Xi story 중등 수학 1(하) 해설편

Contents

★ 빠른정답찾기는 p.2~7에서 제공합니다.
★ 개념 다지기의 문제는 빠른정답찾기에서 정답만을 제공합니다.

빠른 정답 찾기

I 기본 도형과 각

문제편 p. 12

[개념 다지기]

001 점, 선, 면 **002** 선, 선 **003** 교점, 교선

004 7개 **005** 10개 **006** 15개 **007** $\overleftrightarrow{PQ}$ 또는 $\overleftrightarrow{QP}$

008 $\overrightarrow{PQ}$ **009** $\overrightarrow{QP}$ **010** $\overline{PQ}$ 또는 $\overline{QP}$ **011** $=$

012 $\neq$ **013** $=$ **014** 3개 **015** 6개 **016** 3개

017 5 cm **018** 4 cm **019** 3 cm **020** 2 **021** $\frac{1}{2}$

022 4 **023** 점 B **024** 5 cm **025** $\angle$BAC

026 $\angle$ABC **027** $\angle$ACD **028** 예각 **029** 예각 **030** 둔각

031 직각 **032** 45° **033** 30° **034** 150° **035** 45°

036 $\angle$BOE **037** $\angle$COF **038** $\angle x=54^\circ$

039 $\angle x=70^\circ$, $\angle y=110^\circ$ **040** $\overleftrightarrow{AB}\perp\overleftrightarrow{CD}$

041 점 H **042** $\overline{BH}$ **043** 차례로 4, 2, 1

[유형 다지기]

044 20 **045** ③ **046** 16 **047** ③, ④ **048** ④

049 ③ **050** ③ **051** ④

052 직선 : 6개, 선분 : 6개, 반직선 : 12개 **053** ②

054 ③ **055** 10개 **056** 28개 **057** 3 cm, 6 cm, 9 cm

058 ③ **059** 24 cm **060** 5 cm **061** ③ **062** 8 cm

063 ④ **064** ③ **065** $\angle x=60^\circ$, $\angle y=30^\circ$ **066** ②

067 ② **068** ⑤ **069** ④ **070** ③ **071** ④

072 40° **073** ④ **074** 15° **075** ⑤ **076** ⑤

077 37.5° **078** 75° **079** 95° **080** ① **081** ④

082 ② **083** ⑤ **084** ③ **085** 20° **086** ③

087 140° **088** ⑤ **089** ② **090** ④ **091** ②

092 ② **093** 6쌍 **094** ④ **095** ④ **096** ③

097 점 B **098** 3 cm **099** 변 AB

[잘 틀리는 유형 훈련]

100 ③ **101** ④ **102** ② **103** ④ **104** 12개

105 6개 **106** ④ **107** ⑤ **108** 30 cm **109** $\frac{32}{3}$ cm

110 ③, ⑤ **111** ③ **112** 12.5° **113** 175° **114** 32°

115 33° **116** 70° **117** 110° **118** ⑤ **119** ④

120 12쌍 **121** 200 **122** ④ **123** ④

[서술형 다지기]

124 $\frac{3}{2}a$ **125** $\frac{8}{5}k$ **126** 75° **127** 17° **128** $\frac{11}{16}a$

129 240 m **130** 63° **131** $\angle x=12^\circ$, $\angle y=8^\circ$

[최고난도 만점 문제]

132 $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{CD}$ **133** 305° **134** 69° **135** ①

J 평행선의 성질과 위치 관계

문제편 p. 32

[개념 다지기]

001 $\angle a$와 $\angle e$ **002** $\angle b$와 $\angle f$

003 $\angle c$와 $\angle g$ **004** $\angle d$와 $\angle h$

005 $\angle e$ **006** $\angle c$ **007** $\angle e$ **008** $\angle d$ **009** 100°

010 70° **011** $\angle d$, 50° **012** $\angle f$, 50°

013 $\angle e$, 130° **014** $\angle b$, 80° **015** 45°

016 60° **017** 130° **018** 150° **019** 80° **020** 80°

021 55° **022** 45° **023** ㄱ, ㄴ, ㄹ, ㅁ **024** ○

025 ○ **026** × **027** ○ **028** 점 B, 점 C, 점 D

029 점 A, 점 E **030** $\overline{EF}$ **031** 3쌍

032 $\overline{AF}$, $\overline{BC}$ **033** 직선 b, 직선 c, 직선 d

034 직선 c, 직선 d **035** 직선 a, 직선 e **036** $/\!/$

037 $/\!/$ **038** $\perp$ **039** $\perp$ **040** ○ **041** ×

042 × **043** ○ **044** $\overline{AB}$, $\overline{AD}$, $\overline{EF}$, $\overline{EH}$

045 $\overline{BF}$, $\overline{CG}$, $\overline{DH}$ **046** $\overline{BC}$, $\overline{FG}$, $\overline{CD}$, $\overline{GH}$

047 $\overline{AE}$, $\overline{BF}$ **048** $\overline{AE}$, $\overline{DH}$, $\overline{EF}$, $\overline{GH}$

049 면 ABCD, 면 ABFE

050 면 AEHD, 면 BFGC

051 면 CGHD, 면 EFGH

052 면 ABFE, 면 AEGC, 면 AEHD

053 $\overline{BF}$, $\overline{DH}$ **054** 면 DEF

055 면 ABC, 면 DEF, 면 ADEB, 면 ADFC

056 면 ABC, 면 DEF, 면 BEFC

[유형 다지기]

057 ③ **058** ⑤ **059** ③ **060** ④ **061** ②

062 135° **063** ⑤ **064** ④ **065** ② **066** ④

067 ① **068** ②, ⑤ **069** ⑤ **070** ① **071** ④

072 ④ **073** ② **074** ② **075** ④ **076** ⑤

077 ③ **078** ② **079** ④ **080** ③ **081** ⑤

082 ② **083** ③ **084** ⑤ **085** 65° **086** 65°

087 ④ **088** ② **089** 20° **090** ④ **091** ②

092 125° **093** ⑤ **094** ④ **095** ④ **096** 점 B

097 ② **098** ⑤ **099** 점 D, 점 E, 점 F **100** ⑤

101 $\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{BC}$ **102** ③ **103** ⑤ **104** 4개

105 7개 **106** ④ **107** ㄱ, ㄴ **108** ⑤ **109** ④

110 2개 **111** 7 **112** 5개 **113** 9 **114** ⑤

115 12 **116** ⑤ **117** ③ **118** ⑤ **119** ②

120 ② **121** ② **122** 4개 **123** ① **124** ⑤

125 ② **126** 12 **127** ④ **128** 5개

[잘 틀리는 유형 훈련]

129 ③ **130** 140° **131** 235° **132** 42° **133** ①
134 75° **135** ③ **136** ⑤ **137** ② **138** 60°
139 60° **140** ③ **141** ④ **142** $\overline{GH}$, $\overline{VA}$
143 ④ **144** ㄱ **145** ⑤ **146** ④ **147** ④
148 7개

[서술형 다지기]

149 $\angle a=116^\circ$, $\angle b=96^\circ$, $\angle c=32^\circ$ **150** 140°
151 8 **152** 11 **153** $l \mathbin{/\!/} n$, 해설 참조 **154** 18°
155 9° **156** 5

[최고난도 만점 문제]

157 ② **158** 98° **159** 115° **160** ②

K 작도와 합동

문제편 p. 58

[개념 다지기]

001 작도 **002** 눈금 없는 자 **003** 컴퍼스
004 ① C ② $\overline{AB}$ ③ C, $\overline{AB}$, D **005** $\overline{OQ}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$
006 $\overline{CD}$, $\angle CAB$ **007** Ⓔ, Ⓐ, Ⓓ
008 $\overline{AC}$, $\overline{PD}$ **009** $\overline{DE}$, $\angle DPE$
010 Ⓔ, Ⓕ, Ⓓ **011** Ⓕ, Ⓒ, Ⓔ, Ⓓ, Ⓑ
012 엇각 **013** 변 BC **014** $\angle B$ **015** $\angle C$ **016** ×
017 ○ **018** × **019** ○ **020** ○ **021** ×
022 ○ **023** ○ **024** ○ **025** ○ **026** ×
027 ○ **028** × **029** $\angle D$ **030** $\angle C$ **031** 변 EF
032 $x=6$, $y=4$ **033** $\angle a=30^\circ$, $\angle b=95^\circ$
034 SSS 합동 **035** SAS 합동 **036** ASA 합동

[유형 다지기]

037 ⑤ **038** ①, ④ **039** ㄱ, ㄷ **040** Ⓒ, Ⓐ, Ⓑ
041 $\overline{AB}$, $\overline{AB}$, B, $\overline{AB}$, C **042** ②, ⑤
043 Ⓔ, Ⓑ, Ⓓ, Ⓒ **044** ⑤ **045** ⑤
046 ④→③ **047** ②, ④ **048** ② **049** ③
050 ② **051** 5개 **052** $x>3$ **053** ①, ③ **054** ③
055 ④ **056** ④ **057** ③ **058** ② **059** (가), (다)
060 ④ **061** 72 **062** 85° **063** ⑤ **064** 1개
065 ②, ③, ⑤ **066** ③, ⑤ **067** ①, ③, ⑤
068 ㄱ, ㄴ **069** $\triangle ABD \equiv \triangle CBD$, SSS 합동
070 SSS 합동 **071** $\overline{BC}=\overline{EF}$ **072** ①
073 $\triangle ACD$ **074** ③ **075** $\triangle ABC \equiv \triangle FDE$, ASA 합동
076 ②, ④ **077** ASA 합동, ASA 합동 **078** 60°
079 10, ASA 합동 **080** $\triangle DCB$, SAS, $\overline{DB}$
081 ④ **082** 5 cm **083** $\overline{DE}$

[잘 틀리는 유형 훈련]

084 ①, ④ **085** ㄱ, ㅁ **086** ② **087** ⑤ **088** 2개
089 6개 **090** ② **091** ③ **092** ②, ③ **093** ⑤
094 5 cm **095** 30° **096** ① **097** 4 cm **098** ④
099 6 cm **100** 3쌍, 해설 참조 **101** 3쌍
102 정삼각형, 60° **103** 9 cm

[서술형 다지기]

104 해설 참조 **105** 해설 참조 **106** 해설 참조
107 해설 참조 **108** 해설 참조 **109** 해설 참조
110 3개 **111** 40°

[최고난도 만점 문제]

112 7개 **113** ④ **114** $\triangle ECB$, 165° **115** ②

L 다각형

문제편 p. 78

[개념 다지기]

001 다각형 **002** 선분 **003** 사각형 **004** 오각형 **005** ○
006 ○ **007** × **008** 55° **009** 100° **010** ○
011 ○ **012** × **013** 1개 **014** 2개 **015** 3개
016 5개 **017** 0개 **018** 2개 **019** 5개 **020** 9개
021 75° **022** 60° **023** 95° **024** 140° **025** 180°
026 360° **027** 540° **028** 720° **029** 60° **030** 105°
031 오각형 **032** 칠각형 **033** 360° **034** 360° **035** 105°
036 75° **037** 108° **038** 120° **039** 140° **040** 144°
041 정십오각형 **042** 정십팔각형 **043** 120°
044 72° **045** 정팔각형 **046** 정십오각형

[유형 다지기]

047 ② **048** ① **049** ② **050** 115° **051** ②
052 ㄱ, ㄷ **053** ④ **054** 정칠각형 **055** 6개
056 ④ **057** ② **058** ② **059** ④ **060** ⑤
061 ① **062** ⑤ **063** ⑤ **064** ⑤ **065** ②
066 60° **067** 22° **068** 15° **069** ③ **070** ③
071 35° **072** ② **073** ③ **074** ⑤ **075** ③
076 ② **077** 170° **078** ⑤ **079** ⑤ **080** ③
081 ③ **082** ② **083** ② **084** ⑤ **085** ④
086 ③ **087** ② **088** ④ **089** ③ **090** ①
091 (1) 135° (2) 150° **092** ① **093** ① **094** ④
095 (1) 30° (2) 24° **096** ① **097** ③ **098** ③

099 ① 100 ③ 101 ⑤ 102 ① 103 ⑤
104 ③ 105 ② 106 ③ 107 ④ 108 ④
109 ⑤ 110 ④ 111 ⑤ 112 ① 113 ③
114 ③

[잘 틀리는 유형 훈련]

115 ② 116 ② 117 ④ 118 ② 119 65°
120 100° 121 ② 122 ④ 123 189° 124 65°
125 ① 126 ① 127 ① 128 20° 129 ③
130 ④ 131 ② 132 ① 133 ④ 134 ④
135 ③ 136 200° 137 ④ 138 360°

[서술형 다지기]

139 20개 140 44개 141 252개
142 한 내각의 크기 : 162°, 한 외각의 크기 : 18° 143 14개
144 35회 145 15° 146 64° 147 360°

[최고난도 만점 문제]

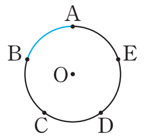
148 6가지 149 ④ 150 ③ 151 80° 152 720°

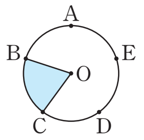
M 원과 부채꼴

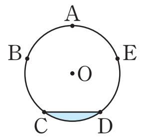
문제편 p. 100

[개념 다지기]

001 원 002 호 003 현 004 중심각 005 부채꼴

006 

007 

008 

009 × 010 ○ 011 ○ 012 × 013 2
014 25 015 7개 016 12 cm 017 80 018 7
019 8π cm 020 25π cm^2 021 64π cm^2
022 20π cm 023 120 024 24 025 3π
026 30 027 $l=2\pi$, $S=8\pi$ 028 72 029 54π
030 $(6+\pi)$cm 031 $(8+2\pi)$cm 032 4π cm^2
033 $\frac{9}{2}\pi$ cm^2 034 $l=20\pi$ cm, $S=20\pi$ cm^2
035 $l=40\pi$ cm, $S=50\pi$ cm^2

[유형 다지기]

036 ② 037 ⑤ 038 ㄱ, ㄴ 039 ③ 040 4
041 ② 042 ⑤ 043 ④ 044 ② 045 ①
046 ④ 047 ③ 048 ③ 049 ③ 050 ⑤
051 ② 052 ③ 053 ② 054 ① 055 ⑤
056 ③ 057 ⑤ 058 ④ 059 ④ 060 ③
061 100 cm^2 062 ③ 063 ㄱ, ㄹ 064 ②
065 ④ 066 24 cm^2 067 ⑤ 068 ② 069 ②
070 ④ 071 ⑤ 072 $\frac{2}{3}\pi$ cm 073 ③ 074 ③
075 15π cm^2 076 120° 077 ③ 078 12 cm
079 ① 080 ② 081 ⑤ 082 ④ 083 ③
084 ③ 085 ④ 086 ② 087 6π cm 088 ③
089 ③ 090 6π cm^2 091 $(64-16\pi)$ cm^2
092 ② 093 ② 094 24 cm^2 095 ②
096 $(9\pi-18)$ cm^2 097 ③ 098 ② 099 ①
100 $8(\pi+6)$ cm 101 ④ 102 $(10\pi+60)$cm
103 (1) $(24+2\pi)$ cm (2) $(48+4\pi)$ cm^2 104 ④
105 $(72+4\pi)$ cm^2 106 4π cm 107 ② 108 2π
109 13π cm 110 6π cm

[잘 틀리는 유형 훈련]

111 ⑤ 112 ④ 113 ③, ④ 114 ㄱ, ㄹ 115 ⑤
116 ④ 117 ① 118 64 cm^2 119 ① 120 ⑤
121 $\frac{9}{2}\pi$ cm^2 122 ② 123 $(5.6+0.3\pi)$m
124 ③ 125 $(60+\pi)$cm^2 126 $(11+\pi)$cm^2
127 $90+6\pi$ 128 $126+84\pi$ 129 34π m^2
130 20π m^2

[서술형 다지기]

131 1 : 2 : 3 132 30° 133 32 cm^2
134 둘레의 길이 : 24π cm, 넓이 : $(72\pi-144)$cm^2
135 80 136 50 137 12π cm^2 138 27π cm^2

[최고난도 만점 문제]

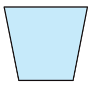
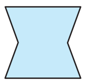
139 $\frac{265}{12}\pi$ cm^2 140 $(14-3\pi)$cm^2 141 ④
142 $\frac{100}{3}\pi$ cm^2 143 ③ 144 2

N 다면체와 회전체

문제편 p. 124

[개념 다지기]

001 ㄴ, ㅁ, ㅂ 002 삼각형, 사각형, 오각형
003 직사각형, 직사각형, 직사각형 004 5개, 6개, 7개
005 6개, 8개, 10개 006 9개, 12개, 15개
007 삼각형, 사각형, 오각형 008 삼각형, 삼각형, 삼각형
009 4개, 5개, 6개 010 4개, 5개, 6개

011 6개, 8개, 10개 **012** 삼각형, 사각형, 오각형
013 사다리꼴, 사다리꼴, 사다리꼴 **014** 5개, 6개, 7개
015 6개, 8개, 10개 **016** 9개, 12개, 15개 **017** ◯
018 ◯ **019** × **020** ㄱ, ㄴ, ㄹ, ㅂ
021 ㄱ, ㄴ, ㄹ **022** ㄷ **023** ㅁ
024 ㄱ, ㄷ, ㅁ **025** ㄴ **026** ㄹ
027 정사면체 **028** ◯ **029** × **030** ◯
031 × **032** 정육면체 **033** 점 H
034 모서리 JI **035** 면 LEFK **036** 3쌍
037 ㄴ, ㄷ, ㅁ
038 축에 수직 : 원, 축을 포함 : 이등변삼각형
039 축에 수직 : 원, 축을 포함 : 직사각형
040 축에 수직 : 원, 축을 포함 : 반원
041 축에 수직 : 원, 축을 포함 : 원
042  **043**  **044** ×
045 ◯ **046** × **047** 9π cm^2 **048** 3π cm^2
049 이등변삼각형, 12 cm^2
050 등변사다리꼴, 35 cm^2
051 ◯ **052** × **053** × **054** ◯
055 $a=4$, $b=12$, $c=8$ **056** 10π cm **057** 6π cm

[유형 다지기]

058 ① **059** ② **060** ③ **061** ⑤ **062** ③
063 ④ **064** ② **065** ② **066** ② **067** ①
068 ⑤ **069** ⑤ **070** ② **071** 17 **072** ④
073 ③ **074** ④ **075** ④ **076** $2n$ **077** ③
078 20 **079** ⑤ **080** 18개 **081** 2 **082** 2
083 60개 **084** ④ **085** ① **086** ③ **087** ①
088 ⑤ **089** ⑤ **090** ⑤ **091** ㄱ, ㄹ **092** ④
093 ⑤ **094** ④, ⑤ **095** 18 **096** ③
097 정십이면체 **098** ⑤ **099** ② **100** ④
101 ① **102** ② **103** ⑤ **104** ④ **105** ①
106 ③ **107** ⑤ **108** ① **109** ③ **110** 12개
111 ③ **112** ③ **113** ② **114** 3 **115** ③
116 ④ **117** ⑤ **118** ③ **119** ④ **120** 4개
121 ② **122** ⑤ **123** ④ **124** ① **125** ①
126 ③ **127** ㄱ－B, ㄴ－A, ㄷ－D, ㄹ－C **128** ③
129 ② **130** ④ **131** ④ **132** ⑤ **133** ③
134 ② **135** ① **136** ③ **137** ④ **138** ⑤
139 60 cm^2 **140** 18 cm^2 **141** 16 **142** 15π cm^2
143 ① **144** ④ **145** ⑤ **146** ③ **147** 8
148 $(14+12\pi)$cm **149** 90° **150** $(24+10\pi)$cm
151 해설 참조 **152** ⑤ **153** 5 cm

[잘 틀리는 유형 훈련]

