038 ⑤ 039 ④
040 ⑤ 041 ③ 042 ① 043 ⑤ 044 ③
045 $\frac{7}{3}$ 046 ③ 047 (1, 3), (2, 2), (3, 1)
048 ⑤ 049 6 050 ④
051 $\begin{cases} x+y=15 \\ 100x+500y=5500 \end{cases}$ 052 $\begin{cases} x+y=45 \\ x-y=5 \end{cases}$
053 $\begin{cases} x=2y \\ x+y=90 \end{cases}$ 054 (4, −1) 055 (7, 2)
056 ② 057 ③ 058 2 059 ⑤ 060 ④
061 2 062 5 063 3 064 ② 065 −2
066 9 067 ⑤ 068 ①, ④ 069 1 070 ②
071 ④ 072 ① 073 ② 074 ⑤ 075 ③
076 ① 077 $x=1$, $y=-2$ 078 ④ 079 ⑤
080 2 081 ② 082 ① 083 ①
084 $x=7$, $y=-9$ 085 0 086 ④ 087 −1
088 ③ 089 ① 090 ④ 091 −15 092 1
093 ③ 094 −5 095 ① 096 15 097 ①
098 −6 099 ⑤ 100 ② 101 −2

[잘 틀리는 유형 훈련]

102 ㄱ, ㄴ, ㄹ 103 4 104 ④ 105 ②
106 ③ 107 ② 108 ② 109 ④ 110 ①
111 ③ 112 $x=4$, $y=-1$ 113 ① 114 ①
115 ③ 116 20 117 $x=7$, $y=-1$
118 $a=3$, $b=3$ 119 ② 120 −18 121 ②
122 1 123 ② 124 −5 125 $x=1$, $y=3$

[서술형 다지기]

126 6 127 −1 128 −2 129 8 130 $-\frac{3}{2}$
131 $-\frac{2}{3}$ 132 6 133 $-\frac{27}{4}$ 134 $\frac{10}{3}$

[최고난도 만점 문제]

135 $a=1$, $b\neq-3$ 136 14개 137 5
138 $a=2$, $x=2$, $y=-1$ 139 ②

G 연립일차방정식의 활용

문제편 p. 122

[개념 다지기]

001 15, 4, 2, 7, 8 002 $\begin{cases} x+y=10 \\ 400x+300y=3400 \end{cases}$
003 연필 : 4자루, 지우개 : 6개 004 $\begin{cases} x+y=16 \\ x=y+4 \end{cases}$
005 가로의 길이 : 10 cm, 세로의 길이 : 6 cm
006 $\begin{cases} x+y=21 \\ \frac{x}{3}+\frac{y}{4}=6 \end{cases}$
007 올라간 거리 : 9 km, 내려온 거리 : 12 km
008 $\begin{cases} x+y=45000 \\ \frac{20}{100}x+\frac{10}{100}y=6500 \end{cases}$
009 A 제품의 원가 : 20000원, B 제품의 원가 : 25000원
010 $\begin{cases} 10x+10y=1 \\ 8x+20y=1 \end{cases}$ 011 A : $\frac{1}{12}$, B : $\frac{1}{60}$
012 $\begin{cases} x+y=500 \\ \frac{14}{100}x+\frac{4}{100}y=\frac{8}{100}\times500 \end{cases}$
013 14 %의 소금물 : 200 g, 4 %의 소금물 : 300 g

[유형 다지기]

014 63 015 49 016 ⑤ 017 123
018 어른 : 4명, 어린이 : 8명
019 어른 : 5명, 어린이 : 5명 020 1200원 021 ③
022 지우개 : 300원, 샤프펜슬 : 800원
023 초콜릿 : 400원, 껌 : 300원 024 ③ 025 ④
026 11대 027 ④ 028 ① 029 ④ 030 ②
031 ① 032 ① 033 2점 슛 : 10개, 3점 슛 : 5개
034 ⑤ 035 4발 036 ② 037 3
038 $a=52$, $b=60$ 039 50 040 10 041 12
042 ② 043 10명 044 ⑤ 045 ③
046 태일 : 3회, 유선 : 4회 047 A : 14회, B : 13회
048 ④ 049 7회 050 8 cm
051 가로 : 6 m, 세로 : 4 m 052 ⑤ 053 8 km
054 ④ 055 ④ 056 ② 057 시속 4 km
058 ⑤ 059 기차의 속력 : 분속 300 m, 기차의 길이 : 100 m
060 ③ 061 ⑤ 062 ② 063 8분 064 32.79초
065 1.6 km 066 30 m 067 ① 068 1시간 30분
069 ① 070 ①
071 태민 : 분속 $\frac{375}{2}$ m, 기범 : 분속 $\frac{875}{8}$ m 072 28일
073 ③ 074 6시간 075 ② 076 368명

077 남학생 : 210명, 여학생 : 230명 **078** ② **079** ⑤
080 단팥빵 : 600원, 크림빵 : 800원
081 남은 사탕 : 15개, 남은 과자 : 5개 **082** ②
083 480명 **084** ④ **085** A : 1300 g, B : 800 g
086 210 g **087** 5 %의 소금물 : 800 g, 20 %의 소금물 : 700 g
088 8 % **089** 240 **090** ① **091** 500 **092** 6

[잘 틀리는 유형 훈련]

093 26 **094** ① **095** 16회 **096** 11회 **097** ②
098 ③ **099** 8 km **100** 25분 **101** 시속 5.4 km
102 ② **103** 20 m
104 열차의 속력 : 초속 30 m, 열차의 길이 : 400 m
105 ② **106** 8시 33분
107 용준 : 분속 200 m, 명훈 : 분속 100 m
108 초속 $\frac{8}{3}$ m **109** 20분 **110** ③
111 남학생 : 945명, 여학생 : 882명
112 남학생 : 520명, 여학생 : 539명 **113** 30 g **114** 144 g
115 ④ **116** ②

[서술형 다지기]

117 2명 **118** 14개 **119** 10 km **120** 16 km
121 A : 분속 125 m, B : 분속 75 m
122 영수 : 140권, 예지 : 160권 **123** 230명
124 A : 1000 g, B : 1000 g

[최고난도 만점 문제]

125 정사각형 : 5개, 별 모양 : 6개 **126** 10개 **127** 10 km
128 $\frac{5}{36}$ **129** 90명 **130** $a=18$, $b=3$

H 일차함수와 그 그래프

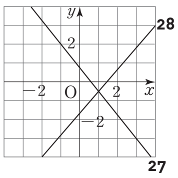
문제편 p. 144

[개념 다지기]

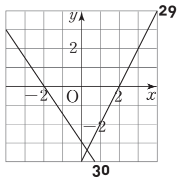
001 3, 6, 9, 12 **002** $y=3x$ **003** 성립한다.
004 ○ **005** ○ **006** × **007** ○
008 -6, -3, 0, 3, 6 **009** -1, $-\frac{1}{2}$, 0, $\frac{1}{2}$, 1
010 -4, -2, 0, 2, 4 **011** $-\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{4}$, 0, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$
012 ○ **013** × **014** ○ **015** ×
016

x	⋯	-3	-2	-1	0	1	2	3	⋯
$2x$	⋯	-6	-4	-2	0	2	4	6	⋯
$2x+1$	⋯	-5	-3	-1	1	3	5	7	⋯

017 1, 1 **018** $y=x-5$ **019** $y=-\frac{2}{5}x+\frac{1}{5}$
020 2, -1 **021** -1, 2 **022** 1, 1 **023** $\frac{1}{2}$, -3
024 6, 3 **025** 4 **026** -1
027~028



029~030



031 ㄷ **032** ㄱ, ㄴ, ㄹ, ㅁ **033** ㄷ, ㅂ **034** ㄷ, ㅂ
035 ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅂ **036** ㄱ과 ㄴ, ㄷ과 ㄹ, ㅁ과 ㅂ
037 $a=-2$, $b\neq3$ **038** $a=-2$, $b=3$
039 $y=3x+1$ **040** $y=-\frac{1}{2}x-2$
041 $y=2x+3$ **042** $y=-\frac{3}{2}x+11$
043 $y=2x-1$ **044** $y=x-2$
045 $y=\frac{5}{2}x-5$ **046** $y=-\frac{2}{5}x+1$

[유형 다지기]

047 ④ **048** ③ **049** ① **050** ㄱ, ㄴ, ㄷ
051 ⑤ **052** ⑤ **053** $y=20x$ **054** $y=\frac{24}{x}$ **055** ②
056 ⑤ **057** 4 **058** 4 **059** ④ **060** ③
061 ② **062** ② **063** ⑤ **064** ④ **065** ②
066 ② **067** ⑤ **068** ④ **069** ⑤ **070** 3
071 ㄱ, ㄹ **072** ④ **073** ③ **074** 2개 **075** ③
076 ⑤ **077** ② **078** -1 **079** ⑤ **080** ②
081 ⑤ **082** ㄱ, ㄹ **083** 4 **084** ④ **085** ③
086 ④ **087** ③ **088** ④ **089** ④
090 제3사분면 **091** ④ **092** ③ **093** ④
094 ② **095** ⑤ **096** 5 **097** 10 **098** $\frac{8}{3}$
099 ② **100** ② **101** ② **102** $-\frac{2}{3}$ **103** ①
104 ④ **105** ③ **106** ① **107** ③ **108** ④
109 ② **110** ② **111** ① **112** ⑤ **113** ④
114 ③ **115** ② **116** ⑤ **117** ③ **118** ①
119 ④ **120** ③ **121** ③ **122** -2 **123** ④
124 -1 **125** ③ **126** ② **127** ④ **128** ⑤
129 ② **130** ② **131** ③ **132** ①
133 $y=2x-6$ **134** ⑤ **135** $\frac{3}{2}$ **136** ③
137 $-\frac{7}{2}$ **138** ② **139** ④ **140** ⑤ **141** ②, ⑤
142 $\frac{25}{6}$ **143** ④ **144** ② **145** $\frac{27}{4}$ **146** ④

147 -40 ℃ **148** 18분 **149** (1) $y=20-0.1x$ (2) 50분 후
150 ③ **151** ① **152** (1) $y=300-20x$ (2) 120 L
153 $y=4x+20$ **154** 8분 후
155 (1) $y=10-0.25x$ (2) 7.5 km **156** ②
157 100초 후, 400 m **158** $y=10x+40$ **159** ④
160 $y=10-2x$ **161** ②
162 (1) 동생 : $y=\frac{1}{10}x$, 형 : $y=\frac{1}{5}x-1$ (2) 10분 후
163 (1) B$(6, 0)$ (2) 4π

[잘 틀리는 유형 훈련]

164 ④ **165** ④ **166** ④ **167** ④ **168** ③
169 ③ **170** ⑤ **171** ⑤ **172** $\frac{47}{15}$ **173** -5
174 4 **175** -15 **176** ① **177** ④
178 $a>0$, $b>0$ **179** $a<0$, $b>0$ **180** ②
181 ③ **182** ⑤ **183** ① **184** ⑤ **185** ②
186 (1) $y=0.8x-3000$ (2) 35000원 **187** ⑤

[서술형 다지기]

188 5 **189** 27 **190** 2 **191** 3
192 병, $y=4x$ **193** $a=1$, $b=-1$ **194** $-\frac{9}{2}$
195 14 **196** 160 g

[최고난도 만점 문제]

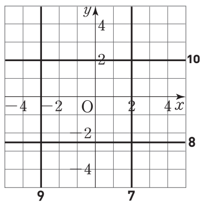
197 $\frac{9}{4}\pi$ **198** ④ **199** $a>3$
200 ㉠ : n, ㉡ : l, ㉢ : m **201** ① **202** 7

I 일차함수와 일차방정식의 관계

문제편 p. 172

[개념 다지기]

001 $y=3x-2$ **002** $y=\frac{1}{2}x+7$
003 $y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{8}$ **004** $\frac{1}{3}$, -6, 2
005 2, $\frac{5}{2}$, -5 **006** 5, $\frac{4}{5}$, -4
007~010



011 $y=2$
012 $x=3$ **013** $x=5$ **014** $y=-1$ **015** $x=2$, $y=2$

016 $\left(\frac{1}{5}, \frac{7}{5}\right)$ **017** $(0, 2)$
018 해가 무수히 많다. **019** 해가 없다.
020 (1) $a\neq-2$ (2) $a=-2$, $b\neq4$ (3) $a=-2$, $b=4$

[유형 다지기]

021 ⑤ **022** 해설 참조 **023** ④ **024** ③
025 ④ **026** ②, ④ **027** ㄱ, ㄷ **028** ⑤
029 제4 사분면 **030** -2 **031** 1 **032** ①
033 ① **034** ① **035** ① **036** ⑤ **037** -1
038 ③ **039** ① **040** 22 **041** ④ **042** ①
043 ④ **044** -2 **045** ①, ④ **046** ③ **047** ①
048 ① **049** ① **050** ② **051** ④ **052** $-\frac{1}{3}$
053 $a=0$, $b=1$ **054** $x=-1$ **055** ④ **056** ④
057 ⑤ **058** $(-2, 1)$ **059** $x=3$, $y=2$
060 ③ **061** 64 **062** 3 **063** 1 **064** ③
065 ① **066** ⑤ **067** $-\frac{24}{5}$ **068** -2 **069** ③
070 20 **071** $\frac{1}{3}\leq a\leq2$ **072** ② **073** -6
074 5 **075** ④ **076** ② **077** ④ **078** ③
079 ⑤ **080** $\frac{3}{2}$ **081** $y=4x-4$ **082** -6
083 ② **084** $-\frac{1}{5}$ **085** $\frac{5}{2}$ **086** ② **087** 2
088 ① **089** 6

[잘 틀리는 유형 훈련]

090 ③ **091** ② **092** ⑤ **093** ④ **094** -12
095 $x=3$ **096** ③ **097** ② **098** $-\frac{1}{3}\leq a\leq2$
099 $\frac{1}{2}<a<2$ **100** $-2<a<4$ **101** $m>\frac{1}{2}$
102 9 **103** 12 **104** $a>2$ 또는 $a<-\frac{3}{2}$
105 $-1\leq a\leq\frac{2}{3}$ **106** $\frac{1}{3}$ **107** ④ **108** $\frac{5}{2}$
109 ④ **110** ④ **111** ④ **112** $\frac{10}{3}$ **113** ②

[서술형 다지기]

114 5 **115** 2 **116** $\frac{4}{9}$ **117** B$\left(\frac{1}{2}, 0\right)$
118 $\frac{9}{2}$ **119** $y=3x+11$ **120** $-\frac{7}{3}$ **121** $\frac{5}{2}$

[최고난도 만점 문제]

122 $\frac{32}{5}$ **123** $\frac{13}{3}$ **124** $\frac{75}{2}$ **125** $\frac{1}{4}$
126 $y=x-\frac{1}{2}$

A 유리수와 순환소수

개념 다지기 001~055 정답은 p. 2에 있습니다.

유형 다지기 학교시험+학력평가

문제편 p. 16

056 답 3개

$-\frac{1}{3}=-0.333\cdots$ ← 무한소수

$0=0$ ← 유한소수

$\frac{1}{8}=0.125$ ← 유한소수

$\frac{2}{11}=0.1818\cdots$ ← 무한소수

$\pi=3.141592\cdots$ ← 무한소수

따라서 무한소수는 $-\frac{1}{3}$, $\frac{2}{11}$, π로 3개야.

057 답 ④

① $\frac{3}{5}=0.6$ ← 유한소수

② $\frac{1}{4}=0.25$ ← 유한소수

③ $\frac{7}{10}=0.7$ ← 유한소수

④ $\frac{5}{14}=0.3571\cdots$ ← 무한소수

⑤ $\frac{1}{100}=0.01$ ← 유한소수

058 답 ②, ⑤

① $\frac{1}{5}=0.2$, $\frac{3}{4}=0.75$이므로 유한소수이지? (참)

② 【반례】 π는 순환하지 않는 무한소수로 유리수가 아니야. 그러므로 a는 0이 아닌 정수이고, b도 정수일 때, π는 $\frac{b}{a}$의 꼴로 나타낼 수 없어. (거짓)

③ 분수 $\frac{5}{6}=0.8333\cdots$, $\frac{18}{56}=0.32142\cdots$로 무한소수야. (참)

④ 모든 유한소수는 분모가 10의 거듭제곱 꼴인 분수로 나타낼 수 있으므로 유리수야. (참)

⑤ $\frac{22}{70}=0.3142857\cdots$이므로 무한소수야. (거짓)

059 답 ③

$$\frac{27}{360}=\frac{3^3}{2^3\times3^2\times5}=\frac{3}{2^3\times5}=\frac{3\times\overset{㉠}{5^2}}{2^3\times5\times5^2}=\frac{\overset{㉡}{75}}{1000}=\overset{㉢}{0.075}$$

$\therefore$ ㉠$=25$, ㉡$=75$ ⇒ ㉠+㉡$=25+75=100$

060 답 ⑤

⑤ $\frac{13}{52}=\frac{1}{4}=\frac{1}{2^2}=\frac{5^2}{2^2\times5^2}=\frac{25}{100}$

061 답 ④

Ⅰ. $\frac{9}{40}=\frac{9}{2^3\times5}=\frac{9\times5^2}{2^3\times5\times5^2}=\frac{225}{10^3}=0.225$

$\therefore a=5^2=25,\ b=10^3=1000,\ c=0.225$

Ⅱ. $\frac{1}{125}=\frac{1}{5^3}=\frac{2^3}{5^3\times2^3}=\frac{8}{1000}=0.008$

$\therefore d=2^3=8,\ e=8$

따라서 알맞은 값은 ④ $d=8$이야.

062 답 ④

분수를 유한소수로 나타낼 수 있으려면 기약분수로 고친 후 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 해.

① $\frac{9}{2\times3^3}=\frac{1}{2\times3}$ ← 무한소수

② $\frac{15}{3^2\times5}=\frac{1}{3}$ ← 무한소수

③ $\frac{21}{3^2\times5\times7}=\frac{1}{3\times5}$ ← 무한소수

④ $\frac{42}{2^3\times3\times7}=\frac{1}{2^2}$ ← 유한소수

⑤ $\frac{24}{2^2\times3^2\times5}=\frac{2}{3\times5}$ ← 무한소수

오|답|피|하|기

약분을 하지 않고 유한소수인지 판단하면 큰 실수를 하게 돼. 주어진 분수를 약분이 되지 않을 때까지 약분하여 기약분수로 나타낸 후 판단해도 늦지 않아. 이 문제에서는 모두 분모에 2 또는 5 이외의 다른 수가 곱해져서 무한소수가 되는 것처럼 보이지만 약분하면 달라지지. 이런 유형의 문제는 자주 등장하니까 꼭 기억해.

063 답 ③

① $\frac{17}{50}=\frac{17}{2\times5^2}$: 유한소수 (거짓)

② $\frac{4}{9}=\frac{2^2}{3^2}$: 무한소수 (거짓)

③ $\frac{18}{24}=\frac{2\times3^2}{2^3\times3}=\frac{3}{2^2}$: 유한소수 (참)

④ $\frac{11}{15}=\frac{11}{3\times5}$: 무한소수 (거짓)

⑤ $\frac{13}{100}=\frac{13}{2^2\times5^2}$: 유한소수 (거짓)

064 답 ②

$\frac{3}{5}=\frac{18}{30}$, $\frac{5}{6}=\frac{25}{30}$이므로 두 분수 $\frac{3}{5}$과 $\frac{5}{6}$ 사이의 분모가 30인 분수를 구하면 $\frac{19}{30}$, $\frac{20}{30}$, $\frac{21}{30}$, $\frac{22}{30}$, $\frac{23}{30}$, $\frac{24}{30}$

이 중 유한소수가 되는 분수를 구하면 다음과 같아.

$\frac{21}{30}=\frac{7}{10}=\frac{7}{2\times5}$ ← 유한소수 $\frac{24}{30}=\frac{4}{5}$ ← 유한소수

$\therefore \frac{21}{30}+\frac{24}{30}=\frac{45}{30}=\frac{3}{2}$

065 답 11

분수 $\frac{x}{2\times5\times11}$가 유한소수가 되려면 분모에 있는 11이 약분되어야 하므로 x의 값은 11의 배수가 되어야 해.

따라서 11의 배수 중 가장 작은 두 자리 자연수 x의 값은 11이야.

066 답 63

$\frac{3\times a}{252}=\frac{3\times a}{2^2\times3^2\times7}=\frac{a}{2^2\times3\times7}$에서 a가 $3\times7=21$의 배수가 되면 주어진 분수는 약분이 되어서 유한소수가 되지?
따라서 a의 값이 될 수 있는 가장 큰 두 자리 자연수는
$21\times3=63$

067 답 ④

$\frac{a}{2\times3\times5\times11}$를 유한소수로 만들기 위해서는 분모의 3과 11이 약분되도록 하면 되므로 a는 33의 배수이어야 해.
따라서 두 자리 자연수 a의 값은 33, 66, 99이므로 이들의 합은
$33+66+99=198$

068 답 ④

$\frac{11}{70}=\frac{11}{2\times5\times7}$, $\frac{13}{220}=\frac{13}{2^2\times5\times11}$이므로 두 분수가 모두 유한소수로 나타내어지기 위해 곱해야 하는 자연수 x는 7×11의 배수이어야 해.
따라서 x의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는
$7\times11=77$

069 답 ②

$\frac{a}{60}$를 소수로 나타내면 유한소수가 되므로 a는 분모 $60=2^2\times3\times5$에서 소인수 3을 약분시키는 수여야겠지? 즉, a는 3의 배수야.
이때, a는 3의 배수 중 $10<a<15$를 만족시켜야 하므로 $a=12$
$\frac{a}{60}=\frac{12}{60}=\frac{1}{5}=\frac{1}{b}$ $\quad\therefore b=5$
$\therefore a-b=12-5=7$

070 답 ③

$\frac{x}{45}=\frac{x}{3^2\times5}$가 유한소수가 되려면 분모의 3^2이 약분되어야 하므로 x는 $3^2=9$의 배수야.
이때, $30<x<40$을 만족시켜야 하므로 $x=36$
또, $\frac{x}{45}=\frac{36}{45}=\frac{4}{5}=\frac{4}{y}$이므로 $y=5$
$\therefore x+y=36+5=41$

071 답 31

$\frac{x}{450}=\frac{x}{2\times3^2\times5^2}$를 유한소수로 나타낼 수 있으려면 분자는 3^2의 배수여야겠지? 또, x는 두 자리 자연수이고 $\frac{x}{450}$를 기약분수로 나타내면 $\frac{9}{y}$이므로 $x=3^2\times9=81$
$\frac{x}{450}=\frac{81}{450}=\frac{9}{50}=\frac{9}{y}$ $\quad\therefore y=50$
$\therefore x-y=81-50=31$

072 답 ④

$\frac{x}{140}=\frac{x}{2^2\times5\times7}$의 분모의 소인수가 2 또는 5뿐일 때, 유한소수가 되니까 순환소수가 되려면 2 또는 5 이외의 수가 꼭 있어야 해.
따라서 분모에 7이 있으니까 x가 7의 배수가 되면 유한소수가 되므로 x가 될 수 없는 수는 7의 배수인 ④ 28이야.

오|답|피|하|기

분수가 유한소수 또는 순환소수일 조건을 헷갈리면 안 돼. 다시 잘 정리해 보자.
(1) 분수가 유한소수일 조건은 기약분수의 분모가 2 또는 5의 거듭제곱의 곱으로만 되어 있어.
(2) 분수가 순환소수일 조건은 기약분수의 분모에 2 또는 5 이외의 수가 곱해져 있어.
결론적으로 분수를 기약분수로 나타내어 분모의 상태를 보면 직접 나누어보지 않아도 그 분수가 유한소수인지 순환소수인지 알 수 있어. 유리수는 유한소수가 아니면 순환소수가 된다는 것도 잊지 말자.

073 답 ③

① $-\frac{7}{20}=-\frac{7}{2^2\times5}$ ← 유한소수
② $\frac{56}{280}=\frac{1}{5}$ ← 유한소수
③ $\frac{10}{3\times5^2}=\frac{2}{3\times5}$의 분모에 3이 있으니까 순환소수야.
④ $\frac{39}{2^4\times3\times5}=\frac{13}{2^4\times5}$ ← 유한소수
⑤ $\frac{21}{2^3\times3\times7}=\frac{1}{2^3}$ ← 유한소수

074 답 ③

$\frac{26}{2^3\times5^2\times a}=\frac{13}{2^2\times5^2\times a}$의 분모에서 a가 소인수 2와 5로만 이루어진 수가 아니면 주어진 분수는 소수로 나타냈을 때 순환소수가 되지?
그럼, 이것을 만족시키는 $5<a<15$인 정수 a는 6, 7, 9, 11, 12, 13, 14로 7개야. 그런데 $a=13$이면 약분되어 분모에 $2^2\times5^2$밖에 남지 않아서 유한소수가 되지.
따라서 구하는 개수는 13을 제외한 6개야.

075 답 ⑤

$\frac{10}{11}=0.90909\cdots$이니까 순환마디는 90이야.

오|답|피|하|기

이 문제의 $\frac{10}{11}=0.909090\cdots$에서 정수 부분의 0을 포함해서 순환마디를 09로 생각하면 안 돼. 순환마디는 소수점 아래에서 생각해야 해. 착각하지 말자.

076 답 ①

① $0.234234234\cdots$는 234가 반복되므로 순환마디는 234야. (참)
② $0.81818181\cdots$은 81이 반복되므로 순환마디는 81이야. (거짓)
③ $2.533333\cdots$은 소수점 아래 둘째 자리부터 3이 반복되므로 순환마디는 3이야. (거짓)
④ $1.212121\cdots$은 21이 반복되므로 순환마디는 21이야. (거짓)
⑤ $129.090909\cdots$는 09가 반복되므로 순환마디는 09야. (거짓)

077 답 ②

① 순환마디는 2이므로 순환마디 숫자의 개수는 1개야.
② 순환마디는 72이므로 순환마디 숫자의 개수는 2개야.
③ 순환마디는 5이므로 순환마디 숫자의 개수는 1개야.
④ 순환마디는 7이므로 순환마디 숫자의 개수는 1개야.
⑤ 순환마디는 6이므로 순환마디 숫자의 개수는 1개야.

078 답 1

$\frac{5}{18}=0.2777\cdots$이므로 순환마디는 7 $\quad\therefore a=7$

$\frac{17}{12}=1.41666\cdots$이므로 순환마디는 6 $\quad\therefore b=6$

$\therefore a-b=1$

079 답 ③

① $0.010101\cdots=0.\dot{0}\dot{1}$ ← 순환마디가 01
② $0.72424\cdots=0.7\dot{2}\dot{4}$ ← 순환마디가 24
③ $2.5424242\cdots=2.5\dot{4}\dot{2}$ ← 순환마디가 42
④ $3.535353\cdots=3.\dot{5}\dot{3}$ ← 순환마디가 53
⑤ $0.621621621\cdots=0.\dot{6}2\dot{1}$ ← 순환마디가 621

080 답 ③

① $2.030303\cdots=2.\dot{0}\dot{3}$ ← 순환마디가 03
② $0.3555\cdots=0.3\dot{5}$ ← 순환마디가 5
③ $1.3545454\cdots=1.3\dot{5}\dot{4}$ ← 순환마디가 54
④ $2.7606060\cdots=2.7\dot{6}\dot{0}$ ← 순환마디가 60
⑤ $1.00444\cdots=1.00\dot{4}$ ← 순환마디가 4

081 답 ②

$\frac{7}{12}=0.58333\cdots=0.58\dot{3}$

082 답 ③

순환소수 $3.7\dot{1}0\dot{2}$는 소수점 아래 둘째 자리부터 1, 0, 2를 이 순서대로 반복하지?
이때, $100=3\times33+1$이고, 소수점 아래 첫째 자리에 7이 있으므로 소수점 아래 100번째 자리의 숫자는 1, 0, 2에서 3번째 위치한 2야.

083 답 ②

$\frac{6}{7}=0.857142857142\cdots$이므로 8, 5, 7, 1, 4, 2가 순서대로 반복되어 나타나.
이때, $30=6\times5$이므로 소수점 아래 30번째 숫자는 2야. $\quad\therefore a=2$
또, $100=6\times16+4$이므로 100번째 숫자는 8, 5, 7, 1, 4, 2의 4번째에 위치한 숫자 1이야. $\quad\therefore b=1$
$\therefore a+b=2+1=3$

084 답 ③

$\frac{10}{27}=0.370370\cdots$이므로 3, 7, 0이 순서대로 반복되지?
이때, $100=3\times33+1$이므로 소수점 아래 100번째 자리의 수는 소수점 아래 첫 번째 자리의 수인 3이야. $\quad\therefore a=3$
또, $\frac{1}{13}=0.\dot{0}7692\dot{3}$이므로 0, 7, 6, 9, 2, 3이 순서대로 반복돼.
$100=6\times16+4$이므로 소수점 아래 100번째 자리의 수는 소수점 아래 4번째 자리의 수인 9야. $\quad\therefore b=9$
$\therefore a+b=3+9=12$

085 답 ③

$\frac{8}{13}=0.\dot{6}1538\dot{4}$에서 6개의 숫자 6, 1, 5, 3, 8, 4가 순서대로 계속 반복되지?
즉, $50\div6=8\cdots2$이므로 6개의 숫자 6, 1, 5, 3, 8, 4가 8번 반복된 후, 6과 1이 한 번 더 나오게 돼.
$\therefore$ (구하는 합)$=(6+1+5+3+8+4)\times8+6+1=223$

오답피하기

순환마디가 길면 나눗셈에서 실수하기 쉬워. 정확히 나눗셈을 하는 것이 중요해. 그리고 순환마디는 순서대로 계속 반복되므로 소수점 아래 50번째까지 구할 필요가 없지?
수학에서는 이렇게 규칙을 찾아서 추론하는 문제가 자주 출제되고 있어. 규칙을 찾는 것은 수학을 공부하는 데 있어서 중요해. 항상 규칙이 있는지 살피도록 하자.

086 답 ④

$0.\dot{1}\dot{3}$을 x라 하면 $x=0.131313\cdots$ ⋯ ㉠
㉠의 양변에 $\overset{(가)}{100}$을 곱하면 $\overset{(나)}{100x}=13.131313\cdots$ ⋯ ㉡
㉡−㉠을 하면 $99x=13$ ← (다)
$\therefore x=\frac{13}{99}$

087 답 ①

$1.4\dot{7}\dot{1}$을 x라 하면 $x=1.4717171\cdots$
$\overset{(가)}{1000}x=1471.7171\cdots$ ⋯ ㉠
$\underset{(나)}{10}x=14.7171\cdots$ ⋯ ㉡
㉠−㉡을 하면
$\underset{(다)}{990}x=1457$
$\therefore x=\frac{1457}{990}$
$\therefore$ (가)+(나)+(다)$=2000$

088 답 ③

$100x=19.999\cdots$, $10x=1.999\cdots$
$\therefore 100x-10x=18$

089 답 ③

$x=0.2333\cdots$의 양변에 10, 100을 각각 곱하면
$10x=2.333\cdots$, $100x=23.333\cdots$
① $10x-x=2.1$
② $10x=2.333\cdots$
③ $100x-10x=21$
④ $100x-x=23.1$
⑤ $100x=23.333\cdots$

090 답 ①

$x=5.12323\cdots$ ⋯ ㉠
㉠의 양변에 각각 10, 1000을 곱하면
$10x=51.2323\cdots$ ⋯ ㉡, $1000x=5123.2323\cdots$ ⋯ ㉢
㉢−㉡을 하면 $1000x-10x=5072$, $990x=5072$
$\therefore x=\frac{5072}{990}=\frac{2536}{495}$

091 답 ⑤

$1000x-100x$를 이용하기에 편리한 것을 찾으려면 $1000x$에 해당하는 것은 정수 부분이 순환마디 하나를 포함한 것이어야 하고, $100x$는 정수 부분이 모두 순환하지 않는 것이어야 해.
따라서 적당한 것은 ⑤ $0.53\dot{2}$야.

[다른 풀이]

$x=0.5322\cdots$일 때,

$1000x=532.222\cdots$ ⋯ ㉠, $100x=53.222\cdots$ ⋯ ㉡

㉠−㉡을 하면 $900x=479$ $\quad\therefore x=\frac{479}{900}$

따라서 $0.53\dot{2}$와 같이 소수점 아래 셋째 자리만 반복하는 순환소수일 때 이용하면 편리해.

092 답 ①

$0.\dot{4}1\dot{7}=\frac{417}{999}=417\times\frac{1}{999}=417\times 0.\dot{0}0\dot{1}$

093 답 ①

$0.\dot{6}\dot{3}$을 x라 하면 $x=0.6363\cdots$ ⋯ ㉠

㉠의 양변에 100을 곱하면 $100x=63.6363\cdots$ ⋯ ㉡

㉡−㉠을 하면

$100x-x=63,\ 99x=63$

$\therefore x=\frac{63}{99}=\frac{7}{11}$

따라서 $a=11$, $b=7$이므로 $a+b=18$

094 답 207

$0.\dot{8}=\frac{8}{9}=8\times\frac{1}{9}=8\times a \qquad \therefore a=\frac{1}{9}$

$0.\dot{2}\dot{3}=\frac{23}{99}=23\times\frac{1}{99}=23\times 0.\dot{0}\dot{1}=b\times 0.\dot{0}\dot{1} \qquad \therefore b=23$

$\therefore \frac{b}{a}=b\div a=23\div\frac{1}{9}=23\times 9=207$

095 답 $\frac{428}{999}$

$\frac{428}{10^3}+\frac{428}{10^6}+\frac{428}{10^9}+\cdots$

$=0.428+0.000428+0.000000428+\cdots$

$=0.428428428\cdots=0.\dot{4}2\dot{8}=\frac{428}{999}$

096 답 187

$2.2\dot{7}=\frac{227-22}{90}=\frac{205}{90}=\frac{41}{18}$

따라서 $a=205$, $b=18$이므로 $a-b=187$

097 답 ②

ㄱ. $0.\dot{3}=0.333\cdots$

ㄴ. $\frac{3}{10}=0.3$

ㄷ. $\frac{1}{3}=0.333\cdots$

따라서 0.3과 같은 것은 ㄴ이야.

098 답 ②

$2.4\dot{3}=\frac{243-24}{90}=\frac{219}{90}=\frac{73}{30}$

099 답 ⑤

⑤ $4.2\dot{5}=\frac{425-42}{90}=\frac{383}{90}$

100 답 ②

Ⅰ. 0.267

Ⅱ. $0.26\dot{7}=0.267|77\cdots$

Ⅲ. $0.2\dot{6}\dot{7}=0.267|67\cdots$

Ⅳ. $0.\dot{2}6\dot{7}=0.267|267\cdots$

선을 기준으로 왼쪽의 수는 모두 같으므로 오른쪽에 있는 숫자만 비교하면 돼.

따라서 작은 것부터 차례로 나열한 것은 Ⅰ, Ⅳ, Ⅲ, Ⅱ야.

101 답 ②

① 0.7

② $0.7777\cdots$

③ $0.0707\cdots$

④ $0.0777\cdots$

⑤ $0.7070\cdots$

따라서 ②>⑤>①>④>③이 성립해.

오답피하기

기본적인 대소 관계를 묻는 문제야. 소수의 대소를 비교할 때는 소수점 아래 첫째 자리의 수부터 뒤로 가면서 비교하는 거라고 배웠지? 우선 첫째 자리를 비교하고 대소를 판단하고, 소수점 아래 첫째 자리가 같은 경우 둘째 자리를 비교해. 순환소수도 다를 게 없어. 순환소수를 길게 적은 후 소수의 대소를 비교하듯 하면 돼.

102 답 ③

① $2.1\dot{2}=2.1222\cdots>2.\dot{1}\dot{2}=2.121212\cdots$ (거짓)

② $0.\dot{5}=0.555\cdots>0.\dot{5}\dot{0}=0.505050\cdots$ (거짓)

③ $0.1\dot{2}\dot{3}=0.1232323\cdots>0.\dot{1}2\dot{3}=0.123123\cdots$ (참)

④ $0.3\dot{7}=\frac{37-3}{90}=\frac{34}{90}=\frac{374}{990}>\frac{37}{99}=\frac{370}{990}$ (거짓)

⑤ $1.9<1.\dot{9}\dot{0}=1.909090\cdots$ (거짓)

103 답 ②

ㄱ. $0.\dot{9}\dot{0}=0.909090\cdots<0.\dot{9}0\dot{9}=0.909909\cdots$ (거짓)

ㄴ. $3.\dot{1}\dot{0}=3.101010\cdots<3.\dot{1}=3.111\cdots$ (참)

ㄷ. $0.\dot{2}\dot{6}=0.262626\cdots<0.2\dot{6}=0.2666666\cdots$ (거짓)

ㄹ. $0.4\dot{9}=0.4999\cdots>0.49$ (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄴ으로 1개야.

104 답 ③

$0.\dot{x}=\frac{x}{9}$이므로

$\frac{2}{5}<0.\dot{x}<\frac{3}{4}$에서 $\frac{2}{5}<\frac{x}{9}<\frac{3}{4}$

각 변에 9를 곱하면 $\frac{18}{5}<x<\frac{27}{4}$

$\frac{18}{5}=3.6$, $\frac{27}{4}=6.75$이므로 위 부등식을 만족시키는 자연수 x의 값은 4, 5, 6이야.

$\therefore$ (구하는 합)$=4+5+6=15$

105 답 ③

$\frac{5}{11}<x<\frac{8}{11}$이라 하면 $\frac{45}{99}<x<\frac{72}{99}$, $0.\dot{4}\dot{5}<x<0.\dot{7}\dot{2}$

따라서 조건을 만족시키는 것은 $0.4\dot{7}$, $0.5\dot{6}$, $0.6\dot{1}$로 3개야.

106 답 ⑤

$\frac{17}{30}=x+0.0\dot{1}$에서 $\frac{17}{30}=x+\frac{1}{90}$

$\therefore x=\frac{17}{30}-\frac{1}{90}=\frac{51}{90}-\frac{1}{90}=\frac{50}{90}=\frac{5}{9}=0.\dot{5}$

107 답 18

어떤 자연수를 x라 하면 $2.\dot{5}x-2.5x=1$

$\frac{23}{9}x-\frac{5}{2}x=1$, $\frac{1}{18}x=1$ $\quad\therefore x=18$

108 답 ②

ㄱ. 순환소수는 모두 $\frac{b}{a}$ (단, a, b는 정수, $a\neq0$)로 나타낼 수 있으므로 유리수야. (참)

ㄴ. 유한소수는 분모를 10의 거듭제곱 꼴인 분수로 나타낼 수 있으므로 유리수야. (참)

ㄷ. 순환소수는 똑같은 숫자가 무한히 반복되는 소수이므로 모두 무한소수라고 할 수 있어. (참)

ㄹ. 【반례】 정수가 아닌 유리수 $\frac{1}{7}=0.1428571428571\cdots$은 유한소수가 아니야. (거짓)

ㅁ. 【반례】 $\frac{1}{3}=0.333\cdots$은 유한소수로 나타낼 수 없어. (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이야.

오|답|피|하|기

옳은 것을 고르는 문제를 쉽게 푸는 요령이 있어. 주어진 문장이 옳은 것을 증명하기보다는 오히려 안 되는 반례를 찾는 게 훨씬 나아. 물론 옳은 것은 반례가 생기지 않으니까 그것은 건너뛰고 옳지 않은 것에 대한 반례만 따져 보는 거야. 그러면 옳은 것만 증명하면 되니까 문제를 풀기에 좋아.

109 답 ③

① 【반례】 $\frac{1}{7}=0.1428571428571\cdots$은 무한소수야. (거짓)

② 【반례】 π는 순환하지 않는 무한소수야. (거짓)

③ 기약분수의 분모의 소인수가 2 또는 5뿐인 분수는 유한소수로 나타낼 수 있고, 분모의 소인수가 2 또는 5 이외의 것이 있으면 순환소수로 나타낼 수 있어. (참)

④ 【반례】 $0.\dot{1}\dot{9}=\frac{19}{99}$와 같이 순환소수는 분수로 나타낼 수 있어. (거짓)

⑤ 【반례】 $\frac{1}{2}=0.5$, $\frac{1}{6}=0.1\dot{6}$과 같이 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있어. (거짓)

오|답|피|하|기

소수 포함 관계를 파악할 때, 다음을 꼭 기억해.
① 무한소수는 순환소수와 순환하지 않는 무한소수로 나누어져.
② 유리수는 유한소수와 순환소수로 나누어져.
③ 소수는 유한소수와 무한소수로 나누어져.

110 답 ④

ㄱ. 【반례】 무한소수 π는 분수로 나타낼 수 없어. (거짓)

ㄴ. π, $0.123456\cdots$ 등 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니야. (참)

ㄷ. 【반례】 $0.\dot{3}+(-0.\dot{3})=0$ (거짓)

ㄹ. $0.\dot{8}=\frac{8}{9}$, $1.\dot{2}\dot{3}=\frac{122}{99}$ 등 순환소수는 $\frac{b}{a}$ (단, a, b는 정수, $a\neq0$)의 꼴로 나타낼 수 있어. (참)

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이야.

잘 틀리는 유형 훈련+1up

p. 24

111 답 8

1st 분수 $\frac{3}{50}$의 분자, 분모를 각각 소인수분해하여 조건을 만족시키는 a, n의 값을 각각 구해.

$\frac{3}{50}=\frac{3}{2\times5^2}=\frac{3\times2}{2\times5^2\times2}=\frac{6}{10^2}$

$=\frac{3\times2^2\times5}{2\times5^2\times2^2\times5}=\frac{60}{10^3}$

$=\cdots$

따라서 가장 작은 자연수 $n=2$이고, 이때 $a=6$이므로

$a+n=6+2=8$

112 답 $0.00\dot{1}$

1st 분수와 순환소수의 관계를 이용하여 s의 값을 구하자.

서로 다른 세 자연수 a, b, c에 대하여 $[a, b, c]$를

$[a, b, c]=\frac{a}{10}+\frac{b}{90}+\frac{c}{900}$로 정의하였으므로

$[9, 1, 5]=\frac{9}{10}+\frac{1}{90}+\frac{5}{900}=\frac{825}{900}=825\times\frac{1}{900}$

$=825\times0.00\dot{1}$

$\therefore s=0.00\dot{1}$

113 답 10개

1st 유한소수가 되기 위해서는 기약분수의 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 해.

$\frac{12}{500x}=\frac{2^2\times3}{2^2\times5^3\times x}=\frac{3}{5^3\times x}$이므로 x가 2^a 또는 5^b 또는 $2^c\times5^d$ (a, b, c, d는 자연수)의 꼴로 나타나면 주어진 분수는 유한소수가 돼.

2nd 각 경우를 나누어 주어진 조건 $1<x<20$을 만족시키는 자연수 x의 개수를 찾자.

(ⅰ) $x=2^a$의 꼴일 때, $a=1, 2, 3, 4$이면 x의 값은 각각 2, 4, 8, 16으로 4개

(ⅱ) $x=5^b$의 꼴일 때, $b=1$이면 $x=5$로 1개

(ⅲ) $x=2^c\times5^d$의 꼴일 때, $c=1$, $d=1$이면 $x=10$으로 1개

이때, 주어진 분수의 분자에 3이 있으므로 3도 자연수 x가 될 수 있고, (ⅰ)~(ⅲ)에서 구해진 x의 값에 3을 곱해도 주어진 분수는 유한소수가 될 수 있겠지?

따라서 $2\times3=6$, $4\times3=12$, $5\times3=15$도 자연수 x가 될 수 있어.

즉, 구하는 자연수 x의 개수는 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 16으로 10개야.

114 답 84

1st 주어진 분수를 약분하여 기약분수로 나타내자.

$\frac{38}{420}=\frac{19}{210}=\frac{19}{2\times3\times5\times7}$이고 곱하는 자연수를 x라 하자.

이때, $\frac{19}{2\times3\times5\times7}\times x$는 소수로 나타내면 유한소수가 되어야 하므로 이 분수의 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 해.

따라서 자연수 x는 $3\times7=21$의 배수가 되어야 하겠지?

2nd 가장 큰 두 자리 자연수를 구하자.

따라서 자연수 x의 값은 21, 42, 63, …이므로 가장 큰 두 자리 자연수 x의 값은 84야.

115 답 99

1st 유한소수가 되기 위해서는 기약분수의 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이여야 하지?

(i) $\frac{3a}{396}=\frac{a}{132}=\frac{a}{2^2\times3\times11}$를 유한소수로 나타낼 수 있으려면 분모의 $3\times11=33$이 약분되어야 해.

(ii) $\frac{a}{165}=\frac{a}{3\times5\times11}$를 유한소수로 나타낼 수 있으려면 분모의 $3\times11=33$이 약분되어야 해.

2nd (i), (ii)를 모두 만족시키는 자연수 a의 값을 찾자.

따라서 (i), (ii)를 모두 만족시키는 자연수 a는 33의 배수이어야 하고, 이 중에서 구하는 값은 가장 큰 두 자리 자연수이니까

$33\times3=99$야.

116 답 561

1st 어떤 분수가 유한소수가 되려면 분모를 잘 보라고 했지?

두 분수 $\frac{37}{102}$, $\frac{9}{110}$는 기약분수이고 각 분수의 분모를 소인수분해 해보면

$102=2\times3\times17$, $110=2\times5\times11$

2nd 두 분수에 어떤 수를 곱해야 모두 유한소수가 되는지 생각해 봐.

분수에 자연수를 곱하여 유한소수가 되게 하려면 분모의 소인수가 2 또는 5 이외의 수는 없애야겠지?

즉, $\frac{37}{102}$에서는 분모의 소인수 3과 17을, $\frac{9}{110}$에서는 분모의 소인수 11을 없애면 돼.

따라서 두 분수를 유한소수로 만들 수 있는 자연수는 3, 11, 17의 공배수가 되어야 하므로 세 자리의 자연수는

$3\times11\times17=561$이야.

오답피하기

분수 하나에 적당한 수를 곱하여 유한소수가 되게 하는 방법은 이해하고 있지만 두 개 이상의 분수가 나오면 힘들어 하는 경향이 있어.
원리는 간단해. 곱해서 분모에 2 또는 5 이외의 수를 없애면 된다는 것! 보통 두 분수의 분모에서 제거되는 숫자를 곱한 게 답이 되는 경우가 많은데 이 문제는 세 자리의 자연수를 구하는 거니까 묻는 것에 주의해야 해.

117 답 61

1st 조건 (나)를 만족시키는 a의 꼴을 찾자.

조건 (나)에 의하여 $\frac{1}{a}$이 유한소수이기 위해서는 자연수 a가 2 또는 5의 거듭제곱의 곱이어야 해.

2nd 조건 (가)를 만족시키는 모든 a의 값을 찾아 그 합을 구해.

조건 (가)에 의하여 2 또는 5의 거듭제곱의 곱으로 표현되고 $10<a<30$인 자연수 a는

$2^4=16$, $2^2\times5=20$, $5^2=25$

따라서 구하는 값은

$16+20+25=61$

118 답 ①

1st 분수 $\frac{x}{24}$를 유한소수로 나타낼 수 있으므로 x가 될 수 있는 모든 값을 찾을 수 있지?

분수 $\frac{x}{24}=\frac{x}{2^3\times3}$를 소수로 나타냈을 때 유한소수가 되기 위해서는 x가 3의 배수이어야 해. 즉, x는 한 자리 자연수이고 3의 배수여야 하므로 3, 6, 9 중 하나야.

2nd 각 x의 값에 따라 y의 값을 구한 후 조건을 만족시키는지 판단해.

(i) $x=3$일 때,

$\frac{x}{24}=\frac{3}{24}=\frac{1}{8}=\frac{1}{y}$

$\therefore y=8$

그런데 $3<8$이므로 $x>y$를 만족시키지 않으므로 $x\neq3$

(ii) $x=6$일 때,

$\frac{x}{24}=\frac{6}{24}=\frac{1}{4}=\frac{1}{y}$

$\therefore y=4$

이때, $6>4$이므로 $x=6$

(iii) $x=9$일 때,

$\frac{x}{24}=\frac{9}{24}=\frac{3}{8}$

그런데 $\frac{3}{8}=\frac{1}{y}$을 만족시키는 자연수 y가 존재하지 않으므로 $x\neq9$

(i)~(iii)에 의하여

$x=6$, $y=4$

$\therefore x+y=10$

119 답 14개

1st 분수를 유한소수가 되게 하려면 분모의 소인수가 2 또는 5로만 이루어져야 하지?

분수 $\frac{1}{n}$이 유한소수가 되려면 분모, 즉 자연수 n의 소인수가 2 또는 5뿐인 자연수이면 되지? 그럼, $2\le n\le100$인 자연수 n은 2^a 또는 5^b 또는 $2^c\times5^d$(a, b, c, d는 자연수)의 꼴로 나타나면 돼.

(i) $n=2^a$일 때,

$a=1$, 2, 3, 4, 5, 6이면 n의 값은 각각 2, 4, 8, 16, 32, 64로 6개

(ii) $n=5^b$일 때,

$b=1$, 2이면 n의 값은 각각 5, 25로 2개

(iii) $n=2^c\times5^d$일 때,

$c=1$이고 $d=1$, 2이면 n의 값은 각각 10, 50으로 2개

$c=2$이고 $d=1$, 2이면 n의 값은 각각 20, 100으로 2개

$c=3$이고 $d=1$이면 n의 값은 40으로 1개

$c=4$이고 $d=1$이면 n의 값은 80으로 1개

(i)~(iii)에 의하여 분수 $\frac{1}{n}$이 유한소수가 되는 자연수 n의 개수는

$6+2+2+2+1+1=14$(개)야.

120 답 85개

1st 99개 분수 중 유한소수의 개수를 구하자.
순환소수의 개수를 직접적으로 구하기보다는 전체 99개에서 유한소수의 개수를 구해서 빼는 게 더 효과적이야.
분수를 소수로 나타냈을 때 유한소수가 되는 분수의 형태는
$\frac{1}{2^a \times 5^b}$ 의 꼴이지?

(ⅰ) $5^b=1$일 때, 즉 $\frac{1}{2^a}$의 꼴이면

$\frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \frac{1}{2^4}, \frac{1}{2^5}, \frac{1}{2^6}$ ← 6개

(ⅱ) $b=1$일 때, 즉 $\frac{1}{2^a \times 5}$의 꼴이면

$\frac{1}{5}, \frac{1}{2\times5}, \frac{1}{2^2\times5}, \frac{1}{2^3\times5}, \frac{1}{2^4\times5}$ ← 5개

(ⅲ) $b=2$일 때, 즉 $\frac{1}{2^a \times 5^2}$의 꼴이면

$\frac{1}{5^2}, \frac{1}{2\times5^2}, \frac{1}{2^2\times5^2}$ ← 3개

2nd 99개 분수 중 순환소수의 개수를 구하자.
(ⅰ) ~ (ⅲ)에 의하여 주어진 분수 중 유한소수의 개수는
$6+5+3=14$(개)야.
따라서 순환소수의 개수는 $99-14=85$(개)야.

121 답 ②

1st 순환소수를 분수로 나타내는 경우는 순환마디에 주의해서 구하자.

① $0.47=\frac{47}{100}$ (거짓)

② $0.4\dot{7}=\frac{47-4}{90}=\frac{43}{90}$ (참)

③ $0.\dot{3}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$ (거짓)

④ $2.4\dot{1}2\dot{5}=\frac{24125-24}{9990}=\frac{24101}{9990}$ (거짓)

⑤ $-0.99\dot{7}=-\frac{997-99}{900}=-\frac{898}{900}=-\frac{449}{450}$ (거짓)

오답피하기

순환소수를 분수로 고칠 때 실수하기 쉬운 부분이 순환마디에 포함이 안 된 숫자의 처리야. 소수점 아래 첫째 자리에 순환마디가 없는 경우는 다음과 같은 방법으로 순환소수를 분수로 고치지.
(ⅰ) 분모에는 순환마디의 숫자의 개수만큼 9를 쓰고, 소수점 아래의 순환하지 않는 숫자의 개수만큼 0을 써.
(ⅱ) 분자에는 전체 수에서 순환하지 않는 수를 빼.

전체의 수　순환하지 않는 수

$a.b\dot{c}\dot{d}=\frac{abcd-ab}{990}$

순환마디 숫자 2개

소수점 아래 순환하지 않는 숫자 1개

122 답 ③

1st 순환소수를 분수로 나타내는 경우는 순환마디에 주의해서 구하자.

① $2.\dot{6}=\frac{26-2}{9}=\frac{24}{9}=\frac{8}{3}$ (거짓)　② $0.\dot{6}\dot{5}=\frac{65}{99}$ (거짓)

③ $2.1\dot{5}\dot{2}=\frac{2152-21}{990}=\frac{2131}{990}$ (참)　④ $0.\dot{5}67\dot{8}=\frac{5678}{9999}$ (거짓)

⑤ $1.26\dot{7}=\frac{1267-126}{900}=\frac{1141}{900}$ (거짓)

123 답 ①

1st 주어진 분수의 순환마디를 파악해서 반복되는 숫자를 구하자.
순환소수 0.38615615…에서 소수점 아래 셋째 자리부터 3개의 숫자 6, 1, 5가 순서대로 반복되지?
2nd 소수점 아래 124번째까지 반복되는 숫자가 몇 번 나오는지 알아보고 그 나머지 숫자도 빼놓지 말자.
구하려는 것은 순환소수 0.38615615…의 소수점 아래 124번째 자리에 오는 숫자지? 이것은 순환되지 않는 3, 8을 제외한 122번째 자리에 오는 숫자를 구하는 것과 같아. 이때, $122\div3=40$ … 2이므로 3개의 숫자 6, 1, 5가 40번 반복된 후, 6과 1이 한 번 더 나오게 되는 거야.
따라서 소수점 아래 124번째 수는 1이야.

124 답 202

1st 분수 $\frac{4}{7}$를 순환소수로 나타내어 A_n의 값을 각각 따져보자.
$\frac{4}{7}=0.\dot{5}7142\dot{8}$이고 $45=6\times7+3$이므로 소수점 아래 45번째 수까지 순환마디가 7번 반복되고 5, 7, 1이 한 번 더 나와.

$$\therefore A_1+A_2+A_3+A_4+\cdots+A_{42}+A_{43}+A_{44}+A_{45}$$
$$=(5+7+1+4+2+8)\times7+5+7+1=189+13$$
$$=202$$

125 답 $0.\dot{3}\dot{1}$

1st 잘못 보아서 나온 순환소수부터 분수로 고치자.
$2.\dot{8}\dot{1}=\frac{279}{99}=\frac{31}{11}$인데 분모를 잘못 본 것이므로 분자는 제대로 본 것이지?　∴ (옳게 본 분자)$=31$
또, $1.\dot{9}\dot{4}=\frac{193}{99}$인데 분자를 잘못 본 것이므로 분모는 제대로 본 것이지?　∴ (옳게 본 분모)$=99$
2nd 이제 제대로 된 분수를 순환소수로 나타내자.
따라서 원래 기약분수는 $\frac{31}{99}$이므로 $\frac{31}{99}$을 순환소수로 나타내면
$\frac{31}{99}=0.\dot{3}\dot{1}$

오답피하기

이런 유형의 문제는 잘못 본 것을 이용해서 제대로 본 것을 구해야 하는 거야. 예전에 비슷한 것을 다루어 봤을 거야. 중학교 1학년에서 배웠던 일차방정식의 활용 부분에서 '어떤 수를 4배하여 5를 더해야 할 것을 잘못하여 뺐더니 15가 나왔어. 어떤 수를 구하여라.'와 같은 문제야. 다만 여기서는 순환소수를 분수로 고치는 방법을 알아야 한다는 거야. '~을 잘못 보고'와 같은 유형의 풀이 방법은 비슷한 거야.

126 답 $0.\dot{2}$

1st 잘못 보아서 나온 순환소수부터 분수로 고치자.
$0.4=\frac{2}{5}$인데 분모를 잘못 본 것이므로 (옳게 본 분자)$=2$

또, $0.\dot{5}=\frac{5}{9}$인데 분자를 잘못 본 것이므로 (옳게 본 분모)$=9$
2nd 이제 제대로 된 분수를 소수로 나타내자.
따라서 원래 기약분수는 $\frac{2}{9}$이고 $\frac{2}{9}$를 소수로 나타내면
$\frac{2}{9}=0.222\cdots=0.\dot{2}$

127 답 $\frac{4}{5}$

1st 먼저 순환소수를 분수로 바꾸고 조건에 맞는 식을 세우자.

$0.\dot{1}=\frac{1}{9}=\frac{10}{90}$, $0.\dot{8}=\frac{8}{9}=\frac{80}{90}$이므로

분모가 90이고 분자가 자연수 x인 분수를 $\frac{x}{90}$라 하면

$\frac{10}{90}<\frac{x}{90}<\frac{80}{90}$

2nd $\frac{x}{90}$가 유한소수가 되는 경우를 생각해 보자.

$\frac{x}{90}=\frac{x}{2\times3^2\times5}$가 유한소수가 되기 위해서는 분모의 $3^2=9$가 약분되어야 하므로 x는 10과 80 사이의 9의 배수야.

따라서 $\frac{18}{90}=\frac{1}{5}$, $\frac{27}{90}=\frac{3}{10}$, $\cdots$, $\frac{72}{90}=\frac{4}{5}$이므로 가장 큰 수는 $\frac{4}{5}$야.

128 답 ②

1st 먼저 순환소수를 분수로 바꾸고 조건에 맞는 식을 세우자.

순환소수 $0.3\dot{6}$을 분수로 바꾸면 $0.3\dot{6}=\frac{36-3}{90}=\frac{33}{90}=\frac{11}{30}$

여기에 어떤 자연수 N을 곱하면 3보다 크고 5보다 작은 수가 되므로

$3<\frac{11}{30}\times N<5$ ⋯ ㉠

2nd $\frac{11}{30}\times N$이 무한소수가 되지 못하는 경우를 생각해 보자.

㉠의 각 변에 $\frac{30}{11}$을 곱하면 $\frac{90}{11}<N<\frac{150}{11}$, 즉 $8.\dot{1}\dot{8}<N<13.\dot{6}\dot{3}$

이때, N은 자연수이므로 위의 부등식을 만족시키는 N의 값은 9, 10, 11, 12, 13이야.

그런데 $\frac{11}{30}\times N$에서 분모인 $30=2\times3\times5$의 소인수 3이 약분되면 무한소수가 되지 않겠지? 즉, N은 3의 배수이면 안 돼.

따라서 N의 값으로 적당한 것은 10, 11, 13이야.

129 답 ⑤

1st 먼저 순환소수를 분수로 바꾸자.

$0.\dot{3}x+0.\dot{1}\dot{6}=0.\dot{7}\dot{9}$에서 순환소수를 분수로 바꾸면

$0.\dot{3}=\frac{3}{9}$, $0.\dot{1}\dot{6}=\frac{16}{99}$, $0.\dot{7}\dot{9}=\frac{79}{99}$

2nd 이제 바뀌어진 분수를 원래의 식에 대입하여 x의 값을 구하자.

$\frac{3}{9}x+\frac{16}{99}=\frac{79}{99}$, $\frac{3}{9}x=\frac{79}{99}-\frac{16}{99}=\frac{63}{99}$

$\therefore x=\frac{63}{99}\times\frac{9}{3}=\frac{21}{11}=1.\dot{9}\dot{0}$

오답피하기

이런 유형의 문제는 순환소수를 분수로 바꾸어서 풀어야 해!

$0.\dot{3}x+0.\dot{1}\dot{6}=0.\dot{7}\dot{9}$, $0.\dot{3}x=0.\dot{7}\dot{9}-0.\dot{1}\dot{6}=0.\dot{6}\dot{3}$

$\therefore x=\frac{0.\dot{6}\dot{3}}{0.\dot{3}}=0.\dot{2}\dot{1}$

위와 같이 풀면 0점이야. 절대로 이렇게 풀면 안 돼! 반드시 순환소수를 분수로 바꾼 다음에 주어진 식을 풀어야 하는 거야.

130 답 ②

1st 순환소수를 분수로 바꾸어 계산하자.

$0.\dot{3}+0.0\dot{6}=\frac{3}{9}+\frac{6}{90}=\frac{36}{90}=\frac{2}{5}=\frac{2}{a}$ $\therefore a=5$

$1.\dot{1}\times0.0\dot{1}=\frac{10}{9}\times\frac{1}{90}=\frac{1}{81}=\frac{b}{81}$ $\therefore b=1$

$\therefore ab=5$

131 답 ②, ⑤

1st 반례를 먼저 찾아보자.

① 【반례】 무한소수 π는 유리수가 아니야. (거짓)

③ 【반례】 무한소수 π는 유리수가 아니므로 분수로 나타낼 수 없어. (거짓)

④ 유리수에는 유한소수와 순환하는 무한소수, 즉 순환소수밖에 없으므로 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니야. (거짓)

2nd 옳은 것은 그 이유를 알아보자.

② 모든 유한소수는 분모를 2 또는 5의 거듭제곱의 곱의 꼴로 나타낼 수 있으므로 유리수야. (참)

⑤ 분수는 유한소수나 순환소수로만 나타나므로 유한소수로 나타낼 수 없는 분수는 모두 순환소수로 나타낼 수 있어. (참)

오답피하기

①과 ③은 π만 떠올리면 금방 틀린 것을 알 수 있어.

④는 유리수의 특성을 알고 있으면 돼. 유리수를 소수로 나타내면 유한소수이거나 순환소수로만 나타난다구. 그래서 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니야.

132 답 ②

1st 문장이 성립되지 않는 반례를 먼저 찾아보자.

① 【반례】 $0.1\dot{8}=0.18888\cdots$이므로 무한소수야. (거짓)

③ 【반례】 $\frac{8}{13}=0.\dot{6}1538\dot{4}$로 순환소수도 있어. (거짓)

④ 【반례】 $\frac{1}{10}=0.1$로 유한소수가 돼. (거짓)

⑤ 【반례】 $0.\dot{3}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$은 정수가 아니지? (거짓)

2nd 옳은 것은 그 이유를 알아보자.

② 모든 순환소수는 분수로 나타낼 수 있으니까 유리수야. (참)

133 답 $\frac{1}{11}$

1st b와 c, $b*c$와 a가 같은지 알아보자.

$b=0.\dot{3}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$, $c=\frac{1}{3}$, 즉 $b=c$이므로

$b*c=bc=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$

또, $a=0.\dot{0}\dot{1}=\frac{1}{99}$, 즉 $a\neq(b*c)$야.

2nd 주어진 연산을 약속에 의하여 계산하자.

$\therefore a*(b*c)=\frac{a}{b*c}=\frac{1}{99}\div\frac{1}{9}=\frac{1}{99}\times9=\frac{9}{99}=\frac{1}{11}$

134 답 1

1st 문제에서 약속한 연산 ★을 보면 분수를 유한소수로 나타낼 수 있는지 먼저 따져봐야겠지?

구하는 것은 $(9★21)+(15★8)+(169★65)$이므로

분수 $\frac{9}{21}$, $\frac{15}{8}$, $\frac{169}{65}$가 각각 유한소수로 나타낼 수 있는지 알아야 해.

$\frac{9}{21}=\frac{3}{7}$이므로 유한소수로 나타낼 수 없어.

$\frac{15}{8}=\frac{3\times5}{2^3}$이므로 유한소수로 나타낼 수 있어.

$\frac{169}{65}=\frac{13}{5}$이므로 유한소수로 나타낼 수 있어.

2nd 주어진 연산을 약속에 의하여 계산하자.

$\therefore (9★21)+(15★8)+(169★65)=-1+1+1=1$

서술형 다지기

p. 28

[135-136 채점기준표]

Ⅰ	분모인 25를 10의 거듭제곱으로 나타낸다.	50%
Ⅱ	주어진 과정의 a, b, c, d의 값을 각각 찾는다.	30%
Ⅲ	$ab+cd$의 값을 계산한다.	20%

135 답 48

먼저, 소수로 나타내기 위하여 분모를 10의 거듭제곱 꼴로 만들자.

$\frac{8}{25}=\frac{8}{5^2}=\frac{8\times2^2}{5^2\times2^2}=\frac{32}{100}=0.32$ … Ⅰ

그다음, a, b, c, d의 값을 각각 구하자.

$a=2^2=4$, $b=2^2=4$, $c=100$, $d=0.32$ … Ⅱ

그래서, $ab+cd$의 값을 구하자.

$\therefore ab+cd=4\times4+100\times0.32$

$=16+32=48$ … Ⅲ

136 답 900

먼저, 소수로 나타내기 위하여 분모를 10의 거듭제곱 꼴로 만들자.

$\frac{11}{40}=\frac{11}{2^3\times5}=\frac{11\times5^2}{2^3\times5\times5^2}=\frac{275}{1000}=0.275$ … Ⅰ

그다음, a, b, c, d의 값을 각각 구하자.

$a=5^2=25$, $b=5^2=25$, $c=1000$, $d=0.275$ … Ⅱ

그래서, $ab+cd$의 값을 구하자.

$\therefore ab+cd=25\times25+1000\times0.275$

$=625+275=900$ … Ⅲ

[137-138 채점기준표]

Ⅰ	두 분수의 순환마디를 각각 찾는다.	40%
Ⅱ	a, b의 값을 각각 구한다.	40%
Ⅲ	$a+b$의 값을 계산한다.	20%

137 답 12

먼저, $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{7}$의 순환마디를 각각 찾자.

$\frac{4}{7}=0.\dot{5}7142\dot{8}$이므로 6개의 숫자가 계속 반복된다.

$\frac{5}{7}=0.\dot{7}1428\dot{5}$이므로 6개의 숫자가 계속 반복된다. … Ⅰ

그다음, a, b의 값을 각각 구하자.

$\frac{4}{7}$에서 소수점 아래 20번째 자리의 숫자 a는 $20\div6=3$ … 2에서 순환하는 숫자의 2번째 수인 7이므로

$a=7$

$\frac{5}{7}$에서 소수점 아래 30번째 자리의 숫자 b는 $30\div6=5$에서 순환하는 숫자의 6번째 수인 5이므로

$b=5$ … Ⅱ

그래서, $a+b$의 값을 구하자.

$\therefore a+b=12$ … Ⅲ

138 답 12

먼저, $\frac{1}{7}$, $\frac{2}{35}$의 순환마디를 각각 찾자.

$\frac{1}{7}=0.\dot{1}4285\dot{7}$이므로 6개의 숫자가 계속 반복된다.

$\frac{2}{35}=0.0\dot{5}7142\dot{8}$이므로 소수점 아래 두 번째부터 6개의 숫자가 계속 반복된다. … Ⅰ

그다음, a, b의 값을 각각 구하자.

$\frac{1}{7}$의 소수점 아래 10번째 자리의 숫자 a는 $10\div6=1$ … 4에서 순환하는 숫자의 4번째 수인 8이다.

$\therefore a=8$

$\frac{2}{35}$의 소수점 아래 71번째 자리의 숫자 b는 $(71-1)\div6=11$ … 4에서 순환하는 숫자의 4번째 수인 4이다.

$\therefore b=4$ … Ⅱ

그래서, $a+b$의 값을 구하자.

$\therefore a+b=12$ … Ⅲ

139 답 143

$\frac{4}{220}=\frac{1}{55}=\frac{1}{5\times11}$, $\frac{3}{312}=\frac{1}{104}=\frac{1}{2^3\times13}$ … Ⅰ

이때, 두 분수가 유한소수가 되기 위한 자연수 a는 11과 13의 공배수이다. … Ⅱ

따라서 가장 작은 자연수 a는 11과 13의 최소공배수인 $11\times13=143$이다. … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	두 분수를 기약분수로 만든 후 분모를 소인수분해한다.	30%
Ⅱ	조건을 만족시키는 자연수 a를 알아본다.	30%
Ⅲ	가장 작은 자연수 a의 값을 구한다.	40%

140 답 7개

(ⅰ) 분수 $\frac{x}{2^2\times3\times5}$가 유한소수로 나타내어지려면 분모의 소인수 3이 약분되어야 하므로 이를 만족시키는 자연수 x는 3의 배수이다. … Ⅰ

(ⅱ) 분수 $\frac{x}{2^2\times3^2\times5^2}$가 순환소수로 나타내어지는 경우는 전체의 경우에서 분수 $\frac{x}{2^2\times3^2\times5^2}$가 유한소수로 나타내어지는 경우를 빼서 구하자. 이때, 분수 $\frac{x}{2^2\times3^2\times5^2}$가 유한소수로 나타내어지려면 분모의 소인수 $3^2=9$가 약분되어야 하므로 자연수 x는 9의 배수이다. 따라서 분수 $\frac{x}{2^2\times3^2\times5^2}$가 순환소수로 나타내어지는 자연수 x는 30 이하의 자연수 중 9의 배수를 빼면 된다. … Ⅱ

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 자연수 x는 3의 배수 중 9의 배수를 빼면 되므로 x는 3, 6, 12, 15, 21, 24, 30으로 7개이다. … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	분수 $\frac{x}{2^2\times3\times5}$를 유한소수로 나타낼 수 있는 x를 알아본다.	40%
Ⅱ	분수 $\frac{x}{2^2\times3^2\times5^2}$를 순환소수로 나타낼 수 있는 x를 알아본다.	40%
Ⅲ	$1\le x\le30$인 자연수 x의 개수를 구한다.	20%

141 답 531

$\frac{100}{13}=7.\dot{6}9230\dot{7}$이므로 6개의 숫자 6, 9, 2, 3, 0, 7이 계속 반복된다.
$121\div6=20\cdots1$이므로 소수점 아래 121번째 숫자는 6이 된다. … Ⅰ

소수점 아래 셋째 자리의 수부터 소수점 아래 121번째 자리의 수까지의 합은 소수점 아래 121번째 자리까지의 합에서 소수점 아래 둘째 자리까지의 합을 빼면 된다. … Ⅱ

$\therefore$ (구하는 합) $=\{(6+9+2+3+0+7)\times20+6\}-(6+9)$
$=546-15=531$ … Ⅲ

[다른 풀이]

$\frac{100}{13}=7.\dot{6}9230\dot{7}$이므로 6개의 숫자 6, 9, 2, 3, 0, 7이 계속 반복된다.
$121\div6=20\cdots1$이므로 소수점 아래 121번째 숫자는 6이 된다.
따라서 첫 번째 순환마디를 제외한 19번의 구간의 자리수 합이 27×19이고 나머지 숫자의 합이 18이므로 총합은 $27\times19+18=531$

[채점기준표]

Ⅰ	$\frac{100}{3}$의 순환마디를 찾는다.	30%
Ⅱ	소수점 아래 셋째 자리부터 121번째 자리의 수까지의 합을 구하는 방법을 생각한다.	30%
Ⅲ	구하고자 하는 총합을 구한다.	40%

142 답 11

$0.363636\cdots=0.\dot{3}\dot{6}=\frac{36}{99}=\frac{4}{11}=\frac{x}{11}$ $\quad\therefore x=4$ … Ⅰ

$0.2\dot{3}=\frac{23-2}{90}=\frac{21}{90}=\frac{7}{30}=y\times\frac{1}{30}$ $\quad\therefore y=7$ … Ⅱ

$\therefore x+y=11$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	x의 값을 구한다.	40%
Ⅱ	y의 값을 구한다.	40%
Ⅲ	$x+y$의 값을 계산한다.	20%

143 답 $0.30\dot{5}$

원래의 기약분수를 $\frac{A}{B}$라 하면

$3.\dot{6}=\frac{36-3}{9}=\frac{33}{9}=\frac{11}{3}$

윤주는 분모를 잘못 보았으므로 $A=11$ … Ⅰ

$1.36\dot{1}=\frac{1361-136}{900}$
$=\frac{1225}{900}=\frac{49}{36}$

보경이는 분자를 잘못 보았으므로 $B=36$ … Ⅱ

$\therefore \frac{A}{B}=\frac{11}{36}=0.30\dot{5}$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	윤주가 분모를 잘못 본 경우를 이용한다.	40%
Ⅱ	보경이가 분자를 잘못 본 경우를 이용한다.	40%
Ⅲ	원래의 기약분수를 구하여 순환소수를 나타낸다.	20%

144 답 $3.9\dot{3}$

$0.1\dot{3}=\frac{13-1}{90}=\frac{12}{90}=\frac{2}{15}$ … Ⅰ

$8-2a=0.1\dot{3}$에서

$8-2a=\frac{2}{15}$, $2a=\frac{118}{15}$ $\quad\therefore a=\frac{59}{15}$ … Ⅱ

따라서 a의 값은 $\frac{59}{15}$이고, 순환소수로 나타내면

$\frac{59}{15}=3.9333\cdots=3.9\dot{3}$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	$0.1\dot{3}$을 분수로 나타낸다.	40%
Ⅱ	등식을 이용하여 상수 a의 값을 구한다.	40%
Ⅲ	구한 a의 값을 순환소수로 나타낸다.	20%

최고난도 만점 문제

p. 30

145 답 75

1st 먼저 $\frac{1}{7}$의 순환마디를 구해서 반복되는 수를 찾자.

$\frac{1}{7}=0.142857142857\cdots=0.\dot{1}4285\dot{7}$이므로 1, 4, 2, 8, 5, 7이 순서대로 반복돼.

2nd A_n은 소수점 아래 첫 번째 자리에서 n번째 자리까지의 숫자의 합이지? 반복되는 숫자의 성질을 이용해 보자.
숫자가 6개씩 반복됨을 이용하여 규칙을 찾자.

$\therefore A_1+A_2+A_3+A_4+A_5+A_6$
$=1+(1+4)+(1+4+2)+(1+4+2+8)$
$+(1+4+2+8+5)+(1+4+2+8+5+7)$
$=1\times6+4\times5+2\times4+8\times3+5\times2+7\times1=75$

146 답 64

1st 조건 (가)와 (나)를 각각 분석하여 x가 어떤 값을 가져야 하는지 추론해 보자.

조건 (가)에서 x와 15는 서로소이므로 x는 3과 5를 소인수로 갖지 않지? 또, 조건 (나)에서 $\frac{15}{x}$를 유한소수로 나타낼 수 있으므로 조건 (가)에 의하여 x는 2만을 소인수로 가져.

2nd 조건 (다)에 의하여 x가 어떤 값을 가져야 하는지 알 수 있어.
조건 (다)에서 x는 $50\le x\le100$을 만족시킨다고 하므로 조건 (가)와 (나)를 모두 만족시키는 자연수 x는 $50\le x\le100$인 범위에서 2^n(n은 자연수)의 꼴의 수를 의미해.
따라서 주어진 세 조건을 모두 만족시키는 자연수 x는 $2^6=64$야.

오답피하기

(가), (나), (다)의 기준으로 조건을 만족시키는 x의 값을 찾는 문제야. 이런 경우에는 조건의 의미를 잘 파악하기만 한다면 답을 쉽게 구할 수 있어. 조건 (가)에서 x가 3, 5를 소인수로 갖지 않지만, 조건 (나)에서는 x가 2, 3, 5를 소인수로 가질 수 있음을 알 수 있어. 이럴 때 조건 (가)의 기준으로 조건 (나)에서 낸 결과를 수정하는 거야. 즉, 2, 3, 5 중 3, 5는 빼고 생각하면 돼.

147 답 ②

1st 주어진 식의 괄호 안의 부분을 순환소수로 나타내고, a의 값을 구할 수 있지?

$\frac{5}{10}+\frac{5}{10^2}+\frac{5}{10^3}+\cdots=0.5+0.05+0.005+\cdots=0.\dot{5}=\frac{5}{9}$이므로

$\frac{3}{25}\times\left(\frac{5}{10}+\frac{5}{10^2}+\frac{5}{10^3}+\cdots\right)=\frac{3}{25}\times\frac{5}{9}=\frac{1}{15}=\frac{1}{a}\qquad\therefore a=15$

2nd 구한 기약분수를 소수로 나타내자.

$\frac{1}{15}=0.066666\cdots=0.0\dot{6}=0.0\dot{b}\qquad\therefore b=6$

$\therefore a+b=15+6=21$

148 답 13

1st 각각의 분수의 순환마디를 구하자.

$\frac{1}{11}=0.\dot{0}\dot{9}$이므로 순환마디는 09야.

$\frac{1}{26}=0.0\dot{3}8461\dot{5}$이므로 순환마디는 384615야.

2nd 구하는 것은 각 분수의 소수점 아래 100번째 자리의 수이므로 반복되는 성질을 이용하자.

$\frac{1}{11}$은 순환마디가 09이고, $100\div2=50$이므로 0, 9가 50번 반복되니까 소수점 아래 100번째 수는 9야.

또, $\frac{1}{26}$은 소수점 아래 둘째 자리 이후부터 순환마디가 있으므로 소수점 아래 100번째는 순환마디가 반복되고 99번째에 해당하는 거야.

$\frac{1}{26}$은 순환마디가 384615이고, $99\div6=16\cdots3$이므로 3, 8, 4, 6, 1, 5가 16번 반복되고 3, 8, 4가 한 번 더 나와.

즉, 소수점 아래 100번째 수는 4야.

따라서 구하는 값은 $9+4=13$이야.

149 답 130

1st 주어진 일차방정식의 해를 구하자.

주어진 일차방정식을 풀면

$42x-k=17,\ 42x=17+k\qquad\therefore x=\frac{17+k}{42}=\frac{17+k}{2\times3\times7}$

2nd 일차방정식의 해가 유한소수가 되도록 하는 상수 k의 값을 찾자.

일차방정식의 해의 분모의 소인수가 2, 3, 7이므로 해가 유한소수가 되려면 소인수 3과 7이 약분되어야 해.

즉, 해의 분자인 $17+k$는 $3\times7=21$의 배수가 되어야 하겠지?

한편, 주어진 조건을 만족시키는 k의 값은 4, 25, 46, 67, 88, 109, 130, $\cdots$이지만 $k=109$이면 $x=3$이므로 유한소수 조건을 만족시키지 않아. 따라서 가장 작은 세 자리 자연수 k의 값은 130이야.

150 답 ⑤

$0.\dot{a}=\frac{a}{9},\ 0.0\dot{a}=\frac{a}{90}$이므로

$0.\dot{a}-0.0\dot{a}=\frac{a}{9}-\frac{a}{90}=\frac{10a-a}{90}=\frac{a}{10}$

즉, 주어진 부등식은 $\frac{5}{12}<\frac{a}{10}<\frac{5}{3}$

각 변에 10을 곱하면 $\frac{50}{12}<a<\frac{50}{3}$

$\frac{50}{12}=4.1\dot{6},\ \frac{50}{3}=16.\dot{6}$이므로 주어진 부등식을 만족시키는 한 자리 자연수 a의 값은 5, 6, 7, 8, 9로 5개야.

B 단항식의 계산

개념 다지기 001~037 정답은 p. 2에 있습니다.

유형 다지기 학교시험+학력평가 p. 34

038 답 ④

$2^5\times32=2^\square$에서 $32=2^5$이므로 $2^5\times2^5=2^{10}$

$\therefore \square=10$

039 답 ④

$a^4\times b\times a\times b^5=a^4\times a\times b\times b^5=a^{4+1}b^{1+5}=a^5b^6$

오답피하기

이 문제의 답을 a^4b^5으로 했다면 수학적인 약속을 잊은 거야. $a=a^1$과 같이 지수에 아무 숫자도 없는 것은 1이 생략된 것으로 봐야 해. 아무 숫자도 없으니까 0으로 생각하면 안 된다구. 이것은 편리성 때문에 그렇게 약속한 거야. 이런 경우는 많지? 예를 들어 $a=1\times a$와 같이 1을 생략하는 것도 같은 이치야. 만약 생략하지 않았다면 주어진 식 $a^4\times b\times a\times b^5$을 표현할 때, $(1\times a)^4\times(1\times b)\times(1\times a)\times(1\times b)^5$과 같이 끔찍한 식이 만들어지지? 하지만 계산할 때는 반드시 1이 있다는 사실을 잊지 말아야 해.

040 답 2

$27=3^3,\ 243=3^5$이므로 $27\times3^x=243$에서

$3^3\times3^x=3^5,\ 3^{3+x}=3^5$

$3+x=5\qquad\therefore x=2$

041 답 ②

$2\times3\times4\times5\times6=2\times3\times(2\times2)\times5\times(2\times3)$

$=2^4\times3^2\times5=2^x\times3^y\times5^z$

$\therefore x=4,\ y=2,\ z=1\Rightarrow xyz=8$

042 답 ①

$2^5\times(2^\square)^4=2^{17},\ 2^5\times2^{4\times\square}=2^{17},\ 2^{5+4\times\square}=2^{17}$

$5+4\times\square=17,\ 4\times\square=12$

$\therefore \square=3$

043 답 ④

$(a^4)^3\times b\times a\times(b^2)^5=a^{12}\times a\times b\times b^{10}=a^{12+1}b^{1+10}=a^{13}b^{11}$

044 답 ③

$(2^2)^\square\times(2^\square)^3=2^{2\times\square}\times2^{3\times\square}=2^{2\times\square+3\times\square}=2^{5\times\square}=2^{15}$

$5\times\square=15\qquad\therefore \square=3$

045 답 ②

$9=3^2,\ 243=3^5$이므로 $3^x\times(3^2)^2=3^5\times3$에서

$3^x\times3^4=3^6,\ 3^{x+4}=3^6$

$x+4=6\qquad\therefore x=2$

046 답 ⑤

$4^{x+3}=64^{x-1}$에서 $4=2^{\boxed{2}}$, $64=2^{\boxed{6}}$이므로

$(2^2)^{x+3}=(2^6)^{x-1}$, $2^{x+\boxed{6}}=2^{\boxed{6}x-6}$

$2x+6=6x-6$, $4x=\boxed{12}$ $\quad\therefore x=3$

따라서 $\square$ 안에 알맞은 수는 차례로 2, 6, 6, 6, 12이므로

(구하는 합)$=2+6+6+6+12=32$

047 답 ②

$8=2^3$이므로 $8^4=(2^3)^4=2^{12}$

즉, $2^{12}=2^{6x}=2^{4y}$이므로 $6x=12$, $4y=12$

$\therefore x=2, y=3$

따라서 선물을 받기 위해 선택해야 하는 공은 2, 3이야.

048 답 ④

① $a^6\div a^3=a^{6-3}=a^3$ (거짓)

② $a^5\div a^5=1$ (거짓)

③ $a^5\div a^{10}=\dfrac{1}{a^{10-5}}=\dfrac{1}{a^5}$ (거짓)

④ $a^4\div a^8=\dfrac{1}{a^{8-4}}=\dfrac{1}{a^4}$ (참)

⑤ $a^8\div a^4=a^{8-4}=a^4$ (거짓)

따라서 옳은 것은 ④야.

049 답 ⑤

$2^3\div 2^6=\dfrac{1}{2^{6-3}}=\dfrac{1}{2^3}=\dfrac{1}{8}$

050 답 ②

$2^5\div 2^x=\dfrac{1}{8}=\dfrac{1}{2^3}$이므로 $\dfrac{1}{2^{x-5}}=\dfrac{1}{2^3}$

$x-5=3$ $\quad\therefore x=8$

051 답 ④

$x^{10}\div x^{\square}\div x^2=x^{10-\square}\div x^2=x^{10-\square-2}=x^{8-\square}=x$

즉, $8-\square=1$이므로 $\square=7$

052 답 ②

$(3x^{\square})^a=243x^{20}$에서 $3^a x^{\square\times a}=3^5x^{20}$이므로

$a=5$, $\square\times a=20$ ⋯ ㉠

㉠에 $a=5$를 대입하면

$\square\times 5=20$ $\quad\therefore \square=4$

053 답 ③, ④

① $(x^3y)^3=(x^3)^3\times y^3=x^9y^3$ (참)

② $(-3x^2)^3=(-3)^3\times(x^2)^3=-27x^6$ (참)

③ $(-x^3)^3=(-1)^3\times(x^3)^3=-x^9$ (거짓)

④ $(2x^2y^3)^2=2^2\times(x^2)^2\times(y^3)^2=4x^4y^6$ (거짓)

⑤ $(-xy^2z^3)^3=(-1)^3\times x^3\times(y^2)^3\times(z^3)^3=-x^3y^6z^9$ (참)

따라서 옳지 않은 것은 ③, ④야.