154 ⑤ **155** ③ **156** 26 **157** 40 **158** ④
159 ⑤ **160** ⑤ **161** 해설 참조 **162** ②
163 ③, ⑤ **164** ④ **165** ㄱ, ㄴ **166** ⑤ **167** 5개
168 ② **169** ①, ④ **170** 마름모, 24 cm^2
171 $\frac{576}{25}\pi$ cm^2

[서술형 다지기]

172 43 **173** 10 **174** 132 **175** 232.96 cm
176 22 **177** 33 **178** 64 cm^2 **179** 6 cm

[최고난도 만점 문제]

180 ③, ④ **181** 1, 3, 4 **182** 12π cm^2
183 16π cm^2 **184** 12 cm

겉넓이와 부피

문제편 p. 152

[개념 다지기]

001 96 cm^2 **002** 84 cm^2 **003** 66π cm^2
004 176π cm^2 **005** 112 cm^3 **006** 140 cm^3
007 96π cm^3 **008** 72π cm^3 **009** ㉠ 10, ㉡ 6, ㉢ 6
010 밑넓이 : 36 cm^2, 옆넓이 : 120 cm^2 **011** 156 cm^2
012 ㉠ 7, ㉡ 3 **013** 6π cm
014 밑넓이 : 9π cm^2, 옆넓이 : 21π cm^2 **015** 30π cm^2
016 56 cm^2 **017** 85π cm^2 **018** 12 cm^3
019 60 cm^3 **020** 144π cm^3 **021** 48π cm^3
022 3 : 1 **023** 336 cm^3 **024** 156 cm^3
025 105π cm^3 **026** 312π cm^3 **027** 16π cm^2
028 27π cm^2 **029** 36π cm^3 **030** 144π cm^3
031 432π cm^3 **032** 144π cm^3 **033** 288π cm^3
034 1 : 2 : 3

[유형 다지기]

035 ④ **036** ② **037** 12 **038** ②
039 125 cm^3 **040** ③ **041** ③
042 (1) ㉠ 8π, ㉡ 7, ㉢ 4 (2) 88π cm^2 **043** ②
044 192π cm^2 **045** ② **046** ④ **047** 11 cm
048 8 cm **049** ④ **050** ⑤ **051** $(32\pi+448)$cm^2
052 ⑤ **053** ② **054** $(1000-40\pi)$cm^3

055 $1840\pi\ \text{cm}^3$ **056** ③ **057** ④ **058** ②
059 ③ **060** ③ **061** ③ **062** ④ **063** ⑤
064 $(126\pi+96)\text{cm}^2$ **065** ② **066** ⑤
067 $100\pi\ \text{cm}^3$ **068** ④ **069** ① **070** ⑤
071 6 cm **072** ② **073** $36\ \text{cm}^3$ **074** ③
075 $81\pi\ \text{cm}^3$ **076** ④ **077** ⑤ **078** ③
079 $144\ \text{cm}^2$ **080** ③ **081** ② **082** ④
083 ① **084** ③ **085** ③ **086** ⑤
087 $432\pi\ \text{cm}^2$ **088** ③ **089** $36\pi\ \text{cm}^3$
090 ② **091** $36\pi\ \text{cm}^2$ **092** ③ **093** ②
094 ③ **095** ④ **096** ③ **097** ⑤ **098** ④
099 ② **100** $312\pi\ \text{cm}^3$ **101** ④ **102** $24\ \text{cm}^3$
103 ③ **104** ④ **105** ② **106** $925\ \text{cm}^3$
107 ② **108** $120\pi\ \text{cm}^2$ **109** $256\pi\ \text{cm}^2$
110 ④ **111** $132\pi\ \text{cm}^2$ **112** ④ **113** ②
114 $72\pi\ \text{cm}^3$ **115** (1) $54\pi\ \text{cm}^3$ (2) $36\pi\ \text{cm}^3$ (3) $3:2$
116 $144\pi\ \text{cm}^3$ **117** $54\pi\ \text{cm}^3$
118 구의 부피 : $36\pi\ \text{cm}^3$, 원뿔의 부피 : $18\pi\ \text{cm}^3$

[잘 틀리는 유형 훈련]

119 ③ **120** ② **121** ⑤ **122** ⑤ **123** 64번
124 ③ **125** ④ **126** ③ **127** ⑤ **128** ③
129 ⑤ **130** ② **131** ③ **132** ①
133 $186\pi\ \text{cm}^2$ **134** $124\pi\ \text{cm}^3$ **135** ③
136 ① **137** ⑤ **138** ③ **139** $\frac{27}{4}\pi\ \text{cm}^3$
140 $\frac{64}{3}\pi\ \text{cm}^3$

[서술형 다지기]

141 $90\pi\ \text{cm}^2$ **142** $256\pi\ \text{cm}^3$ **143** 64개
144 125개 **145** $432\pi\ \text{cm}^2$ **146** $24\pi\ \text{cm}^2$
147 $960\ \text{cm}^3$ **148** 17 cm

[최고난도 만점 문제]

149 ④ **150** $576\ \text{cm}^3$ **151** ④
152 $112\pi\ \text{cm}^3$

P 도수분포표와 그 그래프

문제편 p. 176

[개념 다지기]

001 28분 **002** 5, 6
003 잎이 가장 많은 줄기 : 3, 잎이 가장 적은 줄기 : 5
004 20개 **005** 가장 큰 변량 : 50, 가장 작은 변량 : 10

006 봉사활동 시간 [1|3은 13시간]

줄기	잎
1	3 $\boxed{5}$
2	$\boxed{1}$ 8 $\boxed{8}$
$\boxed{3}$	$\boxed{2}$ $\boxed{9}$
$\boxed{4}$	$\boxed{0}$ $\boxed{5}$ $\boxed{7}$ $\boxed{7}$ $\boxed{9}$
5	$\boxed{0}$ $\boxed{0}$ 4

007 수학 성적 [5|0은 50점]

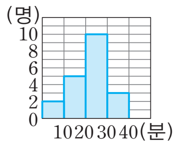
줄기	잎
5	0 8
6	2 6 9 9
7	3 4 6 6 8 9
8	4 9
9	2 3 5 7
10	0 0

008 10점 **009** 5개 **010** 6명 **011** 70점 이상 80점 미만
012 최댓값 : 92회, 최솟값 : 70회

013

계급(회)	도수(명)
$70^{이상}$ ~ $75^{미만}$	3
75 ~ 80	4
80 ~ 85	9
85 ~ 90	10
90 ~ 95	4
합계	30

014

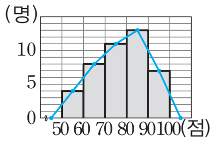


015

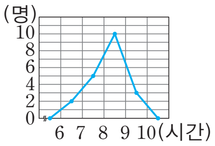
나이(세)	도수(명)
$0^{이상}$ ~ $10^{미만}$	5
10 ~ 20	7
20 ~ 30	11
30 ~ 40	4
40 ~ 50	3
합계	30

016 30명 **017** 5 kg **018** 5개
019 60 g 이상 65 g 미만 **020** 65 g 이상 70 g 미만 **021** 8명

022



023



024 30명 **025** 10점 **026** 5개 **027** 60점 이상 70점 미만
028 9명

[유형 다지기]

029 ② **030** 8 **031** 8명 **032** 좋은 편 **033** ⑤
034 ② **035** 해설 참조 **036** 10점, 6개
037 6명 **038** ⑤ **039** 12명 **040** ③

041 ② 042 70% 043 10% 044 $A=11$, $B=6$
045 ⑤ 046 40명 047 40% 048 ⑤ 049 ④
050 16 051 ③ 052 ⑤ 053 ② 054 ⑤
055 ② 056 35% 057 ④ 058 ③ 059 ②
060 20 061 16 062 ③ 063 10명 064 ③
065 370 066 11명 067 9명 068 50가구
069 ①, ⑤ 070 32명 071 ⑤ 072 ② 073 60명
074 25% 075 41.7% 076 ④ 077 ④, ⑤ 078 ④
079 ③ 080 35명 081 ① 082 (1) 12명 (2) 60%
083 ① 084 ④ 085 ③ 086 10명 087 ⑤
088 A반 : 30명, B반 : 32명 089 28.1% 090 ⑤

[잘 틀리는 유형 훈련]

091 ③ 092 ② 093 44 094 10% 095 ②
096 ③ 097 ②, ⑤ 098 ② 099 ③ 100 ②
101 ①, ③ 102 ① 103 27.8% 104 10명 105 ⑤
106 ③

[서술형 다지기]

107 해설 참조 108 7 109 12명 110 25%
111 8 112 8명 113 17명 114 7등에서 16등 사이

[최고난도 만점 문제]

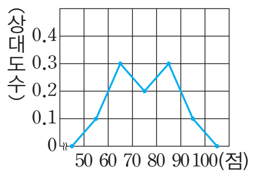
115 ⑤ 116 4명 117 21명 118 ⑤ 119 36%

Q 상대도수와 그 그래프

문제편 p. 198

[개념 다지기]

001 0.3 002 0.2 003 6 004 18 005 40
006 100 007 × 008 ◯ 009 ◯ 010 ×
011 (전체 도수)=40명, (상대도수의 총합)=1
012



013 6개
014 40점 이상 50점 미만
015 14명 016 8%
017 80점 이상 90점 미만

[유형 다지기]

018 ④ 019 ③ 020 A 학교 021 ③ 022 ⑤
023 ③ 024 ④ 025 ④ 026 ⑤ 027 ②
028 ④ 029 ③ 030 40명 031 ② 032 ⑤
033 ④ 034 $A=0.2$, $B=10$, $C=0.175$
035 50kg 이상 60kg 미만, 30% 036 24%
037 45kg 이상 50kg 미만, 55kg 이상 60kg 미만
038 1학년 039 2반 040 ⑤ 041 ③ 042 ⑤
043 150명 044 0.16 045 8 046 15명 047 ②
048 ④ 049 ② 050 0.15 051 14명 052 16명
053 ④ 054 42명 055 1반

[잘 틀리는 유형 훈련]

056 ⑤ 057 ④ 058 20명
059 $A=5$, $B=0.25$, $C=0.15$, $D=1$
060 $A=0.26$, $B=19$, $C=1$
061 34% 062 8권 이상 10권 미만, 14권 이상 16권 미만
063 26등 064 0.16 065 12명 066 0.4 067 25명
068 40% 069 28명 070 60명 071 14명 072 10명
073 2반 074 ㄴ

[서술형 다지기]

075 4개 076 18명 077 50% 078 10명
079 40분 이상 60분 미만인 계급의 상대도수 : 0.28
60분 이상 80분 미만인 계급의 도수 : 16명
080 (1) $A=4$, $B=6$, $C=3$ (2) 0.36 (3) 0.18
081 계급 : 90점 이상 100점 미만, 상대도수 : 0.1
082 (1) 해설 참조 (2) 10명 (3) 60%

[최고난도 만점 문제]

083 0.3 084 6 085 ④ 086 A 중학교
087 같다 088 $\dfrac{100x+47y}{150}$

I 기본 도형과 각

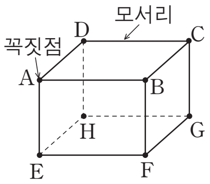
개념 다지기 001~043 정답은 p. 2에 있습니다.

유형 다지기 학교시험+학력평가

문제편 p. 16

044 답 20

교점은 선과 선 또는 선과 면이 만나서 생기는 점이므로 입체도형에서 교점은 꼭짓점이고, 교선은 면과 면이 만나서 생기는 선이므로 입체도형에서 교선은 모서리야.



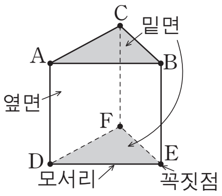
따라서 정육면체에서 교점의 개수는 8개이고, 교선의 개수는 12개이므로 $a=8$, $b=12$

$\therefore a+b=20$

045 답 ③

삼각기둥의 밑면은 삼각형이고 두 개 있으니까 꼭짓점의 개수는

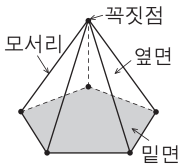
$3\times2=6$(개)이야.



옆면은 두 밑면의 삼각형의 꼭짓점에 각각 연결되어 있고 두 밑면은 세 개의 선분으로 이루어져 있으니까 모서리의 개수는 $3\times3=9$(개)야. 따라서 교점은 6개, 교선은 9개야.

046 답 16

밑면이 오각형이고 뿔 형태의 입체도형이므로 꼭짓점의 개수는 $1+5=6$(개)이고,



모서리의 개수는 밑면인 오각형 부분과 옆면 부분에 각각 5개씩 있으므로 $5+5=10$(개)이야. 따라서 $a=6$, $b=10$이므로 $a+b=16$

047 답 ③, ④

①, ⑤ 직선 l 위에 있는 두 점을 연결한 모든 직선은 같아.
그런데 세 점 A, B, C는 모두 직선 l 위에 있지?
따라서 $\overleftrightarrow{AB}=\overleftrightarrow{BC}=\overleftrightarrow{BA}$야. ← OK!

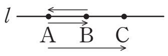
② 반직선은 시작점과 방향이 같으면 같은 거야. ← OK!

③ $\overline{AB}$는 직선 l 위의 두 점 A, B를 연결한 직선 l의 일부분이고 $\overline{AC}$는 직선 l 위의 두 점 A, C를 연결한 직선 l의 일부분이야.
$\therefore \overline{AB}\neq\overline{AC}$ ← NO!

④ 반직선은 시작점과 방향을 서로 비교해야 해. $\overrightarrow{AB}$와 $\overrightarrow{BA}$는 시작점과 방향이 모두 다르지? 그래서 다른 거야. ← NO!

오답피하기

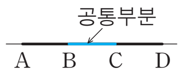
$\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BA}$를 명확히 구분해야 이런 유형을 정확히 알 수 있어.
그림과 같이 $\overrightarrow{AB}$와 $\overrightarrow{AC}$가 같음을 알 수 있지. 즉, $\overrightarrow{AB}$는 A를 출발하여 B쪽으로 가는 거니까 C를 향해 가는 것과 같지?



근데 $\overrightarrow{BA}$는 어떨지? 시작점이 B이고 A를 향해 가니까 $\overrightarrow{AB}$와는 반대 방향으로 가는 거야. 반직선은 '시작점'과 '방향'을 꼭 따져 주자!!

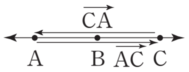
048 답 ④

그림과 같이 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$를 그어서 겹치는 부분이 공통부분이야.
따라서 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 공통부분은 $\overline{BC}$야.



049 답 ③

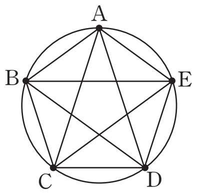
③ $\overrightarrow{AC}$와 $\overrightarrow{CA}$는 시작점도 다르고 방향도 반대니까 같지 않아.



050 답 ③

5개의 점 중에서 임의로 2개를 선택하면

$\frac{5\times4}{2}=10$(개)의 선분을 만들 수 있어.

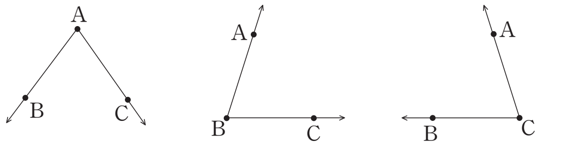


[다른 풀이]

직접 구할 수도 있어.
$\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{AE}$,
$\overline{BC}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$,
$\overline{CD}$, $\overline{CE}$, $\overline{DE}$
따라서 10개의 선분을 만들 수 있어.

051 답 ④

그림과 같이 3개의 점을 그려서 확인하자.



(i) (ii) (iii)

(i) 시작점 A : $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$
(ii) 시작점 B : $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$
(iii) 시작점 C : $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CB}$
따라서 (i), (ii), (iii)에 의하여 반직선 6개를 그릴 수 있어.

[다른 풀이]

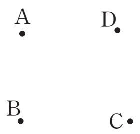
3개의 점 중에서 2개를 순서있게 뽑아 연결하면 $3\times2=6$(개)의 반직선이 생겨.

052 답 직선 : 6개, 선분 : 6개, 반직선 : 12개

직선 : $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{DA}$, $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{BD}$ ⇒ 6개
선분 : $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$, $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ ⇒ 6개
반직선 : $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$,
$\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BD}$,
$\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CD}$,
$\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{DC}$ ⇒ 12개

[다른 풀이]

그림과 같이 어느 세 점도 동일한 직선 위에 있지 않으므로 직선과 선분의 개수는 4개의 점 중에서 2개의 점을 순서없이 뽑는 경우의 수와 같아.



$\therefore \frac{4\times3}{2}=6$(개)

그런데 반직선은 시작점에 따라 달라지므로 4개의 점 중에서 2개의 점을 순서있게 뽑는 경우의 수와 같아.

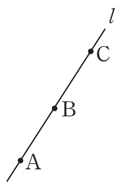
$\therefore 4\times3=12$(개)

오|답|피|하|기

모든 경우를 나열하는 경우에는 빠짐없이 표현하는 것이 중요해. 이때, 직선과 선분의 두 점이 동일함을 기억하자. 그리고 직선과 선분은 주어진 점을 시계 방향이나 반시계 방향으로 돌면서 순차적으로 나열하고 반직선의 경우는 시작점을 기준으로 나열하면 실수를 덜하게 될 거야.
[다른 풀이]로 접근할 때는 단순한 암기는 금물이야!! 왜 그렇게 표현되는지 이해한 후에 암기하자. 또한, 이 공식은 동일한 직선 위의 점이 없을 때만이야.

053 답 ②

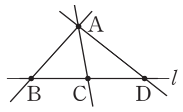
세 점이 동일한 직선 위에 있으므로 출발점을 기준으로 나눠주자.



점 A가 출발점인 경우는 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}$의 1개
점 B가 출발점인 경우는 $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BA}$의 2개
점 C가 출발점인 경우는 $\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{CA}$의 1개
따라서 두 점을 지나는 반직선은 4개야.

054 답 ③

점 A를 기준으로 생각하면 $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AD}$의 3개가 있고, 직선 l 위에 있는 세 점 B, C, D에서 직선 l을 나타내는 $\overleftrightarrow{BD}=\overleftrightarrow{BC}=\overleftrightarrow{CD}$의 1개가 있으니까 서로 다른 직선은 4개야.

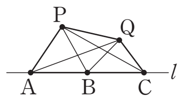


오|답|피|하|기

직선 l 위에 있는 세 점 B, C, D를 이용하여 만드는 직선은 모두 직선 l과 같다는 점에 주의해야 해.

055 답 10개

양 끝점이 다른 선분은 서로 다르므로
$\overline{PQ}$, $\overline{AP}$, $\overline{BP}$, $\overline{CP}$, $\overline{AQ}$, $\overline{BQ}$, $\overline{CQ}$, $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$의 10개야.



056 답 28개

출발점을 순서대로 기준으로 잡고 세어보면
$\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AO}$ ←4개
$\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{BE}$, $\overrightarrow{BO}$ ←5개
$\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{CO}$ ←5개
$\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{DO}$ ←5개
$\overrightarrow{ED}$, $\overrightarrow{EC}$, $\overrightarrow{EB}$, $\overrightarrow{EA}=\overrightarrow{EO}$ ←4개
$\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OD}$, $\overrightarrow{OE}$ ←5개
따라서 반직선의 개수는 $4+5+5+5+4+5=28$(개)이야.