054 답 12

120을 소인수분해하면 $120=2^3\times3\times5$이므로

$120^2=(2^3\times3\times5)^2$ ← $x=3$, $y=1$

$\quad=(2^3)^2\times3^2\times5^2=2^6\times3^2\times5^2$ ← $z=6$, $w=2$

$\therefore x+y+z+w=3+1+6+2=12$

055 답 ④

$48^3=(2^4\times3)^3=(2^4)^3\times3^3=2^{12}\times3^3=2^{2a}\times3^b$이므로

$12=2a$에서 $a=6$이고, $b=3$이야.

$\therefore 5^{a-b}=5^{6-3}=5^3=125$

056 답 ②

$(xy^{\square})^5=x^5(y^{\square})^5=x^5y^{5\times\square}=x^5y^{20}$에서

$5\times\square=20$ $\quad\therefore \square=4$

$(-2a^2b)^3=(-2)^3\times(a^2)^3\times b^3$

$\quad=-8a^6b^3=\square a^{\square}b^3$

따라서 $\square$ 안에 들어갈 수는 순서대로 4, -8, 6이므로 이들의 합은

$4+(-8)+6=2$

057 답 ③

$8x^a=2^3x^a$, $(2x^4)^b=2^b(x^4)^b=2^bx^{4b}$이므로 $2^3x^a=2^bx^{4b}$

$\therefore b=3$, $a=4b=4\times3=12$

따라서 채하와 승현이가 구한 값의 합은 $12+3=15$야.

058 답 ①

$\left(-\dfrac{3}{4x}\right)^3=(-1)^3\times\left(\dfrac{3}{4x}\right)^3=-\dfrac{3^3}{(4x)^3}=-\dfrac{27}{4^3x^3}=-\dfrac{27}{64x^3}$

059 답 ①

$\left(\dfrac{2x^a}{y^2}\right)^3=\dfrac{(2x^a)^3}{(y^2)^3}=\dfrac{8x^{3a}}{y^6}=\dfrac{bx^9}{y^c}$이므로

$3a=9$, $b=8$, $c=6$ $\quad\therefore a=3, b=8, c=6$

$\therefore a-b+c=3-8+6=1$

060 답 영제, 연경

소연 : $\left(-\dfrac{xy^4}{2}\right)^4=(-1)^4\times\left(\dfrac{xy^4}{2}\right)^4=\dfrac{x^4(y^4)^4}{2^4}$

$\quad=\dfrac{x^4y^{16}}{16}$ (거짓)

영제 : $\left(-\dfrac{2x^4}{3}\right)^3=(-1)^3\times\left(\dfrac{2x^4}{3}\right)^3=-\dfrac{2^3(x^4)^3}{3^3}$

$\quad=-\dfrac{8x^{12}}{27}$ (참)

연경 : $-\left(-\dfrac{x^2y}{5}\right)^3=-(-1)^3\times\left(\dfrac{x^2y}{5}\right)^3=\dfrac{(x^2)^3y^3}{5^3}$

$\quad=\dfrac{x^6y^3}{125}$ (참)

지훈 : $-\left(-\dfrac{xz^2}{7}\right)^2=-(-1)^2\times\left(\dfrac{xz^2}{7}\right)^2=-\dfrac{x^2(z^2)^2}{7^2}$

$\quad=-\dfrac{x^2z^4}{49}$ (거짓)

따라서 바르게 계산한 사람은 영제, 연경이야.

061 답 ①, ⑤

① $a^{15}\div a^5=a^{15-5}=a^{10}$ (거짓)

② $(a^4)^4=a^{4\times4}=a^{16}$ (참)

③ $\left(\dfrac{b^3}{a^2}\right)^3=\dfrac{(b^3)^3}{(a^2)^3}=\dfrac{b^9}{a^6}$ (참)

④ $(a^5b^3)^2=(a^5)^2\times(b^3)^2=a^{10}b^6$ (참)

⑤ $a^2\times a^3\times b\times b^4=a^{2+3}b^{1+4}=a^5b^5$ (거짓)

따라서 옳지 않은 것은 ①, ⑤야.

062 답 ⑤

$(2^8)^2\div 2^{2x}\times(2^3)^4=2^{16}\div 2^{2x}\times 2^{12}=2^{16-2x}\times 2^{12}$

$=2^{16-2x+12}=2^{28-2x}$

즉, $2^{28-2x}=2^{10}$이므로

$28-2x=10$에서 $2x=18$

$\therefore x=9$

063 답 ①

$(a^4)^3\times a^x=a^{12}\times a^x=a^{12+x}$에서 $a^{12+x}=a^{15}$

$12+x=15$ $\quad\therefore x=3$

$(b^y)^3\div b^7=b^{3y}\div b^7=\frac{1}{b^{7-3y}}$에서 $\frac{1}{b^{7-3y}}=\frac{1}{b^4}$

$7-3y=4$, $3y=3$ $\quad\therefore y=1$

$\therefore xy=3\times1=3$

064 답 ④

$-3=-1\times3$으로 놓고 풀어 보자.

$(-3)^3\times(-3)^x\div3^2\div3^3=(-1)^3\times3^3\times(-1)^x\times3^x\div3^2\div3^3$

$=-(-1)^x\times3^{3+x-2-3}$

$=-(-1)^x\times3^{x-2}$

즉, $-(-1)^x\times3^{x-2}=3^5$이므로 $3^{x-2}=3^5$

$x-2=5$ $\quad\therefore x=7$

065 답 $a=7$, $b=5$

$2^3\div2^a=\left(\frac{1}{2^2}\right)^2=\frac{1}{2^4}$에서 $\frac{1}{2^{a-3}}=\frac{1}{2^4}$

$a-3=4$ $\quad\therefore a=7$

$81\div2^b\times36=3^4\div2^b\times(2\times3)^2=3^4\div2^b\times2^2\times3^2$

$=3^4\times\frac{1}{2^b}\times2^2\times3^2=\frac{3^4\times3^2\times2^2}{2^b}$

$=\frac{3^6}{2^{b-2}}$

즉, $\frac{3^6}{2^{b-2}}=\frac{3^6}{2^3}$에서 $b-2=3$

$\therefore b=5$

066 답 ⑤

① $a^2\div a^{\square}=\frac{1}{a^{\square-2}}$에서 $\frac{1}{a^{\square-2}}=\frac{1}{a^2}$

$\square-2=2$ $\quad\therefore \square=4$

② $b^{\square}\times b^6=b^{\square+6}$에서 $b^{\square+6}=b^{10}$

$\square+6=10$ $\quad\therefore \square=4$

③ $a^2\times(-a)^{\square}\div a^3=a^2\times(-1)^{\square}\times a^{\square}\div a^3$

$=(-1)^{\square}\times a^{2+\square-3}$

$=(-1)^{\square}\times a^{\square-1}$

$(-1)^{\square}\times a^{\square-1}=a^3$이므로 $(-1)^{\square}=1$이고 $a^{\square-1}=a^3$

$\square-1=3$ $\quad\therefore \square=4$

④ $\left(\frac{b^2}{a}\right)^2=\frac{(b^2)^2}{a^2}$에서 $\frac{b^4}{a^2}=\frac{b^{\square}}{a^2}$

$\therefore \square=4$

⑤ $(a^{\square})^3\div a^2=a^{3\times\square}\div a^2$에서 $a^{3\times\square-2}=a^7$

$3\times\square-2=7$, $3\times\square=9$ $\quad\therefore \square=3$

따라서 들어갈 숫자가 나머지 넷과 다른 것은 ⑤야.

067 답 ④

ㄱ. $(a^4)^3\div a^7=a^{12}\div a^7=a^{12-7}=a^5$ (거짓)

ㄴ. $(-2a^3b)^3=(-2)^3\times(a^3)^3\times b^3=-8a^9b^3$ (거짓)

ㄷ. $\left(\frac{b^3}{a^4}\right)^2=\frac{(b^3)^2}{(a^4)^2}=\frac{b^6}{a^8}$ (참)

ㄹ. $-\left(\frac{a^4}{2b}\right)^2=-\frac{(a^4)^2}{(2b)^2}=-\frac{a^8}{4b^2}$ (거짓)

따라서 옳지 않은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ로 3개야.

068 답 ⑤

① $a^2\times a^4=a^{2+4}=a^6$ ← 사탕 6개

② $(a^2)^3=a^{2\times3}=a^6$ ← 사탕 6개

③ $a^{12}\div a^6=a^{12-6}=a^6$ ← 사탕 6개

④ $(a^3)^3\div a^3=a^{3\times3}\div a^3=a^9\div a^3=a^{9-3}=a^6$ ← 사탕 6개

⑤ $(a^4)^2\div\frac{1}{a^2}=a^{4\times2}\div\frac{1}{a^2}=a^8\times a^2=a^{8+2}=a^{10}$ ← 사탕 10개

따라서 받을 사탕의 개수가 다른 카드는 ⑤야.

069 답 ⑤

밑과 지수가 각각 다르므로 지수법칙을 이용하여 지수를 같게 만든 후 밑이 가장 큰 것을 구하자.

① $4^{20}=(4^2)^{10}=16^{10}$

② $49^5=(7^2)^5=7^{10}$

④ $2^{30}=(2^3)^{10}=8^{10}$

따라서 밑의 크기를 비교하면 $25>16>9>8>7$이므로 가장 큰 수는 ⑤ 25^{10}이야.

070 답 ③

밑과 지수가 각각 다르므로 지수법칙을 이용하여 지수를 같게 만든 후 밑의 크기의 대소를 비교하자.

$A=7^8=(7^2)^4=49^4$, $B=3^{12}=(3^3)^4=27^4$, $C=8^8=(8^2)^4=64^4$

따라서 밑의 크기를 비교하면 $27<49<64$이므로 $B<A<C$야.

071 답 $\frac{4}{9}$

$\frac{2^{12}}{3^{12}}=\left(\frac{2}{3}\right)^{12}$, $\frac{5^6}{2^{18}}=\frac{5^6}{8^6}=\left(\frac{5}{8}\right)^6$이므로 지수를 6으로 각각 통일하면

$\left(\frac{2}{3}\right)^{12}=\left\{\left(\frac{2}{3}\right)^2\right\}^6=\left(\boxed{\frac{4}{9}}\right)^6$, $\left(\frac{5}{8}\right)^6$

밑의 크기를 비교하면 $\frac{4}{9}<\frac{5}{8}$이므로 $\left(\frac{4}{9}\right)^6<\left(\frac{5}{8}\right)^6$

$\therefore \frac{2^{12}}{3^{12}}<\frac{5^6}{2^{18}}$

072 답 ③

$\underbrace{2^5+2^5+2^5+2^5}_{4개}=\boxed{4}\times2^5=2^2\times2^5=2^{2+5}=2^7$

073 답 ④

$4^3+4^3=2\times4^3=2\times(2^2)^3=2\times2^6=2^{1+6}=2^7$

074 답 $\frac{1}{8}$

$\frac{2^4+2^4}{4^3+4^3+4^3+4^3}=\frac{2\times2^4}{4\times4^3}=\frac{2^{1+4}}{4^{1+3}}=\frac{2^5}{4^4}$

$=\frac{2^5}{(2^2)^4}=\frac{2^5}{2^8}=\frac{1}{2^{8-5}}=\frac{1}{2^3}=\frac{1}{8}$

075 답 ④

$A=4^2\times(2^2+2^2)=(2^2)^2\times(2^2+2^2)=2^4\times(2\times2^2)=2^4\times2^{1+2}$

$=2^4\times2^3=2^{4+3}=2^7$

$B=8^2+8^2+8^2+8^2=4\times8^2=2^2\times(2^3)^2=2^2\times2^6$

$=2^{2+6}=2^8$

$C=\dfrac{4+4+4}{2^2+2^2+2^2}=\dfrac{3\times4}{3\times2^2}=\dfrac{4}{2^2}=\dfrac{2^2}{2^2}=1$

따라서 대소 관계는 $C<A<B$야.

076 답 ③

$27^2=(3^3)^2=3^6=(3^2)^3=A^3$ ($\because 3^2=A$)

077 답 ④

$64^6=(2^6)^6=2^{36}=2^{4\times9}=(2^4)^9=A^9$ ($\because 2^4=A$)

$\therefore n=9$

078 답 ②

$36^2=(6\times6)^2=(2\times3\times2\times3)^2=(2^2\times3^2)^2=(2^2)^2\times(3^2)^2$

$=2^4\times B^2=2\times2^3\times B^2=2AB^2$

079 답 ①

$5^{x+1}=A$에서 $5^x\times5=A$이므로 $5^x=\dfrac{1}{5}A$

$\therefore 125^x=(5^3)^x=5^{3x}=(5^x)^3=\left(\dfrac{1}{5}A\right)^3=\left(\dfrac{1}{5}\right)^3A^3=\dfrac{1}{125}A^3$

080 답 ②

$2^7\times5^6=2\times2^6\times5^6=2\times(2\times5)^6$

$=2\times10^6=2000000$

따라서 주어진 수는 7자리의 수야.

081 답 ⑤

$2^{12}\times5^8=2^4\times2^8\times5^8=16\times(2\times5)^8$

$=16\times10^8=1600000000$

따라서 주어진 수는 10자리의 수야.

082 답 26

$2^7\times3\times5^5=2^2\times2^5\times3\times5^5=2^2\times3\times(2\times5)^5$

$=2^{\overset{\text{(가)}}{\boxed{2}}}\times3\times10^{\boxed{5}\leftarrow\text{(나)}}$

$=\overset{\text{(다)}}{\boxed{12}}\times10^{\boxed{5}}=1200000$

즉, $\overset{\text{(라)}}{\boxed{7}}$ 자리의 수야.

따라서 (가)~(라)에 들어갈 수들의 합은

$2+5+12+7=26$

083 답 ②

$12^2\times5^3=(2^2\times3)^2\times5^3=(2^2)^2\times3^2\times5^3=2^4\times3^2\times5^3$

$=2\times3^2\times2^3\times5^3=18\times(2\times5)^3=18\times10^3$

$=18000$

따라서 주어진 수는 5자리의 수야.

084 답 ①

$(2a^4)^2\times(-3ab^3)^3=2^2\times(a^4)^2\times(-3)^3\times a^3\times(b^3)^3$

$=2^2\times(-3)^3\times(a^4)^2\times a^3\times(b^3)^3$

$=4\times(-27)\times a^8\times a^3\times b^9$

$=-108a^{8+3}b^9=-108a^{11}b^9$

085 답 ②

$(x^2y)^2\times\left(\dfrac{x}{y^3}\right)^2\times\left(\dfrac{2y^3}{3x}\right)^3=\{(x^2)^2\times y^2\}\times\dfrac{x^2}{(y^3)^2}\times\dfrac{(2y^3)^3}{(3x)^3}$

$=x^4y^2\times\dfrac{x^2}{y^6}\times\dfrac{2^3(y^3)^3}{3^3x^3}$

$=x^4y^2\times\dfrac{x^2}{y^6}\times\dfrac{8y^9}{27x^3}=\dfrac{x^4y^2\times x^2\times8y^9}{y^6\times27x^3}$

$=\dfrac{8x^6y^{11}}{27x^3y^6}=\dfrac{8x^{6-3}y^{11-6}}{27}=\dfrac{8}{27}x^3y^5$

086 답 ④

$(x^2y^3)^2\times\left(\dfrac{x^3}{y^2}\right)^3\times\left(\dfrac{y^3}{x}\right)^2=\{(x^2)^2\times(y^3)^2\}\times\dfrac{(x^3)^3}{(y^2)^3}\times\dfrac{(y^3)^2}{x^2}$

$=x^4y^6\times\dfrac{x^9}{y^6}\times\dfrac{y^6}{x^2}=x^{4+9-2}\times y^{6-6+6}$

$=x^{11}y^6=x^my^n$

$\therefore m=11,\ n=6\Rightarrow m+n=17$

087 답 ①

$(-x^3)^3\times[-\{-(-2x)^3\}^2]^4$에서 $(-x^3)^3=-x^9$이고,

$[-\{-(-2x)^3\}^2]^4=[-\{-(-2)^3x^3\}^2]^4=[-\{-(-2^3)x^3\}^2]^4$

$=\{-(2^3\times x^3)^2\}^4=\{-(2^3)^2x^6\}^4$

$=(-1)^4\times(2^6)^4\times(x^6)^4=2^{24}x^{24}$

$\therefore (-x^3)^3\times[-\{-(-2x)^3\}^2]^4=-x^9\times2^{24}x^{24}=-2^{24}x^{9+24}=-2^{24}x^{33}$

088 답 $24a^2b^2c^2$

밑면의 가로의 길이가 $3ab$, 세로의 길이가 $4bc$, 높이가 $2ac$인 직육면체의 부피는

$3ab\times4bc\times2ac=24a^2b^2c^2$

089 답 ②

(삼각형의 넓이)$=\dfrac{1}{2}\times$(밑변의 길이)$\times$(높이)

$=\dfrac{1}{2}\times4a^3b\times8a^2b^4=16a^5b^5$

090 답 $18x^4y^3$

(삼각기둥의 부피)=(밑넓이)×(높이)이므로

$\left\{\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}xy\times(3x)^3\right\}\times\dfrac{8}{3}y^2=\left(\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}xy\times27x^3\right)\times\dfrac{8}{3}y^2$

$=\dfrac{27}{4}x^4y\times\dfrac{8}{3}y^2$

$=\dfrac{27}{4}\times\dfrac{8}{3}\times x^4y\times y^2$

$=18x^4y^3$

091 답 ④

처음 양의 $\dfrac{1}{3}$만 남았다고 하므로 마신 음료수의 양은 원기둥 부피의

$\dfrac{2}{3}$야.

$\therefore$ (마신 음료수의 양)$=\dfrac{2}{3}\times$(원기둥의 부피)

$=\dfrac{2}{3}\times\pi\times$(밑면의 반지름의 길이)$^2\times$(높이)

$=\dfrac{2}{3}\times\pi\times\left(\dfrac{y^3}{x^2}\right)^2\times x^3y=\dfrac{2}{3}\times\pi\times\dfrac{y^6}{x^4}\times x^3y$

$=\dfrac{2\pi x^3y^7}{3x^4}=\dfrac{2\pi y^7}{3x}$

092 답 ⑤

$$(-6a^4b^2)^2\div(3a^2b)^3=(-6)^2a^8b^4\times\frac{1}{(3a^2b)^3}$$
$$=(-6)^2a^8b^4\times\frac{1}{3^3a^6b^3}$$
$$=\frac{36a^8b^4}{27a^6b^3}=\frac{4}{3}a^2b$$

093 답 ④

$$(3x^2y)^2\div(xy^3)^2\div\left(\frac{3y^3}{2x}\right)^3=3^2x^4y^2\div x^2y^6\div\frac{3^3y^9}{2^3x^3}$$
$$=9x^4y^2\times\frac{1}{x^2y^6}\times\frac{8x^3}{27y^9}$$
$$=\left(9\times\frac{8}{27}\right)\times\left(x^4y^2\times\frac{1}{x^2y^6}\times\frac{x^3}{y^9}\right)$$
$$=\frac{8}{3}\times\frac{x^7y^2}{x^2y^{15}}=\frac{8x^5}{3y^{13}}$$

094 답 12

$$\left(\frac{3y}{x^2}\right)^2\div(\square xy^4)^2=\frac{9y^2}{x^4}\div(\square^2x^2y^8)$$
$$=\frac{9y^2}{x^4}\times\frac{1}{\square^2x^2y^8}=\frac{9y^2}{\square^2x^6y^8}$$
$$=\frac{9}{\square^2x^6y^6}=\frac{1}{4x^6y^\square}$$

$\frac{9}{\square^2}=\frac{1}{4}$에서 $\square^2=36$ $\quad$ ∴ $\square=6(\because \square>0)$

$y^6=y^\square$에서 $\square=6$

따라서 □ 안에 알맞은 자연수의 합은 $6+6=12$야.

095 답 ④

$\{(-2x^2)^2\}^2=\{(-2)^2x^4\}^2=(4x^4)^2=16x^8$

$[-\{-(-x)^3\}^4]^2=[-\{-(-x^3)\}^4]^2=\{-(x^3)^4\}^2=(-x^{12})^2=x^{24}$

∴ $\{(-2x^2)^2\}^2\div[-\{-(-x)^3\}^4]^2=16x^8\div x^{24}$

$$=\frac{16}{x^{24-8}}=\frac{16}{x^{16}}$$

오답피하기

이렇게 괄호가 많은 식의 경우 괄호를 풀다 헷갈려서 틀리는 경우가 많지. 사실 괄호는 $(+)$, $(-)$부호부터 풀어도 되지만 바깥부터 풀어가도 결과는 같아. $[-\{-(-x)^3\}^4]^2$으로 설명하자면 가장 바깥의 지수가 2(짝수)이므로 대괄호 안의 부호가 $(+)$로 바뀌고 중괄호 지수가 $4\times2=8$이 되지. 그 다음 중괄호의 지수도 짝수이므로 밑이 $(+)$로 바뀌면서 $(-x)^{3\times4\times2}$으로 바뀌어. 이때, 소괄호의 지수도 짝수이므로 $x^{3\times4\times2}$와 같아.

096 답 ②

(직육면체의 부피)=(가로의 길이)×(세로의 길이)×(높이)이므로

$64a^4b^4c^4=8a^3\times2bc^3\times$(높이)

∴ (높이)$=64a^4b^4c^4\div8a^3\div2bc^3$

$$=64a^4b^4c^4\times\frac{1}{8a^3}\times\frac{1}{2bc^3}$$
$$=\frac{64a^4b^4c^4}{16a^3bc^3}=4ab^3c$$

097 답 $\frac{32a^2}{b^3}$

(직사각형의 넓이)=(가로의 길이)×(세로의 길이)이므로

$\frac{16a^3}{b}=\frac{ab^2}{2}\times$(세로의 길이)

∴ (세로의 길이)$=\frac{16a^3}{b}\div\frac{ab^2}{2}=\frac{16a^3}{b}\times\frac{2}{ab^2}=\frac{32a^3}{ab^3}=\frac{32a^2}{b^3}$

098 답 ③

$(-3xy^2)^2=(-3)^2x^2y^4=9x^2y^4\neq-3x^2y^4$ ← 켜지지 않아.

$-3xy\times2x^2y^2\div(-x^3y)^2=-3xy\times2x^2y^2\div x^6y^2$

$$=-3xy\times2x^2y^2\times\frac{1}{x^6y^2}$$
$$=\frac{-6x^3y^3}{x^6y^2}$$

$=-\frac{6y}{x^3}\neq-\frac{y}{x^3}$ ← 켜지지 않아.

$(2x^3y)^2\div(4xy^3)^2=4x^6y^2\div16x^2y^6$

$=4x^6y^2\times\frac{1}{16x^2y^6}=\frac{x^4}{4y^4}$ ← 켜져.

$(xy^2)^2\div(xy^3)^3\times(y^2)^3=x^2y^4\div x^3y^9\times y^6$

$=x^2y^4\times\frac{1}{x^3y^9}\times y^6=\frac{y}{x}$ ← 켜져.

따라서 켜지는 전등은 2개야.

099 답 ①

$$(-x^3y)^3\div\left(\frac{2y}{3x}\right)^2\times(-4xy)^2=-x^9y^3\div\frac{4y^2}{9x^2}\times16x^2y^2$$
$$=-x^9y^3\times\frac{9x^2}{4y^2}\times16x^2y^2$$
$$=-\frac{9\times16\times x^9y^3\times x^2\times x^2y^2}{4y^2}$$
$$=-36x^{13}y^3$$

100 답 ②

$$(-1)^3x^2y^2\div\left(\frac{6y}{x}\right)^2\times\left(\frac{3}{xy}\right)^3=-x^2y^2\div\frac{36y^2}{x^2}\times\frac{27}{x^3y^3}$$
$$=-x^2y^2\times\frac{x^2}{36y^2}\times\frac{27}{x^3y^3}$$
$$=-\frac{27}{36}\times\frac{x^2y^2\times x^2}{y^2\times x^3y^3}=-\frac{3x}{4y^3}$$

진희 : $(-1)^3=1$로 계산하는 것부터 하면 좋아. ← $(-1)^3=-1$로 계산하여야 해.

준서 : 계산하면 $-\frac{3x}{4y}$가 나와. ← $-\frac{3x}{4y^3}$야.

따라서 옳은 말을 한 사람은 민성이뿐이야.

101 답 18

$$Axy^2\times(2xy)^2\div\frac{y^7}{9x^3}=Axy^2\times4x^2y^2\times\frac{9x^3}{y^7}$$
$$=\frac{36Ax^6y^4}{y^7}=\frac{36Ax^6}{y^3}$$

$\frac{36Ax^6}{y^3}=\frac{36x^B}{y^C}$이므로

$36A=36,\ 6=B,\ 3=C \Rightarrow A=1,\ B=6,\ C=3$

∴ $ABC=1\times6\times3=18$

B

102 답 ⑤

어떤 식을 A라 하면 $A\div\frac{4b}{3a}=12a^3b^2$

$\therefore A=12a^3b^2\times\frac{4b}{3a}=\frac{48a^3b^3}{3a}=16a^2b^3$

따라서 바르게 계산하면

$A\times\frac{4b}{3a}=16a^2b^3\times\frac{4b}{3a}=\frac{64a^2b^4}{3a}=\frac{64}{3}ab^4$

오|답|피|하|기

이런 유형의 문제는 어떤 식을 구하고 나서 올바르게 계산한 값을 다시 구해야 돼. 즉, 곱해야 하는데 나눈 경우에는 나눠서 나온 결과에 두 번 곱해주어야 바르게 계산한 값이 나오는 거지. 이런 문제를 꼼꼼하게 풀지 않으면 어떤 식을 답으로 적는 실수를 하게 돼.

103 답 ②

어떤 식을 A라 하면 $A\times\frac{y^2}{3x^3}=-\frac{2y^3}{3x}$

$\therefore A=-\frac{2y^3}{3x}\div\frac{y^2}{3x^3}=-\frac{2y^3}{3x}\times\frac{3x^3}{y^2}=-2x^2y$

따라서 바르게 계산하면

$A\div\frac{y^2}{3x^3}=-2x^2y\times\frac{3x^3}{y^2}=-\frac{6x^5}{y}$

104 답 $\frac{16b^6}{a^6}$

어떤 식을 A라 하면 $A\div\frac{b^2}{a^4}=16a^2b^2$

$\therefore A=16a^2b^2\times\frac{b^2}{a^4}=\frac{16b^4}{a^2}$

따라서 바르게 계산하면

$A\times\frac{b^2}{a^4}=\frac{16b^4}{a^2}\times\frac{b^2}{a^4}=\frac{16b^6}{a^6}$

105 답 11

두 문자 a, b에 대하여 기호 $*$는 $a*b=a^2b$로 약속했지?

즉, 기호 $*$ 앞의 식을 제곱한 후 기호 $*$ 뒤의 식을 곱하면 돼.

$a*(a*b)*b=a*a^2b*b=(a*a^2b)*b$

$=a^2(a^2b)*b=a^4b*b$

$=(a^4b)^2b=(a^8b^2)b$

$=a^8b^3=a^mb^n$

$\therefore m=8,\ n=3 \Rightarrow m+n=11$

106 답 $\frac{3a^2}{b}$

두 문자 a, b에 대하여 기호 $\triangle$는 $a\triangle b=b\div 3a$로 약속했지?

즉, 기호 $\triangle$ 뒤의 식을 기호 $\triangle$ 앞의 식의 3배로 나누어 주면 돼.

$(a\triangle b)^2\triangle b=(b\div 3a)^2\triangle b=\left(\frac{b}{3a}\right)^2\triangle b=\frac{b^2}{9a^2}\triangle b$

$=b\div\frac{3b^2}{9a^2}=b\times\frac{3a^2}{b^2}=\frac{3a^2}{b}$

107 답 $\frac{2a^2}{b}$

두 문자 a, b에 대하여 기호 ○, ●는 각각 $a○b=ab^2$, $a●b=2ab$로 약속했지?

$\frac{a○(a●b)}{b●(a○b)}=\frac{a○2ab}{b●ab^2}=\frac{a(2ab)^2}{2b\times ab^2}=\frac{a\times 4a^2b^2}{2ab^3}=\frac{4a^3b^2}{2ab^3}=\frac{2a^2}{b}$

108 답 $\frac{y^2}{x^2}$

$a\triangle b=ab^3$이고, $A\triangle 2x=24x^3y$이므로

$A\triangle 2x=A\times(2x)^3=A\times 8x^3=8Ax^3$

$8Ax^3=24x^3y \qquad \therefore A=\frac{24x^3y}{8x^3}=3y$

$a*b=a^3b$이고, $2y*B=36x^2y^3$이므로

$2y*B=(2y)^3\times B=8y^3\times B=8By^3$

$8By^3=36x^2y^3 \qquad \therefore B=\frac{36x^2y^3}{8y^3}=\frac{9x^2}{2}$

$\therefore A^2\div 2B=(3y)^2\div\left(2\times\frac{9x^2}{2}\right)$

$=9y^2\div 9x^2=\frac{y^2}{x^2}$

잘 틀리는 유형 훈련 +1up

p. 44

109 답 ②

1st 64를 2의 거듭제곱으로 나타내.

$64=2^6$이므로 $(2^3)^a=64$에서

$(2^3)^a=2^6,\ 2^{3a}=2^6$

$3a=6 \qquad \therefore a=2$

2nd 243을 3의 거듭제곱으로 나타내.

$243=3^5$이므로 $3^b\times 243\div 3^4=3^2$에서

$3^b\times 3^5\div 3^4=3^2,\ 3^{b+5-4}=3^2$

$b+1=2 \qquad \therefore b=1$

$\therefore a+b=3$

오|답|피|하|기

문제가 쉽다는 생각에 너무 자신감이 넘친 나머지 덤벙대다가 틀리거나, 아직은 지수법칙이 손에 익지 않아서 틀리는 경우가 많아. 특히, 다음과 같은 것은 착각하기 쉬운 부분이니까 주의해.

$a^m+a^n=a^{m+n}$(×), $a^m\times a^n=a^{mn}$ (×)

110 답 ③

1st 128, 8을 2의 거듭제곱으로 나타내.

$(2^5)^a=128\times 8$에서 $(2^5)^a=2^{5a}$, $128=2^7$, $8=2^3$이므로

$2^{5a}=2^7\times 2^3,\ 2^{5a}=2^{10}$

$5a=10 \qquad \therefore a=2$

2nd 81을 3의 거듭제곱으로 나타내.

$3^2\times 81\div 3^b=3^2$에서 $81=3^4$이므로 $3^2\times 3^4\div 3^b=3^2$

즉, $3^{2+4-b}=3^2$이므로 $6-b=2 \qquad \therefore b=4$

$\therefore a+b=6$

111 답 ⑤

1st 나눗셈이 두 개 이상이면 모두 역수를 이용하여 곱셈으로 고쳐.

$a^5 \div a^2 \div a^3 = a^5 \times \frac{1}{a^2} \times \frac{1}{a^3} = \frac{a^5}{a^5} = 1$

2nd 선택지를 각각 정확하게 계산해.

① $a^5 \div (a^2 \div a^3) = a^5 \div \left(a^2 \times \frac{1}{a^3}\right) = a^5 \div \frac{1}{a} = a^5 \times a = a^6$

② $a^5 \div a^2 \times a^3 = a^5 \times \frac{1}{a^2} \times a^3 = \frac{a^8}{a^2} = a^6$

③ $a^5 \times (a^2 \div a^3) = a^5 \times \frac{1}{a^{3-2}} = a^5 \times \frac{1}{a} = a^4$

④ $a^5 \times a^2 \div a^3 = a^7 \div a^3 = a^{7-3} = a^4$

⑤ $a^5 \div (a^2 \times a^3) = a^5 \div a^5 = 1$

따라서 주어진 식과 계산 결과가 같은 것은 ⑤야.

오|답|피|하|기

나눗셈 기호가 2개 이상 연속하여 사용되면 반드시 곱셈으로 고쳐서 $A \div B \div C = A \times \frac{1}{B} \times \frac{1}{C} = \frac{A}{BC}$ 와 같이 계산해야 해.
마지막으로 괄호가 없으면서 ×, ÷가 섞여 있는 식이 나왔다면 ×, ÷는 어떤 연산을 꼭 먼저 하는 것이 아니야. 반드시 식의 왼쪽에서 오른쪽으로 순서대로 계산하는 것도 잊지 말고.

112 답 ②

1st 나눗셈이 두 개 이상이면 모두 역수를 이용하여 곱셈으로 고치자.

$a^2 \div a^4 \div a^6 = a^2 \times \frac{1}{a^4} \times \frac{1}{a^6} = \frac{a^2}{a^{10}} = \frac{1}{a^8}$

2nd 선택지를 각각 정확하게 계산해.

① $a^2 \div (a^4 \div a^6) = a^2 \div \left(a^4 \times \frac{1}{a^6}\right) = a^2 \div \frac{1}{a^2} = a^2 \times a^2 = a^4$

② $a^2 \div (a^4 \times a^6) = a^2 \div a^{10} = \frac{1}{a^{10-2}} = \frac{1}{a^8}$

③ $a^2 \times (a^4 \div a^6) = a^2 \times \frac{1}{a^{6-4}} = a^2 \times \frac{1}{a^2} = 1$

④ $a^2 \times a^4 \div a^6 = a^6 \div a^6 = 1$

⑤ $a^2 \div a^4 \times a^6 = a^2 \times \frac{1}{a^4} \times a^6 = a^4$

따라서 주어진 식과 계산 결과가 같은 것은 ②야.

113 답 ④

1st $3^{x+2} = 3^x \times 3^2$임을 이용하여 A를 나타내자.

$3^{x+2} = 3^x \times 3^2$에서 $3^x \times 3^2 = A$이므로 $3^x = \frac{A}{3^2}$

2nd 27^{x+3}을 3의 거듭제곱으로 변형한 후 A를 이용하여 나타내.

$\therefore 27^{x+3} = (3^3)^{x+3} = 3^{3x+9} = 3^{3x} \times 3^9$
$= (3^x)^3 \times 3^9 = \left(\frac{A}{3^2}\right)^3 \times 3^9$
$= \frac{A^3}{3^6} \times 3^9 = 3^3 A^3 = 27A^3$

오|답|피|하|기

$a^{x+k} = A$로 주어진 다양한 형태의 문제들은 먼저 a^x을 A로 나타내는 것이 제일 중요해. 이때, $a^{m+n} = a^m \times a^n$ 등과 같은 지수법칙에 능통하지 않는다면 더 어려움을 겪게 되는 거야. 이와 같은 유형의 문제를 여러 번 풀어서 익숙해지도록 하자.

114 답 ③

1st $2^{x+2} = 2^x \times 2^2$임을 이용하여 A를 나타내자.

$2^{x+2} = 2^x \times 2^2$에서 $2^x \times 2^2 = A$이므로 $2^x = \frac{A}{2^2}$

2nd 4^{x+5}을 2의 거듭제곱으로 변형한 후 A를 이용하여 나타내.

$\therefore 4^{x+5} = (2^2)^{x+5} = 2^{2x+10} = 2^{2x} \times 2^{10} = (2^x)^2 \times 2^{10} = \left(\frac{A}{2^2}\right)^2 \times 2^{10}$
$= \frac{A^2}{2^4} \times 2^{10} = 2^6 A^2 = 64A^2$

115 답 7

1st A를 3의 거듭제곱으로 정리해.

$A = 9^{13} \div 3^{11} = (3^2)^{13} \div 3^{11} = 3^{26} \div 3^{11} = 3^{26-11} = 3^{15}$

2nd 3^1, 3^2, 3^3, …을 구해서 3^n(단, n은 자연수)의 일의 자리의 규칙을 찾아.

한편, $3^1=3$, $3^2=9$, $3^3=27$, $3^4=81$, $3^5=243$, …이므로 3의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 순서대로 3, 9, 7, 1이 반복돼.
이때, $15=4\times3+3$이므로 3^{15}의 일의 자리 숫자는 3^3의 일의 자리 숫자와 같아. 따라서 A의 일의 자리의 숫자는 7이야.

116 답 6

1st A를 2와 7의 거듭제곱의 곱으로 간단히 해보자.

$A = 4^{17} \div 2^{13} \times 7^{15} = (2^2)^{17} \div 2^{13} \times 7^{15} = 2^{34} \div 2^{13} \times 7^{15}$
$= 2^{34-13} \times 7^{15} = 2^{21} \times 7^{15}$

2nd 두 자연수 a, b의 곱의 일의 자리의 숫자는 두 자연수 a, b 각각의 일의 자리 숫자의 곱의 일의 자리의 숫자와 같아.

이때, $2^1=2$, $2^2=4$, $2^3=8$, $2^4=16$, $2^5=32$, …이므로 2의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 순서대로 2, 4, 8, 6이 반복되지?
또한, $7^1=7$, $7^2=49$, $7^3=343$, $7^4=2401$, $7^5=16807$, …이므로 7의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 순서대로 7, 9, 3, 1이 반복돼.
따라서 $21=4\times5+1$이므로 2^{21}의 일의 자리의 숫자는 2,
$15=4\times3+3$이므로 7^{15}의 일의 자리의 숫자는 3이야.
따라서 $2\times3=6$이므로 A의 일의 자리의 숫자는 6이야.

117 답 ④

1st $10=2\times5$임을 이용해 보자.

$3\times2^7\times5^8 = 3\times2^7\times5^7\times5 = 15\times(2^7\times5^7)$
$= 15\times(2\times5)^7 = 15\times10^7 = 150000000$

2nd 10은 두 자리의 수, 100은 세 자리의 수임을 이용하여 n을 결정해.

즉, $3\times2^7\times5^8$은 9자리의 수이므로 $n=9$
$\therefore 2^n = 2^9 = 512$

오|답|피|하|기

$10=2\times5$, $100=(2\times5)^2$, $1000=(2\times5)^3$, …으로 만들어지잖아. 결국 자리수를 결정하는 것은 0의 개수이니까 2×5의 몇 제곱이 되는지를 잘 파악하면 돼. 이런 유형의 문제는 처음 대했을 때는 당혹스럽지만, 몇 번 풀다 보면 쉽게 원리를 터득할 수 있어.

118 답 ③

1st $10=2\times5$임을 이용해 보자.

$7\times2^8\times5^9 = 7\times2^8\times5^8\times5 = 35\times2^8\times5^8$
$= 35\times(2\times5)^8 = 35\times10^8 = 3500000000$

2nd 10은 두 자리의 수, 100은 세 자리의 수임을 이용하여 n을 결정해.

즉, $7\times2^8\times5^9$은 10자리의 자연수이므로 $n=10$
$\therefore 2^{n-8} = 2^{10-8} = 2^2 = 4$

119 답 2

1st 지수법칙을 이용하여 주어진 식을 정리해.

$a^n\times(-2a)^{n+1}\times\dfrac{1}{a^{n-1}}\times\dfrac{4}{a^{n+2}}=-32$의 좌변을 먼저 정리하자.

$a^n\times(-2)^{n+1}\times a^{n+1}\times\dfrac{1}{a^{n-1}}\times\dfrac{4}{a^{n+2}}$

$=(-2)^{n+1}\times a^{2n+1}\times\dfrac{1}{a^{n-1}}\times\dfrac{4}{a^{n+2}}=\dfrac{4\times(-2)^{n+1}\times a^{2n+1}}{a^{n-1+n+2}}$

$=\dfrac{4\times(-2)^{n+1}\times a^{2n+1}}{a^{2n+1}}=4\times(-2)^{n+1}$

2nd 자연수 n의 값을 구하자.

즉, $4\times(-2)^{n+1}=-32$이므로 $(-2)^{n+1}=-8$, $(-2)^{n+1}=(-2)^3$

$n+1=3$ $\quad\therefore n=2$

120 답 1

1st 자연수 n에 대하여 $2n$은 짝수, $2n+1$은 홀수지?

n이 자연수이므로 $2n$과 $2n+2$는 짝수, $2n+1$과 $2n+3$은 홀수야.

$\therefore (-1)^{2n}\div(-1)^{2n+1}\div(-1)^{2n+2}\div(-1)^{2n+3}$

$=1\div(-1)\div1\div(-1)=1\times\dfrac{1}{-1}\times\dfrac{1}{1}\times\dfrac{1}{-1}=1$

121 답 ②

1st $(-)$가 괄호 밖에 붙어 있는지 안에 붙어 있는지에 주의해서 식을 전개해야 해.

$-(2xy^3)^2\times\left(-\dfrac{x}{y}\right)^2=-4x^2y^6\times\dfrac{x^2}{y^2}=-4x^4y^4$

오답피하기

괄호 앞에 $(-)$가 붙은 경우, 예를 들어 $-(xy^2)^2=-x^2y^4$, $-(xy^2)^3=-x^3y^6$과 같이 괄호가 짝수 제곱이든 홀수 제곱이든 관계없이 모두 $(-)$부호를 가져.

그런데 만약 괄호 안의 식에 $(-)$가 붙어 있다면 다음과 같이 부호가 바뀌니까 부호에 주의해.

$(-xy^2)^2=x^2y^4$, $(-xy^2)^3=-x^3y^6$

122 답 ①

1st 괄호 밖에 $(-)$가 붙어 있는지 안에 붙어 있는지에 주의해서 식을 전개해야 해.

$-(3x^2y)^2\times\left(-\dfrac{2x}{9y}\right)^3=-9x^4y^2\times\left(-\dfrac{8x^3}{9^3y^3}\right)=\dfrac{8x^7}{81y}$

123 답 $-\dfrac{2}{x^5y^2}$

1st 지수법칙을 이용하여 괄호부터 풀어.

$\left(\dfrac{2}{xy}\right)^2\div\left(-\dfrac{1}{4}x^2y^3\right)\div\dfrac{8x}{y^3}=\dfrac{4}{x^2y^2}\div\left(-\dfrac{x^2y^3}{4}\right)\div\dfrac{8x}{y^3}$

$=\dfrac{4}{x^2y^2}\times\left(-\dfrac{4}{x^2y^3}\right)\times\dfrac{y^3}{8x}=-\dfrac{2}{x^5y^2}$

오답피하기

$-\dfrac{x^2y^3}{4}$의 역수는 $-\dfrac{4}{x^2y^3}$로 잘 찾아낼 수 있지. 그런데 $\dfrac{1}{4}x^2y^3$의 형태로 주어지면 역수를 착각하는 경우가 생겨. 이런 혼동을 막기 위해서는 $\dfrac{B}{A}x^ny^m$의 꼴이 주어지면 먼저 $\dfrac{Bx^ny^m}{A}$의 꼴로 고쳐놓고 시작해야 실수가 없어.

124 답 $\dfrac{12x^2}{y^2}$

1st 지수법칙을 이용하여 괄호부터 풀어.

$\{(-2x)^3\}^2\div\left(-\dfrac{1}{3x}\right)^3\times\left(\dfrac{1}{12y}\right)^2\div\{-(-1)^2\}^3x^7$에서 각 괄호의 식을 정리하면

$\{(-2x)^3\}^2=(-8x^3)^2=64x^6$, $\left(-\dfrac{1}{3x}\right)^3=-\dfrac{1}{27x^3}$

$\left(\dfrac{1}{12y}\right)^2=\dfrac{1}{144y^2}$, $\{-(-1)^2\}^3x^7=(-1)^3x^7=-x^7$

$\therefore \{(-2x)^3\}^2\div\left(-\dfrac{1}{3x}\right)^3\times\left(\dfrac{1}{12y}\right)^2\div\{-(-1)^2\}^3x^7$

$=64x^6\div\left(-\dfrac{1}{27x^3}\right)\times\dfrac{1}{144y^2}\div(-x^7)$

$=64x^6\times(-27x^3)\times\dfrac{1}{144y^2}\times\left(-\dfrac{1}{x^7}\right)$

$=\dfrac{12x^{6+3}}{x^7y^2}=\dfrac{12x^9}{x^7y^2}=\dfrac{12x^2}{y^2}$

125 답 ④

1st 지수법칙을 이용하여 괄호부터 풀어.

$(2a^2b)^2\times(-3ab^2)^3\div18ab=4a^4b^2\times(-27a^3b^6)\div18ab$

$=4a^4b^2\times(-27a^3b^6)\times\dfrac{1}{18ab}$

$=-6a^6b^7$

오답피하기

지수법칙은 숫자와 문자에 모두 적용되는 법칙이야. 마치 우리가 문자로 배우니까 문자에만 적용된다고 착각한 나머지 숫자의 계산에서 실수하는 경우가 종종 있어. 그리고 나눗셈을 곱셈으로 고치는 과정에서 역수로 바꾸어야 하는데, 역수로 바꾸지 않고 곱하는 경우도 발생해. 항상 신중하게 문제를 대하는 자세가 필요해.

126 답 ⑤

1st 지수법칙을 이용하여 괄호부터 풀어.

$(-5a^3b)^2\times(2ab^2)^3\div50a^3b^3=25a^6b^2\times8a^3b^6\div50a^3b^3$

$=25a^6b^2\times8a^3b^6\times\dfrac{1}{50a^3b^3}$

$=4a^6b^5$

127 답 25

1st 식 곳곳에 미지수가 숨어 있지? 식을 먼저 정리해 보자.

$Axy^2\times(-xy)^2\div\dfrac{y^5}{x^2}=Axy^2\times(-xy)^2\times\dfrac{x^2}{y^5}$

$=Axy^2\times x^2y^2\times\dfrac{x^2}{y^5}=\dfrac{Ax^5y^4}{y^5}=\dfrac{Ax^5}{y}$

2nd 미지수의 값을 결정해.

이 값이 $\dfrac{5x^B}{y^C}$과 같으므로 $\dfrac{Ax^5}{y}=\dfrac{5x^B}{y^C}$

$\therefore A=5,\ B=5,\ C=1 \Rightarrow ABC=25$

오답피하기

단항식의 곱셈, 나눗셈의 혼합 계산 문제에다 미지수까지 포함하고 있어서 난감할 수도 있어. 하지만 미지수가 있다고 해서 다를 것은 없어. 숫자는 숫자끼리, 문자는 문자끼리 계산하여 해결하면 되는 거야.

128 답 90

1st 지수법칙을 이용하여 괄호를 풀고 식을 차분히 정리해.

$$Axy^2\div(-3xy)^2\div\frac{y^5}{(-x)^2}=Axy^2\div 9x^2y^2\div\frac{y^5}{x^2}$$
$$=Axy^2\times\frac{1}{9x^2y^2}\times\frac{x^2}{y^5}$$
$$=\frac{Ax}{9y^5}$$

2nd 미지수의 값을 결정해.

이 값이 $\frac{2x^B}{y^C}$과 같으므로

$\frac{Ax}{9y^5}=\frac{2x^B}{y^C}$에서 $\frac{A}{9}=2,\ B=1,\ C=5$

∴ $A=18,\ B=1,\ C=5 \Rightarrow ABC=18\times1\times5=90$

129 답 ③

1st 어떤 식을 A라 두고 식을 세우는 것부터 해.

어떤 식을 A라 하면

$$A\div\frac{3y}{10x}\times\frac{6y^2}{x^3}=\frac{10y^4}{x^3}$$

2nd $A\div B\times C=D \Rightarrow A=D\times B\div C$임을 이용해.

$$A=\frac{10y^4}{x^3}\times\frac{3y}{10x}\div\frac{6y^2}{x^3}$$
$$=\frac{10y^4}{x^3}\times\frac{3y}{10x}\times\frac{x^3}{6y^2}=\frac{y^3}{2x}$$

3rd 원래대로 A에 $\frac{3y}{10x}$를 곱하고, $\frac{6y^2}{x^3}$으로 나누어 바른 답을 구하자.

∴ (바르게 계산한 답)$=A\times\frac{3y}{10x}\div\frac{6y^2}{x^3}$
$$=\frac{y^3}{2x}\times\frac{3y}{10x}\times\frac{x^3}{6y^2}=\frac{xy^2}{40}$$

오답피하기

이 문제는 잘못 계산된 것을 바르게 계산하는 유형의 문제야. 그런데 곱할 것은 나누고, 나눌 것은 곱하게 되어서 어떤 식을 구하는 데 실수하기 쉽게 되어 있어.
하지만 원리만 알고 있으면 당황할 필요가 없지?
먼저 어떤 식을 미지수로 두고, 조건에서 잘못 계산된 식을 정리하여 어떤 식을 구한 후 다시 바른 식을 구하는 과정만 알고 있으면 돼. 여기에 필요한 건? 맞아, 바로 계산력!

130 답 $-4a^2$

1st 어떤 식을 A라 두고 식을 세우는 것부터 해.

어떤 식을 A라 하면 $A\times\frac{14b}{9a^3}\div\frac{16ab^2}{3}=-\frac{49}{144a^6b^2}$

2nd $A\times B\div C=D \Rightarrow A=D\div B\times C$임을 이용해.

$$\therefore A=-\frac{49}{144a^6b^2}\div\frac{14b}{9a^3}\times\frac{16ab^2}{3}$$
$$=-\frac{49}{144a^6b^2}\times\frac{9a^3}{14b}\times\frac{16ab^2}{3}$$
$$=-\frac{7}{6a^2b}$$

3rd 원래대로 A를 $\frac{14b}{9a^3}$로 나누고, $\frac{16ab^2}{3}$을 곱하여 바른 답을 구해.

∴ (바르게 계산한 답)$=A\div\frac{14b}{9a^3}\times\frac{16ab^2}{3}$
$$=-\frac{7}{6a^2b}\times\frac{9a^3}{14b}\times\frac{16ab^2}{3}=-4a^2$$

131 답 $\frac{96ac}{b}$

1st 직육면체의 부피 구하는 공식으로 식을 세워.

(직육면체의 부피)=(가로의 길이)×(세로의 길이)×(높이)이므로

$\frac{12a^2c^4}{b^2}=\frac{a^2}{4}\times\frac{c^3}{2ab}\times$(높이)

2nd 곱셈, 나눗셈에 주의하여 높이를 구해.

∴ (높이)$=\frac{12a^2c^4}{b^2}\div\frac{a^2}{4}\div\frac{c^3}{2ab}=\frac{12a^2c^4}{b^2}\times\frac{4}{a^2}\times\frac{2ab}{c^3}$
$$=\frac{96ac}{b}$$

오답피하기

단항식의 곱셈과 나눗셈을 도형과 연결시킨 문제는 도형의 넓이나 부피 등을 구하는 공식을 제대로 알지 못하면 해결할 수가 없어.
다음의 각 공식들을 기본으로 외워 두고 활용하자.
(1) (직육면체의 부피)=(가로의 길이)×(세로의 길이)×(높이)
(2) (원기둥의 부피)=(밑면의 넓이)×(높이)
(3) (원뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times$(밑면의 넓이)×(높이)

132 답 ③

1st 직육면체의 부피 구하는 공식으로 식을 세워.

(직육면체의 부피)=(가로의 길이)×(세로의 길이)×(높이)이므로

$\frac{8a^8c^4}{b^2}=ab^2\times\frac{bc^2}{3a}\times$(높이)

2nd 곱셈, 나눗셈에 주의하여 높이를 구해.

∴ (높이)$=\frac{8a^8c^4}{b^2}\div ab^2\div\frac{bc^2}{3a}=\frac{8a^8c^4}{b^2}\times\frac{1}{ab^2}\times\frac{3a}{bc^2}=\frac{24a^8c^2}{b^5}$

서술형 다지기

문제편 p. 48

[133-134 채점기준표]

Ⅰ	x의 값을 구한다.	40%
Ⅱ	y의 값을 구한다.	40%
Ⅲ	$x+y$의 값을 계산한다.	20%

133 답 15

먼저, x의 값을 구하자.

$2^6\div2^x=\frac{1}{32}$에서 $2^6\div2^x=\frac{1}{2^5}$이므로 $\frac{1}{2^{x-6}}=\frac{1}{2^5}$

$x-6=5$ ∴ $x=11$ … Ⅰ

그다음, y의 값을 구하자.

$25^{y+2}=125^4$에서 $(5^2)^{y+2}=(5^3)^4$이므로 $5^{2y+4}=5^{12}$, $2y+4=12$

$2y=8$ ∴ $y=4$ … Ⅱ

그래서, $x+y$의 값을 구하자.

∴ $x+y=11+4=15$ … Ⅲ

134 답 4

먼저, x의 값을 구하자.

$3^{x-3}\div 3^{2x}=\frac{1}{9^2}$에서 $3^{x-3}\div 3^{2x}=\frac{1}{3^4}$이므로

$\frac{1}{3^{2x-(x-3)}}=\frac{1}{3^4}$

$2x-(x-3)=4,\ x+3=4 \qquad \therefore x=1$ … Ⅰ

그다음, y의 값을 구하자.

$25^{y-1}=625$에서 $(5^2)^{y-1}=5^4$이므로

$5^{2y-2}=5^4,\ 2y-2=4$

$2y=6 \qquad \therefore y=3$ … Ⅱ

그래서, $x+y$의 값을 구하자.

$\therefore x+y=1+3=4$ … Ⅲ

[135-136 채점기준표]

Ⅰ	주어진 조건에 맞게 식을 세운다.	30%
Ⅱ	어떤 식을 구한다.	40%
Ⅲ	바르게 계산한 답을 구한다.	30%

135 답 $\frac{24}{7}a^7b^4$

먼저, 주어진 조건에 맞게 식을 세우자.

어떤 식 P를 $-\frac{2}{7}a^2b^3$으로 나누었더니 그 결과가 $\frac{42a^3}{b^2}$이 되었으므로

$P\div\left(-\frac{2}{7}a^2b^3\right)=\frac{42a^3}{b^2}$ … Ⅰ

그다음, 어떤 식 P를 구하자.

$P=\frac{42a^3}{b^2}\times\left(-\frac{2}{7}a^2b^3\right)=42\times\left(-\frac{2}{7}\right)\times\frac{a^3}{b^2}\times a^2b^3$

$=-12a^5b$ … Ⅱ

그래서, 올바른 식을 구하자.

어떤 식 P에 $-\frac{2}{7}a^2b^3$을 곱하면 올바른 계산이 되므로

$P\times\left(-\frac{2}{7}a^2b^3\right)=-12a^5b\times\left(-\frac{2}{7}a^2b^3\right)$

$=\frac{24}{7}a^7b^4$ … Ⅲ

136 답 $-\frac{3}{25}a^6b$

먼저, 주어진 조건에 맞게 식을 세우자.

어떤 식 P를 $-\frac{1}{5}ab^2$으로 나누었더니 그 결과가 $-\frac{3a^4}{b^3}$이 되었으므로

$P\div\left(-\frac{1}{5}ab^2\right)=-\frac{3a^4}{b^3}$ … Ⅰ

그다음, 어떤 식 P를 구하자.

$P=-\frac{3a^4}{b^3}\times\left(-\frac{1}{5}ab^2\right)=-3\times\left(-\frac{1}{5}\right)\times\frac{a^4}{b^3}\times ab^2=\frac{3a^5}{5b}$ … Ⅱ

그래서, 올바른 식을 구하자.

어떤 식 P에 $-\frac{1}{5}ab^2$을 곱하면 올바른 계산이 되므로

$P\times\left(-\frac{1}{5}ab^2\right)=\frac{3a^5}{5b}\times\left(-\frac{1}{5}ab^2\right)=-\frac{3}{25}a^6b$ … Ⅲ

137 답 12

90, 60, 100을 각각 소인수분해하면

$90=2\times3^2\times5,\ 60=2^2\times3\times5,\ 100=2^2\times5^2$ … Ⅰ

$90\times60\times100=(2\times3^2\times5)\times(2^2\times3\times5)\times(2^2\times5^2)$

$=2^{1+2+2}\times3^{2+1}\times5^{1+1+2}$

$=2^5\times3^3\times5^4$

$=2^a\times3^b\times5^c$

$\therefore a=5,\ b=3,\ c=4$ … Ⅱ

$\therefore a+b+c=12$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	90, 60, 100을 각각 소인수분해한다.	30%
Ⅱ	a, b, c의 값을 각각 구한다.	50%
Ⅲ	$a+b+c$의 값을 계산한다.	20%

138 답 -1

$2^6\times7\times5^5=2\times2^5\times7\times5^5$

$=2\times7\times(2^5\times5^5)$

$=14\times(2\times5)^5$

$=14\times10^5$

$=1400000$ … Ⅰ

즉, $2^6\times7\times5^5$은 7자리의 수이므로 $n=7$이다. … Ⅱ

$\therefore (-1)^n=(-1)^7=-1$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	$2^6\times7\times5^5$을 10의 거듭제곱으로 나타낸다.	50%
Ⅱ	n의 값을 구한다.	30%
Ⅲ	$(-1)^n$의 값을 계산한다.	20%

139 답 $\frac{2}{9}$

$\frac{8xy^3}{5}\div(Axy)^2\div\left(-\frac{4x}{5y}\right)^2=\frac{8xy^3}{5}\div A^2x^2y^2\div\frac{16x^2}{25y^2}$

$=\frac{8xy^3}{5}\times\frac{1}{A^2x^2y^2}\times\frac{25y^2}{16x^2}$

$=\left(\frac{8}{5}\times\frac{1}{A^2}\times\frac{25}{16}\right)\times\frac{xy^{3+2}}{x^{2+2}y^2}$

$=\frac{5}{2A^2}\times\frac{xy^5}{x^4y^2}$

$=\frac{5}{2A^2}\times\frac{y^3}{x^3}$ … Ⅰ

즉, $\frac{5}{2A^2}\times\frac{y^3}{x^3}=\frac{5y^B}{x^C}$이므로

$\frac{5}{2A^2}=5,\ B=3,\ C=3 \qquad \therefore A^2=\frac{1}{2},\ B=3,\ C=3$ … Ⅱ

$\therefore \frac{4A^2}{BC}=\frac{2}{9}$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	주어진 식의 좌변을 정리한다.	50%
Ⅱ	A^2, B, C의 값을 각각 구한다.	30%
Ⅲ	$\frac{4A^2}{BC}$의 값을 계산한다.	20%

140 답 $\dfrac{A^2B}{48}$

$A=2^{x+2}=2^x\times2^2=4\times2^x$

$\therefore 2^x=\dfrac{A}{4}$ … Ⅰ

$B=3^{x+1}=3^x\times3 \qquad \therefore 3^x=\dfrac{B}{3}$ … Ⅱ

$\therefore 12^x=(3\times4)^x=3^x\times4^x$

$=3^x\times(2^2)^x=3^x\times2^{2x}$

$=(2^x)^2\times3^x$

$=\left(\dfrac{A}{4}\right)^2\times\dfrac{B}{3}$

$=\dfrac{A^2}{16}\times\dfrac{B}{3}$

$=\dfrac{A^2B}{48}$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	2^x을 A로 나타낸다.	30%
Ⅱ	3^x을 B로 나타낸다.	30%
Ⅲ	12^x을 A, B를 이용하여 나타낸다.	40%

141 답 $2x^2y$

(삼각기둥의 부피)=(밑넓이)×(높이)이므로

$48x^5y^2=\left\{\dfrac{1}{2}\times3xy\times(4x)^2\right\}\times$(높이) … Ⅰ

$=\dfrac{1}{2}\times3xy\times16x^2\times$(높이)

$=24x^3y\times$(높이) … Ⅱ

$\therefore$ (높이)$=48x^5y^2\div24x^3y$

$=48x^5y^2\times\dfrac{1}{24x^3y}$

$=2x^2y$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	기둥의 부피 공식을 이용하여 식을 세운다.	40%
Ⅱ	지수법칙을 이용하여 식을 정리한다.	30%
Ⅲ	높이를 구한다.	30%

142 답 $2\pi a^4b^3$

가로의 길이가 ab이고, 세로의 길이가 $2a^2b$인 직사각형을 직선 l을 축으로 하여 한 바퀴 회전시켜 생긴 회전체는 밑면의 반지름의 길이가 ab이고 높이가 $2a^2b$인 원기둥이다. … Ⅰ

이때, (원기둥의 부피)=(밑넓이)×(높이)이고,

(밑넓이)$=\pi\times(ab)^2=\pi a^2b^2$ … Ⅱ

$\therefore$ (원기둥의 부피)$=\pi a^2b^2\times2a^2b=2\pi a^4b^3$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	회전체의 모양을 결정한다.	40%
Ⅱ	회전체의 밑넓이를 구한다.	30%
Ⅲ	회전체의 부피를 구한다.	30%

최고난도 만점 문제

p. 50

143 답 ③

1st $2^{x-2}=2^x\div2^2$임을 이용해.

$2^{x-2}=A$에서 $2^x\div2^2=A$, $2^x\times\dfrac{1}{2^2}=A \qquad \therefore 2^x=2^2A$

2nd 64를 2의 거듭제곱으로 나타내.

$3\times64^x=3\times(2^6)^x=3\times2^{6x}=3\times(2^x)^6=3\times(2^2A)^6$

$=2^{12}\times3\times A^6=2^a\times3^b\times A^c \Rightarrow a=12,\ b=1,\ c=6$

$\therefore a+b+c=12+1+6=19$

144 답 ②

1st M, m의 값을 각각 구해.

$(a^xb^yc^z)^p=a^{12}b^8c^{20}$에서 12, 8, 20의 공약수는 1, 2, 4이므로

$a^{12}b^8c^{20}=(a^3b^2c^5)^4=(a^6b^4c^{10})^2=(a^{12}b^8c^{20})^1$

즉, p가 될 수 있는 값 중에서 가장 큰 값은 $M=4$, 가장 작은 값은 $m=1$이지?

2nd M, m일 때, $x+y+z$의 값을 순서대로 구해.

(i) $M=4$일 때,

$x=3,\ y=2,\ z=5 \Rightarrow x+y+z=3+2+5=10$

(ii) $m=1$일 때,

$x=12,\ y=8,\ z=20 \Rightarrow x+y+z=12+8+20=40$

따라서 구하는 값은 순서대로 10, 40이야.

[다른 풀이]

$(a^xb^yc^z)^p=a^{xp}b^{yp}c^{zp}=a^{12}b^8c^{20}$에서 $xp=12$, $yp=8$, $zp=20$이므로 p는 12, 8, 20의 공약수임을 알 수 있어. 12, 8, 20의 공약수를 구하면 1, 2, 4가 나오니까 $M=4$, $m=1$이지. 그리고 위의 세 식을 더해 보면, $xp+yp+zp=(x+y+z)p=12+8+20=40$이고, p에 4 또는 1을 대입하면 $x+y+z$의 값은 각각 10 또는 40임을 알 수 있지.

145 답 ②

1st 밑이 다르므로 지수를 같게 하여 비교하자.

$49^5<A^{10}<2^{40}$에서 각 변의 지수를 같게 하자.

$(7^2)^5<A^{10}<(2^4)^{10}$, $7^{10}<A^{10}<16^{10}$

지수가 같으므로 밑의 크기를 비교하면 되지?

$\therefore 7<A<16$

따라서 A는 자연수이므로 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15로 8개야.

146 답 ①

1st $10=2\times5$임을 이용해 보자.

$4^{x-1}\times25^{x+1}=(2^2)^{x-1}\times(5^2)^{x+1}=2^{2x-2}\times5^{2x+2}$

$=2^{2x-2}\times5^{2x-2+4}=2^{2x-2}\times5^{2x-2}\times5^4$

$=5^4\times(2\times5)^{2x-2}=5^4\times10^{2x-2}$

$=625\times10^{2x-2}$

2nd 주어진 조건을 이용하여 x의 값을 구하자.

x는 $x>1$인 자연수이므로

$x=2$일 때, $625\times10^2=62500$ ← $3+2=5$자리

$x=3$일 때, $625\times10^4=6250000$ ← $3+4=7$자리

⋮

$x=6$일 때, $625\times10^{10}=62500\cdots000$ ← $3+10=13$자리

따라서 구하는 자연수 x의 값은 $x=6$

147 답 $\dfrac{64a^2}{9bc^4}$

1st $A \div \triangle \times B = C$에서 $\triangle = A \times B \div C$임을 이용해 보자.

$(-3a^2b)^2 \div \boxed{} \times \left(-\frac{1}{9}a^2c\right)^2 = \left(\frac{1}{4}a^2bc^2\right)^3$에서

$$\boxed{} = (-3a^2b)^2 \times \left(-\frac{1}{9}a^2c\right)^2 \div \left(\frac{1}{4}a^2bc^2\right)^3$$
$$= 9a^4b^2 \times \frac{a^4c^2}{81} \div \frac{a^6b^3c^6}{64} = 9a^4b^2 \times \frac{a^4c^2}{81} \times \frac{64}{a^6b^3c^6}$$
$$= \frac{64a^2}{9bc^4}$$

148 답 $\dfrac{5}{6}$

1st 주어진 직각삼각형 ABC를 $\overline{\mathrm{AC}}$ 또는 $\overline{\mathrm{BC}}$를 축으로 회전시켜 생긴 회전체는 원뿔이야.

$$V_1 = \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{5}{2}a\right)^2 \times 3a = \frac{1}{3} \times \pi \times \frac{25a^2}{4} \times 3a = \frac{25\pi a^3}{4}$$
$$V_2 = \frac{1}{3} \times \pi \times (3a)^2 \times \frac{5}{2}a = \frac{1}{3} \times \pi \times 9a^2 \times \frac{5}{2}a = \frac{15\pi a^3}{2}$$
$$\therefore \frac{V_1}{V_2} = V_1 \div V_2 = \frac{25\pi a^3}{4} \div \frac{15\pi a^3}{2} = \frac{25\pi a^3}{4} \times \frac{2}{15\pi a^3} = \frac{5}{6}$$

149 답 B

1st $(-1)^{\text{짝수}} = 1$, $(-1)^{\text{홀수}} = -1$임을 이용하자. 먼저 n이 홀수일 때부터 생각하자.

(i) n이 홀수일 때,

$A = (-1)^n + (-1)^{n+1}$에서 $n+1 =$(짝수)이므로
$A = (-1)^n + (-1)^{n+1} = -1 + 1 = 0$
$B = (-1)^{2n} \times (-1) \times (-1)^3$에서 $2n =$(짝수)이므로
$B = (-1)^{2n} \times (-1) \times (-1)^3 = 1 \times (-1) \times (-1) = 1$
$C = (-1)^{2n-1} \div (-1)^{2n} \div (-1)^{2n+2}$에서
$2n-1 =$(홀수), $2n =$(짝수), $2n+2 =$(짝수)이므로
$C = (-1)^{2n-1} \div (-1)^{2n} \div (-1)^{2n+2} = (-1) \div 1 \div 1 = -1$
$\therefore C < A < B$

2nd 이제 n이 짝수일 때를 생각하자.

(ii) n이 짝수일 때,

$A = (-1)^n + (-1)^{n+1}$에서 $n+1 =$(홀수)이므로
$A = (-1)^n + (-1)^{n+1} = 1 - 1 = 0$
$B = (-1)^{2n} \times (-1) \times (-1)^3$에서 $2n =$(짝수)이므로
$B = (-1)^{2n} \times (-1) \times (-1)^3 = 1 \times (-1) \times (-1) = 1$
$C = (-1)^{2n-1} \div (-1)^{2n} \div (-1)^{2n+2}$에서
$2n-1 =$(홀수), $2n =$(짝수), $2n+2 =$(짝수)이므로
$C = (-1)^{2n-1} \div (-1)^{2n} \div (-1)^{2n+2} = (-1) \div 1 \div 1 = -1$
$\therefore C < A < B$

(i), (ii)에 의하여 n이 홀수, 짝수에 관계없이 가장 큰 수는 B야.

오|답|피|하|기

이런 문제 같은 경우에 n에 적절한 자연수 중 아무거나 대입해 봐서 가장 큰 수를 찾아내는 학생들이 많을 것 같아. 그렇게 풀면 역시 B가 가장 크게 나와서 답은 맞겠지만 정확한 풀이라고는 할 수 없어. 왜냐하면 괄호 안에 $(-)$가 들어있는 수의 거듭제곱은 지수가 홀수냐 짝수냐에 따라 부호가 달라지기 때문에 n이 홀수일 때와 짝수일 때로 경우를 나눠서 풀어야 정확한 풀이라고 할 수 있기 때문이야.

C 다항식의 계산

개념 다지기 001~028 정답은 p. 3에 있습니다.

유형 다지기 학교시험+학력평가 p. 54

029 답 ①

$$(2a^2-3a-1)+(-5a^2-7a+8) = 2a^2-3a-1-5a^2-7a+8$$
$$= 2a^2-5a^2-3a-7a-1+8$$
$$= -3a^2-10a+7$$

030 답 ⑤

① x^3-2x^2 : x^3이 있으므로 x에 대한 이차식이 아니야.
② $2x+2y+2$: x에 대한 일차식이야.
③ $2y^2-y+1$: y에 대한 이차식이야.
④ $4-2x^2+x+2x^2=4+x$: x에 대한 일차식이야.
⑤ $-3x^2+1$: x에 대한 이차식이야.

오|답|피|하|기

③의 경우는 y에 대한 이차식이지 x에 대한 이차식이 아니야. 어떤 문자에 대한 식인지 정확히 구별해야 해.
④의 경우는 x^2이 있으니까 x에 대한 이차식으로 생각하기 쉬워. 식을 모두 정리한 후 이차식인지 판단해야 해.
이런 실수는 정수가 아닌 유리수를 구할 때도 비슷했지? 예를 들어, $-\frac{4}{5}$, $\frac{4}{2}$, 0에서 정수가 아닌 유리수의 개수를 구하라는 질문에 $\frac{4}{2}$를 $\frac{(\text{정수})}{(\text{정수})}$의 꼴이니까 정수가 아닌 유리수라고 착각했던 것 말이야. 정리를 하고, 즉 약분을 해서 기약분수로 만든 후 판단하는 거잖아. 이 문제도 마찬가지야. 반드시 기억하자. 정리하고 나서 판단!!

031 답 -4

$$(-2x^2+3x-4)+(x^2-3x+1) = -2x^2+3x-4+x^2-3x+1$$
$$= -2x^2+x^2+3x-3x-4+1$$
$$= -x^2-3$$

$-x^2-3 = Ax^2+Bx+C$이므로
$A=-1$, $B=0$, $C=-3$
$\therefore A+B+C = -1+0+(-3) = -4$

032 답 ④

$$-4a^2+5a-1-(-3a^2-a+2) = -4a^2+5a-1+3a^2+a-2$$
$$= -4a^2+3a^2+5a+a-1-2$$
$$= -a^2+6a-3$$

$\therefore p=-1$, $q=6 \Rightarrow p+q=-1+6=5$

033 답 $-5x^2+x+3$

$$\boxed{} = (-2x^2+x-1)-(3x^2-4) = -2x^2+x-1-3x^2+4$$
$$= -2x^2-3x^2+x-1+4 = -5x^2+x+3$$

034 답 ③

이차식 A에서 $-4x^2+3x-2$를 빼었더니 $6x^2-6x$가 되었으므로

$A-(-4x^2+3x-2)=6x^2-6x$

$\therefore A=6x^2-6x+(-4x^2+3x-2)$

$=6x^2-4x^2-6x+3x-2$

$=2x^2-3x-2$

035 답 ①

$\dfrac{x^2-3x-2}{3}+\dfrac{-x^2+x-4}{2}=\dfrac{2(x^2-3x-2)}{6}+\dfrac{3(-x^2+x-4)}{6}$

$=\dfrac{2x^2-6x-4}{6}+\dfrac{-3x^2+3x-12}{6}$

$=\dfrac{2x^2-3x^2-6x+3x-4-12}{6}$

$=\dfrac{-x^2-3x-16}{6}$

$=-\dfrac{1}{6}x^2-\dfrac{1}{2}x-\dfrac{8}{3}$

승호 : 계산한 결과도 이차식이야. (참)

은주 : x^2의 계수는 $-\dfrac{1}{6}$, x의 계수는 $-\dfrac{1}{2}$로 같지 않아. (거짓)

동규 : x^2의 계수, x의 계수, 상수항의 합은

$-\dfrac{1}{6}+\left(-\dfrac{1}{2}\right)+\left(-\dfrac{8}{3}\right)=-\dfrac{1+3+16}{6}$

$=-\dfrac{10}{3}\neq 0$ (거짓)

따라서 옳은 말을 한 사람은 승호야.

오|답|피|하|기

식이 상당히 복잡해 보이지? 식이 분수의 꼴로 되어 있어서 그럴 거야. 분수의 덧셈과 뺄셈 계산에서 분모의 최소공배수로 통분한 후 계산했던 것과 마찬가지 방법으로 이 문제를 푸는 방법도 통분을 해서 계산하는 거야. 항상 원리는 같아. 모양이 좀 더 복잡하거나 단순할 뿐이야.

036 답 $5x^2-2x+7$

$4x^2-[3x-2-\{2x^2+4x-(x^2+3x-5)\}]$

$=4x^2-\{3x-2-(2x^2+4x-x^2-3x+5)\}$

$=4x^2-\{3x-2-(x^2+x+5)\}$

$=4x^2-(3x-2-x^2-x-5)$

$=4x^2-(-x^2+2x-7)$

$=4x^2+x^2-2x+7$

$=5x^2-2x+7$

037 답 ②

$4x^2-[-5x-1+\{6x^2+4x-(-3x^2+x-7)\}]$

$=4x^2-\{-5x-1+(6x^2+4x+3x^2-x+7)\}$

$=4x^2-\{-5x-1+(9x^2+3x+7)\}$

$=4x^2-(-5x-1+9x^2+3x+7)$

$=4x^2-(9x^2-2x+6)$

$=4x^2-9x^2+2x-6$

$=-5x^2+2x-6$

$Ax^2+Bx+C=-5x^2+2-6$이므로

$A=-5$, $B=2$, $C=-6$

$\therefore A+B+C=-9$

038 답 ⑤

$\dfrac{5}{2}x^2-\left[x-1-\left\{\dfrac{3}{2}x^2+4x-\left(x^2+\dfrac{1}{2}x-5\right)\right\}\right]$

$=\dfrac{5}{2}x^2-\left\{x-1-\left(\dfrac{3}{2}x^2+4x-x^2-\dfrac{1}{2}x+5\right)\right\}$

$=\dfrac{5}{2}x^2-\left\{x-1-\left(\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{7}{2}x+5\right)\right\}$

$=\dfrac{5}{2}x^2-\left(x-1-\dfrac{1}{2}x^2-\dfrac{7}{2}x-5\right)$

$=\dfrac{5}{2}x^2-\left(-\dfrac{1}{2}x^2-\dfrac{5}{2}x-6\right)$

$=\dfrac{5}{2}x^2+\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{5}{2}x+6$

$=3x^2+\dfrac{5}{2}x+6$

오|답|피|하|기

괄호를 푸는 과정에서 부호를 잘못 계산하여 오답률이 높아. 다음을 잘 익혀 두었으면 해.

(1) $A-(B+C)=A-B-C$

(2) $A-(B-C)=A-B+C$

(3) $A-(-B+C)=A+B-C$

(4) $A-(-B-C)=A+B+C$

참! 괄호가 여러 개 들어간 문제는 소괄호( ), 중괄호{ }, 대괄호[ ]의 순으로 정리하는 거야.

039 답 ⑤

어떤 식에서 $3x-4y+5$를 빼었더니 $7x+8y-2$가 되었으므로

어떤 식을 A라 하면

$A-(3x-4y+5)=7x+8y-2$

$\therefore A=7x+8y-2+(3x-4y+5)$

$=7x+8y-2+3x-4y+5$

$=10x+4y+3$

따라서 바르게 계산한 답은

$A+(3x-4y+5)=10x+4y+3+3x-4y+5$

$=13x+8$

오|답|피|하|기

이런 유형의 문제는 다음과 같이 정리하여 기억하자.

(i) 어떤 식을 A라 놓자.

(ii) 식 B를 잘못하여 더해서(또는 빼서) 나온 식이 C라 하면 잘못된 식 $A+B=C$(또는 $A-B=C$)를 세우자.

(iii) 어떤 식 A를 $A=C-B$(또는 $A=C+B$)로 구하자.

(iv) 바른 식 $A-B$(또는 $A+B$)를 구하자.

040 답 ⑤

어떤 식에서 x^2+x+1을 빼었더니 $2x^2+2x+2$가 되었으므로

어떤 식을 A라 하면

$A-(x^2+x+1)=2x^2+2x+2$

$\therefore A=2x^2+2x+2+(x^2+x+1)$

$=2x^2+2x+2+x^2+x+1$

$=3x^2+3x+3$

따라서 바르게 계산한 답은

$A+(x^2+x+1)=3x^2+3x+3+x^2+x+1$

$=4x^2+4x+4$

041 답 $5x^2-2x+2$

어떤 식에 $-3x^2+2x+1$을 더하였더니 $-x^2+2x+4$가 되었으므로
어떤 식을 A라 하면
$A+(-3x^2+2x+1)=-x^2+2x+4$
$\therefore A=-x^2+2x+4-(-3x^2+2x+1)$
$=-x^2+2x+4+3x^2-2x-1=2x^2+3$
따라서 바르게 계산한 답은
$A-(-3x^2+2x+1)=2x^2+3+3x^2-2x-1$
$=5x^2-2x+2$

042 답 ①

$-3x(2x^2-x+1)=-6x^3+3x^2-3x=ax^3+bx^2+cx$이므로
$a=-6$, $b=3$, $c=-3$
$\therefore a+b+c=-6+3+(-3)=-6$

043 답 ⑤

$3ab(2a^2-4ab+6b^2)=3ab\times 2a^2-3ab\times 4ab+3ab\times 6b^2$
$=6a^3b-12a^2b^2+18ab^3$

044 답 ⑤

$(4a^2-2ab+6b^2)\times\frac{1}{2}a=4a^2\times\frac{1}{2}a-2ab\times\frac{1}{2}a+6b^2\times\frac{1}{2}a$
$=2a^3-a^2b+3ab^2$

045 답 $\frac{57}{2}$

$(-2x^a)^b=-32x^{15}$에서 a, b의 값부터 각각 구하자.
$(-2x^a)^b=(-2)^bx^{ab}$이고, $-32x^{15}=(-2)^5x^{15}$이므로 $b=5$, $ab=15$
$\therefore a=3$, $b=5$
한편, $\frac{b}{a}\left(\frac{9}{5}x^2+\frac{3}{10}x-15\right)$에 위에서 구한 a, b의 값을 각각 대입하면
$\frac{5}{3}\left(\frac{9}{5}x^2+\frac{3}{10}x-15\right)=\frac{5}{3}\times\frac{9}{5}x^2+\frac{5}{3}\times\frac{3}{10}x-\frac{5}{3}\times 15$
$=3x^2+\frac{1}{2}x-25$
$3x^2+\frac{1}{2}x-25=Ax^2+Bx+C$이므로
$A=3$, $B=\frac{1}{2}$, $C=-25$
$\therefore A+B-C=3+\frac{1}{2}-(-25)=\frac{57}{2}$

046 답 ⑤

$(4x^2-4x+6)\div\frac{2x}{3}=(4x^2-4x+6)\times\frac{3}{2x}$
$=4x^2\times\frac{3}{2x}-4x\times\frac{3}{2x}+6\times\frac{3}{2x}$
$=6x-6+\frac{9}{x}$

047 답 ①

$(20xy^3-10x^2y)\div 5xy=(20xy^3-10x^2y)\times\frac{1}{5xy}$
$=20xy^3\times\frac{1}{5xy}-10x^2y\times\frac{1}{5xy}$
$=4y^2-2x$

048 답 12

$(12a^2b^3+6ab^2)\div\frac{3}{2}ab=(12a^2b^3+6ab^2)\times\frac{2}{3ab}$
$=12a^2b^3\times\frac{2}{3ab}+6ab^2\times\frac{2}{3ab}$
$=8ab^2+4b$
따라서 $\square$ 안에 알맞은 수는 각각 8, 4이므로
(구하는 합)$=8+4=12$

049 답 ②

$(16xy^3-8x^2y)\div\left(-\frac{4}{3}xy\right)=(16xy^3-8x^2y)\times\left(-\frac{3}{4xy}\right)$
$=16xy^3\times\left(-\frac{3}{4xy}\right)-8x^2y\times\left(-\frac{3}{4xy}\right)$
$=-12y^2+6x$
$6x-12y^2=Ax+By^2$이므로
$A=6$, $B=-12$
$\therefore A+B=6+(-12)=-6$

050 답 $\frac{4}{3}x^3y^2-x^2y^3-\frac{10}{3}x^2y^2$

어떤 다항식을 $\frac{2}{3}xy$로 나누었더니 $2x^2y-\frac{3}{2}xy^2-5xy$가 되었으므로
어떤 다항식을 A라 하면
$A\div\frac{2}{3}xy=2x^2y-\frac{3}{2}xy^2-5xy$
$\therefore A=\left(2x^2y-\frac{3}{2}xy^2-5xy\right)\times\frac{2}{3}xy$
$=2x^2y\times\frac{2}{3}xy-\frac{3}{2}xy^2\times\frac{2}{3}xy-5xy\times\frac{2}{3}xy$
$=\frac{4}{3}x^3y^2-x^2y^3-\frac{10}{3}x^2y^2$

051 답 $15x^3y-10x^2y+5xy$

어떤 다항식에 $\frac{y}{5x}$를 곱하였더니 $3x^2y^2-2xy^2+y^2$이 되었으므로
어떤 다항식을 A라 하면
$A\times\frac{y}{5x}=3x^2y^2-2xy^2+y^2$
$\therefore A=(3x^2y^2-2xy^2+y^2)\div\frac{y}{5x}$
$=(3x^2y^2-2xy^2+y^2)\times\frac{5x}{y}$
$=3x^2y^2\times\frac{5x}{y}-2xy^2\times\frac{5x}{y}+y^2\times\frac{5x}{y}$
$=15x^3y-10x^2y+5xy$

052 답 ⑤

$\boxed{}\times\frac{2}{3ab}=8ab+4b^2$에서
$\boxed{}=(8ab+4b^2)\div\frac{2}{3ab}=(8ab+4b^2)\times\frac{3ab}{2}$
$=8ab\times\frac{3ab}{2}+4b^2\times\frac{3ab}{2}$
$=12a^2b^2+6ab^3$

053 답 4

$(4x^2y-3xy^2)\div\frac{12}{5}xy=(4x^2y-3xy^2)\times\frac{5}{12xy}$

$=4x^2y\times\frac{5}{12xy}-3xy^2\times\frac{5}{12xy}$

$=\frac{5}{3}x-\frac{5}{4}y$

즉, $\frac{5}{3}x-\frac{5}{4}y=ax+by$이므로 $a=\frac{5}{3}$, $b=-\frac{5}{4}$

$\therefore -\frac{3a}{b}=-3a\div b=-3\times\frac{5}{3}\div\left(-\frac{5}{4}\right)$

$=-3\times\frac{5}{3}\times\left(-\frac{4}{5}\right)=4$

054 답 ④

어떤 식을 $\frac{3}{4}a$로 나누었더니 $\frac{2}{3}a^2-\frac{4b^2}{a}+\frac{8}{3}b^3$이 되었으므로

어떤 식을 A라 하면

$A\div\frac{3}{4}a=\frac{2}{3}a^2-\frac{4b^2}{a}+\frac{8}{3}b^3$

$\therefore A=\left(\frac{2}{3}a^2-\frac{4b^2}{a}+\frac{8}{3}b^3\right)\times\frac{3}{4}a$

$=\frac{1}{2}a^3-3b^2+2ab^3$

따라서 바르게 계산한 답은

$A\times\frac{3}{4}a=\left(\frac{1}{2}a^3-3b^2+2ab^3\right)\times\frac{3}{4}a$

$=\frac{3}{8}a^4-\frac{9}{4}ab^2+\frac{3}{2}a^2b^3$

055 답 ①

어떤 식을 $3ab$로 나누었더니 $\frac{2a}{3b}-\frac{b}{a}+\frac{1}{3}$이 되었으므로

어떤 식을 A라 하면

$A\div3ab=\frac{2a}{3b}-\frac{b}{a}+\frac{1}{3}$

$\therefore A=\left(\frac{2a}{3b}-\frac{b}{a}+\frac{1}{3}\right)\times3ab=2a^2-3b^2+ab$

따라서 바르게 계산한 답은

$A\times3ab=(2a^2-3b^2+ab)\times3ab$

$=6a^3b-9ab^3+3a^2b^2$

056 답 ④

어떤 식에 $-\frac{2b}{3a}$를 곱하였더니 $12ab^3-8b^3$이 되었으므로

어떤 식을 A라 하면

$A\times\left(-\frac{2b}{3a}\right)=12ab^3-8b^3$

$\therefore A=(12ab^3-8b^3)\div\left(-\frac{2b}{3a}\right)$

$=(12ab^3-8b^3)\times\left(-\frac{3a}{2b}\right)$

$=-18a^2b^2+12ab^2$

따라서 바르게 계산한 답은

$A\div\left(-\frac{2b}{3a}\right)=(-18a^2b^2+12ab^2)\div\left(-\frac{2b}{3a}\right)$

$=(-18a^2b^2+12ab^2)\times\left(-\frac{3a}{2b}\right)$

$=27a^3b-18a^2b$

057 답 $11a^2b+ab^2$

$3ab(4a-b)-a(ab-4b^2)$

$=3ab\times4a-3ab\times b-a\times ab+a\times4b^2$

$=12a^2b-3ab^2-a^2b+4ab^2$

$=12a^2b-a^2b-3ab^2+4ab^2$

$=11a^2b+ab^2$

058 답 ⑤

$2x(4x-3)+(12x^3-8x^2)\div4x$

$=2x(4x-3)+(12x^3-8x^2)\times\frac{1}{4x}$

$=2x\times4x-2x\times3+12x^3\times\frac{1}{4x}-8x^2\times\frac{1}{4x}$

$=8x^2-6x+3x^2-2x=11x^2-8x$

이때, x^2의 계수 $a=11$, x의 계수 $b=-8$

$\therefore\ a+b=11+(-8)=3$

059 답 $-3x-6y$

$(5x^2y-12xy^2)\div xy-(8x^3-6x^2y)\div x^2$

$=(5x^2y-12xy^2)\times\frac{1}{xy}-(8x^3-6x^2y)\times\frac{1}{x^2}$

$=5x^2y\times\frac{1}{xy}-12xy^2\times\frac{1}{xy}-8x^3\times\frac{1}{x^2}+6x^2y\times\frac{1}{x^2}$

$=5x-12y-8x+6y$

$=-3x-6y$

060 답 ②

$\frac{-16x+A}{4x}=-3xy-4$에서

$-16x+A=(-3xy-4)\times4x$

$=-3xy\times4x-4\times4x$

$=-12x^2y-16x$

$\therefore\ A=-12x^2y-16x+16x=-12x^2y$

061 답 ④

$\frac{6x^2-8xy}{2x}-\frac{12xy+15y^2}{-3y}=\frac{6x^2}{2x}-\frac{8xy}{2x}-\left(\frac{12xy}{-3y}+\frac{15y^2}{-3y}\right)$

$=3x-4y-(-4x-5y)$

$=3x-4y+4x+5y$

$=7x+y$

오|답|피|하|기

사칙연산이 혼합된 경우 뒤죽박죽으로 계산하면 반드시 실수하기 마련! 수학에서는 '복잡할수록 정의로 돌아가라' 라는 말이 있어. 여기서 우리가 아는 정의(正義), 바르고 공정한 가치를 추구하는 것을 의미하는 것이 아니라 정의(定義), 즉 어떤 기호나 용어의 뜻을 정확히 규정하는 거야. 사칙연산의 약속의 원칙을 정확히 알고 있어야겠지?

거듭제곱 → 괄호(소( ), 중{ }, 대[ ]) → 곱셈, 나눗셈 → 덧셈, 뺄셈 순서로 사칙연산을 한다는 거 꼭 기억하고, 무엇보다 식을 간단히 할 수 있으면 간단히 하고 시작하는 게 실수없는 정확한 값을 얻는 길이야.

062 답 ③

$$(8a^3b^2-6a^2b^2)\div 4ab^2\times 2ab=(8a^3b^2-6a^2b^2)\times\frac{1}{4ab^2}\times 2ab$$
$$=(8a^3b^2-6a^2b^2)\times\frac{1}{2b}$$
$$=8a^3b^2\times\frac{1}{2b}-6a^2b^2\times\frac{1}{2b}$$
$$=4a^3b-3a^2b$$

063 답 $2x^2-14x+8xy$

$$6x\left(\frac{1}{3}x-1\right)-\{x(xy^2+4xy)-5x^2y^2\}\div\frac{1}{2}xy$$
$$=6x\left(\frac{1}{3}x-1\right)-(x^2y^2+4x^2y-5x^2y^2)\times\frac{2}{xy}$$
$$=6x\left(\frac{1}{3}x-1\right)-(-4x^2y^2+4x^2y)\times\frac{2}{xy}$$
$$=6x\times\frac{1}{3}x-6x-\left(-4x^2y^2\times\frac{2}{xy}+4x^2y\times\frac{2}{xy}\right)$$
$$=2x^2-6x-(-8xy+8x)=2x^2-6x+8xy-8x$$
$$=2x^2-14x+8xy$$

064 답 ③

(직사각형의 넓이)=(가로의 길이)×(세로의 길이)

$$=(4ab^2-2a^2b)\times\frac{3}{ab}$$
$$=4ab^2\times\frac{3}{ab}-2a^2b\times\frac{3}{ab}$$
$$=12b-6a=-6a+12b$$

065 답 ①

(사다리꼴의 넓이)$=\frac{1}{2}\times$\{(윗변의 길이)+(아랫변의 길이)\}×(높이)

$$=\frac{1}{2}\times(8ab^2+16a^2b^2)\times\frac{1}{4a^2b^2}$$
$$=(8ab^2+16a^2b^2)\times\frac{1}{8a^2b^2}$$
$$=8ab^2\times\frac{1}{8a^2b^2}+16a^2b^2\times\frac{1}{8a^2b^2}$$
$$=\frac{1}{a}+2$$

066 답 $\frac{12a^4}{b^2}+24a^2$

(원기둥의 부피)=(밑넓이)×(높이)이므로

$12\pi a^2+24\pi b^2=\pi\left(\frac{b}{a}\right)^2\times$(높이), $12\pi a^2+24\pi b^2=\frac{\pi b^2}{a^2}\times$(높이)

∴ (높이)$=(12\pi a^2+24\pi b^2)\div\frac{\pi b^2}{a^2}=(12\pi a^2+24\pi b^2)\times\frac{a^2}{\pi b^2}$

$$=12\pi a^2\times\frac{a^2}{\pi b^2}+24\pi b^2\times\frac{a^2}{\pi b^2}=\frac{12a^4}{b^2}+24a^2$$

067 답 $2a^3b^3+10a^3b^2+10a^2b^3$

(밑넓이)$=ab^2\times 5ab=5a^2b^3$

(옆넓이)$=(5ab+ab^2+5ab+ab^2)\times a^2b=(2ab^2+10ab)\times a^2b$

$=2a^3b^3+10a^3b^2$

∴ (직육면체의 겉넓이)$=2\times 5a^2b^3+2a^3b^3+10a^3b^2$

$=2a^3b^3+10a^3b^2+10a^2b^3$

068 답 ①

$$2A+3B=2\times(2x+y)+3\times\left(\frac{-x+4y}{3}\right)=4x+2y-x+4y$$
$$=3x+6y$$

069 답 ⑤

$$2A-\{3B-2(A+B)\}$$
$$=2A-(3B-2A-2B)=2A-(-2A+B)$$
$$=2A+2A-B=4A-B=4(-2x+5y)-(3x+y)$$
$$=-8x+20y-3x-y=-11x+19y$$

070 답 ③

$$x+2xy+4=(3y+5)+2(3y+5)y+4=3y+5+6y^2+10y+4$$
$$=6y^2+13y+9$$

$6y^2+13y+9=ay^2+by+c$이므로

$a=6$, $b=13$, $c=9$

$\therefore a-b+c=6-13+9=2$

071 답 $2A+10B$

$$\frac{3x^3y-7x^2y^2}{x^2y}=\frac{3x^3y}{x^2y}-\frac{7x^2y^2}{x^2y}=3x-7y=3(3A+B)-7(A-B)$$
$$=9A+3B-7A+7B=2A+10B$$

잘 틀리는 유형 훈련+1up

p. 60

072 답 ②

1st 나눗셈을 역수를 이용하여 곱셈으로 나타내.

$$(6x^2-4xy)\div 2x-(12x-6xy^2\div 3xy)$$
$$=(6x^2-4xy)\times\frac{1}{2x}-\left(12x-6xy^2\times\frac{1}{3xy}\right)$$
$$=6x^2\times\frac{1}{2x}-4xy\times\frac{1}{2x}-12x+6xy^2\times\frac{1}{3xy}$$
$$=3x-2y-12x+2y=-9x$$

오답피하기

설마 이 문제를 다음과 같이 풀지는 않았겠지?

$$(6x^2-4xy)\div 2x-(12x-6xy^2\div 3xy)$$
$$=\frac{6x^2-4xy}{2x}-\frac{12x-6xy^2}{3xy}=3x-2y-\left(\frac{4}{y}-2y\right)$$
$$=3x-2y-\frac{4}{y}+2y=3x-\frac{4}{y}$$

나눗셈을 역수를 이용하여 곱셈으로 고치는 것을 안다고 해서 정확한 답을 내는 것은 아니야. 많은 친구들이 $a-b\div c=\frac{a-b}{c}$로 착각하여 계산하는 실수를 범하기가 쉽거든. +, −, ×, ÷가 혼합된 계산은 ×, ÷를 먼저 하고 +, −를 나중에 한다는 것, 잊지 말아.

그래서 $a-b\div c=a-b\times\frac{1}{c}=a-\frac{b}{c}$로 계산해야 하는 거야!

073 답 ⑤

1st 나눗셈을 역수를 이용하여 곱셈으로 나타내.

$\left(\frac{3}{2}x^2-6xy\right)\div 3x-(15xy-9xy^2\div 3xy)$

$=\left(\frac{3}{2}x^2-6xy\right)\times\frac{1}{3x}-\left(15xy-9xy^2\times\frac{1}{3xy}\right)$

$=\frac{3}{2}x^2\times\frac{1}{3x}-6xy\times\frac{1}{3x}-(15xy-3y)$

$=\frac{x}{2}-2y-15xy+3y$

$=\frac{x}{2}-15xy+y$

074 답 ⑤

1st $\frac{A-B}{C}=\frac{A}{C}-\frac{B}{C}$임을 이용해서 식을 정리해.

$\frac{12x^2-4xy}{2x}-\frac{15xy+9y^2}{-3y}$

$=\left(\frac{12x^2}{2x}-\frac{4xy}{2x}\right)-\left(\frac{15xy}{-3y}+\frac{9y^2}{-3y}\right)$

$=(6x-2y)-(-5x-3y)$

$=6x-2y+5x+3y$

$=11x+y$

2nd 계수를 비교하여 A, B의 값을 각각 구하자.

즉, $11x+y=Ax+By$이므로

$A=11$, $B=1$

$\therefore A+B=11+1=12$

오|답|피|하|기

분수의 꼴로 주어진 다항식을 정리할 때는 주로 사용되는 법칙이 $\frac{A-B}{C}=\frac{A}{C}-\frac{B}{C}$, $-\frac{A-B}{C}=-\frac{A}{C}+\frac{B}{C}$야.

이런 유형의 문제들은 부호에서 실수를 많이 하거든. 그러니까 헷갈리지 않게 다음과 같이 변형하는 것이 좋아.

$-\frac{A-B}{C}=-\left(\frac{A-B}{C}\right)=-\left(\frac{A}{C}-\frac{B}{C}\right)=-\frac{A}{C}+\frac{B}{C}$

이렇게 괄호를 사용하면 실수가 줄어들게 될 거야.

075 답 ④

1st $-\frac{A-B}{C}=-\frac{A}{C}+\frac{B}{C}$임을 이용해서 식을 정리해.

$-\frac{18xy^2-6xy}{3x}-\frac{12x^2y+24y^2}{-6y}$

$=-\left(\frac{18xy^2-6xy}{3x}\right)-\left(\frac{12x^2y+24y^2}{-6y}\right)$

$=-\left(\frac{18xy^2}{3x}-\frac{6xy}{3x}\right)-\left(\frac{12x^2y}{-6y}+\frac{24y^2}{-6y}\right)$

$=-6y^2+2y+2x^2+4y$

$=2x^2-6y^2+6y$

2nd 계수를 비교하여 A, B, C의 값을 각각 구하자.

즉, $2x^2-6y^2+6y=Ax^2+By^2+Cy$이므로

$A=2$, $B=-6$, $C=6$

$\therefore A+B+C=2+(-6)+6=2$

[다른 풀이]

$-\frac{18xy^2-6xy}{3x}-\frac{12x^2y+24y^2}{-6y}=Ax^2+By^2+Cy$에서

$A+B+C$의 값을 구하는 것이므로 $x=1$, $y=1$을 양변에 각각 대입해 보면

$-\frac{18-6}{3}-\frac{12+24}{-6}=A+B+C$

$\therefore A+B+C=-4+6=2$

076 답 ①

1st 어떤 식을 A라 놓고 시작하자.

어떤 식에서 $2x^2-3x+5$를 빼었더니 $x^2+10x-8$이 되었으므로

어떤 식을 A라 하면 $A-(2x^2-3x+5)=x^2+10x-8$이 성립하지?

$\therefore A=x^2+10x-8+2x^2-3x+5$

$=3x^2+7x-3$

2nd 바르게 계산한 답을 구하자.

$\therefore A+(2x^2-3x+5)=(3x^2+7x-3)+(2x^2-3x+5)$

$=5x^2+4x+2$

077 답 $18x+9y-27$

1st 먼저 어떤 다항식을 구하자.

어떤 다항식을 $\frac{3}{xy}$으로 나누었더니 $2x^3y^2+x^2y^3-3x^2y^2$이 되었으므로 어떤 다항식을 A라 하면

$A\div\frac{3}{xy}=2x^3y^2+x^2y^3-3x^2y^2$

$\therefore A=(2x^3y^2+x^2y^3-3x^2y^2)\times\frac{3}{xy}$

$=6x^2y+3xy^2-9xy$

2nd 바르게 계산한 답을 구하자.

$\therefore A\times\frac{3}{xy}=(6x^2y+3xy^2-9xy)\times\frac{3}{xy}$

$=18x+9y-27$

078 답 ④

1st 이차항의 계수를 이용해서 -2와 A의 관계를 찾아.

$-2x(4x+3)-4(x+1)+1$을 전개하는데 -2를 잘못 보고 전개한 식이 $4Ax^2+2x+B$이므로 -2를 A로 놓고 식을 비교하자.

$Ax(4x+3)-4(x+1)+1=4Ax^2+3Ax-4x-3$

$=4Ax^2+(3A-4)x-3$

에서 $4Ax^2+(3A-4)x-3=4Ax^2+2x+B$이므로

$3A-4=2$, $-3=B$

$\therefore A=2$, $B=-3$

2nd 분배법칙을 이용하여 식을 전개해.

$\therefore Ax(x+B)=2x(x-3)$

$=2x^2-6x$

오|답|피|하|기

-2를 무엇으로 잘못 보았는지를 찾아내는 것이 급선무야. 따라서 -2를 잘못 보고 전개한 식 $4Ax^2+2x+B$에서 A가 원래 전개하려던 식 $(-2x-1)(4x+3)$의 이차항의 계수와 어떤 관계가 있는지 확인하는 것이 이 문제의 핵심이야. 그리고 이런 문제는 문장 독해 능력이 부족한 경우에 틀리게 되는 경우가 많아. 꼼꼼히 읽고 신중하게 생각하는 습관을 들이는 것이 좋겠어.

079 답 ①

1st 이차항의 계수를 이용해서 4와 A의 관계를 찾아.
$-5x(4x-2)+2(4x-1)$을 전개하는데 4를 잘못 보고 전개한 식이 $-5Ax^2+12x-B$이므로 4를 A로 놓고 식을 비교하자.

$$\begin{aligned}-5x(Ax-2)+2(Ax-1)&=-5Ax^2+10x+2Ax-2\\&=-5Ax^2+(2A+10)x-2\end{aligned}$$

$-5Ax^2+(2A+10)x-2=-5Ax^2+12x-B$이므로
$2A+10=12,\ -2=-B$
$\therefore A=1,\ B=2$

2nd 분배법칙을 이용하여 식을 전개해.

$$\begin{aligned}\therefore Ax(x+B)&=x(x+2)\\&=x^2+2x\end{aligned}$$

080 답 ②

1st 분배법칙을 이용하여 단항식을 다항식의 각 항에 곱해서 계산해.

ㄱ. $(10xy-15x^2)\times\frac{2}{5}x=10xy\times\frac{2}{5}x-15x^2\times\frac{2}{5}x$
$=4x^2y-6x^3$ (거짓)

ㄴ. $-(3x^2-x+3)=-3x^2+x-3$ (참)

ㄷ. $-y(4-3x-2y)=-4y+3xy+2y^2$ (거짓)

따라서 바르게 전개한 것은 ㄴ뿐이야.

081 답 ⑤

1st 나눗셈을 곱셈으로 고친 후 분배법칙을 이용해.

ㄱ. $(10xy-15x^2)\div\frac{5}{2}x=(10xy-15x^2)\times\frac{2}{5x}$
$=10xy\times\frac{2}{5x}-15x^2\times\frac{2}{5x}$
$=4y-6x$ (거짓)

ㄴ. $-(3x^2-6x+3)\div3x=-(3x^2-6x+3)\times\frac{1}{3x}$
$=-3x^2\times\frac{1}{3x}+6x\times\frac{1}{3x}-3\times\frac{1}{3x}$
$=-x+2-\frac{1}{x}$ (참)

ㄷ. $\left(\frac{3}{4}xy-\frac{1}{8}x^2y\right)\div\left(-\frac{4y}{3x}\right)$
$=\left(\frac{3}{4}xy-\frac{1}{8}x^2y\right)\times\left(-\frac{3x}{4y}\right)$
$=\frac{3}{4}xy\times\left(-\frac{3x}{4y}\right)-\frac{1}{8}x^2y\times\left(-\frac{3x}{4y}\right)$
$=-\frac{9}{16}x^2+\frac{3}{32}x^3$ (참)

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이야.

오답피하기

ㄴ에서 음의 부호(−) 처리를 잘해야 실수하지 않아.
계산에서 자주 틀리는 이유는 음의 부호(−) 처리를 잘하지 못했기 때문이야.
주로 음의 부호(−)를 모두 분배하지 않고 계산해서 틀리는 경우가 많아. 이것만 주의하면 계산에서 실수하는 경우는 없을 거야.

082 답 $12ab^2$

1st (사다리꼴의 넓이)$=\frac{1}{2}\times${(윗변의 길이)+(아랫변의 길이)}×(높이)
임을 이용하여 식을 세워.
사다리꼴의 윗변의 길이를 A라 하면

$\frac{1}{2}\times(A+6a^2b)\times\frac{3}{4}ab=\frac{9}{2}a^2b^3+\frac{9}{4}a^3b^2$

$(A+6a^2b)\times\frac{3}{8}ab=\frac{9}{2}a^2b^3+\frac{9}{4}a^3b^2$

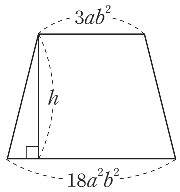
2nd 양변을 $\frac{3}{8}ab$로 나누어 다항식의 계산을 해.

$$\begin{aligned}A+6a^2b&=\left(\frac{9}{2}a^2b^3+\frac{9}{4}a^3b^2\right)\div\frac{3}{8}ab\\&=\left(\frac{9}{2}a^2b^3+\frac{9}{4}a^3b^2\right)\times\frac{8}{3ab}\\&=\frac{9}{2}a^2b^3\times\frac{8}{3ab}+\frac{9}{4}a^3b^2\times\frac{8}{3ab}\\&=12ab^2+6a^2b\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore A&=12ab^2+6a^2b-6a^2b\\&=12ab^2\end{aligned}$$

083 답 $\frac{a}{3b^2}$

1st (사다리꼴의 넓이)$=\frac{1}{2}\times${(윗변의 길이)+(아랫변의 길이)}×(높이)
임을 이용하여 식을 세워.



사다리꼴의 높이를 h라 하면

$\frac{1}{2}\times(3ab^2+18a^2b^2)\times h=3a^3+\frac{1}{2}a^2$
$(3ab^2+18a^2b^2)\times h=6a^3+a^2$
$3b^2(6a^2+a)\times h=a(6a^2+a)$
$3b^2h=a$
$\therefore h=\frac{a}{3b^2}$

오답피하기

이 문제는 분배법칙이 교묘히 숨어 있는 문제거든.
$3ab^2+18a^2b^2=3b^2(a+6a^2)=(a+6a^2)3b^2$이란 거지.
우리가 보통 문제를 풀 때는 $a(b+c)$를 $ab+ac$로 바꾸어서 해결하는 경우가 많은데, 이 문제는 거꾸로 $ab+ac=a(b+c)$를 적용해야 해서 순간 어려움이 따르게 되는 거야.
분배법칙을 자유자재로 사용할 수 있어야 할 거야.
또한, 도형과 연결되어 식을 세워 해결하는 문제는 기본 공식들을 꼭 알고 있어야 해.
(사다리꼴의 넓이)$=\frac{1}{2}\times${(윗변의 길이)+(아랫변의 길이)}×(높이)
(원기둥의 부피)=(밑넓이)×(높이)
등과 같은 공식들을 점검해 두자.

서술형 다지기

문제편 p. 62

[084-085 채점기준표]

Ⅰ	나눗셈을 곱셈으로 고친다.	40%
Ⅱ	(다항식)×(단항식)에서 곱셈의 분배법칙을 이용하여 식을 정리한다.	30%
Ⅲ	다항식의 덧셈, 뺄셈을 이용하여 식을 간단히 한다.	30%

084 답 $-a^3b-a^2b$

먼저, 나눗셈을 곱셈으로 고치자.

$(8a^3b^2-6a^2b^2)\div4ab^2\times2ab=(8a^3b^2-6a^2b^2)\times\frac{1}{4ab^2}\times2ab$

$=(8a^3b^2-6a^2b^2)\times\frac{1}{2b}$ … Ⅰ

그다음, 분배법칙을 이용하자.

$=8a^3b^2\times\frac{1}{2b}-6a^2b^2\times\frac{1}{2b}$

$=4a^3b-3a^2b$ … Ⅱ

그래서, 답을 구하자.

$\therefore 3a^3b-4a^2b-(8a^3b^2-6a^2b^2)\div4ab^2\times2ab$

$=3a^3b-4a^2b-(4a^3b-3a^2b)$

$=3a^3b-4a^2b-4a^3b+3a^2b$

$=-a^3b-a^2b$ … Ⅲ

085 답 $-4a^3b+21a^2$

먼저, 나눗셈을 곱셈으로 고치자.

$-(4a^3b^2-12a^2b)\div ab^2\times2ab-(3a^2-4a^3b)$

$=-(4a^3b^2-12a^2b)\times\frac{1}{ab^2}\times2ab-(3a^2-4a^3b)$

$=-(4a^3b^2-12a^2b)\times\frac{2}{b}-(3a^2-4a^3b)$ … Ⅰ

그다음, 분배법칙을 이용하자.

$=-4a^3b^2\times\frac{2}{b}+12a^2b\times\frac{2}{b}-(3a^2-4a^3b)$

$=-8a^3b+24a^2-(3a^2-4a^3b)$ … Ⅱ

그래서, 답을 구하자.

$=-8a^3b+24a^2-3a^2+4a^3b=-4a^3b+21a^2$ … Ⅲ

[086-087 채점기준표]

Ⅰ	식 A를 구한다.	40%
Ⅱ	식 B를 구한다.	40%
Ⅲ	두 식 A, B에 대하여 주어진 연산으로 식을 정리한다.	20%

086 답 $\frac{1}{2}x^3-x^2+7x-5y$

먼저, A부터 계산하자.

$A=\left(\frac{1}{5}xy-\frac{1}{10}x^2y\right)\div\left(-\frac{y}{5x}\right)$

$=\left(\frac{1}{5}xy-\frac{1}{10}x^2y\right)\times\left(-\frac{5x}{y}\right)$

$=\frac{1}{5}xy\times\left(-\frac{5x}{y}\right)-\frac{1}{10}x^2y\times\left(-\frac{5x}{y}\right)$

$=\frac{1}{2}x^3-x^2$ … Ⅰ

그다음, B를 계산하자.

$B=(7x^3-5x^2y)\div(-x^2)=(7x^3-5x^2y)\times\left(-\frac{1}{x^2}\right)$

$=7x^3\times\left(-\frac{1}{x^2}\right)-5x^2y\times\left(-\frac{1}{x^2}\right)=-7x+5y$ … Ⅱ

그래서, $A-B$를 간단히 하자.

$\therefore A-B=\frac{1}{2}x^3-x^2-(-7x+5y)$

$=\frac{1}{2}x^3-x^2+7x-5y$ … Ⅲ

087 답 $\frac{1}{18}x^3-\frac{3}{2}x^2-9x+4y$

먼저, A부터 계산하자.

$A=\left(\frac{9}{8}xy-\frac{1}{24}x^2y\right)\div\left(-\frac{3y}{4x}\right)$

$=\left(\frac{9}{8}xy-\frac{1}{24}x^2y\right)\times\left(-\frac{4x}{3y}\right)$

$=\frac{9}{8}xy\times\left(-\frac{4x}{3y}\right)-\frac{1}{24}x^2y\times\left(-\frac{4x}{3y}\right)$

$=-\frac{3}{2}x^2+\frac{1}{18}x^3$ … Ⅰ

그다음, B를 계산하자.

$B=(9x^3-4x^2y)\div(-x^2)$

$=(9x^3-4x^2y)\times\left(-\frac{1}{x^2}\right)$

$=9x^3\times\left(-\frac{1}{x^2}\right)-4x^2y\times\left(-\frac{1}{x^2}\right)$

$=-9x+4y$ … Ⅱ

그래서, $A+B$를 간단히 하자.

$\therefore A+B=\frac{1}{18}x^3-\frac{3}{2}x^2-9x+4y$ … Ⅲ

088 답 29

$5x^2+x+1-2x\{1-4x(x+3)\}-8x^3$

$=5x^2+x+1-2x(1-4x^2-12x)-8x^3$ … Ⅰ

$=5x^2+x+1-2x\times1+2x\times4x^2+2x\times12x-8x^3$

$=5x^2+x+1-2x+8x^3+24x^2-8x^3$

$=29x^2-x+1$ … Ⅱ

이 식이 Ax^2+Bx+C와 같으므로

$A=29,\ B=-1,\ C=1$

$\therefore A+B+C=29+(-1)+1=29$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	중괄호 안의 식을 정리한다.	40%
Ⅱ	식을 정리한다.	40%
Ⅲ	A, B, C의 값을 각각 찾아 $A+B+C$의 값을 계산한다.	20%

089 답 $3a+3b-4+2ab+10b^2$

$(27ab^2-12ab+9a^2b)\div3ab$

$=(27ab^2-12ab+9a^2b)\times\frac{1}{3ab}$

$=27ab^2\times\frac{1}{3ab}-12ab\times\frac{1}{3ab}+9a^2b\times\frac{1}{3ab}$

$=9b-4+3a$ … Ⅰ

$(-2b)\times(-a+3-5b)$

$=(-2b)\times(-a)+(-2b)\times3+(-2b)\times(-5b)$

$=2ab-6b+10b^2$ ⋯ Ⅱ

$\therefore (27ab^2-12ab+9a^2b)\div3ab+(-2b)\times(-a+3-5b)$

$=9b-4+3a+2ab-6b+10b^2$

$=3a+3b-4+2ab+10b^2$ ⋯ Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	(다항식)÷(단항식)을 정리한다.	40%
Ⅱ	(단항식)×(다항식)을 정리한다.	30%
Ⅲ	다항식의 덧셈, 뺄셈을 이용하여 식을 정리한다.	30%

090 답 $-9x+8y$

$A=\left(\frac{3}{2}xy-\frac{4}{3}y^2\right)\times(-6x)+3$ ⋯ Ⅰ

$=\frac{3}{2}xy\times(-6x)-\frac{4}{3}y^2\times(-6x)+3$

$=-9x^2y+8xy^2+3$ ⋯ Ⅱ

$\therefore (A-3)\div xy=(-9x^2y+8xy^2+3-3)\div xy$

$=(-9x^2y+8xy^2)\times\frac{1}{xy}$

$=-9x^2y\times\frac{1}{xy}+8xy^2\times\frac{1}{xy}$

$=-9x+8y$ ⋯ Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	어떤 식 A를 B로 나누면 $A=B\times$(몫)+(나머지)가 성립함을 이용하여 조건에 맞게 식을 세운다.	40%
Ⅱ	어떤 식 A를 구한다.	30%
Ⅲ	$(A-3)\div xy$를 간단히 나타낸다.	30%

091 답 $2x^2-14x+8xy$

먼저 $\{x(xy^2+4xy)-5x^2y^2\}\div\frac{1}{2}xy$부터 정리하자.

$\{x(xy^2+4xy)-5x^2y^2\}\div\frac{1}{2}xy$

$=(x^2y^2+4x^2y-5x^2y^2)\div\frac{xy}{2}$

$=(-4x^2y^2+4x^2y)\times\frac{2}{xy}$

$=-4x^2y^2\times\frac{2}{xy}+4x^2y\times\frac{2}{xy}$

$=-8xy+8x$ ⋯ Ⅰ

$\therefore 6x\left(\frac{1}{3}x-1\right)-\{x(xy^2+4xy)-5x^2y^2\}\div\frac{1}{2}xy$

$=6x\times\frac{1}{3}x-6x-(-8xy+8x)$ ⋯ Ⅱ

$=2x^2-6x+8xy-8x$

$=2x^2-14x+8xy$ ⋯ Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	중괄호가 있는 식부터 정리한다.	50%
Ⅱ	소괄호가 있는 식을 정리한다.	30%
Ⅲ	다항식의 덧셈, 뺄셈을 이용하여 식을 간단히 한다.	20%

092 답 $7x$

(삼각기둥의 부피)=(밑넓이)×(높이)이므로 높이를 h라 하면

$7x^2-14xy=\frac{1}{2}\times(4x^2y-8xy^2)\times\frac{1}{2xy}\times h$ ⋯ Ⅰ

$=\frac{1}{2}\times\left(4x^2y\times\frac{1}{2xy}-8xy^2\times\frac{1}{2xy}\right)\times h$

$=(x-2y)\times h$ ⋯ Ⅱ

$\therefore h=(7x^2-14xy)\div(x-2y)$

$=(7x^2-14xy)\times\frac{1}{x-2y}$

$=7x(x-2y)\times\frac{1}{x-2y}$

$=7x$

따라서 삼각기둥의 높이는 $7x$이다. ⋯ Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	기둥의 부피 공식을 이용하여 식을 세운다.	30%
Ⅱ	식을 정리한다.	20%
Ⅲ	다항식의 나눗셈에 의하여 삼각기둥의 높이를 x로 나타낸다.	50%

최고난도 만점 문제

p. 64

093 답 ③

1st 어떤 다항식을 A라 두고 식을 세워.

어떤 다항식을 A라 하면

$A\times\frac{5}{3}xy^2=6x^2y^2-9xy+12xy^2$

$\therefore A=(6x^2y^2-9xy+12xy^2)\div\frac{5}{3}xy^2$

$=(6x^2y^2-9xy+12xy^2)\times\frac{3}{5xy^2}$

$=6x^2y^2\times\frac{3}{5xy^2}-9xy\times\frac{3}{5xy^2}+12xy^2\times\frac{3}{5xy^2}$

$=\frac{18}{5}x-\frac{27}{5y}+\frac{36}{5}=\frac{18xy-27+36y}{5y}$

2nd 어떤 식을 곱하면 분모를 없앨 수 있을지 생각해.

$A=\frac{18xy-27+36y}{5y}$가 분수가 아닌 꼴로 나타내어지려면 $5y$를 포함한 식을 곱하면 돼.

그런데 ③ $25x^2$을 곱하면 분수의 꼴로 나타내어지지.

094 답 ③

1st $\frac{B+C}{A}=\frac{B}{A}+\frac{C}{A}$임과 나눗셈을 곱셈으로 고쳐서 식을 정리해.

$\frac{6x^2-18xy}{2x}-15xy+18y^2\div(-3y)$

$=\frac{6x^2}{2x}-\frac{18xy}{2x}-15xy+18y^2\times\frac{1}{-3y}$

$=3x-9y-15xy-6y$

$=3x-15y-15xy$

2nd 위 식에서 $3x-15y$를 빼보자.

$\therefore 3x-15y-15xy-(3x-15y)=-15xy$

C

095 답 $8a^2b^2$

1st 주어진 식을 정리하여 식 A를 구하자.
$\{(-2a)^3-24ab^2+(-4b^2)^2-(-a^2b)^5\}\div 8a^2b^2$을 간단히 하여 나온 식이 A이므로 A부터 구하자.

$A=\{(-2a)^3-24ab^2+(-4b^2)^2-(-a^2b)^5\}\div 8a^2b^2$

$=(-8a^3-24ab^2+16b^4+a^{10}b^5)\times\frac{1}{8a^2b^2}$

$=-8a^3\times\frac{1}{8a^2b^2}-24ab^2\times\frac{1}{8a^2b^2}+16b^4\times\frac{1}{8a^2b^2}+a^{10}b^5\times\frac{1}{8a^2b^2}$

$=-\frac{a}{b^2}-\frac{3}{a}+\frac{2b^2}{a^2}+\frac{a^8b^3}{8}$

2nd 조건을 만족시키는 식 B를 구하자.
A의 각 항이 모두 분수의 꼴이 아니려면 b^2, a, a^2, 8이 없어져야 하므로 곱해야 하는 가장 작은 차수의 식은 $8a^2b^2$이야.
$\therefore B=8a^2b^2$

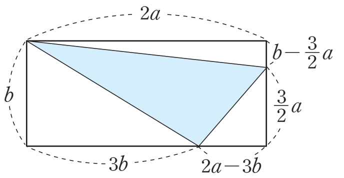
096 답 ①

1st 먼저 지수법칙을 적용하여 a, b, c의 값부터 각각 구하자.
$(-3x^ay^b)^c=(-3)^c(x^a)^c(y^b)^c=(-3)^cx^{ac}y^{bc}$이고
$-27x^{12}y^3=(-3)^3x^{12}y^3$이므로 $c=3$, $ac=12$, $bc=3$
$\therefore a=4$, $b=1$, $c=3$

2nd 구한 값을 식에 대입하자.
$2ab^2\div\{(-b)^3\times(b^2+ac)\}$에 위에서 구한 값을 대입하면
$2\times4\times1^2\div\{(-1)^3\times(1^2+4\times3)\}=8\div(-13)=-\frac{8}{13}$

097 답 $\frac{13}{4}ab-\frac{3}{2}b^2$

1st 직사각형과 3개의 색칠하지 않은 삼각형 넓이를 각각 구하자.



(직사각형의 넓이)$=2ab$
(3개의 색칠하지 않은 삼각형의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times b\times 3b+\frac{1}{2}\times(2a-3b)\times\frac{3}{2}a+\frac{1}{2}\times\left(b-\frac{3}{2}a\right)\times 2a$

$=\frac{3}{2}b^2+\frac{3}{4}a(2a-3b)+ab-\frac{3}{2}a^2$

$=\frac{3}{2}b^2+\frac{3}{2}a^2-\frac{9}{4}ab+ab-\frac{3}{2}a^2$

$=\frac{3}{2}b^2-\frac{5}{4}ab$

2nd 직사각형의 넓이에서 3개의 색칠하지 않은 삼각형의 넓이를 빼자.
$\therefore$ (구하는 부분의 넓이)$=2ab-\left(\frac{3}{2}b^2-\frac{5}{4}ab\right)$

$=2ab-\frac{3}{2}b^2+\frac{5}{4}ab$

$=\frac{13}{4}ab-\frac{3}{2}b^2$

D 일차부등식

개념 다지기 001~033 정답은 p. 3에 있습니다.

유형 다지기 학교시험+학력평가 p. 68

034 답 $1800x\le 11400$

과학관 입장료가 1인당 1800원이므로 x명의 입장료는 $1800x$원이야.
그런데 총 입장료가 11400원 이하이므로
$1800x\le 11400$

035 답 ①

무게가 x kg인 수박 5통의 무게는 $5x$ kg이고, 이 수박 5통을 무게가 5 kg인 수박 상자에 넣으면 전체 무게는 $(5+5x)$ kg이 되겠지?
이것이 26 kg을 초과하지 않으므로
$5+5x\le 26$

오답피하기
문장에서 '초과하지 않는다'고 하여 부등호를 $<$로 사용하면 안 돼. 초과하지 않으니까 다른 말로 하면 '~ 이하'라는 거야. 부정의 의미를 가진 말 '않는, 아닌' 등을 다룰 때는 주의해야 해.

036 답 라영

재희 : $6-2>1$은 미지수가 없기 때문에 부등식이 아니야.
(⇒ 미지수가 없더라도 부등호가 있으므로 부등식이야.) (거짓)
수지 : $x-1>x$를 정리하면 $-1>0$이어서 틀린 식이 나오니까 부등식이 아니야.
(⇒ 틀린 식이어도 부등호가 있으므로 부등식이야.) (거짓)
은미 : $7=8$은 틀린 식이어서 부등식이 될 수 없어.
(⇒ 부등호가 없으므로 부등식이 아니야.) (거짓)
따라서 바르게 말한 학생은 라영이뿐이야.

037 답 ③

① $x=1$이면 $1+3=4>0$ (거짓)
② $x=1$이면 $2-2=0$ (거짓)
③ $x=1$이면 $2-1=1\le 1$ (참)
④ $x=1$이면 $3+5=8$ (거짓)
⑤ $x=1$이면 $4-2=2<3$ (거짓)
따라서 참인 부등식은 ③이야.

오답피하기
③에서 $1\le 1$인 것이 참이라는 것이 이해가 되지 않을 수도 있어. 왜냐하면 부등호 때문일 거야. 그런데 $\le$는 원래의 의미가 $<$ 또는 $=$임을 한꺼번에 나타낸 거야. 그래서 어느 한 쪽이 맞으면 성립한다고 봐야 해.

038 답 ③, ⑤

$x=0$을 각 부등식에 대입하였을 때, 성립하지 않는 것을 찾으면 돼.
① $3-4\times0=3<5$ (참)
② $5\times0+9=9\geq9$ (참)
③ $2\times0-8=-8<6$ (거짓)
④ $\frac{1}{3}\times0-6=-6\leq1$ (참)
⑤ $-\frac{2}{5}\times0+5=5$ (거짓)
따라서 거짓인 것은 ③, ⑤야.

039 답 ①

부등식 $2x+7>-9$에 x 대신 각 선택지에 주어진 값을 대입하여 참인지 거짓인지 따지자.
① $2\times(-9)+7=-11<-9$ (거짓)
② $2\times(-7)+7=-7>-9$ (참)
③ $2\times(-5)+7=-3>-9$ (참)
④ $2\times(-3)+7=1>-9$ (참)
⑤ $2\times(-1)+7=5>-9$ (참)
따라서 x의 값으로 알맞지 않은 것은 ①이야.

040 답 ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄱ. $2\times2+1=5\leq5$ (참)
ㄴ. $-3\times2+5=-1\geq-4$ (참)
ㄷ. $-2<-2\times2+4=0$ (참)
ㄹ. $-5\times2=-10<2\times2+7=11$ (거짓)
따라서 $x=2$일 때, 참인 부등식은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이야.

041 답 ⑤

부등식 $4x-3>7$에 x 대신 각 선택지에 주어진 값을 대입하였을 때 거짓인 것을 고르자.
① $4\times6-3=21>7$ (참)
② $4\times5-3=17>7$ (참)
③ $4\times4-3=13>7$ (참)
④ $4\times3-3=9>7$ (참)
⑤ $4\times2-3=5<7$ (거짓)
따라서 해가 아닌 것은 ⑤야.

042 답 ③

ㄱ. $4-4=0$ (거짓)
ㄴ. $2-10=-8<5$ (거짓)
ㄷ. $-2<-4+3=-1$ (참)
ㄹ. $6+1=7>0$ (거짓)
따라서 $x=2$를 해로 갖는 부등식은 ㄷ 하나뿐이야.

043 답 ④

[ ] 안의 수를 x 대신 대입하였을 때, 부등식이 성립하지 않는 것을 찾자.
① $-4+4=0<4$ (참)
② $5+2=7>6$ (참)
③ $10+3=13<15$ (참)
④ $2>1$ (거짓)
⑤ $-6+5=-1\geq-24$ (참)
따라서 해가 아닌 것은 ④야.

044 답 ①

주어진 값을 부등식 $x+6\leq-2x$에 x 대신 대입했을 때, 성립하는 것을 찾자.
(i) $x=-2$일 때, $-2+6=4\leq-2\times(-2)=4$ (참)
(ii) $x=-1$일 때, $-1+6=5>-2\times(-1)=2$ (거짓)
(iii) $x=0$일 때, $0+6=6>-2\times0=0$ (거짓)
(iv) $x=1$일 때, $1+6=7>-2\times1=-2$ (거짓)
(v) $x=2$일 때, $2+6=8>-2\times2=-4$ (거짓)
따라서 주어진 값 중 부등식 $x+6\leq-2x$의 해가 되는 것은 -2뿐이야.

045 답 ②, ⑤

$a<b$이므로
① 양변에 4를 곱하면 $4a<4b$ (참)
② $2\div a<2\div b$는 $\frac{2}{a}<\frac{2}{b}$와 같아.
그런데 $a<b$에서 a와 b가 같은 부호일 때, $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$이므로
$\frac{2}{a}>\frac{2}{b}$ (거짓)
③ 양변에 $\frac{1}{4}$을 곱하면 $\frac{1}{4}a<\frac{1}{4}b$ (참)
④ 양변에 -1을 곱하면 $-a>-b$
다시 양변에 1을 더하면 $-a+1>-b+1$ (참)
⑤ 양변을 -3으로 나누면 $a\div(-3)>b\div(-3)$ (거짓)
따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤야.

046 답 ≥, ≤

(i) $a\geq b$의 양변에서 -1을 빼어도 부등호 방향은 변함없으므로
$a-(-1)$ $\boxed{\geq}$ $b-(-1)$
(ii) $a\geq b$이 양변에 $-\frac{1}{2}$을 곱하면 부등호 방향은 바뀌므로
$-\frac{1}{2}a\leq-\frac{1}{2}b$
다시 양변에 4를 더하면 부등호 방향은 변함없으므로
$4-\frac{1}{2}a$ $\boxed{\leq}$ $4-\frac{1}{2}b$
따라서 ▢ 안에 들어갈 부등호를 순서대로 쓰면 ≥, ≤이야.

047 답 ④

$x<y$의 양변에 같은 수를 더하거나 빼거나 양수를 곱하거나 나누어도 부등호 방향은 변함없으므로
① $x+3$ $\boxed{<}$ $y+3$
② $x\times\frac{1}{5}$ $\boxed{<}$ $y\times\frac{1}{5}$
③ $x<y$의 양변에 -1을 더하면 $-1+x$ $\boxed{<}$ $-1+y$
④ $x<y$의 양변에 -1을 곱하면 $-x>-y$
다시 양변에 2를 빼면 $-x-2$ $\boxed{>}$ $-y-2$
⑤ $x<y$의 양변에 -1을 곱하면 $-x>-y$
다시 양변을 -1로 나누면
$-x\div(-1)$ $\boxed{<}$ $-y\div(-1)$
따라서 ▢ 안에 들어갈 부등호의 방향이 다른 하나는 ④야.

048 답 ③, ⑤

$-a-1\ge-b-1$의 양변에 1을 더하면 부등호 방향은 변함없으므로
$-a-1+1\ge-b-1+1$ $\quad\therefore -a\ge-b$
다시 양변에 -1을 곱하면 부등호 방향은 바뀌므로 $a\le b$
이제 각 선택지를 따져 보자.
① $a\le b$의 양변에 -2를 곱한 후 4를 더하면
$4-2a\ge4-2b$ (거짓)
② $a\le b$의 양변에 -5를 곱하면
$-5a\ge-5b$ (거짓)
③ $a\le b$의 양변을 -3으로 나누면
$a\div(-3)\ge b\div(-3)$ (참)
④ $a\le b$의 양변에 $\frac{1}{3}$을 곱하면 $\frac{1}{3}a\le\frac{1}{3}b$
다시 양변에서 1을 빼면 $\frac{1}{3}a-1\le\frac{1}{3}b-1$ (거짓)
⑤ $a\le b$의 양변에 -1을 곱하면 $-a\ge-b$
다시 양변에 1을 더하면 $-a+1\ge-b+1$ (참)
따라서 옳은 것은 ③, ⑤야.

049 답 ④

$2<x<4$의 각 변에 2를 곱하면 부등호 방향은 그대로이므로
$4<2x<8$
다시 각 변에서 1을 빼면
$4-1<2x-1<8-1$
$\therefore 3<2x-1<7$

050 답 ③

$1<x<2$의 각 변에 -1을 곱하면 부등호 방향이 바뀌므로
$-1>-x>-2$, 즉 $-2<-x<-1$
각 변에 2를 더하면 $2-2<2-x<2-1$
$\therefore 0<2-x<1$
따라서 선택지 중 $2-x$의 값이 될 수 있는 것은 ③ $\frac{1}{3}$이야.

051 답 ⑤

$-1\le x<3$의 각 변에 -3을 곱하면 부등호 방향이 바뀌므로
$3\ge-3x>-9$, 즉 $-9<-3x\le3$
각 변에 4를 더하면
$4-9<4-3x\le4+3$
$\therefore -5<4-3x\le7$

052 답 ①

$-5\le x\le-1$의 각 변에 -1을 곱하면
부등호 방향이 바뀌므로
$5\ge-x\ge1$, 즉 $1\le-x\le5$
각 변에 -1을 더하면
$1+(-1)\le-x+(-1)\le5+(-1)$
$\therefore 0\le-1-x\le4$

0	1	2	3
7	6	5	4
8	5	6	3
9	8	7	1

따라서 위 부등식을 만족시키는 정수 $-1-x$의 값은 0, 1, 2, 3, 4이므로 색칠을 하면 그림과 같이 'ㄱ'이 나타나.

053 답 ④, ⑤

① $3x-9=0$은 일차방정식이야.
② $3>-2$는 부등식이지만 일차부등식은 아니야.
③ $x>x-5$, 즉 $0>-5$이므로 부등식이지만 일차부등식은 아니야.
④ $x-(2x-1)<1$, 즉 $x>0$이므로 일차부등식이야.
⑤ $x^2<x^2+3x$, 즉 $3x>0$이므로 일차부등식이야.

054 답 ②

ㄱ. $4-x<4$는 일차부등식이야.
ㄴ. $x-(x+1)>3$, 즉 $-1>3$이므로 부등식이지만 일차부등식은 아니야.
ㄷ. $-7x\le3x$, 즉 $10x\ge0$이므로 일차부등식이야.
ㄹ. $x^2-4x\ge4-x(x+1)$, 즉 $2x^2-3x-4\ge0$이므로 일차부등식이 아니야.
ㅁ. $-5<9$는 부등식이지만 일차부등식은 아니야.
ㅂ. $x+5=9$는 일차방정식이야.
따라서 일차부등식인 것은 ㄱ, ㄷ으로 2개야.

055 답 ③

$2x-1\ge ax+2-3x$에서 $2x-ax+3x-3\ge0$
$(5-a)x-3\ge0$이 일차부등식이려면 일차항이 존재해야 하므로
$5-a\ne0$ $\quad\therefore a\ne5$

056 답 ③

$2ax^2+bx+3\le4x^2-3x$의 모든 항을 좌변으로 이항하면
$2ax^2-4x^2+bx+3x+3\le0$
$(2a-4)x^2+(b+3)x+3\le0$ ⋯ ㉠
이때, ㉠이 일차부등식이 되려면 이차항의 계수는 0이 되어야 하고 일차항의 계수는 0이면 안 되겠지?
$2a-4=0$, $b+3\ne0$ $\quad\therefore a=2$, $b\ne-3$

057 답 ②

$3x-5<8$에서 $3x<5+8$
$3x<13$ $\quad\therefore x<\frac{13}{3}$

058 답 ④

$2x+x-1\ge5$에서 $2x+x\ge5+1$
$3x\ge6$ $\quad\therefore x\ge2$

059 답 $x>5$

$x+6<4x-9$에서 $x-4x<-9-6$
$-3x<-15$ $\quad\therefore x>5$

060 답 ③

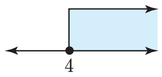
$-5x+9>-6$의 양변에서 9를 빼면(또는 양변에 -9를 더하면)
$-5x+9-9>-6-9 \xrightarrow{㉠} -5x>-15$
양변을 -5로 나누면 (또는 양변에 $-\frac{1}{5}$을 곱하면)
$-5x\div(-5)<-15\div(-5) \xrightarrow{㉡} x<3$
따라서 ㉠, ㉡에 알맞은 부등식의 성질은 ㄴ, ㄹ 또는 ㄱ, ㄹ이야.

061 답 ②

$4x \geq 2x+8$에서 $4x-2x \geq 8$, $2x \geq 8$

$\therefore x \geq 4$

따라서 해를 수직선 위에 나타내면 그림과 같아.

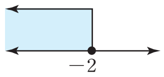


062 답 ③

$-3x \geq 2x+10$에서 $-3x-2x \geq 10$, $-5x \geq 10$

$\therefore x \leq -2$

따라서 해를 수직선 위에 나타내면 그림과 같아.



063 답 ③

수직선 위의 해를 부등식으로 나타내면 $x \geq -1$이므로 이를 만족시키는 부등식을 구하자.

① $x+1<0$에서 $x<-1$

② $2x+3>2$에서 $x>-\frac{1}{2}$

③ $5+4x \geq 1$에서 $x \geq -1$

④ $3+2x>1$에서 $x>-1$

⑤ $x+2 \leq 1$에서 $x \leq -1$

따라서 해를 부등식으로 나타낸 것으로 옳은 것은 ③이야.

064 답 ②, ③

그림의 해는 $x \leq -4$야. 각각의 일차부등식을 풀어 이 해를 포함하는 것을 찾자.

① $2x-6 \geq 0$에서 $2x \geq 6$ $\quad\therefore x \geq 3$

② $x-(2x-1)>2$에서 $x-2x+1>2$ $\quad\therefore x<-1$

③ $6+x \geq 2x+3$에서 $-x \geq -3$ $\quad\therefore x \leq 3$

④ $2x+7<3x-4$에서 $-x<-11$ $\quad\therefore x>11$

⑤ $7-2x<1$에서 $-2x<-6$ $\quad\therefore x>3$

따라서 각각의 일차부등식의 해를 수직선 위에 나타냈을 때 주어진 해를 포함하는 것을 고르면 ②, ③이야.

065 답 ①

$x-1<-2(3-x)$에서 $x-1<-6+2x$

$x-2x<-6+1$, $-x<-5$ $\quad\therefore x>5$

066 답 ①

$2(3-x) \leq 4(x+1)$에서 $6-2x \leq 4x+4$

$-2x-4x \leq 4-6$, $-6x \leq -2$ $\quad\therefore x \geq \frac{1}{3}$

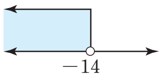
067 답 ①

$-2(x+3)>-x+8$에서

$-2x-6>-x+8$, $-2x+x>8+6$

$-x>14$ $\quad\therefore x<-14$

따라서 해를 수직선 위에 나타내면 그림과 같아.



068 답 15

$3(x-1) \leq -x+17$에서 $3x-3 \leq -x+17$

$3x+x \leq 17+3$, $4x \leq 20$ $\quad\therefore x \leq 5$

따라서 일차부등식을 만족시키는 자연수 x는 1, 2, 3, 4, 5이므로 이들의 합은 15야.

069 답 ④

$\frac{2x+3}{5}<\frac{4x-1}{3}$에서 양변에 분모의 최소공배수인 15를 곱하면 $3(2x+3)<5(4x-1)$

$6x+9<20x-5$, $-14x<-14$

$\therefore x>1$

070 답 ①

$0.1(x-2) \leq 3+0.3x$의 양변에 10을 곱하면

$x-2 \leq 30+3x$, $x-3x \leq 30+2$

$-2x \leq 32$ $\quad\therefore x \geq -16$

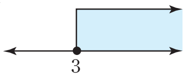
따라서 $-17<-16$이므로 해가 아닌 것은 -17이야.

071 답 ③

$0.99x-0.7 \leq x-0.73$의 양변에 100을 곱하면

$99x-70 \leq 100x-73$, $99x-100x \leq -73+70$

$-x \leq -3$ $\quad\therefore x \geq 3$



072 답 ⑤

$0.5x+1 \leq \frac{1}{3}(x+2)$의 양변에 30을 곱하면

$15x+30 \leq 10(x+2)$, $15x+30 \leq 10x+20$

$15x-10x \leq 20-30$, $5x \leq -10$ $\quad\therefore x \leq -2$

따라서 주어진 일차부등식을 만족시키는 x의 값이 아닌 것은 $x=-1$이야.

073 답 ①

$3-ax>8$에서 $ax<-5$

이때, $a<0$이므로 위 식의 양변을 음수인 a로 나누면 부등호 방향이 바뀌지.

$\therefore x>-\frac{5}{a}$

074 답 $x<-7$

$a<0$이므로 $-a>0$

즉, $-ax<7a$의 양변을 양수인 $-a$로 나누어도 부등호 방향은 바뀌지 않으므로 $\frac{-ax}{-a}<\frac{7a}{-a}$ $\quad\therefore x<-7$

오답피하기

다음과 같이 푼 사람도 있겠지?

$-ax<7a$에서 $x>\frac{7a}{-a}$이므로 $x>-7$

음의 부호(−)가 있다고 해서 음수가 아니야. 문제에서 $a<0$이라고 했으므로 a는 그 자체로 음수야. 그러니까 $-a$는 양수라고!

075 답 ③

$ax+a \geq -2(x-1)-4$에서 분배법칙을 이용하여 괄호를 정리하면

$ax+a \geq -2x+2-4$, $ax+2x \geq 2-4-a$, $(a+2)x \geq -2-a$

$\therefore (a+2)x \geq -(a+2)$ ⋯ ㉠

그런데 $a<-2$이므로 $a+2<0$

따라서 ㉠의 양변을 음수인 $a+2$로 나누면 부등호의 방향이 바뀌므로

$\frac{(a+2)x}{a+2} \leq \frac{-(a+2)}{a+2}$ $\quad\therefore x \leq -1$

076 답 $x<-3$

$(a+4b)x+3a>6b(x+1)$에서

$ax+4bx+3a>6bx+6b$

$ax+4bx-6bx>6b-3a$

$\therefore (a-2b)x>6b-3a$ ⋯ ㉠

이때, $2b-a>0$이므로 $a-2b<0$이야.

즉, ㉠의 양변을 음수인 $a-2b$로 나누면 부등호의 방향이 바뀌므로

$\frac{a-2b}{a-2b}x<\frac{6b-3a}{a-2b}$에서 $x<\frac{-3(a-2b)}{a-2b}$

$\therefore x<-3$

077 답 ③

$ax+6>8$에서 $ax>8-6$ $\quad\therefore ax>2$

주어진 부등식의 해가 $x<-2$이므로

$ax>2$에서 $a<0$이고, $x<\frac{2}{a}$야.

이때, $x<-2$와 $x<\frac{2}{a}$의 해가 같으므로

$\frac{2}{a}=-2$ $\quad\therefore a=-1$

078 답 ④

$x-3<1$의 해를 구하면 $x<4$

$3x<a-x$의 해를 구하면

$3x+x<a$, $4x<a$ $\quad\therefore x<\frac{a}{4}$

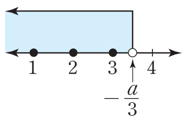
이때, 두 일차부등식의 해가 같으므로 $4=\frac{a}{4}$

$\therefore a=16$

079 답 ②

$2x+a<-x$에서 $2x+x<-a$

$3x<-a$ $\quad\therefore x<-\frac{a}{3}$



이때, 주어진 일차부등식을 만족시키는

자연수 x의 개수가 3개이므로 $3<-\frac{a}{3}\le 4$

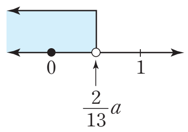
$\therefore -12\le a<-9$

따라서 정수 a는 -12, -11, -10으로 3개야.

080 답 ①, ②

$-6x>\frac{1}{2}x-a$에서 $-6x-\frac{1}{2}x>-a$

$-\frac{13}{2}x>-a$ $\quad\therefore x<\frac{2}{13}a$



이때, 자연수 x가 존재하지 않으므로

$\frac{2}{13}a\le 1$ $\quad\therefore a\le\frac{13}{2}$

따라서 주어진 조건을 만족시키는 상수 a의 값은 5, 6이야.

잘 틀리는 유형 훈련+1up

p. 74

081 답 ③

1st 부등호가 있는지 따져 보자.

$2x+4<0$, $3>5$, $x-5<x+5$, $5-3x\ge 7$은 부등호가 있으므로 부등식이야.

$x-(x-1)=9$, $x=1$은 부등호가 없으므로 부등식이 아니야.

따라서 부등식인 것은 ㄱ, ㄴ, ㅁ, ㅂ으로 4개야.

오답피하기

> $3>5$와 같이 틀린 식인 경우에는 부등식이 아니라고 생각할 수 있어. 하지만 부등호가 있기만 하면 참이든, 거짓이든 관계없이 부등식이야.
> 일차부등식의 경우는 미지수를 포함해야 하지만, 그냥 부등식이라고 하면 미지수를 포함하지 않아도 상관없어.

082 답 ①

1st 부등호가 있는지 따져 보자.

$4x-(4x-1)=3$, $x+5=7$은 부등호가 없으므로 부등식이 아니야.

$x-1<x-4$, $x+1\ge 7$, $5x+4<4$, $-5<0$은 부등호가 있으므로 부등식이야.

2nd 동류항끼리 정리하였을 때, 일차식의 계수가 0이 아닌지 확인해.

ㄴ. $x-1<x-4$에서 $-1<-4$

ㄷ. $x+1\ge 7$에서 $x-6\ge 0$

ㄹ. $5x+4<4$에서 $5x<0$

따라서 일차부등식인 것은 ㄷ, ㄹ로 2개야.

083 답 $\frac{x}{6}+\frac{a-x}{4}\le\frac{4}{3}$

1st $(\text{시간})=\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$임을 이용해.

시속 6 km로 x km(단, $x<a$)를 가고, 시속 4 km로 $(a-x)$ km를 가는 데 1시간 20분 이내로 도착하므로 $\frac{x}{6}+\frac{a-x}{4}\le 1+\frac{20}{60}$

$\therefore \frac{x}{6}+\frac{a-x}{4}\le\frac{4}{3}$

오답피하기

> 이상, 이하, 초과, 미만의 개념을 정확히 아는 것이 우선이야.
> 또한, 시간, 속력, 거리의 관계, 즉 $(\text{시간})=\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$를 잘 적용한다면 맞힐 수 있어.
> ① x는 a 이상 : $x\ge a$ ② x는 a 이하 : $x\le a$
> ③ x는 a 초과 : $x>a$ ④ x는 a 미만 : $x<a$

084 답 $x>\frac{3}{2}$

1st $(\text{시간})=\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$임을 이용해.

'미만'은 '~보다 작다'를 뜻해.

이때, 90 km의 거리를 시속 60 km로 달리면 걸리는 시간은 x시간 미만이므로 $\frac{90}{60}<x$

$\therefore x>\frac{3}{2}$

085 답 -7

1st $x+4y$의 값의 범위를 계산하자.

$-4\le x\le -3$ ⋯ ㉠

$-2\le y\le 2$에서 $-8\le 4y\le 8$ ⋯ ㉡

㉠+㉡을 하면 $-4-8\le x+4y\le -3+8$

$\therefore -12\le x+4y\le 5$

2nd $M+m$의 값을 구하자.

따라서 $M=5$, $m=-12$이므로

$M+m=5+(-12)=-7$

086 답 $\frac{35}{2}$

1st $a>0$, $b>0$인 $a>b$에 대하여 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$임에 주의하여 $\frac{1}{x}$의 값의 범위부터 구하자.

$1\le x\le 2$에서 $\frac{1}{2}\le \frac{1}{x}\le 1$ ⋯ ㉠

이때, $3\le y\le 4$ ⋯ ㉡이므로

㉠+㉡을 하면 $\frac{1}{2}+3\le \frac{1}{x}+y\le 1+4$

$\therefore \frac{7}{2}\le \frac{1}{x}+y\le 5$

2nd $\frac{1}{x}+y$가 가질 수 있는 가장 큰 값과 가장 작은 값을 구하자.

따라서 $M=5$, $m=\frac{7}{2}$이므로

$Mm=5\times\frac{7}{2}=\frac{35}{2}$

087 답 ⑤

1st 먼저 소수를 정수로 바꾸기 위하여 양변에 10을 곱해.

$0.1x+1.2\le \frac{1}{4}(x-3)$의 양변에 10을 곱하면

$x+12\le \frac{10}{4}(x-3)$

2nd 이번에는 분수를 정수로 바꾸자.

다시 분수를 없애기 위하여 양변에 4를 곱하면

$4x+48\le 10(x-3)$, $4x-10x\le -30-48$, $-6x\le -78$

$\therefore x\ge 13$

따라서 주어진 일차부등식을 만족시키는 x의 값은 ⑤ 15야.

088 답 ⑤

1st 먼저 소수를 정수로 바꾸기 위하여 양변에 10을 곱해.

$0.3x+1.5\ge 1+\frac{1}{3}(x-1)$의 양변에 10을 곱하면

$3x+15\ge 10+\frac{10}{3}(x-1)$

2nd 이번에는 분수를 정수로 바꾸자.

다시 분수를 없애기 위하여 양변에 3을 곱하면

$9x+45\ge 30+10(x-1)$, $9x+45\ge 30+10x-10$, $-x\ge -25$

$\therefore x\le 25$

따라서 주어진 일차부등식을 만족시키는 x의 값이 아닌 것은 ⑤ 26이야.

089 답 ③

1st 주어진 일차부등식을 풀자.

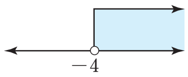
$\frac{4-x}{2}<3-\frac{x}{4}$의 양변에 분모의 최소공배수인 4를 곱하면

$2(4-x)<12-x$, $8-2x<12-x$, $-x<4$

$\therefore x>-4$

2nd 일차부등식의 해를 수직선 위에 나타내자.

따라서 $x>-4$를 수직선 위에 나타내면 그림과 같아.



090 답 ①

1st 주어진 일차부등식을 풀자.

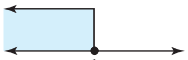
$0.5x-0.14\le 0.32(x-1)$의 양변에 100을 곱하면

$50x-14\le 32(x-1)$, $50x-14\le 32x-32$, $18x\le -18$

$\therefore x\le -1$

2nd 일차부등식의 해를 수직선 위에 나타내자.

따라서 $x\le -1$을 수직선 위에 나타내면 그림과 같아.



091 답 -4

1st 일차부등식을 정리하자.

$4x-5(x+1)\ge a+3$에서 $4x-5x-5\ge a+3$

$-x-5\ge a+3$ $\therefore x\le -8-a$

2nd 일차부등식의 해를 구한 후 그림과 비교하여 a^3+a^2의 값을 구해.

주어진 그림에서 $x\le -6$이므로

$-8-a=-6$ $\therefore a=-2$

$\therefore a^3+a^2=(-2)^3+(-2)^2=-8+4=-4$

092 답 143

1st 일차부등식을 정리하자.

$2(x-1)-4(x+2)\ge -a+5$에서

$2x-2-4x-8\ge -a+5$, $-2x-10\ge -a+5$

$-2x\ge 15-a$ $\therefore x\le -\frac{15-a}{2}$

2nd 일차부등식의 해를 구한 후 그림과 비교하여 a^2-2a의 값을 구해.

주어진 그림에서 $x\le -1$이므로 $-\frac{15-a}{2}=-1$

$15-a=2$ $\therefore a=13$

$\therefore a^2-2a=13^2-2\times 13=169-26=143$

093 답 1개

1st 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 일차부등식을 정리하자.

$\frac{x-2}{4}-\frac{3-2x}{3}\le 0$의 양변에 분모의 최소공배수 12를 곱하면

$3(x-2)-4(3-2x)\le 0$에서 $3x-6-12+8x\le 0$

$11x-18\le 0$ $\therefore x\le \frac{18}{11}$

2nd x가 자연수임을 이용하여 해의 개수를 구하자.

이때, x가 자연수라 하고 $\frac{18}{11}=1.63\cdots$이므로 $x=1$

따라서 해의 개수는 1개야.

094 답 1개

1st 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 일차부등식을 정리하자.

$\frac{x-1}{5}-\frac{1-2x}{2}\le 0$의 양변에 10을 곱하면

$2(x-1)-5(1-2x)\le 0$에서 $2x-2-5+10x\le 0$

$12x\le 7 \qquad \therefore x\le \frac{7}{12}$

2nd x가 음이 아닌 정수임을 이용하여 해의 개수를 구하자.

이때, x가 음이 아닌 정수라 하고 $\frac{7}{12}=0.583\cdots$이므로 $x=0$

따라서 해의 개수는 1개야.

095 답 $x\le 1$

1st 일차부등식을 $x\ge$(수)의 꼴로 고치자.

$ax-3\ge x+a-4$에서 $ax-x\ge 3+a-4$

$(a-1)x\ge a-1$

2nd x의 계수의 부호를 결정하여 일차부등식의 해를 구하자.

$a<1$에서 $a-1<0$이므로

$(a-1)x\ge a-1 \qquad \therefore x\le 1$

096 답 10

1st 일차부등식을 $x\ge$(수)의 꼴로 고치자.

$ax+11\ge 4(x+a)-5$에서 $ax+11\ge 4x+4a-5$

$ax-4x\ge 4a-16 \qquad \therefore (a-4)x\ge 4(a-4)$

2nd x의 계수의 부호를 결정하여 일차부등식의 해를 구하자.

$a<4$에서 $a-4<0$이므로

$(a-4)x\ge 4(a-4) \qquad \therefore x\le 4$

따라서 주어진 부등식을 만족시키는 자연수 x는 1, 2, 3, 4이므로

$1+2+3+4=10$

097 답 ②

1st 주어진 일차부등식부터 풀자.

$ax+3\le -x+5$에서 $ax+x\le 5-3 \qquad \therefore (a+1)x\le 2$

2nd 주어진 일차부등식의 해와 비교해서 상수 a의 값을 찾자.

즉, $(a+1)x\le 2$의 해가 $x\ge -4$이므로 $a+1<0$이고,

$x\ge \frac{2}{a+1}$야.

$\frac{2}{a+1}=-4,\ -4(a+1)=2,\ -4a-4=2$

$4a=-6 \qquad \therefore a=-\frac{3}{2}$

오|답|피|하|기

이 문제와 같이 해가 주어지고 부등식의 미지수를 찾는 문제는 비교적 어려운 난이도에 속해. 이런 유형은 (i) 부등호의 방향을 결정하고, (ii) 그 경계의 값으로 미지수를 구하는 과정을 차분하게 풀면 되거든. 그리고 만약 이런 유형이 익숙하지 않다면 여러 유사 문제를 반복적으로 풀어서 익숙해질 필요가 있어.

098 답 ③

1st 주어진 일차부등식을 먼저 풀자.

$x+7\le -ax+1$에서 $ax+x\le 1-7$

$\therefore (a+1)x\le -6$

2nd 주어진 일차부등식의 해와 비교해서 상수 a의 값을 찾자.

즉, $(a+1)x\le -6$의 해가 $x\ge 1$이므로

$a+1<0$이고, $x\ge -\frac{6}{a+1}$이 되어야 해.

$-\frac{6}{a+1}=1,\ a+1=-6 \qquad \therefore a=-7$

099 답 $-\frac{1}{2}$

1st 두 일차부등식의 해를 각각 구해.

$\frac{x-3}{4}\le x+\frac{3}{2}$의 양변에 4를 곱하면

$x-3\le 4x+6,\ x-4x\le 6+3,\ -3x\le 9$

$\therefore x\ge -3$

한편, $0.1x-a\ge 0.2$의 양변에 10을 곱하면 $x-10a\ge 2$

$\therefore x\ge 10a+2$

2nd 두 일차부등식의 해가 같음을 이용하여 상수 a의 값을 구해.

두 부등식의 해가 서로 같으므로 $-3=10a+2$

$10a=-5 \qquad \therefore a=-\frac{1}{2}$

100 답 $-\frac{1}{4}$

1st 두 일차부등식의 해를 각각 구해.

$5x-6>7x+2$에서 $5x-7x>2+6$

$-2x>8 \qquad \therefore x<-4$

한편, $-3+ax>x+2$에서

$ax-x>2+3 \qquad \therefore (a-1)x>5$

두 부등식의 해가 서로 같으므로 $a-1<0$이고, $x<\frac{5}{a-1}$

2nd 두 일차부등식의 해가 같음을 이용하여 상수 a의 값을 구해.

즉, $-4=\frac{5}{a-1}$이므로 $a-1=-\frac{5}{4}$

$\therefore a=-\frac{1}{4}$

101 답 ⑤

1st 정수 계수로 고쳐서 일차부등식을 풀자.

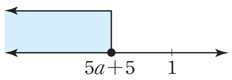
$-0.3x-1\le a-\frac{1}{2}x$의 양변에 10을 곱하면

$-3x-10\le 10a-5x,\ -3x+5x\le 10a+10,\ 2x\le 10a+10$

$\therefore x\le 5a+5$

2nd 자연수 x가 존재하지 않기 위한 상수 a의 값의 범위를 따지자.

이때, 자연수 x가 존재하지 않으려면 그림과 같이 $5a+5$가 위치하면 되므로 $5a+5<1,\ 5a<-4$



$\therefore a<-\frac{4}{5}$

따라서 상수 a가 될 수 없는 값은 ⑤ $-\frac{1}{5}$이야.

오|답|피|하|기

'자연수가 존재한다', '정수의 개수가 ~개이다' 등의 조건을 포함한 문제는 일차부등식 단원에서 제일 높은 난이도에 속해. 반드시 수직선 위에 그림으로 나타내서 풀어야 해.

102 답 ④

1st 정수 계수로 고쳐서 일차부등식을 풀자.

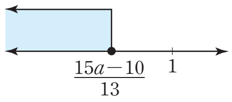
$0.1x+2\le 3a-\frac{5}{2}x$의 양변에 10을 곱하면

$x+20\le 30a-25x$, $26x\le 30a-20$

$13x\le 15a-10$ $\therefore\ x\le\frac{15a-10}{13}$

2nd 자연수 x가 존재하지 않기 위한 상수 a의 값의 범위를 따지자.

자연수 x가 존재하지 않으려면 그림과 같이 $\frac{15a-10}{13}$이 위치하면 되므로



$\frac{15a-10}{13}<1$, $15a-10<13$, $15a<23$

$\therefore\ a<\frac{23}{15}$

따라서 정수 a가 될 수 있는 가장 큰 값은 1이야.

103 답 $x>-\frac{7}{3}$

1st 해가 $x<2$인 일차부등식을 정리하자.

$(2a+b)x+b-4a>0$에서 $(2a+b)x>4a-b$

이때, 해가 $x<2$이므로 $2a+b<0$ ⋯ ㉠

즉, $x<\frac{4a-b}{2a+b}$와 $x<2$가 같으므로

$\frac{4a-b}{2a+b}=2$

즉, $4a-b=4a+2b$에서 $3b=0$ $\therefore\ b=0$

이를 ㉠에 대입하면 $2a<0$

$\therefore\ a<0$, $b=0$

2nd 부등식 $(3a-b)x+7a-4b<0$의 해를 구하자.

부등식 $(3a-b)x+7a-4b<0$에 $b=0$을 대입하면

$3ax+7a<0$, $3ax<-7a$

이때, $a<0$이므로 양변을 $3a$로 나누면 $x>-\frac{7a}{3a}$, 즉 $x>-\frac{7}{3}$

따라서 구하는 해는 $x>-\frac{7}{3}$

104 답 1

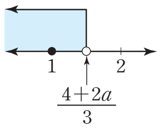
1st 조건 (가)를 이용하여 상수 a의 값의 범위를 구해.

$\frac{x}{4}-\frac{a-x}{2}<1$에서 양변에 4를 곱하면 $x-2(a-x)<4$

$x-2a+2x<4$, $3x<4+2a$

$\therefore\ x<\frac{4+2a}{3}$

조건 (가)를 만족시키려면 그림과 같이 $\frac{4+2a}{3}$가 위치해야 하므로 $1<\frac{4+2a}{3}\le 2$



양변에 3을 곱하면 $3<4+2a\le 6$

$-1<2a\le 2$

$\therefore\ -\frac{1}{2}<a\le 1$

2nd 조건 (나)를 이용하여 모두 상수 a의 값의 합을 구해.

따라서 조건 (나)에 의하여 정수 a는 0, 1이므로

(구하는 합)$=0+1=1$

서술형 다지기

문제편 p. 78

[105-106 채점기준표]

Ⅰ	부등식의 성질을 이용하여 a, b 사이의 관계를 찾는다.	30%
Ⅱ	첫 번째 식의 부등호의 방향을 찾는다.	30%
Ⅲ	두 번째 식의 부등호의 방향을 찾는다.	40%

105 답 ≥, ≤

먼저, 부등식의 성질을 이용하여 a, b 사이의 관계를 파악하자.

$-2a-3\ge -2b-3$의 양변에 3을 더하면

$-2a-3+3\ge -2b-3+3$, $-2a\ge -2b$

$\therefore\ a\le b$ ⋯ Ⅰ

그다음, a, b의 대소 관계를 이용하여 첫 번째 식의 부등호의 방향을 결정하자.

$a\le b$의 양변을 -1로 나누면 부등호의 방향이 바뀌므로

$a\div(-1)$ $\boxed{\ge}$ $b\div(-1)$ ⋯ Ⅱ

그래서, a, b의 대소 관계를 이용하여 두 번째 식의 부등호의 방향을 결정하자.

$a\le b$의 양변에 $\frac{1}{2}$을 곱하면

$\frac{1}{2}a\le\frac{1}{2}b$

양변에 -4를 더하면 $-4+\frac{1}{2}a$ $\boxed{\le}$ $-4+\frac{1}{2}b$

따라서 ☐ 안에 들어갈 부등호를 순서대로 쓰면 ≥, ≤이다. ⋯ Ⅲ

오답피하기

부등식의 성질을 아는 것과 실제 문제에 적용하는 것은 별개!! 음수를 곱하거나 나눌 때 부등호의 방향이 바뀜에 주의해. 또한, 복잡하게 주어진 관계식으로부터 두 변수 사이의 관계를 이끌어내는 연습을 많이 해 두자.

106 답 ≤, ≤

먼저, 부등식의 성질을 이용하여 a, b 사이의 관계를 파악하자.

$-a\div 2\le -b\div 2$에서 $-a\le -b$

이때, 양변에 -1을 곱하면 부등호의 방향이 바뀌므로

$a\ge b$ ⋯ Ⅰ

그다음, a, b의 대소 관계를 이용하여 첫 번째 식의 부등호의 방향을 결정하자.

$a\ge b$의 양변을 -2로 나누면 부등호의 방향이 바뀌므로

$a\div(-2)$ $\boxed{\le}$ $b\div(-2)$ ⋯ Ⅱ

그래서, a, b의 대소 관계를 이용하여 두 번째 식의 부등호의 방향을 결정하자.

$a\ge b$의 양변에 $-\frac{1}{2}$을 곱하면

$-\frac{1}{2}a\le -\frac{1}{2}b$

양변에 3을 더하면 $3-\frac{1}{2}a$ $\boxed{\le}$ $3-\frac{1}{2}b$

따라서 ☐ 안에 들어갈 부등호를 순서대로 쓰면 ≤, ≤이다. ⋯ Ⅲ

[107-108 채점기준표]

Ⅰ	일차부등식의 양변에 있는 소수를 정리한다.	30%
Ⅱ	일차부등식의 해를 구한다.	40%
Ⅲ	일차부등식을 만족시키는 가장 작은 정수를 구한다.	30%

107 답 -9

먼저, 양변에 10을 곱하여 계수를 정수로 바꾸자.

$0.5(x-1)-2<0.9x+1.5$에서 $5(x-1)-20<9x+15$ … Ⅰ

그다음, 식을 정리하여 일차부등식의 해를 구하자.

$5x-5-20<9x+15$, $5x-9x<15+25$, $-4x<40$

$\therefore x>-10$ … Ⅱ

그래서, 해 중 가장 작은 정수를 결정하자.

따라서 해 중 가장 작은 정수는 -9이다. … Ⅲ

108 답 -3

먼저, 양변에 10을 곱하여 계수를 정수로 바꾸자.

$-0.3(x+2)-1.8<0.6x+1.2$의 양변에 10을 곱하면

$-3(x+2)-18<6x+12$ … Ⅰ

그다음, 식을 정리하여 일차부등식의 해를 구하자.

$-3x-6-18<6x+12$, $-3x-24<6x+12$

$-3x-6x<24+12$, $-9x<36$ $\quad\therefore x>-4$ … Ⅱ

그래서, 해 중 가장 작은 정수를 결정하자.

따라서 해 중 가장 작은 정수는 -3이다. … Ⅲ

109 답 $\frac{3}{4}\le A\le\frac{11}{4}$

$-6\le x\le 2$에서 양변에 -1을 곱하면

$6\ge -x\ge -2$, 즉 $-2\le -x\le 6$ … Ⅰ

각 변에 5를 더하면 $3\le 5-x\le 11$ … Ⅱ

각 변을 4로 나누면 $\frac{3}{4}\le\frac{5-x}{4}\le\frac{11}{4}$

$\therefore \frac{3}{4}\le A\le\frac{11}{4}$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	$-x$의 부등식을 세운다.	40%
Ⅱ	$5-x$의 부등식을 세운다.	40%
Ⅲ	A의 값의 범위를 구한다.	20%

110 답 0개

$-\frac{2}{3}x+5-\frac{1-4x}{2}\le 0$에서 분모의 최소공배수 6을 곱하면

$-4x+30-3(1-4x)\le 0$ … Ⅰ

$-4x+30-3+12x\le 0$, $8x+27\le 0$

$\therefore x\le -\frac{27}{8}$ … Ⅱ

그런데 구한 범위 안에 자연수가 속하지 않으므로 자연수 해는 없다.

따라서 주어진 부등식을 만족시키는 자연수 x의 개수는 0개이다. … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	주어진 일차부등식의 x의 계수를 정수로 나타낸다.	30%
Ⅱ	주어진 일차부등식의 해를 구한다.	40%
Ⅲ	자연수 x의 개수를 구한다.	30%

111 답 2

$-0.2+\frac{x}{5}\le\frac{1-x}{6}+0.7$의 양변에 10을 곱하면

$-2+2x\le\frac{10(1-x)}{6}+7$

$-2+2x\le\frac{5(1-x)}{3}+7$

다시 양변에 3을 곱하면

$-6+6x\le 5(1-x)+21$

$-6+6x\le 5-5x+21$ … Ⅰ

$11x\le 32$ $\quad\therefore x\le\frac{32}{11}$ … Ⅱ

따라서 $\frac{32}{11}=2.\times\times\times$이므로 가장 큰 자연수 x는 2이다. … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	주어진 부등식의 x의 계수를 정수로 나타낸다.	40%
Ⅱ	주어진 부등식의 해를 구한다.	20%
Ⅲ	가장 큰 자연수 x의 값을 구한다.	40%

112 답 -5

$-(x-1)+2(x-1)\ge a+1$에서

$-x+1+2x-2\ge a+1$

$x-1\ge a+1$

$\therefore x\ge a+2$ … Ⅰ

주어진 그림이 나타내는 해는 $x\ge -3$ … Ⅱ

$x\ge a+2$의 해와 $x\ge -3$의 해가 같으므로

$a+2=-3$

$\therefore a=-5$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	일차부등식의 해를 a의 식으로 나타낸다.	40%
Ⅱ	주어진 그림의 해를 일차부등식으로 표현한다.	20%
Ⅲ	두 일차부등식이 같음을 이용하여 상수 a의 값을 구한다.	40%

113 답 $\frac{2}{5}<a\le\frac{1}{2}$

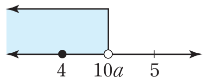
$-0.2(x-12)-2.4<-0.3x+a$의 양변에 10을 곱하면

$-2(x-12)-24<-3x+10a$ … Ⅰ

$-2x+24-24<-3x+10a$, $-2x<-3x+10a$

$-2x+3x<10a$ $\quad\therefore x<10a$ … Ⅱ

이때, 가장 큰 정수가 4이므로 $10a$는 그림과 같이 위치하면 된다.



즉, $4<10a\le 5$이므로

$\frac{4}{10}<a\le\frac{5}{10}$

$\therefore \frac{2}{5}<a\le\frac{1}{2}$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	주어진 일차부등식의 x의 계수를 정수로 나타낸다.	20%
Ⅱ	주어진 일차부등식의 해를 a의 식으로 나타낸다.	40%
Ⅲ	상수 a의 값의 범위를 구한다.	40%

최고난도 만점 문제

p. 80

114 답 파랑

1st 부등식의 성질을 이용하여 a, b의 대소관계를 비교해.

$\frac{1}{3}a-1>\frac{1}{3}b-1$의 양변에 1을 더하면 $\frac{1}{3}a>\frac{1}{3}b$

양변에 3을 곱하면 $a>b$

2nd 효섭이가 좋아하는 색깔을 쓰자.

이제 $a>b$임을 이용하여 다음 식의 참, 거짓을 따져 보자.

(i) $8-4a<8-4b$의 경우
  $a>b$의 양변에 -4를 곱하면 $-4a<-4b$
  다시 양변에 8을 더하면 $8-4a<8-4b$ (참)

(ii) $a\div(-4)<b\div(-4)$의 경우
  $a>b$의 양변을 -4로 나누면
  $a\div(-4)<b\div(-4)$ (참)

(iii) $-a\div1>-b\div1$의 경우
  $a>b$의 양변에 -1을 곱하면 $-a<-b$
  다시 양변을 1로 나누면 $-a\div1<-b\div1$ (거짓)

따라서 효섭이가 좋아하는 색깔은 파랑이야.

115 답 ④

1st 주어진 일차부등식을 만족시키는 자연수 x의 값을 찾자.

$12-(x-10)>3(x-1)+5$에서

$12-x+10>3x-3+5$, $-x+22>3x+2$, $-x-3x>2-22$,

$-4x>-20$ $\therefore x<5$

주어진 부등식을 만족시키는 자연수 x는 1, 2, 3, 4지?

2nd 자연수 x 중에서 18과 24의 약수를 찾자.

그런데 이 중 18의 약수인 것은 1, 2, 3이므로 $a=3$이고,

24의 약수인 것은 1, 2, 3, 4이므로 $b=4$

$\therefore a+b=3+4=7$

오|답|피|하|기

부등식과 약수·배수의 개념을 혼합해 놓은 문제야. 개념이 여러 가지 섞이는 복합적인 문제는 처음부터 차근차근 따라가면 쉽게 풀 수 있어.

116 답 ③

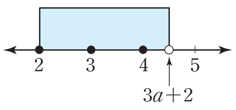
1st 2, 3, 4가 해가 되도록 수직선 위에 나타내 보자.

$2\le x<3a+2$를 만족시키는 자연수 x의 개수가 3개가 되려면 해가 $x=2$, 3, 4가 되어야 한다는 뜻이야.

즉, 그림과 같이 $3a+2$가 위치하면

되므로 $4<3a+2\le5$, $2<3a\le3$

$\therefore \frac{2}{3}<a\le1$



오|답|피|하|기

$4<3a+2<5$로 두고 풀면 안 돼. 반드시 5가 포함되어야 해. 그 이유는 $3a+2=5$가 되더라도 $2\le x<3a+2$에서 빠져 있기 때문에 성립하지? 이 부분에서 실수를 많이 하니까 조심하자.

117 답 ①

1st 해가 주어진 일차부등식부터 정리해 보자.

$(2a-3b)x+2a-4b<-2bx$에서

$(2a-3b+2b)x<-2a+4b$

$(2a-b)x<-2a+4b$

이 부등식의 해가 $x<\frac{2}{3}$이므로 $2a-b>0$ ⋯ ㉠이고,

$x<\frac{-2a+4b}{2a-b}$이어야 해.

즉, 두 부등식의 해가 같으므로

$\frac{-2a+4b}{2a-b}=\frac{2}{3}$

2nd 방정식을 풀어 a, b 사이의 관계식을 구하자.