057 답 3 cm, 6 cm, 9 cm

두 점 B, C는 선분 AD의 삼분등점이므로
$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=3$ cm
$\therefore$ $\overline{BD}=\overline{BC}+\overline{CD}=6$ cm,
$\overline{AD}=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}=9$ cm

058 답 ③

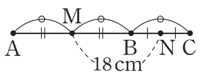
$\overline{MN}=\overline{CM}+\overline{CN}=20$이고 두 점 M, N은 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$의 중점이니까
$\overline{AC}=2\overline{CM}$, $\overline{BC}=2\overline{CN}$
$\therefore$ $\overline{AB}=\overline{AC}+\overline{BC}=2\overline{CM}+2\overline{CN}$
$=2(\overline{CM}+\overline{CN})=2\times20=40$

059 답 24 cm

두 점 M, N이 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 중점이므로
$\overline{AM}=\overline{BM}$, $\overline{BN}=\overline{CN}$
$\therefore$ $\overline{AC}=\overline{AB}+\overline{BC}=2(\overline{BM}+\overline{BN})=2\times18=36$(cm)
이때, $\overline{AB}=2\overline{BC}$이므로
$\overline{AB}+\overline{BC}=2\overline{BC}+\overline{BC}=3\overline{BC}=36$(cm)
$\therefore$ $\overline{BC}=12$ cm $\Rightarrow$ $\overline{AB}=\overline{AC}-\overline{BC}=36-12=24$(cm)

[다른 풀이]

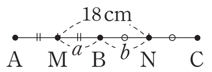
$\overline{AC}=2\overline{MN}=2\times18=36$(cm)
$\overline{AB}=2\overline{BC}$이고
$\overline{AB}=2\overline{AM}=2\overline{BM}$이므로
$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{BC}$, 즉 두 점 M, B는 $\overline{AC}$의 삼등분점이야.



$\therefore$ $\overline{AB}=\dfrac{2}{3}\overline{AC}=\dfrac{2}{3}\times36=24$(cm)

오|답|피|하|기

풀이와 같이 식을 바로 세우기 어려울 거야. 먼저, 그림을 보고 간단하게 표현해 봐. 풀이와 같아질 거야.
즉, $\overline{MC}=a$, $\overline{CN}=b$라 하고 그림과 같이 조건을 직선에 나타내면
$a+b=18$,
$\overline{AC}=2a+2b=2(a+b)=36$(cm)



처음부터 식이 완벽하게 세워지지는 않으니까 끈기를 갖고 올바른 수식으로 표현하도록 노력해 봐.

060 답 5 cm

$\overline{AE}$를 $\overline{BD}$로 나타내자.
$\overline{AE}=\overline{AC}+\overline{CE}=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DE}$
$=3\overline{BC}+\overline{BC}+\overline{CD}+3\overline{CD}$($\because$ $\overline{AB}=3\overline{BC}$, $\overline{DE}=3\overline{CD}$)
$=4(\overline{BC}+\overline{CD})$
$=4\overline{BD}$
이때, $\overline{AE}=20$ cm지?
$\therefore$ $\overline{BD}=\dfrac{1}{4}\overline{AE}=\dfrac{1}{4}\times20=5$ cm

061 답 ③

두 점 L, M이 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 중점이므로
$\overline{AL}=\overline{BL}$, $\overline{BM}=\overline{CM}$
$\therefore$ $\overline{AC}=\overline{AB}+\overline{BC}=2(\overline{BL}+\overline{BM})=2\times8=16$
$\overline{BC}=3\overline{AB}$이므로
$\overline{AB}:\overline{BC}=1:3$
$\overline{BC}=\dfrac{3}{4}\overline{AC}=\dfrac{3}{4}\times16=12$
$\therefore$ $\overline{MC}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=\dfrac{1}{2}\times12=6$

[다른 풀이]

문제의 조건을 수직선상에 나타내자.

$\overline{BC}=3\overline{AB}$이므로 $\overline{BC}$의 3등분점을 각각 D, E라 하면 $\overline{AB}$, $\overline{BD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EC}$의 길이는 모두 같아.
또, $\overline{BD}$, $\overline{EC}$의 중점을 각각 F, G라 하고 생각하면
$\overline{LM}=4\overline{LB}=8$ $\quad\therefore$ $\overline{LB}=2$
$\therefore$ $\overline{MC}=3\overline{LB}=3\times2=6$

062 답 8 cm

$\overline{AB}:\overline{BC}=5:3$에서

$\overline{AB}=\frac{5}{3}\overline{BC}=\frac{5}{3}\times2(\because \overline{BC}=2\,\text{cm})=\frac{10}{3}(\text{cm})$

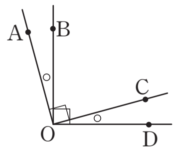
$\overline{AC}=\overline{AB}+\overline{BC}=\frac{10}{3}+2=\frac{16}{3}(\text{cm})$

이때, $\overline{AC}:\overline{CD}=2:1$이므로

$\overline{CD}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times\frac{16}{3}=\frac{8}{3}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AD}=\overline{AC}+\overline{CD}=\frac{16}{3}+\frac{8}{3}=8(\text{cm})$

063 답 ④



$\angle AOB+\angle BOC=90^\circ$,

$\angle COD+\angle BOC=90^\circ$이므로

$\angle AOB=\angle COD$

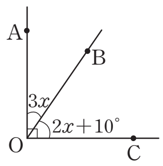
이때, $\angle AOB+\angle COD=30^\circ$이므로

$\angle AOB=\angle COD=15^\circ$

$\therefore \angle BOC=\angle AOC-\angle AOB=\angle BOD-\angle COD$

$=90^\circ-15^\circ=75^\circ$

064 답 ③



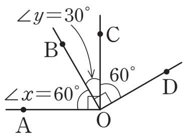
$\angle AOB+\angle BOC=90^\circ$이므로

$3\angle x+2\angle x+10^\circ=90^\circ$

$5\angle x=80^\circ\qquad \therefore \angle x=16^\circ$

$\therefore \angle AOB=3\angle x=3\times16^\circ=48^\circ$

065 답 $\angle x=60^\circ$, $\angle y=30^\circ$



$\angle BOD=90^\circ$이고 $\angle COD=60^\circ$이므로

$\angle y=\angle BOD-\angle COD$

$=90^\circ-60^\circ=30^\circ$

한편, $\angle AOC=\angle x+\angle y=90^\circ$이고

$\angle y=30^\circ$이므로

$\angle x=90^\circ-30^\circ=60^\circ$

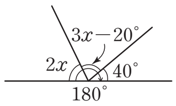
066 답 ②

$\overline{OA}\perp\overline{OC}$이므로 $\angle AOC=90^\circ$

따라서 $\angle AOB:\angle BOC=2:3$이므로

$\angle AOB=\frac{2}{5}\angle AOC=\frac{2}{5}\times90^\circ=36^\circ$

067 답 ②

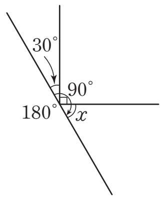


$2\angle x+(3\angle x-20^\circ)+40^\circ=180^\circ$

$5\angle x=160^\circ$

$\therefore \angle x=32^\circ$

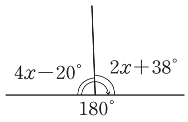
068 답 ⑤



$30^\circ+90^\circ+\angle x=180^\circ$

$\therefore \angle x=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

069 답 ④

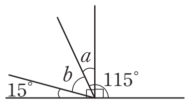


$(4\angle x-20^\circ)+(2\angle x+38^\circ)=180^\circ$

$6\angle x=162^\circ$

$\therefore \angle x=27^\circ$

070 답 ③



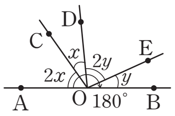
$\angle a+90^\circ=115^\circ$에서 $\angle a=25^\circ$

$\angle a+\angle b+15^\circ=90^\circ$에서

$25^\circ+\angle b+15^\circ=90^\circ\qquad \therefore \angle b=50^\circ$

$\therefore \angle b-\angle a=50^\circ-25^\circ=25^\circ$

071 답 ④



$\angle COD=\angle x$, $\angle BOE=\angle y$라 하면

$\angle AOC=2\angle x$, $\angle DOE=2\angle y$이고

$\angle AOC+\angle COD+\angle DOE+\angle BOE=180^\circ$

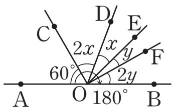
이므로 $2\angle x+\angle x+2\angle y+\angle y=180^\circ$

$3\angle x+3\angle y=180^\circ$

$\angle x+\angle y=60^\circ$

$\therefore \angle COD+\angle BOE=60^\circ$

072 답 40°



$\angle DOE=\angle x$, $\angle EOF=\angle y$라 하면

$\angle COD=2\angle x$, $\angle BOF=2\angle y$이므로

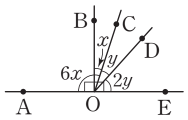
$60^\circ+2\angle x+\angle x+\angle y+2\angle y=180^\circ$

$3\angle x+3\angle y=120^\circ$

$\angle x+\angle y=40^\circ$

$\therefore \angle DOF=\angle x+\angle y=40^\circ$

073 답 ④



$\angle BOC=\angle x$라 하면

$\angle AOB=\angle AOC-\angle BOC$

$=6\angle BOC-\angle BOC$

$=5\angle BOC=5\angle x=90^\circ$

$\therefore \angle x=18^\circ$

또, $\angle COD=\angle y$라 하면

$\angle DOE=2\angle COD=2\angle y$이므로

$\angle COE=\angle BOE-\angle BOC=90^\circ-18^\circ=72^\circ$야.

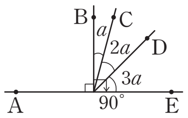
$\angle COE=\angle COD+\angle DOE$이므로

$\angle y+2\angle y=72^\circ$에서

$3\angle y=72^\circ\qquad \therefore \angle y=24^\circ$

$\therefore \angle BOD=\angle x+\angle y=18^\circ+24^\circ=42^\circ$

074 답 15°



$\angle BOE=90^\circ$이고

$\angle BOC:\angle COD:\angle DOE$

$=1:2:3$이므로

$\angle BOC=\frac{1}{1+2+3}\times\angle BOE$

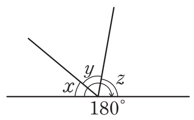
$=\frac{1}{6}\times90^\circ=15^\circ$

075 답 ⑤

$\angle x+\angle y+\angle z=180^\circ$이고

$\angle x : \angle y : \angle z=2 : 3 : 4$이므로

$\angle y=\frac{3}{2+3+4}\times180^\circ=\frac{3}{9}\times180^\circ=60^\circ$



> ★ 연비로 비례배분하기
>
> (전체)를 (가) : (나) : (다)$=\triangle : \square : ☆$로 비례배분하기
>
> (가)$=$(전체)$\times\frac{\triangle}{\triangle+\square+☆}$
>
> (나)$=$(전체)$\times\frac{\square}{\triangle+\square+☆}$
>
> (다)$=$(전체)$\times\frac{☆}{\triangle+\square+☆}$

076 답 ⑤

$\angle \mathrm{AOB}=60^\circ$이고

$\angle \mathrm{AOB}+\angle \mathrm{BOC}+\angle \mathrm{COD}+\angle \mathrm{DOE}$

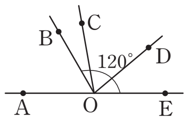
$=180^\circ$이므로

$\angle \mathrm{BOC}+\angle \mathrm{COD}+\angle \mathrm{DOE}$

$=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

이때, $\angle \mathrm{BOC} : \angle \mathrm{COD} : \angle \mathrm{DOE}=1 : 3 : 2$이므로

$\angle \mathrm{COD}=\frac{3}{1+3+2}\times120^\circ=\frac{3}{6}\times120^\circ=60^\circ$



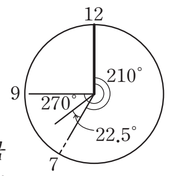
077 답 37.5°

7시에 시침과 분침이 이루는 각 중 큰 각의 크기는 $30^\circ\times7=210^\circ$

7시에서 7시 45분까지 시침은 $0.5^\circ\times45=22.5^\circ$를 이동하니까

시침은 눈금 12로부터 $210^\circ+22.5^\circ=232.5^\circ$만큼 움직였고, 분침은 눈금 12로부터 $6^\circ\times45=270^\circ$만큼 움직였어.

따라서 $270^\circ-232.5^\circ=37.5^\circ$이므로 시침과 분침 사이의 각의 크기는 37.5°야.



오답피하기

> 시침은 12시간에 360°를 움직이므로 1시간에 $\frac{360^\circ}{12}=30^\circ$씩 움직이고 1시간이 60분이므로 1분에 $\frac{30^\circ}{60}=0.5^\circ$씩 움직이는 거야.
>
> 마찬가지로 분침은 1시간(60분)에 360°를 움직이므로 1분에 $\frac{360^\circ}{60}=6^\circ$씩 움직여. 이것을 이해하고 암기하자.
>
> 오답을 유발하는 이유는 여러 개가 있지만 이런 암기도 큰 부분을 차지한다는 점, 잊지마!

078 답 75°

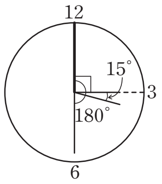
3시에 시침과 분침이 이루는 각의 크기는 $30^\circ\times3=90^\circ$

3시에서 3시 30분까지 시침은 $0.5^\circ\times30=15^\circ$를 이동하니까 시침은 눈금 12로부터

$90^\circ+15^\circ=105^\circ$만큼 움직였고, 분침은 눈금 12로부터 180°만큼 움직였어.

따라서 $180^\circ-105^\circ=75^\circ$이므로

시침과 분침이 이루는 각의 크기는 75°야.



079 답 95°

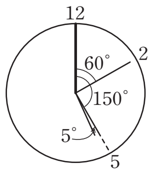
5시에 시침과 분침이 이루는 각의 크기는 $30^\circ\times5=150^\circ$

5시에서 5시 10분까지 시침은 $0.5^\circ\times10=5^\circ$를 이동하니까 시침은 눈금 12로부터

$150^\circ+5^\circ=155^\circ$만큼 움직였어.

분침은 눈금 12로부터 $6^\circ\times10=60^\circ$만큼 이동했지?

따라서 $155^\circ-60^\circ=95^\circ$이므로 시침과 분침이 이루는 각의 크기는 95°야.



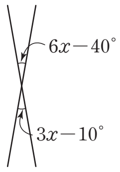
080 답 ①

맞꼭지각의 크기는 같으므로

$6\angle x-40^\circ=3\angle x-10^\circ$

$3\angle x=30^\circ$

$\therefore \angle x=10^\circ$

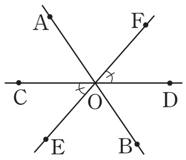


081 답 ④

④ $\angle \mathrm{COE}$는 직선 CD와 직선 EF에 의하여 만들어진 각이므로 $\angle \mathrm{DOF}$가 $\angle \mathrm{COE}$의 맞꼭지각이야.

또한, $\angle \mathrm{FOA}$의 맞꼭지각은 $\angle \mathrm{EOB}$야.

←NO!



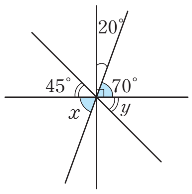
082 답 ②

맞꼭지각의 성질에 의하여

$\angle x=90^\circ-20^\circ=70^\circ$

$\angle y=45^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=70^\circ+45=115^\circ$



083 답 ⑤

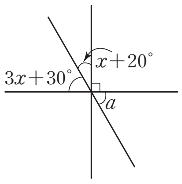
맞꼭지각의 크기는 같으므로

$\angle a=3\angle x+30^\circ$

또, $\angle x+20^\circ+(3\angle x+30^\circ)=90^\circ$이므로

$4\angle x=40^\circ \quad \therefore \angle x=10^\circ$

$\therefore \angle a=3\angle x+30^\circ=3\times10^\circ+30^\circ=60^\circ$



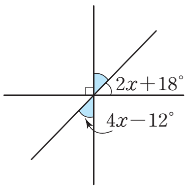
084 답 ③

그림과 같이 $4\angle x-12^\circ$를 맞꼭지각으로 이동하면

$(4\angle x-12^\circ)+(2\angle x+18^\circ)=90^\circ$

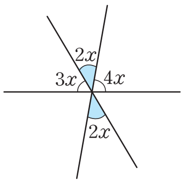
$6\angle x=84^\circ$

$\therefore \angle x=14^\circ$



085 답 20°

그림과 같이 $2\angle x$를 맞꼭지각으로 이동하면



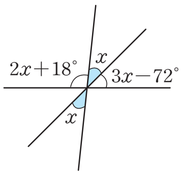
$2\angle x+3\angle x+4\angle x=180°$

$9\angle x=180°$

$\therefore \angle x=20°$

086 답 ③

그림과 같이 $\angle x$를 맞꼭지각으로 이동하면



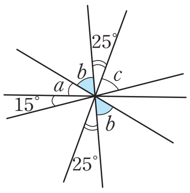
$(2\angle x+18°)+\angle x+(3\angle x-72°)=180°$

$6\angle x=234°$

$\therefore \angle x=39°$

087 답 140°

그림과 같이 $\angle b$, $25°$를 각각 맞꼭지각으로 이동하면



$15°+\angle a+\angle b+25°+\angle c=180°$

$\therefore \angle a+\angle b+\angle c=140°$

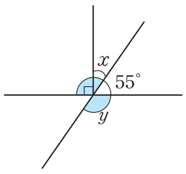
088 답 ⑤

맞꼭지각의 크기는 같으므로 $\angle y=\angle x+90°$

이때, $\angle y+55°=\angle x+90°+55°=180°$이므로

$\angle x=35°$, $\angle y=125°$

$\therefore \angle x+\angle y=35°+125°=160°$



[다른 풀이]

$\angle x+55°=90°\quad \therefore \angle x=35°$

$\angle y+55°=180°\quad \therefore \angle y=125°$

$\therefore \angle x+\angle y=35°+125°=160°$

089 답 ②

맞꼭지각의 크기는 같으므로

$2\angle x+30°=140°$, $2\angle x=110°$

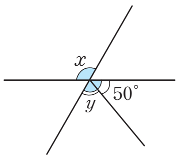
$\therefore \angle x=55°$

090 답 ④

맞꼭지각의 크기는 같으므로

$\angle x=\angle y+50°$

$\therefore \angle x-\angle y=50°$



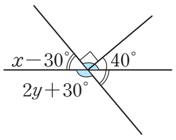
091 답 ②

맞꼭지각의 크기는 같으므로

$\angle x-30°=90°-40°\quad \therefore \angle x=80°$

$2\angle y+30°=90°+40°\quad \therefore \angle y=50°$

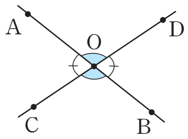
$\therefore \angle x+\angle y=80°+50°=130°$



092 답 ②

$\angle$AOC와 $\angle$BOD,

$\angle$COB와 $\angle$DOA의 2쌍이야.



093 답 6쌍

그림과 같이 직선 위에 점을 잡으면

$\angle$AOC와 $\angle$BOD,

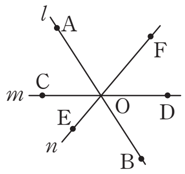
$\angle$COE와 $\angle$DOF,

$\angle$BOE와 $\angle$AOF,

$\angle$AOE와 $\angle$BOF,

$\angle$COB와 $\angle$DOA,

$\angle$EOD와 $\angle$FOC의 6쌍이 가능해.



오답피하기

n개의 직선으로 만들 수 있는 맞꼭지각의 개수는 $n\times(n-1)$개인데 무작정 공식을 사용하는 것보다 규칙을 찾아 나열하는 게 올바른 공부 습관을 만들어줄 거야.
풀이와 같이 직선 사이의 각이 1개일 때, 2개일 때로 순차적으로 구하면 빠짐없이 계산할 수 있어.

094 답 ④

서로 다른 n개의 직선이 한 점에서 만날 때 생기는 맞꼭지각의 개수는 $n(n-1)$쌍이지? 한 평면 위에 서로 다른 6개의 직선이 한 점에서 만나므로 맞꼭지각의 개수는

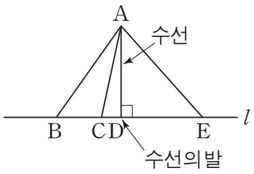
$6\times(6-1)=30$(쌍)

095 답 ④

④ 수선의 발은 점을 말하는 거니까 점 A에서 직선 CD에 내린 수선의 발은 점 H라 해야 해.