$3(-2a+4b)=2(2a-b)$

$-6a+12b=4a-2b$

$10a=14b$

$5a=7b$ ⋯ ㉡ $\therefore b=\frac{5}{7}a$ ⋯ ㉢

㉢을 ㉠에 대입하면

$2a-\frac{5}{7}a=\frac{14a-5a}{7}=\frac{9a}{7}>0$

$\therefore a>0$

3rd 일차부등식 $(a-7b)x+2a-7b>0$을 풀자.

$(a-7b)x+2a-7b>0$에 ㉡을 대입하면

$(a-5a)x+2a-5a>0$

$-4ax>3a$

이때, $a>0$이므로 $-4x>3$

$\therefore x<-\frac{3}{4}$

따라서 구하는 해로 알맞은 것은 ① -1이야.

118 답 ①

1st 주어진 일차부등식을 먼저 풀자.

$-\frac{4}{3}x+\frac{1}{4}\le5a$에서 $-\frac{4}{3}x\le5a-\frac{1}{4}$

양변에 분모의 최소공배수 12를 곱하면

$-16x\le60a-3$

$\therefore x\ge\frac{-60a+3}{16}$

2nd 가장 작은 값을 이용하여 a의 값을 구하자.

가장 작은 값이 $\frac{33}{16}$이므로

$\frac{-60a+3}{16}=\frac{33}{16}$

$-60a+3=33$

$-60a=30$

$\therefore a=-\frac{1}{2} \Rightarrow 2a+1=0$

따라서 a에 대한 관계식으로 옳은 것은 ①이야.

E 일차부등식의 활용

개념 다지기 001~023 정답은 p. 4에 있습니다.

유형 다지기 학교시험+학력평가 p. 84

024 답 ①
어떤 수를 x라 하면
$2x+3>x$, $2x-x>-3$
$\therefore x>-3$
따라서 선택지 중 어떤 수로 알맞지 않은 것은 ① -3이야.

025 답 ⑤
어떤 수를 x라 하면
$3x-4<\frac{3}{2}x$, $6x-8<3x$
$3x<8$ $\quad\therefore x<\frac{8}{3}$
따라서 어떤 수로 알맞지 않은 것은 ⑤ 5야.

026 답 ①
어떤 수를 x라 하면
$\frac{2}{5}x+2\geq 3x+3$, $2x+10\geq 15x+15$
$-13x\geq 5$ $\quad\therefore x\leq -\frac{5}{13}$
따라서 어떤 수로 알맞은 것은 ① $-\frac{7}{13}$이야.

027 답 $x<7$
어떤 수를 x라 하면
$1.5x+12<15\times 1.5$, $15x+120<15\times 15$
$15x<105$ $\quad\therefore x<7$

028 답 ①
연속하는 세 자연수를 x, $x+1$, $x+2$라 하자.
세 자연수의 합이 30 이상이므로
$x+(x+1)+(x+2)\geq 30$, $3x+3\geq 30$
$3x\geq 27$ $\quad\therefore x\geq 9$
따라서 연속하는 세 자연수 중 가장 작은 수인 x가 될 수 없는 수는 ① 8이야.

오답피하기

부등식 문제를 풀 때, 어떤 것을 미지수로 정하는지가 중요해. 문제를 잘 풀고 나서도 답을 체크할 때, 실수하지 않기 위해서는 가운데 값이 아닌 '가장 작은 값'을 x로 놓는 것이 좋아. 즉, 이 문제처럼 연속하는 세 자연수라는 조건이라면 세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$이 아니라 위의 풀이처럼 x, $x+1$, $x+2$로 놓고 푸는 게 나아. 만약 세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$이라 하면
$(x-1)+x+(x+1)\geq 30$, $3x\geq 30$ $\quad\therefore x\geq 10$
이렇게 나오지만 x가 제일 작은 수가 아니니까 주의해서 한 번 더 계산을 해 주어야 가장 작은 수 9를 구할 수 있어.

029 답 25
연속하는 두 홀수를 $x-2$, x라 하자.
두 홀수의 합이 48보다 작거나 같으므로
$(x-2)+x\leq 48$
$2x-2\leq 48$, $2x\leq 50$
$\therefore x\leq 25$
따라서 x의 최댓값은 25야.

030 답 ①
연속하는 네 자연수를 x, $x+1$, $x+2$, $x+3$이라 하자.
연속하는 네 자연수의 합이 54보다 크므로
$x+(x+1)+(x+2)+(x+3)>54$
$4x+6>54$
$4x>48$ $\quad\therefore x>12$
따라서 연속하는 네 자연수에 속할 수 없는 것은 ① 11이야.

031 답 ①, ②
연속하는 세 짝수를 x, $x+2$, $x+4$라 하자.
이 세 수의 합 $x+(x+2)+(x+4)=3x+6$은 가운데 수를 4배하여 8을 뺀 수보다 크므로
$3x+6>4(x+2)-8$
$3x+6>4x+8-8$
$\therefore x<6$
이때, $x<6$을 만족시키는 짝수인 x의 값은 2, 4이므로 연속하는 세 짝수는 (2, 4, 6), (4, 6, 8)이야.

032 답 ④
현재 어머니의 나이는 48세이고, 아들의 나이는 14세이므로 x년 후에 어머니의 나이는 $(48+x)$세, 아들의 나이는 $(14+x)$세이지?
어머니의 나이가 아들의 나이의 2배 이하가 되므로
$48+x\leq 2(14+x)$, $48+x\leq 28+2x$
$\therefore x\geq 20$
따라서 어머니의 나이가 아들의 나이의 2배 이하가 되는 것은 최소 20년 후야.

033 답 ⑤
지금 율이의 나이는 15살, 동생의 나이는 9살이므로 x년 후에 율이의 나이는 $(15+x)$살, 동생의 나이는 $(9+x)$살이야.
동생의 나이의 4배가 율이의 나이의 3배보다 크면
$4(9+x)>3(15+x)$, $36+4x>45+3x$
$\therefore x>9$
따라서 율이가 명성을 떨치는 것은 10년 후부터이므로 최초의 나이는 25살이야.

034 답 ①
현재 선생님과 딸의 나이의 합이 53살이므로 선생님의 나이를 x살이라 하면 딸의 나이는 $(53-x)$살이야.
14년 후의 선생님의 나이는 $(14+x)$살이고, 딸의 나이는 $53-x+14=67-x$(살)이지?
이때의 선생님의 나이는 딸의 나이의 2배 이상이므로
$x+14\geq 2(67-x)$, $x+14\geq 134-2x$
$3x\geq 120$ $\quad\therefore x\geq 40$
따라서 현재 선생님의 나이는 최소 40살이야.

035 답 1 km

시속 2 km로 걸어간 거리를 x km라 하면 시속 6 km로 뛰어간 거리는 $(2-x)$ km지?

거리 x km	거리 $(2-x)$ km
시속 2 km	시속 6 km

이때, 각각 걸린 시간은 $\frac{x}{2}$시간, $\frac{2-x}{6}$시간이므로

$\frac{x}{2}+\frac{2-x}{6}\le\frac{40}{60}=\frac{2}{3}$

$3x+(2-x)\le4$, $2x\le2$

$\therefore x\le1$

따라서 시속 2 km로 걸어간 거리는 1 km 이하야.

036 답 ⑤

올라갈 때의 등산로의 길이를 x km라 하면 내려올 때의 등산로의 길이는 $(x-2)$ km지?
올라갈 때는 시속 2 km, 내려올 때는 시속 3 km로 걸으므로 올라갈 때와 내려올 때의 시간은 각각 $\frac{x}{2}$시간, $\frac{x-2}{3}$시간이야.

총 4시간 이하가 걸렸으므로 $\frac{x}{2}+\frac{x-2}{3}\le4$

$3x+2(x-2)\le24$, $3x+2x-4\le24$

$5x\le28$ $\quad\therefore x\le\frac{28}{5}$

따라서 올라갈 때의 등산로의 길이는 $\frac{28}{5}$ km 이하야.

037 답 72 km

Ⅰ과 Ⅱ에서 시속 72 km로 달린 거리를 x km라 하면 시속 48 km로 달린 거리는 $(120-x)$ km야. 걸린 시간은 각각 $\frac{x}{72}$시간, $\frac{120-x}{48}$시간이고, 총 2시간 이하로 걸리므로

거리 $(120-x)$ km	거리 x km
시속 48 km	시속 72 km

$\frac{120-x}{48}+\frac{x}{72}\le2$, $3(120-x)+2x\le288$

$360-x\le288$ $\quad\therefore x\ge72$

따라서 시속 72 km로 달린 거리는 72 km 이상이야.

038 답 ②

교익이가 산책하는 데 올 때 걸은 거리를 x km라 하면
갈 때 걸은 거리는 $(x-2)$ km야.
올 때, 갈 때 모두 시속 4 km로 걸었으므로

$\frac{x-2}{4}+\frac{x}{4}\le2$, $x-2+x\le8$

$2x\le10$ $\quad\therefore x\le5$

올 때 걸린 시간을 t시간이라 하면

(시간)$=\frac{(\text{시간})}{(\text{속력})}$이므로 $t\le\frac{5}{4}$

따라서 산책하는 데 올 때 걸린 시간은 최대 $\frac{5}{4}$시간이야.

039 답 ②

올라갈 때의 등산로의 길이를 x km라 하면 내려올 때의 등산로의 길이는 $(x+3)$ km야.
올라갈 때는 시속 4 km, 내려올 때는 시속 5 km로 걸어서
270(분)$=\frac{270}{60}$(시간)$=\frac{9}{2}$(시간) 이하가 걸렸으므로

$\frac{x}{4}+\frac{x+3}{5}\le\frac{9}{2}$

$5x+4(x+3)\le90$, $9x+12\le90$

$\therefore x\le\frac{26}{3}$

시속 4 km로 산을 올라갔으므로 올라갈 때 걸린 시간을 t시간이라 하면

(시간)$=\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}=\frac{26}{3}\div4=\frac{26}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{13}{6}$

따라서 $t\le\frac{13}{6}$이므로 올라갈 때 걸린 최대 시간은 $\frac{13}{6}$시간이야.

040 답 ③

두 지점 A, B 사이의 거리를 x km라 하자.

갈 때는 시속 5 km로 가니까 가는 데 걸리는 시간은 $\frac{x}{5}$시간,

올 때는 시속 3 km로 오니까 오는 데 걸리는 시간은 $\frac{x}{3}$시간이야.

그런데 A 지점에서 출발하여 B 지점에 도착하여 30분,
즉 $\frac{30}{60}=\frac{1}{2}$(시간)을 쉬었고, 두 지점 A, B를 왕복하는 데 걸린 시간이 4시간 30분 이하이므로

$\frac{x}{5}+\frac{x}{3}+\frac{1}{2}\le\frac{9}{2}$

$\frac{x}{5}+\frac{x}{3}\le4$, $3x+5x\le60$

$8x\le60$ $\quad\therefore x\le7.5$

이때, B 지점에서 A 지점으로 갈 때 걸린 시간을 t시간이라 하면

(시간)$=\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$이므로 $t\le\frac{7.5}{3}=2.5$

따라서 B 지점에서 A 지점으로 갈 때 걸린 시간은 최대 2.5시간이야.

041 답 ②

20 %의 소금물 300 g 속에 들어 있는 소금의 양을 구하면

$\frac{20}{100}\times300=60$(g)

이때, 물 x g을 넣어 소금물의 농도가 15 % 이하가 되어야 하므로

$60\le\frac{15}{100}\times(300+x)$

$6000\le15(300+x)$

$400\le300+x$ $\quad\therefore x\ge100$

따라서 최소 100 g의 물을 넣어야 해.

오답피하기

소금물의 농도 문제에서 주목할 것은 소금의 양과 전체 소금물의 양 두 가지야. 물을 더 넣든 소금을 더 넣든 다른 소금물을 섞든, 최종 소금의 양과 최종 소금물의 양만 확인하여 정리하면 농도는 구할 수 있으므로 우선 문장의 조건을 정리하여 찾자.

E

042 답 ④

9 %의 소금물 200 g 속에 들어 있는 소금의 양을 구하면

(소금의 양)$=\frac{9}{100}\times200=18(\mathrm{g})$

넣어야 할 물의 양을 x g이라 하면 소금물은 $(200+x)$ g이 되고 소금의 양은 변함이 없지?

이때, 이 소금물의 농도가 5 % 이하가 되어야 하므로

$18\le\frac{5}{100}\times(200+x)$, $360\le200+x$ $\quad\therefore x\ge160$

따라서 최소 160 g의 물을 넣어야 해.

043 답 ③

15 %의 소금물 300 g 속에 들어 있는 소금의 양을 구하면

(소금의 양)$=\frac{15}{100}\times300=45(\mathrm{g})$

증발시키는 물의 양을 x g이라 하면 소금물은 $(300-x)$ g이 되고 소금의 양은 변함이 없지?

이때, 이 소금물의 농도가 20 % 이상이 되어야 하므로

$45\ge\frac{20}{100}\times(300-x)$

$225\ge300-x$ $\quad\therefore x\ge75$

따라서 증발시키는 물의 양은 75 g 이상이야.

오|답|피|하|기

소금물 문제가 나오면 어쩐지 어렵게만 느껴질 때가 있지? 물과 소금의 양, 소금물의 양이 각각 중요하므로 분모와 분자에 유의해야 해. 물을 넣는다고 소금의 양이 늘어나는 것은 아니므로 새로운 농도를 구할 때 분자의 값은 변하지 않는다는 거야.
반대로 '증발' 시킬 때, 역시 소금의 양은 변하지 않고, 증발한 물의 양만 분모에서 빼주면 되겠지? 복잡해 보여도 소금의 양이 변하지 않는다는 것을 염두에 두면 어려움은 없을 거야.

044 답 ②

10 %의 소금물의 양을 x g이라 하자.

5 %의 소금물 200 g에 들어 있는 소금의 양은

$\frac{5}{100}\times200=10(\mathrm{g})$

10 %의 소금물 x g에 들어 있는 소금의 양은

$\frac{10}{100}\times x=\frac{x}{10}(\mathrm{g})$

이때, 섞어서 만든 소금물 $(200+x)$ g에 들어 있는 소금의 양은

$\left(10+\frac{x}{10}\right)$ g이고 이 소금물의 농도가 8 % 이상이므로

$10+\frac{x}{10}\ge\frac{8}{100}\times(200+x)$

$1000+10x\ge8(200+x)$

$1000+10x\ge1600+8x$, $2x\ge600$

$\therefore x\ge300$

따라서 10 %의 소금물은 300 g 이상 섞어야 해.

045 답 ②

12 %의 설탕물의 양을 x g이라 하자.

6 %의 설탕물 100 g에 들어 있는 설탕의 양은 $\frac{6}{100}\times100=6(\mathrm{g})$

12 %의 설탕물 x g에 들어 있는 설탕의 양은 $\frac{12}{100}\times x(\mathrm{g})$

이때, 섞어서 만든 설탕물 $(100+x)$ g에 들어 있는 설탕의 양은

$\left(6+\frac{12}{100}x\right)$ g이고, 설탕물의 농도가 8 % 이상이므로

$6+\frac{12}{100}x\ge\frac{8}{100}\times(100+x)$, $600+12x\ge8(100+x)$

$600+12x\ge800+8x$, $4x\ge200$

$\therefore x\ge50$

따라서 12 %의 설탕물은 50 g 이상 섞어야 해.

046 답 ②

12 %의 소금물의 양을 x g이라 하자.

9 %의 소금물 600 g에 들어 있는 소금의 양은

$\frac{9}{100}\times600=54(\mathrm{g})$

12 %의 소금물 x g에 들어 있는 소금의 양은

$\frac{12}{100}\times x=\frac{12}{100}x(\mathrm{g})$

이때, 섞어서 만든 소금물 $(600+x)$ g에 들어 있는 소금의 양은

$\left(54+\frac{12}{100}x\right)$ g이고, 농도가 10 % 이상이므로

$54+\frac{12}{100}x\ge\frac{10}{100}\times(600+x)$, $5400+12x\ge10(600+x)$

$5400+12x\ge6000+10x$, $2x\ge600$

$\therefore x\ge300$

따라서 12 %의 소금물은 최소 300 g을 섞어야 해.

047 답 ②

할인한 금액이 3500원 이상이면 되므로

$11000x\times0.1\ge3500$, $11x\ge35$

$\therefore x\ge\frac{35}{11}$

따라서 $\frac{35}{11}=3.18\cdots$이므로 4장 이상을 사면 돼.

048 답 ④

한 세트의 원가가 2800원이므로 이익은

$2800\times\frac{x}{100}=28x$(원)

이때, 700원 이상의 이익이 남아야 하므로

$28x\ge700$ $\quad\therefore x\ge25$

따라서 x의 최솟값은 25야.

049 답 ②

한 박스의 원가가 20000원이고 40 %의 이익을 붙여 정가를 정하므로 (정가)$=20000+20000\times0.4=28000$(원)

정가의 x %를 할인하였으므로

(판매가)$=$(정가)$-$(할인 금액)

$=28000-28000\times\frac{x}{100}$

$=28000-280x$(원)

이때, 원가의 10 %인 $20000\times0.1=2000$(원) 이상 이익이 남아야 하므로 $(28000-280x)-20000\ge2000$

$280x\le6000$ $\quad\therefore x\le\frac{150}{7}$

따라서 $\frac{150}{7}=21.42\cdots$이므로 팥쥐가 답한 할인율은 최대 21.4 %야.

050 답 ①

순대를 x인분 샀다고 하자.
분식집에서 산 순대의 가격은 $3000x$원
할인매장에 가서 사면 순대의 가격은 $2500x$원
그런데 왕복 버스비가 1300원이고, 할인매장에 가는 것이 유리하므로
$3000x>2500x+1300$
$500x>1300$ $\therefore x>\frac{13}{5}$
따라서 $\frac{13}{5}=2.6$이므로 3인분 이상 사면 할인매장에 가는 것이 유리해.

051 답 지희, 지민

택배회사에 회원으로 가입하고 일 년 동안 택배를 x번 이용했을 때의 두 택배회사 A와 B의 배송료는 각각 $(1000+2500x)$원, $(3000+2000x)$원이야.
이때, B 택배회사가 유리하려면
$1000+2500x>3000+2000x$, $500x>2000$
$\therefore x>4$
따라서 5회 이상 이용하는 지희, 지민이가 B 택배회사를 이용하는 것이 유리해.

[다른 풀이]
지은, 지희, 지민이가 두 택배회사 A와 B를 일 년 동안 각각 4번, 10번, 8번 이용하였을 때의 일 년 동안의 배송료를 각각 구하면 다음 표와 같아.

	지은	지희	지민
A	$1000+2500\times4$ $=11000$(원)	$1000+2500\times10$ $=26000$(원)	$1000+2500\times8$ $=21000$(원)
B	$3000+2000\times4$ $=11000$(원)	$3000+2000\times10$ $=23000$(원)	$3000+2000\times8$ $=19000$(원)

따라서 B 택배회사를 이용하는 것이 유리한 사람은 지희, 지민이야.

052 답 ⑤

x명이 입장한다고 하자.
이때의 입장료는 $5000x$(원)
20명에 대한 입장료의 20 %를 할인한 금액은
$5000\times20\times0.8=80000$(원)
따라서 20명의 단체 입장권을 구입하는 것이 유리하려면
$5000x>80000$
$\therefore x>16$
따라서 17명 이상이면 단체 입장권을 사는 것이 유리해.

053 답 ②

x명이 입장한다고 하자.
한 사람당 입장료가 900원이므로 이때의 입장료는 $900x$원
40명 단체의 한 사람당 입장료는 600원이므로 40명에 대한 입장료는 $600\times40=24000$(원)
따라서 단체 입장권을 구입하는 것이 유리하려면
$900x>24000$ $\therefore x>\frac{240}{9}=26.6\cdots$
따라서 27명 이상이면 단체 입장권을 사는 것이 유리해.

054 답 ⑤

$x(20\le x<40)$명이라 하면 영화비는 $5000x\times0.9=4500x$(원)
40명 이상인 경우 15%를 할인해 주므로 40명의 단체 영화비는
$5000\times40\times0.85=170000$(원)
즉, 20명 이상 40명 미만의 단체가 40명의 단체로 표를 구입하는 것이 유리하려면
$4500x>170000$ $\therefore x>\frac{1700}{45}=37.7\cdots$
따라서 38명 이상이면 40명의 단체로 계산하는 것이 유리해.

055 답 ②

가로의 길이와 세로의 길이의 비가 5 : 2이므로 가로의 길이와 세로의 길이를 각각 $5x$, $2x$ (단, $x>0$)라 하자.
이 카드의 가로의 길이를 9 cm 이상이므로
$5x\ge9$ $\therefore x\ge\frac{9}{5}$
세로의 길이는 $2x$이므로 $2x\ge\frac{18}{5}$
따라서 세로의 길이는 $\frac{18}{5}=3.6$(cm) 이상으로 해야 해.

056 답 8 cm

삼각형의 높이를 x cm라 하자.
밑변의 길이가 12 cm인 삼각형의 넓이가 48 cm^2 이상이므로
$\frac{1}{2}\times12\times x\ge48$ $\therefore x\ge8$
따라서 높이는 8 cm 이상이어야 해.

057 답 ①

삼각형이 되기 위한 조건은 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 작으면 되므로
$x+9<x+x+5$ $\therefore x>4$
따라서 x의 값으로 알맞지 않은 것은 ① 4야.

058 답 20

(사다리꼴의 넓이)$=\frac{1}{2}\times${(윗변의 길이)+(아랫변의 길이)}$\times$(높이)
이므로 처음 사다리꼴의 넓이는
$\frac{1}{2}\times(10+8)\times3=27(\text{cm}^2)$
이때, 아랫변의 길이를 x cm 이상으로 바꾸면 넓이가 18 cm^2 이상 늘어나므로
$\frac{1}{2}\times(10+x)\times3\ge27+18$, $x+10\ge30$
$\therefore x\ge20$
따라서 x의 최솟값은 20이야.

059 답 ①

컵 피자빵의 개수를 x개라 하자.
1000원짜리 컵 피자빵 x개, 600원짜리 음료수 4개를 살 때, 전체 금액이 8000원 이하가 되게 하려면
$1000x+600\times4\le8000$, $1000x+2400\le8000$
$1000x\le5600$ $\therefore x\le5.6$
따라서 컵 피자빵은 최대 5개까지 살 수 있어.

E

060 답 33개

사탕의 개수를 x개라 하자.
한 개에 300원 하는 사탕 x개와 한 개에 1000원 하는 포장 상자 한 개를 구입하여 전체 금액이 11000원 이하가 되게 하므로
$300x+1000\le 11000$, $300x\le 10000$
$\therefore x\le \frac{100}{3}$
따라서 $\frac{100}{3}=33.33\cdots$이므로 사탕을 최대 33개까지 살 수 있어.

061 답 ④

한 송이에 500원 하는 꽃의 개수를 x송이라 하자.
한 다발에 2500원 하는 꽃 한 다발과 한 송이에 500원 하는 꽃 x송이를 섞어서 꽃다발을 만들 때, 포장비가 1000원 들고 전체 비용이 10000원 미만이므로
$500x+2500+1000<10000$, $500x<6500$ $\quad\therefore x<13$
따라서 꽃은 최대 12송이까지 살 수 있어.

062 답 ③

2점 슛의 개수를 x개라 하면 3점 슛의 개수는 $(42-x)$개지?
2점 슛과 3점 슛을 합하여 42개를 넣어 획득한 점수와 자유투 8개를 성공시켜 획득한 점수의 총합이 102점 이상이어야 하므로
$2x+3(42-x)+8\ge 102$, $2x+126-3x+8\ge 102$
$-x+134\ge 102$ $\quad\therefore x\le 32$
따라서 2점 슛을 최대 32개 넣어야 해.

063 답 ③

500원짜리 아이스크림의 개수를 x개라 하면 700원짜리 아이스크림의 개수는 $(12-x)$개야. 10000원을 내고 3000원 이상을 거스름돈으로 받아야 하므로 결국 아이스크림을 구입하는 금액이 7000원 이하여야 하지?
$500x+700(12-x)\le 7000$, $500x+8400-700x\le 7000$
$200x\ge 1400$ $\quad\therefore x\ge 7$
따라서 500원짜리 아이스크림을 7 개 이상 샀어.

064 답 ④

승찬이가 맞힌 주관식 문항 수를 x개라 하면 현경이가 맞힌 주관식 문항 수는 $2x$개야.
현경이는 객관식 문항을 7개 맞혔고, 주관식 문항은 $2x$개 맞혔으므로 점수는 $7\times 3+2x\times 4=21+8x$(점)
승찬이는 객관식 문항을 9개 맞혔고, 주관식 문항은 x개 맞혔으므로 점수는 $9\times 3+x\times 4=27+4x$(점)
현경이의 시험 점수가 승찬이의 시험 점수보다 더 높으므로
$21+8x>27+4x$, $4x>6$ $\quad\therefore x>\frac{3}{2}$
따라서 $\frac{3}{2}=1.5$이므로 승찬이가 맞힌 주관식의 최소 문항 수는 2개야.

065 답 ④

네 번째 시험 점수를 x점이라 하자.
90점, 88점, 86점, x점의 평균이 90점 이상이어야 하므로
$\frac{90+88+86+x}{4}\ge 90$, $264+x\ge 360$
$\therefore x\ge 96$
따라서 네 번째 수학 시험에서 96점 이상을 받아야 해.

066 답 ③

별난이가 8월에 받을 용돈을 x원이라 하자.
7000원, 5000원, 5800원, x원의 평균이 6500원 이하이므로
$\frac{7000+5000+5800+x}{4}\le 6500$, $17800+x\le 26000$
$\therefore x\le 8200$
따라서 8월에 받을 돈은 최대 8200원이야.

067 답 ③

세 번째 받은 점수를 x점이라 하자.
18점, 20점, x점의 평균이 17점 미만이므로
$\frac{18+20+x}{3}<17$, $38+x<51$
$\therefore x<13$
따라서 세 번째에 받은 점수는 13점 미만이야.

068 답 ③

현재 인호의 통장에 12000원이 있고 하루에 500원씩 저금하므로 x일 후의 저금액은 $(12000+500x)$원이지?
구하는 것은 총 저금액이 26500원 이상 되는 때를 구하는 것이므로
$12000+500x\ge 26500$
$500x\ge 14500$ $\quad\therefore x\ge 29$
따라서 29일 후에 총 금액이 26500원 이상이 돼.

069 답 ③

동생의 저금통에 5000원이 있고 매달 2000원씩 저금하므로
x달 후의 동생의 저금액은 $(5000+2000x)$원
또, 누나의 저금통에는 8000원이 있고, 매달 1000원씩 저금하므로
x달 후의 누나의 저금액은 $(8000+1000x)$원
동생의 저금액이 누나의 저금액보다 많아지게 되는 때를 구하는 것이므로
$5000+2000x>8000+1000x$
$1000x>3000$
$\therefore x>3$
따라서 4달 후부터 동생의 저금액이 누나의 저금액보다 많아져.

070 답 ⑤

현재 3000원이 들어 있고 매일 400원씩 저금하니까 x일 후에 저금액은 $(3000+400x)$원
평양냉면을 사드리는 시기는 저금액이 25000원 이상일 때이므로
$3000+400x\ge 25000$
$400x\ge 22000$ $\quad\therefore x\ge 55$
따라서 55일 후에 사드릴 수 있게 돼.

071 답 ⑤

12000원의 30 %는 $12000\times 0.3=3600$(원)이므로 떡볶이를 사먹을 수 있는 돈은 최대 $12000-3600=8400$(원)이야.
x일 동안 떡볶이를 사먹었다면 사먹는 데 드는 비용은 $500x$원이므로
$500x\le 8400$ $\quad\therefore x\le \frac{84}{5}$
따라서 $\frac{84}{5}=16.8$이므로 최대 16일 동안 떡볶이를 사먹을 수 있어.

072 답 ②

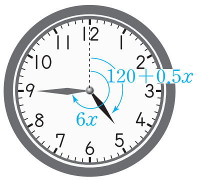
2000원짜리와 5000원짜리 생활용품을 합하여 30개를 사므로 5000원짜리 생활용품을 x개 산다면 2000원짜리 생활용품은 $(30-x)$개를 사는 거잖아.
그런데 총 금액이 100000원을 넘지 않도록 하므로
$5000x+2000(30-x)\le 100000,\ 5x+2(30-x)\le 100$
$5x+60-2x\le 100,\ 3x\le 40$
$\therefore x\le \frac{40}{3}$
따라서 $\frac{40}{3}=13.3\cdots$이므로 5000원짜리 생활용품을 최대 13개까지 살 수 있어.

073 답 ②

200개를 싣는 대형트럭과 50개를 싣는 소형트럭을 합하여 20대를 이용할 수 있으므로 이용한 대형트럭을 x대라 하면 소형트럭은 $(20-x)$대지?
블록세트 2500개를 배송하려 하므로 대형트럭과 소형트럭이 운반하는 블록세트의 개수는 2500개 이상이어야 해.
$200x+50(20-x)\ge 2500,\ 4x+(20-x)\ge 50,\ 3x\ge 30$
$\therefore x\ge 10$
따라서 대형트럭은 최소 10대를 이용해야 해.

074 답 ②

x분 동안 분침이 움직인 각의 크기는 $6x°$이고, 시침이 움직인 각의 크기는 $0.5x°$이므로 4시와 5시 사이에 시침의 각은 $120+0.5x°$이지? 이때, 시침과 분침 사이의 각의 크기가 140° 이상이므로
$6x-(120+0.5x)\ge 140$
$60x-1200-5x\ge 1400$
$55x\ge 2600 \qquad \therefore x\ge \frac{520}{11}$



잘 틀리는 유형 훈련+1up p. 92

075 답 ③

1st 어떤 자연수를 미지수로 두고 시작하자.
어떤 자연수를 x라 하자.
$1.5x-10\ge 15\times\frac{1}{3}+5,\ 1.5x-10\ge 10,\ 1.5x\ge 20$
$\therefore x\ge \frac{40}{3}$
따라서 $\frac{40}{3}=13.33\cdots$이므로 어떤 자연수 중 가장 작은 수는 14야.

076 답 ①

1st 어떤 자연수를 미지수로 두고 시작하자.
어떤 자연수를 x라 하자.
$2.5x-18<20\times\frac{1}{4}+8,\ 2.5x-18<13$
$2.5x<31,\ 25x<310$
$\therefore x<\frac{62}{5}$
따라서 $\frac{62}{5}=12.4$이므로 어떤 자연수 중 가장 큰 수는 12야.

077 답 2 km

1st 갈 때와 올 때 걸린 시간을 각각 미지수로 나타내자.
도서관과 집 사이의 거리를 x km라 하자.
갈 때 걸린 시간은 $\frac{x}{4}$시간, 올 때 걸린 시간은 $\frac{x}{2}$시간
2nd 조건에 맞게 일차부등식을 세워 도서관과 집 사이의 거리를 구하자.
$\frac{x}{4}+\frac{x}{2}\le 1.5,\ x+2x\le 6,\ 3x\le 6$
$\therefore x\le 2$
따라서 도서관과 집 사이의 거리는 2 km 이하야.

078 답 ④

1st (시간)$=\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$임을 이용해.
두 지점 A, B 사이의 거리를 x km라 하자.
A 지점에서 B 지점으로 갈 때에는 시속 3 km로 가므로 걸리는 시간은 $\frac{x}{3}$시간, B 지점에서 A 지점으로 다시 올 때는 시속 4 km로 오므로 걸리는 시간은 $\frac{x}{4}$시간이야.
그런데 B 지점에 도착하여 10분을 쉬었고 전체 걸린 시간이 64분 이하이므로
$\frac{x}{3}+\frac{10}{60}+\frac{x}{4}\le\frac{64}{60},\ \frac{x}{3}+\frac{x}{4}\le\frac{54}{60},\ \frac{x}{3}+\frac{x}{4}\le\frac{9}{10}$
2nd 분모 3, 4, 10의 최소공배수 60을 곱하여 식을 정리해.
$20x+15x\le 54,\ 35x\le 54$
$\therefore x\le\frac{54}{35}$
따라서 $\frac{54}{35}=1.542\cdots\fallingdotseq 1.54$이므로 두 지점 A, B 사이의 최대 거리는 약 1.54 km야.

079 답 ①

1st 처음 소금물의 농도를 미지수로 놓고 일차부등식을 세워 구하자.
처음 소금물의 농도를 x %라 하자.
(소금의 양)$=\frac{x}{100}\times 200=2x$(g)
물 100 g을 넣었더니 농도가 8 % 이하인 소금물이 되었으므로
$\frac{2x}{200+100}\times 100\le 8$
$2x\le 24 \qquad \therefore x\le 12$
따라서 처음 소금물의 농도는 최대 12 %였어.

080 답 ②

1st 처음 소금물의 농도를 미지수로 놓고 일차부등식을 세워 구하자.
처음 소금물의 농도를 x %라 하면

(소금의 양)$=\frac{x}{100}\times 300=3x$(g)

물 60 g을 넣었더니 농도가 15 % 이하인 소금물이 되었으므로

$3x\le\frac{15}{100}\times(300+60)$, $300x\le 15\times 360$ $\therefore x\le 18$

따라서 처음 소금물의 농도는 18 % 이하야.

081 답 ②

1st 각각의 소금의 양부터 계산해.
18 %의 소금물의 양을 x g이라 하자.

12 %의 소금물 350 g에 들어 있는 소금의 양은 $\frac{12}{100}\times 350$(g)

18 %의 소금물 x g에 들어 있는 소금의 양은 $\frac{18}{100}\times x$(g)

또, 14 %의 소금물 $(350+x)$ g에 들어 있는 소금의 양은

$\frac{14}{100}\times(350+x)$(g)

2nd 조건을 이용하여 일차부등식을 세우자.
이때, 두 소금물을 섞어 14 % 이상의 소금물을 만드니까

$\frac{12}{100}\times 350+\frac{18}{100}\times x\ge\frac{14}{100}\times(350+x)$

$4200+18x\ge 4900+14x$, $4x\ge 700$

$\therefore x\ge 175$

따라서 18 %의 소금물은 175 g 이상 섞어야 해.

오답피하기

소금물 문제의 키워드는 바로 소금의 양이야. 어떤 문제든지 소금의 양을 가지고 식을 세우면 다 풀려. 물을 증발시켜도 소금의 양에는 변함이 없고, 물을 더 붓더라도 소금의 양에는 변함이 없는 거잖아.

(소금의 양)$=\frac{(\text{소금물의 농도})}{100}\times$(소금물의 양)

임을 기억해 두고 활용해.

082 답 ①

1st 각각의 소금의 양부터 계산해.
15 %의 소금물의 양을 x g이라 하자.

20 %의 소금물 320 g에 들어 있는 소금의 양은 $\frac{20}{100}\times 320=64$(g)

15 %의 소금물 x g에 들어 있는 소금의 양은 $\frac{15}{100}\times x$(g)

18 %의 소금물 $(320+x)$ g에 들어 있는 소금의 양은

$\frac{18}{100}\times(320+x)$(g)

2nd 조건을 이용하여 일차부등식을 세우자.
이때, 두 소금물을 섞어 18 % 이상의 소금물을 만드니까

$64+\frac{15}{100}\times x\ge\frac{18}{100}\times(320+x)$

$6400+15x\ge 5760+18x$, $3x\le 640$

$\therefore x\le\frac{640}{3}$

따라서 $\frac{640}{3}=213.3\cdots$이므로 15 %의 소금물의 양으로 알맞은 것은 ① 205 g이야.

083 답 ⑤

1st 원가를 미지수로 두고 시작하자.
반찬 하나당 원가를 x원이라 하자.
모든 반찬에 50 %의 이익을 붙였으므로
(이익)$=x\times 0.5=0.5x$(원)
그러면 (판매가)$=x+0.5x=1.5x$(원)이고,
(할인가)$=1.5x-1500$(원)이야.

2nd 조건에 맞게 일차부등식을 세우자.
이때, 손해가 300원 이상이므로
(할인가)$-$(원가)$\le$(손해)에서
$1.5x-1500-x\le -300$
$0.5x\le 1200$ $\therefore x\le 2400$
따라서 반찬 하나당 원가는 최대 2400원이었어.

오답피하기

정가, 원가, 할인가, 판매가 등에 대한 개념이 확실하지 않으면 아무리 쉬운 난이도라도 틀릴 수밖에 없어. 문제마다 판매가, 할인가 등을 같은 개념으로 쓰는 경우도 있으니까 그 문제에 맞게 정확히 이해를 하는 게 좋을 거야.
(정가)$=$(원가)$+$(이익), (할인가)$=$(정가)$-$(정가)$\times$(할인율)

084 답 ①

1st 원가를 미지수로 두고 시작하자.
모자 한 개당 원가를 x원이라 하자.
모자 한 개당 원가의 60 %의 이익을 붙였으므로
(이익)$=x\times 0.6=0.6x$(원)
그러면 (판매가)$=x+0.6x=1.6x$(원)이고,
(할인가)$=1.6x-3000$(원)

2nd 조건에 맞게 일차부등식을 세우자.
이때, 모자 한 개당 손해가 1200원 이상이므로
(할인가)$-$(원가)$\le$(손해)에서
$1.6x-3000-x\le -1200$
$0.6x\le 1800$ $\therefore x\le 3000$
따라서 모자 한 개당 원가는 최대 3000원이었어.

085 답 12 m

1st 가로의 길이를 미지수로 두고 세로의 길이를 표현해 보자.

가로의 길이를 x m라 하면 세로의 길이는 $\frac{1}{2}(36-2x)$ m

이때, 가로의 길이가 세로의 길이의 2배 이상이 되도록 해야 하므로

$x\ge 2\times\frac{1}{2}(36-2x)$

$x\ge 36-2x$

$3x\ge 36$

$\therefore x\ge 12$

따라서 가로의 길이는 최소 12 m 이상이어야 해.

오답피하기

보통 가로의 길이를 x m라 두면 세로의 길이를 $(36-x)$ m로 두는 실수를 범해. 여기서는 둘레의 길이가 조건으로 주어진 것이거든.
(둘레의 길이)$=2\{$(가로의 길이)$+$(세로의 길이)$\}$임을 놓치면 안 돼.

086 답 7

1st 꽃을 심지 않은 부분의 넓이를 이용하여 최대 x의 값을 구해.
꽃을 심지 않은 부분은 밑변의 길이가 $2x-x-3=x-3$(m), 높이가 10 m인 삼각형이고, 넓이가 20 m^2 이하가 되어야 하므로
$\frac{1}{2}\times(x-3)\times10\le20$, $x-3\le4$
$\therefore x\le7$
따라서 x의 값은 최대 7이어야 해.

087 답 ①

1st 아르바이트 비용을 x만 원이라 두고 시작해.
은영이가 아르바이트 비용을 x만 원이라 하자.
아르바이트 비용의 75 %를 사용하므로 25 %를 사용하지 않지?
$\therefore$ (사용하지 않은 돈)$=0.25x$(만 원)
사용하지 않은 돈이 최소 8만 원이므로
$0.25x\ge8$, $25x\ge800$
$\therefore x\ge32$
따라서 아르바이트 비용은 최소 32만 원이야.

오|답|피|하|기

사용하는 돈과 사용하지 않는 돈의 상관관계를 알고 있어야만 풀 수 있어.
즉, (전체 돈)=(사용한 돈)+(사용하지 않은 돈)이라는 거지.
또, 이상과 이하, 미만과 초과, 최대와 최소의 정의를 정확히 이해해 두자.

088 답 ①

1st 용돈을 x원이라 두고 시작해.
용돈을 x원이라 하자.
용돈의 80 %를 사용하므로 20 %를 사용하지 않지?
$\therefore$ (사용하지 않은 돈)$=0.2x$
이때, 사용하지 않은 돈이 최소 3600원이므로
$0.2x\ge3600$, $2x\ge36000$
$\therefore x\ge18000$
따라서 용돈으로 적당하지 않은 것은 ①이야.

089 답 324 kW/시

1st 지난달 우리 집의 전력소비량을 미지수로 두자.
지난달 우리 집 전력소비량을 x kW/시라 하자.
지난달 홍부네 전력소비량은 우리 집보다 6 kW/시 적게 나왔으므로 $(x-6)$kW/시야.
이번 달 우리 집의 전력소비량은 지난 달보다 12 %가 더 늘었으므로
$x+x\times0.12=1.12x$(kW/시)
또, 이번 달 홍부네의 전력소비량은 지난 달보다 16 %가 더 늘었으므로 $(x-6)+(x-6)\times0.16=1.16(x-6)$(kW/시)
2nd 주어진 조건으로 일차부등식을 세우자.
두 달을 합하면 홍부네가 우리 집보다 더 적거나 같은 전력을 소비했으므로
$x+1.12x\ge(x-6)+1.16(x-6)$
$2.12x\ge2.16(x-6)$
$212x\ge216(x-6)$, $-4x\ge-1296$
$\therefore x\le324$
따라서 지난 달의 우리 집 전력소비량은 최대 324 kW/시야.

090 답 ④

1st 지난달 A 사우나의 물 소비량을 미지수로 두자.
지난달 A 사우나의 물 소비량을 x L라 하자.
지난달 B 사우나가 A 사우나보다 200000 L 더 소비했으므로
지난달 B 사우나의 물 소비량은 $(x+200000)$ L
이번 달 A 사우나의 물 소비량은 지난달보다 12 %가 늘었으므로
$x\times0.12+x=1.12x$(L)
또, 이번 달 B 사우나의 물 소비량은 지난달보다 8 %가 늘었으므로
$(x+200000)+(x+200000)\times0.08=1.08(x+200000)$(L)
2nd 주어진 조건으로 일차부등식을 세우자.
두 달을 합하면 A 사우나가 B 사우나보다 더 많이 썼으므로
$x+1.12x>(x+200000)+1.08(x+200000)$
$2.12x>2.08(x+200000)$
$212x>208(x+200000)$
$212x>208x+41600000$
$4x>41600000$
$\therefore x>10400000$
따라서 A 사우나의 지난달 물 소비량은 10400000 L를 초과한 거야.

091 답 10권

1st 공책의 수를 x권이라 하고, 문구점과 할인매장의 공책 가격을 각각 구하자.
공책의 수를 x권이라 하자.
집 앞의 문구점에서는 공책 한 권의 가격이 700원이므로 $700x$원
할인매장에서는 공책 한 권의 가격이 550원이므로 $550x$원
2nd 일차부등식을 세워 공책의 개수를 구하자.
이때, 할인매장에 가려면 왕복 버스요금이 1400원이므로
$700x>550x+1400$
$150x>1400$
$\therefore x>\frac{28}{3}$
따라서 $\frac{28}{3}=9.33\cdots$이므로 공책을 10권 이상 사면 할인매장에서 사는 것이 유리해.

092 답 4개

1st 휴지의 개수를 x개라 하고 편의점과 할인매장의 여행용 휴지 가격을 각각 구하자.
여행용 휴지의 개수를 x개라 하자.
집 앞의 편의점에서는 휴지 한 개의 가격이 1000원이므로 $1000x$원
할인매장에서는 휴지 한 개의 가격이 600원이므로 $600x$원
2nd 일차부등식을 세워 휴지의 개수를 구하자.
이때, 할인매장에 가려면 왕복 버스요금이 1400원이므로
$1000x>600x+1400$
$400x>1400$
$\therefore x>\frac{7}{2}$
따라서 $\frac{7}{2}=3.5$이므로 여행용 휴지를 4개 이상 사면 할인매장에서 사는 것이 유리해.

E

093 답 3곡

1st 다운로드 한 곡 수를 미지수로!!

일 년에 x곡을 다운로드 한다고 하자.

회원과 비회원일 때의 비용을 각각 구하면

회원인 경우 연회비 8000원에 한 곡당 300원의 비용을 지불해야 하므로 $8000+300x$(원)

비회원인 경우 연회비는 없고 한 곡당 3000원의 비용을 지불해야 하므로 $3000x$(원)

2nd 조건에 맞게 일차부등식을 세우자.

회원으로 가입하는 것이 유리하므로 회원으로 가입할 때 드는 비용이 비회원일 때 드는 비용보다 적으면 돼.

$8000+300x<3000x$

$2700x>8000$

$\therefore x>\frac{80}{27}$

따라서 $\frac{80}{27}=2.96\cdots$이므로 일 년에 최소 3곡을 다운로드해야만 회원으로 가입하는 것이 유리해.

오|답|피|하|기

이 문제는 유리한 것을 선택하는 문제야. 이익을 따지는 경우라면 이익이 많이 나오는 쪽이 유리하다고 볼 수 있지만 비용을 따지는 경우라면 비용이 적게 드는 쪽이 유리하지? 이걸 혼동하기 쉬워. 왜냐하면 상식적으로 생각하면 알 수 있지만 비슷한 유형을 풀다가 보면 항상 큰 것이 유리하다고 착각할 수 있거든. 이런 고정관념에 꼭 주의하자!

094 답 ②

1st 주문한 횟수를 미지수로!!

일년에 x번을 주문했다고 하자.

회원인 경우의 배송료는 $(5000+500x)$원

비회원의 경우의 배송료는 $2000x$원

2nd 조건에 맞게 일차부등식을 세우자.

이때, 회원이 유리하려면

$5000+500x<2000x$

$1500x>5000$

$\therefore x>\frac{10}{3}$

따라서 $\frac{10}{3}=3.3\cdots$이므로 일 년에 최소 4회를 주문해야 유리해.

095 답 3개

1st 'C쿠키'의 개수를 미지수로 두자.

'C쿠키'와 'H젤리'를 섞어서 10개를 사므로 'C쿠키'의 개수를 x개라 하면 'H젤리'는 $(10-x)$개야.

900원짜리 'C쿠키'와 600원짜리 'H젤리'를 살 때 전체 가격이 7000원 이하이므로

$900x+600(10-x)\le 7000$

2nd 일차부등식을 풀어 해를 구하자.

$9x+6(10-x)\le 70,\ 9x+60-6x\le 70,\ 3x\le 10$

$\therefore x\le\frac{10}{3}$

따라서 $\frac{10}{3}=3.3\cdots$이므로 'C쿠키'는 최대 3개까지 살 수 있어.

096 답 5개

1st '메가돈바'의 개수를 미지수로 두자.

'메가돈바'의 개수를 x개라 하자.

'메가돈바'와 '월두콘'의 합이 10개이므로 '월두콘'의 개수는 $(10-x)$개지?

1000원짜리 '메가돈바'와 700원짜리 '월두콘'을 살 때, 전체 가격이 8500원 이하이므로

$1000x+700(10-x)\le 8500$

2nd 일차부등식을 풀어 해를 구하자.

$10x+7(10-x)\le 85,\ 10x+70-7x\le 85,\ 3x\le 15$

$\therefore x\le 5$

따라서 '메가돈바'를 최대 5개까지 살 수 있어.

서술형 다지기

문제편 p. 96

[097-098 채점기준표]

Ⅰ	두사람의 나이를 미지수로 각각 나타낸다.	40%
Ⅱ	조건에 맞게 일차부등식을 세워 푼다.	40%
Ⅲ	현재 나이의 최솟값을 구한다.	20%

097 답 45살

먼저. 아버지와 용규의 나이를 미지수로 각각 나타내자.

현재 아버지의 나이를 x살이라 하면 용규의 나이는 $(53-x)$살이다.

이때, 10년 후의 아버지의 나이는 $(x+10)$살,

용규의 나이는 $53-x+10=63-x$(살) … Ⅰ

그다음. 조건에 맞게 일차부등식을 세워 풀자.

10년 후의 아버지의 나이는 용규의 나이의 3배 이상이므로

$x+10\ge 3(63-x),\ x+10\ge 189-3x,\ 4x\ge 179$

$\therefore x\ge\frac{179}{4}$ … Ⅱ

그래서. 아버지의 나이의 최솟값을 구하자.

따라서 $\frac{179}{4}=44.75$이므로 아버지의 나이는 최소 45살이다. … Ⅲ

098 답 35살

먼저. 고모와 해리의 나이를 미지수로 각각 나타내자.

현재 고모의 나이를 x살이라 하면 해리의 나이는 $(48-x)$살이다.

이때, 8년 후의 고모의 나이는 $(x+8)$살,

해리의 나이는 $48-x+8=56-x$(살) … Ⅰ

그다음. 조건에 맞게 일차부등식을 세워 풀자.

8년 후의 고모의 나이는 해리의 나이의 2배 이상이므로

$x+8\ge 2(56-x),\ x+8\ge 112-2x,\ 3x\ge 104$

$\therefore x\ge\frac{104}{3}$ … Ⅱ

그래서. 고모의 나이의 최솟값을 구하자.

따라서 $\frac{104}{3}=34.6\cdots$이므로 고모의 나이는 최소 35살이다. … Ⅲ

[099-100 채점기준표]

Ⅰ	처음 소금물에 들어 있는 소금의 양을 구한다.	20%
Ⅱ	증발시킬 물의 양을 미지수로 하고, 일차부등식을 세운다.	40%
Ⅲ	증발시킬 물의 양을 구한다.	40%

099 답 100 g

먼저, 25 %의 소금물 600 g에 들어 있는 소금의 양부터 구하자.

25 %의 소금물 600 g에 들어 있는 소금의 양은

$\frac{25}{100}\times600=150(\mathrm{g})$ … Ⅰ

그다음, 증발시킬 물의 양을 x로 두고 일차부등식을 세우자.

증발시킬 물의 양을 x g이라 하면

$150\geq\frac{30}{100}\times(600-x)$ … Ⅱ

그래서, 일차부등식을 풀자.

$30(600-x)\leq15000,\ 600-x\leq500$

$\therefore x\geq100$

따라서 증발시킬 물의 양은 100 g 이상이다. … Ⅲ

100 답 100 g

먼저, 24 %의 소금물 400 g에 들어 있는 소금의 양부터 구하자.

24 %의 소금물 400 g에 들어 있는 소금의 양은

$\frac{24}{100}\times400=96(\mathrm{g})$

그다음, 증발시킬 물의 양을 x로 두고 일차부등식을 세우자.

증발시킬 물의 양을 x g이라 하면

$96\geq\frac{32}{100}\times(400-x)$

그래서, 일차부등식을 풀자.

$32(400-x)\leq9600,\ 400-x\leq300$

$\therefore x\geq100$

따라서 증발시킬 물의 양은 100 g 이상이다.

101 답 (2, 4, 6), (4, 6, 8), (6, 8, 10)

연속하는 세 짝수를 $x,\ x+2,\ x+4$라 하자. … Ⅰ

가운데 수의 4배는 $4(x+2)$이므로

$x+x+2+x+4>4(x+2)-9$

$3x+6>4x-1$

$\therefore x<7$ … Ⅱ

따라서 자연수인 짝수 x는 2, 4, 6이므로 연속하는 세 짝수의 순서쌍은 (2, 4, 6), (4, 6, 8), (6, 8, 10)이다. … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	연속하는 세 짝수를 미지수로 나타낸다.	20%
Ⅱ	조건을 만족시키는 일차부등식을 세워 푼다.	40%
Ⅲ	연속하는 세 짝수의 순서쌍을 모두 구한다.	40%

102 답 180 km

시속 90 km로 달린 거리를 x km라 하면 시속 80 km로 달린 거리는 $(340-x)$km이다. … Ⅰ

이때, 걸린 시간은 각각 $\frac{x}{90}$시간, $\frac{340-x}{80}$시간이다.

총 걸린 시간이 4시간 이내이므로

$\frac{x}{90}+\frac{340-x}{80}\leq4,\ 8x+9(340-x)\leq4\times720$

$8x+3060-9x\leq2880,\ -x\leq-180$

$\therefore x\geq180$ … Ⅱ

따라서 시속 90 km로 달린 거리는 180 km 이상이다. … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	시속 90 km, 시속 80 km로 달린 거리를 각각 미지수로 나타낸다.	30%
Ⅱ	조건을 만족시키는 일차부등식을 세워 푼다.	50%
Ⅲ	시속 90 km로 달린 거리의 범위를 구한다.	20%

103 답 6 cm

밑면인 원의 반지름의 길이를 x cm라 하자. … Ⅰ

밑면인 원의 넓이는 $\pi x^2\ \mathrm{cm}^2$이므로

$\pi x^2\times9\leq324\pi,\ 9x^2\leq324,\ x^2\leq36,\ x^2\leq6^2$

$\therefore x\leq6(\because x>0)$ … Ⅱ

따라서 조건을 만족시키는 밑면인 원의 반지름의 길이는 6 cm 이하이다. … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	밑면인 원의 반지름의 길이를 미지수로 나타낸다.	20%
Ⅱ	조건을 만족시키는 일차부등식을 세워 푼다.	60%
Ⅲ	밑면인 원의 반지름의 길이의 범위를 구한다.	20%

104 답 2개

맞혀야 할 80점짜리 문제의 개수를 x개라 하자.

그러면 맞혀야 할 50점짜리 문제의 개수는 $(17-x)$개 … Ⅰ

조건을 만족시키는 일차부등식을 세우면

$50(17-x)+80x+100\geq1000,\ 850-50x+80x+100\geq1000$

$30x+950\geq1000,\ 30x\geq50\quad\therefore x\geq\frac{5}{3}$ … Ⅱ

따라서 $\frac{5}{3}=1.6\cdots$이므로 맞혀야 할 80점짜리 문제의 개수는 최소 2개이다. … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	맞혀야 할 80점, 50점짜리 문제의 개수를 각각 미지수로 나타낸다.	30%
Ⅱ	조건을 만족시키는 일차부등식을 세워 푼다.	50%
Ⅲ	맞혀야 할 80점짜리 문제의 개수의 범위를 구한다.	20%

105 답 45명

옆 반의 학생 수를 x명이라 하자. 그러면 옆 반 학생들의 발 크기의 합은 $255x$ mm이고, 우리 반 학생들의 발 크기의 합은 $30\times250=7500(\mathrm{mm})$이다. … Ⅰ

이때, 우리 반과 옆 반의 발 크기의 합은 $(7500+255x)$mm이고, 전체 학생 수는 $(30+x)$명이므로

$7500+255x\leq253(30+x),\ 7500+255x\leq7590+253x$

$2x\leq90\quad\therefore x\leq45$ … Ⅱ

따라서 옆 반의 학생 수는 최대 45명이다. … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	옆 반의 학생 수를 미지수로 하고 옆 반과 우리 반 학생들의 발 크기의 합을 각각 나타낸다.	30%
Ⅱ	조건을 만족시키는 일차부등식을 세워 푼다.	50%
Ⅲ	옆 반의 최대 학생 수를 구한다.	20%

최고난도 만점 문제

p. 98

106 답 ④

1st A마트, B마트에서 산 매실 주스에 들어 있는 매실의 양을 각각 구하여라.

A마트에서 산 1 L=1000 mL짜리 매실 주스에 들어 있는 매실의 양은 $\frac{50}{100}\times1000=500(\text{mL})$

B마트에서 산 매실 주스 x mL에 들어 있는 매실의 양은 $\frac{40}{100}\times x=\frac{40}{100}x(\text{mL})$

2nd 두 주스를 섞은 주스의 농도가 조건을 만족시키도록 40 % 매실 주스의 양을 구하자.

두 주스를 섞으면 $(1000+x)$ mL가 되고, 여기에 들어 있는 매실의 양은 $\left(500+\frac{40}{100}x\right)$mL가 되지?

이 둘을 섞어서 48 % 이상의 매실 주스를 만들어야 하므로

$500+\frac{40}{100}x\geq\frac{48}{100}(1000+x)$, $50000+40x\geq48(1000+x)$

$50000+40x\geq48000+48x$, $8x\leq2000$

$\therefore x\leq250$

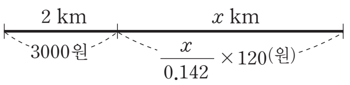
따라서 40 % 매실 주스는 최대 250 mL까지 섞을 수 있어.

107 답 ⑤

1st 기본요금과 거리에 따라 추가되는 요금을 이용하여 일차부등식을 세우자.

2 km까지는 기본요금이 3000원이고, 이후 142 m=0.142 km마다 120원씩 계산되지?

2 km 이후 간 거리를 x km라 하자.



이때, 택시 요금이 27000원 이하로 갈 수 있는 최대 거리를 구하는 것이므로

$3000+\frac{x}{0.142}\times120\leq27000$

2nd 갈수 있는 최대 거리를 구하자.

$\frac{x}{0.142}\times120\leq24000$, $\frac{x}{0.142}\leq200$

$\therefore x\leq28.4$

따라서 갈 수 있는 최대 거리는 $2+28.4=30.4(\text{km})$야.

108 답 ②

1st 남자, 여자가 각각 하루에 하는 일의 양을 구해 보자.

어떤 일의 양을 1이라 하자.

그 일을 남자 1명, 여자 1명이 하는 데 각각 8일, 12일 만에 끝나므로 하루에 하는 일의 양은 각각 $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{12}$이야.

이 일을 남녀 10명이 함께하여 하루 이내에 끝내려고 하지?

남자 수를 x명이라 하면 여자 수는 $(10-x)$명이고, 남자 x명이 하루에 하는 일의 양은 $\frac{1}{8}x$, 여자 $(10-x)$명이 하루에 하는 일의 양은 $\frac{1}{12}(10-x)$야.

2nd 조건에 맞게 일차부등식을 세우자.

$\frac{1}{8}x+\frac{1}{12}(10-x)\geq1$에서 $3x+2(10-x)\geq24$이므로

$3x+20-2x\geq24$ $\therefore x\geq4$

따라서 남자는 최소 4명이 필요해.

109 답 ②

1st 소금의 양을 각각 구하자.

처음 소금물의 농도를 x %라 하자.

x %의 소금물 300 g에 들어 있는 소금의 양은

$\frac{x}{100}\times300=3x(\text{g})$

이때, 물 50 g을 증발시킨 후에 소금 50 g을 더 녹이면 소금물의 양은 $300-50+50=300(\text{g})$, 소금의 양은 $3x+50(\text{g})$이 되지?

2nd 변화된 소금물의 농도를 이용하여 식을 세우자.

한편, 물 50 g을 증발시킨 후에 소금 50 g을 더 녹이면 처음 농도의 4배 이상의 소금물이 되므로

$\frac{3x+50}{300}\times100\geq x\times4$, $3x+50\geq12x$

$9x\leq50$ $\therefore x\leq\frac{50}{9}$

따라서 $\frac{50}{9}=5.555\cdots\fallingdotseq5.56$이므로 처음 소금물의 농도는 약 5.56 % 이하였어.

110 답 ①

1st 1분에 배식이 가능한 손님의 수를 구하자.

배식처 하나에서 1분에 배식이 가능한 손님의 수를 k명이라 하자.

처음에 60명이 줄을 서서 배식을 기다리고 있고, 매분 20명의 새로운 손님이 줄을 선다고 하는데 30분 만에 줄 서는 사람이 모두 배식을 받으므로 $60+20\times30=k\times30$ $\therefore k=22$

2nd 10분 만에 줄서는 사람이 없도록 배식처의 개수를 미지수로 정하자.

배식처의 개수를 x개라 하자.

10분 동안에 배식 받을 수 있는 손님의 수는 $x\times10\times22=220x$(명)

10분간 배식 받을 손님의 수는 이미 줄 서 있는 60명의 손님과 10분 동안 새로 줄서는 손님의 수를 합한 것이므로

$60+20\times10=260$(명)

10분 만에 줄 서는 손님이 없으려면 10분 동안 배식받을 수 있는 손님의 수가 10분 동안 줄 서는 손님의 수보다 많거나 같으면 되므로

$220x\geq260$ $\therefore x\geq\frac{13}{11}$

따라서 $\frac{13}{11}=1.18\cdots$이므로 배식처는 최소 2곳 이상이어야 해.

오답피하기

이런 문제는 매분의 상황을 생각하는 것보다, 총 시간이 지나갔을 때를 생각해 보면 좋아. 30분 동안 배식을 끝마치려면 처음 손님 60명에 1분당 더 오는 손님을 20명으로 쳐서 30분에 총 660명에게 배식을 해야 해. 즉, 1분에 22명에게 배식을 한다는 말이 되지. 또, 10분 동안 배식을 끝마치려면 위와 같은 방법으로 10분에 총 260명에게 배식을 해야 되는 거야. 즉, 1분에 26명에게 배식을 해.

이렇게 매분 새로 오는 손님과 빠져나가는 손님을 계산하는 것보다 총 손님을 생각하는 것이 쉬운 문제도 있으니 알아 두면 편해.

F 연립일차방정식

개념 다지기 001~030 정답은 p. 4에 있습니다.

유형 다지기 학교시험+학력평가

p. 104

031 답 ㄹ, ㅂ

ㄱ. $x+y-2$ ← 등식이 아니므로 방정식이 아니야.
ㄴ. $x(x-y+1)=0$ ← 미지수가 2개인 이차방정식이야.
ㄷ. $x+3y=3y-1$에서 $x=-1$ ← 미지수가 1개인 일차방정식이야.
ㄹ. $4x-3y=2$ ← 미지수가 2개인 일차방정식이야.
ㅁ. $xy-4=0$ ← 미지수가 2개인 이차방정식이야.
ㅂ. $x+1=y+1$ ← 미지수가 2개인 일차방정식이야.
따라서 미지수가 2개인 일차방정식은 ㄹ, ㅂ이야.

오답피하기

ㄷ은 정리하지 않으면 미지수가 2개인 일차방정식 같아. 하지만 동류항을 정리하는 게 우선이야. 이런 유형과 비슷한 문제가 꽤 있어. 중학교 1학년의 일차방정식 단원에서 배운 다음과 같은 문제와 비슷하지?

> 다음 중 방정식이 아닌 것은? (정답 2개)
> ① $-6x+3=-3x+12$ ② $2(4-3x)=0$
> ③ $2x+x=x+2x$ ④ $x+4=2x+8$
> ⑤ $-2(x-1)+9=6-2x$

여기서도 ③과 ⑤의 식을 정리하지 않으면 일차방정식처럼 보이지? 하지만 정리하면 ③은 $3x=3x$로 항등식이고, ⑤는 $11=6$이라는 엉뚱한 식이 나와. 결국 정리를 먼저하라는 거야.

032 답 ④

$2x+y=-4$에서 $2x+y+4=0$이므로 $a=2$, $b=1$, $c=4$
$\therefore a+b+c=2+1+4=7$

033 답 ⑤

$ax+2y=4x-5y$, $ax-4x+5y+2y=0$, $(a-4)x+7y=0$
미지수가 2개인 일차방정식이 되기 위해서는 x, y의 계수가 0이면 안 돼.
따라서 a가 4만 아니면 미지수가 2개인 일차방정식이 돼.

034 답 ②

300원짜리 우표의 총 가격은 $300x$원, 200원짜리 우표의 총 가격은 $200y$원이므로 $300x+200y=2400$

035 답 $4x+6y=36$

4개짜리 x묶음으로 되어 있는 캔의 수는 $4x$개, 6개짜리 y묶음으로 되어 있는 캔의 수는 $6y$개이고, 이것을 합하여 36개이므로
$4x+6y=36$

036 답 ③

100명의 인원이 2인승 자전거 x대, 3인승 자전거 y대에 나누어 탔으므로 탑승 인원은 각각 $2x$명, $3y$명 $\quad \therefore 2x+3y=100$

037 답 $1000x-500y=4000$

500원짜리 노트 y권은 환불했기 때문에
(추가로 지불할 금액)=(1000원짜리 노트 x권의 가격)
−(500원짜리 노트 y권의 가격)이고
(1000원짜리 노트 x권의 가격)$=1000x$(원),
(500원짜리 노트 y권의 가격)$=500y$(원)이므로
$1000x-500y=4000$

038 답 ⑤

① $3\times(-1)+2\times2=1\neq-1$ ← NO!
② $3\times(-1)-2=-5\neq5$ ← NO!
③ $2\times(-1)+2=0\neq1$ ← NO!
④ $-1+4\times2=7\neq6$ ← NO!
⑤ $-1+2\times2=3$ ← YES!

039 답 ④

① $2\times2+2=6$ ← YES!
② $2\times(-1)+8=6$ ← YES!
③ $2\times3+0=6$ ← YES!
④ $2\times0+4=4\neq6$ ← NO!
⑤ $2\times(-4)+14=6$ ← YES!

040 답 ⑤

일차방정식 $2x+y=15$에 $x=-4$를 대입하면
$-8+y=15$이므로 $y=23$ $\quad \therefore A=23$
마찬가지로 $y=5$를 대입하면
$2x+5=15$이므로 $x=5$ $\quad \therefore B=5$

041 답 ③

일차방정식 $x+ay=5$의 한 해가 $(1, 2)$이므로
$x=1$, $y=2$를 각각 대입하면
$1+2a=5$이므로 $a=2$ $\quad \therefore x+2y=5$
③ $x=3$, $y=1$을 $x+2y=5$에 각각 대입하면 $3+2\times1=5$가 되므로 이 방정식의 해가 돼.

042 답 ①

일차방정식 $3x-2y=4$의 한 해가 $(-2, k)$이므로
$3\times(-2)-2\times k=4$, $-6-2k=4$
$-2k=10$ $\quad \therefore k=-5$

043 답 ⑤

$x=a$, $y=2$를 $2x-y=7$에 각각 대입하면
$2a-2=7$ $\quad \therefore a=\frac{9}{2}$

044 답 ③

(i) $x=4$, $y=a$일 때, $8-a=4$
$\therefore a=4$
(ii) $x=b+1$, $y=3$일 때,
$2(b+1)-3=4$, $2b+2-3=4$
$2b=5$ $\quad \therefore b=\frac{5}{2}$
$\therefore a-b=4-\frac{5}{2}=\frac{3}{2}$

045 답 $\frac{7}{3}$

주어진 해를 방정식 $ax-3y=1$에 대입하면

(i) $x=1$, $y=1$일 때,

$a-3=1$ $\quad\therefore a=4$

(ii) $x=-1$, $y=b$일 때,

$-4-3b=1$ $\quad\therefore b=-\frac{5}{3}$

$\therefore a+b=4+\left(-\frac{5}{3}\right)=\frac{7}{3}$

046 답 ③

$2x+y=10$에서 $y=10-2x$이므로 x, y가 자연수임을 이용하여 $x=1, 2, 3, \cdots$일 때, y의 값을 구하면 다음 표와 같아.

x	1	2	3	4
y	8	6	4	2

x가 5 이상인 자연수에 대하여 y의 값은 자연수가 나오지 않지?
따라서 x, y가 자연수일 때, 일차방정식 $2x+y=10$의 해의 개수는 $(1, 8)$, $(2, 6)$, $(3, 4)$, $(4, 2)$로 4개야.

047 답 $(1, 3)$, $(2, 2)$, $(3, 1)$

두 자연수 x, y에 대하여 방정식 $x+y=4$의 해는

x	1	2	3
y	3	2	1

이므로 $(1, 3)$, $(2, 2)$, $(3, 1)$이야.

048 답 ⑤

$2x-y+1=0$에서 $y=2x+1$이고 x, y가 $x<5$, $y<10$인 자연수이므로

x	1	2	3	4
y	3	5	7	9

따라서 해는 $(1, 3)$, $(2, 5)$, $(3, 7)$, $(4, 9)$로 4개야.

049 답 6

$3x-2y=27$을 만족시키는 두 자연수 x, y를 구하면 다음 표와 같아.

x	11	13	15	17	19	$\cdots$
y	3	6	9	12	15	$\cdots$

따라서 x와 y의 최소공배수가 45가 되는 것은 $x=15$, $y=9$이므로 $x-y=6$

050 답 ④

색연필 x자루와 볼펜 y자루를 합하여 10자루를 샀으므로
$x+y=10$
색연필 x자루의 가격은 $500x$원, 볼펜 y자루의 가격은 $700y$원이므로
$500x+700y=6400$
따라서 미지수가 2개인 일차방정식 두 개를 한 쌍으로 묶으면

$\begin{cases} x+y=10 \\ 500x+700y=6400 \end{cases}$

051 답 $\begin{cases} x+y=15 \\ 100x+500y=5500 \end{cases}$

100원짜리 동전 x개와 500원짜리 동전 y개를 합하면 15개이니까
$x+y=15$
100원짜리 동전 x개와 500원짜리 동전 y개의 금액을 합하면 5500원이니까 $100x+500y=5500$
따라서 미지수가 2개인 일차방정식 두 개를 한 쌍으로 묶으면

$\begin{cases} x+y=15 \\ 100x+500y=5500 \end{cases}$

052 답 $\begin{cases} x+y=45 \\ x-y=5 \end{cases}$

x L의 물에 y L의 물을 합하면 45 L이므로 $x+y=45$
x L의 물에서 y L의 물을 덜어내면 5 L이므로 $x-y=5$
따라서 미지수가 2개인 일차방정식 두 개를 한 쌍으로 묶으면

$\begin{cases} x+y=45 \\ x-y=5 \end{cases}$

053 답 $\begin{cases} x=2y \\ x+y=90 \end{cases}$

x의 값은 y의 값의 2배이므로 $x=2y$
또, 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로
$x^\circ+y^\circ+90^\circ=180^\circ$ $\quad\therefore x+y=90$
따라서 미지수가 2개인 일차방정식 두 개를 한 쌍으로 묶으면

$\begin{cases} x=2y \\ x+y=90 \end{cases}$

054 답 $(4, -1)$

㉠ $3x+y=11$을 만족시키는 x, y의 값을 구하면

x	$\cdots$	1	2	3	4	5	$\cdots$
y	$\cdots$	8	5	2	-1	-4	$\cdots$

㉡ $x-y=5$를 만족시키는 x, y의 값을 구하면

x	$\cdots$	1	2	3	4	5	$\cdots$
y	$\cdots$	-4	-3	-2	-1	0	$\cdots$

따라서 두 일차방정식을 동시에 만족시키는 순서쌍 (x, y)는 $(4, -1)$이야.

055 답 $(7, 2)$

두 자연수 x, y에 대하여 방정식 $x+y=9$, 즉 $y=9-x$의 해는

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	8	7	6	5	4	3	2	1

이므로 $(1, 8)$, $(2, 7)$, $(3, 6)$, $(4, 5)$, $(5, 4)$, $(6, 3)$, $(7, 2)$, $(8, 1)$
또, 두 자연수 x, y에 대하여 방정식
$x+2y=11$, 즉 $y=-\frac{1}{2}x+\frac{11}{2}$의 해는

x	1	3	5	7	9
y	5	4	3	2	1

이므로 $(1, 5)$, $(3, 4)$, $(5, 3)$, $(7, 2)$, $(9, 1)$
따라서 두 일차방정식을 모두 만족시키는 해는 $(7, 2)$야.

056 답 ②

$x=1$, $y=-2$를 해로 갖는 연립방정식은 각 선택지에 x, y의 값을 각각 대입하여 연립방정식의 등식이 모두 성립하는 것을 찾으면 돼.

② $\begin{cases} 2\times1+(-2)=0 \\ 1-(-2)=3 \end{cases}$

057 답 ③

x, y의 순서쌍 $(a,\ b)$는 연립방정식 $\begin{cases} 2x-5y=3 \\ x+4y=7 \end{cases}$의 해이므로

ㄱ. $2x-5y=3$에 $x=a$, $y=b$를 각각 대입하면
$2a-5b=3$ $\quad\therefore 2a=5b+3$ (참)

ㄴ. $x+4y=7$에 $x=a$, $y=b$를 각각 대입하면
$a+4b=7$ $\quad\therefore 4b=7-a$ (참)

ㄷ. $2x-5y=3$에 $x=2$, $y=1$을 각각 대입하면
$2\times2-5\times1=-1\neq3$ (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이야.

058 답 2

$ax+y=7$의 해가 $(-4,\ 8)$이므로 $x=-4$, $y=8$을 각각 대입하면

$a\times(-4)+8=7$ $\quad\therefore a=\frac{1}{4}$

또, $-x+by=12$의 해도 $(-4,\ 8)$이므로

$-(-4)+b\times8=12$ $\quad\therefore b=1$

$\therefore 4a+b=4\times\frac{1}{4}+1=2$

059 답 ⑤

$x=4$, $y=k$를 $3x-y=6$에 각각 대입하면

$12-k=6$ $\quad\therefore k=6$

또, $x=4$, $y=6$을 $x-2y=a$에 각각 대입하면

$4-2\times6=a$ $\quad\therefore a=-8$

060 답 ④

$x=-3$, $y=a$를 $5x-y=-10$에 각각 대입하면

$-15-a=-10$, $-a=5$ $\quad\therefore a=-5$

또, $x=-3$, $y=-5$를 $3x+y=b$에 각각 대입하면

$-9-5=b$ $\quad\therefore b=-14$

$\therefore a-b=-5-(-14)=9$

061 답 2

$\begin{cases} x+2y=-1 & \cdots ㉠ \\ 3x+ay=1 & \cdots ㉡ \end{cases}$일 때,

㉠에 $x=3$, $y=b$를 각각 대입하면

$3+2b=-1$, $2b=-4$ $\quad\therefore b=-2$

㉡에 $x=3$, $y=-2$를 각각 대입하면

$9-2a=1$ $\quad\therefore a=4$

$\therefore a+b=4+(-2)=2$

062 답 5

$\begin{cases} x+2y=7 & \cdots ㉠ \\ x+y=5 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡을 하면 $y=\boxed{2}$ (가) $\cdots$ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $x=\boxed{3}$ ← (나)

따라서 (가), (나)에 들어갈 값은 각각 2, 3이므로 $a+b=5$

063 답 3

$\begin{cases} 2x+3y=9 & \cdots ㉠ \\ -x+4y=1 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡×2를 하면 $11y=11$ $\quad\therefore y=1$

$y=1$을 ㉡에 대입하면 $-x+4=1$ $\quad\therefore x=3$

따라서 연립방정식의 해가 $(a,\ b)$이므로 $a=3$, $b=1$

$\therefore ab=3$

오|답|피|하|기

한 문자를 소거할 때는 절댓값이 같도록 해야 한다고 했지? 정확히 말하면 두 방정식에서 소거할 문자의 계수들이 그 값들의 최소공배수가 되도록 각 방정식에 적당한 수를 곱하면 되는 거야. 여기에서 부호는 나중에 신경쓰자.

이 문제에서 x를 소거하기 위해서 부호는 생략하고 각 방정식의 x의 계수를 살펴보면 2, 1이지? 2와 1의 최소공배수는 2이므로 x의 계수가 2가 되도록 하기 위해서는 ㉡에는 2를 곱하면 돼. 곱한 값들의 부호를 따지면 다르기 때문에 없애기 위해서는 더하면 되고. 정리하면! 소거할 문자의 계수들의 절댓값이 그 값들의 최소공배수가 되도록 적당히 수를 곱하고, 그 부호가 서로 같으면 빼고, 다르면 더해.

064 답 ②

$x=2$, $y=12$가 주어진 연립방정식의 해이므로 주어진 연립방정식에 대입하면 등식이 성립하겠지?

$\begin{cases} 2a+12b=-6 & \cdots ㉠ \\ 6a+24b=6 & \cdots ㉡ \end{cases}$

b를 소거하기 위하여 ㉠×2−㉡을 하면 $-2a=-18$ $\quad\therefore a=9$

$a=9$를 ㉠에 대입하면 $2\times9+12b=-6$ $\quad\therefore b=-2$

$\therefore a+b=9+(-2)=7$

065 답 −2

직사각형의 둘레의 길이는 $2x+2y=16$이고

이등변삼각형의 둘레의 길이는 $x+2y=13$이므로

$\begin{cases} 2x+2y=16 & \cdots ㉠ \\ x+2y=13 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡을 하면 $x=3$

$x=3$을 ㉡에 대입하면 $3+2y=13$ $\quad\therefore y=5$

$\therefore x-y=3-5=-2$

066 답 9

$\begin{cases} y=2x-3 & \cdots ㉠ \\ 3x+2y=8 & \cdots ㉡ \end{cases}$이라 하자.

㉠을 ㉡에 대입하면 $7x-\boxed{6}=8$ (가)

이 식을 간단히 정리하면 $x=\boxed{2}$ (나) $\cdots$ ㉢

㉢을 ㉠에 대입하면 $y=\boxed{1}$ ← (다)

∴ (가)+(나)+(다)$=6+2+1=9$

067 답 ⑤

연립방정식 $\begin{cases} x=3y-1 & \cdots ㉠ \\ 3x-y=5 & \cdots ㉡ \end{cases}$에서 ㉠을 ㉡에 대입하면

$3(3y-1)-y=5$, $9y-3-y=5$

$8y=8$ $\quad\therefore y=1$

이것을 ㉠에 대입하면 $x=3\times1-1=2$

따라서 $a=2$, $b=1$이므로 $a^2+b^2=2^2+1^2=5$

F

068 답 ①, ④

$2x-3y=x+3$을 x에 대하여 정리하면 $x=3y+3$

또한, y에 대하여 정리하면 $-3y=-x+3$ $\therefore y=\frac{1}{3}x-1$

069 답 1

연립방정식의 괄호를 풀면

$\begin{cases} 4x+3y=7 & \cdots ㉠ \\ 3x-4y=24 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 3-$㉡$\times 4$를 하면 $25y=-75$ $\therefore y=-3$

$y=-3$을 ㉠에 대입하면

$4x+3\times(-3)=7$ $\therefore x=4$

따라서 $a=4$, $b=-3$이므로 $a+b=4+(-3)=1$이야.

070 답 ②

연립방정식 $\begin{cases} 3(x+y)-4y=5 & \cdots ㉠ \\ 2x+4(x-y)=2 & \cdots ㉡ \end{cases}$

여기서 ㉠, ㉡을 각각 정리하면

$\begin{cases} 3x-y=5 & \cdots ㉢ \\ 6x-4y=2 & \cdots ㉣ \end{cases}$

㉢$\times 4-$㉣을 하면 $6x=18$ $\therefore x=3$

$x=3$을 ㉢에 대입하면 $9-y=5$ $\therefore y=4$

따라서 구하려는 해는 ② $(3, 4)$야.

071 답 ④

$\begin{cases} 2(x-y)=1-3y & \cdots ㉠ \\ x-(ax+y)=3 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에 $x=4$를 대입하면 $8-2y=1-3y$ $\therefore y=-7$

㉡에 $x=4$, $y=-7$을 각각 대입하면 $4-(4a-7)=3$

$4-4a+7=3$, $4a=8$

$\therefore a=2$

072 답 ①

$\begin{cases} x+y=4 & \cdots ㉠ \\ \frac{x}{2}+\frac{y}{12}=\frac{3}{4} & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉡$\times 12$를 하면 $6x+y=9$ $\cdots$ ㉢

y를 소거하기 위하여 ㉠$-$㉢을 하면 $-5x=-5$ $\therefore x=1$

$x=1$을 ㉠에 대입하면 $y=3$

따라서 $a=1$, $b=3$이므로 $a-b=-2$

073 답 ②

$\begin{cases} \frac{x}{3}=\frac{y}{2}+1 & \cdots ㉠ \\ \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=\frac{11}{3} & \cdots ㉡ \end{cases}$의 양변에 분모의 최소공배수인 6을 각각 곱하여 정리하면

$\begin{cases} 2x-3y=6 & \cdots ㉢ \\ 3x+2y=22 & \cdots ㉣ \end{cases}$

y를 소거하기 위하여 ㉢$\times 2+$㉣$\times 3$을 하면 $x=6$ $\therefore a=6$

$x=6$을 ㉢에 대입하면

$12-3y=6$이므로 $y=2$ $\therefore b=2$

일차방정식 $ax+b=20$에 $a=6$, $b=2$를 각각 대입하면

$6x+2=20$, $6x=18$ $\therefore x=3$

074 답 ⑤

$\begin{cases} 3(x-y)-2y=2 & \cdots ㉠ \\ \frac{x+y}{2}-\frac{x-y}{3}=9 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 괄호를 풀어 정리하면 $3x-5y=2$

㉡의 양변에 6을 곱해 정리하면 $x+5y=54$

$\begin{cases} 3x-5y=2 & \cdots ㉢ \\ x+5y=54 & \cdots ㉣ \end{cases}$

y를 소거하기 위하여 ㉢$+$㉣을 하면 $4x=56$ $\therefore x=14$

이것을 ㉣에 대입하면 $14+5y=54$ $\therefore y=8$

075 답 ③

$\begin{cases} \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=2 & \cdots ㉠ \\ 0.3x-0.2y=1.2 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 6$, ㉡$\times 10$을 하여 계수를 정수로 바꾸면

$\begin{cases} 3x+2y=12 & \cdots ㉢ \\ 3x-2y=12 & \cdots ㉣ \end{cases}$

y를 소거하기 위하여 ㉢$+$㉣을 하면 $6x=24$ $\therefore x=4$

$x=4$를 ㉢(또는 ㉣)에 대입하면 $y=0$

따라서 $a=4$, $b=0$이므로 $ab=0$

[다른 풀이]

㉢$-$㉣을 하면 $2y=0$ $\therefore y=0$

따라서 $b=y=0$이므로 $ab=0$

076 답 ①

$\begin{cases} 2(0.1x+y)=0.8y-0.4 & \cdots ㉠ \\ \frac{3}{8}x+\frac{1}{2}y=1 & \cdots ㉡ \end{cases}$에서

㉠$\times 10$, ㉡$\times 8$을 하여 각각 정리하면

$\begin{cases} 2x+12y=-4 & \cdots ㉢ \\ 3x+4y=8 & \cdots ㉣ \end{cases}$

y를 소거하기 위하여 ㉢$-$㉣$\times 3$을 하면 $-7x=-28$ $\therefore x=4$

이것을 ㉢(또는 ㉣)에 대입하면 $y=-1$

즉, $x=4$, $y=-1$이 $2ax+3y=13$을 만족시키므로

$2a\times 4-3=13$, $8a=16$

$\therefore a=2$

077 답 $x=1$, $y=-2$

$\begin{cases} 0.3x-0.5y=1.3 \\ 0.\dot{4}x-0.\dot{2}y=0.\dot{8} \end{cases}$에서 $0.\dot{a}=\frac{a}{9}$임을 이용하면

$\begin{cases} 0.3x-0.5y=1.3 & \cdots ㉠ \\ \frac{4}{9}x-\frac{2}{9}y=\frac{8}{9} & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 10$을 하고, ㉡$\times 9$를 해서 다시 정리하면

$\begin{cases} 3x-5y=13 & \cdots ㉢ \\ 4x-2y=8 & \cdots ㉣ \end{cases}$

x를 소거하기 위하여 ㉢$\times 4-$㉣$\times 3$을 하면

$-14y=28$ $\therefore y=-2$

이것을 ㉢(또는 ㉣)에 대입하면 $x=1$

078 답 ④

$\begin{cases} x:y=3:4 & \cdots ㉠ \\ 3x=4y+7 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $3y=4x$ $\therefore y=\frac{4}{3}x$ $\cdots$ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면

$3x=4\times\frac{4}{3}x+7,\ 3x-\frac{16}{3}x=7$

$-\frac{7}{3}x=7\qquad \therefore x=-3$

$x=-3$을 ㉢에 대입하면 $y=-4$

079 답 ⑤

$\begin{cases} x:(y+4)=1:3 & \cdots ㉠ \\ 2x-y=0 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $y+4=3x\qquad \therefore 3x-y=4\ \cdots$ ㉢

y를 소거하기 위하여 ㉡$-$㉢을 하면

$-x=-4$에서 $x=4\qquad \therefore a=4$

$x=4$를 ㉡에 대입하면 $8-y=0$에서 $y=8\qquad \therefore b=8$

$\therefore a+b=4+8=12$

080 답 2

$2(-x+2y)-10=2x-3y$를 먼저 정리하자.