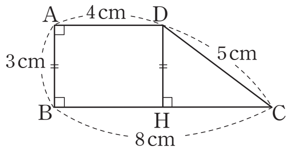
096 답 ③

점과 직선 사이의 거리는 점과 직선을 연결하는 선 중 가장 짧은 것의 길이이니까 직선 l의 수선인 선분 AD의 길이가 점 A에서 직선 l까지의 거리가 되는 거야.



097 답 점 B

$\overline{AB}\perp\overline{BC}$니까 점 C에서 선분 AB에 내린 수선의 발은 점 B야.



098 답 3 cm

점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 점 H라 하면 점 D에서 선분 BC까지의 거리는 $\overline{DH}=\overline{AB}=3$ cm

099 답 변 AB

점 B에서 선분 AD에 내린 수선의 발은 점 A이므로 $\overline{AB}\perp\overline{AD}$
즉, 선분 AD와 수직인 변은 변 AB이야.

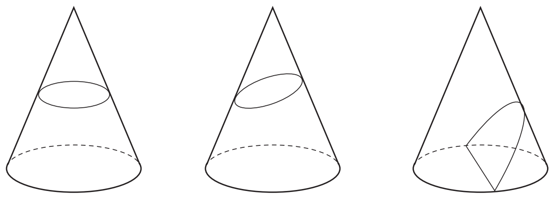
잘 틀리는 유형 훈련+1up

문제편 p. 24

100 답 ③

1st 교선은 직선도 곡선도 될 수 있음에 주의하자.

③ 원뿔과 평면이 만나서 생기는 교선은 아래와 같이 곡선일 수 있어. (거짓)



오|답|피|하|기

도형 사이의 관계는 자칫 한 가지 경우만을 생각하기 쉬워. 여러 가지 경우로 나눠서 차분히 논리적으로 사고하는 습관을 길러야 해. 이 문제의 경우 교선을 직선으로만 생각하고 있었다면 '원뿔과 평면이 만난다.'는 조건을 간과해서 ③번도 맞다고 생각했을 거야.

101 답 ④

1st 직선과 곡선 두 가지를 모두 고려하자.

① 선이 움직인 자리는 면이 돼. (거짓)
② 선과 면이 만나면 교선 또는 교점이 생겨. (거짓)
③ 점이 움직인 자리는 직선 또는 곡선이 돼. (거짓)
⑤ 원기둥과 평면이 만날 때, 교선은 곡선 또는 직선이 될 수 있어. (거짓)

102 답 ②

1st 서로 같은 반직선이 어떤 것인지, 반직선 위의 선분이 어떤 것인지 구분하자.

① $\overrightarrow{AB}$와 $\overrightarrow{AC}$는 시작점과 방향이 같으므로 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}$야. 즉, 두 반직선이 같으므로 $\overrightarrow{AC}$는 $\overrightarrow{AB}$에 포함돼. ←OK!
② $\overrightarrow{CA}$는 $\overrightarrow{AB}$와 방향이 반대이니까 $\overrightarrow{CA}$는 $\overrightarrow{AB}$에 포함되지 않아. ←NO!
③ $\overrightarrow{AB}$와 $\overrightarrow{BC}$의 차이는 $\overline{AB}$만큼이야. 그러니까 $\overrightarrow{BC}$는 $\overrightarrow{AB}$에 포함돼. ←OK!
④, ⑤ $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}$이니까 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$는 모두 $\overrightarrow{AB}$에 포함돼. ←OK!

103 답 ④

1st 한 직선 위에 있는 두 점을 연결한 모든 직선은 같아.

②, ⑤ 네 점 A, B, C, D가 한 직선 위에 있지? 그럼 네 점 중 두 점을 잡아 연결한 직선은 모두 같아.
∴ $\overleftrightarrow{AB}=\overleftrightarrow{CD}=\overleftrightarrow{AC}=\overleftrightarrow{BC}$ (참)

2nd 반직선이 같으려면 시작점과 방향이 모두 같아야지?

① $\overrightarrow{AB}$는 A를 출발하여 B쪽으로 가는 거니까 C를 향해 가는 것과 같아. 즉, $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}$ (참)
③ $\overrightarrow{CA}$는 C를 출발하여 A쪽으로 가는 거니까 B를 향해 가는 것과 같아. 즉, $\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{CB}$ (참)
④ 그런데 $\overrightarrow{BA}$와 $\overrightarrow{BC}$는 출발점이 B로 같지만 방향이 반대이므로 $\overrightarrow{BA}\neq\overrightarrow{BC}$ (거짓)

104 답 12개

1st 반직선은 시점을 구하는 게 중요해.

네 점 A, B, C, D 중 하나를 시작점으로 하고, 나머지 세 점 중 한 점을 향해 가는 반직선의 개수는 $4\times3=12$(개)

[다른 풀이]

$\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{DC}$의 12개를 그을 수 있어.

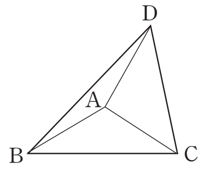
오|답|피|하|기

직선, 반직선, 선분에 대한 개념이 확실하다면 문제를 푸는 데 어려움은 없었을 거야. 반직선이 직선, 선분과 다른 점이 있다면 시작점이 있다는 거야. 그래서 $\overrightarrow{AB}$와 $\overrightarrow{BA}$는 완전히 다른 것을 의미해. 그런데 직선과 선분에서는 $\overleftrightarrow{AB}=\overleftrightarrow{BA}$, $\overline{AB}=\overline{BA}$지?
즉, 반직선의 개수는 직선 또는 선분의 개수의 2배가 될 수밖에 없어.

105 답 6개

1st 두 점을 지나는 선분을 이용해 보자.

그림과 같이 네 점을 각각 연결하면 6개의 선분이 생기지? 선분이 양쪽으로 무한히 뻗어나가면 직선이 되니까 직선은 모두 6개 그을 수 있는 거야.



106 답 ④

1st 중점을 식으로 나타내보자.

①, ② 점 Q가 $\overline{PS}$의 중점이므로 $\overline{PQ}=\overline{QS}$, $\overline{PQ}=\frac{1}{2}\overline{PS}$ (참)

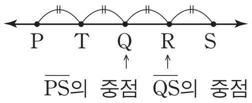
③ 점 R가 $\overline{QS}$의 중점이므로 $\overline{QR}=\frac{1}{2}\overline{QS}$ (참)

④ $\overline{RS}=\frac{1}{2}\overline{QS}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\overline{PS}\right)=\frac{1}{4}\overline{PS}$ (거짓)

⑤ $\overline{PQ}=\overline{QS}$, $\overline{QR}=\frac{1}{2}\overline{QS}$이므로 $\overline{PQ}=2\overline{QR}$
∴ $\overline{PR}=\overline{PQ}+\overline{QR}=2\overline{QR}+\overline{QR}=3\overline{QR}=3\overline{RS}$ (참)

오|답|피|하|기

이런 유형의 문제는 문제의 조건을 통합적으로 수직선에 표시하면 좀 더 쉽게, 정확하게 이해될 때가 있어.



그림과 같이 $\overline{PQ}$의 중점을 T라 하면 $\overline{PS}$의 사등분점이 각각 T, Q, R가 됨을 알 수 있지?

④의 경우 $\overline{RS}$의 길이는 $\overline{PS}$의 길이의 $\frac{1}{4}$배임을 바로 알 수 있어.

단, 문제의 조건이 복잡해지면 수직선에 나타내기 힘들어지므로 위의 풀이 방법도 반드시 숙지하자.

107 답 ⑤

1st 길이가 같은 선분을 표시해 보자.

두 점 C, D는 각각 $\overline{AP}$, $\overline{BP}$의 중점이므로

$\overline{AC}=\overline{CP}$, $\overline{PD}=\overline{DB}$이고 $\overline{DM}=\overline{AC}$지?

$\therefore \overline{BM}=\overline{DM}+\overline{BD}=\overline{AC}+\overline{PD}=\overline{CP}+\overline{PD}=\overline{CD}$

$=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 20=10(\text{cm})$

108 답 **30 cm**

1st 관계가 복잡해 보이면 미지수로 간단하게 표현해 봐.

$\overline{AB}=x$ cm라 하면 $3\overline{AB}=\overline{BC}$이므로 $\overline{BC}=3x$ cm

이때, $\overline{MN}=20$ cm이므로

$\overline{MN}=\overline{BM}+\overline{BN}=\frac{1}{2}\overline{AB}+\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}x=20$

$2x=20 \qquad \therefore x=10$

$\therefore \overline{BC}=3x=30$ cm

오|답|피|하|기

주어진 조건이 까다롭고 복잡하여 틀리기 쉬워. 하지만 중점이라는 조건과 $3\overline{AB}=\overline{BC}$라는 조건을 충분히 이용하면 풀 수 있어. 선분을 여러 개의 선분으로 나누어 식으로 나타내는 것은 앞으로 많이 이용하게 될 거야. 어려워 보이더라도 올바른 식으로 꼭 나타내도록 하자.

109 답 $\frac{32}{3}$ **cm**

1st 선분 AC의 중점 D로 $\overline{AD}$의 길이를 구해.

$\overline{AC}=\frac{2}{3}\overline{AB}=\frac{2}{3}\times 24=16(\text{cm})$

점 D는 $\overline{AC}$의 중점이므로

$\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 16=8(\text{cm})$

2nd $\overline{AE}=4\overline{DE}$로 $\overline{AE}$의 길이를 구해.

$\overline{AE}=4\overline{DE}$이므로

$\overline{AD}=\overline{AE}-\overline{DE}=4\overline{DE}-\overline{DE}=3\overline{DE} \qquad \therefore \overline{DE}=\frac{1}{3}\overline{AD}$

$\therefore \overline{AE}=\overline{AD}+\overline{DE}=\overline{AD}+\frac{1}{3}\overline{AD}$

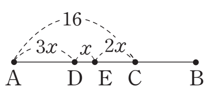
$=\frac{4}{3}\overline{AD}=\frac{4}{3}\times 8=\frac{32}{3}(\text{cm})$

[다른 풀이]

$\overline{AC}=\frac{2}{3}\overline{AB}=\frac{2}{3}\times 24=16(\text{cm})$

$\overline{DE}=x$ cm라 하면

$\overline{AD}=\overline{AE}-\overline{DE}=4x-x=3x(\text{cm})$



점 D는 $\overline{AC}$의 중점이므로

$\overline{DC}=\overline{AD}=3x(\text{cm}) \qquad \therefore \overline{EC}=\overline{DC}-\overline{DE}=3x-x=2x(\text{cm})$

따라서 $\overline{AC}=6x=16$에서 $x=\frac{8}{3}$이므로

$\overline{AE}=\overline{AD}+\overline{DE}=3x+x=4x=4\times\frac{8}{3}=\frac{32}{3}(\text{cm})$

110 답 ③, ⑤

1st 성립하지 않는 예를 찾아서 적어 보자.

① 【반례】 $10°+10°=20°$ (예각)

② 【반례】 $100°-20°=80°$(예각)

③ $90°+$(예각)$<180°$ ← 둔각

④ $90°+90°=180°$ (평각)

⑤ $180°-$(예각)$>90°$ ← 둔각

오|답|피|하|기

①번과 ②번은 둔각이 항상 되지 않는 이유를 반례를 하나 들어서 알아낼 수 있었어. '항상'이라는 말이 중요하지. 수학에서 항상 성립하는 경우, 성립하지 않는 경우를 찾아야 하는 경우가 자주 있어. 이럴 때는 아주 일반적인 예를 찾으려고 하면 안 돼. 성립하거나 성립하지 않는 반례가 있는지 찾으면 되겠지?

111 답 ③

1st 성립하지 않는 예를 찾아서 적어 보자.

① 【반례】 $60°+60°=120°$ (둔각)

② 【반례】 $170°-10°=160°$ (둔각)

③ $90°-$(예각)$<90°$ ← 예각

④ $180°-90°=90°$ (직각)

⑤ 【반례】 $180°-10°=170°$ (둔각)

112 답 **12.5°**

1st 시침이 눈금 12와 이루는 각의 크기를 구하자.

6시에 시침은 눈금 12로부터 $180°$만큼 움직이고, 시침은 1분에 $0.5°$씩 움직이므로 시침은 6시에서 6시 35분에

$180°+0.5°\times 35=197.5°$를 이동해.

2nd 분침이 눈금 12와 이루는 각의 크기를 구하자.

분침은 1분에 $6°$씩 움직이므로 분침은 6시 35분에 눈금 12로부터 $6°\times 35=210°$만큼 움직였어.

3rd 시침과 분침이 이루는 각의 크기를 구하자.

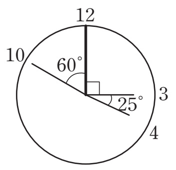
따라서 시침과 분침이 이루는 각의 크기는

$210°-197.5°=12.5°$

113 답 **175°**

1st 시침이 눈금 12와 이루는 각의 크기를 구하자.

4시 10분 전은 3시 50분임을 알아야 해.



3시에 시침과 분침이 이루는 각은

$30°\times 3=90°$

3시에서 3시 50분까지 시침은

시침은 1분에 $0.5°$씩 움직이므로

$0.5°\times 50=25°$를 이동하니까

시침은 눈금 12로부터 $90°+25°=115°$만큼 움직였어.

2nd 분침이 눈금 12와 이루는 각의 크기를 구하자.

분침은 눈금 12로부터 $6°\times 10=60°$만큼 움직였어.

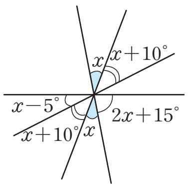
3rd 시침과 분침이 이루는 각의 크기를 구하자.

따라서 시침과 분침이 이루는 각의 크기는 $115°+60°=175°$야.

114 답 **32°**

1st 맞꼭지각의 크기가 같음을 이용하여 평각을 만들어 봐.

맞꼭지각의 크기가 같음을 이용하여 모든 각을 아래쪽으로 옮기면



$(\angle x-5°)+(\angle x+10°)+\angle x$

$+(2\angle x+15°)=180°$

$5\angle x=160°$

$\therefore \angle x=32°$

115 답 33°

1st 맞꼭지각의 크기가 같음을 이용하여 평각을 만들어 봐.

맞꼭지각의 성질에 의하여

$\angle COD = \angle AOG = 18^\circ$

$\angle EOF = \angle x$라 하면 $\angle FOD$의

이등분선이 $\overline{OE}$이므로

$\angle DOF = 2\angle EOF = 2\angle x$이고

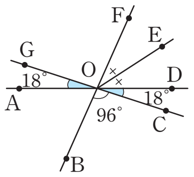
$\angle BOF = 180^\circ$이므로

$\angle DOF + \angle COD + \angle BOC = 180^\circ$

$2\angle x + 18^\circ + 96^\circ = 180^\circ$

$2\angle x = 66^\circ$

$\therefore \angle EOF = \angle x = 33^\circ$



오|답|피|하|기

복잡하게 주어진 각에 혼동을 일으키면 안 돼. 문제는 맞꼭지각의 크기가 같다는 것을 이용할 수 있는지 묻는 거니까 그 성질을 정확하게 적용시키면 되는 거야. 문제의 본질이 무엇인가를 빨리 아는 게 중요해. ∠EOF에 집중하기 보다는 무엇을 이용해야 하는지 집중하면 맞꼭지각의 성질을 이용할 수 있음을 알 수 있지?

116 답 70°

1st $\angle AOB = \angle COD$임을 확인하여 $\angle AOB$의 크기를 구하자.

$\angle AOB + \angle BOC = \angle AOC = 90^\circ$,

$\angle COD + \angle BOC = \angle BOD = 90^\circ$이므로

$\angle AOB + \angle BOC = \angle COD + \angle BOC$

$\therefore \angle AOB = \angle COD$

이때, $\angle AOB + \angle COD = 40^\circ$이므로 $\angle AOB = \angle COD = 20^\circ$

2nd $\angle BOC$의 크기를 구하자.

$\therefore \angle BOC = \angle AOC - \angle AOB = \angle BOD - \angle COD$

$= 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$

117 답 110°

1st $\angle AOB = \angle COD$임을 이용하여 $\angle AOB$의 크기를 구하자.

$\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC = 140^\circ$,

$\angle BOD = \angle COD + \angle BOC = 140^\circ$

$\therefore \angle AOB = \angle COD$

이때, $\angle AOB + \angle COD = 60^\circ$이므로

$\angle AOB = \angle COD = 30^\circ$

2nd $\angle BOC$의 크기를 구하자.

$\therefore \angle BOC = \angle AOC - \angle AOB = \angle BOD - \angle COD$

$= 140^\circ - 30 = 110^\circ$

118 답 ⑤

1st 맞꼭지각의 성질을 적절히 이용하여 각각의 각의 크기를 찾자.

맞꼭지각의 성질에 의하여

$\angle AOC = \angle BOD = 40^\circ$ ←② NO!

이때, $\angle BOE = \angle BOD + \angle DOE = 90^\circ$

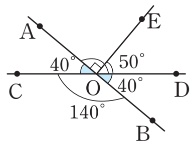
←③ NO!

이므로 $\angle DOE = 50^\circ$ ←① NO!

$\therefore \angle COB = \angle AOD$

$= \angle AOE + \angle EOD$

$= 140^\circ$ (맞꼭지각) ←④ NO!, ⑤ OK!



오|답|피|하|기

이 문제도 맞꼭지각의 성질을 이용하지 않으면 풀기 힘들어. 주어진 조건을 잘 봐! 직각, 40°가 보이면 그것을 토대로 술술 풀리게 되어 있다구. 맞꼭지각의 성질만 잘 알아도 어려운 문제는 아니야. 기초부터 차근차근 알아 두도록 하자.

119 답 ④

1st 직각의 맞꼭지각도 직각임을 이용해 보자.

① $\angle BGD = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ (참)

② $\angle AGD = 90^\circ$이므로 $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{CD}$ (참)

③ $\angle AGD = 90^\circ$이므로 $\angle AGC = 90^\circ$이고,

$\angle AGC = \angle BGD$ (맞꼭지각)

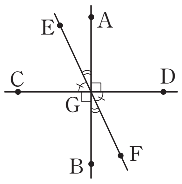
$\therefore \angle AGC + \angle BGD = 180^\circ$ (참)

④ $\angle CGE$의 맞꼭지각은 $\angle DGF$이므로

$\angle CGE = \angle DGF$ (거짓)

⑤ $\angle AGE + \angle DGF = \angle AGE + \angle CGE$ (맞꼭지각)

$= \angle AGC = 90^\circ$ (참)



120 답 12쌍

1st 직선 위에 점을 잡고 각을 표현해 보자.

그림과 같이 각 직선 위에 점을 잡자.

선분 OA를 기준으로

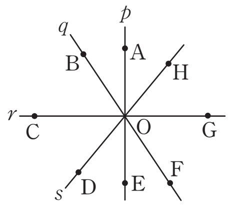
$\angle AOB$, $\angle BOC$, $\angle COD$, $\angle DOE$,

$\angle AOC$, $\angle BOD$, $\angle COE$, $\angle DOF$,

$\angle AOD$, $\angle BOE$, $\angle COF$, $\angle DOG$

각각에 맞꼭지각을 잡을 수 있으므로

모두 12쌍이 있어.



121 답 200

1st 서로 다른 n개의 직선이 한 점에서 만날 때 생기는 맞꼭지각의 개수를 생각해 봐.

서로 다른 n개의 직선이 한 점에서 만날 때 생기는 맞꼭지각의 개수는 $n(n-1)$쌍이므로

$p = 100 \times 99 = 9900$, $q = 101 \times 100 = 10100$

$\therefore q - p = 10100 - 9900 = 200$

[다른 풀이]

$p = n(n-1)$, $q = (n+1)(n+1-1) = n(n+1)$이므로

$q - p = n(n+1) - n(n-1) = n\{(n+1) - (n-1)\} = 2n$

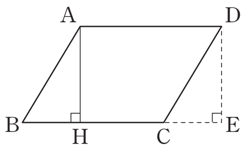
따라서 $n = 100$이므로 $q - p = 2 \times 100 = 200$

122 답 ④

1st 점 A와 선분 BC 사이의 거리와 같은 길이인 변을 찾자.