$-2x+4y-10=2x-3y\qquad \therefore -4x+7y=10\ \cdots$ ㉠

이때, 이 방정식을 참이 되게 하는 y의 값이 x의 값의 2배이므로

$y=2x\ \cdots$ ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면

$-4x+14x=10\qquad \therefore x=1$

$x=1$을 ㉡에 대입하면 $y=2$

081 답 ②

주어진 조건으로 연립방정식을 세우면

$\begin{cases} \frac{x}{3}+\frac{y}{4}=1 & \cdots ㉠ \\ x:y=3:2 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠의 양변에 12를 곱하여 계수를 정수로 만들고, ㉡의 비례식을 풀면

$\begin{cases} 4x+3y=12 & \cdots ㉢ \\ 2x=3y & \cdots ㉣ \end{cases}$

㉣을 ㉢에 대입하면 $4x+2x=12,\ 6x=12\qquad \therefore x=2$

$x=2$를 ㉣에 대입하면 $y=\frac{4}{3}$

$\therefore x+y=2+\frac{4}{3}=\frac{10}{3}$

082 답 ①

$3x-2y+7=2x-3y+4$에서 $x+y=-3\ \cdots$ ㉠

$3x-2y+7=4x+y$에서 $x+3y=7\ \cdots$ ㉡

x를 소거하기 위하여 ㉡$-$㉠을 하면 $2y=10\qquad \therefore y=5$

이것을 ㉠에 대입하면 $x=-8$

$ax-y=3$에 $x=-8,\ y=5$를 각각 대입하면 $-8a-5=3$

$\therefore a=-1$

083 답 ①

㉠

$2x+y+1=3x-2y-5=x+y+4$

㉡

㉠에서 $2x+y+1=3x-2y-5$이므로 $-x+3y=-6\ \cdots$ ㉢

㉡에서 $2x+y+1=x+y+4\qquad \therefore x=3$

$x=3$을 ㉢에 대입하면 $-3+3y=-6,\ 3y=-3\qquad \therefore y=-1$

즉, 구하는 해는 $(3,\ -1)$이므로 $a=3,\ b=-1$

$\therefore a-b=3-(-1)=4$

084 답 $x=7,\ y=-9$

$\frac{x+y+5}{3}=\frac{x-5}{2}$의 양변에 분모의 최소공배수 6을 곱하면

$2x+2y+10=3x-15\qquad \therefore x-2y=25\ \cdots$ ㉠

또, $\frac{x-5}{2}=\frac{x-y-11}{5}$의 양변에 분모의 최소공배수 10을 곱하면

$5x-25=2x-2y-22\qquad \therefore 3x+2y=3\ \cdots$ ㉡

y를 소거하기 위하여 ㉠$+$㉡을 하면

$4x=28\qquad \therefore x=7$

이것을 ㉠에 대입하면 $7-2y=25,\ 2y=-18$

$\therefore y=-9$

085 답 0

$\begin{cases} x+3y=9 \\ ax-by=12 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많으므로

$\frac{1}{a}=\frac{3}{-b}=\frac{9}{12}$에서

$9a=12\qquad \therefore a=\frac{4}{3}$

$-9b=36\qquad \therefore b=-4$

$\therefore 3a+b=3\times\frac{4}{3}+(-4)=0$

086 답 ④

연립방정식 $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ 의 해가 무수히 많으려면

$\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$가 성립하면 돼.

각 선택지에서 이것이 성립하는 것을 찾자.

① $\begin{cases} 3x=8-2y \\ x+y=2 \end{cases}$ 를 정리하면 $\begin{cases} 3x+2y=8 \\ x+y=2 \end{cases}$ 에서

$\frac{3}{1}\neq\frac{2}{1}$ ← NO!

② $\begin{cases} 2x+y=2 \\ x-y=3 \end{cases}$ 에서 $\frac{2}{1}\neq\frac{1}{-1}$ ← NO!

③ $\begin{cases} 3x-4y=3 \\ 3x-4y=4 \end{cases}$ 에서 $\frac{3}{3}=\frac{-4}{-4}\neq\frac{3}{4}$ ← NO!

④ $\begin{cases} 3x+y=-6 \\ x+\frac{y}{3}=-2 & \cdots ㉠ \end{cases}$

㉠을 정리하면 $3x+y=-6$에서

$\frac{3}{3}=\frac{1}{1}=\frac{-6}{-6}$ ← YES!

⑤ $\begin{cases} 0.3x+0.2y=0.5 \\ 0.1y-0.2x=0.4 \end{cases}$ 를 정리하면 $\begin{cases} 3x+2y=5 \\ -2x+y=4 \end{cases}$ 에서

$\frac{3}{-2}\neq\frac{2}{1}$ ← NO!

087 답 -1

연립방정식 $\begin{cases} 2x+ay=1 \\ 6x-3y=4 \end{cases}$ 의 해가 없으므로

$\frac{2}{6}=\frac{a}{-3}\neq\frac{1}{4}$에서

$6a=-6\qquad \therefore a=-1$

088 답 ③

연립방정식 $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ 에서 $\dfrac{a}{a'}=\dfrac{b}{b'}\neq\dfrac{c}{c'}$인 것을 찾아보자.

ㄱ. $\begin{cases} x-y=4 \\ -2x+2y=8 \end{cases}$ 에서

$\dfrac{1}{-2}=\dfrac{-1}{2}\neq\dfrac{4}{8}$이므로 해가 없어.

ㄴ. $\begin{cases} x-2y=1 \\ 3x-6y=3 \end{cases}$ 에서

$\dfrac{1}{3}=\dfrac{-2}{-6}=\dfrac{1}{3}$이므로 해가 무수히 많아.

ㄷ. $\begin{cases} x+2y=1 \\ x-2y=3 \end{cases}$ 에서

$\dfrac{1}{1}\neq\dfrac{2}{-2}$이므로 해가 오직 하나 있어.

ㄹ. $\begin{cases} -3x+3y=1 \\ 6x-6y+3=0 \end{cases}$ 을 정리하면 $\begin{cases} -3x+3y=1 \\ 6x-6y=-3 \end{cases}$

$\dfrac{-3}{6}=\dfrac{3}{-6}\neq\dfrac{1}{-3}$이므로 해가 없어.

따라서 해가 없는 것은 ㄱ, ㄹ이야.

오|답|피|하|기

ㄷ의 경우 x계수의 비와 y계수의 비가 다르지? 해가 무수히 많은 경우와 해가 없는 경우 모두 이 두 가지는 x, y의 계수의 비가 늘 같지만 연립방정식에서 두 미지수 앞에 붙은 계수의 비가 다르면 연립방정식은 유일한 해를 가지게 돼. 연립일차방정식의 해는 해가 무수히 많거나 해가 오직 하나만 있거나 해가 없는 경우 세 가지 뿐이야. 즉, 연립일차방정식에서는 계수의 비만 가지고도 해가 몇 개가 될지 계산할 수 있어.

089 답 ①

연립방정식 $\begin{cases} ax+by=1 \\ bx-ay=8 \end{cases}$ 의 해가 $x=3$, $y=2$이므로 대입하면

$\begin{cases} 3a+2b=1 & \cdots ㉠ \\ -2a+3b=8 & \cdots ㉡ \end{cases}$ 이 돼.

㉠$\times 2+$㉡$\times 3$을 하면

$13b=26 \qquad \therefore b=2$

이것을 ㉠에 대입하면

$3a+4=1 \qquad \therefore a=-1$

$\therefore a+b=-1+2=1$

090 답 ④

$ax+by=bx-ay+7=3$을 다음과 같이 나누자.

연립방정식 $\begin{cases} ax+by=3 \\ ax+by=bx-ay+7 \end{cases}$ 의 해가 $x=-1$, $y=2$이므로

각각 대입하면 $\begin{cases} -a+2b=3 & \cdots ㉠ \\ a+3b=7 & \cdots ㉡ \end{cases}$ 이 돼.

㉠$+$㉡을 하면 $5b=10 \qquad \therefore b=2$

이것을 ㉠에 대입하면

$-a+4=3 \qquad \therefore a=1$

$\therefore a+b=1+2=3$

091 답 -15

연립방정식 $\begin{cases} (a-1)x-by=1 \\ 4bx-(a+1)y=-1 \end{cases}$ 의 해가 $x=-\dfrac{1}{4}$, $y=\dfrac{2}{3}$이므로

각각 대입하면

$\begin{cases} -\dfrac{a-1}{4}-\dfrac{2}{3}b=1 \\ -b-\dfrac{2}{3}(a+1)=-1 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} -3a-8b=9 & \cdots ㉠ \\ 2a+3b=1 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 2+$㉡$\times 3$을 하면 $-7b=21 \qquad \therefore b=-3$

이것을 ㉡에 대입하면 $2a-9=1$, $2a=10 \qquad \therefore a=5$

$\therefore ab=5\times(-3)=-15$

092 답 1

x와 y의 값의 비가 $1:2$이므로

$x:y=1:2 \qquad \therefore y=2x \cdots ㉠$

$\begin{cases} 3x-ay=2 & \cdots ㉡ \\ 2x+y=8 & \cdots ㉢ \end{cases}$ 에서

㉠을 ㉢에 대입하면 $2x+2x=8$, $4x=8 \qquad \therefore x=2$

이것을 ㉠에 대입하면 $y=4$

따라서 $x=2$, $y=4$를 ㉡에 각각 대입하면

$6-4a=2$, $-4a=-4 \qquad \therefore a=1$

093 답 ③

$\begin{cases} ax+2y=8 \\ 4x-ay=4 \end{cases}$ 를 만족시키는 x, y의 값이 같으므로 $x=y$

이를 위 연립방정식에 각각 대입하면

$\begin{cases} ax+2x=8 & \cdots ㉠ \\ 4x-ax=4 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$+$㉡을 하면 $6x=12 \qquad \therefore x=2$

이것을 ㉠에 대입하면

$2a+4=8 \qquad \therefore a=2$

094 답 -5

$\begin{cases} ax-2y=-1 & \cdots ㉠ \\ 2x-y=4 & \cdots ㉡ \end{cases}$ 를 만족시키는 x의 값이 y의 값보다 3만큼 크므로 $x=y+3 \cdots ㉢$

이것을 ㉡에 대입하면 $2(y+3)-y=4 \qquad \therefore y=-2$

이것을 ㉢에 대입하면 $x=1$

$x=1$, $y=-2$를 ㉠에 각각 대입하면 $a+4=-1$

$\therefore a=-5$

095 답 ①

$3^x\times 9^y=3^x\times(3^2)^y=3^x\times 3^{2y}=3^{x+2y}$이고, $27^2=(3^3)^2=3^6$이므로

$x+2y=6 \cdots ㉠$

이때, 연립방정식 $\begin{cases} 3x+2y=10 & \cdots ㉡ \\ 5x-ky=8 & \cdots ㉢ \end{cases}$ 의 해 (x, y)가 ㉠을 만족시키므로 ㉠$-$㉡을 하면 $-2x=-4 \qquad \therefore x=2$

이것을 ㉠에 대입하면 $2+2y=6 \qquad \therefore y=2$

$x=2$, $y=2$를 ㉢에 각각 대입하면

$5\times 2-k\times 2=8$, $10-2k=8 \qquad \therefore k=1$

096 답 15

두 연립방정식

$\begin{cases} x-y=7 & \cdots ㉠ \\ x-2y=a & \cdots ㉡ \end{cases}$, $\begin{cases} 3x+y=9 & \cdots ㉢ \\ bx+2y=14 & \cdots ㉣ \end{cases}$ 의 해가 같으므로

두 상수 a, b가 없는 ㉠과 ㉢의 해를 구하면 돼.

y를 소거하기 위하여 ㉠+㉢을 하면

$4x=16$ $\therefore x=4$

이것을 ㉠에 대입하면

$4-y=7$ $\therefore y=-3$

이렇게 구한 해를 각각 ㉡과 ㉣의 식에 대입하자.

㉡에서 $4-2\times(-3)=a$ $\therefore a=10$

㉣에서 $4b+2\times(-3)=14$

$4b=20$ $\therefore b=5$

$\therefore a+b=15$

097 답 ①

두 연립방정식

$ax-by+10=2x+7y-30=4$,

$x-3y+19=6x+ay=10$

을 다음과 같이 두 연립방정식으로 표현할 수 있지?

$\begin{cases} ax-by=-6 \\ 2x+7y=34 \end{cases}$, $\begin{cases} x-3y=-9 \\ 6x+ay=10 \end{cases}$

여기서 두 상수 a, b가 없는 연립방정식

$\begin{cases} 2x+7y=34 & \cdots ㉠ \\ x-3y=-9 & \cdots ㉡ \end{cases}$ 의 해를 구하자.

x를 소거하기 위하여 ㉠−㉡×2를 하면

$13y=52$ $\therefore y=4$

이것을 ㉡에 대입하면

$x-12=-9$ $\therefore x=3$

이제 $x=3$, $y=4$를 두 상수 a, b가 있는 연립방정식

$\begin{cases} ax-by=-6 \\ 6x+ay=10 \end{cases}$ 에 각각 대입하면 $\begin{cases} 3a-4b=-6 & \cdots ㉢ \\ 18+4a=10 & \cdots ㉣ \end{cases}$

㉣에서 $4a=-8$ $\therefore a=-2$

이것을 ㉢에 대입하면

$-6-4b=-6$ $\therefore b=0$

따라서 a, b의 순서쌍 (a, b)는 $(-2, 0)$이야.

098 답 −6

두 연립방정식

$\begin{cases} ax-by=3 \\ \dfrac{2}{x}+\dfrac{6}{y}=-1 \end{cases}$, $\begin{cases} ax+by=5 \\ \dfrac{4}{x}-\dfrac{3}{y}=3 \end{cases}$

에서 두 상수 a, b가 없는 연립방정식의 해를 구하자.

$\dfrac{1}{x}=A$, $\dfrac{1}{y}=B$라 하면

$\begin{cases} \dfrac{2}{x}+\dfrac{6}{y}=-1 \\ \dfrac{4}{x}-\dfrac{3}{y}=3 \end{cases}$ 에서

$\begin{cases} 2A+6B=-1 & \cdots ㉠ \\ 4A-3B=3 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$A=\dfrac{1}{2}$, $B=-\dfrac{1}{3}$ $\therefore x=2, y=-3 \cdots ㉢$

$ax-by=3$과 $ax+by=5$에 ㉢을 각각 대입하면

$\begin{cases} 2a+3b=3 & \cdots ㉣ \\ 2a-3b=5 & \cdots ㉤ \end{cases}$

㉣, ㉤을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=-\dfrac{1}{3}$

$\therefore \dfrac{a}{b}=a\div b=2\div\left(-\dfrac{1}{3}\right)=2\times(-3)=-6$

099 답 ⑤

$y=-5$를 $2x+y=3$에 대입하면 $x=4$

즉, 잘못 보고 풀어서 구한 해가 $x=4$, $y=-5$이므로

$x-y=4-(-5)=9$

따라서 6을 9로 잘못 보았어.

100 답 ②

$\begin{cases} ax-3y=8 & \cdots ㉠ \\ 3x+by=-1 & \cdots ㉡ \end{cases}$ 에서 승호는 a를 잘못 보고 풀었으므로 ㉡은 바르게 본 거야.

구한 해 $x=-3$, $y=4$를 ㉡에 각각 대입하면

$-9+4b=-1$ $\therefore b=2$

시목이는 b를 잘못 보고 풀었으므로 ㉠은 바르게 본 거야.

구한 해 $x=7$, $y=2$를 ㉠에 각각 대입하면

$7a-6=8$ $\therefore a=2$

주어진 연립방정식에 $a=2$, $b=2$를 각각 대입하면

$\begin{cases} 2x-3y=8 & \cdots ㉢ \\ 3x+2y=-1 & \cdots ㉣ \end{cases}$

y를 소거하기 위하여 ㉢×2+㉣×3을 하면

$13x=13$ $\therefore x=1$

$x=1$을 ㉢(또는 ㉣)에 대입하면

$2-3y=8$, $3y=-6$ $\therefore y=-2$

따라서 $p=1$, $q=-2$이므로 $p+q=1+(-2)=-1$

오|답|피|하|기

잘못 보고 푼 경우가 나오는 문제에서 주의해야 할 점은 무엇을 잘못 보았고 무엇을 제대로 보았는지를 구분하는 거야. 문제의 조건은 주로 잘못 본 것들을 알려 주므로 그 부분을 빼고는 모두 제대로 보고 풀었다는 것을 생각하자. 이런 유형은 문제 속에 나온 실수를 똑같이 반복하거나 거꾸로 바르게 보고 푼 부분을 공략하는 것이 필요해.

101 답 −2

$\begin{cases} ax+by=-5 & \cdots ㉠ \\ 5x+cy=7 & \cdots ㉡ \end{cases}$ 에서 옳은 해 $x=3$, $y=4$는 ㉠, ㉡의 등식을 각각 만족시키겠지?

$x=3$, $y=4$를 ㉠에 각각 대입하면 $3a+4b=-5 \cdots ㉢$

또, $x=3$, $y=4$를 ㉡에 각각 대입하면

$15+4c=7$, $4c=-8$ $\therefore c=-2$

㉠은 c를 잘못 보고 푼 해 $x=0$, $y=1$도 만족시키므로

$a\times0+b\times1=-5$ $\therefore b=-5$

이것을 ㉢에 대입하면 $3a-20=-5$

$3a=15$ $\therefore a=5$

$\therefore a+b+c=5+(-5)+(-2)=-2$

F

잘 틀리는 유형 훈련+1up

p. 114

102 답 ㄱ, ㄴ, ㄹ

1st x, y에 대한 일차방정식인 것은 $ax+by+c=0$인데 $a\neq0$, $b\neq0$이 되어야 한다는 것에 주의해.

ㄱ. $x=2y-3 \Rightarrow x-2y+3=0$에서 x, y의 계수가 0이 아니므로 x, y에 대한 일차방정식이야.

ㄴ. $4x-3y=0$은 x, y의 계수가 0이 아니므로 x, y에 대한 일차방정식이야.

ㄷ. $\frac{1}{x}+y-5=0$에서 $\frac{1}{x}$은 x에 대한 일차식이 아니지?

ㄹ. $\frac{x}{4}-\frac{y}{7}=6$은 x, y의 계수가 0이 아니므로 x, y에 대한 일차방정식이야.

ㅁ. $xy-y+2=0$에서 xy는 이차식이야.

ㅂ. $y=2x^2-5$에서 x^2은 이차식이야.

따라서 x, y에 대한 일차방정식은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이야.

오답피하기

ㄷ에서 $\frac{1}{x}$의 차수를 1로 잘못 알아서 일차방정식으로 오해할 수도 있어. ㄷ을 알았다고 하더라도 ㄹ에서 분수 꼴이 나오니까 x, y에 대한 일차방정식이 아니라고 착각할 수도 있고. 또, ㅁ은 x, y 각각은 일차지만 xy는 x의 1차, y의 1차가 곱해진 것이므로 이차식이야. 차수의 개념을 정확히 알아야 해. 어떤 문자의 차수는 문자가 얼마나 많이 거듭 곱해졌느냐로 따지는 거야. 만약 x에 대한 일차방정식을 따지는 거라면 ㅁ은 x에 대한 일차방정식이 될 수 있어. 왜냐하면 y를 변수로 취급하지 않기 때문이지. 그런데 보통 아무 말이 없으면 y도 변수로 취급하니까 특정한 말이 있느냐, 없느냐에 따라 달라.

103 답 4

1st x, y에 대한 일차방정식인 것은 $ax+bx+c=0$인데 $a\neq0$, $b\neq0$이 되어야 한다는 것에 주의해.

x, y에 대한 방정식 $(a-1)x+2y+3=3x-y+1$을 먼저 정리해 보자.

$(a-1)x+2y+3-3x+y-1=0$ $\quad\therefore (a-4)x+3y+2=0$

이것이 x, y에 대한 일차방정식이므로 $a-4\neq0$

$\therefore a\neq4$

따라서 상수 a의 값은 4만 아니면 돼.

104 답 ④

1st $x+3y=15$를 만족시키는 x, y의 값을 표로 나타내 보자.

$x+3y=15$에서 $x=15-3y$이므로 자연수 y의 값을 먼저 생각해 보자.

x	12	9	6	3	0	…
y	1	2	3	4	5	…

2nd x, y의 값이 자연수임을 잊지 말자.

표에서 x, y의 값이 자연수인 것을 찾아 방정식 $x+3y=15$의 해를 구하면 $(12, 1)$, $(9, 2)$, $(6, 3)$, $(3, 4)$로 모두 4개야.

오답피하기

$x+3y=15$를 만족시키는 해는 무수히 많기 때문에 그냥 해를 구한다는 것은 아무 의미가 없어. 하지만 x, y의 값이 자연수라는 제약 조건이 있어서 답을 구할 수 있는 거야.
자주 나오는 유형이므로 푸는 방법을 잘 익혀 두자.

105 답 ②

1st $2x+y=7$을 만족시키는 x, y의 값을 표로 나타내 보자.

$2x+y=7$에서 $y=7-2x$이므로 자연수 x의 값을 먼저 생각해 보자.

x	1	2	3	4	5	…
y	5	3	1	-1	-3	…

2nd x, y의 값이 자연수임을 잊지 말자.

표에서 x, y의 값이 자연수인 것을 찾아 방정식 $2x+y=7$의 해를 구하면 $(1, 5)$, $(2, 3)$, $(3, 1)$로 3개야.

106 답 ③

1st 주어진 식이 x, y의 값에 관계없이 등식이 성립한다니까 특정한 값을 대입해도 등식이 성립하겠지?

등식 $(2a+3b)x+(3a-4b)y=16x-10y$는 x, y의 값에 관계없이 등식이 성립하므로 특정한 수를 대입하여 식을 구하자.

(i) $x=1$, $y=0$을 대입하면 $2a+3b=16$ ⋯ ㉠

(ii) $x=0$, $y=1$을 대입하면 $3a-4b=-10$ ⋯ ㉡

2nd 연립방정식을 풀어 a, b의 값을 각각 구하자.

a를 소거하기 위하여 ㉠×3−㉡×2를 하면 $17b=68$ $\quad\therefore b=4$

이것을 ㉠에 대입하면 $2a+12=16$, $2a=4$ $\quad\therefore a=2$

$\therefore a+b=6$

오답피하기

문자가 복잡하게 얽혀 있는 식을 그냥 풀기는 어려워. 조건에서 x, y의 값에 관계없이 등식이 성립한다는 것에 신경을 쓰지 않는다면 실마리를 찾을 수 없는 거야.
이렇게 변수와 관계없이 등식이 성립하는 것을 항등식이라 하지. 어떤 특정한 수에 대해서만 등식이 성립하는 방정식과 비교할 수 있을 거야.
항등식은 문제 속에 '~와 관계없이 항상 등식이 성립', '모든 ~에 대하여 등식이 성립', '~은 항등식~'이라는 말이 들어 있어서 구별은 어렵지 않아. 이런 표현은 고등학교에서도 자주 등장하는 거니까 반드시 익혀 둬.

107 답 ②

1st 주어진 식이 모든 x, y에 대하여 항상 성립하는 등식이니까 특정한 값을 대입해도 등식이 성립하겠지?

등식 $(-3a+1)x+(6b+3)y=(6-2b)x+(4-5a)y$는 모든 x, y의 값에 대하여 항상 성립하므로 특정한 수를 대입하여 식을 구하자.

(i) $x=1$, $y=0$을 대입하면 $-3a+1=6-2b$

$\quad\therefore -3a+2b=5$ ⋯ ㉠

(ii) $x=0$, $y=1$을 대입하면 $6b+3=4-5a$

$\quad\therefore 5a+6b=1$ ⋯ ㉡

2nd a, b에 대한 연립방정식을 풀자.

b를 소거하기 위하여 ㉠×3−㉡을 하면 $-14a=14$ $\quad\therefore a=-1$

이것을 ㉠에 대입하면 $3+2b=5$, $2b=2$ $\quad\therefore b=1$

$\therefore ab=-1$

108 답 ②

1st 괄호가 있는 방정식을 간단히 정리하자.

$\begin{cases} 2(x-y)+7=2-5y \\ 3x-(x+2y)=5 \end{cases}$ 에서 $\begin{cases} 2x+3y=-5 & \cdots ㉠ \\ 2x-2y=5 & \cdots ㉡ \end{cases}$

2nd 정리한 연립일차방정식의 해를 구하자.

x를 소거하기 위하여 ㉠－㉡을 하면 $5y=-10$　∴ $y=-2$

$y=-2$를 ㉡에 대입하여 풀면 $x=\frac{1}{2}$

따라서 $a=\frac{1}{2}$, $b=-2$이므로 $2a+b=-1$

오답피하기

음의 부호의 분배를 제대로 하지 않으면 계산이 엉뚱하게 나오게 돼. 항상 주의하자. 그리고 이 문제에서 또 하나 주의할 사항은 연립일차방정식의 풀이야. 가감법을 주로 사용하는데 소거할 문자를 먼저 정하는 게 우선이야. 이 문제에서 y를 소거하기 위해서

㉠$\times 2+$㉡$\times 3$을 하면 $10x=5$에서 $x=\frac{1}{2}$

이것을 ㉠(또는 ㉡)에 대입하면 $y=-2$

이렇게 풀어야 하는데 복잡해지지? 그러니까 소거할 항을 선택하는 요령은, 계수를 비교하여 어떤 한 문자의 계수가 다른 식의 계수의 배수가 되는 문자를 선택하는 거야.

109 답 ④

1st 괄호가 있는 방정식을 간단히 정리하자.

$\begin{cases} 2(x-y)+(x-3y)=7 \\ 4x-3(x-2y)=10 \end{cases}$ 에서 $\begin{cases} 3x-5y=7 & \cdots ㉠ \\ x+6y=10 & \cdots ㉡ \end{cases}$

2nd 정리한 연립일차방정식의 해를 구하자.

㉠－㉡$\times 3$을 하면 $-23y=-23$　∴ $y=1$

$y=1$을 ㉡에 대입하여 풀면 $x+6=10$　∴ $x=4$

따라서 $a=4$, $b=1$이므로 $ab=4$

110 답 ①

1st x, y의 순서쌍 (m, n), (s, t)가 $ax+by=c$의 해이면 $am+bn=c$, $as+bt=c$ 모두 성립해.

순서쌍 $(1, -4)$, $(2, -6)$이 일차방정식 $ax+by=2$의 해이므로 각각 $ax+by=2$에 대입하면

$\begin{cases} a-4b=2 & \cdots ㉠ \\ 2a-6b=2 & \cdots ㉡ \end{cases}$

2nd 연립일차방정식을 풀자.

a를 소거하기 위하여 ㉠$\times 2-$㉡을 하면 $b=-1$

$b=-1$을 ㉠에 대입하면 $a+4=2$　∴ $a=-2$

∴ $a+b=-2+(-1)=-3$

111 답 ③

1st x, y의 순서쌍 (m, n), (s, t)가 $ax+by=c$의 해이면 $am+bn=c$, $as+bt=c$ 모두 성립해.

순서쌍 $(2, -2)$, $\left(\frac{1}{3}, 3\right)$이 일차방정식 $ax+by=4$의 해이므로

각각 이를 $ax+by=4$에 대입하면

$\begin{cases} 2a-2b=4 \\ \frac{1}{3}a+3b=4 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} a-b=2 & \cdots ㉠ \\ a+9b=12 & \cdots ㉡ \end{cases}$

2nd 연립일차방정식을 풀자.

a를 소거하기 위해 ㉠－㉡을 하면 $-10b=-10 \Rightarrow b=1$

$b=1$을 ㉠에 대입하면 $a-1=2$　∴ $a=3$

∴ $ab=3\times 1=3$

112 답 $x=4$, $y=-1$

1st 연립일차방정식 $\begin{cases} y=2x-1 \\ 3x+2y=12 \end{cases}$ 의 해부터 구하자.

$\begin{cases} y=2x-1 & \cdots ㉠ \\ 3x+2y=12 & \cdots ㉡ \end{cases}$ 에서 ㉠을 ㉡에 대입하면

$3x+2(2x-1)=12$, $3x+4x-2=12$, $7x=14$　∴ $x=2$

$x=2$를 ㉠에 대입하면 $y=4-1=3$

∴ $a=2$, $b=3$

즉, $\begin{cases} ax+by=5 \\ bx-ay=14 \end{cases}$ 를 정리하면 $\begin{cases} 2x+3y=5 & \cdots ㉢ \\ 3x-2y=14 & \cdots ㉣ \end{cases}$

㉢$\times 2+$㉣$\times 3$에서 $13x=52$　∴ $x=4$

$x=4$를 ㉢에 대입하면 $8+3y=5$　∴ $y=-1$

113 답 ①

1st 연립일차방정식 $\begin{cases} y=-2x+6 \\ 4x-3y=-8 \end{cases}$ 의 해부터 구하자.

$\begin{cases} y=-2x+6 \\ 2x+ay=-10 \end{cases}$ 의 해가 $4x-3y=-8$을 만족시키므로 두 일차방정식 $y=-2x+6$, $4x-3y=-8$의 해가 $2x+ay=-10$을 만족시켜.

즉, $\begin{cases} y=-2x+6 & \cdots ㉠ \\ 4x-3y=-8 & \cdots ㉡ \end{cases}$ 에서

㉠을 ㉡에 대입하면

$4x-3(-2x+6)=-8$, $4x+6x-18=-8$, $10x=10$

∴ $x=1$

이것을 ㉠에 대입하면 $y=-2\times 1+6=4$

2nd 구한 해를 $2x+ay=-10$에 대입하자.

$x=1$, $y=4$를 $2x+ay=-10$에 각각 대입하면 $2+4a=-10$

∴ $a=-3$

114 답 ①

1st 조건에서 해의 y의 값이 x의 값의 3배이므로 x의 값을 k라 하면 y의 값은 $3k$로 놓을 수 있지?

$\begin{cases} 2x+3y=-22 & \cdots ㉠ \\ 4x+ay=4 & \cdots ㉡ \end{cases}$

y의 값은 x의 값의 3배이므로 $y=3x$를 ㉠에 대입하면

$2x+9x=-22$, $11x=-22$　∴ $x=-2$

$x=-2$를 ㉠에 대입하면 $y=-6$

2nd 해를 대입하면 등식이 성립하지?

구한 해를 ㉡에 대입하면 $-8-6a=4$, $-6a=12$

∴ $a=-2$

오답피하기

이 문제는 해의 관계식이 주어지고 미지수를 구하는 유형이야.

관계식을 세우지 못해서 틀리는 경우가 많아. 자주 나오는 것은 꼭 기억하자.

(1) y의 값이 x의 값의 k배이면 $y=kx$

(2) y의 값이 x의 값보다 b만큼 작으면 $y=x-b$

(3) x와 y의 값의 비가 $a : b$이면 $x : y=a : b \Rightarrow ay=bx$

F

115 답 ③

1st x의 값과 y의 값의 비가 $1:2$이므로 $y=2k$를 이용할 수 있지?

$$\begin{cases} ax-y=9 & \cdots ㉠ \\ -3x+4y=15 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

x의 값과 y의 값의 비가 $1:2$이므로 $y=2x$를 ㉡에 대입하면

$-3x+8x=15$

$5x=15 \qquad \therefore x=3$

$x=3$을 ㉡에 대입하면

$y=6$

2nd 해를 대입하면 등식이 성립하지?

구한 해를 ㉠에 대입하면

$3a-6=9$

$3a=15$

$\therefore a=5$

116 답 20

1st 순환소수로 표현된 계수를 분수로 나타내 보자.

$\begin{cases} 0.\dot{2}x+1.\dot{3}y=1.\dot{1} \\ 0.0\dot{1}x+0.0\dot{2}(y-7)=0.0\dot{3} \end{cases}$ 의 순환소수를 분수로 표현하면

$$\begin{cases} \dfrac{2}{9}x+\dfrac{12}{9}y=\dfrac{10}{9} & \cdots ㉠ \\ \dfrac{1}{90}x+\dfrac{2}{90}(y-7)=\dfrac{3}{90} & \cdots ㉡ \end{cases}$$

2nd 분수 계수를 정수 계수로 바꾸기 위해서 적당한 수를 곱하자.

㉠의 양변에 9를 곱하면

$2x+12y=10$이므로

$x+6y=5 \cdots ㉢$

㉡의 양변에 90을 곱하면

$x+2(y-7)=3$

$\therefore x+2y=17 \cdots ㉣$

㉢$-$㉣을 하면

$4y=-12 \qquad \therefore y=-3$

$y=-3$을 ㉢에 대입하면

$x+6\times(-3)=5 \qquad \therefore x=23$

따라서 $p=23$, $q=-3$이므로

$p+q=23+(-3)=20$

오|답|피|하|기

순환소수를 분수로 나타내는 방법 기억하지? 복습!

(1) 소수점 아래 첫째 자리에 순환마디가 있는 경우

전체의 수　정수 부분

$$a.\dot{b}c\dot{d}=\frac{abcd-a}{999}$$

순환마디 숫자 3개

(2) 소수점 아래 첫째 자리에 순환마디가 없는 경우

전체의 수　순환하지 않는 수

$$a.b\dot{c}\dot{d}=\frac{abcd-ab}{990}$$

순환마디 숫자 2개

순환하지 않는 숫자 1개

앞 단원에서 배운 것은 반드시 또 이용되니까 잊지 말자.

117 답 $x=7$, $y=-1$

1st 순환소수로 표현된 계수를 분수로 나타내 보자.

$$\begin{cases} 0.\dot{3}x+1.\dot{5}y=0.\dot{7} & \cdots ㉠ \\ 0.\dot{1}x-0.\dot{4}y=1.\dot{2} & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠의 계수를 분수로 바꾸면

$\dfrac{3}{9}x+\dfrac{15-1}{9}y=\dfrac{7}{9}$이므로

$\dfrac{3}{9}x+\dfrac{14}{9}y=\dfrac{7}{9}$

$\therefore 3x+14y=7 \cdots ㉢$

㉡의 계수를 분수로 바꾸면

$\dfrac{1}{9}x-\dfrac{4}{9}y=\dfrac{12-1}{9}$이므로

$\dfrac{1}{9}x-\dfrac{4}{9}y=\dfrac{11}{9}$

$\therefore x-4y=11 \cdots ㉣$

2nd 연립방정식을 풀기 위하여 적당한 수를 곱하자.

x를 소거하기 위하여 ㉢$-$㉣$\times 3$을 하면

$26y=-26 \qquad \therefore y=-1$

$y=-1$을 ㉣에 대입하면

$x+4=11 \qquad \therefore x=7$

118 답 $a=3$, $b=3$

1st a, b를 포함하지 않은 연립일차방정식으로 해를 구하자.

주어진 두 연립방정식 $\begin{cases} ax-by=-3 \\ 2x+7y=34 \end{cases}$, $\begin{cases} x-3y=-9 \\ 6x-ay=6 \end{cases}$ 의 해는

a, b를 포함하지 않은 연립방정식의 해와 같지?

$$\begin{cases} 2x+7y=34 & \cdots ㉠ \\ x-3y=-9 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

x를 소거하기 위하여 ㉠$-$㉡$\times 2$를 하면

$13y=52 \qquad \therefore y=4$

이것을 ㉡에 대입하면

$x-12=-9$

$\therefore x=3$

2nd a, b를 포함한 연립일차방정식으로 a, b의 값을 각각 구하자.

$x=3$, $y=4$를 $6x-ay=6$에 각각 대입하면

$18-4a=6$

$\therefore a=3$

$ax-by=-3$에 $a=3$, $x=3$, $y=4$를 각각 대입하면

$9-4b=-3$

$\therefore b=3$

오|답|피|하|기

이런 유형의 문제를 어려워하는 경향이 있어.

우선 두 연립방정식이 있다는 것이 어렵게 보이지?

그리고 미지수의 개수가 네 개나 되기 때문에 쉽게 풀 생각을 못 하지. 하지만 원리는 간단해.

연립방정식의 해가 같으니까 4개의 일차방정식 중에서 어떤 두 일차방정식을 묶어도 같은 해가 나오게 된다는 원리가 숨어 있어.

미지수 a, b가 없는 식으로 연립방정식을 만들어 구한 해 x, y의 값을 미지수 a, b가 있는 식에 대입해도 성립하는 거야.

119 답 ②

1st a, b를 포함하지 않은 연립일차방정식으로 해를 구하자.

주어진 두 연립방정식의 괄호를 풀어서 정리하면

$\begin{cases} 3(x-y)-2y=7 \\ ax+y=b \end{cases}$ 에서 $\begin{cases} 3x-5y=7 \\ ax+y=b \end{cases}$

$\begin{cases} 2x+3by=a \\ 4x-3(x-2y)=10 \end{cases}$ 에서 $\begin{cases} 2x+3by=a \\ x+6y=10 \end{cases}$

정리한 두 연립방정식의 해는 a, b를 포함하지 않은 다음 연립방정식의 해와 같지?

$\begin{cases} 3x-5y=7 & \cdots ㉠ \\ x+6y=10 & \cdots ㉡ \end{cases}$

x를 소거하기 위하여 ㉠$-$㉡$\times 3$을 하면

$-23y=-23 \qquad \therefore y=1$

이것을 ㉡에 대입하면

$x+6=10 \qquad \therefore x=4$

2nd a, b를 포함한 연립방정식으로 a, b의 값을 각각 구하자.

$x=4$, $y=1$을 각각 $ax+y=b$에 대입하면 $4a+1=b$ $\cdots$ ㉢

$2x+3by=a$에 대입하면 $8+3b=a$ $\cdots$ ㉣

㉢을 ㉣에 대입하면

$8+3(4a+1)=a,\ 11a=-11 \qquad \therefore a=-1$

이것을 ㉢에 대입하면 $-4+1=b \qquad \therefore b=-3$

$\therefore ab=3$

120 답 -18

1st 연립방정식을 x, y에 대한 항은 좌변에 오도록 정리하자.

$\begin{cases} 2x+ay=y+3 & \cdots ㉠ \\ bx-4y=-2x-6 & \cdots ㉡ \end{cases}$ 에서 ㉠과 ㉡의 식을 정리하자.

$\begin{cases} 2x+(a-1)y=3 & \cdots ㉢ \\ (b+2)x-4y=-6 & \cdots ㉣ \end{cases}$

2nd 연립방정식의 해가 무수히 많다는 것은 계수의 비가 모두 같다는 걸 의미해.

㉢, ㉣에서 $\dfrac{2}{b+2}=\dfrac{a-1}{-4}=\dfrac{3}{-6}$

(i) $\dfrac{a-1}{-4}=\dfrac{3}{-6}$에서

$a-1=-\dfrac{3}{6}\times(-4)$

$a-1=2 \qquad \therefore a=3$

(ii) $\dfrac{2}{b+2}=\dfrac{3}{-6}$에서

$2\times\left(-\dfrac{6}{3}\right)=b+2 \qquad \therefore b=-6$

$\therefore ab=-18$

오|답|피|하|기

이 문제를 단순히 다음과 같이 푸는 실수를 할 수 있어.

$\dfrac{2}{b}=\dfrac{a}{-4}=\dfrac{y+3}{-2x-6}$

$\dfrac{2}{b}=\dfrac{a}{-4}$에서 $ab=-8$

이렇게 풀었다면 제대로 실수한 거야.

x, y에 대한 항을 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하여 정리한 후 위의 식과 같은 방법을 적용해야해.

121 답 ②

1st 연립방정식을 x, y에 대한 항은 좌변에 오도록 정리하자.

주어진 연립방정식을 정리하면

$\begin{cases} (2a-1)x+y=5 & \cdots ㉠ \\ 2x-3y=b & \cdots ㉡ \end{cases}$

2nd 연립방정식의 해가 무수히 많다는 것은 모든 계수의 비가 같다는 걸 의미해.

㉠, ㉡에서 $\dfrac{2a-1}{2}=\dfrac{1}{-3}=\dfrac{5}{b}$

(i) $\dfrac{2a-1}{2}=\dfrac{1}{-3}$에서 $-6a+3=2$

$-6a=-1 \qquad \therefore a=\dfrac{1}{6}$

(ii) $\dfrac{1}{-3}=\dfrac{5}{b}$에서 $b=-3\times5=-15$

$\therefore 12a+b=12\times\dfrac{1}{6}+(-15)=-13$

122 답 1

1st 조건을 만족시키는 p, q의 값을 각각 찾자.

$\begin{cases} 4x+6y=-6 \\ ax-3y=b \end{cases}$ 의 해가 무수히 많으므로

$\dfrac{4}{a}=\dfrac{6}{-3}=\dfrac{-6}{b}$에서 $a=-2,\ b=3$

$\therefore p=-2,\ q=3$

한편, $a=-2$, $b\neq3$일 때는 해가 없으므로 $p=-2$, $q=3$

$\therefore p+q=-2+3=1$

[다른 풀이]

$\begin{cases} 4x+6y=-6 & \cdots ㉠ \\ ax-3y=b & \cdots ㉡ \end{cases}$ 에서

㉡$\times 2$를 하면 $2ax-6y=2b$ $\cdots$ ㉢

㉠$+$㉢을 하면 $(2a+4)x=2b-6$ $\cdots$ ㉣

㉣에서 $a=-2$이고 $b=3$이면 해는 무수히 많고

$a=-2$이고 $b\neq3$이면 해가 없으므로 $p=-2$, $q=3$

$\therefore p+q=-2+3=1$

123 답 ②

1st 연립방정식의 해가 없다는 것을 계수의 비로 나타낼 수 있지?

$\begin{cases} x+3y=2 \\ -2x-6y=k \end{cases}$ 의 해가 없으므로

$\dfrac{1}{-2}=\dfrac{3}{-6}\neq\dfrac{2}{k}$에서 $\dfrac{1}{-2}\neq\dfrac{2}{k}$

$\therefore k\neq-4$

124 답 -5

1st $x=-2$를 대입하여 y의 값을 구하자.

$x+y=-1$에 $x=-2$를 대입하면 $y=1$

2nd 잘못 본 수를 A라 하고 A에 대한 식을 구하자.

$x-3y=5$에서 잘못 본 수 5를 A라 하면 $x-3y=A$

3rd 잘못 본 수를 구하자.

$x=-2$, $y=1$을 $x-3y=A$에 각각 대입하면 $-2-3=A$

$\therefore A=-5$

F

125 답 $x=1$, $y=3$

1st a, b를 바꿔서 풀었다니까 잘못했던 식으로 바꿔서 생각하자.

$\begin{cases} ax+by=1 \\ bx+ay=-5 \end{cases}$를 푸는데 잘못해서 a, b를 바꾸어 풀었다니까

a, b를 바꾼 $\begin{cases} bx+ay=1 \\ ax+by=-5 \end{cases}$에 $x=3$, $y=1$을 각각 대입하면

$\begin{cases} a+3b=1 & \cdots ㉠ \\ 3a+b=-5 & \cdots ㉡ \end{cases}$

a를 소거하기 위하여 ㉠×3−㉡을 하면 $8b=8$ $\therefore b=1$

이것을 ㉠에 대입하면 $a+3=1$ $\therefore a=-2$

2nd 이제 처음 연립방정식의 해를 구하자.

즉, 처음 연립방정식은 $\begin{cases} -2x+y=1 & \cdots ㉢ \\ x-2y=-5 & \cdots ㉣ \end{cases}$이므로

y를 소거하기 위하여 ㉢×2+㉣을 하면 $-3x=-3$ $\therefore x=1$

이것을 ㉢에 대입하면 $-2+y=1$ $\therefore y=3$

따라서 처음 연립방정식의 해는 $x=1$, $y=3$이야.

서술형 다지기

문제편 p. 118

[126-127 채점기준표]

Ⅰ	주어진 순서쌍을 일차방정식에 각각 대입한다.	40%
Ⅱ	두 상수의 값을 모두 구한다.	40%
Ⅲ	$a+b$(또는 $a-b$)의 값을 모두 계산한다.	20%

126 답 6

먼저, 두 순서쌍을 일차방정식에 각각 대입하자.

두 순서쌍 $(3, -1)$과 $(-2, 1)$을 $2x+ay=b$에 각각 대입하면

$\begin{cases} 6-a=b & \cdots ㉠ \\ -4+a=b & \cdots ㉡ \end{cases}$ … Ⅰ

그다음, 두 상수 a, b의 값을 각각 구하자.

㉠−㉡을 하면 $10-2a=0$ $\therefore a=5$

$a=5$를 ㉠에 대입하면 $6-5=b$

$\therefore b=1$ … Ⅱ

그래서, $a+b$의 값을 구하자.

$\therefore a+b=5+1=6$ … Ⅲ

127 답 −1

먼저, 순서쌍 $(1, 2)$를 일차방정식 $x+ay=5$에 대입하여 상수 a의 값을 구하자.

일차방정식 $x+ay=5$에 $x=1$, $y=2$를 각각 대입하면

$1+2a=5$ $\therefore a=2$ … Ⅰ

그다음, 상수 b의 값을 구하자.

$x+ay=5$에 $a=2$를 대입하면 $x+2y=5$

또, $x+2y=5$에 $x=b$, $y=1$을 각각 대입하면

$b+2=5$ $\therefore b=3$ … Ⅱ

그래서, $a-b$의 값을 구하자.

$\therefore a-b=2-3=-1$ … Ⅲ

[128-129 채점기준표]

Ⅰ	비례식의 성질을 이용하여 식을 세운다.	30%
Ⅱ	두 미지수의 값을 구한다.	50%
Ⅲ	두 미지수의 값으로 최종으로 구해야 하는 상수의 값을 계산한다.	20%

128 답 −2

먼저, 비례식을 방정식의 꼴로 바꾸자.

$x : y=2 : 3$이므로 $3x=2y$

$\therefore x=\frac{2}{3}y$ … Ⅰ

그다음, x, y의 값을 각각 구하자.

$x-\frac{y}{3}=1$에 $x=\frac{2}{3}y$를 대입하면

$\frac{y}{3}=1$ $\therefore y=3$

$y=3$을 $x=\frac{2}{3}y$에 대입하면 $x=2$ … Ⅱ

그래서, m의 값을 구하자.

$x=2$, $y=3$을 $\frac{x}{2}-y=m$에 각각 대입하면 $1-3=m$

$\therefore m=-2$ … Ⅲ

129 답 8

먼저, 비례식을 방정식의 꼴로 바꾸자.

$a : b=3 : 5$이므로 $5a=3b$

$\therefore b=\frac{5}{3}a$ … Ⅰ

그다음, a, b의 값을 구하자.

$x=a$, $y=b=\frac{5}{3}a$를 $\frac{x-3}{3}=1-\frac{y}{5}$에 각각 대입하면

$\frac{a-3}{3}=1-\frac{5}{3}a\times\frac{1}{5}$, $a-3=3-a$

$2a=6$ $\therefore a=3$

$a=3$을 $b=\frac{5}{3}a$에 대입하면 $b=\frac{5}{3}\times3=5$ … Ⅱ

그래서, $a+b$의 값을 구하자.

$\therefore a+b=3+5=8$ … Ⅲ

130 답 $-\frac{3}{2}$

12와 18의 최대공약수는 6, 최소공배수는 36이므로

주어진 연립방정식의 해는 $x=6$, $y=36$이다. … Ⅰ

이 값을 방정식에 대입하면 $\begin{cases} 3a+12b=6 & \cdots ㉠ \\ 6a+12b=-2 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡에서 $a=-\frac{8}{3}$

이것을 ㉠에 대입하면 $b=\frac{7}{6}$ … Ⅱ

$\therefore a+b=-\frac{8}{3}+\frac{7}{6}=-\frac{3}{2}$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	x, y의 값을 각각 구한다.	40%
Ⅱ	두 상수 a, b의 값을 각각 구한다.	40%
Ⅲ	$a+b$의 값을 계산한다.	20%

131 답 $-\frac{2}{3}$

$\begin{cases} ax-2by=2 & \cdots ㉠ \\ 2x-5y-4=0 & \cdots ㉡ \end{cases}$, $\begin{cases} 2ax+by=4 & \cdots ㉢ \\ 5x-y+13=0 & \cdots ㉣ \end{cases}$

에서 ㉡, ㉣을 연립하면 $x=-3$, $y=-2$이다. … Ⅰ

구한 x, y의 값을 ㉠, ㉢에 각각 대입하면 $\begin{cases} -3a+4b=2 \\ -6a-2b=4 \end{cases}$이고,

두 식을 연립하면 $a=-\frac{2}{3}$, $b=0$이다. … Ⅱ

$\therefore a-b=-\frac{2}{3}$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	x, y의 값을 각각 구한다.	40%
Ⅱ	두 상수 a, b의 값을 각각 구한다.	40%
Ⅲ	$a-b$의 값을 계산한다.	20%

132 답 6

$4x+2y+1=3x+y+2=-x+y-2$에서

$\begin{cases} 4x+2y+1=3x+y+2 \\ 3x+y+2=-x+y-2 \end{cases}$ … Ⅰ

이를 정리하면 $\begin{cases} x+y=1 \\ 4x=-4 \end{cases}$

이때, $4x=-4$에서 $x=-1$

이것을 $x+y=1$에 대입하면 $y=2$ … Ⅱ

즉, $ax+2y=-2$의 해가 $x=-1$, $y=2$이므로

$-a+4=-2$ $\therefore a=6$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	$A=B=C$ 꼴을 연립방정식 $\begin{cases} A=B \\ B=C \end{cases}$, $\begin{cases} A=B \\ A=C \end{cases}$, $\begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases}$ 중 하나로 정리한다.	20%
Ⅱ	x, y의 값을 각각 구한다.	40%
Ⅲ	상수 a의 값을 구한다.	40%

133 답 $-\frac{27}{4}$

$\begin{cases} 2x+2ay=9 & \cdots ㉠ \\ 4x-3y=2b & \cdots ㉡ \end{cases}$ 에서 해가 무수히 많을 조건은 모든 계수의 비가 같아야 한다. … Ⅰ

즉, 두 식이 같으면 되므로 두 식의 계수를 비교하자.

㉠×2를 하면 $4x+4ay=18$

$4a=-3$에서 $a=-\frac{3}{4}$, $2b=18$에서 $b=9$ … Ⅱ

$\therefore ab=-\frac{3}{4}\times 9=-\frac{27}{4}$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	해가 무수히 많이 존재할 조건을 찾는다.	40%
Ⅱ	두 상수 a, b의 값을 각각 구한다.	50%
Ⅲ	ab의 값을 계산한다.	10%

134 답 $\frac{10}{3}$

연립방정식 $\begin{cases} x+3y=7 & \cdots ㉠ \\ (a-3)x+y=4 & \cdots ㉡ \end{cases}$의 해가 없으려면 x, y의 계수의 비는 일치하고 상수항의 비는 다르면 된다. … Ⅰ

즉, $\frac{1}{a-3}=\frac{3}{1}\neq\frac{7}{4}$이면 주어진 연립방정식의 해가 존재하지 않는다. … Ⅱ

$\frac{1}{a-3}=\frac{3}{1}$에서 $3(a-3)=1$ $\therefore a=\frac{10}{3}$ … Ⅲ

[다른 풀이]

연립방정식의 해가 없으려면 두 일차방정식의 상수항이 다르고 나머지는 일치하면 된다.

우선 y의 계수를 같게 하기 위하여 ㉡×3을 하면

$3(a-3)x+3y=12$

이때, 상수항은 다르고 x의 계수는 같아야 하므로

$3(a-3)=1$ $\therefore a=\frac{10}{3}$

[채점기준표]

Ⅰ	해가 없을 조건을 찾는다.	30%
Ⅱ	조건을 만족시키는 방법을 설명한다.	40%
Ⅲ	상수 a의 값을 구한다.	30%

최고난도 만점 문제

p. 120

135 답 $a=1$, $b\neq-3$

1st 우선 주어진 식을 정리하자.

$x^2-y-2+3x=ax^2-2y-bx-1$에서

$(1-a)x^2+y+(3+b)x-1=0$

2nd 미지수가 2개인 일차방정식이 될 조건을 구하자.

이 식이 미지수가 2개인 일차방정식이 되려면

$1-a=0$, $3+b\neq0$

$\therefore a=1$, $b\neq-3$

오답피하기

미지수가 2개인 일차방정식의 꼴이 $ax+by+c=0(a\neq0,\ b\neq0)$이라는 것을 알고 있지? 그런데 문제에서는 $(1-a)x^2$이라는 이차항이 있어. 이 항이 없어야 일차방정식이 되니까 $1-a=0$이어야 하는 거야. 만약 그렇지 않으면 이 식은 x에 대한 이차식이 되겠지? 그리고 조건에 따라서 $3+b\neq0$이므로 $a=1$, $b\neq-3$이 되는 거야.

136 답 14개

1st 600원짜리 과자와 900원짜리 아이스크림의 개수를 각각 미지수로 놓고 식을 세우자.

600원짜리 과자를 x개, 900원짜리 아이스크림을 y개를 구매했다고 할 때, 구매한 가격이 9000원이므로

$600x+900y=9000$ $\therefore 2x+3y=30$

2nd $x+y$의 값이 최대가 되는 경우를 찾자.

이때, x, y는 자연수이므로 다음 표와 같이 나타낼 수 있다.

x	3	6	9	12
y	8	6	4	2
$x+y$	11	12	13	14

따라서 과자와 아이스크림은 합하여 최대 14개를 살 수 있어.

137 답 5

1st $\frac{1}{x}=A$, $\frac{1}{y}=B$라 놓고 A, B에 대한 연립방정식을 풀자.

$\frac{1}{x}=A$, $\frac{1}{y}=B$라 하면

연립방정식 $\begin{cases} 4A-3B=1 & \cdots ㉠ \\ 8A+9B=7 & \cdots ㉡ \end{cases}$을 얻을 수 있지?

A를 소거하기 위하여 ㉠$\times 2-$㉡을 하면

$-15B=-5 \qquad \therefore B=\frac{1}{3}=\frac{1}{y}$

이것을 ㉠(또는 ㉡)에 대입하면

$A=\frac{1}{2}=\frac{1}{x}$

2nd $x=\frac{1}{A}$, $y=\frac{1}{B}$을 이용하여 $a+b$의 값을 구해.

$x=\frac{1}{A}=2$, $y=\frac{1}{B}=3$이므로 $a=2$, $b=3$

$\therefore a+b=5$

138 답 $a=2$, $x=2$, $y=-1$

1st 우선 잘못 보아서 푼 결과를 이용하여 상수 a의 값을 구하자.

연립방정식 $\begin{cases} ax+y=3 & \cdots ㉠ \\ 3x-y=7 & \cdots ㉡ \end{cases}$에서 a를 잘못 보아서 푼 해가

$x=5$, $y=8$이므로 ㉠에 각각 대입하면

$5a+8=3$

$5a=-5 \qquad \therefore a=-1$

그런데 정확한 a의 값은 잘못 본 a의 값보다 3이 크므로 정확한 a의 값은 2지?

2nd 정확한 a의 값을 원래의 식에 대입하면 방정식의 해를 구할 수 있어.

$a=2$를 ㉠에 대입하여 해를 구해 보자.

$\begin{cases} 2x+y=3 & \cdots ㉢ \\ 3x-y=7 & \cdots ㉡ \end{cases}$

y를 소거하기 위하여 ㉡+㉢을 하면

$5x=10 \qquad \therefore x=2$

이 값을 ㉡에 대입하면

$6-y=7 \qquad \therefore y=-1$

$\therefore a=2$, $x=2$, $y=-1$

139 답 ②

1st $x=y=0$ 이외의 해를 갖는다는 것의 의미를 생각해.

연립방정식 $\begin{cases} ax+y=-y \\ -x-ay=x \end{cases}$를 정리하면

$\begin{cases} ax+2y=0 \\ -2x-ay=0 \end{cases}$

이 연립방정식이 $x=y=0$ 이외의 해를 갖는다니까 주어진 연립방정식의 해가 무수히 많다는 의미야.

즉, 해가 무수히 많으므로 $\frac{a}{-2}=\frac{2}{-a}$가 성립해.

$-a^2=-4$, $a^2=4$

$\therefore a=2$ ($\because a>0$)

G 연립일차방정식의 활용

개념 다지기 001~013 정답은 p. 5에 있습니다.

유형 다지기 학교시험+학력평가 p. 124

014 답 63

십의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 하면 처음 수는 $10x+y$지?

이때, 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자의 합이 9이므로

$x+y=9 \ \cdots ㉠$

또, 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 바꾼 수 $10y+x$가 처음 수보다 27이 작으므로

$10y+x=10x+y-27$, $9x-9y=27 \qquad \therefore x-y=3 \ \cdots ㉡$

㉠+㉡을 하면 $2x=12 \qquad \therefore x=6$

이것을 ㉠에 대입하면 $y=3$

따라서 처음 수는 63이야.

015 답 49

십의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 하면 구하는 수는 $10x+y$야.

이때, 일의 자리의 숫자가 십의 자리의 숫자의 2배보다 1이 크니까

$y=2x+1 \ \cdots ㉠$

또, 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 바꾼 수 $10y+x$는 처음 수보다 45가 크니까

$10y+x=10x+y+45$, $9y=9x+45 \qquad \therefore y=x+5 \ \cdots ㉡$

㉠을 ㉡에 대입하면 $2x+1=x+5 \qquad \therefore x=4$

이것을 ㉡에 대입하면 $y=9$

따라서 처음 수는 49야.

016 답 ⑤

십의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 하면

$\begin{cases} 2x=y+1 \\ 10y+x=10x+y+18 \end{cases}$에서 $\begin{cases} 2x-y=1 \\ x-y=-2 \end{cases}$

이 연립방정식의 해를 구하면 $x=3$, $y=5$

따라서 처음 수는 35야.

017 답 123

십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 각각 x, y라 하자.

$\begin{cases} 1+x+y=6 \\ 100+10y+x=100+10x+y+9 \end{cases}$에서 $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=-1 \end{cases}$

이 연립방정식의 해를 구하면 $x=2$, $y=3$

따라서 처음 수는 123이야.

018 답 어른 : 4명, 어린이 : 8명

어른의 수를 x명, 어린이의 수를 y명이라 하면

$\begin{cases} x+y=12 \\ 1200x+800y=11200 \end{cases}$

이 연립방정식의 해를 구하면 $x=4$, $y=8$이 돼.

따라서 어른은 4명, 어린이는 8명이 박물관에 들어갔어.

019 답 어른 : 5명, 어린이 : 5명

어린이 입장료는 어른 입장료에서 20 % 할인한 값이므로
$10000\times0.2=2000$(원) 할인이 되지.
즉, 어린이의 입장료는 $10000-2000=8000$(원)이야.
이때, 어른 수를 x명, 어린이 수를 y명이라 하면
$\begin{cases} x+y=10 \\ 10000x+8000y=90000 \end{cases}$
이 연립방정식의 해를 구하면 $x=5$, $y=5$
따라서 어른은 5명, 어린이도 5명 입장했어.

020 답 1200원

어른 1명의 입장료를 x원, 어린이 1명의 입장료를 y원이라 하면
$\begin{cases} 5x+3y=8400 \\ 3x+4y=6800 \end{cases}$
이 연립방정식의 해를 구하면 $x=1200$, $y=800$
따라서 어른 1명의 입장료는 1200원이야.

021 답 ③

1개에 500원, 700원인 아이스크림을 각각 x개, y개 샀다고 하면
$\begin{cases} x+y=25 \\ 500x+700y=15000-500 \end{cases}$
이 연립방정식의 해를 구하면 $x=15$, $y=10$
따라서 1개에 500원인 아이스크림을 15개 샀어.

022 답 지우개 : 300원, 샤프펜슬 : 800원

지우개 1개의 가격을 x원, 샤프펜슬 1자루의 가격을 y원이라 하면
$\begin{cases} 3x+2y=2500 \\ y=x+500 \end{cases}$
이 연립방정식의 해를 구하면 $x=300$, $y=800$
따라서 지우개는 1개에 300원, 샤프펜슬은 1자루에 800원이야.

023 답 초콜릿 : 400원, 껌 : 300원

초콜릿 1개의 가격을 x원, 껌 1통의 가격을 y원이라 하면
$\begin{cases} 3x+2y=1800 \\ 4x+3y=2500 \end{cases}$
이 연립방정식의 해를 구하면 $x=400$, $y=300$
따라서 초콜릿 1개의 가격은 400원, 껌 1통의 가격은 300원이야.

024 답 ③

사과 1개의 가격을 x원, 배 1개의 가격을 y원이라 하면
$\begin{cases} 4x+2y=5000 \\ y=x+1000 \end{cases}$
이 연립방정식의 해를 구하면 $x=500$, $y=1500$
따라서 배 1개의 값은 1500원이야.

025 답 ④

닭의 수를 x마리, 토끼의 수를 y마리라 하면
$\begin{cases} x+y=30 \\ 2x+4y=84 \end{cases}$
이 연립방정식의 해를 구하면 $x=18$, $y=12$
따라서 닭은 18마리야.

026 답 11대

자전거 보관대에 두발자전거 x대와 네발자전거 y대가 있다고 하면
$\begin{cases} x+y=15 \\ 2x+4y=38 \end{cases}$
이 연립방정식의 해를 구하면 $x=11$, $y=4$
따라서 두발자전거는 모두 11대야.

027 답 ④

100원짜리 동전 x개와 500원짜리 동전 y개를 모두 합하면 22개이고, 총액이 7400원이므로
$\begin{cases} x+y=22 \\ 100x+500y=7400 \end{cases}$
이 연립방정식의 해를 구하면 $x=9$, $y=13$
$\therefore 2x-y=2\times9-13=5$

028 답 ①

삼각형의 개수를 x개, 사각형의 개수를 y개라 하면
$\begin{cases} x+y=9 \\ 3x+4y=32 \end{cases}$
이 연립방정식의 해를 구하면 $x=4$, $y=5$
따라서 삼각형은 4개를 만들 수 있어.

029 답 ④

올해 딸의 나이를 x살, 어머니의 나이를 y살이라 하면
$\begin{cases} x+y=60 \\ 3(x+2)=y+2 \end{cases}$ 에서 $\begin{cases} x+y=60 \\ 3x-y=-4 \end{cases}$
이 연립방정식의 해를 구하면 $x=14$, $y=46$
따라서 올해 어머니의 나이는 46살이야.

030 답 ②

현재 어머니의 나이를 x살, 아들의 나이를 y살이라 하면
$\begin{cases} x+y=54 \\ x-y=26 \end{cases}$
이 연립방정식의 해를 구하면 $x=40$, $y=14$
따라서 현재 아들의 나이는 14살이야.

031 답 ①

현재 아버지의 나이를 x살, 아들의 나이를 y살이라 하면
$\begin{cases} x-2=5(y-2)+6 \\ x+5=3(y+5)+4 \end{cases}$ 에서 $\begin{cases} x-5y=-2 \\ x-3y=14 \end{cases}$
이 연립방정식의 해를 구하면 $x=38$, $y=8$
따라서 현재 아버지는 38살, 아들은 8살이므로 나이의 합은 46살이야.

[다른 풀이]
현재 아들의 나이를 x살이라 하면
2년 전 아들의 나이는 $(x-2)$살
2년 전 아버지의 나이는 $\{5(x-2)+6\}$살
5년 후 아들의 나이는 $(x+5)$살
5년 후 아버지의 나이는 $\{3(x+5)+4\}$살
5년 후의 아버지의 나이와 2년 전의 아버지의 나이의 차는 7살이므로
$3(x+5)+4=\{5(x-2)+6\}+7$, $16=2x$ $\quad\therefore x=8$
현재 아버지의 나이는 $\{5(x-2)+6\}+2=38$
따라서 현재 아버지와 아들 나이의 합은 46살이야.

G

032 답 ①

맞힌 문제의 개수를 x개, 틀린 문제의 개수를 y개라 하면

$\begin{cases} x+y=15 \\ 8x-4y=84 \end{cases}$

이 연립방정식의 해를 구하면 $x=12$, $y=3$

따라서 성우가 맞힌 문제는 모두 12개야.

033 답 2점 슛 : 10개, 3점 슛 : 5개

2점 슛의 개수를 x개, 3점 슛의 개수를 y개라 하면

$\begin{cases} x-y=5 \\ 2x+3y=35 \end{cases}$

이 연립방정식의 해를 구하면 $x=10$, $y=5$

따라서 2점 슛 10개, 3점 슛 5개를 넣었어.

034 답 ⑤

맞힌 4점짜리 문제의 개수를 x개, 6점짜리 문제의 개수를 y개라 하면 모두 17문제를 맞히고 74점을 받으므로

$\begin{cases} x+y=17 \\ 4x+6y=74 \end{cases}$

이 연립방정식의 해를 구하면 $x=14$, $y=3$

따라서 4점짜리는 14문제 맞혔어.

035 답 4발

9점에 맞힌 개수를 x개, 10점에 맞힌 개수를 y개라 하자.

모두 10발을 쏘았고, 점수는 94점이므로

$\begin{cases} x+y=10 \\ 9x+10y=94 \end{cases}$

이 연립방정식의 해를 구하면 $x=6$, $y=4$

따라서 10점짜리는 4발을 맞추었어.

036 답 ②

소영이의 수학 점수를 x점, 지수의 수학 점수를 y점이라 하자.

소영이의 수학 점수가 지수보다 4점 높게 나왔고, 소영이와 지수의 평균 점수가 72점이므로

$\begin{cases} x-y=4 \\ \dfrac{x+y}{2}=72 \end{cases}$ 에서 $\begin{cases} x-y=4 \\ x+y=144 \end{cases}$

이 연립방정식의 해를 구하면 $x=74$, $y=70$

따라서 소영이의 수학 점수는 74점이야.

037 답 3

세 수 a, b, c의 평균이 9이므로

$\dfrac{a+b+c}{3}=9$에서 $a+b+c=27$ ⋯ ㉠

또, 두 수 b와 c의 평균이 12이므로

$\dfrac{b+c}{2}=12$에서 $b+c=24$ ⋯ ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면

$a+24=27$ $\therefore a=3$

038 답 $a=52$, $b=60$

세 수 32, a, b의 평균이 48이므로

$\dfrac{32+a+b}{3}=48$ $\therefore a+b=112$ ⋯ ㉠

그런데 b를 더 추가해서 네 수의 평균을 구했더니 51이므로

$\dfrac{32+a+b+b}{4}=51$ $\therefore a+2b=172$ ⋯ ㉡

㉡$-$㉠을 하면 $b=60$

이것을 ㉠에 대입하면 $a+60=112$ $\therefore a=52$

039 답 50

A 그룹의 사람 수는 B 그룹의 사람 수보다 10명이 더 많으므로

$a=b+10$ ⋯ ㉠

A와 B 그룹의 사람들의 키의 평균이 각각 160 cm, 165 cm이고, 두 그룹 사람들의 키의 평균이 162 cm이므로

$\dfrac{(\text{A와 B 그룹 전체의 키})}{(\text{A와 B 그룹의 사람 수의 합})}=\dfrac{160a+165b}{a+b}=162$

$160a+165b=162(a+b)$, $160a+165b=162a+162b$

$-2a+3b=0$ ⋯ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $-2(b+10)+3b=0$ $\therefore b=20$

㉠에 의하여 $a=30$

$\therefore a+b=30+20=50$

040 답 10

조건 (가)에 의하여 $3x+y=14$ ⋯ ㉠

조건 (나)에 의하여 $x=\dfrac{y}{4}$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=2$, $y=8$

$\therefore x+y=2+8=10$

041 답 12

$\begin{cases} x+y=21 & \cdots ㉠ \\ \dfrac{2x}{3}=y-1 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $y=21-x$ ⋯ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $\dfrac{2x}{3}=21-x-1$, $2x=60-3x$

$\therefore x=12$

042 답 ②

큰 수를 x, 작은 수를 y라 하면

$\begin{cases} x-y=64 \\ x=6y+9 \end{cases}$

이 연립방정식의 해를 구하면 $x=75$, $y=11$

따라서 두 자연수의 합은 $75+11=86$

043 답 10명

A 종목에서 상을 받은 사람을 x명, B 종목에서 상을 받은 사람을 y명이라 하면

$\begin{cases} x+y=30 & \cdots ㉠ \\ y=2x & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉡을 ㉠에 대입하면 $x+2x=30$, $3x=30$ $\therefore x=10$

따라서 A 종목에서 상을 받은 사람은 10명이야.

044 답 ⑤

형이 가진 돈을 x원, 동생이 가진 돈을 y원이라 하면

$$\begin{cases} x=3y & \cdots ㉠ \\ x-1000=2(y+1000)+500 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$3y-1000=2y+2500 \quad \therefore y=3500$

이것을 ㉠에 대입하면 $x=10500$

따라서 현재 형이 가진 돈은 10500원이야.

045 답 ③

처음 여학생의 수를 x명, 남학생의 수를 y명이라 하면

$$\begin{cases} 2(x-15)=y \\ x-15=5(y-45) \end{cases} \text{에서} \begin{cases} 2x-y=30 \\ x-5y=-210 \end{cases}$$

이 연립방정식의 해를 구하면 $x=40$, $y=50$

따라서 처음 도서관에서 공부하던 여학생은 40명이야.

046 답 태일 : 3회, 유선 : 4회

태일이가 이긴 횟수를 x회, 유선이가 이긴 횟수를 y회라 하면

$$\begin{cases} x+y=7 \\ 2x-y=2 \end{cases}$$

이 연립방정식의 해를 구하면 $x=3$, $y=4$

따라서 태일이는 3회, 유선이는 4회 이겼어.

047 답 A : 14회, B : 13회

A가 이긴 횟수를 x회, B가 이긴 횟수를 y회라 하면

$$\begin{cases} 2x-y=15 \\ -x+2y=12 \end{cases}$$

이 연립방정식의 해를 구하면 $x=14$, $y=13$

따라서 A는 14회, B는 13회 이겼어.

048 답 ④

영희가 이긴 횟수를 x회, 철수가 이긴 횟수를 y회라 하면

$$\begin{cases} x+y=55 \\ 3x-2y=3y-2x+25 \end{cases} \text{에서} \begin{cases} x+y=55 \\ x-y=5 \end{cases}$$

이 연립방정식의 해를 구하면 $x=30$, $y=25$

따라서 영희는 30회 이겼어.

049 답 7회

갑이 이긴 횟수를 x회, 을이 이긴 횟수를 y회라 하면

$$\begin{cases} x+y=12 \\ 2(3x-y)=3y-x \end{cases} \text{에서} \begin{cases} x+y=12 & \cdots ㉠ \\ 7x-5y=0 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$\times 5+$㉡을 하면 $12x=60 \quad \therefore x=5$

$x=5$를 ㉠에 대입하면

$5+y=12 \quad \therefore y=7$

따라서 을이 이긴 횟수는 7회야.

050 답 8 cm

사다리꼴의 아랫변의 길이를 x cm, 윗변의 길이를 y cm라 하면

$$\begin{cases} x=y+6 \\ \frac{1}{2}(x+y)\times 4=20 \end{cases} \text{에서} \begin{cases} x=y+6 & \cdots ㉠ \\ x+y=10 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠을 ㉡에 대입하면 $(y+6)+y=10$

$2y=4 \quad \therefore y=2$

이것을 ㉠에 대입하면 $x=8$

따라서 사다리꼴의 아랫변의 길이는 8 cm야.

051 답 가로 : 6 m, 세로 : 4 m

가로로 늘인 길이를 x m, 세로로 늘인 길이를 y m라 하면

$$\begin{cases} x=y+2 \\ 3(2+y)+2x=5\times(3\times 2) \end{cases} \text{에서} \begin{cases} x=y+2 & \cdots ㉠ \\ 2x+3y=24 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠을 ㉡에 대입하면 $2(y+2)+3y=24$

$5y=20 \quad \therefore y=4$

이것을 ㉠에 대입하면 $x=6$

따라서 가로는 6 m, 세로는 4 m씩 늘였어.

052 답 ⑤

작은 직사각형 1개의 가로의 길이와 세로의 길이를 각각 x cm, y cm라 하자.

가로의 길이가 $3x$ cm, 세로의 길이가 $4y$ cm인 큰 사각형은 정사각형이므로 $3x=4y \cdots ㉠$

또, 색칠한 작은 직사각형 1개의 둘레의 길이는 $2(x+y)$ cm이고, 이것이 6개가 있으므로

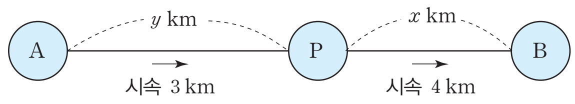
$6\times 2(x+y)=84 \quad \therefore x+y=7 \cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=4$, $y=3$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 $6\times(4\times 3)=72(\text{cm}^2)$

053 답 8 km

P와 B 지점 사이의 거리를 x km라 하고, A와 P 지점 사이의 거리를 y km라 하자.



$\therefore x+y=20 \cdots ㉠$

A 지점에서 P 지점을 거쳐 B 지점까지 걸어가는 데 6시간이 걸렸으므로 $\frac{y}{3}+\frac{x}{4}=6 \cdots ㉡$

㉠에서 $y=20-x$를 ㉡에 대입하면

$\frac{20-x}{3}+\frac{x}{4}=6$

양변에 12를 곱하면 $4(20-x)+3x=72$

$80-4x+3x=72 \quad \therefore x=8$

따라서 P 지점에서 B 지점까지의 거리는 8 km야.

054 답 ④

A와 P 지점 사이의 거리를 x km, P와 B 지점 사이의 거리를 y km라 하자.

A, B 두 지점 사이의 거리가 30 km이므로 $x+y=30 \cdots ㉠$

A 지점에서 P 지점까지 시속 4 km로 가므로 $\frac{x}{4}$시간이 걸리고,

P 지점에서 B 지점까지 시속 6 km로 가므로 $\frac{y}{6}$시간이 걸려서

총 7시간이 걸리니까

$\frac{x}{4}+\frac{y}{6}=7 \cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=24$, $y=6$

따라서 A 지점에서 P 지점까지의 거리는 24 km야.

G

055 답 ④

시속 10 km로 자전거를 타고 간 거리를 x km, 시속 4 km로 자전거를 끌고 간 거리를 y km라 하면 $x+y=12$ ⋯ ㉠

자전거를 타고 시속 10 km의 속력으로 간 시간은 $\frac{x}{10}$시간, 자전거를 끌고 시속 4 km의 속력으로 간 시간은 $\frac{y}{4}$시간이야.

이때, 30분, 즉 $\frac{1}{2}$시간을 쉬고, 다시 시속 8 km의 속력으로 되돌아온 시간은 $\frac{12}{8}=\frac{3}{2}$(시간)이야.

그런데 걸린 시간이 총 3시간 30분, 즉 $\frac{7}{2}$시간이므로

$\frac{x}{10}+\frac{y}{4}+\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=\frac{7}{2}$에서 $\frac{x}{10}+\frac{y}{4}=\frac{3}{2}$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=10$, $y=2$

따라서 시속 10 km로 자전거를 타고 간 거리는 10 km야.

056 답 ②

정지한 물에서의 유람선의 속력을 시속 x km, 강물의 속력을 시속 y km라 하자.

거리가 54 km인 강을 내려갈 때는 강물의 속력이 더해지므로 시속 $(x+y)$ km로 가고, 1시간 30분, 즉 $1\frac{30}{60}=\frac{3}{2}$(시간)이 걸렸으므로

$(x+y)\times\frac{3}{2}=54$, $3(x+y)=54\times2$ $\quad\therefore x+y=36$ ⋯ ㉠

또, 강을 올라갈 때는 강물의 속력 때문에 속력이 줄게 되므로 시속 $(x-y)$ km로 가고, 3시간이 걸렸으므로

$(x+y)\times3=54$, $3(x-y)=54$ $\quad\therefore x-y=18$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=27$, $y=9$

따라서 강물이 흐르는 속력은 시속 9 km야.

057 답 시속 4 km

정지한 물에서의 보트의 속력을 시속 x km, 강물의 속력을 시속 y km라 하자.

강을 내려갈 때는 시속 $(x+y)$ km의 속력으로 48 km의 거리를 2시간 만에 가므로

$2(x+y)=48$ $\quad\therefore x+y=24$ ⋯ ㉠

또, 강을 거슬러 올라갈 때는 시속 $(x-y)$ km의 속력으로 48 km의 거리를 3시간 만에 가므로

$3(x-y)=48$ $\quad\therefore x-y=16$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=20$, $y=4$

따라서 강물의 속력은 시속 4 km야.

058 답 ⑤

정지한 물에서의 배의 속력을 시속 x km, 강물의 속력을 시속 y km라 하자.

상류로 갈 때의 속력은 시속 $(x-y)$km, 하류로 갈 때의 속력은 시속 $(x+y)$km지?

상류에서 하류까지의 거리가 24 km이므로

$6\times(x-y)=24$, $6(x-y)=24$ $\quad\therefore x-y=4$ ⋯ ㉠

하류에서 상류까지의 거리가 24 km이므로

$4\times(x+y)=24$, $4(x+y)=24$ $\quad\therefore x+y=6$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=5$, $y=1$

따라서 배의 속력은 시속 5 km야.

059 답 기차의 속력 : 분속 300 m, 기차의 길이 : 100 m

기차의 속력을 분속 x m, 기차의 길이를 y m라 하자.

길이가 1400 m인 터널을 완전히 통과하는 데 5분이 걸리므로 기차가 터널을 완전히 통과할 때까지의 거리는

(터널의 길이)+(기차의 길이)$=1400+y$(m)

$\therefore 1400+y=5x$ ⋯ ㉠

또, 길이가 200 m인 철교를 완전히 통과하는 데 1분이 걸리므로 기차가 철교를 완전히 통과할 때까지의 거리는

(철교의 길이)+(기차의 길이)$=200+y$(m)

$\therefore 200+y=x$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=300$, $y=100$

따라서 이 기차의 속력은 분속 300 m, 기차의 길이는 100 m야.

060 답 ③

열차의 속력을 초속 x m, 길이를 y m라 하자.

길이가 570 m인 다리를 완전히 건너는 데 20초가 걸리므로

$570+y=20x$ ⋯ ㉠

또, 길이가 1170 m인 터널을 완전히 지나는 데 40초가 걸리므로

$1170+y=40x$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=30$, $y=30$

1시간은 60분이고, 1분은 60초이고, 30 m는 0.03 km이므로 초속 30 m는 시속 $0.03\times60\times60=108$(km)이야.

$\therefore$ (시간)$=\frac{(거리)}{(속력)}=\frac{351}{108}=3\frac{1}{4}=3+\frac{15}{60}$(시간)

따라서 서울에서 광주까지 3시간 15분이 걸려.

061 답 ⑤

다리의 길이를 x m, 화물열차의 속력을 초속 y m라 하자.

길이가 180 m인 화물열차가 다리를 완전히 지나가는 데 이동한 거리는 $(180+x)$ m이므로 $x+180=50y$ ⋯ ㉠

또, 길이가 120 m인 특급열차가 이 다리를 화물열차의 2배 속도로 23초 만에 통과하므로

$120+x=2y\times23$ $\quad\therefore x+120=46y$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=570$, $y=15$

따라서 다리의 길이는 570 m야.

[다른 풀이]

다리의 길이를 x m라 하자.

길이가 180 m인 화물열차가 다리를 완전히 지나가는 데 이동한 거리는 $(180+x)$ m이므로 속력은 초속 $\frac{180+x}{50}$ m

또한, 길이가 120 m인 특급열차가 이 다리를 화물열차의 2배 속도로 23초 만에 통과하므로

$120+x=\frac{180+x}{50}\times2\times23$ $\quad\therefore x=570$

따라서 다리의 길이는 570 m야.

062 답 ②

대휘와 서희가 도서관까지 가는 데 걸리는 시간을 각각 x분, y분이라 하자. 대휘가 출발하고 14분 후에 서희가 출발하여 동시에 도서관에 도착하니까 $x=y+14$ ⋯ ㉠

대휘는 분속 60 m의 속력으로, 서희는 분속 100 m의 속력으로 가고 대휘와 서희가 간 거리는 같으므로 $60x=100y$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=35$, $y=21$

따라서 대휘가 도서관까지 가는 데 걸리는 시간은 35분이야.

063 답 8분

동원이가 걸은 시간을 x분, 나영이가 달린 시간을 y분이라 하면
나영이가 동원이보다 22분 늦게 출발하였으니까
$x=y+22$ ⋯ ㉠
동원이와 나영이가 간 거리는 같으니까 $80x=300y$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=30$, $y=8$
따라서 나영이는 A제과점 앞에서 출발한 지 8분 후에 동원이를 만나게 돼.

064 답 32.79초

중학교 육상 선수가 달린 시간을 x초, 우사인 볼트가 달린 시간을 y초라 하자.
10초 후에 우사인 볼트가 달렸으므로 $x=y+10$ ⋯ ㉠
또, 우사인 볼트는 초속 10.44 m의 속력으로 달리고, 육상 선수는 초속 8 m의 속력으로 달렸으므로 $10.44y=8x$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=\frac{2610}{61}$, $y=\frac{2000}{61}$
따라서 우사인 볼트는 출발한 지 $\frac{2000}{61}=32.786\cdots\fallingdotseq32.79$(초)부터 중학교 육상 선수를 따라잡기 시작해.

065 답 1.6 km

견우가 뛰어온 거리를 x km, 직녀가 뛰어온 거리를 y km라 하자.
거리가 2.8 km 떨어져 있으므로 $x+y=2.8$ ⋯ ㉠
또, 견우는 시속 8km로, 직녀는 시속 6km로 뛰어서 만났으므로
$\frac{x}{8}=\frac{y}{6}$에서 $3x=4y$ $\therefore 3x-4y=0$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=1.6$, $y=1.2$
따라서 견우가 뛰어온 거리는 1.6 km야.

066 답 30 m

장난감 택시가 움직인 거리를 x m, 장난감 기차가 움직인 거리를 y m라 하면 두 장난감이 만날 때까지 움직인 거리의 합은 100 m이므로 $x+y=100$ ⋯ ㉠
또, A 지점에서 초속 3 m의 속력으로 움직이는 장난감 택시와 B 지점에서 초속 7 m의 속력으로 움직이는 장난감 기차가 만나는 시간은 같으므로
$\frac{x}{3}=\frac{y}{7}$, $7x=3y$ $\therefore 7x-3y=0$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=30$, $y=70$
따라서 장난감 택시가 움직인 거리는 30 m야.

067 답 ①

영배와 신영이의 걷는 속력을 각각 분속 x m, y m라 하자.
영배가 300 m를 걷는 동안 신영이는 200 m를 걸으므로
$x:y=300:200$, $200x=300y$ $\therefore 2x=3y$ ⋯ ㉠
또, 영배와 신영이가 서로 마주 보고 걸어서 12분만에 만났으므로
$12x+12y=1200$ $\therefore x+y=100$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=60$, $y=40$
따라서 영배의 속력이 분속 60 m이므로 1분 동안 걸은 거리는 60 m야.

[다른 풀이]

영배와 신영이의 속도의 비는 $300:200=3:2$야.
영배의 속도를 분속 $3a$ m, 신영이의 속도를 분속 $2a$ m라 하자.
12분 동안 영배가 걸은 거리는 $3a\times12$(m)이고, 신영이가 걸은 거리는 $2a\times12$(m)이므로
$3a\times12+2a\times12=1200$, $3a+2a=100$ $\therefore a=20$
따라서 영배가 1분 동안 걸은 거리는 $3\times20=60$(m)야.

068 답 1시간 30분

누나가 출발하고 동생과 만나는 데 걸린 시간을 x시간, 동생이 출발하고 누나와 만나는 데 걸린 시간을 y시간이라 하자.
누나가 집에서부터 서점으로 출발한 지 30분, 즉 $\frac{30}{60}=\frac{1}{2}$(시간) 후에 동생이 출발했으므로 $y=x-\frac{1}{2}$ ⋯ ㉠
또, 누나와 동생이 집과 서점의 중앙에서 만났으므로 누나가 간 거리와 동생이 간 거리가 같겠지?
$10x=15y$ ⋯ ㉡
㉠을 ㉡에 대입하면 $10x=15\left(x-\frac{1}{2}\right)$
$5x=\frac{15}{2}$ $\therefore x=\frac{3}{2}$
따라서 누나가 출발한 지 $\frac{3}{2}$시간, 즉 1시간 30분 후에 만나게 돼.

069 답 ①

태연이의 속력을 초속 xm, 윤아의 속력을 초속 ym라 하자.
반대 방향으로 달리면 태연이와 윤아가 20초 만에 처음 만나므로
$20x+20y=400$ $\therefore x+y=20$ ⋯ ㉠
또, 같은 방향으로 달리면 1분 40초, 즉 100초 만에 만나므로
$100x-100y=400$ $\therefore x-y=4$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=12$, $y=8$
따라서 윤아의 속력은 초속 8 m야.

070 답 ①

A가 걸은 거리를 x km, B가 걸은 거리를 y km라 하자.
두 사람이 반대 방향으로 출발하여 만나므로 $x+y=2.4$ ⋯ ㉠
또, A는 시속 5 km, B는 시속 3km의 속력으로 걸어서 만나므로
$\frac{x}{5}=\frac{y}{3}$, $3x=5y$ $\therefore 3x-5y=0$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=1.5$, $y=0.9$
따라서 A가 걸은 거리는 1.5 km이고, B가 걸은 거리는 0.9 km야.

071 답 태민 : 분속 $\frac{375}{2}$ m, 기범 : 분속 $\frac{875}{8}$ m

태민이의 속력을 분속 x m, 기범이의 속력을 분속 y m라 하자.
같은 방향으로 돌 때, 태민이가 2분 먼저 출발하여 태민이가 출발한 지 10분 후에 만난다니까 태민이가 움직인 거리는 $10x$ m이고, 기범이는 2분 후에 출발했으므로 움직인 거리는 $8y$ m가 되겠지?
움직인 거리의 차가 호수의 둘레의 길이와 같으므로
$10x-8y=1000$ ⋯ ㉠
또, 반대 방향으로 돌 때, 기범이가 1분 먼저 출발하여 기범이가 출발한지 4분 후에 만난다니까 태민이는 3분 동안 움직인 거야.
움직인 거리의 합은 호수의 둘레의 길이와 같으므로
$3x+4y=1000$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=\frac{375}{2}$, $y=\frac{875}{8}$
따라서 태민이의 속력은 분속 $\frac{375}{2}$ m, 기범이의 속력은 분속 $\frac{875}{8}$ m야.

G

072 답 28일

전체 일의 양을 1, 은수가 하루에 할 수 있는 일의 양을 x, 동재가 하루에 할 수 있는 일의 양을 y라 하자.
두 사람이 함께 일을 하면 14일이 걸리므로
$14x+14y=1$ ⋯ ㉠
또, 은수가 4일, 동재가 8일 하고, 나머지 일을 둘이 함께 하여 8일 동안 일하면 끝마치므로
$4x+8y+8(x+y)=1$ $\quad\therefore 12x+16y=1$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=\frac{1}{28}$, $y=\frac{1}{28}$
따라서 은수가 혼자 일하면 28일이 걸려야 일을 끝낼 수 있어.

오|답|피|하|기

이 문제를 어려워하는 학생들이 많아. 전체 일의 양을 1이라 하고 '일을 처리하는 속도'라는 개념을 도입하면 문제는 의외로 쉽게 풀려. 이동 속도와 마찬가지로 일을 할 때도 일의 속도가 있다고 하면, 그 속도에 일을 한 시간을 곱하면 일의 양이 나오겠지?

073 답 ③

전체 일의 양을 1, 미영이와 지희가 한 시간 동안 할 수 있는 일의 양을 각각 x, y라 하자.
미영이가 8시간, 지희가 나머지를 3시간 동안 하여 일을 마치므로
$8x+3y=1$ ⋯ ㉠
또, 지희가 4시간, 미영이가 나머지를 5시간 동안 하여 일을 마치므로
$5x+4y=1$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=\frac{1}{17}$, $y=\frac{3}{17}$
따라서 미영이가 혼자서 문서를 입력하면 17시간이 걸려.

074 답 6시간

전체 물의 양을 1로 두고, ㉮, ㉯ 두 호스로 1시간에 채우는 물의 양을 각각 x, y라 하자.
㉮, ㉯ 두 호스를 이용하면 4시간이 걸리므로
$4(x+y)=1$ $\quad\therefore 4x+4y=1$ ⋯ ㉠
또, ㉮ 호스로 5시간, ㉯ 호스로 2시간을 받아야 하므로
$5x+2y=1$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=\frac{1}{6}$, $y=\frac{1}{12}$
따라서 ㉮ 호스만을 사용하여 채우면 6시간이 걸려.

075 답 ②

작년의 남학생 수와 여학생 수를 각각 x명, y명이라 하자.
작년 학생 수가 800명이므로 $x+y=800$ ⋯ ㉠
또, 올해에는 남학생이 5 %가 줄고, 여학생이 10 %가 늘어서 814명, 즉 작년에 비해 14명이 늘었으므로
$-\frac{5}{100}x+\frac{10}{100}y=14$ $\quad\therefore -x+2y=280$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=440$, $y=360$
따라서 올해 남학생의 수를 구하면
$x-\frac{5}{100}x=\frac{95}{100}x=\frac{95}{100}\times440=418$(명)

076 답 368명

어제 도서관을 이용한 학생의 수를 x명, 성인의 수를 y명이라 하자.
오늘 도서관을 이용한 학생의 수가 15 % 증가하였으므로 $\frac{15}{100}x$명,
성인의 수는 10 % 감소하였으므로 $-\frac{10}{100}y$명
전체적으로 30명이 늘었으므로 $\frac{15}{100}x-\frac{10}{100}y=30$
$\therefore 3x-2y=600$ ⋯ ㉠
또, 전체적으로 6 % 증가하여 어제보다 30명 더 늘었으므로
$\frac{6}{100}(x+y)=30$ $\quad\therefore x+y=500$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=320$, $y=180$
따라서 오늘 도서관을 이용한 학생의 수는 어제보다 15 % 늘어난
$320\times1.15=368$(명)이야.

077 답 남학생 : 210명, 여학생 : 230명

작년 남학생 수를 x명, 여학생 수를 y명이라 하자.
작년 학생 수가 450명이므로 $x+y=450$ ⋯ ㉠
또, 올해는 작년보다 남학생은 5 % 증가하고, 여학생은 8 % 감소하여 전체적으로 10명이 감소하였으므로
$\frac{5}{100}x-\frac{8}{100}y=-10$ $\quad\therefore 5x-8y=-1000$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=200$, $y=250$
따라서 올해 남학생 수는 $200\times1.05=210$(명),
여학생 수는 $250\times0.92=230$(명)이야.

078 답 ②

A 상품의 원가를 x원, B 상품의 원가를 y원이라 하자.
두 상품을 합하여 50000원에 샀으므로 $x+y=50000$ ⋯ ㉠
A 상품은 원가에 20 %의 이익을 붙여서 파니까 이익은 $0.2x$원,
B 상품은 원가에 10 %의 이익을 붙여서 파니까 이익은 $0.1y$원이지?
그런데 7000원의 이익이 생겼으므로
$0.2x+0.1y=7000$ $\quad\therefore 2x+y=70000$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=20000$, $y=30000$
따라서 A 상품의 원가는 20000원이야.

079 답 ⑤

A, B 두 종류의 아이스크림의 정가를 각각 x원, y원이라 하자.
아이스크림을 정가에서 40 % 할인하여 파니까 실제로는 정가의 60 %에 파는 거야.
그런데 A, B 두 종류의 아이스크림을 각각 3개, 4개 사고 지불한 금액이 3660원이므로
$\frac{60}{100}(3x+4y)=3660$ $\quad\therefore 3x+4y=6100$ ⋯ ㉠
또, 같은 종류의 아이스크림을 각각 2개, 3개 사고 지불한 금액이 2640원이므로
$\frac{60}{100}(2x+3y)=2640$ $\quad\therefore 2x+3y=4400$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=700$, $y=1000$
따라서 B 아이스크림의 정가는 1000원이야.

080 답 단팥빵 : 600원, 크림빵 : 800원

단팥빵과 크림빵 1개의 가격을 각각 x원, y원이라 하자.

단팥빵 1개의 가격을 20 % 할인한 값은 $\frac{80}{100}x$원, 크림빵 1개의 가격을 10 % 할인한 값은 $\frac{90}{100}y$원이야.

신용카드로 단팥빵 10개와 크림빵 5개를 결제한 금액이 8400원이므로

$10\times\frac{80}{100}x+5\times\frac{90}{100}y=8400$

$\therefore 16x+9y=16800$ ⋯ ㉠

그리고 현금으로 단팥빵 20개와 크림빵 10개를 사고 지불한 금액이 14800원이지?

그런데 현금으로 결제하면 각각 30 %, 20 % 할인해 주니까

$20\times\frac{70}{100}x+10\times\frac{80}{100}y=14800$

$\therefore 7x+4y=7400$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=600$, $y=800$

따라서 단팥빵은 600원, 크림빵은 800원이야.

081 답 남은 사탕 : 15개, 남은 과자 : 5개

처음 사탕과 과자의 수를 각각 x개, y개라 하면

사탕을 5개 팔고 남은 사탕과 과자의 비가 1 : 2이므로

$(x-5):y=1:2 \quad \therefore y=2x-10$ ⋯ ㉠

또, 계속해서 과자 25개를 팔고 남은 사탕과 과자의 비가 3 : 1이므로 $(x-5):(y-25)=3:1$

$x-5=3(y-25) \quad \therefore x-3y=-70$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=20$, $y=30$

따라서 남은 사탕은 $x-5=20-5=15$(개)이고,

남은 과자는 $y-25=30-25=5$(개)야.

082 답 ②

이 학교의 남학생 수를 x명, 여학생 수를 y명이라 하자.

전체 학생의 수는 500명이므로 $x+y=500$ ⋯ ㉠

또, 남학생의 15 %와 여학생의 10 %가 전체 학생 500명의 12 %이므로

$\frac{15}{100}x+\frac{10}{100}y=500\times\frac{12}{100} \quad \therefore 3x+2y=1200$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=200$, $y=300$

따라서 전체 학생 중 남학생은 모두 200명이야.

083 답 480명

남자 지원자를 x명, 여자 지원자를 y명이라 하자.

지원자의 남녀 비가 5 : 3이므로

$x:y=5:3,\ 5y=3x \quad \therefore 3x-5y=0$ ⋯ ㉠

이때, 합격자의 남녀 비가 2 : 1이고 합격자의 수가 360명이므로

(남자 합격자의 수)$=360\times\frac{2}{3}=240$(명)

(여자 합격자의 수)$=360\times\frac{1}{3}=120$(명)

즉, 남자와 여자의 불합격자의 수는 각각 $(x-240)$명, $(y-120)$명이고, 비는 1 : 1이므로

$(x-240):(y-120)=1:1,\ x-240=y-120$

$\therefore x-y=120$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=300$, $y=180$

따라서 지원자의 수는 $300+180=480$(명)이야.

084 답 ④

금이 70 % 포함된 합금의 양을 x g, 금이 85 % 포함된 합금의 양을 y g이라 하지?

금이 70 % 포함된 합금과 85 % 포함된 합금을 섞어서 합금 600 g을 만드므로 $x+y=600$ ⋯ ㉠

그런데 섞어서 만든 합금은 금이 80 %이므로

$\frac{70}{100}x+\frac{85}{100}y=\frac{80}{100}\times600 \quad \therefore 14x+17y=9600$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=200$, $y=400$

$\therefore y-x=200$

085 답 A : 1300 g, B : 800 g

합금 A의 양을 x g, 합금 B의 양을 y g이라 하자.

A는 구리가 40 %, 주석이 20 % 포함된 합금이고, B는 구리가 10 %, 주석이 30 % 포함된 합금이지?

이때, 두 합금 A, B를 합하여 구리 600 g, 주석 500 g을 포함하는 합금을 만들어야 하므로 표를 이용하여 연립방정식을 세우면

$\begin{cases}\frac{40}{100}x+\frac{10}{100}y=600\\ \frac{20}{100}x+\frac{30}{100}y=500\end{cases}$ 에서 $\begin{cases}4x+y=6000\\ 2x+3y=5000\end{cases}$

이 연립방정식의 해를 구하면 $x=1300$, $y=800$

따라서 합금 A는 1300 g, 합금 B는 800 g이 필요해.

086 답 210 g

구리와 아연의 비가 2 : 1인 합금 A, 구리와 아연의 비가 4 : 3인 합금 B를 두 자연수 a, b에 대하여 다음 표와 같이 정리하자.

(단위 : g)

합금	구리	아연	합계
A	$2a$	a	$3a$
B	$4b$	$3b$	$7b$
새로 만든 합금	$2a+4b$	$a+3b$	$3a+7b$

두 합금 A, B를 합하여 구리와 아연의 비가 9 : 5인 합금을 만드므로

$(2a+4b):(a+3b)=9:5$

$10a+20b=9a+27b \quad \therefore a-7b=0$ ⋯ ㉠

또, 새로 만든 합금의 무게는 280 g이므로

$3a+7b=280$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=70$, $b=10$

따라서 합금 A의 무게는 $3a=3\times70=210$(g)이야.

087 답 5 %의 소금물 : 800 g, 20 %의 소금물 : 700 g

5 %의 소금물을 x g, 20 %의 소금물을 y g이라 하자.

두 소금물을 섞어서 1500 g을 만들려고 하므로

$x+y=1500$ ⋯ ㉠

또, 5 %의 소금물을 x g, 20 %의 소금물을 y g 섞어서 12 %의 소금물 1500 g을 만든다니까 섞기 전의 소금의 양과 섞은 후의 소금의 양은 서로 같다는 걸 이용하면

$\frac{5}{100}x+\frac{20}{100}y=\frac{12}{100}\times1500 \quad \therefore x+4y=3600$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=800$, $y=700$

따라서 5 %의 소금물은 800 g, 20 %의 소금물은 700 g을 섞어야 해.

G

088 답 8 %

소금물 A의 농도를 x %, 소금물 B의 농도를 y %라 하자.
소금물 A 40 g과 소금물 B 60 g을 섞어 5 %의 소금물이 되었으니까 A에 들어 있는 소금의 양과 B에 들어 있는 소금의 양의 합이 5 %의 소금물에 들어 있는 소금의 양과 같음을 이용하면

$\frac{x}{100}\times40+\frac{y}{100}\times60=\frac{5}{100}\times100$ $\quad\therefore 2x+3y=25$ ⋯ ㉠

소금물 A 60 g과 소금물 B 40 g을 섞어 6 %의 소금물이 되었으니까 A에 들어 있는 소금의 양과 B에 들어 있는 소금의 양의 합이 6 %의 소금물에 들어 있는 소금의 양과 같음을 이용하면

$\frac{x}{100}\times60+\frac{y}{100}\times40=\frac{6}{100}\times100$ $\quad\therefore 3x+2y=30$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=8$, $y=3$
따라서 소금물 A의 농도는 8 %야.

089 답 240

4 %의 소금물 x g에 녹아 있는 소금의 양을 구하면 $\frac{4}{100}x$ g이야.

물을 y g 증발시켰으니까 소금물의 양은 $(x-y)$ g이고

남아 있는 소금의 양은 $\frac{10}{100}(x-y)$ g이야.

물만 증발시켰으니까 소금의 양은 변화가 없지?

$\frac{4}{100}x=\frac{10}{100}(x-y)$에서 $2x=5(x-y)$ $\quad\therefore 3x-5y=0$ ⋯ ㉠

그런데 증발시킨 물의 양은 처음 소금물보다 60 g의 적으므로
$y=x-60$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=150$, $y=90$
$\therefore x+y=240$

090 답 ①

3 % 소금물의 양을 x g , 8 % 소금물의 양을 y g이라 하자.
8 %의 소금물과 더 부은 물의 비가 3 : 1이므로 더 부은 물의 양은 $\frac{y}{3}$ g이 되지? 즉, $x+y+\frac{y}{3}=600$에서 $x+\frac{4}{3}y=600$
$\therefore 3x+4y=1800$ ⋯ ㉠

3 %의 소금물 x g에 들어 있는 소금의 양은 $\frac{3}{100}x$ g

8 %의 소금물 y g에 들어 있는 소금의 양은 $\frac{8}{100}y$ g

섞은 후 5 %의 소금물에 들어 있는 소금의 양은

$\frac{5}{100}\times600=30$(g)이므로

$\frac{3}{100}x+\frac{8}{100}y=30$ $\quad\therefore 3x+8y=3000$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=200$, $y=300$
따라서 3 %의 소금물의 양은 200 g이야.

오|답|피|하|기

농도 문제는 두 가지만 알아둬. 소금물을 섞었을 때, '총 소금물의 무게는 두 소금물의 무게의 합과 같다.'는 것이랑 '총 소금의 무게는 각각의 소금의 무게를 더한 값과 같다.'는 것. 이 원리를 가지고 농도 공식에 대입하여 연립일차방정식이나 일차부등식의 식을 세우자.

091 답 500

10 %의 소금물 x g에 녹아 있는 소금의 양은 $\frac{10}{100}x$ g이고, 여기에 물 y g을 더 넣어 6 %의 소금물을 만들었다니까 소금의 양은 $\frac{6}{100}(x+y)$ g이지?

그런데 소금의 양은 변함이 없으므로
$\frac{10}{100}x=\frac{6}{100}(x+y)$ $\quad\therefore 2x-3y=0$ ⋯ ㉠

그리고 더 넣은 물의 양은 처음 소금물의 양보다 100 g 더 적으므로
$y=x-100$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=300$, $y=200$
$\therefore x+y=500$

092 답 6

비커 A에는 a %, 비커 B에는 b %의 소금물이 들어 있지?
그런데 비커 A의 50 g과 비커 B의 100 g을 섞으면 10 %의 소금물이 되므로
$\frac{a}{100}\times50+\frac{b}{100}\times100=\frac{10}{100}\times150$ $\quad\therefore a+2b=30$ ⋯ ㉠
또, 비커 A의 100 g과 비커 B의 50 g을 섞으면 8 %의 소금물이 되므로
$\frac{a}{100}\times100+\frac{b}{100}\times50=\frac{8}{100}\times150$ $\quad\therefore 2a+b=24$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=6$, $b=12$
$\therefore b-a=6$

잘 틀리는 유형 훈련+1up

p. 136

093 답 26

1st 구하려는 것은 처음 두 자리 자연수이므로 미지수를 정할 수 있겠지?
처음 두 자리 자연수의 십의 자리 숫자를 x, 일의 자리 숫자를 y라 하자.
2nd 조건을 만족시키는 연립방정식을 세워서 해를 구하자.
각 자리의 숫자의 합이 8이므로
$x+y=8$ ⋯ ㉠
십의 자리와 일의 자리의 숫자를 바꾼 수가 처음 수의 2배보다 10만큼 크므로
$10y+x=2(10x+y)+10$ $\quad\therefore 19x-8y=-10$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=2$, $y=6$
따라서 처음 두 자리 자연수는 26이야.

오|답|피|하|기

두 자리의 자연수를 xy로 놓고 푸는 경우가 있어.
그래서 연립방정식을 $\begin{cases}x+y=8\\yx=2xy+10\end{cases}$으로 놓고 푸는 실수를 할 수 있어. 십의 자리의 수와 일의 자리의 수가 각각 x, y인 두 자리 자연수는 $10x+y$로 나타내서 풀어야 한다는 걸 잊으면 안 돼. 물론 세 자리의 자연수 문제도 같은 원리로 풀어서 나타내야 해.

094 답 ①

1st 구하려는 것은 처음 두 자리 자연수이므로 미지수를 정할 수 있겠지?
처음 두 자리 자연수의 십의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 하자.
2nd 조건을 만족시키는 연립방정식을 세워서 해를 구하자.
각 자리의 숫자의 합이 10이므로
$x+y=10$ … ㉠
십의 자리와 일의 자리의 숫자를 바꾼 수가 처음 수의 3배보다 2만큼 작으므로
$10y+x=3(10x+y)-2$ $\quad\therefore 29x-7y=2$ … ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=2$, $y=8$
따라서 처음 수는 28이야.

095 답 16회

1st 두 사람이 하는 거니까 한 사람이 이기면 다른 사람은 진 거야.
누리가 이긴 횟수를 x회, 진 횟수를 y회라 하면 상지가 이긴 횟수는 y회, 진 횟수는 x회야.
2nd 조건에 맞게 연립방정식을 세우자.
이기면 2계단 올라가고, 지면 1계단 내려가는 규칙이 있어.
이때, 처음보다 누리는 20계단 올라가 있으므로
$2x-y=20$ … ㉠
또, 상지는 8계단 올라가 있으므로
$2y-x=8$ … ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=16$, $y=12$
따라서 누리가 이긴 횟수는 16회야.

오|답|피|하|기

한 사람이 이기면 진 사람이 있게 마련이야. 그런데 가끔 이런 사실을 잊을 때가 있어.
특히, 가위바위보와 같은 게임에서 한 쪽을 알 때 다른 쪽을 저절로 알게 되는 것들이 있어.
수학에서는 이런 경우가 많아. 그래서 문제 속에 숨겨진 조건을 발견하는 게 무척 중요해.
직접적인 조건보다는 간접적인 조건이 무척 많이 주어지기 때문에 이것을 파악하는 능력을 길러야 해.
이 문제와 같이 누리가 이기는 횟수가 정해지면 상지가 지는 횟수가 저절로 정해지는 것처럼 말이야.

096 답 11회

1st 두 사람이 하는 거니까 한 사람이 이기면 다른 사람은 진 거야.
진아가 이긴 횟수를 x회, 진 횟수를 y회라 하면 새미가 이긴 횟수는 y회, 진 횟수는 x회야.
2nd 조건에 맞게 연립방정식을 세우자.
이기면 3계단 올라가고, 지면 2계단 내려가는 규칙이 있어.
이때, 처음보다 진아가 17계단 올라가 있으므로
$3x-2y=17$ … ㉠
또, 새미는 2계단 올라가 있으므로
$3y-2x=2$ … ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$x=11$, $y=8$
따라서 진아가 이긴 횟수는 11회야.

097 답 ②

1st 문제에 주어진 조건을 이용하여 연립방정식을 세워보자.
자유형을 한 거리를 x m, 평영을 한 거리를 y m라 하면
강의 폭이 1 km, 즉 1000 m이므로 $x+y=1000$ … ㉠
또, 자유형으로는 분속 50 m로 가고, 평영으로는 분속 30 m로 가서 30분이 걸렸으므로 $\frac{x}{50}+\frac{y}{30}=30$ $\quad\therefore 3x+5y=4500$ … ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=250$, $y=750$
따라서 자유형으로 수영을 한 거리는 250 m야.

098 답 ③

1st 문제에 주어진 조건을 이용하여 연립방정식을 세워보자.
걸어간 거리를 x m, 뛰어간 거리를 y m라 할 때, 집에서 2400 m 떨어진 기차역까지 갔으므로 $x+y=2400$ … ㉠
또, 분속 50 m로 가는 데 걸린 시간은 $\frac{x}{50}$분, 분속 150 m로 가는 데 걸린 시간은 $\frac{y}{150}$분이고 정확히 30분 만에 도착하려면
$\frac{x}{50}+\frac{y}{150}=30$ $\quad\therefore 3x+y=4500$ … ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=1050$, $y=1350$
따라서 걸어간 거리는 1050 m야.

099 답 8 km

1st 무엇을 미지수로 두어야 하는지 생각해 봐.
올라간 거리를 x km, 내려온 거리를 y km라 하자.
2nd 주어진 조건을 이용하여 연립방정식을 세우자.
전체 거리가 15 km이므로 $x+y=15$ … ㉠
올라갈 때는 시속 3 km로 걸었으므로 올라갈 때 걸린 시간은 $\frac{x}{3}$시간, 정상에서 20분, 즉 $\frac{20}{60}=\frac{1}{3}$(시간) 휴식한 후, 내려올 때는 시속 4 km로 걸었으므로 내려올 때 걸린 시간은 $\frac{y}{4}$시간이지?
이때, 전체 걸린 시간이 4시간 40분, 즉 $\frac{14}{3}$(시간)이므로
$\frac{x}{3}+\frac{1}{3}+\frac{y}{4}=\frac{14}{3}$ $\quad\therefore 4x+3y=52$ … ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=7$, $y=8$
따라서 지혜가 내려온 거리는 8 km야.

100 답 25분

1st 무엇을 미지수로 두어야 하는지 생각해 봐.
올라가는 데 걸린 시간을 x분, 내려오는 데 걸린 시간을 y분이라 하자.
2nd 주어진 조건을 이용하여 연립방정식을 세우자.
걸린 시간은 총 45분이므로 $x+y=45$ … ㉠
올라갈 때는 분속 80 m로 갔다니까 거리는 $80x$ m,
내려올 때는 분속 120 m로 갔다니까 거리는 $120y$ m지?
이때, 전체 거리가 4.6 km, 즉 4600 m이므로
$80x+120y=4600$ $\quad\therefore 2x+3y=115$ … ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=20$, $y=25$
따라서 새은이가 내려오는 데 걸린 시간은 25분이야.

G

101 답 시속 5.4 km

1st 무엇을 미지수로 두어야 하는지 생각해 보자.
강물이 흐르는 속력을 시속 x km, 정지한 물에서의 보트의 속력을 시속 y km라 하자.
2nd 강물을 거슬러 올라갈 때는 강물의 속력을 빼고, 강을 따라 내려갈 때는 강물의 속력을 더해야지?
12 km의 강을 따라 40분, 즉 $\frac{40}{60}=\frac{2}{3}$(시간)를 내려갈 때는 보트의 속력이 시속 $(y+x)$ km이므로

$\frac{2}{3}(y+x)=12 \qquad \therefore x+y=18 \cdots$ ㉠

12 km의 강을 1시간 40분, 즉 $1\frac{40}{60}=1\frac{2}{3}=\frac{5}{3}$(시간)를 거슬러 올라갈 때는 보트의 속력이 시속 $(y-x)$ km이므로

$\frac{5}{3}(y-x)=12 \qquad \therefore 5y-5x=36 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=\frac{27}{5}$, $y=\frac{63}{5}$

따라서 $\frac{27}{5}=5.4$이므로 강물이 흐르는 속력은 시속 5.4 km야.

오답피하기

강물이 흐르는 속력을 따질 때는 언제 속력을 더해야 하고 빼야 하는지 정확히 알고 있어야 해. 즉, 강물이 흐르는 방향과 같으면 강물의 속력을 더하고, 반대이면 빼야겠지? 이와 비슷한 것이 바람이 불 때, 그 방향과 같거나 반대일 때의 속력을 구하는 문제야. 원리는 같아.

102 답 ②

1st 무엇을 미지수로 두어야 하는지 생각해 보자.
정지한 물에서의 보트의 속력을 시속 x km, 강물의 속력을 시속 y km라 하자.
2nd 상류로 올라갈 때는 강물의 속력을 빼고, 하류로 내려갈 때는 강물의 속력을 더해야지?
40 km의 강을 2시간 동안 하류로 갈 때는 보트의 속력이 시속 $(x+y)$ km가 되므로
$2(x+y)=40 \qquad \therefore x+y=20 \cdots$ ㉠
40 km의 강을 4시간 동안 상류로 올라갈 때는 보트의 속력이 시속 $(x-y)$km가 되므로
$4(x-y)=40 \qquad \therefore x-y=10 \cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=15$, $y=5$
따라서 강물의 속력은 시속 5 km야.

103 답 20 m

1st 미지수로 놓을 것을 확인해 보자.
열차의 속력을 초속 x m, 열차의 길이를 y m라 하자.
2nd 열차가 다리를 완전히 통과할 때까지 열차가 움직인 거리를 정확히 따지자.
열차가 길이가 600 m인 다리를 통과할 때 맨 앞부분부터 시작해서 끝부분까지 완전히 통과해야 하지? 즉, 열차가 움직인 거리는 $(600+y)$ m이고, 완전히 통과하는 데 걸린 시간은 50초라 하므로

$\frac{600+y}{x}=50 \qquad \therefore 50x-y=600 \cdots$ ㉠

3rd 열차가 터널 안에 있기 위해서 어떤 상태여야 하는지 생각해보자.
열차가 터널 안에 있다는 것은 앞부분부터 끝부분까지 완전히 터널 안에 있는 것을 의미하지? 열차의 맨 끝부분부터 통과하여 열차의 맨 앞부분까지 움직인 거리는 $(1600-y)$m이고, 열차가 터널 안에 있던 시간은 1분, 즉 60초이므로

$\frac{1600-y}{x}=60 \qquad \therefore 60x+y=1600 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=20$, $y=400$
따라서 이 열차의 속력은 초속 20 m야.

오답피하기

이 문제는 열차가 다리를 완전히 통과하는 데 걸리는 거리를 구하는 것과 터널 안에 있는 동안 움직인 거리를 구하는 것에 주의하지 않으면 틀릴 수 있어.
열차가 다리를 완전히 통과할 동안 움직인 거리는 다리의 길이에 열차의 길이만큼 더 가야지? 그리고 열차가 터널을 통과할 때, 터널 안에 있을 동안의 거리는 터널의 길이에서 열차의 길이를 뺀 거야.
이렇게 정리하자. 완전히 통과하기 위해서는 열차나 기차의 길이만큼 더 움직여야 하고, 다리나 터널 안에서 움직이려면 기차의 길이만큼 빼야 한다는 거야.

104 답 열차의 속력 : 초속 30 m, 열차의 길이 : 400 m

1st 미지수로 놓을 것을 확인해 보자.
열차의 속력을 초속 x m, 열차의 길이를 y m라 하자.
2nd 열차가 다리를 완전히 통과할 때까지 열차가 움직인 거리를 정확히 따지자.
열차가 길이가 500 m인 다리를 통과할 때 맨 앞부분부터 시작해서 끝부분까지 완전히 통과해야 하지? 즉, 열차가 움직인 거리는 $(500+y)$m이고, 완전히 통과하는 데 걸린 시간은 30초이므로

$\frac{500+y}{x}=30 \qquad \therefore 30x-y=500 \cdots$ ㉠

3rd 열차가 터널을 완전히 통과할 때까지 열차가 움직인 거리를 정확히 따지자.
열차가 길이가 800 m인 터널을 통과할 때 맨 앞부분부터 시작해서 끝부분까지 완전히 통과해야 하지? 즉, 열차가 움직인 거리는 $(800+y)$m이고, 완전히 통과하는 데 걸린 시간은 40초이므로

$\frac{800+y}{x}=40 \qquad \therefore 40x-y=800 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=30$, $y=400$
따라서 이 열차의 속력은 초속 30 m, 열차의 길이는 400 m야.

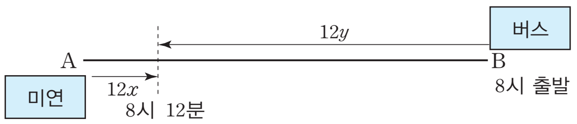
105 답 ②

1st 두 사람이 걷는 시간을 미지수로 두자.
준수가 걸어간 시간을 x분, 미진이가 걸어간 시간을 y분이라 하면 미진이가 출발한 지 20분 후에 준수가 올라가므로
$y=x+20 \cdots$ ㉠
2nd 두 사람이 걸어간 거리가 같겠지?
미진이는 매분 50 m의 속력으로, 준수는 매분 90 m의 속력으로 걸어가고, 만났을 때 준수가 미진이를 걸어간 거리는 같으므로
$50y=90x \qquad \therefore 9x-5y=0 \cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=25$, $y=45$
따라서 준수가 미진이를 만나는 시각은 8시 45분이야.

106 답 8시 33분

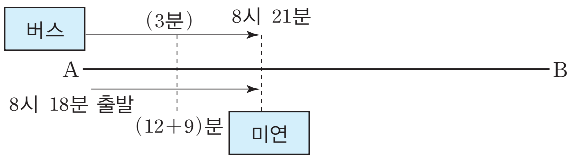
1st 미연이와 버스의 속력을 미지수로 두자.
미연이의 속력을 분속 x km, 버스의 속력을 분속 y km라 하자.
두 지점 A, B 사이의 거리는 9.6 km이고, 미연이가 A 지점을 출발하여 B 지점으로 향하여 가고 있을 때, 12분 후에 B 지점에서 A 지점으로 출발한 버스와 만났으므로 미연이가 움직인 거리와 버스가 움직인 거리의 합은 A, B 지점 사이의 거리와 같지?

$12x+12y=9.6 \qquad \therefore x+y=\frac{4}{5} \cdots ㉠$



2nd 두 번째 버스와 만나는 시간을 정확히 계산하자.
미연이는 첫 번째 버스를 만난 9분 후에 A 지점을 8시 18분에 출발한 두 번째 버스에 추월당했다고 하지?
미연이가 A 지점에서 출발한 지 12+9=21(분)이 지났으므로 미연이가 추월당할 때까지 걸어간 거리는 $21x$ km야.
두 번째 버스가 미연이와 만난 시각은 8시 21분이고 버스가 8시 18분에 출발한 것이므로 미연이를 추월하기까지 3분이 걸린 셈이야.
그래서 두 번째 버스가 간 거리는 $3y$ km야.
두 번째 버스와 미연이가 만나는 지점에서 A 지점까지의 거리는 같으므로

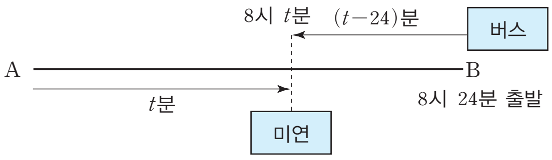
$21x=3y \qquad \therefore 7x-y=0 \cdots ㉡$



㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=\frac{1}{10}$, $y=\frac{7}{10}$

따라서 미연이의 속력은 분속 0.1 km, 버스의 속력은 분속 0.7 km야.

3rd 세 번째 버스와 만나는 시간을 계산하자.
미연이가 B 지점에서 8시 24분에 출발한 버스와 만나는 데 걸리는 시간을 t분이라 하면



$0.1t+0.7(t-24)=9.6$
$0.8t=26.4 \qquad \therefore t=33$
따라서 8시 24분에 출발한 버스와 8시 33분에 만나.

107 답 용준 : 분속 200 m, 명훈 : 분속 100 m

1st 무엇을 미지수로 두어야 할지 잘 생각해 보자.
용준이의 속력을 분속 x m, 명훈이의 속력을 분속 y m라 하자.
2nd 같은 방향으로 돌아서 만나는 경우에는 두 사람이 움직인 거리의 차가 호수의 둘레와 같겠지?
둘이 같은 방향으로 돌아 15분 후에 만나므로 15분 동안 움직인 거리의 차이가 호수 한 바퀴 둘레 1500 m야.
$15x-15y=1500$
$\therefore x-y=100 \cdots ㉠$
3rd 반대 방향으로 돌아서 만나는 경우에는 두 사람이 움직인 거리의 합이 호수 둘레와 같아.
또, 반대 방향으로 돌아 5분 후에 만나므로 두 사람이 5분 동안 움직인 거리의 합이 호수의 둘레 1500 m가 되지?
$5x+5y=1500 \qquad \therefore x+y=300 \cdots ㉡$
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=200$, $y=100$
따라서 용준이의 속력은 분속 200 m이고, 명훈이의 속력은 분속 100 m야.

오답피하기
이 문제의 포인트는 같은 방향으로 움직이는 경우는 움직인 거리의 차가 둘레의 길이와 같다는 것이고, 반대 방향으로 움직이는 경우는 거리의 합이 둘레의 길이와 같다는 거야.
거리의 합과 차가 둘레의 길이가 된다는 것을 알고 있어야 하고, 거리의 합을 쓰는 경우는 반대 방향으로 움직이는 경우이고, 거리의 차를 쓰는 경우는 같은 방향으로 움직이는 경우라는 것을 기억해.

108 답 초속 $\frac{8}{3}$ m

1st 무엇을 미지수로 두어야 할지 잘 생각해 보자.
빠른 사람의 속력을 초속 x m, 느린 사람의 속력을 초속 y m라 하자.
2nd 같은 방향으로 돌아서 만나는 경우는 두 사람이 움직인 거리의 차가 호수의 둘레와 같겠지?
둘이 같은 방향으로 돌아 8분 20초, 즉 500초 후에 만나니까 500초 동안 움직인 거리의 차가 호수의 둘레 1 km, 즉 1000 m가 되므로
$500x-500y=1000 \qquad \therefore x-y=2 \cdots ㉠$
3rd 반대 방향으로 돌아서 만나는 경우는 두 사람이 움직인 거리의 합이 호수 둘레와 같아.
또, 반대 방향으로 돌아 5분, 즉 300초 후에 만나니까 두 사람이 300초 동안 움직인 거리의 합이 호수의 둘레 1000 m가 되므로
$300x+300y=1000 \qquad \therefore 3x+3y=10 \cdots ㉡$
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=\frac{8}{3}$, $y=\frac{2}{3}$

따라서 은지와 형수 중 빠른 사람의 속력은 초속 $\frac{8}{3}$ m야.

109 답 20분

1st 무엇을 미지수로 두어야 하는지 생각해 봐.
A 수도관으로 1분 동안 채우는 물의 양을 x L, B 수도관으로 1분 동안 채우는 물의 양을 y L라 하자.
2nd 주어진 조건을 이용하여 연립방정식을 세우자.
300 L의 물통에 A 수도관으로 5분 동안 물을 받은 후, B 수도관으로 10분 동안 물을 받으면 가득 채울 수 있다니까
$5x+10y=300$
$\therefore x+2y=60 \cdots ㉠$
또, 4분 동안 A, B 두 수도관을 동시에 사용하다가 A 수도관만을 사용하여 6분간 더 받았더니 60 L가 덜 채워졌다니까
$4(x+y)+6x=300-60 \qquad \therefore 5x+2y=120 \cdots ㉡$
㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$x=15$, $y=\frac{45}{2}$

따라서 A 수도관으로만 물통을 가득 채우려면 300÷15=20(분)이 걸려.

G

110 답 ③

1st 무엇을 미지수로 두어야 하는지 생각해 봐.
1분당 A, B 수도관에서 나오는 물의 양을 각각 x L, y L라 하자.
2nd 주어진 조건을 이용하여 연립방정식을 세우자.
A를 20분 사용하고, B를 24분 사용하면 모두 채울 수 있으니까
$20x+24y=1000$ $\therefore 5x+6y=250$ ⋯ ㉠
A, B를 동시에 16분, A를 10분 더 사용하면 80 L를 부족하게 채울 수 있으니까 $16(x+y)+10x=1000-80$, $26x+16y=920$
$\therefore 13x+8y=460$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=20$, $y=25$
따라서 B 수도관만을 사용할 때 걸리는 시간은 $1000\div25=40$(분)이야.

111 답 남학생 : 945명, 여학생 : 882명

1st 미지수로 놓을 것을 정하자.
작년의 남학생 수를 x명, 여학생 수를 y명이라 하자.
2nd 조건을 만족시키도록 식을 구하자.
작년 전체 학생 수는 1800명이므로 $x+y=1800$ ⋯ ㉠
또, 올해는 작년에 비해 남학생 수가 5 % 증가하였고, 여학생 수는 2 % 감소하여 전체적으로는 27명 늘었으므로
$\frac{5}{100}x-\frac{2}{100}y=27$ $\therefore 5x-2y=2700$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=900$, $y=900$
3rd 구하는 것은 올해의 남학생 수와 여학생 수야.
올해는 남학생 수가 작년에 비해 5 % 증가하였으므로
(올해의 남학생 수)$=900\times1.05=945$(명)
또, 올해 여학생 수는 작년에 비해 2 % 감소하였으므로
(올해의 여학생 수)$=900\times0.98=882$(명)
따라서 올해의 남학생 수는 945명, 여학생 수는 882명이야.

오답피하기

구하는 것을 미지수로 두는 것이 방정식을 세우는 원칙이야. 그런데 이 문제와 같은 유형은 대부분 작년의 학생 수를 미지수로 두고 방정식을 세워. 만약 올해를 기준으로 식을 세운다면 상당히 복잡한 식이 나올 거야. 그래서 이 유형은 예외로 생각하여 작년의 학생 수를 미지수로 두고 풀자.

112 답 남학생 : 520명, 여학생 : 539명

1st 미지수로 놓을 것을 정하자.
작년의 남학생 수를 x명, 여학생 수를 y명이라 하자.
2nd 조건을 만족시키도록 연립방정식을 구하자.
올해는 작년에 비해 남학생 수가 4 % 증가하였고, 여학생 수는 2 % 감소하여 전체적으로는 9명 늘었다니까
$\frac{4}{100}x-\frac{2}{100}y=9$, $4x-2y=900$ $\therefore 2x-y=450$ ⋯ ㉠
또, 올해는 작년에 비해 남학생 수가 4 % 증가하였고, 여학생 수는 2 % 감소하여 총 1059명이 되었으므로
$\frac{104}{100}x+\frac{98}{100}y=1059$ $\therefore 52x+49y=52950$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=500$, $y=550$
3rd 구하는 것은 올해의 남학생 수와 여학생 수야.
따라서 올해의 남학생 수는 $\frac{104}{100}\times500=520$(명), 올해의 여학생 수는 $\frac{98}{100}\times550=539$(명)야.

113 답 30 g

1st 미지수로 놓을 것을 정하자.
더 부은 물의 양을 x g, 8 %의 소금물의 양을 y g이라 하자.
2nd 조건에서 5 %의 소금물의 양과 더 부은 물의 양의 비가 4 : 1임을 이용하여 식을 세워 보자.
더 부은 물의 양이 x g이므로 5 %의 소금물의 양은 $4x$ g이야.
소금물 300 g을 만들 때, 5 %의 소금물과 8%의 소금물, 그리고 물을 더 부어 만드니까
$4x+y+x=300$ $\therefore 5x+y=300$ ⋯ ㉠
3rd 섞기 전의 소금의 양과 섞은 후의 소금의 양은 변함이 없음을 이용하여 일차방정식을 세우자.
섞기 전의 소금의 양과 섞은 후의 소금의 양은 변함이 없으므로
$4x\times\frac{5}{100}+y\times\frac{8}{100}=300\times\frac{6}{100}$ $\therefore 5x+2y=450$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=30$, $y=150$
따라서 더 부은 물의 양은 30 g이야.

오답피하기

소금물에 관련된 문제 중 가장 헷갈리는 문제야. 농도가 다른 두 소금물을 넣어서 다른 농도로 바뀌는 것을 식으로 나타내기도 힘든데 물을 더 붓는다니까 헷갈릴 수 있어.
소금물과 관련된 문제는 두 가지만 알고 있으면 돼.
첫 번째는 전체 소금물의 무게의 합에서 식을 하나 세우자.
두 번째는 소금의 양은 섞기 전과 후가 같음을 이용하여 식을 세우자.

114 답 144 g

1st 묻는 것을 미지수로 두고 식을 세우자.
더 부은 물의 양을 x g, 12 %의 소금물의 양을 y g이라 하자.
2nd 조건에서 섞은 물의 양과 8 %의 소금물의 양의 비가 3 : 1임을 이용하여 식을 세워 보자.
더 부은 물의 양을 x g이므로 8 %의 소금물의 양을 $\frac{x}{3}$ g이야.
소금물 320 g을 만들 때, 8 %의 소금물과 12 %의 소금물, 그리고 물을 더 부어 만드니까
$\frac{x}{3}+y+x=320$ $\therefore \frac{4}{3}x+y=320$ ⋯ ㉠
3rd 섞기 전의 소금의 양과 섞은 후의 소금의 양은 변함이 없지?
섞기 전의 소금의 양과 섞은 후의 소금의 양은 변함이 없으므로
$\frac{x}{3}\times\frac{8}{100}+y\times\frac{12}{100}=320\times\frac{6}{100}$
$\therefore 8x+36y=5760$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=144$, $y=128$
따라서 섞은 물의 양은 144 g이야.

115 답 ④

1st 구하는 것은 설탕물의 농도지? 이것을 미지수로 놓자.
A 설탕물의 농도를 x %, B 설탕물의 농도를 y %라 하자.
2nd (설탕의 양)$=\frac{(\text{농도})}{100}\times$(설탕물의 양)을 이용하여 식을 세우자.
A 설탕물 80 g과 B 설탕물 20 g을 섞었더니 9 %의 설탕물이 되었으므로
$80\times\frac{x}{100}+20\times\frac{y}{100}=100\times\frac{9}{100}$ $\therefore 4x+y=45$ ⋯ ㉠

또, A 설탕물 20 g과 B 설탕물 80 g을 섞었더니 6 %의 설탕물이 되었으므로

$20\times\frac{x}{100}+80\times\frac{y}{100}=100\times\frac{6}{100}$ $\therefore x+4y=30$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=10$, $y=5$

따라서 A 설탕물의 농도는 10 %, B 설탕물의 농도는 5 %야.

오|답|피|하|기

소금물과 관련된 문제와 같은 농도 계산 문제야. 농도 문제를 어려워하는 경향이 많은데 문장을 식으로만 표현할 수 있다면 이미 반 이상은 푼 거야. 공식 외우기가 힘들지? 자주 잊어버리고.
농도의 개념만 확실히 알고 있으면 돼.
이해하기 쉽게 소금물의 농도를 생각해 보자. 소금물 속에 소금이 몇 % 녹아 있는지 나타내는 백분율은

(소금물의 농도)$=\frac{\text{(소금의 양)}}{\text{(소금물의 양)}}\times 100(\%)$으로 나타내지?

소금의 양을 구하려면 이 공식의 양변에 $\frac{\text{(소금물의 양)}}{100}$을 곱하면

(소금물의 농도)$\times\frac{\text{(소금물의 양)}}{100}=$(소금의 양)

이렇게 변형하면 되니까 농도 개념 하나만 알면 돼.

116 답 ②

1st 구하는 것은 소금물의 농도지? 이것을 미지수로 놓자.
A 소금물의 농도를 x %, B 소금물의 농도를 y %라 하자.

2nd (소금의 양)$=\frac{\text{(농도)}}{100}\times$(소금물의 양)을 이용하여 식을 세우자.

A 소금물 40 g과 B 소금물 50 g을 섞었더니 10 %의 소금물이 되므로

$40\times\frac{x}{100}+50\times\frac{y}{100}=90\times\frac{10}{100}$ $\therefore 4x+5y=90$ ⋯ ㉠

또, A 소금물 50 g과 B 소금물 40 g을 섞었더니 9 %의 소금물이 되므로

$50\times\frac{x}{100}+40\times\frac{y}{100}=90\times\frac{9}{100}$ $\therefore 5x+4y=81$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=5$, $y=14$

따라서 소금물 A의 농도는 5 %, 소금물 B의 농도는 14 %야.

서술형 다지기

문제편 p. 140

[117-118 채점기준표]

Ⅰ	미지수 2개를 지정하고 방정식을 세운다.	50%
Ⅱ	연립방정식을 푼다.	40%
Ⅲ	구해야 하는 대상을 서술한다.	10%

117 답 2명

먼저, 어른을 x명, 학생을 y명이라 하고 연립방정식을 세우자.

어른을 x명, 학생을 y명이라 하면

$\begin{cases} x+y=7 & \cdots ㉠ \\ 3000x+2000y=19000 & \cdots ㉡ \end{cases}$ ⋯ Ⅰ

그다음, 연립방정식의 해를 구하자.

㉠$\times 2-$㉡$\div 1000$을 하면 $-x=-5$ $\therefore x=5$

$x=5$를 ㉠에 대입하면 $y=2$ ⋯ Ⅱ

그래서, 학생 수를 구하자.

따라서 학생은 2명이다. ⋯ Ⅲ

118 답 14개

먼저, 아이스크림을 x개, 과자를 y개라 하고 연립방정식을 세우자.

아이스크림을 x개, 과자를 y개라 하면

$\begin{cases} x+y=24 & \cdots ㉠ \\ 600x+500y=13000 & \cdots ㉡ \end{cases}$ ⋯ Ⅰ

그다음, 연립방정식의 해를 구하자.

㉠$\times 5-$㉡$\div 100$을 하면 $-x=-10$ $\therefore x=10$

$x=10$을 ㉠에 대입하면 $y=14$ ⋯ Ⅱ

그래서, 과자의 수를 구하자.

따라서 과자는 14개 샀다. ⋯ Ⅲ

[119-120 채점기준표]

Ⅰ	올라간 거리, 내려온 거리를 각각 미지수로 지정하고 연립방정식을 세운다.	40%
Ⅱ	연립방정식을 푼다.	40%
Ⅲ	전체 걸은 거리를 구한다.	20%

119 답 10 km

먼저, 올라간 거리를 x km, 내려온 거리를 y km라 놓고 연립방정식을 세우자.

올라간 거리를 x km, 내려온 거리를 y km라 하면

$\begin{cases} y=x+2 & \cdots ㉠ \\ \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=4 & \cdots ㉡ \end{cases}$ ⋯ Ⅰ

그다음, 연립방정식의 해를 구하자.

㉡의 양변에 6을 곱하면 $3x+2y=24$ ⋯ ㉢

㉠을 ㉢에 대입하면 $3x+2(x+2)=24$

$5x=20$ $\therefore x=4$

이것을 ㉠에 대입하면 $y=6$ ⋯ Ⅱ

그래서, 전체 걸은 거리를 구하자.

따라서 전체 걸은 거리는 $x+y=10$(km)이다. ⋯ Ⅲ

120 답 16 km

먼저, 올라간 거리를 x km, 내려온 거리를 y km라 놓고 연립방정식을 세우자.

올라간 거리를 x km, 내려온 거리를 y km라 하면

$\begin{cases} y=x+4 & \cdots ㉠ \\ \frac{x}{3}+\frac{y}{4}=\frac{9}{2} & \cdots ㉡ \end{cases}$ ⋯ Ⅰ

그다음, 연립방정식의 해를 구하자.

㉡의 양변에 12를 곱하면 $4x+3y=54$ ⋯ ㉢

㉠을 ㉢에 대입하면 $4x+3(x+4)=54$

$7x=42$ $\therefore x=6$

이것을 ㉠에 대입하면 $y=10$ ⋯ Ⅱ

그래서, 전체 걸은 거리를 구하자.

따라서 은우가 전체 걸은 거리는 $x+y=16$(km)이다. ⋯ Ⅲ

G

121 답 A : 분속 125 m, B : 분속 75 m

A의 속력을 분속 x m, B의 속력을 분속 y m라 하면
반대 방향으로 돌 때,
(A가 움직인 거리)+(B가 움직인 거리)=2000(m)
즉, $10x+10y=2000$이므로 $x+y=200$ ⋯ ㉠ ⋯ Ⅰ
같은 방향으로 돌 때,
(A가 움직인 거리)−(B가 움직인 거리)=2000(m)
즉, $40x-40y=2000$이므로 $x-y=50$ ⋯ ㉡ ⋯ Ⅱ
㉠+㉡을 하면 $2x=250$ ∴ $x=125$
이것을 ㉠에 대입하면 $y=75$
따라서 A의 속력은 분속 125 m이고 B의 속력은 분속 75 m이다. ⋯ Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	서로 반대 방향으로 돌 때, 거리를 이용하여 식을 세운다.	40%
Ⅱ	서로 같은 방향으로 돌 때, 거리를 이용하여 식을 세운다.	40%
Ⅲ	A와 B의 속력을 각각 구한다.	20%

122 답 영수 : 140권, 예지 : 160권

영수의 집에 있는 책을 x권, 예지의 집에 있는 책을 y권이라 하면

$$\begin{cases} x+y=300 & \cdots ㉠ \\ \frac{12}{100}x+\frac{27}{100}y=\frac{20}{100}\times 300 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉡의 양변에 100을 곱하면
$12x+27y=6000$ ⋯ ㉢ ⋯ Ⅰ
㉢−㉠×12를 하면 $15y=2400$ ∴ $y=160$
이것을 ㉠에 대입하면 $x=140$ ⋯ Ⅱ
따라서 영수의 집에 있는 책은 140권, 예지의 집에 있는 책은 160권이다. ⋯ Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	영수와 예지 집에 있는 책을 각각 미지수로 지정하여 식을 세운다.	50%
Ⅱ	연립방정식을 푼다.	40%
Ⅲ	구하고자 한 답을 서술한다.	10%

123 답 230명

작년 신입생 중에서 남학생 수를 x명, 여학생 수를 y명이라 하면

$$\begin{cases} x+y=480 & \cdots ㉠ \\ \frac{15}{100}x-\frac{10}{100}y=2 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉡의 양변에 100을 곱하면 $15x-10y=200$
∴ $3x-2y=40$ ⋯ ㉢
㉠의 양변에 2를 곱하면 $2x+2y=960$ ⋯ ㉣ ⋯ Ⅰ
㉢과 ㉣을 변끼리 더하면 $5x=1000$ ∴ $x=200$
$x=200$을 ㉠에 대입하면
$200+y=480$ ∴ $y=280$ ⋯ Ⅱ
따라서 올해 남자 신입생 수는 $200\times1.15=230$(명) ⋯ Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	작년 신입생 중에서 남학생 수와 여학생 수를 각각 미지수로 지정하여 식을 세운다.	50%
Ⅱ	연립방정식을 푼다.	30%
Ⅲ	올해 남자 신입생의 수를 구한다.	20%

124 답 A : 1000 g, B : 1000 g

합금 A의 질량을 x g, 합금 B의 질량을 y g이라 하면

$$\begin{cases} 0.15x+0.1y=250 & \cdots ㉠ \\ 0.15x+0.3y=450 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠의 양변에 100을 곱하면 $15x+10y=25000$
∴ $3x+2y=5000$ ⋯ ㉢
㉡의 양변에 100을 곱하면 $15x+30y=45000$
∴ $x+2y=3000$ ⋯ ㉣ ⋯ Ⅰ
㉢−㉣을 하면 $2x=2000$ ∴ $x=1000$
$x=1000$을 ㉣에 대입하면 $1000+2y=3000$
∴ $y=1000$ ⋯ Ⅱ
따라서 필요한 합금 A의 질량은 1000 g, 합금 B의 질량은 1000 g이다. ⋯ Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	합금 A와 합금 B의 질량을 각각 미지수로 지정하여 식을 세운다.	50%
Ⅱ	연립방정식을 푼다.	40%
Ⅲ	구하고자 한 답을 서술한다.	10%

최고난도 만점 문제

p. 142

125 답 정사각형 : 5개, 별 모양 : 6개

1st 미지수를 정하여 연립방정식을 세우자.
정사각형을 x개, 별 모양을 y개 만들 수 있다고 하면

$$\begin{cases} x+y=11 & \cdots ㉠ \\ 4x+5y=50 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

2nd 정사각형과 별 모양을 만들 때, 필요한 성냥개비 개수를 각각 구하자.
㉡−㉠×4를 하면 $y=6$
이것을 ㉠에 대입하면 $x=5$
따라서 정사각형 5개, 별 모양 6개를 만들 수 있어.

126 답 10개

1st 미지수를 먼저 지정하고 쉬는 시간을 계산하자.
6분짜리 노래 공연을 x개, 8분짜리 개그 코너를 y개 계획했다고 하자.
$(x+y)$개의 코너를 공연한다면 코너와 코너 사이에는 1분간의 쉬는 시간이 있으므로 쉬는 시간은 모두 $(x+y-1)$분이지?
2nd 주어진 조건에 맞게 식을 세우자.
조건에서 6분짜리 노래 공연을 x개, 8분짜리 개그 코너를 y개 하면 모두 1시간 45분, 즉 $60+45=105$(분)이 되므로
$6x+8y+(x+y-1)=105$ ∴ $7x+9y=106$ ⋯ ㉠
그런데 6분짜리 노래 공연과 8분짜리 개그 코너의 개수를 바꾸면 모두 1시간 57분, 즉 $60+57=117$(분)이 되므로
$6y+8x+(y+x-1)=117$ ∴ $9x+7y=118$ ⋯ ㉡
3rd 연립방정식을 풀자.
㉠×7−㉡×9를 하면 $-32x=-320$ ∴ $x=10$
따라서 처음에 공연하려고 한 6분짜리 노래 공연의 개수는 10개야.

127 답 10 km

1st 미지수를 지정하자.
정지한 물에서의 보트의 속력을 시속 x km, 흐르는 강물의 속력을 시속 y km라 하자.
2nd 상류로 올라갈 때는 강물의 속력을 빼주어야 하고, 하류로 내려갈 때는 강물의 속력을 더해 주어야 해.
하류로 20 km를 2시간 동안 내려갈 때의 속력은 시속 $(x+y)$ km이므로 $2(x+y)=20$ $\quad\therefore x+y=10$ ⋯ ㉠
상류로 20 km를 4시간 동안 올라갈 때의 속력은 시속 $(x-y)$ km이므로 $4(x-y)=20$ $\quad\therefore x-y=5$ ⋯ ㉡
㉠+㉡을 하면 $2x=15$ $\quad\therefore x=7.5$
이것을 ㉠에 대입하면 $7.5+y=10$ $\quad\therefore y=2.5$
따라서 보트의 속력은 시속 7.5 km, 흐르는 강물의 속력은 시속 2.5 km야.
3rd 여기에서 구하려는 것은 투어 코스를 짜는데 하류까지 보트를 타고 가는 거리야.
선착장에서 보트를 타고 하류를 a km를 내려갔다가 돌아온다고 하자.
내려갈 때의 속력은 $7.5+2.5=10$이므로 시속 10 km
올라갈 때의 속력은 $7.5-2.5=5$이므로 시속 5 km
왕복하는 데 3시간이 걸리니까 $\frac{a}{10}+\frac{a}{5}=3$ $\quad\therefore a=10$
따라서 선착장에서 보트를 타고 하류로 10 km를 내려갔다가 돌아오면 돼.

128 답 $\frac{5}{36}$

1st 일에 관한 문제는 전체의 일의 양을 1로 놓고 시작하지? 먼저 미지수부터 지정하자.
A, B, C 세 사람이 하루에 할 수 있는 일의 양을 각각 x, y, z라 하자.
2nd 조건을 만족시키는 연립방정식을 세우자.
A, B, C 세 사람이 함께 일을 하면 6일이 걸리니까
$6x+6y+6z=1$ $\quad\therefore x+y+z=\frac{1}{6}$ ⋯ ㉠
또, A와 C 두 사람이 함께 일을 하면 9일이 걸리니까
$9x+9z=1$ $\quad\therefore x+z=\frac{1}{9}$ ⋯ ㉡
그리고 B와 C 두 사람이 함께 일을 하면 12일이 걸리니까
$12y+12z=1$ $\quad\therefore y+z=\frac{1}{12}$ ⋯ ㉢
㉠−㉢을 하면 $x=\frac{1}{12}$
$x=\frac{1}{12}$을 ㉡에 대입하면 $\frac{1}{12}+z=\frac{1}{9}$ $\quad\therefore z=\frac{1}{36}$
$z=\frac{1}{36}$을 ㉢에 대입하면 $y+\frac{1}{36}=\frac{1}{12}$ $\quad\therefore y=\frac{1}{18}$
3rd 구하는 것은 A, B 두 사람이 함께 하루에 할 수 있는 일의 양이지?
A, B 두 사람이 하루에 할 수 있는 일의 양이 각각 $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{18}$이므로
둘이 함께 일하면 하루에 할 수 있는 일의 양은 $\frac{1}{12}+\frac{1}{18}=\frac{5}{36}$야.

129 답 90명

1st 지원한 남녀의 수부터 구하자.
입학 지원한 남녀의 비가 3 : 4이므로
(입학 지원한 남자의 수)$=210\times\frac{3}{7}=90$(명)
(입학 지원한 여자의 수)$=210\times\frac{4}{7}=120$(명)
2nd 미지수를 지정하고 식을 세우자.
합격자의 남녀의 비는 3 : 5, 불합격자의 남녀의 비는 1 : 1이므로 합격자와 불합격자의 수를 각각 x명, y명이라 하면
(남자 합격자)$=\frac{3}{8}x$, (여자 합격자)$=\frac{5}{8}x$
(남자 불합격자)$=\frac{1}{2}y$, (여자 불합격자) $=\frac{1}{2}y$

$$\therefore \begin{cases} \frac{3}{8}x+\frac{1}{2}y=90 & \cdots ㉠ \\ \frac{5}{8}x+\frac{1}{2}y=120 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=120$, $y=90$
따라서 불합격자는 90명이야.
[다른 풀이]
입학 지원자의 남녀의 비가 3 : 4이므로 지원한 남자, 여자의 수를 각각 $3x$명, $4x$명이라 하자.
그런데 입학 지원자의 수가 210명이므로
$3x+4x=210$
$7x=210$ $\quad\therefore x=30$
즉, 남자는 90명, 여자는 120명 지원한 거야.
또, 합격자의 남녀의 비가 3 : 5이므로 합격한 남자, 여자의 수를 각각 $3y$명, $5y$명이라 하자. 그럼, 불합격자의 남자와 여자는 각각 $(90-3y)$명, $(120-5y)$명이지?
$(90-3y):(120-5y)=1:1$
$90-3y=120-5y$, $2y=30$
$\therefore y=15$
구하려는 것은 불합격자의 수이므로
$(90-3y)+(120-5y)=210-8y=210-120=90$(명)

130 답 $a=18$, $b=3$

1st 첫 번째에서 용기 A와 B의 농도의 변화를 살펴보자.
(ⅰ) A의 반을 B에 넣고 잘 섞었을 때,
용기 A의 소금물의 양은 400 g
용기 A의 소금의 양은 $400\times\frac{a}{100}=4a$(g)
용기 B의 소금물의 양은 1200 g
용기 B의 소금의 양은 $400\times\frac{a}{100}+800\times\frac{b}{100}=4a+8b$(g)
2nd 두 번째에서 용기 A와 B의 농도의 변화를 살펴보자.
(ⅱ) 다시 B의 반을 A에 넣고 잘 섞었을 때,
용기 A의 소금물의 양은 $600+400=1000$ (g)
용기 A의 소금의 양은 $4a+\frac{1}{2}(4a+8b)=6a+4b$(g)
용기 B의 소금물의 양은 600(g)
용기 B의 소금의 양은 $\frac{1}{2}(4a+8b)=2a+4b$(g)
3rd 섞은 결과를 보고 a, b의 값을 각각 구하자.
A의 농도가 12 %이므로 $\frac{6a+4b}{1000}\times100=12$
$\therefore 3a+2b=60$ ⋯ ㉠
B의 농도가 8 %이므로 $\frac{2a+4b}{600}\times100=8$
$\therefore a+2b=24$ ⋯ ㉡
㉠−㉡을 하면 $2a=36$ $\quad\therefore a=18$
㉡에 $a=18$을 대입하면
$18+2b=24$ $\quad\therefore b=3$

G

H 일차함수와 그 그래프

개념 다지기 001~046 정답은 p. 6에 있습니다.

유형 다지기 학교시험+학력평가

문제편 p. 148

047 답 ④

① 한 변의 길이가 x인 정삼각형의 둘레의 길이 y : $y=3x$ ← 함수!

② 한 개에 200원 하는 사탕 x개의 가격 y원 : $y=200x$ ← 함수!

③ 자연수 x를 4로 나눈 나머지 y : 자연수 x에 대하여 4로 나눈 나머지는 0, 1, 2, 3 중 하나로 대응 ← 함수!

④ 1을 제외한 자연수의 약수는 하나로 정해지지 않아. 예를 들어, $x=3$이라 하면 약수 1, 3으로 2개가 되지? 그래서 함수가 아니야.

⑤ y는 x의 $\frac{1}{3}$: $y=\frac{1}{3}x$ ← 함수!

★ 함수가 아닌 경우

(1) x의 값에 대응되는 값이 없는 경우

예 x의 값의 범위가 -1, 0, 1이고, y의 값의 범위가 0, 1일 때, $y=x+1$이면 $x=1$에 대응되는 y의 값이 존재하지 않으니까 함수가 될 수 없어.

(2) x의 값 한 개가 y의 값 중 두 개 이상 대응하는 경우

예 $y=(x$의 배수$)$, $y=(x$의 약수$)$, …

048 답 ③

① 자연수 x의 약수 y는 2개 이상 존재하므로 함수가 아니야. 예를 들어, $x=4$에 대응하는 $y=1, 2, 4$야.

② 정수 x의 배수 y는 하나로 정해지지 않으므로 함수가 아니야. 예를 들어, $x=-1$에 대응하는 $y=\cdots, -2, -1, 0, 1, 2, \cdots$로 무수히 많이 존재해.

③ 자연수 x의 약수의 개수 y는 하나의 x에 대응하는 y가 오직 한 개 존재해. ← 함수!

④ 정수 x보다 큰 정수 y는 하나로 정해지지 않으므로 함수가 아니야. 예를 들어, $x=0$에 대응하는 $y=1, 2, \cdots$로 무수히 많이 존재해.

⑤ 자연수 x와 서로소인 y가 하나로 정해지지 않으므로 함수가 아니야. 예를 들어, $x=2$에 대응하는 y가 홀수이면 되므로 무수히 많이 존재해.

049 답 ①

① 시속 x km로 달린 자전거가 이동한 거리 y km는 시간에 따라 다르게 정해질 수 있어서 함수가 아니야.

② 자연수 x보다 2만큼 큰 자연수 y : $y=x+2$ ← 함수!

③ 1분에 5장씩 x분 동안 인쇄한 종이 수 y장 : $y=5x$ ← 함수!

④ 주스 1000 mL를 x명에게 나누어 줄 때, 한 명이 받는 양 y mL : $y=\frac{1000}{x}$ ← 함수!

⑤ 반지름의 길이가 x cm인 원의 둘레의 길이 y cm : $y=2\times\pi\times x$

$\therefore y=2\pi x$ ← 함수!

050 답 ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄱ. 넓이가 24인 직사각형의 서로 다른 두 변의 길이가 각각 x, y : $x\times y=24$ $\quad\therefore y=\frac{24}{x}$ ← 함수!

ㄴ. 어느 반 30명 중 남학생, 여학생 수가 각각 x, y명 : $x+y=30$ $\quad\therefore y=30-x$ ← 함수!

ㄷ. 한 권 빌리는 데 500원인 책 x권을 빌리는 데 드는 비용 y원 : $y=500x$ ← 함수!

ㄹ. 절댓값이 x인 수 y이면 x가 0이 아닐 때, 절댓값이 $x(x>0)$인 수는 x, $-x$로 2개가 존재하므로 함수가 아니야.

따라서 함수인 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이야.

051 답 ⑤

공책의 개수(권)	1	2	3	4	…
금액(원)	700	700×2	700×3	700×4	…

따라서 규칙에 의해 공책이 x권일 때, 금액은 $y=700x$(원)야.

052 답 ⑤

버스를 이용한 횟수(회)	1	2	3	4	…
버스 요금의 총액(원)	1500	1500×2	1500×3	1500×4	…

따라서 규칙에 의해 버스 이용 횟수가 x회일 때, 버스 요금은 $y=1500x$(원)

053 답 $y=20x$

복사에 사용된 시간(분)	1	2	3	4	…
복사한 종이의 장수(장)	20	20×2	20×3	20×4	…

따라서 규칙에 의해 시간이 x분일 때, 복사한 종이의 장수는 $y=20x$(장)야.

054 답 $y=\frac{24}{x}$

삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times$(밑변의 길이)$\times$(높이)이므로

$\frac{1}{2}\times x\times y=12$, $xy=24$ $\quad\therefore y=\frac{24}{x}$

055 답 ②

자연수 x의 값의 범위가 $1\le x\le5$, 즉 x의 값이 1, 2, 3, 4, 5인 함수 $y=2x-1$의 함숫값을 구하면

$x=1$일 때, $f(1)=2\times1-1=1$

$x=2$일 때, $f(2)=2\times2-1=3$

$x=3$일 때, $f(3)=2\times3-1=5$

$x=4$일 때, $f(4)=2\times4-1=7$

$x=5$일 때, $f(5)=2\times5-1=9$

따라서 y의 값은 1, 3, 5, 7, 9야.

056 답 ⑤

함수 $y=-3x$의 y의 값이 0, 3, 6, 9일 때, x의 값을 구하면

$y=0$일 때, $-3x=0$ $\quad\therefore x=0$

$y=3$일 때, $-3x=3$ $\quad\therefore x=-1$

$y=6$일 때, $-3x=6$ $\quad\therefore x=-2$

$y=9$일 때, $-3x=9$ $\quad\therefore x=-3$

따라서 x의 값은 -3, -2, -1, 0이므로 아닌 것은 ⑤야.

057 답 4

함수 $y=\frac{4}{x}$의 y의 값이 1, 2, 4, 8일 때, x의 값을 구하면

$y=1$일 때, $\frac{4}{x}=1$　　$\therefore x=4$

$y=2$일 때, $\frac{4}{x}=2$　　$\therefore x=2$

$y=4$일 때, $\frac{4}{x}=4$　　$\therefore x=1$

$y=8$일 때, $\frac{4}{x}=8$　　$\therefore x=\frac{1}{2}$

따라서 x의 값은 $\frac{1}{2}$, 1, 2, 4이므로 모든 x의 값의 곱은

$\frac{1}{2}\times1\times2\times4=4$

058 답 4

x의 값이 -3, -1, 0, 1, 3인 함수 $y=|x|$의 함숫값을 구하면
$x=-3$일 때, $y=|-3|=3$
$x=-1$일 때, $y=|-1|=1$
$x=0$일 때, $y=|0|=0$
$x=1$일 때, $y=|1|=1$
$x=3$일 때, $y=|3|=3$
따라서 y의 값은 0, 1, 3이고, 모든 y의 값의 합은 4야.

059 답 ④

함수 $f(x)=x+1$이므로 $f(1)=2$, $f(-2)=-1$
$\therefore f(1)+f(-2)=2+(-1)=1$

060 답 ③

함수 $f(x)=\frac{9}{x}$이므로 $f(6)=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}$　　$\therefore 2f(6)=3$

061 답 ②

함수 $f(x)=-x-1$이므로
$f(-1)=-(-1)-1=0$, $f(0)=0-1=-1$
$\therefore f(-1)+2f(0)=0-2=-2$

062 답 ②

함수 $f(x)=-\frac{4}{x}$이므로

$f(2)=-\frac{4}{2}=-2$, $f(-2)=-\frac{4}{-2}=2$
$\therefore f(2)+7f(-2)=-2+14=12$

063 답 ⑤

함수 $f(x)=-2x+1$에 의하여 $f(a)=-2a+1$
$f(a)=-9$이므로 $2a=10$
$\therefore a=5$

064 답 ④

함수 $f(x)=\frac{a}{x}$에 의하여 $f(2)=\frac{a}{2}$

$f(2)=5$이므로 $\frac{a}{2}=5$

$\therefore a=10$

065 답 ②

함수 $f(x)=-\frac{a}{x}+1$에서
$f(1)=-a+1=4$　　$\therefore a=-3$
즉, $f(x)=\frac{3}{x}+1$이므로 $f(3)=\frac{3}{3}+1=2$

066 답 ②

함수 $f(x)=4x-1$에서
$f(-1)=4\times(-1)-1=-5$　　$\therefore a=-5$
$f(b)=4b-1=7$, $4b=8$　　$\therefore b=2$
$\therefore a+b=-5+2=-3$

067 답 ⑤

함수 $f(x)=4x$, $g(x)=-x+3$에서
$f(1)=4$, $g(1)=-1+3=2$
$\therefore f(1)+g(1)=6$

068 답 ④

함수 $f(x)=-\frac{1}{2}x$, $g(x)=5x+3$에서

$f(4)=-\frac{1}{2}\times4=-2$, $g(-1)=5\times(-1)+3=-2$
$\therefore f(4)\times g(-1)=-2\times(-2)=4$

069 답 ⑤

함수 $f(x)=\frac{4}{x}$, $g(x)=-4x+6$에서

$f(1)=\frac{4}{1}=4$, $g(1)=-4\times1+6=2$
$\therefore 2f(1)-g(1)=2\times4-2=6$

070 답 3

두 함수 $f(x)=4x-2$, $g(x)=-\frac{14}{x}+3$에서
$f(a)=4a-2=26$, $4a=28$　　$\therefore a=7$
$f\left(\frac{a}{7}\right)=f(1)=2$, $g(a)=g(7)=-\frac{14}{7}+3=-2+3=1$
$\therefore f\left(\frac{a}{7}\right)+g(a)=2+1=3$

071 답 ㄱ, ㄹ

함수 $y=f(x)$에서 y가 x에 대한 일차식, 즉 $y=ax+b$(a, b는 상수, $a\neq0$)의 꼴로 나타내어질 때, 이 함수를 일차함수라고 해.
ㄴ. x가 분모에 있으니까 일차함수가 아니야.
ㄷ. x^2항이 있으므로 일차함수가 아니야.

072 답 ④

① $y=x^2-2$는 x^2항이 있으므로 일차함수가 아니야.
② $y=x^3-x$는 x^3항이 있으므로 일차함수가 아니야.
③ $y=4$는 x의 차수가 일차가 아니므로 일차함수가 아니야.
⑤ $y=\frac{1}{x}+3$에서 x가 분모에 있으므로 일차함수가 아니야.

H

073 답 ③

① $xy=32$이므로 $y=\frac{32}{x}$ ← 일차함수가 아니야.
② $y=\pi x^2$ ← x의 차수가 일차가 아니므로 일차함수가 아니야.
③ $y=5x$ ← 일차함수야.
④ $\frac{1}{2}\times x\times y=20$이므로 $y=\frac{40}{x}$ ← 일차함수가 아니야.
⑤ $y=\frac{160}{x}$ ← 일차함수가 아니야.

074 답 2개

ㄱ. $y=100-3x$ ← 일차함수야.
ㄴ. $y=x^2$ ← 일차함수가 아니야.
ㄷ. $xy=3$이므로 $y=\frac{3}{x}$ ← 일차함수가 아니야.
ㄹ. $y=150-0.6x$ ← 일차함수야.
따라서 일차함수인 것은 ㄱ, ㄹ로 2개야.

075 답 ③

$f(x)=-2x+a$에서
$f(1)=-2\times1+a=3 \qquad \therefore a=5$
따라서 $f(x)=-2x+5$이므로
$f(-1)+f(2)=\{-2\times(-1)+5\}+(-2\times2+5)=7+1=8$

076 답 ⑤

$f(x)=\frac{1}{2}x+5$에 대하여
$f(-2)=\frac{1}{2}\times(-2)+5=4$
$f(0)=\frac{1}{2}\times0+5=5$
$f(1)=\frac{1}{2}\times1+5=\frac{11}{2}$
$\therefore f(-2)+f(0)+f(1)=4+5+\frac{11}{2}=\frac{29}{2}$

077 답 ②

$f(x)=\frac{1}{2}x+3$에 대하여 $f(a)=a$이므로
$\frac{1}{2}a+3=a,\ \frac{1}{2}a=3 \qquad \therefore a=6$

078 답 -1

$f(x)=4x+5$에 대하여 $f\left(\frac{a}{4}\right)=2a+6$이므로
$4\times\frac{a}{4}+5=2a+6,\ a+5=2a+6$
$\therefore a=-1$

079 답 ⑤

일차함수 $y=3x$에서
① x의 계수가 양수이므로 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가해. (참)
② 그래프는 오른쪽 위로 향하는 직선이야. (참)
③ $x=a$이면 $y=3a$이므로 점 $(a, 3a)$를 지나. (참)
④ $x=0$이면 $y=0$이므로 원점 $(0, 0)$을 지나. (참)
⑤ 주어진 일차함수의 그래프는 제1, 3사분면을 지나. (거짓)

080 답 ②

기울기가 음수이고, y축과 $y=2x$의 그래프보다 멀기 때문에 a의 절댓값이 2보다 작아야 하므로 ② $-\frac{1}{3}$이 가능해.

081 답 ⑤

$y=ax(a\neq0)$에서 a의 절댓값이 클수록 y축에 가까우므로
⑤ $y=6x$의 그래프가 y축에 가장 가까워.

082 답 ㄱ, ㄹ

일차함수 $y=-\frac{1}{3}x$에 대하여
ㄱ. $x=-3$일 때, $y=-\frac{1}{3}\times(-3)=1$이므로 점 $(-3, 1)$을 지나. (참)
ㄴ. 주어진 일차함수의 그래프는 원점을 지나고, x의 계수가 음수이므로 오른쪽 아래로 향하는 직선이야. 따라서 제2, 4사분면을 지나. (거짓)
ㄷ. $y=-\frac{1}{3}x$에서 $-\frac{1}{3}<0$이므로 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소하게 돼. (거짓)
ㄹ. x의 계수의 절댓값이 클수록 y축에 더 가깝지?
$\left|-\frac{1}{3}\right|=\frac{5}{15},\ \left|\frac{1}{5}\right|=\frac{3}{15}$에서 $\left|-\frac{1}{3}\right|>\left|\frac{1}{5}\right|$이므로
$y=-\frac{1}{3}x$의 그래프는 $y=\frac{1}{5}x$의 그래프보다 y축에 더 가까이 있어. (참)
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이야.

083 답 4

함수 $y=2x-3$의 그래프를 y축의 방향으로 p만큼 평행이동하면
$y=2x-3+p$
$y=2x-3+p$가 $y=2x+1$과 일치해야 하므로
$-3+p=1 \qquad \therefore p=4$

084 답 ④

함수 $y=-x+5$의 그래프를 y축의 음의 방향으로 2만큼 평행이동하면
$y=-x+5-2 \qquad \therefore y=-x+3$

085 답 ③

$y=-2(x-1)+1=-2x+3$이므로 함수 $y=-2x$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 거야.

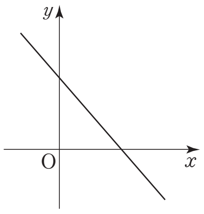
086 답 ④

함수 $y=2x+b$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행이동하면
$y=2x+b+3$
이것이 $y=2x-2$와 일치하므로
$b+3=-2 \qquad \therefore b=-5$
따라서 함수 $y=2x+b=2x-5$의 그래프를 y축의 방향으로 -5만큼 평행이동하면 $y=2x-5-5$
$\therefore y=2x-10$

087 답 ③

그래프가 오른쪽 아래로 향하므로

(기울기)$=\frac{b}{a}<0$



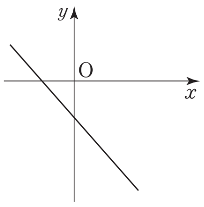
그래프가 y축의 양의 부분에서 만나므로

(y절편)$=-a>0$　　$\therefore a<0$

$\therefore a<0,\ b>0$

088 답 ④

그림과 같은 일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서



① 기울기가 음수이므로 $a<0$ (참)

② 그래프가 y축과 음의 부분에서 만나므로 y절편은 음수야.　　$\therefore b<0$ (참)

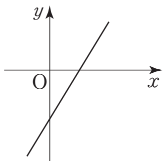
③ $a+b<0$ (참)

④ 일차함수의 그래프와 x축이 만난 점의 x좌표가 x절편인데 그림에서 음수지? (거짓)

⑤ 기울기가 음수이므로 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소해. (참)

089 답 ④

기울기 a가 $a>0$이므로 오른쪽 위로 향하는 직선이고 y절편 b가 $b<0$이므로 y절편이 음수인 직선을 찾으면 ④야.



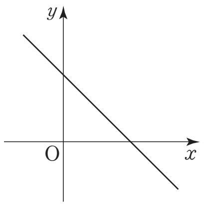
090 답 제3사분면

$ab<0$, $ac>0$이므로 a와 c의 부호는 같고 a와 b의 부호는 다르지? 즉, b와 c의 부호가 다르므로 $bc<0$이야.

$y=\frac{b}{a}x-\frac{c}{b}$에서

(기울기)$=\frac{b}{a}<0$

(y절편)$=-\frac{c}{b}>0$



따라서 그래프는 그림과 같은 형태가 되므로 제1, 2, 4사분면을 지나고, 제3사분면은 지나지 않아.

091 답 ④

$y=-3x-1$의 그래프를 y축의 방향으로 -5만큼 평행이동하면

$y=-3x-1-5$　　$\therefore y=-3x-6$

이 일차함수의 그래프가 점 $(m,\ -2)$를 지나므로 각각의 점의 좌표를 대입하면

$-2=-3m-6,\ 3m=-4$

$\therefore m=-\frac{4}{3}$

092 답 ③

$y=4x-2$에 $x=\frac{a}{2}$, $y=a$를 각각 대입하면

$a=4\times\frac{a}{2}-2,\ a=2a-2$

$\therefore a=2$

093 답 ④

함수 $y=2x-3$의 그래프를 y축의 방향으로 n만큼 평행이동하면

$y=2x-3+n$ ⋯ ㉠

㉠이 점 $(2,\ 5)$를 지나므로 $x=2,\ y=5$를 각각 대입하면

$5=2\times2-3+n$　　$\therefore n=4$

094 답 ②

함수 $y=2x$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동하면

$y=2x+b$

이 그래프가 두 점 $(1,\ 3)$, $(a,\ -5)$를 지나므로 각각의 점의 좌표를 대입하면

$3=2\times1+b$　　$\therefore b=1$

$-5=2a+1$　　$\therefore a=-3$

$\therefore a+b=-3+1=-2$

095 답 ⑤

함수 $y=\frac{1}{2}x+b$의 그래프의 y절편이 -3이므로 $b=-3$

$\therefore y=\frac{1}{2}x-3$

x절편은 $y=0$일 때의 x의 값이므로

$0=\frac{1}{2}x-3$　　$\therefore x=6$

096 답 5

a, b의 값은 각각 일차함수 $y=-\frac{1}{2}x+5$의 y절편, x절편이지?

$x=0$을 대입하면 y절편은 5이므로 $a=5$

$y=-\frac{1}{2}x+5$에 $y=0$을 대입하면 x절편은 10이므로 $b=10$

$\therefore b-a=10-5=5$

097 답 10

$y=-4x+2$의 그래프를 y축의 방향으로 6만큼 평행이동하면

$y=-4x+2+6$　　$\therefore y=-4x+8$

이 일차함수의 x절편을 구하기 위하여 $y=0$을 대입하면

$0=-4x+8$이므로 $x=2$　　$\therefore a=2$

또, y절편을 구하기 위하여 $x=0$을 대입하면 $y=8$이므로 $b=8$

$\therefore a+b=2+8=10$

098 답 $\frac{8}{3}$

일차함수 $y=ax+b$의 x절편이 -3이므로 $x=-3,\ y=0$을 각각 대입하면

$0=-3a+b$ ⋯ ㉠

또, y절편이 2이므로 $x=0,\ y=2$를 각각 대입하면

$2=a\times0+b$　　$\therefore b=2$ ⋯ ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면

$0=-3a+2$　　$\therefore a=\frac{2}{3}$

$\therefore a+b=\frac{2}{3}+2=\frac{8}{3}$

H

099 답 ②

일차함수 $y=\frac{a}{3}x-1$의 그래프에서 x의 값이 1만큼 증가할 때, y의 값이 3만큼 감소하므로 결국 기울기가 주어진 거야.

$(\text{기울기})=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=\frac{-3}{1}=-3$

이때, 일차함수 $y=\frac{a}{3}x-1$의 그래프의 기울기는 $\frac{a}{3}$이므로

$\frac{a}{3}=-3 \qquad \therefore a=-9$

100 답 ②

$(\text{기울기})=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=\frac{-3}{2}=-\frac{3}{2}$

따라서 기울기가 $-\frac{3}{2}$인 것을 찾으면 ② $y=-\frac{3}{2}x+3$이야.

[다른 풀이]

일차함수 $y=f(x)=ax+b$에서 일반적으로 $\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$은 기울기의 정의와 같아.

따라서 이 문제에서 바로 $-\frac{2}{3}$로 구할 수 있어.

101 답 ②

$y=-\frac{2}{7}x+2$의 그래프의 기울기는 $-\frac{2}{7}$이므로

$(\text{기울기})=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=-\frac{2}{7}$

그런데 이 그래프에서 x의 값이 14만큼 증가하면

$\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{14}=-\frac{2}{7}$

$\therefore (y\text{의 값의 증가량})=-4$

102 답 $-\frac{2}{3}$

$f(x)=-\frac{2}{3}x+5$에서

$$\frac{f(99)-f(97)}{99-97}=\frac{\left(-\frac{2}{3}\times99+5\right)-\left(-\frac{2}{3}\times97+5\right)}{99-97}$$
$$=\frac{-\frac{2}{3}\times99+5+\frac{2}{3}\times97-5}{99-97}$$
$$=\frac{-\frac{2}{3}(99-97)}{99-97}=-\frac{2}{3}$$

103 답 ①

일차함수 $y=ax+b$에서 a의 절댓값이 클수록 y축과 가까우므로 선택지 중 ① $y=-5x-2$의 그래프가 y축에 가장 가까워.

오|답|피|하|기

음수는 절댓값이 클수록 작은 수라는 거 알고 있지? 기울기를 고를 때도 조심해야 해. 기울기는 양수일 때나 음수일 때 모두 기울기의 절댓값이 클수록 y축에 가까워진다는 사실을 기억해 두자.

104 답 ④

기울기의 절댓값이 작을수록 x축에 가까우므로 선택지 중 ④가 돼.

105 답 ③

x의 값이 증가함에 따라 y의 값도 증가하는 함수 $y=ax+b$는 $a>0$, 즉 기울기가 양수일 때야.

따라서 이를 만족시키는 함수는 ㄴ, ㄹ이야.

106 답 ①

두 점 $(-1, k)$, $(3, 6)$에서 x의 값이 -1에서 3으로 증가할 때, y의 값은 k에서 6으로 증가하므로

$(\text{기울기})=\frac{6-k}{3-(-1)}=3$에서 $\frac{6-k}{4}=3$

$6-k=12 \qquad \therefore k=-6$

107 답 ③

두 점 $(1, 3)$, $(2, 6)$에서 x의 값이 1에서 2로 1만큼 증가할 때, y의 값이 3에서 6으로 3만큼 증가하므로

$(\text{기울기})=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=\frac{3}{1}=3$

따라서 이 그래프의 기울기는 3이야.