점 A에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 A와 선분 BC 사이의 거리는 $\overline{AH}$의 길이와 같아.

이때, $\overline{AH} = \overline{DE}$이므로 $\overline{DE}$의 길이를 구해도 되겠지?



2nd 평행사변형의 넓이 공식을 이용하자.

$\overline{AD} : \overline{DE} = 3 : 2$에 의하여 $\overline{AD} = 3x\,\mathrm{cm}$, $\overline{DE} = 2x\,\mathrm{cm}$라 하면

평행사변형 ABCD의 넓이가 $24\,\mathrm{cm}^2$이므로

$3x \times 2x = 24$에서 $6x^2 = 24$

$x^2 = 4 = 2 \times 2 \qquad \therefore x = 2$

$\therefore \overline{DE} = 2x = 2 \times 2 = 4(\mathrm{cm})$

따라서 점 A와 선분 BC 사이의 거리는 $\overline{AH} = \overline{DE} = 4\,\mathrm{cm}$야.

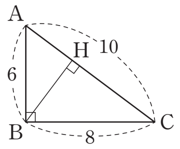
123 답 ④

1st 점 B에서 선분 CA에 수선을 그어 보자.

점 B와 선분 CA 사이의 거리는 점 B에서 선분 CA에 내린 수선의 발까지의 거리이므로 이 수선의 발을 H라 하고 $\overline{BH}$의 길이를 구하면 돼.

2nd (삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times$(밑변)$\times$(높이)임을 이용하여 $\overline{BH}$의 길이를 구해.

삼각형 ABC의 넓이를 S라 하면



$S=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AB}=\frac{1}{2}\times8\times6=24$ ⋯㉠

또한,

$S=\frac{1}{2}\times\overline{CA}\times\overline{BH}$

$=\frac{1}{2}\times10\times\overline{BH}=5\overline{BH}$ ⋯㉡

㉠=㉡이므로 $5\overline{BH}=24$

$\therefore \overline{BH}=\frac{24}{5}$

따라서 점 B와 선분 CA 사이의 거리는 $\overline{BH}=\frac{24}{5}$

서술형 다지기

문제편 p. 28

[124-125 채점기준표]

Ⅰ	$\overline{AB}$의 길이를 $\overline{AC}$의 길이로 나타낸다.	40%
Ⅱ	$\overline{AC}$의 길이를 $\overline{MN}$의 길이로 나타낸다.	40%
Ⅲ	$\overline{AB}$의 길이를 문자를 이용하여 나타낸다.	20%

124 답 $\frac{3}{2}a$

먼저, $\overline{AB}$의 길이를 $\overline{AC}$의 길이로 나타내자.

$\overline{AB}=3\overline{BC}$이므로

$\overline{AC}=\overline{AB}+\overline{BC}=\overline{AB}+\frac{1}{3}\overline{AB}=\frac{4}{3}\overline{AB}$

$\therefore \overline{AB}=\frac{3}{4}\overline{AC}$ ⋯ Ⅰ

그다음, $\overline{AC}$의 길이를 $\overline{MN}$의 길이로 나타내자.

$\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{AB}+\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{BC})=\frac{1}{2}\overline{AC}$

$\therefore \overline{AC}=2\overline{MN}$ ⋯ Ⅱ

그래서, $\overline{AB}$의 길이를 a를 이용하여 나타내자.

$\overline{MN}=a$이므로

$\overline{AB}=\frac{3}{4}\overline{AC}=\frac{3}{4}\times2\overline{MN}=\frac{3}{2}a$ ⋯ Ⅲ

125 답 $\frac{8}{5}k$

먼저, $\overline{AB}$의 길이를 $\overline{AC}$의 길이로 나타내자.

$\overline{AB}=4\overline{BC}$이므로

$\overline{AC}=\overline{AB}+\overline{BC}=\overline{AB}+\frac{1}{4}\overline{AB}=\frac{5}{4}\overline{AB}$

$\therefore \overline{AB}=\frac{4}{5}\overline{AC}$ ⋯ Ⅰ

그다음, $\overline{AC}$의 길이를 $\overline{MN}$의 길이로 나타내자.

$\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{AB}+\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{BC})=\frac{1}{2}\overline{AC}$

$\therefore \overline{AC}=2\overline{MN}$ ⋯ Ⅱ

그래서, $\overline{AB}$의 길이를 k를 이용하여 나타내자.

$\overline{MN}=k$이므로

$\overline{AB}=\frac{4}{5}\overline{AC}=\frac{4}{5}\times2\overline{MN}=\frac{8}{5}k$ ⋯ Ⅲ

[126-127 채점기준표]

Ⅰ	평각을 이용하여 다른 각의 크기를 구한다.	20%
Ⅱ	각 사이의 관계를 이용한다.	40%
Ⅲ	구하려고 하는 각의 크기를 구한다.	40%

126 답 $75°$

먼저, $\angle BOE$의 크기를 구하자.

$\angle BOE=\angle AOE-\angle AOB=180°-60°=120°$ ⋯ Ⅰ

그다음, $\angle DOE$를 이용하여 $\angle COD$의 크기를 구하자.

$\angle BOD=3\angle DOE$이므로

$\angle DOE=\frac{1}{4}\angle BOE=\frac{1}{4}\times120°=30°$

$\therefore \angle COD=\frac{1}{2}\angle DOE=\frac{1}{2}\times30°=15°$ ⋯ Ⅱ

그래서, $\angle BOC$의 크기를 구하자.

$\angle BOC=\angle BOD-\angle COD=6\angle COD-\angle COD$

$=5\angle COD=5\times15°=75°$ ⋯ Ⅲ

127 답 $17°$

먼저, $\angle AOD$의 크기를 구하자.

$\angle AOD=\angle AOE-\angle DOE=180°-44°=136°$ ⋯ Ⅰ

그다음, $\angle BOD$를 이용하여 $\angle AOB$의 크기를 구하자.

이때, $\angle BOD=3\angle AOB$이므로

$\angle AOD=\angle BOD+\angle AOB=3\angle AOB+\angle AOB$

$=4\angle AOB=136°$

$\therefore \angle AOB=34°$ ⋯ Ⅱ

그래서, $\angle COD$의 크기를 구하자.

또한, $\angle BOC=\frac{5}{2}\angle AOB$이므로

$\angle COD=\angle BOD-\angle BOC=3\angle AOB-\frac{5}{2}\angle AOB$

$=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times34°=17°$ ⋯ Ⅲ

128 답 $\frac{11}{16}a$

$\overline{AB}=a$일 때,

$\overline{AM_1}=\frac{1}{2}a$

$\overline{AM_2}=\frac{1}{2}\overline{AM_1}=\frac{1}{4}a$

$\therefore \overline{BM_2}=\overline{AB}-\overline{AM_2}=a-\frac{1}{4}a=\frac{3}{4}a$ ⋯ Ⅰ

또한, $\overline{BM_3}=\frac{1}{2}\overline{BM_2}=\frac{3}{8}a$에서

$\overline{AM_3}=\overline{AB}-\overline{BM_3}=a-\frac{3}{8}a=\frac{5}{8}a$ ⋯ Ⅱ

$\overline{AM_4}=\frac{1}{2}\overline{AM_3}=\frac{5}{16}a$

$\therefore \overline{BM_4}=\overline{AB}-\overline{AM_4}=a-\frac{5}{16}a=\frac{11}{16}a$ ⋯ Ⅲ

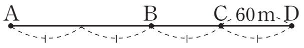
[채점기준표]

Ⅰ	$\overline{\mathrm{AM_2}}$, $\overline{\mathrm{BM_2}}$의 길이를 a로 나타낸다.	30%
Ⅱ	$\overline{\mathrm{BM_3}}$, $\overline{\mathrm{AM_3}}$의 길이를 a로 나타낸다.	30%
Ⅲ	$\overline{\mathrm{BM_4}}$의 길이를 a로 나타낸다.	40%

129 답 240 m

학교를 점 A, 문구점을 점 B, 지우네 집을 점 C, 독서실을 점 D로 나타내자. … Ⅰ

그림과 같이 $\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{CD}}$, $\overline{\mathrm{AC}}=3\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{CD}}=60\,\mathrm{m}$



… Ⅱ

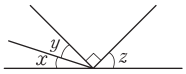
따라서 $\overline{\mathrm{AC}}=3\overline{\mathrm{CD}}$이므로

$\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{AC}}+\overline{\mathrm{CD}}=3\overline{\mathrm{CD}}+\overline{\mathrm{CD}}=4\overline{\mathrm{CD}}=240(\mathrm{m})$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	각 지점을 네 점으로 정의한다.	20%
Ⅱ	각 점의 관계와 선분 사이의 길이를 그림으로 나타낸다.	50%
Ⅲ	$\overline{\mathrm{AD}}$를 $\overline{\mathrm{CD}}$로 표현하여 그 길이를 구한다.	30%

130 답 63°



$\angle x+\angle y+\angle z=90^\circ$ … Ⅰ

$\angle x : \angle y : \angle z=2:3:5$이므로

$\angle x=\dfrac{2}{2+3+5}\times 90^\circ=18^\circ$,

$\angle z=\dfrac{5}{2+3+5}\times 90^\circ=45^\circ$ … Ⅱ

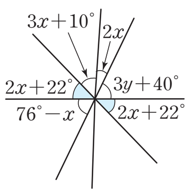
$\therefore \angle x+\angle z=18^\circ+45^\circ=63^\circ$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	$\angle x+\angle y+\angle z$의 값을 구한다.	40%
Ⅱ	$\angle x$, $\angle z$의 값을 각각 구한다.	50%
Ⅲ	$\angle x+\angle z$의 값을 계산한다.	10%

131 답 ∠x=12°, ∠y=8°

맞꼭지각의 크기는 서로 같고 평각의 크기는 180°이므로 그림과 같이 각을 이동한다. … Ⅰ



$2\angle x+(3\angle x+10^\circ)+(2\angle x+22^\circ)+(76^\circ-\angle x)=180^\circ$

$6\angle x=72^\circ$ $\quad\therefore \angle x=12^\circ$ … Ⅱ

$3\angle y+40^\circ=76^\circ-\angle x$ (맞꼭지각)에서

$3\angle y=36^\circ-\angle x=36^\circ-12^\circ=24^\circ$

$\therefore \angle y=8^\circ$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	평각이 되도록 각의 위치를 이동한다.	20%
Ⅱ	$\angle x$의 크기를 구한다.	40%
Ⅲ	$\angle y$의 크기를 구한다.	40%

최고난도 만점 문제

문제편 p. 30

132 답 $\overrightarrow{\mathrm{AE}}$, $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$, $\overrightarrow{\mathrm{BD}}$, $\overrightarrow{\mathrm{CD}}$

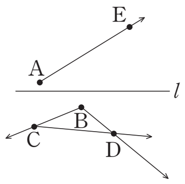
1st 반직선이 직선 l과 만나지 않는 조건을 정리하자.

직선 l과 만나지 않는 반직선은 직선 l에 가까운 점에서 출발하여 직선 l로부터 멀어지는 방향으로 그려져야 해.

2nd 조건을 만족시키는 반직선을 모두 구하자.

이러한 조건을 만족시키는 반직선을 그려 보면

$\overrightarrow{\mathrm{AE}}$, $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$, $\overrightarrow{\mathrm{BD}}$, $\overrightarrow{\mathrm{CD}}$야.

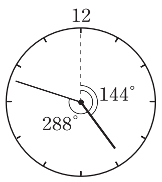


오답피하기

직선 l 위아래에 있는 점들을 이을 때 직선 l과 만나지 않게 하려면 (A, E)와 (B, C, D)끼리 연결되어야겠지? 그러면 A, E와 순서대로 B에서부터 C, D 이렇게 하나씩 잇고 마지막으로 C, D를 서로 이으면 반직선 4개가 나와.

133 답 305°

1st 4시 48분에 시침과 분침에 이루는 각의 크기를 구하자.



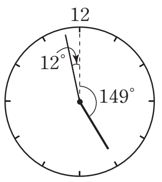
4시에 시침은 눈금 12와 120°를 이루지? 시침은 1분에 0.5°씩 움직이므로 4시 48분에 시침은 눈금 12로 부터 $120^\circ+0.5^\circ\times 48=144^\circ$만큼 이동해.

분침은 1분에 6°씩 움직이므로 4시 48분에 분침은 눈금 12로 부터 $6^\circ\times 48=288^\circ$만큼 이동해.

따라서 4시 48분에 시침과 분침이 이루는 각 중 작은 각의 크기는

$\angle x=288^\circ-144^\circ=144^\circ$

2nd 10분 후, 즉 4시 58분에 시침과 분침이 이루는 각의 크기를 구하자.



10분 후는 4시 58분이므로 시침은 눈금 12로부터 $144^\circ+0.5^\circ\times 10=149^\circ$만큼 이동해.

분침은 눈금 12로부터 시계 반대 방향으로 12°를 이루어.

따라서 4시 58분에 시침과 분침이 이루는 각 중 작은 각의 크기는

$\angle y=12^\circ+149^\circ=161^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=144^\circ+161^\circ=305^\circ$

[다른 풀이]

4시 58분에서 분침은 눈금 12와

$288^\circ+6^\circ\times 10=348^\circ$의 각을 이루지?

이때, 4시 58분에 시침과 분침이 이루는 각의 크기는

$348^\circ-149^\circ=199^\circ$로 180°보다 크므로 시침과 분침이 이루는 작은 각의 크기는

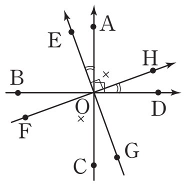
$360^\circ-199^\circ=161^\circ$

(이하 동일)

134 답 $69°$

1st 직각과 맞꼭지각을 이용하여 각의 크기를 식으로 나타내어 보자.

$\angle EOH=\angle AOD=90°$이고
$\angle EOA+\angle AOH=90°$,
$\angle DOH+\angle AOH=90°$이므로
$\therefore \angle EOA=\angle DOH$



이때, $\angle EOA+\angle DOH=42°$이므로

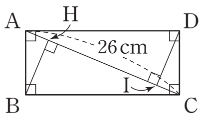
$\angle EOA=\angle DOH=\frac{1}{2}\times 42°=21°$

따라서 맞꼭지각의 성질에 의하여
$\angle COF=\angle AOH=90°-\angle EOA=90°-21°=69°$

135 답 ①

1st 두 점 B, D와 $\overline{AC}$ 사이의 거리를 나타내는 선분을 각각 그리자.

그림과 같이 두 점 B, D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, I라 하면 두 점 B, D와 $\overline{AC}$ 사이의 거리는 각각 $\overline{BH}$, $\overline{DI}$의 길이야.



$\therefore \overline{BH}=a$ cm, $\overline{DI}=b$ cm

2nd 직사각형의 넓이는 두 직각삼각형의 넓이의 합과 같음을 이용하자.

직사각형 ABCD의 넓이가 240 cm^2이므로

$\square ABCD=\triangle ABC+\triangle CDA$

$=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BH}+\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{DI}$

$=\frac{1}{2}\times 26\times a+\frac{1}{2}\times 26\times b$

$=240$

$13(a+b)=240$

$\therefore a+b=\frac{240}{13}$

J 평행선의 성질과 위치 관계

개념 다지기 001~056 정답은 p. 2에 있습니다.

유형 다지기 학교시험+학력평가 문제편 p. 38

057 답 ③

$\angle c$의 동위각은 $\angle g$, 엇각은 $\angle e$야.

058 답 ⑤

⑤ $\angle c$의 엇각은 $\angle d$이며 이것은 크기가 $120°$인 각과 맞꼭지각이므로 $\angle d=120°$

059 답 ③

두 직선 n, l에서의 $\angle a$의 동위각은 각각 $\angle c$, $\angle f$야.

오답피하기

동위각은 같은 위치에 있는 각이지? $\angle e$와 $\angle h$는 각각 $\angle c$와 $\angle f$의 맞꼭지각이지만 동위각은 아니야. 또한, $\angle a$와 $\angle c$가 동위각이고 $\angle c$와 $\angle g$가 동위각이지만 $\angle a$와 $\angle g$는 동위각이 아니야. 문제와 같이 세 직선이 교차할 때는 특히 주의하자.

060 답 ④

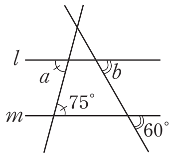
$\angle a=180°-80°=100°$
$l /\!/ m$이므로 $\angle b=\angle a=100°$(엇각)
$\therefore \angle a+\angle b=200°$

061 답 ②

$l /\!/ m$이므로 $\angle a=\angle e$(동위각)이고
$\angle c=\angle a$, $\angle e=\angle g$(맞꼭지각)이지?
$\therefore \angle a=\angle c=\angle e=\angle g$
이때, $\angle b=180°-\angle a$이므로 $\angle a\neq 90°$이면 그 크기가 달라.

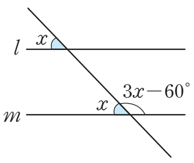
062 답 $135°$

$l /\!/ m$이므로 $\angle a=75°$(엇각),
$\angle b=60°$(동위각)
$\therefore \angle a+\angle b=75°+60°=135°$



063 답 ⑤

$l /\!/ m$이므로
$\angle x+(3\angle x-60°)=180°$에서
$4\angle x=240°$
$\therefore \angle x=60°$

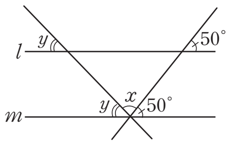


064 답 ④

$l \parallel m$이므로

$\angle x+\angle y+50^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=130^\circ$



065 답 ②

먼저 55°에 대한 맞꼭지각을 찾을 수 있지?

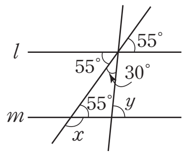
이때, $l \parallel m$이므로

$\angle y=30^\circ+55^\circ$(엇각)$=85^\circ$

55°인 각의 동위각을 직선 m 위에 표시하면

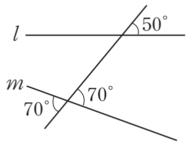
$\angle x+55^\circ=180^\circ \Rightarrow \angle x=125^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=125^\circ+85^\circ=210^\circ$



066 답 ④

④ 각의 크기가 50°인 각의 동위각의 크기가 70°로 같지 않으므로 l과 m은 평행하지 않아.



067 답 ①

ㄱ. $l \parallel m$이면 $\angle b=\angle d$(엇각) (참)

ㄴ. $l \parallel m$이면 $\angle c+\angle d=\angle c+\angle b$(엇각)$=180^\circ$ (참)

ㄷ. $\angle b+\angle d=180^\circ$라도 $l \parallel m$이라 할 수는 없어.
하지만 $\angle b=\angle d$이면 $l \parallel m$이지. (거짓)

ㄹ. $\angle d=\angle e$는 맞꼭지각의 성질에 의하여 항상 성립해.
따라서 $\angle d=\angle e$라 하여 $l \parallel m$인 것은 아니야. (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이야.

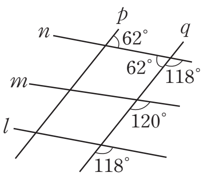
068 답 ②, ⑤

두 직선 p와 q가 직선 n과 각각 만날 때 엇각의 크기가 62°로 같으므로 $p \parallel q$

또, 두 직선 l과 n이 직선 q와 각각 만날 때 동위각의 크기가 118°로 같으므로

$l \parallel n$

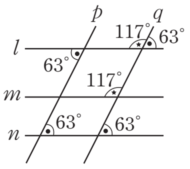
하지만 두 직선 l과 m, 두 직선 n과 m은 동위각의 크기가 118°, 120°로 다르므로 각각 평행하지 않아.