108 답 ④

두 점 $(-1, 5)$, $(2, a)$를 지나는 일차함수의 그래프의 기울기가 $\frac{1}{2}$이므로

$(\text{기울기})=\frac{a-5}{2-(-1)}=\frac{1}{2}$

$\frac{a-5}{3}=\frac{1}{2}$, $2a-10=3$

$\therefore a=\frac{13}{2}$

109 답 ②

그림에서 일차함수의 그래프가 두 점 $(-1, -3)$, $(2, 1)$을 지나므로

$(\text{기울기})=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=\frac{1-(-3)}{2-(-1)}=\frac{4}{3}$

따라서 x의 값이 9만큼 증가할 때, y의 값의 증가량은

$\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{9}=\frac{4}{3}$

$\therefore (y\text{의 값의 증가량})=\frac{4}{3}\times9=12$

110 답 ②

그림의 일차함수 $y=ax+b$는 x절편이 3, y절편이 1인 그래프이지? 즉, 두 점 $(3, 0)$, $(0, 1)$을 지나므로

$(\text{기울기})=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=-\frac{1}{3}$

구하려는 것은 x의 값이 6만큼 증가할 때, y의 값의 증가량이므로

$\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{6}=-\frac{1}{3}$

$\therefore (y\text{의 값의 증가량})=-2$

111 답 ①

직선 l은 두 점 $(-1, 0)$, $(0, 2)$를 지나므로

$a=\dfrac{2-0}{0-(-1)}=\dfrac{2}{1}=2$

직선 m은 두 점 $(3, 0)$, $(0, 2)$를 지나므로

$b=\dfrac{2-0}{0-3}=-\dfrac{2}{3}$

$\therefore ab=2\times\left(-\dfrac{2}{3}\right)=-\dfrac{4}{3}$

112 답 ⑤

일차함수 $y=-2x+4$의 그래프의 x절편은

$0=-2x+4 \qquad \therefore x=2$

즉, x절편 2이고 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 x절편과 같으므로

$0=ax+b$에서 $x=-\dfrac{b}{a} \qquad \therefore -\dfrac{b}{a}=2$ ⋯ ㉠

한편, 일차함수 $y=x+6$의 그래프의 y절편은 6이고, 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 y절편 b와 같으므로 $b=6$

이것을 ㉠에 대입하면 $-\dfrac{6}{a}=2 \qquad \therefore a=-3$

따라서 $y=ax+b$의 그래프의 기울기는 -3이야.

113 답 ④

두 점 $(1, 3)$, $(-4, -2)$를 지나는 일차함수의 그래프의 기울기는

$\dfrac{-2-3}{-4-1}=\dfrac{-5}{-5}=1$

두 점 $(1, 3)$, $(2, a)$를 지나는 일차함수의 그래프의 기울기도

1이어야 하므로 $\dfrac{a-3}{2-1}=1$, $a-3=1 \qquad \therefore a=4$

114 답 ③

두 점 $(2, -3)$, $(4, 5)$를 지나는 일차함수의 그래프의 기울기는

$\dfrac{5-(-3)}{4-2}=\dfrac{8}{2}=4$

두 점 $(4, 5)$, $(3k, k)$를 지나는 일차함수의 그래프의 기울기도

4이어야 하므로 $\dfrac{k-5}{3k-4}=4$, $k-5=12k-16$

$11k=11 \qquad \therefore k=1$

[다른 풀이]

구하는 일차함수를 $y=ax+b$라 놓자.

(기울기)$=a=\dfrac{5-(-3)}{4-2}=\dfrac{8}{2}=4$

일차함수 $y=4x+b$의 그래프가 점 $(2, -3)$을 지나므로

$-3=4\times2+b \qquad \therefore b=-11$

직선 $y=4x-11$이 점 $(3k, k)$도 지나므로

$k=4\times3k-11 \qquad \therefore k=1$

115 답 ②

두 점 $(-4, -1)$, $(2, 3)$을 지나는 일차함수의 그래프의 기울기와 두 점 $(p, 1)$, $(2, 3)$을 지나는 일차함수의 그래프의 기울기가 같아야 하므로

$\dfrac{-1-3}{-4-2}=\dfrac{1-3}{p-2}$, $\dfrac{4}{6}=\dfrac{-2}{p-2}$

$4p-8=-12$, $4p=-4 \qquad \therefore p=-1$

116 답 ⑤

두 점 $(1, 2)$, $(2, 3)$을 지나는 일차함수의 그래프의 기울기는

$\dfrac{3-2}{2-1}=1$이고, 두 점 $(5, k)$, $(2, 3)$을 지나는 일차함수의 그래프의

기울기는 $\dfrac{k-3}{5-2}=\dfrac{k-3}{3}$이지?

두 점 $(1, 2)$, $(5, k)$를 지나는 일차함수의 그래프 위에 점 $(2, 3)$이 있으므로 두 점 $(1, 2)$, $(2, 3)$을 지나는 일차함수의 그래프의 기울기와 두 점 $(2, 32)$, $(5, k)$를 지나는 일차함수의 그래프의 기울기는 같아.

$\dfrac{k-3}{3}=1 \qquad \therefore k=6$

117 답 ③

일차함수 $\dfrac{x}{2}-\dfrac{y}{3}=1$, 즉 $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-3}=1$의 그래프의 x절편은 2, y절편은 -3이므로 주어진 일차함수의 그래프는 ③이야.

118 답 ①

$y=-\dfrac{1}{3}x+2$는 x절편이 6이고 y절편이 2인 일차함수이므로 그래프는 ①이야.

119 답 ④

일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 y절편이 2이므로 $b=2$

또, x절편이 3이므로 $y=ax+2$에 $x=3$, $y=0$을 각각 대입하면

$0=3a+2 \qquad \therefore a=-\dfrac{2}{3}$

따라서 일차함수 $y=bx+a$, 즉 $y=2x-\dfrac{2}{3}$의 그래프의 x절편은

$y=0$일 때 $x=\dfrac{1}{3}$이고, y절편은 $x=0$일 때 $y=-\dfrac{2}{3}$이므로 ④야.

120 답 ③

먼저 두 점 $(3, -2)$, $(m, -4)$를 지나는 일차함수의 그래프의 기울기부터 구하자.

(기울기)$=\dfrac{-4-(-2)}{m-3}=-\dfrac{2}{m-3}$

그런데 이 두 점을 지나는 일차함수의 그래프가 일차함수 $y=-2x+5$의 그래프와 평행하므로 기울기가 -2로 같아야겠지?

$-\dfrac{2}{m-3}=-2$, $2m-6=2$

$2m=8 \qquad \therefore m=4$

121 답 ③

두 일차함수 $y=ax-3$, $y=-x+1$의 그래프가 평행하려면 기울기가 같아야 하지?

$\therefore a=-1$

122 답 -2

두 일차함수 $y=(a+6)x-3$, $y=-2ax+3$의 그래프가 만나지 않는다는 것은 평행이라는 거야.

그럼, 기울기가 같아야겠지?

$y=(a+6)x-3$의 그래프의 기울기는 $a+6$,

$y=-2ax+3$의 그래프의 기울기는 $-2a$이므로

$a+6=-2a$, $3a=-6 \qquad \therefore a=-2$

H

123 답 ④

두 일차함수 $y=ax+3$, $y=-2x+b$의 그래프가 서로 일치하기 위해서는 두 일차함수의 그래프의 기울기와 y절편이 모두 같아야 해.
$\therefore a=-2, b=3$

124 답 -1

기울기가 -3이고, y절편이 -5인 일차함수는 $y=-3x-5$지?
그런데 점 $(a, -2)$가 이 일차함수의 그래프 위에 있으므로 $x=a$, $y=-2$를 각각 대입하면 $-2=-3a-5$, $3a=-3$
$\therefore a=-1$

125 답 ③

그림의 그래프는 일차함수 $y=-2x$의 그래프를 평행이동한 것이므로 기울기는 -2이지?
또, 일차함수의 그래프는 점 $(0, -4)$를 지나므로 y절편이 -4야.
따라서 주어진 그래프를 나타내는 일차함수의 식은 $y=-2x-4$야.

126 답 ②

x의 값이 1만큼 증가할 때, y의 값이 5만큼 증가하는 일차함수의 그래프의 기울기를 구하면
(기울기)$=\dfrac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=\dfrac{5}{1}=5$
이 일차함수의 그래프가 점 $(0, -3)$을 지나므로 y절편이 -3이지?
$\therefore y=5x-3$

127 답 ④

일차함수 $y=mx$의 그래프는 점 $(3, 2)$를 지나므로
$2=3m \qquad \therefore m=\dfrac{2}{3}$
두 일차함수 $y=ax+b$와 $y=mx$의 그래프가 평행하므로 기울기가 같아야지?
$\therefore a=m=\dfrac{2}{3}$
또, 일차함수 $y=ax+b$, 즉 $y=\dfrac{2}{3}x+b$의 그래프의 y절편이 2이므로
$b=2$
$\therefore ab=\dfrac{2}{3}\times 2=\dfrac{4}{3}$

128 답 ⑤

주어진 그래프에서 x의 값이 0에서 3까지 3만큼 증가할 때, y의 값은 -4에서 2까지 6만큼 증가하므로
$a=$(기울기)$=\dfrac{6}{3}=2$
일차함수 $y=ax+b$ 즉, $y=2x+b$의 그래프가 점 $(-2, 0)$을 지나므로
$0=2\times(-2)+b \qquad \therefore b=4$
$\therefore ab=2\times 4=8$

129 답 ②

기울기가 -3이므로 $y=-3x+b$라 하자.
이 일차함수는 점 $(2, -5)$를 지나므로
$-5=-3\times 2+b$에서 $b=1$
$\therefore y=-3x+1$
또, 이 일차함수가 점 $(1, k)$를 지나므로
$k=-3\times 1+1=-2$

130 답 ②

일차함수 $y=f(x)$에서 x의 값의 증가량이 4일 때, y의 값의 증가량이 8이므로 (기울기)$=\dfrac{8}{4}=2$
즉, $f(x)=2x+b$라 놓을 수 있어.
이때, $f(-1)=5$가 성립하므로
$f(-1)=2\times(-1)+b=5 \qquad \therefore b=7$
따라서 $f(x)=2x+7$이므로
$f(3)=2\times 3+7=13$

131 답 ③

일차함수 $y=ax+1$이 점 $(4, 9)$를 지나므로
$9=4a+1 \qquad \therefore a=2$
구하는 일차함수의 그래프가 $y=2x+1$의 그래프와 평행하므로 $y=2x+b$라 하자.
또, 구하는 일차함수의 그래프는 $y=\dfrac{3}{2}x-6$의 그래프와 x축 위에서 만나므로 x절편이 같아.
$y=\dfrac{3}{2}x-6$의 그래프의 x절편은
$0=\dfrac{3}{2}x-6 \qquad \therefore x=4$
따라서 기울기는 2이고, 점 $(4, 0)$을 지나므로 구하는 일차함수는 $y=2x+b$
이 일차함수는 점 $(4, 0)$을 지나므로
$0=8+b \qquad \therefore b=-8$
$\therefore y=2x-8$

132 답 ①

두 점 $(1, -1)$, $(2, -6)$을 지나는 일차함수를 $y=ax+b$라 하자.
(기울기)$=a=\dfrac{-6-(-1)}{2-1}=\dfrac{-5}{1}=-5$
또, 일차함수 $y=-5x+b$의 그래프가 점 $(1, -1)$을 지나므로
$-1=-5+b \qquad \therefore b=4$
즉, 일차함수 $y=ax+b$는 $y=-5x+4$
이 그래프를 y축의 방향으로 -3만큼 평행이동하면
$y=-5x+4-3 \qquad \therefore y=-5x+1$
이 일차함수의 그래프의 x절편은 $y=0$일 때 x의 값이므로
$0=-5x+1 \qquad \therefore x=\dfrac{1}{5}$

133 답 $y=2x-6$

구하는 일차함수의 식을 $y=ax+b$(단, a, b는 상수)라 하자.
이 일차함수의 그래프의 x절편이 3이므로 점 $(3, 0)$과 점 $(1, -4)$를 지나므로
$a=\dfrac{0-(-4)}{3-1}=2$
즉, 일차함수 $y=2x+b$이고, 이 일차함수의 그래프가 점 $(3, 0)$을 지나므로
$0=6+b \qquad \therefore b=-6$
따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=2x-6$

134 답 ⑤

일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서 x의 값이 1에서 3으로 2만큼 증가할 때, y의 값은 3에서 -1로 4만큼 감소하므로

$a=-\dfrac{4}{2}=-2$

또, 일차함수 $y=-2x+b$의 그래프가 점 $(1, 3)$을 지나므로

$3=-2+b \qquad \therefore b=5$

즉, 그림은 일차함수 $y=-2x+5$의 그래프야.

이 그래프에서 x절편은 $y=0$일 때 x의 값이므로

$0=-2x+5 \qquad \therefore x=\dfrac{5}{2}$

또, y절편은 $x=0$일 때 y의 값이므로 $y=5 \qquad \therefore m=\dfrac{5}{2},\ n=5$

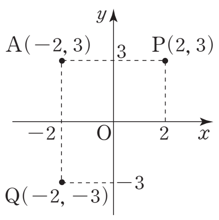
$\therefore a+m+n=-2+\dfrac{5}{2}+5=\dfrac{11}{2}$

135 답 $\dfrac{3}{2}$

점 $A(-2, 3)$과 y축에 대하여 대칭인 점은 x좌표의 부호만 바뀌므로 $P(2, 3)$

또, x축에 대하여 대칭인 점은 y좌표의 부호만 바뀌므로 $Q(-2, -3)$

두 점 P, Q를 지나는 직선을 나타내는 일차함수가 $y=mx+n$이므로



$(기울기)=m=\dfrac{-3-3}{-2-2}=\dfrac{-6}{-4}=\dfrac{3}{2}$

$\therefore y=\dfrac{3}{2}x+n$

이 일차함수가 점 $P(2, 3)$을 지나므로 $3=\dfrac{3}{2}\times 2+n \qquad \therefore n=0$

$\therefore m+n=\dfrac{3}{2}$

136 답 ③

x절편, y절편이 각각 6, -2인 직선을 나타내는 일차함수의 식은

$y=\dfrac{1}{3}x-2$

이 함수의 그래프가 점 $(3a, 2a)$를 지나므로

$2a=\dfrac{1}{3}\times 3a-2,\ 2a=a-2 \qquad \therefore a=-2$

137 답 $-\dfrac{7}{2}$

그림의 그래프에서 x절편, y절편이 각각 -2, -4이므로

$(기울기)=-\dfrac{-4}{-2}=-2 \qquad \therefore y=-2x-4$

이때, 점 $(k, 3)$이 이 일차함수의 그래프 위에 있으므로

$3=-2k-4 \qquad \therefore k=-\dfrac{7}{2}$

138 답 ②

일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 x절편, y절편이 각각 -3, 9이므로

$(기울기)=a=-\dfrac{9}{-3}=3,\ (y절편)=b=9$

따라서 일차함수 $y=-bx+a=-9x+3$의 그래프 위의 점은 그 점의 좌표를 대입했을 때 등식이 성립하는 거야.

① $-9\times 2+3=-15\neq 6$

② $-9\times 1+3=-6$ ←OK!

③ $-9\times 0+3=3\neq 6$

④ $-9\times(-1)+3=12\neq 4$

⑤ $-9\times(-2)+3=21\neq 14$

139 답 ④

일차함수 $y=ax+3$의 그래프에서

① 기울기는 x의 계수 a야. (참)

② $x=0$을 대입하면 $y=3$이므로 점 $(0, 3)$을 지나. (참)

③ 일차함수 $y=ax$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행이동하면 $y=ax+3$이므로 두 그래프는 평행해. (참)

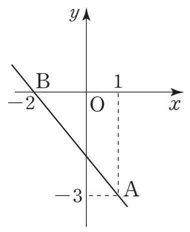
④ $a<0$일 때, 일차함수 $y=ax+3$은 제1, 2, 4사분면을 지나게 되므로 제3사분면은 지나지 않아. (거짓)

⑤ $a>0$일 때, 기울기가 양수이므로 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가해. (참)

140 답 ⑤

두 점 $A(1, -3)$, $B(-2, 0)$을 지나는 일차함수를 구해 보자.

$(기울기)=\dfrac{0-(-3)}{-2-1}=-1$이므로 구하는 일차함수의 식을 $y=-x+b$라 하자.



이때, 이 일차함수의 그래프가 점 $(-2, 0)$을 지나므로

$0=2+b \qquad \therefore b=-2$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=-x-2$야.

① 그래프는 오른쪽 아래로 향하지. (거짓)

② $y=0$일 때, x절편을 구하면 $0=-x-2 \qquad \therefore x=-2$ (거짓)

③ $\dfrac{(y의\ 값의\ 증가량)}{(x의\ 값의\ 증가량)}$은 기울기를 의미하므로 -1이야. (거짓)

④ 그림에서 이 일차함수의 그래프는 제2, 3, 4사분면을 지나지. (거짓)

⑤ 기울기가 -1로 음수이므로 x의 값이 증가할 때, y의 값은 감소해. (참)

141 답 ②, ⑤

① 두 일차함수 $y=ax+b$와 $y=ax$의 그래프의 기울기가 같으므로 평행하지? (참)

② x의 값이 증가할 때, y의 값은 감소하므로 기울기는 음수야.
$\therefore a<0$
또, y절편이 양수이므로 $b>0$ (거짓)

③ $x=0$일 때, $a\times 0+b=b$이므로 이 일차함수의 그래프는 점 $(0, b)$를 지나. (참)

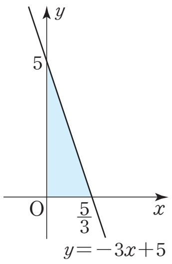
④ 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 y절편은 b이고, x절편은 $y=0$을 대입하면 $0=ax+b \qquad \therefore x=-\dfrac{b}{a}$ (참)

⑤ 일차함수 $y=ax+b$의 그래프는 일차함수 $y=ax$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 거야. (거짓)

H

142 답 $\frac{25}{6}$

일차함수 $y=-3x+5$의 그래프의 x절편과 y절편을 구하자.
$x=0$일 때, $y=-3\times0+5=5$이므로 y절편은 5
$y=0$일 때, $0=-3x+5$에서 $x=\frac{5}{3}$이므로 x절편은 $\frac{5}{3}$
따라서 일차함수 $y=-3x+5$의 그래프는 그림과 같으므로 주어진 그래프와 x축 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이는
$\frac{1}{2}\times\frac{5}{3}\times5=\frac{25}{6}$

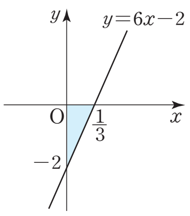


143 답 ④

점 A의 x좌표는 일차함수 $y=ax+4$의 그래프의 x절편이므로 $y=0$을 대입하면
$0=ax+4$
$-ax=4$ $\quad\therefore x=-\frac{4}{a}$
$\therefore A\left(-\frac{4}{a}, 0\right)$
또, 점 B의 y좌표는 $y=ax+4$의 그래프의 y절편이므로 $y=4$
$\therefore B(0, 4)$
이때, 삼각형 AOB의 넓이가 8이므로
$\frac{1}{2}\times\left|-\frac{4}{a}\right|\times4=8$ $\quad\therefore a=1(\because a>0)$

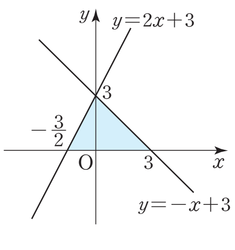
144 답 ②

그림에서 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 y절편이 6이므로 $b=6$,
기울기는 $\frac{6}{3}=2$이므로 $a=2$
일차함수 $y=bx-a$는 $y=6x-2$이므로
이 일차함수의 그래프의 x절편은 $y=0$을 대입하면 $x=\frac{1}{3}$이고, y절편은 $x=0$을 대입하면 $y=-2$
따라서 구하는 넓이는
$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times2=\frac{1}{3}$



145 답 $\frac{27}{4}$

일차함수 $y=-x+3$의 그래프의
x절편은 $0=-x+3$ $\quad\therefore x=3$
y절편은 $x=0$을 대입하면 되므로
$y=3$
일차함수 $y=2x+3$의 그래프의
x절편은 $0=2x+3$ $\quad\therefore x=-\frac{3}{2}$
y절편은 $x=0$을 대입하면 되므로
$y=3$



$\therefore$ (구하는 삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\left\{3-\left(-\frac{3}{2}\right)\right\}\times3=\frac{27}{4}$

오답피하기

이렇게 넓이를 구하는 문제는 x절편과 y절편을 구하여 그래프를 정확하게 그리는 것이 중요해. 틀리지 않기 위해서는 평소에 일차함수의 그래프를 많이 그려봐야겠지? 이 문제처럼 그래프로 둘러싸인 도형의 모양이 높이와 밑변의 길이가 바로 보이는 단순한 삼각형이라면 바로 넓이를 구하면 되고, 만약 복잡한 도형이 나왔다고 해도 어렵게 생각하지마. 여러 개의 삼각형과 사각형으로 쪼개서 구한 후에 합해 주면 되니까.

146 답 ④

100 m 올라갈 때마다 기온이 0.6 ℃씩 내려가니까 1 m 올라갈 때마다 기온은 0.006 ℃씩 내려가게 돼.
x m 높이에서의 기온을 y ℃라 하면
$y=-0.006x+28$ ⋯ ㉠
$y=25$를 ㉠에 대입하면
$25=-0.006x+28$, $0.006x=3$ $\quad\therefore x=500$
따라서 일국이가 등산한 지점의 높이는 500 m야.

147 답 −40 ℃

섭씨온도를 x ℃, 화씨온도를 y ℉라 하자.
$x=0$일 때 $y=32$이고, $x=15$일 때 $y=59$이므로
(기울기)$=\frac{59-32}{15-0}=\frac{27}{15}=\frac{9}{5}$
여기서 $x=0$일 때의 값, 즉 y절편이 32이므로 x, y 사이의 관계식은
$y=\frac{9}{5}x+32$
구하는 것은 섭씨온도와 화씨온도가 같을 때이므로 $y=x$를 대입하면
$x=\frac{9}{5}x+32$, $\frac{4}{5}x=-32$ $\quad\therefore x=-40$
따라서 섭씨 −40 ℃일 때, 섭씨온도와 화씨온도가 같아.

148 답 18분

시간을 x분, 물의 온도를 y ℃라 하자.
40 ℃에서 데울 때는 5분에 30 ℃씩 올라가므로 1분에는 6 ℃씩 올라가는 거니까 물을 데울 때의 x, y 사이의 관계식은
$y=40+6x$
40 ℃의 물이 82 ℃까지 올라갈 때 걸린 시간을 x_1이라 하면
$82=40+6x_1$ $\quad\therefore x_1=7$ ⋯ ㉠
또, 82 ℃에서 식힐 때는 2분에 4 ℃씩 내려가므로 1분에 2 ℃씩 내려가는 거니까 물이 식을 때의 x, y 사이의 관계식은
$y=82-2x$
82 ℃의 물이 60 ℃로 내려갈 때까지 걸린 시간을 x_2라 하면
$60=82-2x_2$ $\quad\therefore x_2=11$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 정우가 60 ℃의 물을 얻기 위해 걸린 시간은
$7+11=18$(분)이야.

오답피하기

함수의 활용 문제는 언제 봐도 만만하지가 않아. 하지만 문제가 길고 복잡해 보일수록 제공되는 정보가 많다는 뜻이야. 그러니 미리 겁부터 먹지 말고 문제의 단서들을 하나하나 식으로 정리해 보자. 미지수 x, y를 정하고 식을 세우다 보면 의외로 문제가 간단해 지는 것을 알 수가 있어.

149 답 (1) $y=20-0.1x$ (2) 50분 후

(1) 초가 10분에 1 cm씩 타들어가므로 1분에 0.1 cm씩 타들어가는 셈이지?
따라서 x분 후에는 $0.1x$ cm만큼 타들어가니까 처음 길이가 20 cm인 초의 길이는 x분 후에 $(20-0.1x)$cm가 돼.
$\therefore y=20-0.1x$

(2) $y=20-0.1x$에 $y=15$를 대입하면
$15=20-0.1x \qquad \therefore x=50$
따라서 초의 길이가 15 cm가 되는 것은 불을 붙인 지 50분 후야.

150 답 ③

초의 길이는 3분마다 1 cm씩 짧아지므로 1분에 $\frac{1}{3}$ cm씩 짧아지는 셈이지?

x분 후의 초의 길이를 y cm라 하면 $y=15-\frac{1}{3}x$

$y=15-\frac{1}{3}x$에 $y=6$을 대입하면

$6=15-\frac{1}{3}x,\ \frac{1}{3}x=9 \qquad \therefore x=27$

따라서 초의 길이가 6 cm가 되는 것은 27분 후야.

151 답 ①

물체의 무게를 x g, 용수철의 길이를 y cm라 하자.
용수철의 길이는 30 g당 1cm씩 늘어나므로 1 g당 $\frac{1}{30}$ cm씩 늘어나는 셈이지?

그럼, x g을 달면 $\frac{1}{30}x$ cm 늘어나고, 처음 용수철의 길이가 20 cm이므로 $y=20+\frac{1}{30}x$

$y=20+\frac{1}{30}x$에 $x=150$을 대입하면

$y=20+\frac{1}{30}\times150=25$

따라서 무게가 150 g인 물체를 달았을 때, 용수철의 길이는 25 cm야.

152 답 (1) $y=300-20x$ (2) 120 L

(1) 처음 물의 양이 300 L이고, 5분에 100 L씩, 즉 1분에 20 L씩의 물이 흘러 나가니까 $y=300-20x$

(2) $x=9$일 때, $y=300-20\times9=120$
따라서 9분 후에 남은 물의 양은 120 L야.

153 답 $y=4x+20$

물을 채우기 시작하여 10분과 20분 후의 높이를 재었더니 각각 60 cm, 100 cm이므로 10분 동안 높이가 40 cm 증가한 것이고, 결국 1분 동안은 4 cm 증가한 셈이야.
만약 처음에 물이 없었다면 물을 채우기 시작한 지 10분 후의 높이는 $4\times10=40$(cm)야 하는데 높이가 60 cm가 되었다니까 처음 물의 높이는 $60-40=20$(cm)야.
따라서 구하는 관계식은 $y=4x+20$이야.

154 답 8분 후

A 물통에는 3 L의 물이 들어 있는데 매분 2 L의 물을 넣는다니까 x분 후의 A 물통의 물의 양은 $(3+2x)$L지?

또, B 물통에는 23 L의 물이 들어 있는데 매분 $0.5=\frac{1}{2}$(L)의 물을 뺀다니까 x분 후의 B 물통의 물의 양은 $\left(23-\frac{1}{2}x\right)$ L야.

x분 후에 두 물통의 물의 양이 같아지므로

$3+2x=23-\frac{1}{2}x,\ \frac{5}{2}x=20 \qquad \therefore x=8$

155 답 (1) $y=10-0.25x$ (2) 7.5 km

(1) x분 동안 선진이가 달린 거리는 $250x$ m, 즉 $0.25x$ km지?
그럼 x분 후의 선진이의 위치에서 결승점까지의 거리는 $(10-0.25x)$km야. $\qquad \therefore y=10-0.25x \cdots$ ㉠

(2) ㉠에 $x=10$을 대입하면 $y=10-0.25\times10=7.5$
따라서 출발한 지 10분 후에 선진이는 결승점에서 7.5 km 떨어져 있어.

156 답 ②

형이 걷는 속력은 분속 40 m이고 형이 출발한 후 x분 동안 간 거리는
$y=40x$
동생의 자전거의 속력은 분속 100 m이고 형이 출발한 지 10분 후에 출발하였으므로 동생이 달린 시간은 $(x-10)$분이야.
즉, $(x-10)$분 동안 동생이 간 거리는
$y=100(x-10)=100x-1000$
이때, x분 후 형과 동생이 만나므로

$40x=100x-1000,\ 60x=1000 \qquad \therefore x=\frac{50}{3}$

따라서 형이 출발한 지 $\frac{50}{3}$분 후에 형과 동생이 만나게 돼.

오답피하기

일차함수와 관련 응용문제 중 가장 자주 다루는 것이 바로 '속력'이야. 속력, 거리, 시간의 관계는 헷갈리기가 쉽기 때문에 학생들이 종종 어려워하지. 하지만 속력이 거리를 시간으로 나눈 것이라는 하나의 개념, 즉 (속력)$=\frac{(\text{거리})}{(\text{시간})}$라는 것을 잘 기억하고 이 식을 (시간)$=\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$, (거리)=(속력)×(시간)으로 변형하여 문제를 풀 수 가 있어. 항상 기본이 되는 지식이 중요하다는 것을 잊지 말자.

157 답 100초 후, 400 m

동욱이는 A 지점에서 B 지점으로 초속 4 m의 속력으로 달리니까 x초 동안 간 거리는 $4x$ m이고, A 지점으로부터 떨어진 거리는 $y=4x$야.
또, 도진이는 B 지점에서 A 지점으로 초속 6 m의 속력으로 달리니까 x초 동안 간 거리는 $6x$ m지?
그런데 A 지점과 B 지점 사이의 거리가 1km=1000 m이므로 도진이가 x초 후 A 지점으로부터 떨어진 거리는
$y=1000-6x$
동욱이와 도진이가 만나는 시간을 구하려면 두 사람이 A 지점으로부터 떨어진 거리가 같음을 이용하자.
$4x=1000-6x,\ 10x=1000 \qquad \therefore x=100$
따라서 동욱이와 도진이는 출발한지 100초 후에 A 지점으로부터 $y=4\times100=400$(m) 떨어진 곳에서 만나.

158 답 $y=10x+40$

가로의 길이는 10 m, 세로의 길이는 4 m에서 x m 늘이므로 $(4+x)$ m야. 따라서 직사각형 모양의 고추밭의 넓이는
$y=10\times(4+x)=10x+40$

H

159 답 ④

점 P는 1초에 3 cm씩 움직이므로 x초 후에 $\overline{BP}=3x$ cm지?

이때, 삼각형 ABP의 넓이를 y cm²라 하면 $y=\frac{1}{2}\times3x\times12$

$\therefore y=18x$

$y=72$일 때, $72=18x$에서 $x=4$

따라서 삼각형 ABP의 넓이가 72 cm²가 되는 때는 4초 후야.

160 답 $y=10-2x$

점 P가 움직인 거리는 x cm이므로 $\overline{BP}=x$ cm이고

$\overline{PC}=\overline{BC}-\overline{BP}=5-x$(cm)

이때, $\triangle DPC=\frac{1}{2}\times\overline{PC}\times\overline{CD}$이므로

$y=\frac{1}{2}\times(5-x)\times4 \qquad \therefore y=10-2x$

161 답 ②

그래프에서 두 일차함수의 그래프의 x절편과 y절편을 이용하여 함수식을 구하면

$y=-x+50$ ⋯ ㉠

$y=-\frac{1}{2}x+40$ ⋯ ㉡

두 양초의 길이가 같아지는 시각을 구하면

$-x+50=-\frac{1}{2}x+40, \ -\frac{1}{2}x=-10$

$\therefore x=20$

따라서 20분 후에 두 양초의 길이는 같아지므로 그때의 양초의 길이를 구하기 위해 $x=20$을 ㉠ 또는 ㉡에 대입하면 $y=30$이야.

162 답 (1) 동생 : $y=\frac{1}{10}x$, 형 : $y=\frac{1}{5}x-1$ (2) 10분 후

(1) 동생이 먼저 출발했으니까 원점을 지나는 일차함수의 식을 구하면

$y=\frac{3}{30}x \qquad \therefore y=\frac{1}{10}x$

형은 동생보다 5분 늦게 출발했으니까 점 (5, 0)을 지나는 일차함수의 그래프의 기울기는 (기울기)$=\frac{3-0}{20-5}=\frac{1}{5}$

이 일차함수의 식을 $y=\frac{1}{5}x+b$라 하면 이 일차함수의 그래프가 점 (5, 0)을 지나므로 $0=\frac{1}{5}\times5+b \qquad \therefore b=-1$

$\therefore y=\frac{1}{5}x-1$

(2) 형과 동생이 만나려면 움직인 거리가 같아야 하므로

$\frac{1}{10}x=\frac{1}{5}x-1, \ \frac{1}{10}x=1 \qquad \therefore x=10$

따라서 형과 동생이 만나는 것은 동생이 출발한 지 10분 후야.

163 답 (1) B(6, 0) (2) 4π

(1) 점 B의 좌표를 $(a, 0)$이라 하자.

점 A의 x좌표는 점 B의 x좌표와 같으므로 a야.

또, 점 A는 일차함수 $y=\frac{2}{3}x$의 그래프 위의 점이므로

$x=a$일 때, $y=\frac{2}{3}a$

$\therefore A\left(a, \frac{2}{3}a\right)$

사각형 ABCD는 정사각형이므로 $\overline{AB}=\overline{AD}$

즉, 점 D의 x좌표는 $a+\frac{2}{3}a=\frac{5}{3}a$

점 D의 y좌표는 점 A의 y좌표와 같으니까

$D\left(\frac{5}{3}a, \frac{2}{3}a\right)$

이때, 점 D는 일차함수 $y=-x+14$의 그래프 위의 점이므로

$\frac{2}{3}a=-\frac{5}{3}a+14, \ \frac{7}{3}a=14 \qquad \therefore a=6$

$\therefore B(6, 0)$

(2) $a=6$이므로 A(6, 4), D(10, 4)가 돼.

따라서 원 O'의 지름의 길이가 4, 즉 반지름의 길이가 2이므로 원 O'의 넓이는 $\pi\times2^2=4\pi$

잘 틀리는 유형 훈련+1up

p. 164

164 답 ④

1st x의 값에 따라 y의 값이 오직 하나씩 대응되는 것이 함수지?

① x%의 소금물 200 g에 들어있는 소금의 양 y g :

$y=\frac{x}{100}\times200 \qquad \therefore y=2x$ ← 함수!

② 시속 x km로 1500 km를 날아가는 비행기의 비행 시간 y시간 :

$y=\frac{1500}{x}$ ← 함수!

③ 자연수 x의 약수의 개수 y개 : 자연수 x의 약수의 개수는 오직 하나로 결정되지? ← 함수!

④ 자연수 x에 대하여 절댓값이 x인 수 y이면 절댓값이 x가 되는 수는 x, $-x$로 두 개가 나와. 함수가 아니야!

⑤ 둘레의 길이가 x cm인 원의 반지름의 길이 y cm :

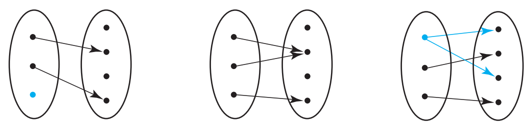
$2\times\pi\times y=x \qquad \therefore y=\frac{x}{2\pi}$ ← 함수!

오답피하기

함수의 개념을 확실히 이해하지 않으면 틀릴 수 있어.

함수란 x의 값에 대하여 y의 값이 오직 하나씩만 대응되는 관계를 의미해. 그런데 '하나씩만'이라는 말에 오해를 할 수 있어.

다음 중 함수인 것과 아닌 것을 구별해 보자.



첫 번째 그림은 함수가 아니지? 그 이유는 x의 값이 y의 값에 빠짐없이 대응되지 않았다는 거야.

두 번째 그림은 x의 값이 y의 값에 빠짐없이 하나씩 대응되었으므로 함수야.

세 번째 그림은 x의 입장에서 y의 값 2개와 대응되었으니까 함수가 안 되는 거야. 쉽게 말해서 x가 y에 대응될 때 양다리 또는 그 이상 걸치면 함수가 안 된다는 거야.

165 답 ④

1st x의 값에 따라 y의 값이 오직 하나씩 대응되는 것이 함수지?

① 한 변의 길이가 x인 정삼각형의 둘레의 길이 y : $y=3x$ ← 함수!

② 유리수 x의 $\frac{2}{3}$배에 해당되는 유리수 y : $y=\frac{2}{3}x$ ← 함수!

③ 넓이가 30인 직사각형의 가로와 세로의 길이 x, y :

$30=x\times y \qquad \therefore y=\frac{30}{x}$ ← 함수!

④ 정수 x와의 차가 0보다 작은 수 y이면 정수 x와의 차가 0보다 작은 수는 존재하지 않으므로 함수가 아니야.

⑤ 한 권에 400원 하는 공책 x권의 가격 y원 : $y=400x$ ← 함수!

166 답 ④

1st $f(a)$와 $f(3)$의 값부터 구하자.

$f(a)=5a-2$ ⋯ ㉠, $f(3)=5\times3-2=13$ ⋯ ㉡이지?

2nd 주어진 조건을 이용하여 a의 값을 구하자.

이때, $f(a)=2f(3)+7$을 만족시키므로 ㉠, ㉡을 대입하면

$5a-2=2\times13+7$, $5a=35 \qquad \therefore a=7$

167 답 ④

1st $f(-2)=3$, $f(1)=9$임을 이용하여 연립일차방정식을 세우자.

$f(x)=ax+b$에 대하여 $f(-2)=3$, $f(1)=9$이므로

$$\begin{cases}-2a+b=3 & \cdots ㉠\\ a+b=9 & \cdots ㉡\end{cases}$$

2nd 연립방정식을 풀어 일차함수 $f(x)$를 구하자.

㉠−㉡을 하면 $-3a=-6 \qquad \therefore a=2$ ⋯ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $2+b=9 \qquad \therefore b=7$

따라서 구하는 일차함수는 $f(x)=2x+7$이므로

$f(0)=2\times0+7=7$

[다른 풀이]

$f(-2)=3$, $f(1)=9$이므로

일차함수 $f(x)$의 그래프의 기울기는 $a=\frac{9-3}{1-(-2)}=2$야.

또, 점 $(1,\ 9)$를 지나므로 $2\times1+b=9 \qquad \therefore b=7$

$f(x)=2x+7 \qquad \therefore f(0)=2\times0+7=7$

168 답 ③

1st 정의된 함수에 대하여 함숫값을 구하자.

$f(2a+1)=(2a+1)+3=2a+4$

$f(2)=2+3=5$

$f(a-1)=(a-1)+3=a+2$

2nd 주어진 조건을 만족시키는 a의 값을 구하자.

$f(2a+1)-f(2)=f(a-1)$을 만족시키므로 $2a+4-5=a+2$

$\therefore a=3$

오답피하기

$f(x)$에서 x가 한 자리 수나 문자가 있는 경우에 익숙해서 $f(2a+1)$이나 $f(a-1)$이 생소하여 틀릴 수 있어. 하지만 x 대신 $2a+1$이나 $a-1$이 들어간 것이라고 생각하면 어렵지 않아.

169 답 ③

1st 정의된 함수에 대하여 함숫값을 구하자.

$f(2a-3)=-(2a-3)+4=-2a+7$

$f(3)=-3+4=1$

$f(3a+1)=-(3a+1)+4=-3a+3$

2nd 주어진 조건을 만족시키는 a의 값을 구하자.

$f(2a-3)-f(3)=f(3a+1)$을 만족시키므로

$-2a+7-1=-3a+3 \qquad \therefore a=-3$

170 답 ⑤

1st 세 점이 같은 직선 위에 있기 위해서는 두 점을 지나는 일차함수의 그래프의 기울기가 같으면 돼.

$A\left(1,\ k+\frac{1}{6}\right)$, $B\left(k+\frac{1}{2},\ \frac{3}{2}\right)$, $C\left(6,\ k+\frac{7}{2}\right)$이라 하자.

세 점 A, B, C가 같은 직선 위에 있으면

두 점 A, B를 지나는 일차함수의 그래프의 기울기와 두 점 A, C를 지나는 일차함수의 그래프의 기울기가 같아야 하므로

$$\frac{\frac{3}{2}-k-\frac{1}{6}}{k+\frac{1}{2}-1}=\frac{k+\frac{7}{2}-k-\frac{1}{6}}{6-1},\quad \frac{\frac{4}{3}-k}{k-\frac{1}{2}}=\frac{\frac{10}{3}}{5}$$

$$5\left(\frac{4}{3}-k\right)=\frac{10}{3}\left(k-\frac{1}{2}\right),\quad \frac{20}{3}-5k=\frac{10}{3}k-\frac{5}{3}$$

$$\frac{10}{3}k+5k=\frac{20}{3}+\frac{5}{3},\quad \frac{25}{3}k=\frac{25}{3}$$

$\therefore k=1$

오답피하기

분수와 문자 때문에 실수할 수 있는 문제야. 사실 개념만 제대로 알고, 계산에서 실수 없이 풀면 정확한 답을 구할 수 있어.
세 점이 같은 직선 위에 있다는 것은 세 점 중 두 점을 잡고, 직선을 그었을 때 기울기가 같다는 사실을 알고 있으면 풀려. 그런데 이 문제처럼 어떤 두 점을 잡느냐에 따라 답을 쉽게 구할 수 있기도 하고 어렵게 구할 수 있어. 위의 풀이처럼 두 점 A, B를 지나는 일차함수의 그래프의 기울기와 두 점 A, C를 지나는 일차함수의 그래프의 기울기가 같다고 놓고 구하는 것이 훨씬 낫다는 걸 알 수 있어. 만약 두 점 A, B를 지나는 일차함수의 그래프와 두 점 B, C를 지나는 일차함수의 그래프의 기울기가 같다는 걸 놓고 k의 값을 구하려고 하면 식 자체가 k에 대한 이차식이 나오게 되니까 쉽지 않지. 효과적인 방법을 이용하여 답을 구하는 기술이 필요한 문제야.

171 답 ⑤

1st 세 점이 한 직선 위에 있으려면 두 점을 지나는 일차함수의 그래프의 기울기가 서로 같으면 돼.

$A(-1,\ k+1)$, $B\left(2,\ k-\frac{7}{2}\right)$, $C\left(k-\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2}\right)$이라 하자.

세 점 A, B, C가 같은 직선 위에 있으면

$$\frac{k-\frac{7}{2}-(k+1)}{2-(-1)}=\frac{-\frac{1}{2}-(k+1)}{k-\frac{1}{2}-(-1)}$$

2nd $\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$이면 $bc=ad$임을 이용하자.

$$\frac{-\frac{9}{2}}{3}=\frac{-k-\frac{3}{2}}{k+\frac{1}{2}},\quad -\frac{9}{2}\left(k+\frac{1}{2}\right)=3\left(-k-\frac{3}{2}\right)$$

$$3k-\frac{9}{2}k=-\frac{9}{2}+\frac{9}{4},\quad -\frac{3}{2}k=-\frac{9}{4}$$

$$\therefore k=-\frac{9}{4}\times\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{3}{2}$$

172 답 $\frac{47}{15}$

1st 먼저 평행이동한 그래프의 식을 구하자.

$y=ax-\frac{1}{5}$의 그래프를 y축의 방향으로 p만큼 평행이동하면

$y=ax-\frac{1}{5}+p$

2nd 구한 일차함수의 그래프가 일치할 조건을 구해 보자.

이 일차함수의 그래프가 $y=\frac{4}{3}x-2$의 그래프와 일치하므로

$a=\frac{4}{3}$, $-\frac{1}{5}+p=-2$ $\quad\therefore a=\frac{4}{3}$, $p=-\frac{9}{5}$

$\therefore a-p=\frac{4}{3}-\left(-\frac{9}{5}\right)=\frac{47}{15}$

오|답|피|하|기

이런 문제는 a에 대한 힌트가 하나도 없는 것처럼 느껴질 수도 있어. y절편의 차이만으로도 p의 값은 금방 구할 수 있으니 말이야. 그렇지만 평행이동은 기울기를 변화시키지 않는다는 사실을 알고 있다면 처음 식의 그래프의 기울기가 나중 식의 그래프의 기울기와 같다는 것을 쉽게 깨달을 수 있겠지?

173 답 -5

1st 먼저 a의 값을 구하자.

일차함수 $y=ax+1$의 그래프가 일차함수 $y=-\frac{1}{2}x+2$의 그래프와 평행하므로 기울기가 같겠지?

$\therefore a=-\frac{1}{2}$

2nd 두 일차함수의 그래프가 x축 위에서 만나므로 x절편이 같지?

일차함수 $y=-\frac{1}{2}x+1$의 그래프가 일차함수 $y=5x-b$의 그래프와 x축 위에서 만나므로 x절편이 같겠지?

일차함수 $y=-\frac{1}{2}x+1$의 그래프의 x절편은

$0=-\frac{1}{2}x+1$ $\quad\therefore x=2$

일차함수 $y=5x-b$의 그래프의 x절편은

$0=5x-b$ $\quad\therefore x=\frac{b}{5}$

두 일차함수의 그래프의 x절편이 같으므로 $2=\frac{b}{5}$ $\quad\therefore b=10$

$\therefore ab=-\frac{1}{2}\times 10=-5$

174 답 4

1st $\frac{f(2)-f(0)}{2-0}$이 기울기임을 이해하여 a의 값을 구하자.

$\frac{f(2)-f(0)}{2-0}=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=(\text{기울기})$ $\quad\therefore a=-2$

따라서 일차함수는 $y=-2x+4$

2nd b, c의 값을 각각 구하여 $a+b+c$의 값을 계산해.

일차함수 $y=-2x+4$에 $y=0$을 대입하면 $0=-2x+4$이므로

$x=2$ $\quad\therefore b=2$

$x=0$을 대입하면 $y=-2\times 0+4$이므로 $y=4$ $\quad\therefore c=4$

$\therefore a+b+c=-2+2+4=4$

175 답 -15

1st $(\text{기울기})=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$임을 이용해.

$\frac{f(2b)-f(3a)}{3a-2b}=\frac{f(2b)-f(3a)}{-(2b-3a)}=-\frac{f(2b)-f(3a)}{2b-3a}=6$에서

$\frac{f(2b)-f(3a)}{2b-3a}$는 일차함수 $y=f(x)$, 즉 $y=mx+n$의 그래프의 기울기이므로

$(\text{기울기})=m=\frac{f(2b)-f(3a)}{2b-3a}=-6$

$\therefore y=-6x+n$

2nd 주어진 점의 좌표를 함수 $y=f(x)$에 대입하여 n의 값을 구하자.

일차함수 $y=-6x+n$의 그래프가 점 $(2,\ -3)$을 지나므로

$-3=-6\times 2+n$ $\quad\therefore n=9$

$\therefore m-n=-6-9=-15$

176 답 ①

1st 주어진 그림에서 보이는 것에 단서를 찾자.

주어진 그림에서 y절편은 8이므로 $b=8$

기울기는 x축과 만난 점에서 y축과 만난 점을 보면 x의 값이 4만큼 증가할 때, y의 값은 8만큼 증가하므로

$a=\frac{8}{4}$ $\quad\therefore a=2$

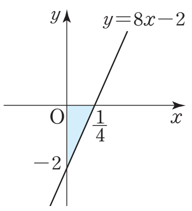
2nd 구한 a, b의 값을 이용하여 $y=bx-a$의 그래프를 그리자.

$a=2$, $b=8$을 $y=bx-a$에 대입하면 $y=8x-2$

이 그래프의 x절편은 $y=0$일 때이므로

$0=8x-2$에서 $x=\frac{1}{4}$이고, y절편은

-2이므로 그래프를 그리면 그림과 같아.



따라서 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}\times|-2|=\frac{1}{4}$

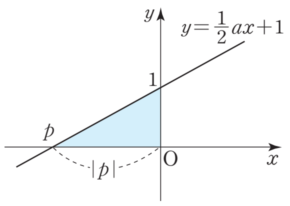
177 답 ④

1st 주어진 그림에서 단서를 찾자.

그림에서 $y=\frac{1}{2}ax+1$의 그래프의 기울기가 양수이므로

$\frac{1}{2}a>0$ $\quad\therefore a>0$

2nd 삼각형의 넓이를 이용하여 x절편을 구하자.



그림과 같이 일차함수 $y=\frac{1}{2}ax+1$의 그래프의 y절편은 1이고 x절편을 p라 하면

$(\text{삼각형의 넓이})=\frac{1}{2}\times|p|\times 1=4$ $\quad\therefore |p|=8$

$\therefore p=-8(\because p<0)$

3rd 일차함수의 기울기를 x절편과 y절편을 이용하여 구하자.

일차함수 $y=\frac{1}{2}ax+1$의 그래프의 기울기는 $\frac{1}{2}a$이고, x절편, y절편이 각각 -8, 1이므로 두 점 $(-8,\ 0)$, $(0,\ 1)$을 지나는 일차함수의 그래프의 기울기는

$\frac{1-0}{0-(-8)}=\frac{1}{8}$, $\frac{1}{2}a=\frac{1}{8}$ $\quad\therefore a=\frac{1}{4}$

오|답|피|하|기

> 삼각형의 넓이를 이용하여 밑변의 길이를 구했을 때, 양수가 나왔다고 해서 그 값을 바로 x절편이라고 생각하면 안돼!! 그래프를 보면 알 수 있듯이 x절편은 음수이고, 구한 양수는 x절편의 절댓값에 불과할 뿐이야! 조심하자.

178 답 $a>0,\ b>0$

1st 주어진 일차함수를 y에 대하여 정리해 보자.

일차함수 $ax+by=b^2$에서 $by=-ax+b^2$ $\quad\therefore y=-\frac{a}{b}x+b$

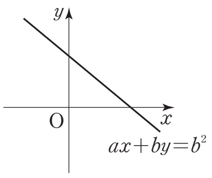
2nd 그림을 보고 그래프의 기울기와 y절편의 부호를 정하자.

그래프가 오른쪽 아래로 향하므로 기울기는

$-\frac{a}{b}<0$ $\quad\therefore \frac{a}{b}>0$ ⋯ ㉠

또한 y절편은 양수이므로 $b>0$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $a>0$



오|답|피|하|기

> 일차함수의 모양이 보아왔던 꼴이 아니지?
> 적절히 변형해서 $y=$(x에 대한 식)으로 바꿔야 익숙한 식이 보일 거야. 나머지는 그래프를 보고 a, b의 부호를 정해야 하는 거야.
> 그래프의 해석을 잘 해야겠지?

179 답 $a<0,\ b>0$

1st 주어진 일차함수를 y에 대하여 정리해 보자.

일차함수 $ax+by=-b^2$에서 $by=-ax-b^2$ $\quad\therefore y=-\frac{a}{b}x-b$

2nd 그림을 보고 그래프의 기울기와 y절편의 부호를 정하자.

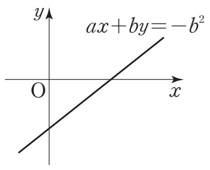
그래프가 오른쪽 위로 향하므로 기울기는 양수겠지?

$-\frac{a}{b}>0$ $\quad\therefore \frac{a}{b}<0$ ⋯ ㉠

또한 y절편은 음수이므로

$-b<0$ $\quad\therefore b>0$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $a<0$



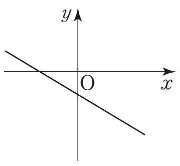
180 답 ②

1st 주어진 일차함수를 잘 정리하자.

일차함수 $(a+2)x+y-a+1=0$을 y에 대하여 정리하면

$y=-(a+2)x+a-1$

2nd 제1사분면을 지나지 않게 그래프를 그려서 이를 만족시키는 조건을 구하자.



이 그래프가 제1사분면을 지나지 않으려면 그림과 같아야 해.

일차함수 $y=-(a+2)x+a-1$의 그래프가 제1사분면을 지나지 않으려면 (기울기)<0, (y절편)≤ 0이어야 하므로

$-(a+2)<0$, $a-1\le 0$에서 $a>-2$, $a\le 1$

$\therefore -2<a\le 1$

181 답 ③

1st 주어진 일차함수를 잘 정리하자.

일차함수 $(3a+2)x-y+4-a=0$을 y에 대하여 정리하면

$y=(3a+2)x+4-a$

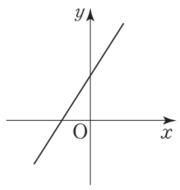
2nd 제4사분면을 지나지 않게 그래프를 그려서 이를 만족시키는 조건을 구하자.

이 그래프가 제4사분면을 지나지 않으려면 그림과 같아야 하므로

(기울기)>0, (y절편)≥ 0

일차함수 $y=(3a+2)x+4-a$의 그래프가 제4사분면을 지나지 않으려면

$3a+2>0$, $4-a\ge 0$



$\therefore -\frac{2}{3}<a\le 4$

오|답|피|하|기

> 이 문제는 a의 값에 따라 그래프가 바뀌는데 특별히 제4사분면을 지나지 않아야 한다는 조건이 있어.
> 조건을 만족시키기 위해서 그래프가 어떻게 되어야 하는지는 위의 풀이와 같이 대강의 그래프의 모양을 그리면 알 수 있어.
> 이런 유형의 문제는 그래프의 대강의 모양을 그리면 문제를 푸는 단서를 금방 알 수 있기 때문에 직접 그림을 그리는 게 중요해.

182 답 ⑤

1st 그림에서 일차함수의 그래프의 기울기를 구하자.

그림의 일차함수의 그래프는 점 $(-1,\ 0)$, $(3,\ 3)$을 지나지?

이 일차함수의 그래프의 기울기는 (기울기)$=\frac{3-0}{3-(-1)}=\frac{3}{4}$

2nd 기울기가 k이고, y절편이 s인 일차함수는 $y=kx+s$지?

구하는 일차함수의 그래프는 그림에 주어진 그래프와 평행하므로 기울기가 $\frac{3}{4}$으로 같고, y절편이 -2이므로 $y=\frac{3}{4}x-2$

이것이 $y=-\frac{1}{a}x-\frac{b}{a}$와 같아야 하므로

$-\frac{1}{a}=\frac{3}{4}$, $\frac{1}{a}=-\frac{3}{4}$ $\quad\therefore a=-\frac{4}{3}$ ⋯ ㉠

$-\frac{b}{a}=-2$ $\quad\therefore b=2a$

이 식에 ㉠을 대입하면 $b=-\frac{8}{3}$

$\therefore a+b=-\frac{4}{3}+\left(-\frac{8}{3}\right)=-\frac{12}{3}=-4$

오|답|피|하|기

> 이 문제는 먼저 그래프를 보고 그 그래프의 기울기나 절편을 제대로 파악해야 풀 수 있어. 문제를 제대로 읽지 않고 그래프의 일차함수를 구하는 것으로 착각하여 틀리는 경우가 있어. 그림은 기울기를 구하기 위한 정보를 제공할 뿐이라구. 그리고 일차함수가 문자로, 분수로 주어져서 당황할 수도 있지만 역수를 생각하면 풀리니까 너무 당황하지 말자.

183 답 ①

1st 그림에서 일차함수의 그래프의 기울기를 구하자.
그림의 일차함수는 두 점 $(0, 2)$, $(4, -1)$을 지나지?
이 일차함수의 그래프의 기울기를 구하면
(기울기)$=\frac{-1-2}{4-0}=-\frac{3}{4}$
이므로 그림의 그래프와 평행한 일차함수를 $y=-\frac{3}{4}x+c$라 하자.

2nd 일차함수 $f(x)$의 그래프의 x절편이 a이면 그 그래프는 점 $(a, 0)$을 지나.
x절편이 1이므로 $y=-\frac{3}{4}x+c$에 $x=1$, $y=0$을 각각 대입하면
$0=-\frac{3}{4}+c \qquad \therefore c=\frac{3}{4}$
$\therefore y=-\frac{3}{4}x+\frac{3}{4}$
이것이 $y=-\frac{1}{a}x-\frac{b}{a}$와 같으므로
$-\frac{1}{a}=-\frac{3}{4}$, $\frac{1}{a}=\frac{3}{4} \qquad \therefore a=\frac{4}{3}$ ⋯ ㉠
$-\frac{b}{a}=\frac{3}{4} \qquad \therefore b=-\frac{3}{4}a$
이 식에 ㉠을 대입하면 $b=-1$
$\therefore ab=\frac{4}{3}\times(-1)=-\frac{4}{3}$

184 답 ⑤

1st 구하는 식을 $y=ax+b$라 놓고 a, b의 값을 구해.
구하는 관계식을 $y=ax+b$라 하자.
주어진 표를 보면 시간이 2분 지날 때마다 물의 온도는 12 ℃씩 증가하므로 $a=\frac{12}{2}=6$
또, $x=0$일 때 $y=20$이니까 $b=20$
$\therefore y=6x+20$

185 답 ②

1st 주어진 표에서 키의 변화량을 구해.
$172.2-172.8=171.6-172.2=171.0-171.6=-0.6$
따라서 10년간 0.6 cm씩 줄어들기 때문에 1년 동안 0.06 cm가 줄어드는 셈이야.
따라서 x세일 때, 줄어든 키는 $0.06(x-30)$cm이므로 x와 y 사이의 관계식은 $y=172.8-0.06(x-30)$이 돼.

186 답 (1) $y=0.8x-3000$ (2) 35000원

1st 정가를 x원이라 할 때, 정가의 20 %는 $0.2x$원이지?
(1) 정가를 x원이라 하면 정가의 20 %는 $0.2x$원이므로 할인가는
$y=x-0.2x-3000$
$\therefore y=0.8x-3000$ ⋯ ㉠

2nd 25000원을 주고 물건을 샀으므로 $y=25000$을 대입하자.
(2) $y=25000$을 ㉠에 대입하면
$25000=0.8x-3000$, $0.8x=28000 \qquad \therefore x=35000$
따라서 정가가 35000원인 물건을 25000원에 구입한 거야.

187 답 ⑤

1st 주어진 조건을 이용해 식을 세우자.
상품 개발비가 600만 원이고, 상품 1개당 5만 원의 생산비가 든다니까 상품 x개를 만드는 데 드는 총 비용을 y만 원이라 하면
$y=5x+600$ ⋯ ㉠
1000만 원으로 만들 수 있는 상품의 개수를 구해야 하니까
$y=1000$을 ㉠에 대입하면
$1000=5x+600 \qquad \therefore x=80$
따라서 1000만원으로 상품 80개를 만들 수 있어.

서술형 다지기

문제편 p. 168

[188-189 채점기준표]

Ⅰ	표에서 제시한 x, y의 관계식으로 상수 a의 값을 구한다.	50%
Ⅱ	주어진 함숫값으로 상수 b의 값을 구한다.	30%
Ⅲ	ab의 값을 계산한다.	20%

188 답 5

먼저, 상수 a의 값을 구하자.
$\frac{1}{4}$을 4배 하면 1, $\frac{2}{3}$를 4배 하면 $\frac{8}{3}$이 되므로 x를 4배 하면 y가 된다.
따라서 $f(x)=4x$이므로 $a=4$ ⋯ Ⅰ

그다음, 상수 b의 값을 구하자.
이때, $f(b)=5$이므로 $4b=5$에서 $b=\frac{5}{4}$ ⋯ Ⅱ

그래서, ab의 값을 구하자.
$\therefore ab=4\times\frac{5}{4}=5$ ⋯ Ⅲ

189 답 27

먼저, 상수 a의 값을 구하자.
$\frac{1}{2}$을 3배 하면 $\frac{3}{2}$, $\frac{2}{3}$를 3배 하면 2가 되므로 x를 3배 하면 y가 된다.
따라서 $f(x)=3x$이므로 $a=3$ ⋯ Ⅰ

그다음, 상수 b의 값을 구하자.
이때, $f(3)=b$이므로 $b=9$ ⋯ Ⅱ

그래서, ab의 값을 구하자.
$\therefore ab=3\times9=27$ ⋯ Ⅲ

[190-191 채점기준표]

Ⅰ	주어진 두 점을 지나는 일차함수의 식을 구한다.	40%
Ⅱ	제시된 조건을 다른 식을 세운다.	40%
Ⅲ	a의 값을 구한다.	20%

190 답 2

먼저, 두 점을 지나는 일차함수의 식을 구하자.
두 점 $(1, -3)$, $(-1, 1)$을 지나는 일차함수의 그래프의 기울기는
$\frac{1-(-3)}{-1-1}=\frac{4}{-2}=-2$
일차함수 $y=-2x+b$의 그래프가 점 $(1, -3)$을 지나므로
$b=-1$
따라서 일차함수는 $y=-2x-1$이다. ⋯ Ⅰ

그다음, 일차함수 위에 점이 있으므로 점을 식에 대입하자.

일차함수 $y=-2x-1$의 그래프 위에 점 $(a,\ -3a+1)$이 있으므로 일차함수 $y=-2x-1$에 $x=a$, $y=-3a+1$을 각각 대입하면

$-3a+1=-2a-1$ … Ⅱ

그래서, a의 값을 구하자.

$-a=-2$ $\quad\therefore a=2$ … Ⅲ

191 답 3

먼저, 두 점을 지나는 일차함수의 식을 구하자.

두 점 $(1,\ -1)$과 $(3,\ 3)$을 지나는 일차함수의 그래프의 기울기는

$\dfrac{3-(-1)}{3-1}=2$

y절편을 b라 하면 일차함수 $y=2x+b$가 점 $(1,\ -1)$을 지나므로

$-1=2+b$ $\quad\therefore b=-3$

따라서 일차함수는 $y=2x-3$이야. … Ⅰ

그다음, 구한 식을 y축의 방향으로 평행이동시키자.

이를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동하면

$y=2x-3-2$이므로 $y=2x-5$ … ㉠ … Ⅱ

그래서, a의 값을 구하자.

이때, 일차함수 ㉠이 점 $(a,\ 1)$을 지나므로

$1=2a-5$ $\quad\therefore a=3$ … Ⅲ

192 답 병, $y=4x$

주어진 표에서 규칙을 찾자.

시간(분)	1	2	3	4	…
물의 양(L)	4	4×2	4×3	4×4	…

… Ⅰ

규칙에 의하여 시간 x분일 때, 물의 양 y L는 $y=4x$ … Ⅱ

따라서 틀린 내용을 말한 사람은 병이고, 이를 바르게 고치면 $y=4x$이다. … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	제시한 표에서 시간과 물의 양 사이의 규칙성을 파악한다.	50%
Ⅱ	x, y의 관계식을 다시금 점검한다.	40%
Ⅲ	구해야 하는 것을 서술한다.	10%

193 답 $a=1$, $b=-1$

일차함수 $y=-x+b$의 그래프를 y축의 방향으로 2만큼 평행이동하면 $y=-x+b+2$ … Ⅰ

이 일차함수의 그래프의 x절편이 a이므로 $x=a$, $y=0$을 각각 대입하면 $0=-a+b+2$

$\therefore a-b=2$

y절편이 $2a-1$이므로 $x=0$, $y=2a-1$을 각각 대입하면

$2a-1=b+2$ $\quad\therefore 2a-b=3$ … Ⅱ

연립방정식 $\begin{cases} a-b=2 & \cdots ㉠ \\ 2a-b=3 & \cdots ㉡ \end{cases}$에서

㉠−㉡을 하면 $-a=-1$ $\quad\therefore a=1$

이것을 ㉠에 대입하면 $b=-1$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	평행이동시킨 함수의 식을 세운다.	30%
Ⅱ	a, b에 대한 두 일차방정식을 구한다.	40%
Ⅲ	연립방정식을 세워 a, b의 값을 각각 구한다.	30%

194 답 $-\dfrac{9}{2}$

일차함수 $y=ax$의 그래프를 y축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 식은 $y=ax+b$ … Ⅰ

일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서 x절편이 -2, y절편이 -3이므로 기울기는 $a=-\dfrac{-3}{-2}=-\dfrac{3}{2}$이고 $b=-3$이다. … Ⅱ

$\therefore a+b=-\dfrac{3}{2}+(-3)=-\dfrac{9}{2}$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	일차함수 $y=ax$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 식을 구한다.	40%
Ⅱ	기울기와 y절편을 이용하여 a, b의 값을 각각 구한다.	40%
Ⅲ	$a+b$의 값을 계산한다.	20%

195 답 14

두 점 $(-2,\ 9)$, $(4,\ 0)$을 지나는 그래프의 기울기는

$\dfrac{0-9}{4-(-2)}=-\dfrac{3}{2}$이므로 $y=-\dfrac{3}{2}x+c$라 하자.

이 그래프가 점 $(4,\ 0)$을 지나므로 $0=-\dfrac{3}{2}\times4+c$ $\quad\therefore c=6$

$\therefore y=-\dfrac{3}{2}x+6$

또, 두 점 $(1,\ 3)$, $(-3,\ -5)$를 지나는 그래프의 기울기는

$\dfrac{-5-3}{-3-1}=2$이므로 $y=2x+d$라 하자.

이 그래프가 점 $(1,\ 3)$을 지나므로 $3=2\times1+d$ $\quad\therefore d=1$

$\therefore y=2x+1$ … Ⅰ

이때, 경아는 b를 정확하게 보았고, 승호는 a를 정확하게 보았으므로 $a=2$, $b=6$ … Ⅱ

따라서 일차함수 $y=2x+6$의 그래프가 점 $(4,\ k)$를 지나므로

$k=2\times4+6=14$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	경아와 승호가 잘못 판단한 함수의 식을 각각 세운다.	50%
Ⅱ	경아와 승호가 정확하게 본 부분으로 a, b의 값을 각각 구한다.	20%
Ⅲ	k의 값을 구한다.	30%

196 답 160 g

물건의 무게를 x g, 용수철의 길이를 y cm라 하면 용수철의 길이는 1 g당 $\dfrac{1}{20}$ cm씩 늘어나므로 무게가 x g인 물건을 달았을 때, 용수철은 $\dfrac{1}{20}x$ cm가 늘어나게 된다. … Ⅰ

즉, 처음 용수철의 길이가 15 cm이므로 y를 x에 대한 식으로 나타내면 $y=15+\dfrac{1}{20}x$ … Ⅱ

여기에 $y=23$을 대입하면 $23=15+\dfrac{1}{20}x$ $\quad\therefore x=160$

따라서 용수철의 길이가 23 cm가 되려면 160 g인 물건을 달아야 한다. … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	미지수를 지정하여 무게당 용수철이 늘어나는 길이를 파악한다.	40%
Ⅱ	미지수의 관계식을 세운다.	30%
Ⅲ	구하고자 하는 물건의 무게를 구한다.	30%

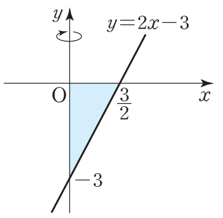
H

최고난도 만점 문제

p. 170

197 답 $\frac{9}{4}\pi$

1st 평행이동시킨 함수의 식을 세우자.
일차함수 $y=2x$의 그래프를 y축의 음의 방향으로 3만큼 평행이동시킨 일차함수는 $y=2x-3$이야.
2nd 회전체의 부피를 구하자.
일차함수 $y=2x-3$의 그래프가 그림과 같으므로 색칠한 부분을 y축을 회전축으로 하여 한 바퀴 회전시키면 원뿔이 생기고 그 원뿔의 부피는



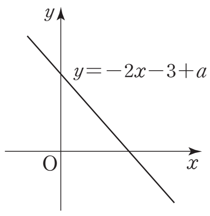
$\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{3}{2}\right)^2\times3=\frac{9}{4}\pi$

198 답 ④

1st 각 점의 좌표를 정하자.
점 B의 좌표를 $(a, 0)$이라 하자.
점 A는 일차함수 $y=3x$의 그래프 위의 점이므로 $x=a$일 때 $y=3a$
$\therefore$ A$(a, 3a)$
또, 사각형 ABCD는 정사각형이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}=3a$
$\therefore$ C$(4a, 0)$
이때, 점 D의 x좌표는 점 C의 x좌표와 같고, 점 D의 y좌표는 점 A의 y좌표와 같으므로 D$(4a, 3a)$
2nd 점 D를 이용하여 a의 값을 구하자.
점 D$(4a, 3a)$가 일차함수 $y=-x+7$의 그래프 위의 점이므로
$3a=-4a+7$, $7a=7$ $\quad\therefore a=1$
따라서 정사각형 ABCD는 한 변의 길이가 $3a=3$이므로 넓이는 9야.

199 답 $a>3$

1st 평행이동시킨 일차함수의 그래프를 좌표평면에 나타내어 상수 a의 값의 범위를 구하여라.
일차함수 $y=-2x-3$의 그래프를 y축의 방향으로 a만큼 평행이동하면
$y=-2x-3+a$
이 일차함수의 그래프가 제1, 2, 4사분면을 지나므로 그림과 같아야 해.



이때, 기울기는 -2로 음수이므로
(y절편)>0이어야 하지?
$-3+a>0$ $\quad\therefore a>3$

오|답|피|하|기

일차함수 $y=ax+b$에서 $a>0$, $b>0$인 경우 그래프는 제 1, 2, 3사분면을 지나고 $a<0$, $b>0$인 경우는 제 1, 2, 4사분면, $a>0$, $b<0$인 경우는 제 1, 3, 4사분면, $a<0$, $b<0$인 경우는 제 2, 3, 4사분면을 지난다는 사실을 이해하면 좀 더 쉽게 해결할 수 있어.

200 답 ㉠ : n, ㉡ : l, ㉢ : m

1st 함수의 그래프의 개형을 보고 기울기, y절편의 부호를 결정해야 해.
㉡과 ㉢은 기울기의 부호가 같고, ㉠은 기울기의 부호가 반대지?
직선 n만 기울기의 부호가 다르므로 ㉠과 직선 n을 짝지을 수 있어.
2nd ㉠과 직선 n이 짝지어졌으므로 a의 부호를 알 수 있지? b의 부호도 추론하자.
㉠은 오른쪽 위로 향하는 일차함수이므로 $-a>0$ $\quad\therefore a<0$
직선 n, 즉 ㉠의 y절편이 양수이므로
$\frac{1}{b}>0$ $\quad\therefore b>0$
그러므로 ㉢의 y절편은 $b>0$
따라서 두 직선 m과 l 중 직선 m의 y절편이 0보다 크므로 ㉢과 직선 m이 짝지어지고, ㉡과 직선 l이 짝지어져야 해.

201 답 ①

1st 평행인 두 일차함수의 그래프의 기울기는 같지?
두 일차함수 $y=3x+6$과 $y=mx+n$이 평행하니까 기울기가 같으므로 $m=3$
따라서 일차함수 $y=mx+n$은 $y=3x+n$이야.
2nd 일차함수의 그래프가 x축과 만나는 점은 x절편임을 이용하여 두 점 A, B의 좌표를 각각 구하자.
두 일차함수의 그래프가 x축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자.
$y=3x+6$의 그래프의 x절편은 $y=0$일 때이므로
$0=3x+6$ $\quad\therefore x=-2$
$\therefore$ A$(-2, 0)$
또, $y=3x+n$의 그래프의 x절편은 $y=0$일 때이므로
$0=3x+n$ $\quad\therefore x=-\frac{n}{3}$
$\therefore$ B$\left(-\frac{n}{3}, 0\right)$
3rd $\overline{AB}=6$임을 이용하여 n의 값을 구하자.
$\overline{AB}$는 두 점 A, B의 x좌표의 값의 차이지?
즉, $\overline{AB}=\left|-\frac{n}{3}-(-2)\right|$인데 $-\frac{n}{3}>-2$ ($\because n<0$)이므로
$\overline{AB}=-\frac{n}{3}-(-2)$
이때, $\overline{AB}=6$이므로 $-\frac{n}{3}+2=6$ $\quad\therefore n=-12$
$\therefore m+n=3+(-12)=-9$

202 답 7

1st 등식 $cx+d=0$이 x의 값에 관계없이 등식이 성립하기 위한 조건은 $c=0$, $d=0$이면 되지?
$y=ax+3-4a$에서 $ax+3-4a-y=0$
$\therefore a(x-4)+(3-y)=0$ $\cdots$ ㉠
이 식이 상수 a의 값에 관계없이 성립하려면
$x-4=0$, $3-y=0$ $\quad\therefore x=4$, $y=3$
즉, ㉠이 상수 a의 값에 관계없이 항상 점 $(4, 3)$을 지나므로
$m=4$, $n=3$ $\quad\therefore m+n=4+3=7$

오|답|피|하|기

방정식을 배울 때 항등식이라는 것도 배웠지? 항상 성립하는 등식 말이야. 고등학교에 가면 항등식 푸는 법을 배우게 되는데 지금 이 문제가 항등식 문제 푸는 법과 매우 비슷해. 'a의 값과 관계없이 항상 성립한다.'라는 표현이 나오면 모든 항을 한쪽 변으로 옮긴 후에 a가 들어간 항들을 a로 묶으면 돼. 이때, $0\times a+0=0$이 항상 성립하는 이유를 생각해 보면 도움이 될 거야.

I 일차함수와 일차방정식의 관계

개념 다지기 001~020 정답은 p. 7에 있습니다.

유형 다지기 학교시험+학력평가

문제편 p. 174

021 답 ⑤

x, y의 값의 범위가 수 전체일 때, 일차방정식 $2x+y=6$의 그래프는 직선이 되고, 두 점 $(3,\ 0)$, $(0,\ 6)$은 주어진 방정식의 해이므로 직선은 이 두 점을 지나.

022 답 해설 참조

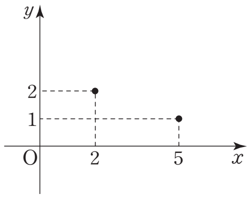
일차방정식 $x+3y=8$을 y에 대하여 풀면

$3y=-x+8$에서 $y=-\frac{1}{3}x+\frac{8}{3}$

$x=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$일 때, y의 값을 표로 나타내면 다음과 같아.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	$\cdots$
y	$\frac{7}{3}$	2	$\frac{5}{3}$	$\frac{4}{3}$	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	$\cdots$

따라서 구하는 해는 x, y가 모두 자연수이므로 $(2,\ 2)$, $(5,\ 1)$이고 그래프는 그림과 같아.



023 답 ④

일차방정식 $-x+3y+6=0$에서 x절편은 $y=0$일 때 x의 값이므로

$-x+6=0 \qquad \therefore x=6$

y절편은 $x=0$일 때 y의 값이므로 $3y+6=0 \qquad \therefore y=-2$

따라서 x절편이 6, y절편이 -2인 그래프는 ④야.

024 답 ③

일차방정식 $x-4y+8=0$을 y에 대하여 풀면 $y=\frac{1}{4}x+2$

이 일차함수가 $y=ax+b$의 그래프와 같으므로 $a=\frac{1}{4}$, $b=2$

$\therefore ab=\frac{1}{4}\times2=\frac{1}{2}$

025 답 ④

일차방정식 $3x+y-5=0$을 y에 대하여 풀면 $y=-3x+5$

$\therefore$ (기울기)$=-3$, (y절편)$=5$

또, x절편은 $y=0$일 때, x의 값이므로 $0=-3x+5 \qquad \therefore x=\frac{5}{3}$

따라서 $a=-3$, $b=\frac{5}{3}$, $c=5$이므로

$abc=-3\times\frac{5}{3}\times5=-25$

026 답 ②, ④

일차방정식 $2x-y-6=0$을 y에 대하여 풀면 $y=2x-6$

① 기울기가 2로 양수이고, y절편이 -6으로 음수이므로 제1, 3, 4 사분면을 지나. (거짓)

② 기울기는 2이고, x절편은 $y=0$일 때의 x의 값이므로 $x=3$, 즉 x절편은 3이야. (참)

③ y축과의 교점의 좌표는 $(0,\ -6)$이야. (거짓)

④ 일차함수 $y=2x+4$의 그래프와 기울기는 같지만, y절편이 다르므로 평행해. (참)

⑤ 일차함수 $y=2x$의 그래프를 y축의 방향으로 -6만큼 평행이동한 거야. (거짓)

027 답 ㄱ, ㄷ

두 점 $(2,\ 3)$, $(4,\ -1)$을 지나는 직선의 기울기는

$\frac{-1-3}{4-2}=\frac{-4}{2}=-2$

구하는 직선의 방정식을 $y=-2x+b$라 하자.

이 직선이 점 $(2,\ 3)$을 지나니까

$3=-4+b \qquad \therefore b=7$

즉, 두 점 $(2,\ 3)$, $(4,\ -1)$을 지나는 직선의 방정식은

$y=-2x+7$

ㄱ. x절편은 $y=0$일 때의 x의 값이니까

$0=-2x+7 \qquad \therefore x=\frac{7}{2}$

따라서 x절편은 $\frac{7}{2}$이야. (참)

ㄴ. 점 $(-4,\ -1)$의 좌표를 $y=-2x+7$에 대입하면

$-2\times(-4)+7=15$ (거짓)

ㄷ. y절편은 $x=0$일 때의 y의 값이니까 $y=0+7=7$

따라서 y축과 만나는 점은 $(0,\ 7)$이야. (참)

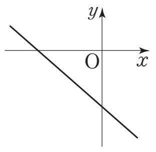
ㄹ. 직선 $x+2y+6=0$을 y에 대하여 풀면 $y=-\frac{1}{2}x-3$으로

기울기가 다르기 때문에 두 직선은 평행하지 않아. (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이야.

028 답 ⑤

일차방정식 $ax+by+c=0$을 y에 대하여 풀면 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$



그림에서 일차방정식의 그래프의 기울기는 음수이고, y절편도 음수이므로

$-\frac{a}{b}<0$에서 $\frac{a}{b}>0$

$-\frac{c}{b}<0$에서 $\frac{c}{b}>0$

즉, a, b, c는 같은 부호야.

또, 일차방정식 $-ax+by-c=0$을 y에 대하여 풀면 $y=\frac{a}{b}x+\frac{c}{b}$

따라서 $\frac{a}{b}>0$, $\frac{c}{b}>0$이므로 $-ax+by-c=0$의 그래프는 기울기와 y절편이 모두 양수인 직선은 ⑤야.

029 답 제4사분면

일차방정식 $ax+by+c=0$을 y에 대하여 풀면 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$

주어진 그림에서 기울기는 음수이고, y절편은 양수이므로

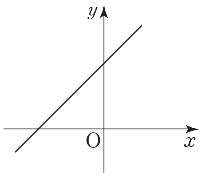
$-\frac{a}{b}<0$에서 $\frac{a}{b}>0$, $-\frac{c}{b}>0$에서 $\frac{c}{b}<0$

즉, a와 b는 같은 부호이고, c는 다른 부호지?

한편, 일차방정식 $bx+cy+a=0$을 y에 대하여 풀면 $y=-\frac{b}{c}x-\frac{a}{c}$

b와 c는 다른 부호이므로 $-\frac{b}{c}>0$, a와 c도 다른 부호이므로 $-\frac{a}{c}>0$

따라서 일차방정식 $bx+cy+a=0$의 기울기와 y절편 모두 양수니까 그래프의 개형은 그림과 같고, 이 그래프는 제4사분면을 지나지 않아.



030 답 -2

일차방정식 $ax+y+1=0$의 한 해가 $(1, -3)$이므로
$a-3+1=0$ $\therefore a=2$
일차방정식 $2x+y+1=0$의 그래프는 일차함수 $y=-2x-1$의 그래프와 같아.
따라서 이 그래프의 기울기는 -2야.

031 답 1

직선 l을 $y=ax+b$라 하면 이 그래프가 점 $(-2, -1)$을 지나므로
$-1=-2a+b$ ⋯ ㉠
또, 직선 l을 y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한
직선 $y=ax+b-3$이 점 $(4, 2)$를 지나므로
$2=4a+b-3$ $\therefore 5=4a+b$ ⋯ ㉡
㉡$-$㉠을 하면 $6a=6$ $\therefore a=1$
이것을 ㉠에 대입하면 $-1=-2+b$ $\therefore b=1$
따라서 직선 l은 $y=x+1$이므로 기울기는 1이야.

032 답 ①

일차방정식 $2x-y+2=0$을 y에 대하여 풀면 $y=2x+2$
따라서 이 일차방정식의 그래프는 기울기가 2, y절편이 2인 직선이야.
일차방정식 $y=2x+2$의 그래프를 y축의 방향으로 -6만큼 평행이동한 그래프는
$y=2x+2-6$ $\therefore y=2x-4$
이 직선이 점 $(a, -6)$을 지나니까
$-6=2a-4$, $-2=2a$ $\therefore a=-1$

033 답 ①

일차방정식 $5x-y+1=0$을 y에 대하여 풀면 $y=5x+1$
이 함수의 그래프가 $y=ax-3$의 그래프와 만나지 않으려면 두 그래프가 서로 평행해야 하므로 기울기가 같아야 하지?
즉, $a=5$ $\therefore y=5x-3$
일차함수 $y=5x-3$에 점의 좌표를 대입하여 등식이 성립하지 않는 것을 찾으면 돼.
① $-1\neq5\times(-2)-3=-13$ ← No!
② $-3=5\times0-3$ ← Yes!
③ $2=5\times1-3$ ← Yes!
④ $7=5\times2-3$ ← Yes!
⑤ $12=5\times3-3$ ← Yes!

034 답 ①

일차방정식 $mx-y+n=0$은 일차함수 $y=mx+n$과 같으니까
이 그래프가 두 점 $A(1, 4)$, $B(-2, -2)$를 지나므로
$x=1$, $y=4$와 $x=-2$, $y=-2$를 각각 대입하면

$$\begin{cases} 4=m+n & \cdots ㉠ \\ -2=-2m+n & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$-$㉡을 하면 $6=3m$ $\therefore m=2$
이것을 ㉠에 대입하면 $4=2+n$ $\therefore n=2$
$\therefore mn=2\times2=4$

035 답 ①

일차방정식 $x+ay+b=0$의 그래프의 x절편이 4, y절편이 -2이야. 즉, 이 직선이 두 점 $(4, 0)$, $(0, -2)$를 지나므로
점 $(4, 0)$의 좌표를 대입하면
$4+a\times0+b=0$ $\therefore b=-4$
또, 점 $(0, -2)$의 좌표를 대입하면
$0+a\times(-2)+b=0$, $-2a-4=0$ $\therefore a=-2$
$\therefore 2a+3b=2\times(-2)+3\times(-4)=-16$

036 답 ⑤

일차함수 $y=2x+4$의 그래프와 x축 위에서 만나므로 x절편이 같겠지?
직선 $y=2x+4$의 x절편은 $y=0$일 때, x의 값이므로
$0=2x+4$ $\therefore x=-2$
즉, x절편이 -2, y절편이 3인 일차방정식의 그래프이므로
$\frac{x}{-2}+\frac{y}{3}=1$에서 $y=\frac{3}{2}x+3$ $\therefore 3x-2y+6=0$
이것이 $ax+by+6=0$과 같아야 하므로 $a=3$, $b=-2$
$\therefore a+b=3+(-2)=1$

037 답 -1

두 점 $(1, 2)$, $(2, -2)$를 지나는 일차함수를 $y=mx+n$이라 하면
$m=(\text{기울기})=\frac{-2-2}{2-1}=-4$
$\therefore y=-4x+n$
여기에 점 $(1, 2)$의 좌표를 대입하면
$2=-4\times1+n$ $\therefore n=6$
즉, 일차함수 $y=-4x+6$이므로 이 직선을 y축의 방향으로 -1만큼 평행이동하면
$y=-4x+6-1$ $\therefore y=-4x+5$
이것이 직선 $y=-ax-b$와 같아야지?
$-a=-4$, $-b=5$ $\therefore a=4$, $b=-5$
$\therefore a+b=4+(-5)=-1$

038 답 ③

직선 $(a-1)x-y+b-5=0$을 y에 대하여 풀면
$y=(a-1)x+b-5$
이 직선의 기울기는 $a-1$, y절편은 $b-5$이므로
$a-1=-2$ $\therefore a=-1$
$b-5=-1$ $\therefore b=4$
$\therefore a+b=-1+4=3$

039 답 ①

일차방정식 $3x+ay-2=0$을 y에 대하여 풀면

$ay=-3x+2 \quad \therefore y=-\frac{3}{a}x+\frac{2}{a}$

일차방정식 $4x-2y+3=0$을 y에 대하여 풀면

$-2y=-4x-3 \quad \therefore y=2x+\frac{3}{2}$

두 직선이 평행하므로 기울기가 같겠지?