069 답 ⑤

(ⅰ) 두 직선 l과 n이 직선 q와 각각 만날 때, 동위각의 크기가 63°로 같으므로
$l \parallel n$

(ⅱ) 두 직선 l과 m이 직선 q와 각각 만날 때, 동위각의 크기가 117°로 같으므로
$l \parallel m$



(ⅲ) (ⅰ), (ⅱ)에 의하여 두 직선 m와 n이 직선 q와 각각 만날 때, 동위각이나 엇각의 크기가 같으므로 $m \parallel n$이야. 즉, $l \parallel n$, $l \parallel m$이므로 $m \parallel n$

(ⅳ) 두 직선 p와 q가 직선 n과 각각 만날 때, 동위각의 크기가 63°로 같으므로 $p \parallel q$

따라서 평행한 직선은 $l \parallel n$, $l \parallel m$, $m \parallel n$, $p \parallel q$로 모두 4쌍이야.

070 답 ①

$\overleftrightarrow{AD} \parallel \overleftrightarrow{EF}$이므로 동측내각의 성질에 의하여

$\angle x+145^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle x=35^\circ$

마찬가지로 $\overleftrightarrow{EF} \parallel \overleftrightarrow{BC}$이므로 $\angle EBC+145^\circ=180^\circ$

$\angle EBC=35^\circ$이므로 $\angle y=90^\circ-\angle EBC=55^\circ$

$\therefore \angle y-\angle x=20^\circ$

[다른 풀이]

그림과 같이 $\overline{EF}$를 연장하자.

즉, $\overline{AD} \parallel \overline{EF}$이므로 $\overline{AD} \parallel \overrightarrow{FE}$이지?

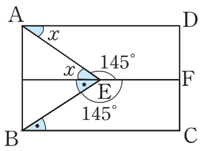
$\angle x+145^\circ=180^\circ \quad \therefore \angle x=35^\circ$

$\angle EBC=180^\circ-145^\circ=35^\circ$

따라서 엇각의 크기가 같으므로

$\angle y=90^\circ-\angle EBC=90^\circ-35^\circ=55^\circ$

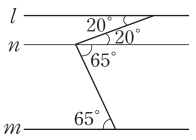
$\therefore \angle y-\angle x=20^\circ$



071 답 ④

그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 보조선 n을 꺾인 점을 지나도록 그으면 엇각의 크기가 서로 같으므로

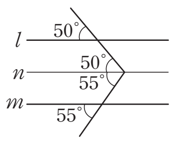
$\angle x=20^\circ+65^\circ=85^\circ$



072 답 ④

그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 보조선 n을 꺾인 점을 지나도록 그으면 동위각의 크기가 서로 같으므로

$\angle x=50^\circ+55^\circ=105^\circ$



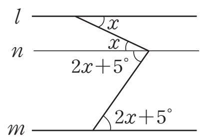
073 답 ②

그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 보조선 n을 꺾인 점을 지나도록 그으면 엇각의 크기가 서로 같으므로

$\angle x+(2\angle x+5^\circ)=80^\circ$

$3\angle x=75^\circ$

$\therefore \angle x=25^\circ$



074 답 ②

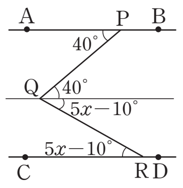
그림과 같이 두 직선 AB, CD와 평행한 직선을 점 Q를 지나도록 그으면 엇각의 크기가 서로 같으므로

$8\angle x+6^\circ=(5\angle x-10^\circ)+40^\circ$

$\qquad\qquad\;=5\angle x+30^\circ$

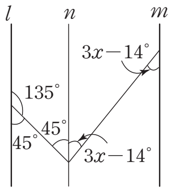
$3\angle x=24^\circ$

$\therefore \angle x=8^\circ$



075 답 ④

그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 보조선 n을 꺾인 점을 지나도록 그으면



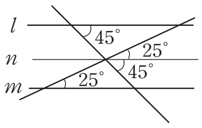
엇각의 크기가 같으므로

$4\angle x+18^\circ=45^\circ+(3\angle x-14^\circ)$

$\therefore \angle x=13^\circ$

076 답 ⑤

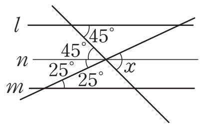
그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 보조선 n을 교차하는 다른 두 직선의 교점을 지나도록 그으면 동위각의 크기가 서로 같으므로



$\angle x=45^\circ+25^\circ=70^\circ$

[다른 풀이]

그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 보조선 n을 긋자. 그럼, 각의 크기가 45°, 25°인 각의 엇각이 보일 거야.

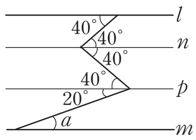


이때, 맞꼭지각의 크기는 같으므로

$\angle x=45^\circ+25^\circ=70^\circ$

077 답 ③

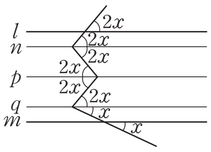
그림과 같이 두 직선 l, m에 평행하고 두 개의 꺾인 점을 각각 지나도록 보조선 n, p를 긋자.



엇각의 크기가 같으므로 $\angle a=20^\circ$

078 답 ②

그림과 같이 두 직선 l, m에 평행하고 세 개의 꺾인 점을 각각 지나도록 보조선 n, p, q를 긋자. 동위각의 크기가 같고 엇각의 크기가 같으므로

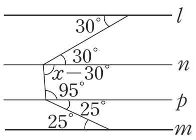


$2\angle x+2\angle x=4\angle x=100^\circ$

$\therefore \angle x=25^\circ$

079 답 ④

그림과 같이 두 직선 l, m에 평행하고 두 개의 꺾인 점을 각각 지나도록 보조선 n, p를 긋자.

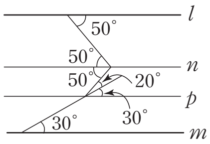


엇각의 크기가 같고 $n /\!/ p$에서 동측내각의 크기의 합이 180°이므로

$(\angle x-30^\circ)+95^\circ=180^\circ$ $\quad\therefore \angle x=115^\circ$

080 답 ③

그림과 같이 두 직선 l, m에 평행하고 두 개의 꺾인 점을 각각 지나도록 보조선 n, p를 긋자.

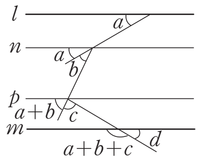


엇각의 크기가 같고 동위각의 크기가 같으므로

$\angle x=50^\circ+50^\circ=100^\circ$

081 답 ⑤

그림과 같이 두 직선 l, m 사이의 직선들의 교점을 지나고 l, m에 평행하게 보조선 n, p를 긋자.



$\angle a$부터 차례대로 동위각의 크기가 같음을 이용하면

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d=180^\circ$

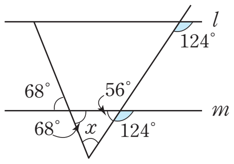
오답피하기

꺾인 점의 모양이 복잡할수록 구하는 방법이 혼동스럽고 어렵지? 이 문제는 기존의 각의 크기의 합이 다른 동위각의 크기가 되는 경우이므로 복잡해. 이때, 꺾인 점에서 평행선을 긋고 두 개의 평행선 사이에서 엇각과 동위각의 크기를 따져 주는 거지. 그럼, 좀 더 쉽게 접근할 수 있어.

082 답 ②

$l /\!/ m$에서 동위각의 크기가 같지?

또, 맞꼭지각의 크기는 같고.



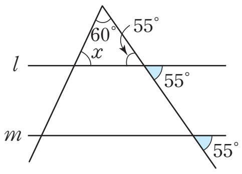
삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로 $\angle x+68^\circ+56^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle x=56^\circ$

083 답 ③

$l /\!/ m$에서 동위각의 크기가 같지?

또, 맞꼭지각의 크기는 같아.

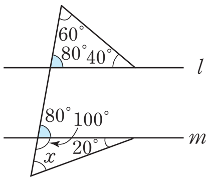


삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로 $\angle x+60^\circ+55^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle x=65^\circ$

084 답 ⑤

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이고 $l /\!/ m$일 때, 동위각의 크기가 같으므로

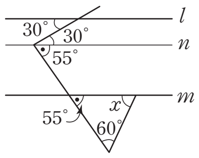


$\angle x+20^\circ+100^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle x=60^\circ$

085 답 65°

그림과 같이 두 직선 l, m에 평행하고 각의 크기가 85°인 꺾인 점을 지나도록 보조선 n을 긋자.



$l /\!/ n /\!/ m$이므로 엇각과 동위각의 크기가 같아. 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle x+60^\circ+55^\circ=180^\circ$

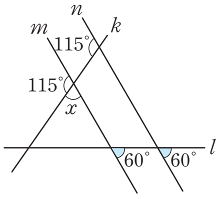
$\therefore \angle x=65^\circ$

086 답 65°

맞꼭지각의 크기는 같고, 동위각의 크기가 60°로 같으므로 $m /\!/ n$이지? 각의 크기가 115°인 각의 동위각을 찾으면

$\angle x+115°=180°$

$\therefore \angle x=65°$

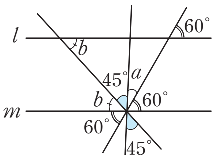


087 답 ④

맞꼭지각의 크기는 같고, 동위각의 크기도 같으므로 $l /\!/ m$이지? 두 직선이 평행할 때 엇각의 크기가 같음을 이용하면 $\angle b$와 크기가 같은 각을 찾을 수 있어.

$\angle a+45°+\angle b+60°=180°$

$\therefore \angle a+\angle b=75°$

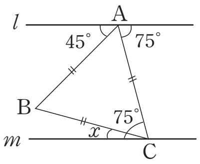


088 답 ②

$l /\!/ m$이고 정삼각형의 한 내각의 크기는 60°이므로

$\angle x+60°=75°$

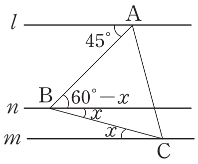
$\therefore \angle x=15°$



[다른 풀이]

$l /\!/ m /\!/ n$이 되도록 점 B를 지나는 보조선 n을 그으면 정삼각형의 한 내각의 크기는 60°이고, $l /\!/ n /\!/ m$이므로 엇각의 크기는 같아. 즉, $45°=60°-\angle x$

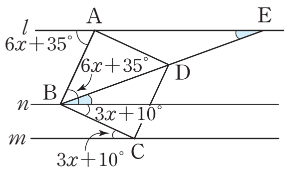
$\therefore \angle x=15°$



오답피하기

> 주어진 삼각형이 정삼각형이면 한 내각의 크기는 60°이겠지? 주어진 그림에서 점 B를 지나는 평행선을 그어보면 $\angle x$의 엇각과 45°의 엇각의 크기의 합이 각 B인 정삼각형의 한 내각의 크기가 되잖아. $45°+\angle x=60°$라 방정식을 세워서 풀면 $\angle x$의 크기가 15°임을 알 수 있어.

089 답 20°



두 직선 l, m에 평행하고 점 B를 지나는 보조선 n을 긋자.

$l /\!/ m /\!/ n$에 의하여

$(6\angle x+35°)+(3\angle x+10°)=90°$

$9\angle x=45°$

$\therefore \angle x=5°$

즉, $3\angle x+10°=25°$이고 $\angle DBC=45°$야.

$l /\!/ n$이므로 엇각의 크기가 같아.

$\therefore \angle AEB=45°-25°=20°$

090 답 ④

$l /\!/ m$이므로 동측내각의 크기의 합은 180°야.

$\therefore \angle CAB+\angle ABD=180°$

$\angle CAB : \angle ABD=3:2$이므로

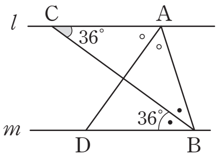
$\angle ABD=180°\times\frac{2}{5}=72°$

이때, $\overline{CB}$는 $\angle ABD$의 이등분선이므로

$\angle CBD=\frac{1}{2}\angle ABD=\frac{1}{2}\times72°=36°$

$l /\!/ m$이므로 엇각의 크기가 같지?

$\therefore \angle ACB=\angle CBD=36°$



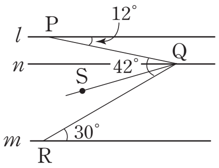
091 답 ②

그림과 같이 두 직선 l, m에 평행한 보조선 n을 꺾인 점을 지나도록 그으면 엇각의 크기가 서로 같으므로

$\angle PQR=12°+30°=42°$

이때, $\angle PQS=2\angle SQR$이지?

$\therefore \angle SQR=\frac{1}{3}\angle PQR=42°\times\frac{1}{3}=14°$



092 답 125°

$\angle EBO=180°-\angle ABO$

$=180°-130°=50°$

$\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$에 평행하고 점 O를 지나는 평행선 GH를 그으면

$\angle OFD=180°-\angle OFC$

$=180°-146°=34°$

$\overleftrightarrow{AB} /\!/ \overleftrightarrow{GH} /\!/ \overleftrightarrow{CD}$로 엇각의 크기가 같으므로

$\angle BOG=\angle EBO=50°$

$\angle GOF=\angle OFD=34°$

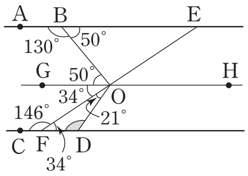
이때, $\angle BOF : \angle FOD=4:1$이므로

$\angle FOD=\frac{1}{4}\angle BOF=\frac{1}{4}\times(50°+34°)=21°$

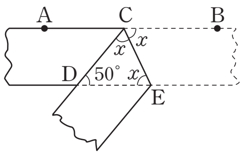
$\triangle OFD$의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle ODF+21°+34°=180°$

$\therefore \angle ODF=125°$



093 답 ⑤



$\overline{AB} /\!/ \overline{DE}$이므로 그림과 같이 $\angle CED=\angle BCE$ (엇각),

$\angle BCE=\angle DCE$ ($\because$ 접은 각)에서

$\angle CED=\angle ECD=\angle x$

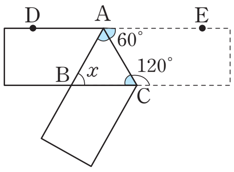
$\triangle CDE$의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle x+\angle x+50°=180°$

$\therefore \angle x=65°$

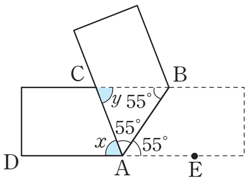
따라서 $\angle CED$의 크기는 65°야.

094 답 ④



$\overleftrightarrow{DE} /\!/ \overleftrightarrow{BC}$이므로
동측내각의 성질에 의하여
$\angle CAE = 180° - 120° = 60°$이고
$\angle ACB = \angle CAE = 60°$ (엇각)
$\angle CAB = \angle CAE = 60°$ ($\because$ 접은 각)
따라서 △ABC의 세 내각의 크기의
합이 180°이므로
$\angle x = 180° - \angle ACB - \angle CAB = 180° - 60° - 60° = 60°$

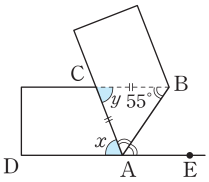
095 답 ④



$\overleftrightarrow{BC} /\!/ \overleftrightarrow{AD}$이므로
그림과 같이
$\angle CBA = \angle BAE = 55°$ (엇각)
$\angle BAC = \angle BAE = 55°$ ($\because$ 접은 각)
$\angle y = \angle x$ (엇각) $= 180° - 2 \times 55° = 70°$
$\therefore \angle x + \angle y = 140°$

오답피하기

다음을 반드시 기억하자. 접은 종이의 경우 $\overline{AD}$를 연장하여 점 E를 표시하자. $\overleftrightarrow{BC} /\!/ \overleftrightarrow{AD}$일 때, 접은 각과 엇각에 대하여 △ABC는 $\overline{CB} = \overline{CA}$인 이등변삼각형이야. 접은 종이의 경우 항상 성립하므로 이해하여 암기하자. 그럼, 이런 유형은 금방 풀릴 거야.



096 답 점 B

직선 l 위에 있는 점은 점 B야. 이때, 두 점 A, C는 직선 l 밖에 있음에 유의하자.

097 답 ②

② 점 A는 직선 l 위에 있지 않아. 즉, 직선 l 밖에 있어.

오답피하기

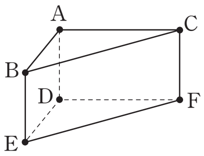
점과 직선의 위치 관계에서 '점이 직선 위에 있다'는 것은 up이 아니라 on임을 반드시 기억하자. 따라서 점이 직선 아래에 있다가 아닌 '점이 직선 밖에 있다'가 반대말이야.
또, 직선은 서로 다른 두 점에 의하여 만들어지고, 평면은 일직선 상에 있지 않은 서로 다른 세 점에 의하여 만들어져.

098 답 ⑤

⑤ 직선 m은 두 점 A와 D를 지나.
반면, 점 B는 직선 m 위에 있지 않아.

099 답 점 D, 점 E, 점 F

면 DEF 위에 있는 점은 세 점 D, E, F이고, 면 DEF 위에 있지 않은 점은 세 점 A, B, C야.



100 답 ⑤

ㄱ. 한 점을 지나는 직선은 무수히 많아. (거짓)
ㄴ. 일치할 수도 있어. (거짓)
ㄷ. $l \perp m$이고 $m \perp n$이면 $l /\!/ n$ (참)
ㄹ. 한 평면에서 두 직선이 평행하지도 않고 한 점에서 만나지도 않는 경우는 일치하는 경우야. (참)
따라서 옳은 것은 ㄷ, ㄹ이야.

101 답 $\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{BC}$

사다리꼴 ABCD에서 $\overleftrightarrow{AD} /\!/ \overleftrightarrow{BC}$이므로
$\angle DAH = \angle AHC = 90°$
따라서 직선 AH에 수직인 직선은 $\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{BC}$야.

102 답 ③

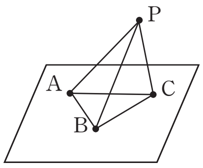
③ 직선 k에 수직인 직선을 그으면 직선 p는 직선 m과 평행하거나 일치할 수 있어.

103 답 ⑤

⑤ 공간에서 꼬인 위치에 있는 두 직선은 한 평면을 결정하지 못해.

104 답 4개

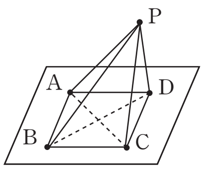
3개의 점이 있으면 평면이 하나 결정되지?



(i) 세 점 A, B, C로 결정되는 평면 ABC
(ii) 세 점 P, A, B로 결정되는 평면 PAB
(iii) 세 점 P, B, C로 결정되는 평면 PBC
(iv) 세 점 P, A, C로 결정되는 평면 PAC
따라서 3개의 점으로 결정되는 평면은 모두 4개야.

105 답 7개

세 점으로 결정되는 평면은 평면 ABCD, 평면 PAB, 평면 PAC, 평면 PAD, 평면 PBC, 평면 PBD, 평면 PCD로 모두 7개야. 평면 위에 있는 네 점 A, B, C, D 중 어느 세 점을 선택하여 모두 같은 평면임에 유의해.

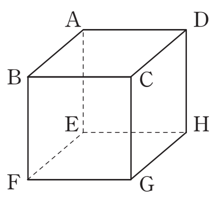


106 답 ④

① 공간에서는 서로 만나지 않는 두 직선은 평행하거나 꼬인 위치에 있어. (거짓)
② 한 평면에 평행한 서로 다른 두 직선은 만나거나 평행하거나 일치하거나 꼬인 위치에 있을 수 있어. (거짓)
③ 한 직선에 수직인 두 직선은 서로 만날 수 있어. (거짓)
⑤ 서로 평행한 두 직선은 한 평면 위에 있어. (거짓)

오|답|피|하|기

공간에서 직선의 위치 관계는 그림과 같이 정육면체를 그려서 생각하면 좀 더 이해하기 쉬워.



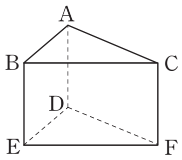
① 【반례】: $\overline{AB}$와 $\overline{FG}$는 꼬인 위치야.

② 【반례】: $\overline{AD}$∥□EFGH이고, $\overline{BC}$∥□EFGH일 때, $\overline{AD}$∥$\overline{BC}$

③ 【반례】: $\overline{BC}$에 대하여 $\overline{BC}\perp\overline{AB}$, $\overline{BC}\perp\overline{BF}$이면 $\overline{AB}$와 $\overline{BF}$는 $\overline{AB}\perp\overline{BF}$로 서로 만나.

⑤ 【반례】: 두 선분 AD, BC는 $\overline{AD}$∥$\overline{BC}$이고 □ABCD 위에 있어.

107 답 ㄱ, ㄴ



ㄱ. 모서리 AC와 모서리 AD는 직교해. (참)

ㄴ. 모서리 AB는 모서리 DE와 평행해. (참)

ㄷ. 모서리 AC는 모서리 DE와 꼬인 위치에 있어. (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이야.

108 답 ⑤

$\overline{AB}$와 $\overline{BH}$는 한 점 B에서 만나지만 직교하지 않아.

오|답|피|하|기

$\overline{AB}$와 $\overline{AH}$가 수직인지 아닌지 혼동할 수 있어. 이럴 때, $\overline{AB}$와 $\overline{AH}$를 포함한 평면이 수직이면 이 평면 위의 선분과도 $\overline{AB}$는 수직이 돼. 즉, $\overline{AB}\perp$□ADHE이므로 $\overline{AB}\perp\overline{AH}$야.
또한, $\overline{AB}\perp\overline{BG}$이므로 $\angle ABG=90^\circ$이고 $\angle ABH<\angle ABG$이므로 $\angle ABH<90^\circ$지?

109 답 ④

공간에서 두 직선이 평행하지도 않고 만나지도 않는 위치를 꼬인 위치라 하지? 즉, 모서리 EH는 모서리 AD와 평행하므로 꼬인 위치에 있지 않아.

110 답 2개

모서리 AD와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{BC}$, $\overline{EF}$로 2개야.

111 답 7

$\overline{AD}$와 평행한 모서리는 $\overline{BC}$, $\overline{FG}$, $\overline{EH}$로 모두 3개, $\overline{BF}$와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{AD}$, $\overline{CD}$, $\overline{EH}$, $\overline{GH}$로 모두 4개야.
따라서 $a=3$, $b=4$이므로 $a+b=7$

오|답|피|하|기

$\overline{AD}$와 평행한 모서리는 $\overline{BC}$, $\overline{FG}$, $\overline{EH}$ 이렇게 세 개가 있고 $\overline{BF}$와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{AD}$, $\overline{CD}$, $\overline{EH}$, $\overline{GH}$ 이렇게 네 개야. $\overline{BF}$와 꼬인 위치에 있을 것 같은 $\overline{AE}$, $\overline{DH}$, $\overline{CG}$ 등의 직선은 그 연장선을 그어서 사각뿔 형태를 다시 만들 수 있으니 깐 $\overline{BF}$와 한 점에서 만나는 관계가 돼.

112 답 5개

평면 ABCD는 평면 EFGH와 평행하므로 평면 EFGH 위의 모든 선분과 평행해.
따라서 평면 ABCD와 평행한 선분은 $\overline{EF}$, $\overline{FG}$, $\overline{GH}$, $\overline{HE}$, $\overline{EG}$로 5개야.

113 답 9

평면 P와 수직인 모서리는 $\overline{AD}$, $\overline{BE}$, $\overline{CF}$로 3개야.
$\therefore a=3$
평면 P와 평행한 모서리는 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$로 3개야.
$\therefore b=3$
평면 P에 포함되는 모서리는 $\overline{DE}$, $\overline{EF}$, $\overline{FD}$로 3개야.
$\therefore c=3$
$\therefore a+b+c=3+3+3=9$

114 답 ⑤

⑤ 직선과 평면의 위치 관계에서는 꼬인 위치가 없어.

오|답|피|하|기

평면과 직선의 위치 관계는 평행, 포함, 만남 3개야. 즉, 평면과 직선의 위치 관계에서는 꼬인 위치가 존재하지 않아. 평행 관계와 혼동하지 말자.

115 답 12

모서리 AB와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{CH}$, $\overline{DI}$, $\overline{EJ}$, $\overline{GH}$, $\overline{HI}$, $\overline{IJ}$, $\overline{FJ}$로 7개야.
$\therefore a=7$
모서리 BG와 평행한 면은 면 CHID, 면 DIJE, 면 AFJE로 3개야.
$\therefore b=3$
모서리 CH와 수직인 면은 면 ABCDE, 면 FGHIJ로 2개야.
$\therefore c=2$
$\therefore a+b+c=7+3+2=12$

116 답 ⑤

① $\overline{BD}$와 꼬인 위치에 있는 선분은 $\overline{AE}$, $\overline{CG}$, $\overline{EF}$, $\overline{FG}$, $\overline{GH}$, $\overline{HE}$로 6개 (참)
② $\overline{AE}$와 평행한 모서리는 $\overline{BF}$, $\overline{CG}$, $\overline{DH}$로 3개 (참)
③ 면 ABCD에 수직으로 만나는 모서리는 $\overline{AE}$, $\overline{BF}$, $\overline{CG}$, $\overline{DH}$로 4개 (참)
④ $\overline{BC}$와 수직인 면은 면 ABFE, 면 CGHD로 2개 (참)
⑤ 면 BFHD에 평행한 모서리는 $\overline{AE}$, $\overline{CG}$로 2개 (거짓)

117 답 ③

① $l /\!/ P$이고 $m /\!/ P$이면 만날 수도 꼬인 위치에 있을 수도 있어.
② 공간에서 $l\perp m$, $l\perp n$이면 m과 n은 꼬인 위치에 있을 수 있어.
④ 공간에서 $l\perp P$, $l\perp n$이면 n은 P에 포함될 수 있어.
⑤ $l /\!/ P$, $m\perp P$이면 $l\perp m$이거나 꼬인 위치야.

118 답 ⑤

평면 ABCD와 평행한 평면은 평면 EFGH야.

119 답 ②

① 평면 ABCD에 평행한 선분은 $\overline{EF}$, $\overline{FG}$, $\overline{GH}$, $\overline{EH}$, $\overline{EG}$로 5개야. (참)

② 평면 ABFE와 만나는 평면은 평면 ABCD, 평면 EFGH, 평면 AEHD, 평면 BFGC, 평면 AEGC로 5개야. (거짓)

③ 평면 BFGC와 평면 ABCD는 서로 수직이야. (참)

④ 평면 AEHD와 평면 CGHD의 교선은 $\overline{DH}$이지? (참)

⑤ 평면 AEGC에 평행한 모서리는 $\overline{BF}$, $\overline{DH}$로 2개야. (참)

120 답 ②

ㄱ. l, m은 꼬인 위치일 수도 있어. (거짓)

ㄴ. $l \perp P$이고 $l /\!/ Q$이면

P와 Q는 서로 다른 평면이므로 $P \perp Q$야. (참)

ㄷ. $l \perp P$이고 $m \perp P$이면 $l /\!/ m$이야. (거짓)

ㄹ. $l \perp m$이고 $l \perp P$이면 직선 m이 평면 P에 포함되는 경우도 있어. (거짓)

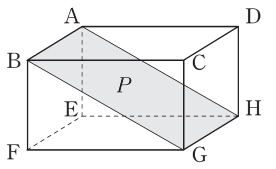
따라서 옳은 것은 ㄴ뿐이야.

121 답 ②

② 모서리 AE는 평면 P와 한 점 A에서 만나지만 수직은 아니야.

오|답|피|하|기

④, ⑤도 옳지 않은 것으로 골랐다면 문제를 제대로 이해하지 못한 거야. 평면 P는 세 점 A, B, H를 지나는 거지, 면 ABH를 말하는 건 아니야. 즉, 평면 P는 면 ABH를 지나도록 자른 단면과 같이 생각해야 해. 따라서 점 G는 평면 P 위에 있고 $\overline{CG}$와 점 G에서 만나.



122 답 4개

면 EFGH에 수직인 면은 면 CFG, 면 CGHD, 면 AEHD, 면 AFE로 총 4개야.

123 답 ①

모서리 AF와 평행한 면은 면 DHGC야.

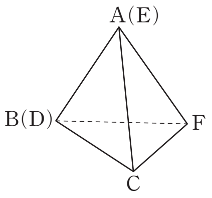
124 답 ⑤

⑤ $\overline{DI}$와 $\overline{FG}$는 꼬인 위치에 있어. (거짓)

반면, $\overline{DI}$는 $\overline{HG}$, $\overline{AJ}$, $\overline{EF}$와 평행하고, $\overline{FG}$는 $\overline{IJ}$, $\overline{AD}$, $\overline{EH}$와 평행해.

125 답 ②

전개도로 만들어진 입체도형은 그림과 같으므로



① $\overline{AB}$와 $\overline{CF}$는 꼬인 위치

② $\overline{AC}$와 $\overline{DE}$는 한 점에서 만남

③ $\overline{AF}$와 $\overline{CD}$는 꼬인 위치

④ $\overline{BC}$와 $\overline{EF}$는 꼬인 위치

⑤ $\overline{CF}$와 $\overline{DE}$는 꼬인 위치

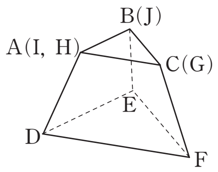
126 답 12

모서리 AB와 평행한 모서리는 $\overline{DE}$ $\quad \therefore a=1$

모서리 AB와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{CF}$, $\overline{DF}$, $\overline{EF}$ $\quad \therefore b=3$

모서리 AB와 한 점에서 만나는 모서리는 $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{BE}$ $\quad \therefore c=4$

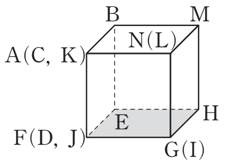
$\therefore abc=1\times3\times4=12$



127 답 ④

모서리 BM은 $\overline{IJ}$, $\overline{AN}$, $\overline{LK}$와 평행하고 $\overline{MH}$와는 한 점에서 만나.

따라서 꼬인 위치에 있는 것은 $\overline{NG}$야.

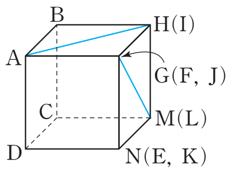


오|답|피|하|기

전개도를 접어서 정육면체를 그릴 수 있다면 좋겠지만 그렇게 그리게 되면 두 점 A와 C, 두 점 D와 F 같이 겹치는 점이 많아져서 헷갈리게 돼. 풀이와 같이 전개도에서 밑면이 될 수 있는 면 ABMN, 면 FEHG를 기준으로 입체도형을 만들어 겹쳐지는 부분의 꼭짓점을 정리하여 그림에 표시하면 묻고자 하는 위치 관계가 한눈에 들어올 거야.

128 답 5개

모서리 AB와 꼬인 위치에 있는 선분은 $\overline{DN}$, $\overline{MC}$, $\overline{LI}$, $\overline{EF}$, $\overline{LJ}$로 5개야.



잘 틀리는 유형 훈련+1up

문제편 p. 50

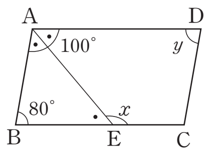
129 답 ③

1st 평행사변형의 성질을 이용하여 식을 세우자.

평행사변형 ABCD에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로

$2\bullet+80°=180°$에서 $2\bullet=100°$

$\therefore \bullet=50°$



2nd $\angle x$, $\angle y$의 크기를 각각 구하여 $\angle x+\angle y$의 값을 구하자.

또한, $\angle DAE=\angle AEB=\bullet$(엇각)이므로 $\angle x+\bullet=180°$

$\therefore \angle x=180°-50°=130°$

$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$에 의하여 $\angle A+\angle D=180°$이므로

$\angle y=180°-100°=80°$

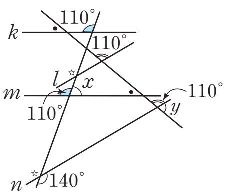
$\therefore \angle x+\angle y=130°+80°=210°$

오|답|피|하|기

평행사변형 ABCD가 주어졌으면 정의에 의해 대변이 서로 평행함을 알아야 평행선의 성질을 이용할 수 있겠지? 또한, 이웃한 두 각의 크기의 합이 180°임을 기억하면 $\angle y$의 크기를 좀 더 빠르게 계산할 수 있어. 즉, $\angle y+100°=180°$이므로 $\angle y=80°$

130 답 140°

1st $k /\!/ m$임을 찾아 $\angle x$의 크기를 구해.



두 직선 k, m에서 동위각인 •의 크기 40°로 같으므로 $k /\!/ m$이야.

$k /\!/ m$이므로 동위각의 크기가 같아.

즉, $110^\circ + \angle x = 180^\circ$이므로

$\angle x = 70^\circ$

2nd $l /\!/ n$임을 찾아 $\angle y$의 크기를 구해.

두 직선 l, n에서 맞꼭지각과 동위각인 ☆의 크기가 140°로 같으므로 $l /\!/ n$이야.

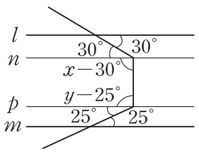
즉, $110^\circ + \angle y = 180^\circ$이므로

$\angle y = 70^\circ$

$\therefore \angle x + \angle y = 140^\circ$

131 답 235°

1st 꺾인 점을 지나도록 보조선을 긋고 평행선의 성질을 이용하여 $\angle x + \angle y$의 값을 구하자.



두 직선 l, m에 평행하고 두 꺾인 점을 각각 지나는 보조선 n, p를 긋자. $l /\!/ n$, $m /\!/ p$이므로 엇각의 크기가 같고, $n /\!/ p$이므로 동측내각의 크기의 합이 180°이지? 즉,

$(\angle x - 30^\circ) + (\angle y - 25^\circ) = 180^\circ$

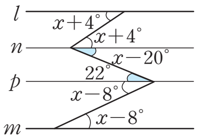
$\therefore \angle x + \angle y = 235^\circ$

오답피하기

꺾인 점이 2개이니까 이 점에서 보조선을 각각 그어야겠지? 그런데 이런 유형의 문제에서 $\angle x$, $\angle y$의 크기를 각각 구하려 하면 문제의 조건이 부족하여 구할 수 없을 거야. 즉, 문제에서 두 각의 크기의 합을 구해야 하므로 미지수로 각을 표시하면서 $\angle x + \angle y$의 꼴을 유도해야 해.

132 답 42°

1st 꺾인 점을 지나도록 보조선을 긋고 평행선의 성질을 이용하여 $\angle x$의 크기를 구하자.



두 직선 l, m에 평행하고 꺾인 점을 각각 지나는 보조선 n, p를 긋자.

$l /\!/ n$에 의하여

$2\angle x - 16^\circ - (\angle x + 4^\circ) = \angle x - 20^\circ$

$m /\!/ p$에 의하여

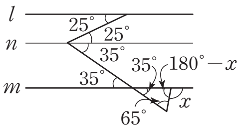
$\angle x + 14^\circ - (\angle x - 8^\circ) = 22^\circ$

따라서 $n /\!/ p$이므로

$\angle x - 20^\circ = 22^\circ \quad \therefore \angle x = 42^\circ$

133 답 ①

1st 꺾인 점을 지나도록 보조선을 긋고 평행선의 성질을 이용하자.



두 직선 l, m에 평행하고 꺾인 점을 지나도록 보조선 n을 긋자.

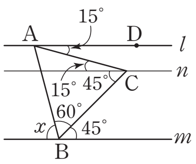
$l /\!/ n$, $m /\!/ n$이므로

엇각의 크기가 같고 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$35^\circ + 65^\circ + (180^\circ - \angle x) = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 100^\circ$

134 답 75°

1st 꺾인 점을 지나도록 보조선을 긋고 평행선의 성질과 삼각형 ABC가 정삼각형임을 이용하자.



$\triangle$ABC가 정삼각형이므로

$\angle ACB = \angle ABC = 60^\circ$이지.

이때, 두 직선 l, m에 평행하고 꼭짓점 C를 지나는 보조선 n을 긋자.

$l /\!/ n /\!/ m$이므로 엇각의 크기가 같지?

$\angle ACB - 15^\circ = 60^\circ - 15^\circ = 45^\circ$이므로

$\angle x + 60^\circ + 45^\circ = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 75^\circ$

[다른 풀이]

$\angle BAC = 60^\circ$이므로

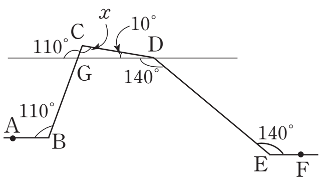
$\angle x = \angle DAB$ (엇각)

$= 60^\circ + 15^\circ = 75^\circ$

135 답 ③

1st 도로 AB, EF와 평행인 보조선을 그어 평행선에서 같은 동위각과 엇각의 크기를 표시하자.

$\overleftrightarrow{BA}$, $\overleftrightarrow{EF}$에 평행하고 점 D를 지나는 보조선인 $\overleftrightarrow{DG}$를 긋자.

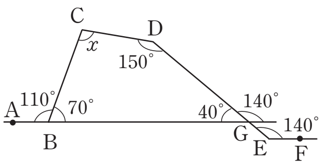


2nd $\angle x$의 크기를 구하자.

$\triangle$CGD의 세 내각의 크기가 그림과 같으므로

$\angle x + (150^\circ - 140^\circ) + (180^\circ - 110^\circ) = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 100^\circ$

[다른 풀이]



$\overleftrightarrow{BA} /\!/ \overleftrightarrow{EF}$이고 사각형의 내각의 크기의 합은 360°이므로

□BGDC에서

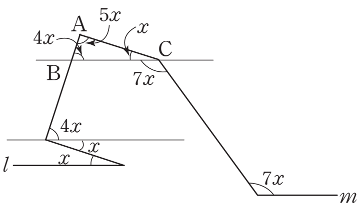
$\angle x + 70^\circ + 40^\circ + 150^\circ = 360^\circ$

$\therefore \angle x = 100^\circ$

136 답 ⑤

1st 두 직선 l, m과 평행한 보조선을 그어 평행선에서 같은 동위각과 엇각의 크기를 표시하자.

그림과 같이 두 직선 l, m에 평행하게 보조선 2개를 긋자.



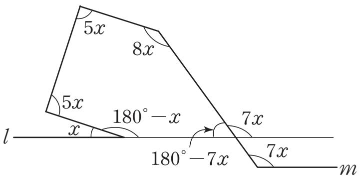
2nd $\angle x$의 크기를 구하자.

$\triangle$ABC의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$5\angle x + 4\angle x + \angle x = 180^\circ$, $10\angle x = 180^\circ$

$\therefore \angle x = 18^\circ$

[다른 풀이]



$l /\!/ m$이고 오각형의 내각의 크기의 합은 $540°$이므로

$5\angle x+5\angle x+8\angle x+(180°-\angle x)+(180°-7\angle x)=540°$

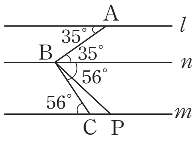
$10\angle x=180°$

$\therefore\ \angle x=18°$

137 답 ②

1st 꺾인 점을 지나도록 보조선을 긋고 $\angle ABC$의 크기를 구하자.

두 직선 l, m에 평행하고 점 B를 지나도록 직선 n을 그으면 $l /\!/ n /\!/ m$이므로



$\angle ABC=35°+56°=91°$

2nd 각의 크기의 비를 이용하여 $\angle ABP$의 크기를 구하자.

$\angle ABP : \angle PBC=5:2$이므로

$\angle ABP=\frac{5}{7}\angle ABC=\frac{5}{7}\times 91°=65°$

138 답 $60°$

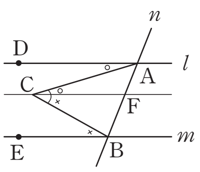
1st 보조선을 긋고, 각의 크기의 비를 이용하여 $\angle DAC$, $\angle EBC$의 크기를 각각 나타내자.