$-\frac{3}{a}=2 \quad \therefore a=-\frac{3}{2}$

040 답 22

x절편이 $-\frac{5}{3}$, y절편이 5인 일차함수의 그래프는 두 점 $\left(-\frac{5}{3}, 0\right)$, $(0, 5)$를 지나므로

$(\text{기울기})=\frac{5-0}{0-\left(-\frac{5}{3}\right)}=3$

즉, 기울기가 3, y절편이 5인 일차함수의 식은 $y=3x+5$ ⋯ ㉠

한편, 일차방정식 $6x-ay+b=0$을 y에 대하여 풀면

$ay=6x+b \quad \therefore y=\frac{6}{a}x+\frac{b}{a}$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡은 서로 같으므로

$\frac{6}{a}=3 \quad \therefore a=2$ ⋯ ㉢

$\frac{b}{a}=5$에서 $b=5a$이므로 ㉢을 대입하면 $b=10$

$\therefore a+2b=2+20=22$

041 답 ④

일차방정식 $(m-1)x+3y=4$를 y에 대하여 풀면

$3y=-(m-1)x+4 \quad \therefore y=\frac{-m+1}{3}x+\frac{4}{3}$

또, 일차방정식 $mx+ny=2$를 y에 대하여 풀면

$ny=-mx+2 \quad \therefore y=-\frac{m}{n}x+\frac{2}{n}$

두 일차방정식의 그래프가 일치하므로 기울기와 y절편이 같지?

$\frac{-m+1}{3}=-\frac{m}{n}$ ⋯ ㉠

$\frac{4}{3}=\frac{2}{n} \quad \therefore n=\frac{3}{2}$

$n=\frac{3}{2}$을 ㉠에 대입하여 정리하면 $m=-1$

$\therefore m+2n=-1+2\times\frac{3}{2}=2$

042 답 ①

주어진 일차함수의 그래프는 x절편이 -4, y절편이 3인 일차함수이므로

$-\frac{x}{4}+\frac{y}{3}=1$에서 $-\frac{x}{4}+\frac{y}{3}-1=0$

$\therefore -\frac{3}{2}x+2y-6=0$ ⋯ ㉠

이때, ㉠과 $ax-y+b-1=0$이 같으므로 $a=-\frac{3}{2}$, $b=-2$

$\therefore a-b=-\frac{3}{2}-(-2)=\frac{1}{2}$

043 답 ④

일차방정식 $ax-y+b-1=0$을 y에 대하여 풀면

$y=ax+b-1$

$y=f(x)=ax+b-1$이라 놓고 〈보기〉에서 옳은 것을 고르자.

ㄱ. 그림에서 직선이 오른쪽 위로 향하고 있으니까 기울기는 양수이므로 $a>0$ (참)

ㄴ. 그림에서 y절편 $b-1$이 $y=-1$ 아래에 있으므로
$b-1<-1 \quad \therefore b<0$ (참)

ㄷ. $y=f(x)=ax+b-1$에 $x=1$을 대입하면 $f(1)=a+b-1$
그림에서 $f(1)<0$이므로 $a+b-1<0 \quad \therefore a+b<1$ (거짓)

ㄹ. $y=f(x)=ax+b-1$에 $x=2$를 대입하면
$f(2)=2a+b-1$
그런데 그림에서 $f(2)>0$이므로 $2a+b>1$ (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이야.

오답피하기

일차함수의 절편의 정확한 값이 주어지지 않기 때문에 a, b의 정확한 값도 알 수 없지. 이런 유형의 핵심은 '어떻게 하면 〈보기〉에서 요구하는 다항식의 모양을 만들 수 있을까?' 하는 거야.
즉, $a+b$와 $2a+b$의 모양을 만들기 위해서 x에 1을 대입 즉, $f(1)$을 구하면 $a+b-1$, x에 2를 대입 즉, $f(2)$를 구하면 $2a+b-1$이 돼.
이런 것을 '발상'이라 하는데, 어려운 문제를 풀 때는 발상의 역할이 더욱 중요해. 이렇게 특별한 아이디어로 해결해야 하는 문제는 따로 잘 기억해 놓고, 비슷한 유형이 나왔을 때 적용할 수 있도록 하자.

044 답 −2

삼각형 AOB의 넓이가 4이므로

$\frac{1}{2}\times(\text{밑변의 길이})\times(\text{높이})=4$에서 $\frac{1}{2}\times\overline{OB}\times2=4 \quad \therefore \overline{OB}=4$

$\therefore B(4, 0)$

따라서 두 점 $A(3, 2)$, $B(4, 0)$을 지나는 직선 m의 기울기는

$(\text{기울기})=\frac{0-2}{4-3}=-2$

045 답 ①, ④

x축에 평행한 직선을 그려 보면 직선의 방정식은 $y=b$의 꼴임을 알 수 있어.

따라서 $y=b$의 꼴인 것을 찾으면 ①, ④야.

046 답 ③

구하는 직선의 방정식은 일차함수 $y=\frac{1}{2}x-3$의 그래프와 y축에서 만나므로 y절편이 같고, x축에 평행한 직선이야.

따라서 점 $(0, -3)$을 지나며 x축에 평행한 직선이므로 $y=-3$

047 답 ①

y축에 평행한 직선에 수직인 직선은 결국 y축에 수직이지?

즉, x축에 평행해.

따라서 점 $(-1, 5)$를 지나고 x축에 평행한 직선은 $y=5$야.

048 답 ①

$y=3$을 $y=x+2$에 대입하면 $3=x+2 \quad \therefore x=1 \Rightarrow A(1, 3)$

$y=3$을 $y=x-2$에 대입하면 $3=x-2 \quad \therefore x=5 \Rightarrow B(5, 3)$

점 A, B의 y좌표가 같으므로 $\overline{AB}=(\text{두 점의 } x\text{좌표의 차})$

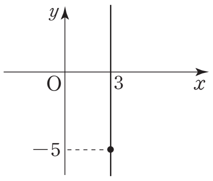
$\therefore \overline{AB}=|5-1|=4$

I

049 답 ①

점 (3, -5)를 지나면서 y축에 평행한 직선은 그림과 같아.

$\therefore x=3$



050 답 ②

일차방정식 $4-2x=0$, 즉 $x=2$의 그래프는 y축에 평행하면서 점 (2, 0)을 지나는 직선이야.

051 답 ④

ㄱ. 점 (3, 5)를 지나는 직선이 x축에 수직이므로 y축에 평행하지? 따라서 y축에 평행하고, 점 (3, 5)를 지나는 직선은 $x=3$이야. (참)

ㄴ. 점 (3, 5)를 지나는 직선이 y축에 평행하면 직선은 $x=3$이야. (거짓)

ㄷ. 원점을 지나는 직선은 $y=ax$의 꼴이지?
그런데 이 직선이 점 (3, 5)를 지나므로 $5=3a$ $\quad\therefore a=\frac{5}{3}$
따라서 구하는 직선의 방정식은 $y=\frac{5}{3}x$야. (거짓)

따라서 옳지 않은 것은 ㄴ, ㄷ이야.

052 답 $-\frac{1}{3}$

$ax+by=1$을 y에 대하여 정리하면

$by=-ax+1 \qquad \therefore y=-\frac{a}{b}x+\frac{1}{b}$

그림에서 이 직선은 점 (0, -3)을 지나고 x축에 평행하므로 구하는 직선의 방정식은 $y=-3$

즉, $y=-\frac{a}{b}x+\frac{1}{b}$과 $y=-3$이 같으므로

$-\frac{a}{b}=0,\ \frac{1}{b}=-3 \qquad \therefore a=0,\ b=-\frac{1}{3}$

$\therefore a+b=-\frac{1}{3}$

053 답 $a=0,\ b=1$

직선 $2x+3=0$에 수직인 직선의 방정식은 $y=k$(k는 상수) ⋯ ㉠ 꼴이지?

이 직선 ㉠이 점 (-4, 2)를 지나므로

$y=2$

즉, 직선 $y=2$가 직선 $ax+by=2$와 같으므로

$a=0,\ b=1$

054 답 $x=-1$

y축에 평행한 직선의 방정식은 $x=p$(p는 상수) 꼴이지?

y축에 평행한 직선 위의 점들은 x좌표가 같으므로

두 점 $(2a+1,\ a-3)$, $(3a+2,\ 2a+3)$에서

$2a+1=3a+2 \qquad \therefore a=-1$ ⋯ ㉠

㉠을 두 점의 x좌표에 대입하면 $2a+1=-1$ (또는 $3a+2=-1$)

따라서 구하는 직선의 방정식은 $x=-1$이야.

오|답|피|하|기

x축에 평행한 직선, y축에 평행한 직선, x축에 수직인 직선, y축에 수직인 직선⋯ 생각만 해도 복잡하게 느껴지는 경우가 있지? 평행과 수직을 헷갈리지 않고 그래프를 그릴 수 있다면 훨씬 쉽게 문제가 풀릴 거야! 알고 보면 아주 쉬운 녀석들이거든.

055 답 ④

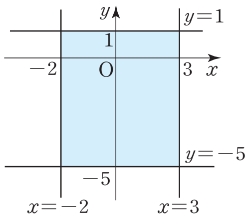
$y-1=0$에서 $y=1$,

$2x+4=0$에서 $x=-2$이므로

네 직선 $y=1$, $x=3$, $x=-2$, $y=-5$를 좌표평면 위에 나타내면 그림과 같아.

따라서 구하는 도형의 넓이는

$5\times6=30$



056 답 ④

$y+4=0$에서 $y=-4$,

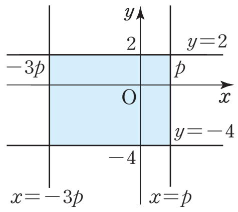
$x+3p=0$에서 $x=-3p$이므로

$y=-4$, $x=-3p$, $y=2$, $x=p$를 좌표평면에 나타내면 그림과 같아.

이때, 색칠한 부분의 사각형의 넓이가 48이라 하므로

$\{p-(-3p)\}\times6=48,\ 4p=8$

$\therefore p=2$



057 답 ⑤

직선의 방정식 $x-3y=0$은 $y=\frac{1}{3}x$이고

직선의 방정식 $x-3y+6=0$은 $y=\frac{1}{3}x+2$이므로

점 A의 좌표를 $(k,\ 0)$이라 놓고, 점 B, C, D의 좌표를 각각 k로 나타내면 $\mathrm{B}\left(k,\ \frac{1}{3}k\right)$, $\mathrm{C}\left(k,\ \frac{1}{3}k+2\right)$, D(0, 2)

이때, △OAB=□OBCD이므로

$\triangle\mathrm{OAB}=\frac{1}{2}\times k\times\frac{1}{3}k=\frac{k^2}{6}$, $\square\mathrm{OBCD}=k\times2=2k$에서

$\frac{1}{6}k^2=2k$

이때, $k>0$이므로 양변을 k로 나누면 $\frac{1}{6}k=2$

$\therefore k=12$

058 답 $(-2,\ 1)$

연립방정식 $\begin{cases}2x+y=-3 & \cdots ㉠\\ x-2y=-4 & \cdots ㉡\end{cases}$의 해를 구하자.

㉠$\times2+$㉡을 하면 $5x=-10 \qquad \therefore x=-2$

이것을 ㉠에 대입하면 $y=1$

따라서 점 A의 좌표는 $(-2,\ 1)$이야.

059 답 $x=3,\ y=2$

두 일차방정식의 그래프의 교점의 좌표는 연립방정식의 해와 같아.

따라서 구하는 연립방정식의 해는 두 그래프의 교점인 $x=3$, $y=2$야.

060 답 ③

두 그래프의 직선의 방정식을 각각 구하자.
x절편과 y절편이 모두 7인 직선의 방정식은

$\frac{x}{7}+\frac{y}{7}=1$

$\therefore x+y=7$ ⋯ ㉠
또, 두 점 $(-3, 0)$, $(3, 4)$를 지나는 직선의 방정식을 $y=ax+b$라 하면

$(\text{기울기})=a=\frac{4-0}{3-(-3)}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

$\therefore y=\frac{2}{3}x+b$
이 직선이 점 $(-3, 0)$을 지나므로
$0=\frac{2}{3}\times(-3)+b \qquad \therefore b=2$
즉, $y=\frac{2}{3}x+2$이므로 $3y=2x+6$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 그림의 그래프를 이용하여 풀 수 있는 연립방정식은
③ $\begin{cases} x+y=7 \\ 3y=2x+6 \end{cases}$ 이야.

061 답 64

그림에서 두 직선 $4x-5y=-8$, $4x+y=a$의 교점이 $(3, b)$이므로 직선의 방정식에 $x=3$, $y=b$를 대입하면 등식이 각각 성립하겠지?
직선의 방정식 $4x-5y=-8$에 $x=3$, $y=b$를 각각 대입하면
$12-5b=-8 \qquad \therefore b=4$
또, 직선의 방정식 $4x+y=a$에 $x=3$, $y=4$를 각각 대입하면
$12+4=a \qquad \therefore a=16$
$\therefore ab=16\times4=64$

062 답 3

두 일차방정식 $ax+y-7=0$, $(a-4)x-(b-3)y=-1$의 교점이 $(2, 5)$이지?
$x=2$, $y=5$를 $ax+y-7=0$에 각각 대입하면
$2a+5-7=0 \qquad \therefore a=1$
또, $a=1$, $x=2$, $y=5$를 $(a-4)x-(b-3)y=-1$에 각각 대입하면
$(1-4)\times2-(b-3)\times5=-1$, $-6-5b+15=-1 \qquad \therefore b=2$
$\therefore a+b=1+2=3$

063 답 1

직선 $y=ax+b$의 y절편은 -2이므로 $b=-2$
$\therefore y=ax-2$
한편, 직선 $y=ax-2$가 직선 $y=-3x+2$와 x축 위의 한 점에서 만난다니까 x절편이 같겠지?
직선 $y=-3x+2$의 x절편을 구하기 위해 $y=0$을 대입하면
$0=-3x+2 \qquad \therefore x=\frac{2}{3}$
직선 $y=-3x+2$의 x절편이 $\frac{2}{3}$이므로 직선 $y=ax-2$의 x절편도 $\frac{2}{3}$야.
따라서 $y=ax-2$에 $x=\frac{2}{3}$, $y=0$을 각각 대입하면
$0=\frac{2}{3}a-2 \qquad \therefore a=3$
$\therefore a+b=3+(-2)=1$

064 답 ③

두 직선 $2x+3y-3=0$, $x-y+1=0$의 교점을 구하기 위하여
연립방정식 $\begin{cases} 2x+3y-3=0 & \cdots ㉠ \\ x-y+1=0 & \cdots ㉡ \end{cases}$을 풀자.
㉠+㉡×3을 하면 $5x=0 \qquad \therefore x=0$
이것을 ㉡에 대입하면 $-y+1=0 \qquad \therefore y=1$
두 직선 $2x+3y-3=0$, $x-y+1=0$의 교점의 좌표는 $(0, 1)$이야.
구하는 직선이 직선 $2x-y=5$, 즉 $y=2x-5$와 평행하니까 기울기는 2이므로 $y=2x+b$라 놓자.
이 직선이 점 $(0, 1)$을 지나므로 직선의 방정식에 $x=0$, $y=1$을 각각 대입하면 $1=b \qquad \therefore y=2x+1$
따라서 구하는 직선의 방정식은 ③ $2x-y+1=0$이야.

065 답 ①

두 직선 $x+y=5$, $x-y=1$의 교점을 구하기 위하여
연립방정식 $\begin{cases} x+y=5 & \cdots ㉠ \\ x-y=1 & \cdots ㉡ \end{cases}$을 풀자.
㉠+㉡을 하면 $2x=6 \qquad \therefore x=3$
$x=3$을 ㉠에 대입하면 $3+y=5 \qquad \therefore y=2$
즉, 연립방정식의 해가 $x=3$, $y=2$이니까 두 직선이 교점의 좌표는 $(3, 2)$야.
그런데 구하는 직선은 점 $(5, 4)$를 지나므로 결국 이 직선은 두 점 $(3, 2)$, $(5, 4)$를 지나는 직선이지?
이 직선의 방정식을 $y=ax+b$라 하면
$(\text{기울기})=a=\frac{4-2}{5-3}=1$
$\therefore y=x+b$
여기에 $x=3$, $y=2$를 각각 대입하면 $2=3+b \qquad \therefore b=-1$
$\therefore y=x-1$
구하는 것은 직선 $y=x-1$의 x절편이므로 $y=0$을 대입하면
$0=x-1 \qquad \therefore x=1$
따라서 구하는 x절편은 1이야.

066 답 ⑤

두 직선 $x+2y=6$, $-2x+4y=12$의 교점을 구하기 위하여
연립방정식 $\begin{cases} x+2y=6 & \cdots ㉠ \\ -2x+4y=12 & \cdots ㉡ \end{cases}$를 풀자.
㉠×2+㉡을 하면 $8y=24 \qquad \therefore y=3$
이것을 ㉠에 대입하면 $x+6=6 \qquad \therefore x=0$
즉, 두 직선의 교점의 좌표는 $(0, 3)$이야.
따라서 구하는 직선이 y축에 수직, 즉 x축과 평행하고, 점 $(0, 3)$을 지나므로 $y=3$이야.

067 답 $-\frac{24}{5}$

두 직선의 교점의 좌표는 연립방정식
$\begin{cases} 3x+y+a-2=0 & \cdots ㉠ \\ 2x+y+a=0 & \cdots ㉡ \end{cases}$의 해와 같으니까
㉠−㉡을 하면 $x=2$
이것을 ㉡에 대입하면 $y=-a-4$
즉, 두 직선의 교점의 좌표는 $(2, -a-4)$야.
그런데 점 $(2, -a-4)$가 직선 $2x-5y=0$ 위의 점이므로
$2\times2-5\times(-a-4)=0$
$4+5a+20=0 \qquad \therefore a=-\frac{24}{5}$

I

068 답 -2

세 직선 $x-ay=8$, $2x+y=7$, $2x-y=1$이 한 점에서 만나므로 두 직선 $2x+y=7$, $2x-y=1$의 교점을 나머지 한 직선 $x-ay=8$이 반드시 지나게 되지?

연립방정식 $\begin{cases} 2x+y=7 & \cdots ㉠ \\ 2x-y=1 & \cdots ㉡ \end{cases}$을 풀자.

㉠+㉡을 하면

$4x=8 \qquad \therefore x=2$

$x=2$를 ㉡에 대입하면 $4-y=1 \qquad \therefore y=3$

$x=2$, $y=3$을 $x-ay=8$에 각각 대입하면

$2-3a=8 \qquad \therefore a=-2$

069 답 ③

세 직선 $x+y=5$, $2x-y=4$, $x-3y=a$가 한 점에서 만나므로 두 직선 $x+y=5$, $2x-y=4$의 교점을 나머지 한 직선 $x-3y=a$가 반드시 지나게 되지?

연립방정식 $\begin{cases} x+y=5 & \cdots ㉠ \\ 2x-y=4 & \cdots ㉡ \end{cases}$를 풀자.

㉠+㉡을 하면 $3x=9 \qquad \therefore x=3$

이것을 ㉠에 대입하면 $3+y=5 \qquad \therefore y=2$

$x=3$, $y=2$를 $x-3y=a$에 각각 대입하면

$3-3\times2=a \qquad \therefore a=-3$

070 답 20

세 직선 $x+y=1$, $2x-3y=1$, $(a+2)x-ay=4$가 한 점에서 만나므로 a가 없는 두 직선의 방정식으로 교점을 구하려면

연립방정식 $\begin{cases} x+y=1 & \cdots ㉠ \\ 2x-3y=1 & \cdots ㉡ \end{cases}$의 해를 구하면 돼.

㉠$\times2-$㉡을 하면 $5y=1 \qquad \therefore y=\frac{1}{5}$

이것을 ㉠에 대입하면 $x+\frac{1}{5}=1 \qquad \therefore x=\frac{4}{5}$

$(a+2)x-ay=4 \ \cdots$ ㉢에 $x=\frac{4}{5}$, $y=\frac{1}{5}$을 각각 대입하면

$(a+2)\times\frac{4}{5}-a\times\frac{1}{5}=4$, $4a+8-a=20$

$3a=12 \qquad \therefore a=4$

따라서 ㉢에 $a=4$를 대입하면 $6x-4y=4$에서 $3x-2y=2$

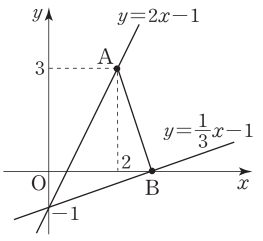
이 식에 $x=4$를 대입하면

$12-2y=2$, $2y=10 \qquad \therefore y=5$

즉, $b=5$이므로 $ab=4\times5=20$

071 답 $\frac{1}{3}\le a\le2$

일차함수 $y=ax-1$의 그래프는 y절편이 -1이므로 항상 점 $(0,\ -1)$을 지나.



이때, 이 일차함수의 그래프가 선분 AB와 만나려면 그 기울기가 점 B를 지날 때보다 크거나 같고, 점 A를 지날 때보다 작거나 같아야 해.

(ⅰ) 점 $A(2,\ 3)$을 지날 때, $x=2$, $y=3$을 $y=ax-1$에 각각 대입하면

$3=2a-1 \qquad \therefore a=2$

(ⅱ) 점 $B(3,\ 0)$을 지날 때, $x=3$, $y=0$을 $y=ax-1$에 각각 대입하면

$0=3a-1 \qquad \therefore a=\frac{1}{3}$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 상수 a의 값의 범위는 $\frac{1}{3}\le a\le2$야.

072 답 ②

(ⅰ) 직선 $y=ax+1$이 점 $A(1,\ 3)$을 지날 때,

$3=a+1 \qquad \therefore a=2$

(ⅱ) 직선 $y=ax+1$이 점 $B(4,\ 2)$를 지날 때,

$2=4a+1 \qquad \therefore a=\frac{1}{4}$

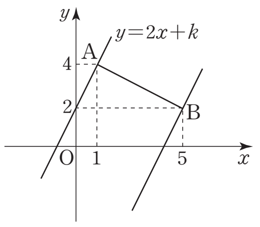
(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 상수 a의 값의 범위는 $\frac{1}{4}\le a\le2$

오답피하기

기울기가 일정하지 않은 직선, 즉 미지수가 포함된 직선의 방정식이 나오는 경우라면 가장 먼저 해야 할 일은 그 직선이 반드시 지나는 점을 찾는 거야. 직선이 반드시 지나는 점을 찾게 되면 직선의 기울기를 이리저리 바꿔보기가 쉽기 때문에 문제에 접근하기가 편해지지.

073 답 -6

직선 $y=2x+k$는 기울기가 양수이므로 오른쪽 위로 향하는 직선이고 y절편은 k야.



(ⅰ) 점 $B(5,\ 2)$를 지날 때,

$y=2x+k$에 $x=5$, $y=2$를 각각 대입하면 $2=10+k$

$\therefore k=-8$

(ⅱ) 점 $A(1,\ 4)$를 지날 때,

$y=2x+k$에 $x=1$, $y=4$를 각각 대입하면 $4=2+k \qquad \therefore k=2$

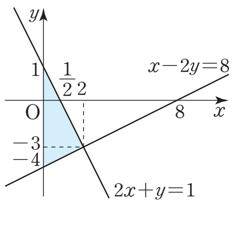
(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 구하는 상수 k의 값의 범위는 $-8\le k\le2$

이것이 $a\le k\le b$와 같으므로 $a=-8$, $b=2$

$\therefore a+b=-8+2=-6$

074 답 5

일차방정식 $2x+y=1$의 그래프의 x절편, y절편은 각각 $\frac{1}{2}$, 1이고 일차방정식 $x-2y=8$의 그래프의 x절편, y절편은 각각 8, -4이므로 그림과 같아.



이때, 연립방정식 $\begin{cases} 2x+y=1 & \cdots ㉠ \\ x-2y=8 & \cdots ㉡ \end{cases}$의 해는 ㉠$\times2+$㉡을 하면 $x=2$, $y=-3$이므로 두 직선의 교점은 $(2,\ -3)$이지?

따라서 두 직선과 y축으로 둘러싸인 도형의 넓이는

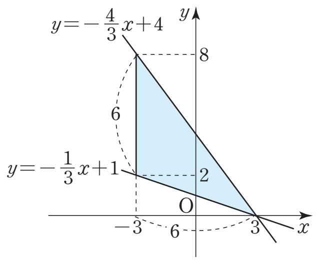
$\frac{1}{2}\times5\times2=5$

075 답 ④

직선의 방정식 $2x=-6$은 $x=-3$이니까 y축에 평행한 직선이지?

또, 나머지 두 직선의 방정식 $y=-\frac{4}{3}x+4$와 $y=-\frac{x}{3}+1$을 연립하면 $x=3$, $y=0$이므로 두 직선의 교점은 $(3,\ 0)$이야.

세 직선을 좌표평면에 나타내면 그림과 같아.



따라서 세 직선으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(8-2)\times\{3-(-3)\}=\frac{1}{2}\times6\times6=18$

오|답|피|하|기

세 직선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 땐 교점의 좌표를 찾는 게 중요해. 교점의 좌표를 이용하여 도형의 높이나 밑변의 길이를 찾을 수가 있거든. 도형이 삼각형이나 사각형이 아닐 경우라면 적당히 나눠서 넓이를 계산해 주는 센스를 발휘할 것!!

076 답 ②

직선 $y=-x-1$의 x절편은 $0=-x-1$에서 $x=-1$

또, 그림에서 두 직선 l과 $y=-x-1$의 교점의 x좌표가 4이므로 $y=-4-1=-5$, 즉 교점의 좌표는 $(4,\ -5)$야.

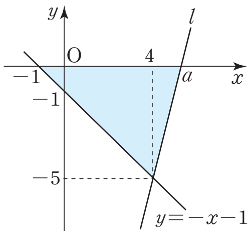
이때, 직선 l의 x절편을 a라 하자.

색칠한 부분의 넓이가 15이므로

$\frac{1}{2}\times\{a-(-1)\}\times5=15$

$\therefore\ a=5$

즉, 직선 l은 교점 $(4,\ -5)$와 x축이 만나는 점 $(5,\ 0)$을 지나므로



기울기는 $\frac{0-(-5)}{5-4}=5$

직선 l을 $y=5x+b$라 하면 이 직선이 점 $(5,\ 0)$을 지나므로

$b=-25$

$\therefore\ y=5x-25$

따라서 직선 l의 방정식은 $y=5x-25$이므로 y절편은 -25야.

077 답 ④

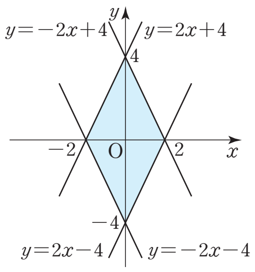
네 일차함수의 x절편, y절편을 각각 구해 보자.

(i) $y=2x+4$의 x절편은 -2, y절편은 4

(ii) $y=2x-4$의 x절편은 2, y절편은 -4

(iii) $y=-2x+4$의 x절편은 2, y절편은 4

(iv) $y=-2x-4$의 x절편은 -2, y절편은 -4



그림과 같이 네 함수의 그래프로 둘러싸여 있는 도형은 대각선의 길이가 각각 4, 8인 마름모이므로 넓이는

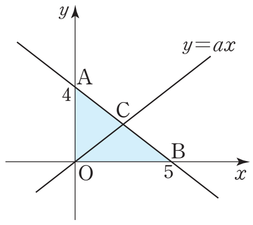
$\frac{1}{2}\times4\times8=16$

078 답 ③

일차방정식 $4x+5y-20=0$ ⋯ ㉠의 그래프의 x절편은

$4x-20=0\qquad\therefore\ x=5$

y절편은 $5y-20=0$에서 $y=4$



그림과 같이 일차방정식 $4x+5y-20=0$이 y축과 만나는 점을 A, x축과 만나는 점을 B, 직선 $y=ax$와 만나는 점을 C라 하면

$\triangle AOB=\frac{1}{2}\times5\times4=10$

직선 $y=ax$에 의하여 삼각형 AOB의 넓이가 이등분되니까

$\triangle OBC=\frac{1}{2}\times\triangle AOB$

$=\frac{1}{2}\times\overline{OB}\times(\text{점 C의 }y\text{좌표})$

$=\frac{1}{2}\times5\times(\text{점 C의 }y\text{좌표})$

$=5$

따라서 점 C의 y좌표는 2야.

㉠에 $y=2$를 대입하면 $4x+10-20=0\qquad\therefore\ x=\frac{5}{2}$

점 C의 좌표는 $C\left(\frac{5}{2},\ 2\right)$이고, 직선 $y=ax$가 점 C를 지나므로

$2=\frac{5}{2}a\qquad\therefore\ a=\frac{4}{5}$

079 답 ⑤

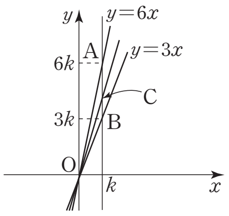
두 직선 $y=6x$, $y=3x$가 직선 $x=k$와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $y=ax$가 직선 $x=k$와 만나는 점을 C라 하자.

직선 $y=ax$의 그래프가 삼각형 AOB의 넓이를 이등분하려면 점 C는 선분 AB의 중점이어야 해.

두 점 $A(k,\ 6k)$, $B(k,\ 3k)$라 하면

점 C의 좌표는

$C\left(k,\ \frac{6k+3k}{2}\right)$, 즉 $C\left(k,\ \frac{9}{2}k\right)$



직선 $y=ax$가 점 C를 지나므로

$\frac{9}{2}k=ak\ \ \therefore\ a=\frac{9}{2}\ (\because\ k>0)$

오|답|피|하|기

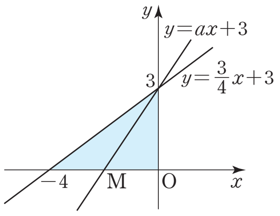
분명히 넓이를 이등분하라는 도형 문제인데 그림이 제시되어 있지 않을 때는 그림을 정확하게 그리는 게 중요해. 그림을 그려 봐야만 이등분해야 하는 도형이 어떻게 생겼는지, 넓이를 이등분하는 직선이 어디에서 출발해서 어느 점을 지나야 하는지를 알 수 있겠지? 도형 문제뿐 아니라 직선이 특정 구간을 통과할 조건, 여러 직선의 교점이 특정 영역에 존재할 조건, 일차함수의 활용 부분 등등⋯ 함수 단원에서는 그래프 그리는 능력이 필수적으로 요구돼. 그리고 또 하나, 이 세 문제들에서 공통적으로 이용한 성질!!

'삼각형의 한 꼭지점에서 나온 직선이 그 맞은편의 변(=대변)의 중점을 지나면, 이 직선은 삼각형의 넓이를 항상 이등분한다.'

꼭 기억해 두자.

080 답 $\frac{3}{2}$

직선 $y=\frac{3}{4}x+3$의 x절편은 -4, y절편은 3이므로 그래프는 그림과 같아.



한편, 직선 $y=ax+3$은 y절편이 3인 직선이니까 색칠한 부분의 넓이를 이등분하려면 그림과 같이 두 점 $(-4, 0)$과 $(0, 0)$의 중점 M을 지나야 해.

즉, $\mathrm{M}(-2, 0)$이므로 $0=-2a+3$ $\quad\therefore a=\frac{3}{2}$

081 답 $y=4x-4$

직선 $y=-2x+4$의 x절편을 구하기 위하여 $y=0$을 대입하면

$0=-2x+4$ $\quad\therefore x=2$

$\therefore \mathrm{A}(2, 0)$

두 일차방정식 $y=x$, $y=-2x+4$를 연립하여 교점 B의 좌표를 구하자.

$x=-2x+4$에서 $3x=4$ $\quad\therefore x=\frac{4}{3}$

이것을 $y=x$에 대입하면 $y=\frac{4}{3}$이므로 점 B의 좌표는 $\mathrm{B}\left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right)$

점 B를 지나며 삼각형 OAB의 넓이를 이등분하는 직선은 선분 OA의 중점 $(1, 0)$을 지나야 하니까 두 점 $\left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right)$와 $(1, 0)$을 지나는 직선의 방정식을 $y=ax+b$라 하면

$$(\text{기울기})=a=\frac{\frac{4}{3}-0}{\frac{4}{3}-1}=\frac{\frac{4}{3}}{\frac{1}{3}}=4$$

$\therefore y=4x+b$

이 직선이 점 $(1, 0)$을 지나므로

$0=4+b$ $\quad\therefore b=-4$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y=4x-4$야.

082 답 -6

두 직선 $ax-3y=9$, $2x+y=-3$이 일치한다는 것은

연립방정식 $\begin{cases} ax-3y-9=0 \\ 2x+y+3=0 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많다는 것이므로

$\frac{a}{2}=\frac{-3}{1}=\frac{-9}{3}$

$\therefore a=-6$

083 답 ②

연립방정식 $\begin{cases} ax+2y=3 \\ 4x+by=12 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} ax+2y-3=0 \\ 4x+by-12=0 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많으므로 $\frac{a}{4}=\frac{2}{b}=\frac{-3}{-12}$ $\quad\therefore \frac{a}{4}=\frac{2}{b}=\frac{1}{4}$

(i) $\frac{a}{4}=\frac{1}{4}$에서 $a=1$

(ii) $\frac{2}{b}=\frac{1}{4}$에서 $b=8$

(i), (ii)에 의하여 $b-a=8-1=7$

084 답 $-\frac{1}{5}$

연립방정식 $\begin{cases} 2x+ay=4 \\ y=-\frac{2}{5}x+b \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 2x+ay-4=0 \\ 2x+5y-5b=0 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많으므로 $\frac{2}{2}=\frac{a}{5}=\frac{-4}{-5b}$ $\quad\therefore 1=\frac{a}{5}=\frac{4}{5b}$

$1=\frac{a}{5}$에서 $a=5$, $1=\frac{4}{5b}$에서 $b=\frac{4}{5}$

이때, 두 일차방정식 $ax+y-b=0$ ⋯ ㉠, $x-ky=4$의 그래프가 평행하므로 $a=5$, $b=\frac{4}{5}$를 ㉠에 각각 대입하면

$5x+y-\frac{4}{5}=0$ $\quad\therefore y=-5x+\frac{4}{5}$ ⋯ ㉡

㉡은 일차방정식 $x-ky=4$, 즉 $y=\frac{1}{k}x-\frac{4}{k}$와 평행하므로 기울기가 같겠지?

$\frac{1}{k}=-5$ $\quad\therefore k=-\frac{1}{5}$

085 답 $\frac{5}{2}$

두 직선 $(a+2b)x+3y=4$, $2x+(3a-b)y=2$의 교점이 무수히 많다는 것은 연립방정식 $\begin{cases} (a+2b)x+3y=4 \\ 2x+(3a-b)y=2 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많다는 것이므로

$\frac{a+2b}{2}=\frac{3}{3a-b}=\frac{4}{2}$ $\quad\therefore \frac{a+2b}{2}=\frac{3}{3a-b}=2$

(i) $\frac{a+2b}{2}=2$에서 $a+2b=4$ ⋯ ㉠

(ii) $\frac{3}{3a-b}=2$에서 $6a-2b=3$ ⋯ ㉡

㉠+㉡을 하면 $7a=7$ $\quad\therefore a=1$

이것을 ㉠에 대입하면 $b=\frac{3}{2}$

$\therefore a+b=1+\frac{3}{2}=\frac{5}{2}$

086 답 ②

① $\begin{cases} x+2y=1 \\ 2x-2y=0 \end{cases}$ 에서 $\frac{1}{2}\neq\frac{2}{-2}$이므로 한 쌍의 해를 가져.

② $\begin{cases} x-y=1 \\ 2x-2y=1 \end{cases}$ 에서 $\frac{1}{2}=\frac{-1}{-2}\neq\frac{1}{1}$이므로 해가 없어.

③ $\begin{cases} x+y=1 \\ 2x-y=3 \end{cases}$ 에서 $\frac{1}{2}\neq\frac{1}{-1}$이므로 한 쌍의 해를 가져.

④ $\begin{cases} 2x+y=1 \\ 2x-y=1 \end{cases}$ 에서 $\frac{2}{2}\neq\frac{1}{-1}$이므로 한 쌍의 해를 가져.

⑤ $\begin{cases} 2x+y=1 \\ 4x+2y=2 \end{cases}$ 에서 $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$이므로 해가 무수히 많아.

087 답 2

연립방정식 $\begin{cases} kx+y=3 \\ 6x+3y=15 \end{cases}$ 의 해가 없으려면

$\frac{k}{6}=\frac{1}{3}\neq\frac{3}{15}$ $\quad\therefore k=2$

088 답 ①

두 직선 $x-3y=2$, $ax+9y=12$의 교점이 존재하지 않으므로

연립방정식 $\begin{cases} x-3y=2 \\ ax+9y=12 \end{cases}$ 의 해가 존재하지 않아.

$\frac{1}{a}=\frac{-3}{9}\neq\frac{2}{12}$ $\quad\therefore a=-3$

089 답 6

두 직선 $2x-y=5$, $ax-3y=8$이 만나지 않으므로

연립방정식 $\begin{cases} 2x-y=5 \\ ax-3y=8 \end{cases}$ 의 해가 존재하지 않아.

$\frac{2}{a}=\frac{-1}{-3}\neq\frac{5}{8}$ $\quad\therefore a=6$

잘 틀리는 유형 훈련 +1up

p. 184

090 답 ③

1st 주어진 일차방정식을 y에 대하여 풀자.

일차방정식 $3x+4y+6=0$을 y에 대하여 풀면

$4y=-3x-6$ $\quad\therefore y=-\frac{3}{4}x-\frac{3}{2}$ ⋯ ㉠

ㄱ. x절편은 $0=-\frac{3}{4}x-\frac{3}{2}$ $\quad\therefore x=-2$ (참)

ㄴ. ㉠에서 기울기는 $-\frac{3}{4}$이야. (거짓)

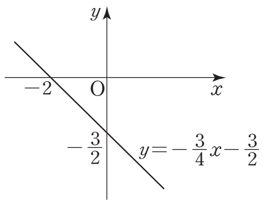
ㄷ. $x=0$을 ㉠에 대입하면 $y=-\frac{3}{2}$이므로

점 $\left(0,\ -\frac{3}{2}\right)$을 지나. (거짓)

2nd 좌표평면에 그래프를 나타내 보자.

ㄹ. 직선 $y=-\frac{3}{4}x-\frac{3}{2}$을 그리면

그림과 같지? 즉, 제1사분면을 지나지 않아. (거짓)



ㅁ. $y=-\frac{3}{4}x$의 그래프를 y축의 방향으로 $-\frac{3}{2}$만큼 평행이동

하면 $y=-\frac{3}{4}x-\frac{3}{2}$이므로 겹칠 수 있지? (참)

따라서 옳지 않은 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ이야.

091 답 ②

1st 주어진 일차방정식을 y에 대하여 나타내자.

$x-y-2=0$ $\quad\therefore y=x-2$ ⋯ ㉠이므로

ㄱ. 직선 $y=x-1$과 기울기가 같고 y절편은 다르므로 평행해. (참)

ㄴ. y절편은 -2이고 기울기가 양수이므로 제2사분면을 지나지 않아. (참)

ㄷ. ㉠에 $y=0$을 대입하면 $x-2=0$ $\quad\therefore x=2$

따라서 x절편과 y절편의 합은 $2+(-2)=0$ (거짓)

ㄹ. x의 값이 2만큼 증가할 때, y의 값이 2만큼 증가하면

(기울기)$=\frac{2}{2}=1$ (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이야.

092 답 ⑤

1st 두 일차함수의 그래프가 x축 위에서 만난다는 것은 x절편이 같다는 거야.

일차방정식 $2x-y-1=0$의 그래프와 x축에서 만나는 직선은 x절편이 같으므로 $y=0$을 대입하면

$2x-1=0$ $\quad\therefore x=\frac{1}{2}$

2nd 두 일차함수의 그래프가 y축 위에서 만난다는 것은 y절편이 같다는 거야.

일차방정식 $6x-y+3=0$의 그래프와 y축에서 만나는 직선은 y절편이 같으므로 $x=0$을 대입하면

$-y+3=0$ $\quad\therefore y=3$

즉, 구하는 직선은 x절편이 $\frac{1}{2}$, y절편이 3이므로

$\frac{x}{\frac{1}{2}}+\frac{y}{3}=1$, $2x+\frac{y}{3}=1$ $\quad\therefore 6x+y=3$

I

093 답 ④

1st 주어진 조건을 이용하여 구해야 하는 직선의 x절편과 y절편을 각각 구하자.

일차방정식 $4x+y-4=0$의 그래프와 y축에서 만나므로 y절편이 같아. 즉, $x=0$을 대입하면 $y=4$

또, 일차방정식 $2x+3y+6=0$의 그래프와 x축에서 만나므로 x절편이 같아.

즉, $y=0$을 대입하면 $2x+6=0$ $\quad\therefore x=-3$

따라서 구하는 직선의 x절편과 y절편은 각각 -3, 4야.

2nd 직선의 방정식을 구하자.

$\frac{x}{-3}+\frac{y}{4}=1$ $\quad\therefore 4x-3y=-12$

094 답 -12

1st x축에 평행한 직선의 y좌표는 모두 같지?

두 점 $(-1,\ a-4)$, $(1,\ 2a+8)$을 지나는 직선이 x축에 평행하므로

$a-4=2a+8$ $\quad\therefore a=-12$

오답피하기

x축, y축과 각각 평행한 직선에 대해 혼동할 수 있어.
x축과 평행한 직선은 $y=k$, y축과 평행한 직선은 $x=k'$의 꼴로 나타낼 수 있어. 반대로 생각하지 말자.
x축과 평행한 직선 $y=k$는 y좌표가 k로 일정한 직선이야. 또, y축과 평행한 직선 $x=k'$은 x좌표가 k'으로 일정한 직선이야.
만약 어떤 두 점을 지나는 직선이 y축에 평행한 직선이라면 x좌표를 같게 하면 돼.

095 답 $x=3$

1st x축에 수직이라는 말은 y축에 평행이라는 말과 같지?

두 점 $(2a-3,\ a+7)$, $(3a-6,\ 2a+6)$을 지나는 직선이 x축에 수직이므로 $x=k$(k는 상수)의 꼴로 나타낼 수 있어.

즉, 구하는 직선의 x좌표의 값이 같아야 해.

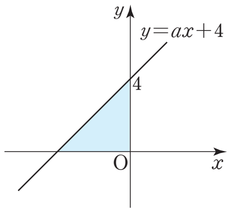
$2a-3=3a-6$ $\quad\therefore a=3$

구하는 직선의 방정식은 점 $(2a-3,\ a+7)$, 즉 $(3,\ 10)$을 지나고 x축에 수직인 직선이므로 $x=3$이야.

096 답 ③

1st 직선 $y=ax+4$는 y절편이 4로 고정되어 있지? 일단 그래프를 그리자.

$a>0$이고 y절편이 4인 그래프는 그림과 같아.



2nd 직선과 x축, y축으로 둘러싸여 있는 부분의 넓이가 주어졌으니까 x절편을 구할 수 있지?

x축, y축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 8이므로 x절편을 k라 하면

$\frac{1}{2}\times|k|\times4=8,\ |k|=4 \qquad \therefore k=-4\ (\because k<0)$

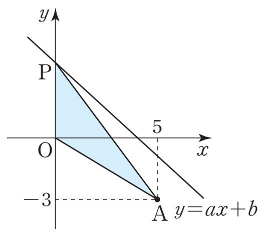
따라서 직선 $y=ax+4$가 점 $(-4, 0)$을 지나므로

$0=-4a+4 \qquad \therefore a=1$

097 답 ②

1st 삼각형 OAP의 넓이를 b에 대하여 나타내면 돼.

두 점 $O(0, 0)$, $A(5, -3)$과 $y=ax+b\,(a<0,\ b>0)$의 y절편인 점 $P(0, b)$로 이루어지는 삼각형 OAP의 넓이가 10이므로



$\triangle OAP=\frac{1}{2}\times\overline{OP}\times5=10$

$\therefore \overline{OP}=4 \Rightarrow b=4$

098 답 $-\frac{1}{3}\le a\le 2$

1st 직선 $y=ax+2$가 반드시 지나는 점을 찾자.

직선 $y=ax+2$는 y절편이 2로 고정되어 있지?

즉, 직선 $y=ax+2$의 그래프는 점 $(0, 2)$를 반드시 지나.

2nd $y=ax+2$의 그래프를 움직여 보자.

$y=ax+2$의 그래프가 선분 AB와 만나기 위해서는 점 $A(1, 4)$를 지날 때의 기울기보다 작거나 같고, 점 $B(3, 1)$을 지날 때의 기울기보다 크거나 같아야 해.

(i) 점 $A(1, 4)$를 지날 때, $4=a\times1+2 \qquad \therefore a=2$

(ii) 점 $B(3, 1)$을 지날 때, $1=a\times3+2 \qquad \therefore a=-\frac{1}{3}$

따라서 직선 $y=ax+2$가 선분 AB와 만나기 위한 상수 a의 값의 범위는 $-\frac{1}{3}\le a\le2$야.

오|답|피|하|기

이런 유형의 문제는 직선에서 고정되는 점을 찾으면 해결돼. 특히 y절편이 고정되어 있기 때문에 기울기만 생각하면 돼.
그래프를 그려서 기울기를 변화시키면 기울기가 움직이는 범위에 따라 선분 AB가 만날 수 있고, 만나지 않을 수도 있어. 그 범위만 구하면 돼. 그래프를 그려서 해결하자!

099 답 $\frac{1}{2}<a<2$

1st $y=ax+2$를 보면 y절편이 2로 고정되어 있음을 알 수 있어.

직선 $y=ax+2$는 y절편이 2로 고정되어 있지?

즉, 직선 $y=ax+2$의 그래프는 점 $(0, 2)$를 반드시 지나게 돼.

2nd 일차함수 $y=ax+2$의 그래프를 움직여 보자.

(i) 점 $A(-2, 1)$을 지날 때, $1=a\times(-2)+2 \qquad \therefore a=\frac{1}{2}$

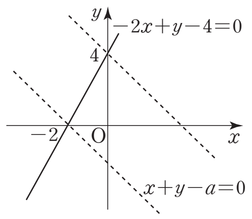
(ii) 점 $B(1, 4)$를 지날 때, $4=a\times1+2 \qquad \therefore a=2$

따라서 일차함수 $y=ax+2$의 그래프의 기울기가 점 A를 지날 때보다 크고, 점 B를 지날 때보다 작아야 하므로 선분 AB와 만나지 않기 위한 상수 a의 값의 범위는 $\frac{1}{2}<a<2$야.

100 답 $-2<a<4$

1st 먼저 그림으로 나타내 보자.

두 일차방정식 $-2x+y-4=0$, $x+y-a=0$ ⋯ ㉠의 그래프의 교점이 제2사분면에 있기 위해서는 그림과 같이 ㉠이 두 점선 사이에 있으면 돼.



2nd 그림에서 직선 $x+y-a=0$의 y절편이 어느 점을 지날 때 최대가 되고, 최소가 되는지 생각해 보자.

(i) ㉠이 점 $(0, 4)$를 지날 때,

$0+4-a=0 \qquad \therefore a=4$

(ii) ㉠이 점 $(-2, 0)$을 지날 때,

$-2+0-a=0 \qquad \therefore a=-2$

따라서 (i)의 경우보다 y절편이 작고, (ii)의 경우보다 y절편이 커야 해.

$\therefore -2<a<4$

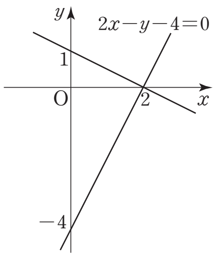
오|답|피|하|기

고정된 그래프와 고정되지 않은 그래프를 다룰 때, 항상 고정된 그래프를 기준으로 생각해야 해.
이 문제는 그래프를 이용하면 풀리는 문제지만 고정되지 않은 직선을 어떻게 다루느냐에 따라 달라질 수 있어.
특정한 점을 지날 때의 a의 값을 구하면 돼.

101 답 $m>\frac{1}{2}$

1st 먼저 고정된 직선의 그래프를 그리고, 미지수 m이 있는 그래프를 움직여 보자.

직선 $2x-y-4=0$, 즉 $y=2x-4$의 그래프를 그리면 다음과 같아.



그런데 직선 $mx+y-1=0$, 즉 $y=-mx+1$은 y절편이 1인 직선이므로 그래프가 위 그림과 같아야 교점이 제4사분면에 있게 돼.

즉, 직선 $mx+y-1=0$이 점 $(2, 0)$을 지날 때보다 기울기가 작으면 돼.

2nd 직선의 기울기가 점 $(2, 0)$을 지날 때보다 작을 때의 m의 값의 범위를 구하자.

일차방정식 $mx+y-1=0$의 그래프가 점 $(2, 0)$을 지나는 경우는

$2m-1=0 \qquad \therefore m=\frac{1}{2}$

따라서 $-m<-\frac{1}{2}$이므로 $m>\frac{1}{2}$이어야 해.

102 답 9

1st 주어진 조건을 이용하여 점 B의 좌표를 구하자.

점 B는 직선 $x-y=0$, 즉 $y=x$ 위에 있으므로 $B(a, a)$로 놓자.

이때, 삼각형 BOC의 넓이가 9이므로

$\triangle BOC=\frac{1}{2}\times\overline{OC}\times$(점 B의 y좌표)

$=\frac{1}{2}\times 6\times a=9$

$3a=9 \quad \therefore a=3$

점 B의 좌표는 $B(3, 3)$이야.

2nd 두 점 B, C를 지나는 직선의 방정식을 구하여 삼각형 AOB의 넓이를 구하자.

두 점 B, C를 지나는 직선의 방정식은 $y=-x+6$이고,

점 A는 직선 $y=-x+6$의 y절편이므로 $A(0, 6)$

$\therefore \triangle AOB=\frac{1}{2}\times\overline{OA}\times$(점 B의 x좌표)

$=\frac{1}{2}\times 6\times 3=9$

103 답 12

1st 두 점 B, C의 좌표를 a로 나타내자.

점 C는 직선 $y=\frac{1}{2}x+a$의 y절편이므로 점 C의 좌표는 $(0, a)$

또, 점 B는 직선 $y=\frac{1}{2}x+a$의 x절편이므로 $(-2a, 0)$이야.

2nd 삼각형 CBO의 넓이를 이용하여 삼각형 ABO의 넓이를 구하자.

이때, 삼각형 CBO의 넓이가 9이므로

$\triangle CBO=\frac{1}{2}\times\overline{OB}\times\overline{OC}$

$=\frac{1}{2}\times 2a\times a=9$

$a^2=9 \quad \therefore a=3\,(\because a>0)$

두 직선 $y=2x$와 $y=\frac{1}{2}x+3$의 교점을 구하기 위하여

연립방정식 $\begin{cases} y=2x & \cdots ㉠ \\ y=\frac{1}{2}x+3 & \cdots ㉡ \end{cases}$ 을 풀자.

㉠을 ㉡에 대입하면

$2x=\frac{1}{2}x+32,\ \frac{3}{2}x=3 \quad \therefore x=2$

이것을 ㉠에 대입하면 $y=4$

따라서 두 직선의 교점은 $A(2, 4)$이므로

$\triangle ABO=\frac{1}{2}\times\overline{OB}\times$(점 A의 y좌표)

$=\frac{1}{2}\times 6\times 4=12$

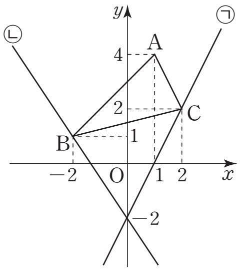
104 답 $a>2$ 또는 $a<-\frac{3}{2}$

1st 삼각형과 직선이 두 점에서 만나도록 좌표평면에 나타내자.

직선 $y=ax-2$는 a의 값에 관계없이 점 $(0, -2)$를 지나

이때, 그림과 같이 직선 $y=ax-2$가 삼각형 ABC와 두 점에서 만나려면 직선 $y=ax-2$는 점 $(0, -2)$를 지나면서 동시에 두 직선 ㉠, ㉡ 사이에 위치해야 해.

즉, 직선 ㉠보다 기울기가 크거나 직선 ㉡보다 기울기가 작아야 해.



2nd 각 직선의 기울기를 구하여 상수 a의 값의 범위를 구하자.

(i) 직선 ㉠은 점 $C(2, 2)$를 지나므로 $x=2$, $y=2$를 $y=ax-2$에 각각 대입하면 $2=2a-2 \quad \therefore a=2$

(ii) 직선 ㉡은 점 $B(-2, 1)$을 지나므로 $y=ax-2$에 $x=-2$, $y=1$을 각각 대입하면 $1=-2a-2 \quad \therefore a=-\frac{3}{2}$

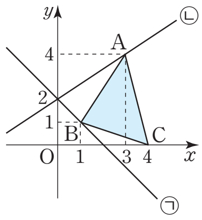
(i), (ii)에 의하여 $a>2$ 또는 $a<-\frac{3}{2}$

105 답 $-1\le a\le\frac{2}{3}$

1st 삼각형과 직선이 만나도록 좌표평면에 나타내자.

직선 $ax-y+2=0$, 즉 $y=ax+2$는 a의 값에 관계없이 점 $(0, 2)$를 지나.

이때, 그림과 같이 직선 $y=ax+2$가 삼각형 ABC와 만나려면 점 $(0, 2)$를 지나면서 동시에 두 직선 ㉠, ㉡ 사이에 위치해야 해. 즉, 직선 ㉠보다 기울기가 크거나 같아야 하고, 직선 ㉡보다 기울기가 작거나 같아야 하지.



2nd 각 직선의 기울기를 구하여 상수 a의 값의 범위를 구하자.

(i) 직선 ㉠은 점 $B(1, 1)$을 지나므로 $y=ax+2$에 $x=1$, $y=1$을 각각 대입하면 $1=a+2 \quad \therefore a=-1$

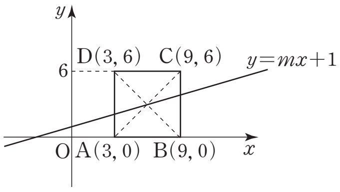
(ii) 직선 ㉡은 점 $A(3, 4)$를 지나므로 $y=ax+2$에 $x=3$, $y=4$를 각각 대입하면 $4=3a+2 \quad \therefore a=\frac{2}{3}$

(i), (ii)에 의하여 $-1\le a\le\frac{2}{3}$

106 답 $\frac{1}{3}$

1st 먼저 정사각형의 각 꼭짓점의 좌표를 구해 보자.

각 꼭짓점의 좌표는 $A(3, 0)$, $B(9, 0)$, $C(9, 6)$, $D(3, 6)$이야.



2nd 한 직선이 정사각형의 넓이를 이등분하기 위해서는 그 직선이 정사각형의 대각선의 교점을 지나야 하지?

한 직선이 정사각형의 넓이를 이등분하려면 그 직선이 정사각형의 대각선의 교점을 지나야 해.

이때, 두 대각선의 교점은 두 점 $A(3, 0)$, $C(9, 6)$의 중점이므로

$\left(\frac{3+9}{2}, \frac{0+6}{2}\right)$, 즉 $(6, 3)$이야.

이 교점의 좌표를 $y=mx+1$에 대입하면

$3=6m+1 \quad \therefore m=\frac{1}{3}$

오답피하기

이 문제에서 핵심은 직선 $y=mx+1$이 정사각형을 어떻게 지나야 넓이가 이등분되는가를 파악하는 거야.

이런 유형의 문제는 자주 나오는데, 원의 경우는 중심을 지나면 되고, 마름모, 평행사변형의 경우는 대각선의 교점을 지나면 돼.

이렇게 특정한 점을 지날 때, 도형의 넓이가 이등분 되는 경우를 잘 기억하고 있어야 해.

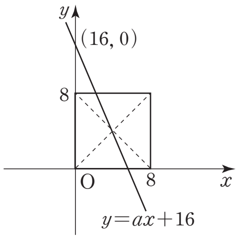
I

107 답 ④

1st 먼저 주어진 직선으로 둘러싸인 도형을 그리자.

$y=0$(x축), $y=8$, $x=0$(y축), $x=8$로 둘러싸인 도형은 그림과 같이 한 변의 길이가 8인 정사각형이지?

각 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 0)$, $(8,\ 0)$, $(8,\ 8)$, $(0,\ 8)$이야.



2nd 정사각형의 넓이를 이등분하기 위해서는 직선이 정사각형의 두 대각선의 교점을 지나야 하지?

한 직선이 정사각형의 넓이를 이등분하려면 그 직선이 정사각형의 대각선의 교점을 지나야 해.

이때, 정사각형의 두 대각선의 교점은 두 점 $(0,\ 0)$, $(8,\ 8)$의 중점 $\left(\frac{0+8}{2},\ \frac{0+8}{2}\right)$, 즉 $(4,\ 4)$야.

이 교점의 좌표를 $y=ax+16$에 대입하면

$4=4a+16$, $4a=-12$　　$\therefore a=-3$

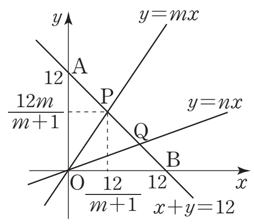
108 답 $\frac{5}{2}$

1st 두 직선 $x+y=12$와 $y=mx$의 교점을 구하자.

두 직선 $x+y=12$ ⋯ ㉠와 $y=mx$ ⋯ ㉡의 교점을 P라 하자.

㉡을 ㉠에 대입하면

$x+mx=12$　　$\therefore x=\frac{12}{m+1}$



이것을 ㉡에 대입하면

$y=\frac{12m}{m+1}$

따라서 점 P의 좌표는

$\mathrm{P}\left(\frac{12}{m+1},\ \frac{12m}{m+1}\right)$이지?

2nd 직선 $x+y=12$와 x축, y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 직선 $y=mx$가 삼등분함을 이용하여 m의 값을 구하자.

$\triangle\mathrm{AOB}=\frac{1}{2}\times12\times12=72$이므로 삼등분한 넓이는 24야.

$\triangle\mathrm{AOP}=\frac{1}{2}\times12\times\frac{12}{m+1}=24$　　$\therefore m=2$

3rd 직선 $y=nx$도 삼각형 AOB의 넓이를 삼등분하지?

두 직선 $x+y=12$ ⋯ ㉢와 $y=nx$ ⋯ ㉣의 교점을 Q라 하자.

㉣을 ㉢에 대입하면

$x+nx=12$　　$\therefore x=\frac{12}{n+1}$

이것을 $y=nx$에 대입하면 $y=\frac{12n}{n+1}$

즉, 점 Q의 좌표는 $\mathrm{Q}\left(\frac{12}{n+1},\ \frac{12n}{n+1}\right)$이지?

$\triangle\mathrm{BOQ}=\frac{1}{2}\times12\times\frac{12n}{n+1}=24$　　$\therefore n=\frac{1}{2}$

$\therefore m+n=2+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$

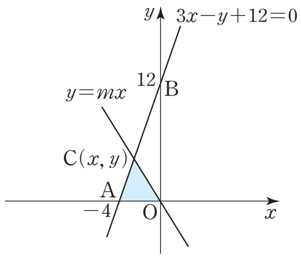
오답피하기

직선과 x축, y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 이용하여 교점의 좌표를 구하는 문제는 자주 다루어지고 있는 유형이야. 그런데 넓이와 좌표의 관계를 제대로 알고 있지 않으면 답을 구하는 데 어려움이 생기게 돼.
그리고 넓이를 삼등분하는 교점을 구할 때, 좌표를 정확히 지정하는 것이 중요해.

109 답 ④

1st 먼저 그림을 그려 보자.

일차방정식 $3x-y+12=0$이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B, 직선 $y=mx$와의 교점을 $\mathrm{C}(x,\ y)$라 하고, 그래프를 그리면 다음과 같아.



2nd 삼각형 AOB의 넓이를 이등분하는 점의 좌표를 구하자.

$\triangle\mathrm{AOB}=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{OA}}\times\overline{\mathrm{OB}}=\frac{1}{2}\times4\times12=24$이므로

$\triangle\mathrm{AOC}=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{OA}}\times y=\frac{1}{2}\times4\times y=12$　　$\therefore y=6$

이것을 $3x-y+12=0$에 대입하면 $x=-2$

즉, 직선 $y=mx$가 점 $(-2,\ 6)$을 지나므로

$6=-2m$　　$\therefore m=-3$

110 답 ④

1st 연립방정식의 해가 무수히 많다는 것의 의미를 생각해 보자.

연립방정식 $\begin{cases} ax-by=5 \\ 8x+(b-3)y=10a \end{cases}$ 의 해가 무수히 많으므로

$\frac{a}{8}=\frac{-b}{b-3}=\frac{5}{10a}$ ⋯ ㉠

2nd 경우를 나누어 a, b의 값을 각각 구하자.

$\frac{a}{8}=\frac{5}{10a}$에서 $a^2=4$이므로 $a=-2$ 또는 $a=2$

(i) $a=-2$일 때,

$\frac{-2}{8}=\frac{-b}{b-3}$에서 $-8b=-2b+6$　　$\therefore b=-1$

이것을 ㉠에 대입하면 $\frac{-2}{8}=\frac{1}{-4}=\frac{5}{-20}$로 성립해.

$\therefore ab=-2\times(-1)=2$

(ii) $a=2$일 때,

$\frac{2}{8}=\frac{-b}{b-3}$에서 $2b-6=-8b$　　$\therefore b=\frac{3}{5}$

이것을 ㉠에 대입하면 $\frac{2}{8}=\frac{-\frac{3}{5}}{-\frac{12}{5}}=\frac{5}{20}$로 성립해.

$\therefore ab=2\times\frac{3}{5}=\frac{6}{5}$

(i), (ii)에 의하여 ab의 값의 합은 $\frac{16}{5}$이야.

오|답|피|하|기

해가 무수히 많은 경우는 계수의 비가 모두 같으면 돼.
이 문제는 a, b의 값을 하나만 구하면 안 돼. 위의 풀이처럼 각각의 경우를 나누어서 풀어야 해.
다른 제약 조건이 없으면 수학에서는 성립하는 모든 경우를 다 찾아야 해.

111 답 ④

1st 두 일차방정식 $ax+by+c=0$, $a'x+b'y+c'=0$의 그래프가 만나지 않기 위한 조건은 $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$이지?

두 일차방정식 $ax+by=1$, $3x+y=3$의 그래프가 만나지 않기 위해서는 $\frac{a}{3}=\frac{b}{1}\neq\frac{1}{3}$

$\therefore a=3b,\ a\neq1,\ b\neq\frac{1}{3}$

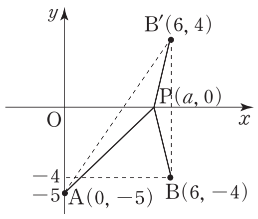
2nd $y=cx+d$의 기울기는 c지?
$a=3b$를 $bx-ay=4$에 대입하면

$bx-3by=4 \qquad \therefore y=\frac{1}{3}x-\frac{4}{3b}$

따라서 구하는 그래프의 기울기는 $\frac{1}{3}$이야.

112 답 $\frac{10}{3}$

1st 점 B를 x축에 대하여 대칭이동해 보자.



점 B를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 B′이라 하면 그림과 같이 두 점 A와 B′을 이은 선분이 x축과 만나는 점이 P일 때, $\overline{AP}+\overline{BP}$의 길이가 가장 짧아.
즉, $\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{AP}+\overline{PB'}\geq\overline{AB'}$이야.

2nd 두 점 A, B′을 지나는 직선이 x축과 만나는 점을 구하자.
두 점 A$(0, -5)$, B′$(6, 4)$를 지나는 직선의 기울기는

$(\text{기울기})=\frac{4-(-5)}{6-0}=\frac{3}{2}$이고, y절편은 -5지?

$\therefore y=\frac{3}{2}x-5$

여기에 $x=a$, $y=0$을 각각 대입하면

$0=\frac{3}{2}a-5$

$\therefore a=\frac{10}{3}$

오|답|피|하|기

이런 유형의 문제는 대칭을 이용하면 풀려. 하지만 처음 이 문제를 접하면 상당히 어려울 수 있어. 확실히 이해하고 있어야 나중에 이런 유형의 문제가 나와도 당황하지 않아.
자세히 살펴보면 점 B를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 B′이라 하고 선분 AB′을 이용하여 점 P를 구할 수 있음을 알 수 있어.

113 답 ②

1st 직선 위를 지나는 점의 좌표를 직선의 방정식에 대입하면 등식이 성립하겠지?
두 점 A$(1, 3)$, B$(k, 5)$가 직선 위에 있으므로
$y=ax+2$에 점 A$(1, 3)$의 좌표를 대입하면
$3=a+2 \qquad \therefore a=1$
$y=x+2$에 점 B$(k, 5)$의 좌표를 대입하면
$5=k+2 \qquad \therefore k=3$
점 B를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 B′이라 하면 B′$(3, -5)$
즉, $\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{AP}+\overline{PB'}\geq\overline{AB'}$

2nd 두 점 A, B를 지나는 직선이 x축과 만나는 점을 구하자.
두 점 A$(1, 3)$, B′$(3, -5)$를 지나는 직선의 방정식을 $y=ax+b$라 하면

$(\text{기울기})=a=\frac{-5-3}{3-1}=-4$

$\therefore y=-4x+b$
이 직선이 점 A$(1, 3)$을 지나므로
$3=-4+b \qquad \therefore b=7$
$\therefore y=-4x+7$
점 P의 x좌표는 이 직선의 x절편이므로 $y=-4x+7$에 $y=0$을 대입하면 $y=\frac{7}{4}$

따라서 구하는 점 P의 좌표는 $\left(\frac{7}{4}, 0\right)$이야.

서술형 다지기

문제편 p. 188

[114-115 채점기준표]

Ⅰ	그래프에서 제시된 두 점의 좌표를 구한다.	20%
Ⅱ	직선의 방정식을 구한다.	60%
Ⅲ	a, b의 값을 각각 구하여 두 수의 연산을 계산한다.	20%

114 답 5

먼저, 일차방정식의 그 그래프가 지나는 두 점의 좌표를 찾자.
그림에서 일차방정식의 그래프는 두 점 $\left(\frac{5}{2}, 1\right)$, $(4, 0)$을 지난다. … Ⅰ

그다음, 직선의 방정식을 구하자.
두 점 $\left(\frac{5}{2}, 1\right)$, $(4, 0)$을 지나는 직선의 기울기를 구하면

$(\text{기울기})=\frac{0-1}{4-\frac{5}{2}}=-\frac{2}{3}$

이 직선을 $y=-\frac{2}{3}x+b'$이라 하고, $x=4$, $y=0$을 각각 대입하면

$0=-\frac{8}{3}+b' \qquad \therefore b'=\frac{8}{3}$

즉, $y=-\frac{2}{3}x+\frac{8}{3}$이므로 $2x+3y-8=0$ … Ⅱ

그래서, $a+b$의 값을 구하자.
따라서 $a=2$, $b=3$이므로 $a+b=2+3=5$ … Ⅲ

Ⅰ

115 답 2

먼저, 일차방정식의 그래프가 지나는 두 점의 좌표를 찾자.

그림에서 직선은 두 점 $\left(1,\ -\frac{3}{4}\right)$, $\left(3,\ \frac{3}{4}\right)$을 지난다. … Ⅰ

그다음, 직선의 방정식을 구하자.

두 점 $\left(1,\ -\frac{3}{4}\right)$, $\left(3,\ \frac{3}{4}\right)$을 지나는 직선의 기울기를 구하면

$(\text{기울기})=\dfrac{\frac{3}{4}-\left(-\frac{3}{4}\right)}{3-1}=\dfrac{3}{4}$

이 직선을 $y=\frac{3}{4}x+b'$이라 하자.

$y=\frac{3}{4}x+b'$에 $x=3$, $y=\frac{3}{4}$을 각각 대입하면 $b'=-\frac{3}{2}$

$y=\frac{3}{4}x-\frac{3}{2}$　　$\therefore 3x-4y-6=0$ … Ⅱ

그래서, $a-b$의 값을 구하자.

따라서 $a=-4$, $b=-6$이므로

$a-b=-4-(-6)=2$ … Ⅲ

[116-117 채점기준표]

Ⅰ	주어진 그래프에서 교점의 좌표를 찾는다.	30%
Ⅱ	연립방정식을 풀어 a, b의 값을 각각 구한다.	40%
Ⅲ	구해야 하는 것을 구한다.	30%

116 답 $\frac{4}{9}$

먼저, 그래프의 교점의 좌표를 구하자.

그림에서 두 직선 $ax+by=3$, $ax-2by=1$의 교점이 $(3,\ 2)$이므로

연립방정식 $\begin{cases} ax+by=3 \\ ax-2by=1 \end{cases}$ 의 해가 $x=3$, $y=2$이다. … Ⅰ

그다음, 교점의 좌표를 연립방정식에 대입하여 a, b의 값을 각각 구하자.

연립방정식 $\begin{cases} ax+by=3 \\ ax-2by=1 \end{cases}$ 에 $x=3$, $y=2$를 각각 대입하면

$\begin{cases} 3a+2b=3 & \cdots ㉠ \\ 3a-4b=1 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠－㉡을 하면 $6b=2$

$\therefore b=\frac{1}{3}$

이것을 ㉠에 대입하면 $a=\frac{7}{9}$ … Ⅱ

그래서, $a-b$의 값을 구하자.

$\therefore a-b=\frac{7}{9}-\frac{1}{3}=\frac{4}{9}$ … Ⅲ

117 답 $\mathrm{B}\left(\frac{1}{2},\ 0\right)$

먼저, 그래프의 교점의 좌표를 구하자.

그림에서 두 직선 $2x+y=5$, $ax-3y=1$의 교점이 $(2,\ b)$이므로

연립방정식 $\begin{cases} 2x+y=5 \\ ax-3y=1 \end{cases}$ 의 해가 $x=2$, $y=b$이다. … Ⅰ

그다음, a, b의 값을 각각 구하자.

$x=2$, $y=b$를 $2x+y=5$에 각각 대입하면

$2\times2+b=5$　　$\therefore b=1$

또, $x=2$, $y=1$을 $ax-3y=1$에 각각 대입하면

$2a-3=1$　　$\therefore a=2$ … Ⅱ

그래서, 점 B의 좌표를 구하자.

따라서 점 B의 x좌표는 직선 $2x-3y=1$의 x절편이다.

$y=0$일 때, $x=\frac{1}{2}$이므로 $\mathrm{B}\left(\frac{1}{2},\ 0\right)$이다. … Ⅲ

118 답 $\frac{9}{2}$

직선 $ax+3x-y+3=0$, 즉 $(a+3)x-y+3=0$과

$5x-2y+b+1=0$이 일치하므로

$\frac{a+3}{5}=\frac{-1}{-2}=\frac{3}{b+1}$ … Ⅰ

즉, $2(a+3)=5$, $2a+6=5$　　$\therefore a=-\frac{1}{2}$

$b+1=6$　　$\therefore b=5$ … Ⅱ

$\therefore a+b=\frac{9}{2}$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	두 직선의 일치할 조건을 찾는다.	40%
Ⅱ	a, b의 값을 각각 구한다.	40%
Ⅲ	$a+b$의 값을 각각 계산한다.	20%

119 답 $y=3x+11$

구하려는 일차함수의 그래프가 직선 $y=3x+4$와 평행하므로

이 직선의 방정식을 $y=3x+b$라 하자. … Ⅰ

두 일차방정식 $2x+3y=0$, $x+y+1=0$을 연립하여 풀면

$x=-3$, $y=2$이므로 두 직선의 교점의 좌표는 $(-3,\ 2)$이다. … Ⅱ

$y=3x+b$에 점 $(-3,\ 2)$를 대입하면

$2=3\times(-3)+b$　　$\therefore b=11$

$\therefore y=3x+11$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	평행 조건을 이용하여 구해야 하는 직선의 방정식을 세운다.	20%
Ⅱ	두 일차방정식을 연립하여 교점의 좌표를 구한다.	50%
Ⅲ	직선의 방정식을 구한다.	30%

120 답 $-\frac{7}{3}$

$3x+y+6=0$ … ㉠, $x-y=2$ … ㉡에서

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=-1$, $y=-3$이므로

㉠, ㉡의 교점의 좌표는 $(-1,\ -3)$이다. … Ⅰ

세 직선이 한 점에서 만나기 위해서는 직선

$-2x+3y-3a=0$ … ㉢이 점 $(-1,\ -3)$을 지나야 한다. … Ⅱ

따라서 $x=-1$, $y=-3$을 ㉢에 대입하면 $a=-\frac{7}{3}$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	a가 없는 두 직선의 교점의 좌표를 구한다.	60%
Ⅱ	세 직선이 한 점에서 만나기 위한 조건을 파악한다.	20%
Ⅲ	a의 값을 구한다.	20%

121 답 $\frac{5}{2}$

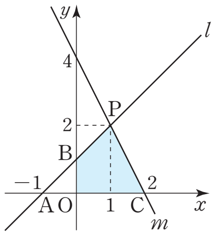
직선 l의 방정식을 $y=ax+b$라 하면
직선 l은 두 점 $(-1,\ 0)$, $(1,\ 2)$를 지나는 직선이므로

(기울기)$=a=\dfrac{2-0}{1-(-1)}=1$

또, $y=x+b$에 $x=-1$, $y=0$을 각각 대입하면
$0=-1+b\qquad \therefore b=1$
따라서 직선 l의 방정식은 $y=x+1$ … Ⅰ
직선 m의 방정식을 $y=cx+d$라 하면
직선 m은 두 점 $(0,\ 4)$, $(1,\ 2)$를 지나는 직선이므로

(기울기)$=c=\dfrac{2-4}{1-0}=-2$

또, $y=-2x+d$에 $x=0$, $y=4$를 각각 대입하면 $d=4$
따라서 직선 m의 방정식은 $y=-2x+4$ … Ⅱ



이때, 직선 l이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 m이 x축과 만나는 점을 C라 하면 색칠한 도형의 넓이는
□BOCP$=$△ACP$-$△AOB

$=\dfrac{1}{2}\times3\times2-\dfrac{1}{2}\times1\times1$

$=\dfrac{5}{2}$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	직선 l의 방정식을 세운다.	30%
Ⅱ	직선 m의 방정식을 세운다.	30%
Ⅲ	색칠한 도형의 넓이를 구한다.	40%

최고난도 만점 문제

p. 190

122 답 $\frac{32}{5}$

1st 삼각형 QRO의 넓이를 이용하여 점 Q의 좌표를 구하자.
점 Q는 직선 $y=-x$ 위의 점이므로 점 Q의 좌표를 $(a,\ -a)$라 하자.
그런데 삼각형 QRO의 넓이가 8이므로

$\triangle QRO=\dfrac{1}{2}\times\overline{OR}\times$(점 Q의 y좌표)

$=\dfrac{1}{2}\times6\times(-a)=8$

$\therefore a=-\dfrac{8}{3}$

즉, 점 Q의 좌표는 $\left(-\dfrac{8}{3},\ \dfrac{8}{3}\right)$이야.

2nd 두 점 R, Q를 지나는 직선의 방정식을 구해.
두 점 R$(-6,\ 0)$, Q$\left(-\dfrac{8}{3},\ \dfrac{8}{3}\right)$을 지나는 직선의 기울기는

$\dfrac{\frac{8}{3}}{-\frac{8}{3}-(-6)}=\dfrac{\frac{8}{3}}{\frac{10}{3}}=\dfrac{4}{5}$

$\therefore y=\dfrac{4}{5}x+b$

이 직선이 점 $(-6,\ 0)$을 지나므로

$0=\dfrac{4}{5}\times(-6)+b\qquad \therefore b=\dfrac{24}{5}$

$\therefore y=\dfrac{4}{5}x+\dfrac{24}{5}$

직선 $y=\dfrac{4}{5}x+\dfrac{24}{5}$의 y절편인 점 P의 좌표는 $\left(0,\ \dfrac{24}{5}\right)$야.

$\therefore \triangle PQO=\dfrac{1}{2}\times\overline{OP}\times|$(점 Q의 x좌표)$|$

$=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{24}{5}\times\dfrac{8}{3}=\dfrac{32}{5}$

I

123 답 $\frac{13}{3}$

1st 미지수가 없는 두 직선의 교점의 좌표부터 구하자.
미지수 a가 없는 두 직선 $x+3y-2=0$과 $x-y+2=0$의 교점의 좌표를 먼저 구하자.

그럼, 연립방정식 $\begin{cases} x+3y-2=0 & \cdots ㉠ \\ x-y+2=0 & \cdots ㉡ \end{cases}$의 해를 구하면 되지?

㉠$-$㉡을 하면
$4y-4=0\qquad \therefore y=1$
이것을 ㉠에 대입하면 $x=-1$
따라서 두 직선의 교점의 좌표는 $(-1,\ 1)$이야.

2nd 세 직선이 삼각형을 이루지 않는 경우를 생각해 보자.
세 직선이 삼각형을 이루지 않기 위해서는 세 직선이 한 점에서 만나는 경우와 세 직선 중 두 직선이 평행한 경우가 있지?

3rd 각 경우에 대하여 상수 a의 값을 구하자.
(i) 세 직선이 한 점 $(-1,\ 1)$을 지나는 경우
$ax+y+4=0$에 $x=-1$, $y=1$을 각각 대입하면
$-a+1+4=0\qquad \therefore a=5$
(ii) 두 직선 $ax+y+4=0$과 $x+3y-2=0$이 평행한 경우

$\dfrac{a}{1}=\dfrac{1}{3}\neq\dfrac{4}{-2}\qquad \therefore a=\dfrac{1}{3}$

(iii) 두 직선 $ax+y+4=0$과 $x-y+2=0$이 평행한 경우

$\dfrac{a}{1}=\dfrac{1}{-1}\neq\dfrac{4}{2}\qquad \therefore a=-1$

(i), (ii), (iii)에 의하여 구한 모든 a의 값의 합을 구하면

$5+\dfrac{1}{3}+(-1)=\dfrac{13}{3}$이야.

오|답|피|하|기

세 직선이 한 점에서 만나는 경우만 생각하면 틀려. 두 직선이 평행할 때도 삼각형이 만들어지지 않잖아. 수학은 조건을 만족시키는 모든 경우를 생각해야 해.
세 직선의 위치 관계를 평소에 다루어 봤으면 어떤 경우에 세 직선이 삼각형을 이루지 못하는지 알 수 있을 거야.
특히 도형 문제는 의외의 경우가 생기니까 그 경우를 항상 주의하여 다루어야 한다구.

124 답 $\frac{75}{2}$

1st 두 점 A, C의 좌표를 구하여 삼각형 AOC의 넓이를 a의 식으로 나타내자.

직선 l은 $y=-\frac{15}{4}x-3$과 평행하므로 기울기는 $-\frac{15}{4}$이고,

점 $(2, a)$를 지나므로 직선의 방정식은

$y=-\frac{15}{4}x+a+\frac{15}{2}$

직선 l의 y절편인 점 A의 좌표는 $\left(0, a+\frac{15}{2}\right)$이고,

x절편인 점 C의 좌표는 $\left(\frac{4}{15}\left(a+\frac{15}{2}\right), 0\right)$이야.

한편, $\triangle ADB=\frac{1}{3}\square DOCB=30$에서

$\triangle ADB=30$, $\square DOCB=90$이므로

$\triangle AOC=\triangle ADB+\square DOCB$
$=30+90=120$

$\triangle AOC=\frac{1}{2}\times\frac{4}{15}\left(a+\frac{15}{2}\right)\times\left(a+\frac{15}{2}\right)=120$

$\left(a+\frac{15}{2}\right)^2=900=30^2 \quad \therefore a=\frac{45}{2}\ \left(\because a+\frac{15}{2}>0\right)$

따라서 두 점 A, C의 좌표는 각각 $(0, 30)$, $(8, 0)$이야.

2nd 삼각형 ADB의 넓이를 구하여 $a+k$의 값을 계산하자.

두 직선 $y=k$와 $y=-\frac{15}{4}x-3$의 교점이 점 B이므로

점 B의 x좌표를 구하면 $k=-\frac{15}{4}x+a+\frac{15}{2}$

$\therefore x=\frac{4}{15}(30-k)$

$\triangle ADB=\frac{1}{2}\times\overline{DB}\times\overline{AD}$

$=\frac{1}{2}\times$(점 B의 x좌표)$\times$(두 점 A, D의 y좌표의 차)

$=\frac{1}{2}\times\frac{4}{15}(30-k)\times(30-k)=30$

$(30-k)^2=225=15^2 \quad \therefore k=15\ (\because 30-k>0)$

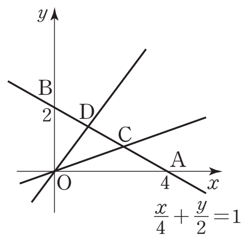
$\therefore a+k=\frac{45}{2}+15=\frac{75}{2}$

125 답 $\frac{1}{4}$

1st 직선 $\frac{x}{4}+\frac{y}{2}=1$과 x축, y축으로 둘러싸인 도형을 좌표평면에 나타내어 삼등분하는 점의 좌표를 구해.

$\frac{x}{4}+\frac{y}{2}=1$의 x절편은 4, y절편은 2이므로 이 그래프와 x, y축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times4\times2=4$



그림과 같이 x축과 만나는 점을 A, y축과 만나는 점을 B, 원점을 O, 삼각형의 넓이를 삼등분하는 직선이 $\frac{x}{4}+\frac{y}{2}=1$과 만나는 두 점을 각각 C, D라 하자.

$\triangle OAC=\triangle ODB=\frac{4}{3}$, $\overline{OA}=4$, $\overline{OB}=2$

$\triangle OAC=\frac{1}{2}\times\overline{OA}\times$(점 C의 y좌표)

$=\frac{1}{2}\times4\times$(점 C의 y좌표)$=\frac{4}{3}$

$\therefore$ (점 C의 y좌표)$=\frac{2}{3}$

이때, 점 C가 $\frac{x}{4}+\frac{y}{2}=1$ 위에 있으므로 $y=\frac{2}{3}$를 대입하면

$x=\frac{8}{3} \quad \therefore C\left(\frac{8}{3}, \frac{2}{3}\right)$

$\triangle ODB=\frac{1}{2}\times\overline{OB}\times$(점 D의 x좌표)

$=\frac{1}{2}\times2\times$(점 D의 x좌표)$=\frac{4}{3}$

$\therefore$ (점 D의 x좌표)$=\frac{4}{3}$

이때, 점 D가 $\frac{x}{4}+\frac{y}{2}=1$ 위에 있으므로 $x=\frac{4}{3}$를 대입하면

$y=\frac{4}{3} \quad \therefore D\left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right)$

2nd 구해야 하는 두 직선의 기울기의 곱을 구해.

두 점 O, C를 지나는 직선의 방정식은 $y=\frac{1}{4}x$,

두 점 O, D를 지나는 직선의 방정식은 $y=x$야.

따라서 두 직선의 기울기의 곱은 $\frac{1}{4}\times1=\frac{1}{4}$

126 답 $y=x-\frac{1}{2}$

1st 직사각형의 넓이를 이등분하는 직선은 어디를 지나야 하는지 생각해 보자.

두 직사각형의 넓이를 이등분하는 직선은 두 직사각형의 대각선의 교점을 지나는 직선이야.

제1사분면에 있는 직사각형의 꼭짓점의 좌표를 각각 구하면

$(1, 2)$, $(1, 4)$, $(6, 2)$, $(6, 4)$

제3사분면에 있는 직사각형의 꼭짓점의 좌표를 각각 구하면

$(-1, -1)$, $(-2, -1)$, $(-2, -3)$, $(-1, -3)$

2nd 두 직사각형의 대각선의 교점을 각각 구하자.

제1사분면에 있는 직사각형의 대각선의 교점의 좌표를 구하면

$\left(\frac{1+6}{2}, \frac{2+4}{2}\right)$이므로 $\left(\frac{7}{2}, 3\right)$

또, 제3사분면에 있는 직사각형의 대각선의 교점의 좌표를 구하면

$\left(\frac{-1-2}{2}, \frac{-1-3}{2}\right)$이므로 $\left(-\frac{3}{2}, -2\right)$

3rd 두 직사각형의 대각선의 교점을 지나는 직선의 방정식을 구하자.

구하는 직선의 방정식을 $y=ax+b$라 하면 이 직선이 두 직사각형의 대각선의 교점 $\left(\frac{7}{2}, 3\right)$, $\left(-\frac{3}{2}, -2\right)$를 지나야 하므로

(기울기)$=a=\frac{3-(-2)}{\frac{7}{2}-\left(-\frac{3}{2}\right)}=\frac{5}{5}=1 \quad \therefore y=x+b$

여기에 점 $\left(-\frac{3}{2}, -2\right)$의 좌표를 대입하면

$-2=-\frac{3}{2}+b \quad \therefore b=-\frac{1}{2}$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y=x-\frac{1}{2}$이야.