$\angle BAC=\frac{2}{3}\angle BAD$에서

$\angle DAC=\frac{1}{3}\angle BAD$

$\angle ABC=\frac{2}{3}\angle ABE$에서

$\angle EBC=\frac{1}{3}\angle ABE$



2nd $\angle ACB$의 크기를 구하자.

그런데 $l /\!/ m$이므로 엇각의 크기가 같고, 동측내각의 크기의 합은 $\angle BAD+\angle ABE=180°$야.

$\therefore\ \angle ACB=\angle ACF+\angle BCF$

$=\angle DAC+\angle EBC$

$=\frac{1}{3}(\angle BAD+\angle ABE)$

$=\frac{1}{3}\times 180°=60°$

139 답 $60°$

1st 접은 종이의 성질을 이용하여 $\angle GED$의 크기를 구해.

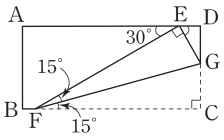
$\angle EFG=\angle GFC=15°$(∵ 접은 각)

$\angle AEF=\angle EFC$(엇각)

$=15°+15°=30°$

이때, $\angle AED$는 평각이므로

$\angle GED=180°-(30°+90°)=60°$



140 답 ③

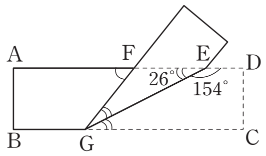
1st 평행선의 성질과 접은 도형의 성질을 이용하면 $\angle FEG$, $\angle EGC$, $\angle FGE$의 크기를 각각 구할 수 있지?

$\angle FEG=180°-\angle DEG$

$=180°-154°=26°$

$\angle FGE=\angle EGC$(∵ 접은 각)

$=\angle FEG$(엇각)$=26°$



2nd 평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만나서 생기는 엇각의 크기는 같아.

$\therefore\ \angle AFG=\angle FGC$(엇각)$=\angle FGE+\angle EGC$

$=26°+26°=52°$

오답피하기

여기서 한 가지 주의해야 할 것은 $\angle EGC$와 $\angle EGF$의 관계인데 두 각의 크기가 같다는 걸 알아야 돼. 생각을 해보면 접어서 올려진 부분의 종이와 접어서 올려지기 전에 원래 있던 부분의 종이는 같은 거니깐 두 각의 크기가 같을 수밖에 없는 거야.

141 답 ④

1st 팔면체의 모서리 BC와 꼬인 위치에 있는 모서리를 찾자.

모서리 BC와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{AF}$, $\overline{DF}$, $\overline{AE}$, $\overline{DE}$로 4개야.

142 답 $\overline{GH}$, $\overline{VA}$

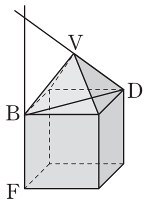
1st 두 모서리 BC, BF와 각각 꼬인 위치에 있는 모서리를 찾아 공통인 모서리를 구해.

모서리 BC와 꼬인 위치인 것은 $\overline{AE}$, $\overline{DH}$, $\overline{EF}$, $\overline{GH}$, $\overline{VA}$, $\overline{VD}$이고, 모서리 BF와 꼬인 위치인 것은 $\overline{EH}$, $\overline{GH}$, $\overline{AD}$, $\overline{CD}$, $\overline{VA}$, $\overline{VC}$이므로 동시에 꼬인 위치인 것은 $\overline{GH}$, $\overline{VA}$야.

오답피하기

모서리 BF와 $\overline{VD}$는 왜 꼬인 위치가 아닐까?

먼저 모서리 BF와 모서리 VD의 연장선을 긋자. 이때, $\overrightarrow{FB}$와 $\overline{BD}$로 이루어진 평면은 삼각형 VBD를 포함하지? 즉, 삼각형 VBD의 세 변은 $\overrightarrow{FB}$와 $\overline{BD}$로 이루어진 평면 위의 직선이야. 따라서 $\overline{BF}$와 $\overline{VD}$의 연장선은 같은 평면 위에 있는 평행하지 않은 두 직선이므로 한 점에서 만나게 되겠지?



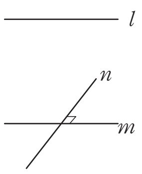
문제의 그림에서 꼬인 위치처럼 보인다고 해서 단순하게 생각하면 안 돼. 항상 연장선과 보조선을 긋고 두 직선이 정말로 만나지 않는지 확인하자!

143 답 ④

1st 각각의 경우의 위치 관계를 그림으로 그려가면서 참, 거짓을 판단하자.

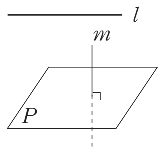
① [그림 1]과 같이 $l /\!/ m$, $m \perp n$이지만 l과 n이 꼬인 위치인 경우도 있어.

② $P \perp Q$, $Q \perp R$이면 만나거나 $P /\!/ R$야.



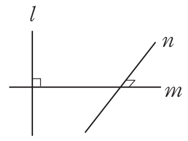
[그림 1]

③ [그림 2]와 같이 $l /\!/ P$, $m \perp P$이지만 m과 l이 꼬인 위치인 경우도 있어.



[그림 2]

⑤ [그림 3]과 같이 $l \perp m$, $m \perp n$이지만 l과 n이 한 점에서 만나거나, 꼬인 위치인 경우도 있어.



[그림 3]

오|답|피|하|기

공간에서 직선과 평면의 위치 관계를 문제와 같이 기호로 표시하게 되면 머릿속에 그려지지 않아서 풀이가 힘든 경우가 많지. 직접 그림을 그려 가면서 하나씩 따져 주자.

144 답 ㄱ

1st 공간에서 직선과 평면, 평면과 평면의 위치 관계를 생각해 봐.

ㄱ. $l \perp P$이고 $l /\!/ Q$이면 $P \perp Q$야. (참)

ㄴ. $P \perp Q$, $Q \perp R$이면 두 평면 P와 R는 만나거나 평행해. (거짓)

ㄷ. $l \perp m$, $l \perp n$이면 두 직선 m, n은 한 점에서 만나거나 꼬인 위치에 있을 수도 있어. (거짓)

ㄹ. $P /\!/ Q$, $Q \perp R$이면 $P \perp R$야. (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ뿐이야.

145 답 ⑤

1st 공간에서의 직선과 평면, 평면과 평면 사이의 위치 관계를 생각하면서 옳은 것을 찾자.

① 평면 EFG와 평면 FCG는 만나는 평면이야. 또한, 평면과 평면 사이의 위치 관계에서는 꼬인 위치를 생각할 수 없어. (거짓)

② 두 모서리 AB와 CF는 꼬인 위치에 있어. (거짓)

③ 평면 EFG와 모서리 CG는 한 점에서 만나. 수직인 모서리는 $\overline{EA}$, $\overline{FB}$, $\overline{GD}$야. (거짓)

④ 평면 ABFE와 평면 EFG의 교선은 $\overline{EF}$야. (거짓)

⑤ 평면 EFG와 평면 ABCD는 서로 평행하므로 두 평면 사이의 거리는 항상 같고, 이 거리는 두 평면의 공통 수선의 길이로 $\overline{FB}$ 또는 $\overline{EA}$ 또는 $\overline{GD}$의 길이가 돼. (참)

146 답 ④

1st 입체도형에서 각 면과 모서리의 위치 관계를 생각하면서 참, 거짓을 구별하자.

① 모서리 AP와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{DH}$, $\overline{HG}$, $\overline{CG}$, $\overline{DC}$, $\overline{HE}$, $\overline{GQ}$로 6개야. (참)

② 모서리 CG와 수직으로 만나는 모서리는 $\overline{AC}$, $\overline{GQ}$, $\overline{DC}$, $\overline{GH}$로 4개야. (참)

③ 모서리 AD에 평행한 면은 면 CQG, 면 HEPQG로 2개야. (참)

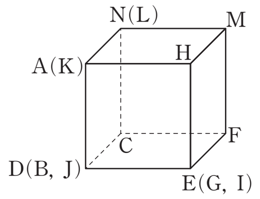
④ 면 HEPQG와 수직으로 만나는 모서리는 $\overline{AE}$, $\overline{DH}$, $\overline{CG}$로 3개야. (거짓)

⑤ 모서리 DC와 한 점에서 만나는 면은 면 AEHD, 면 CQG, 면 APQC로 3개야. (참)

147 답 ④

1st 전개도를 입체화하여 정육면체에서 면 HIJK와 평행한 모서리를 찾자.

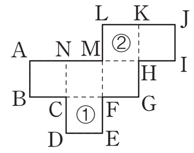
우선 그림과 같이 전개도를 입체화하자.

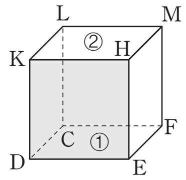


평행한 면 위의 모든 모서리가 평행하므로 면 HIJK와 평행한 모서리는 $\overline{NM}$, $\overline{NC}$, $\overline{MF}$, $\overline{CF}$야. 그런데 $\overline{ED}$는 면 HIJK에 포함되지?

오|답|피|하|기

기존 정육면체의 전개도가 아니라 좀 혼동될 수도 있어.



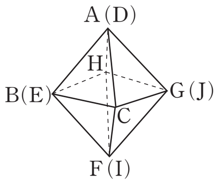


①을 밑면으로 하면 ②가 윗쪽으로 오게 됨을 알 수 있지? 이렇게 한 면을 기준으로 입체화하고 꼭짓점을 표시한 뒤 겹치는 꼭짓점을 모두 빠짐없이 적어주면 돼. 많은 연습이 필요하므로 잘 되지 않을 때에는 종이로 잘라 만들어 보는 연습을 하자.

148 답 7개

1st 전개도로 만들어진 입체도형을 생각하자.

주어진 전개도로 만들어진 도형은 정팔면체야.



2nd 면 ABC와 만나는 면의 개수와 평행한 모서리의 개수를 각각 찾아 그 합을 구하자.

면 ABC와 만나는 면은 면 DEH, 면 DCG, 면 DGH, 면 FBC, 면 IEH, 면 FCG로 6개야.

면 ABC와 평행한 면은 면 HIJ로 1개이므로 구하는 답은 $6+1=7$(개)야.

서술형 다지기

문제편 p. 54

[149-150 채점기준표]

Ⅰ	평행선의 성질을 이용한다.	30%
Ⅱ	엇각(또는 평각)의 성질을 이용한다.	30%
Ⅲ	엇각(또는 동위각)의 성질을 이용한다.	40%

149 답 $\angle a=116^\circ$, $\angle b=96^\circ$, $\angle c=32^\circ$

먼저, 동위각을 이용하여 $\angle a$의 크기를 구하자.

$\angle a$의 동위각의 크기를 이용하면

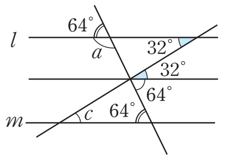
$\angle a=180^\circ-64^\circ=116^\circ$ … Ⅰ

그다음, 엇각을 이용하여 $\angle c$의 크기를 구하자.

$\angle c$의 엇각의 크기를 이용하면

$\angle c=32^\circ$ … Ⅱ

그래서, $\angle b$의 크기를 구하자.



$\angle b$의 꼭짓점을 지나고 두 직선 l, m에 평행한 직선을 그으면 엇각의 성질에 의하여 $\angle b=64^\circ+32^\circ=96^\circ$ … Ⅲ

150 답 140°

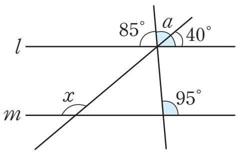
먼저, 동위각 또는 엇각의 성질을 이용하여 두 직선이 평행임을 보이자.

평각의 크기는 180°이므로 그림에서

$\angle a=180^\circ-85^\circ=95^\circ$이다.

따라서 동위각의 크기가 같으므로

$l /\!/ m$ … Ⅰ



그다음, 평각의 성질을 이용하여 직선 l 위의 빈 각의 크기를 구하자.

그림에서 직선 l 위의 빈 각의 크기는

$180^\circ-85^\circ-40^\circ=55^\circ$ … Ⅱ

그래서, $\angle x$의 크기를 구하자.

평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만나서 생기는 동위각의 크기가 같으므로 $\angle x=85^\circ+55^\circ=140^\circ$ … Ⅲ

[151-152 채점기준표]

Ⅰ	평행한 모서리를 찾아 개수를 구한다.	40%
Ⅱ	꼬인 위치에 있는 모서리를 찾아 그 개수를 구한다.	40%
Ⅲ	구한 모서리의 개수의 합을 계산한다.	20%

151 답 8

먼저, a, b의 값을 각각 구하자.

모서리 AB와 평행한 모서리는 모서리 EF로 1개이므로

$a=1$ … Ⅰ

모서리 BF와 평행한 모서리는 모서리 AE, DH, CG로 3개이므로

$b=3$

그다음, c의 값을 구하자.

모서리 BC와 꼬인 위치에 있는 모서리는 모서리 AE, DH, EF, HG로 모두 4개이므로

$c=4$ … Ⅱ

그래서, $a+b+c$의 값을 구하자.

$\therefore a+b+c=8$ … Ⅲ

152 답 11

먼저, a의 값을 구하자.

$\overline{\mathrm{ED}}$와 평행한 모서리는 모서리 AB, GH, IJ로 3개이므로

$a=3$ … Ⅰ

그다음, b의 값을 구하자.

$\overline{\mathrm{CD}}$와 꼬인 위치에 있는 모서리는 모서리 GH, HI, IJ, GJ, AG, BH, FI, EJ로 모두 8개이므로

$b=8$ … Ⅱ

그래서, $a+b$의 값을 구하자.

$\therefore a+b=3+8=11$ … Ⅲ

153 답 $l /\!/ n$, 해설 참조

그림에서 평행할 것 같은 직선을 먼저 추측하면 l과 n, m과 p이다. … Ⅰ

엇각의 크기가 75°로 같으므로 두 직선 l과 n은 서로 평행하다.

동위각의 크기가 94°와 95°로 같지 않으므로 두 직선 m과 p는 평행하지 않다. … Ⅱ

따라서 두 직선 l과 n이 평행하므로 이를 기호로 나타내면

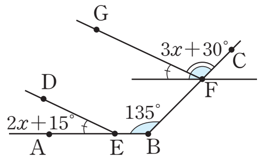
$l /\!/ n$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	평행할 것 같은 직선을 알아본다.	20%
Ⅱ	동위각 또는 엇각의 성질을 이용하여 평행임을 설명한다.	50%
Ⅲ	평행한 직선을 기호로 나타낸다.	30%

154 답 18°

그림과 같이 점 F를 지나면서 직선 AB와 평행한 직선을 긋는다.



… Ⅰ

평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만나서 생기는 동위각의 크기는 같으므로 $\angle\mathrm{DEA}+\angle\mathrm{GFC}=135^\circ$임을 이용하여 식을 세우자.

$(2\angle x+15^\circ)+(3\angle x+30^\circ)=135^\circ$ … Ⅱ

$5\angle x+45^\circ=135^\circ$

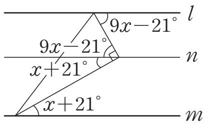
$5\angle x=90^\circ$

$\therefore \angle x=18^\circ$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	점 F를 지나고 $\overleftrightarrow{\mathrm{AB}}$와 평행한 보조선을 긋는다.	30%
Ⅱ	평행한 직선에서 동위각의 성질을 이용한다.	40%
Ⅲ	$\angle x$의 크기를 구한다.	30%

155 답 $9°$



두 직선 l, m에 평행하고 직각삼각형 모양의 자의 직각을 지나는 보조선 n을 긋자. … Ⅰ

$l /\!/ m /\!/ n$에서 엇각의 크기가 같으므로

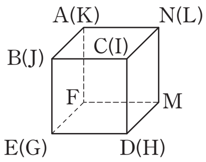
$(9\angle x-21°)+(\angle x+21°)=90°$ … Ⅱ

$10\angle x=90°$ $\quad\therefore \angle x=9°$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	직각자의 직각 부분에 보조선을 긋는다.	30%
Ⅱ	평행선 위의 엇각의 크기가 같음을 이용한다.	40%
Ⅲ	$\angle x$의 크기를 구한다.	30%

156 답 5



만들어진 입체도형은 그림과 같이 정육면체이므로 면 ABCN에 평행한 면은 면 FEDM으로 1개 $\quad\therefore a=1$ … Ⅰ

$\overline{AB}$에 수직으로 만나는 모서리의 개수는 $\overline{JG}$, $\overline{BC}$, $\overline{AN}$, $\overline{FK}$로 4개 $\quad\therefore b=4$ … Ⅱ

$\therefore a+b=1+4=5$ … Ⅲ

[채점기준표]

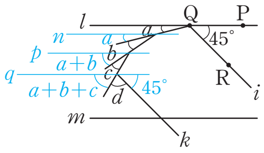
Ⅰ	평행한 면의 개수를 구한다.	40%
Ⅱ	수직으로 만나는 모서리의 개수를 구한다.	40%
Ⅲ	$a+b$의 값을 계산한다.	20%

최고난도 만점 문제

문제편 p. 56

157 답 ②

1st 보조선을 긋고 평행선에서 동위각의 크기가 같음을 이용해.



두 직선 l, m에 평행하게 각각 $\angle b$, $\angle c$, $\angle d$의 꺾인 점에서 보조선 n, p, q를 긋자.

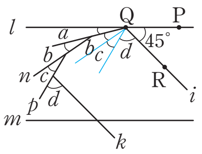
$l /\!/ n /\!/ p /\!/ q$이므로 동위각의 크기가 연속하여 같고 $i /\!/ k$이므로

$\angle$PQR의 동위각의 크기가 $45°$로 같지? 따라서 직선 q 위에서

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+45°=180°$

$\therefore \angle a+\angle b+\angle c+\angle d=135°$

[다른 풀이]



그림과 같이 n, p에 평행한 직선을 각각 점 Q에서 그리자.

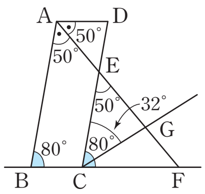
평행선에서 동위각의 크기는 같으므로

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+45°=180°$

$\therefore \angle a+\angle b+\angle c+\angle d=135°$

158 답 $98°$

1st $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, $\angle BAF=\angle DAF$, $5\angle ABC=4\angle DAB$를 이용하여 $\angle$BAF의 크기를 구하자.



$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$에서 동측내각의 크기의 합이 $180°$이므로

$\angle DAB+\angle ABC=180°$

$5\angle ABC=4\angle DAB$이므로

$\angle DAB=180°\times\frac{5}{9}=100°$,

$\angle ABC=180°\times\frac{4}{9}=80°$

$\therefore \angle BAF=\angle DAF=\frac{1}{2}\angle DAB=50°$

2nd $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$, $3\angle ECG=2\angle GCF$를 이용하여 $\angle$CGE의 크기를 구하자.

$\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$이므로 동위각의 성질에 의하여

$\angle CEG=\angle BAF=50°$

$\angle ECF=\angle ABC=80°$

또한, $3\angle ECG=2\angle GCF$이므로

$\angle ECG=80°\times\frac{2}{5}=32°$

$\triangle$CEG의 세 내각의 크기의 합은 $180°$이므로

$50°+32°+\angle CGE=180°$

$\therefore \angle CGE=98°$

159 답 $115°$

1st 접은 각의 성질을 이용하자.

접은 각의 크기가 같으므로 $\angle BD'P=\angle QD'P=40°$

이때, 평각의 크기가 $180°$이므로

$\angle RD'S=180°-40°-40°-50°=50°$

한편, $\angle DRS=\angle D'RS=\angle D'SR$($\because$ 엇각, 접은 각)이다.

2nd $\triangle D'SR$가 이등변삼각형임을 이용하여 $\angle$CSR의 크기를 구하자.

$\triangle D'SR$는 $\overline{D'R}=\overline{D'S}$인 이등변삼각형이므로

$\angle D'SR=\frac{180°-50°}{2}=65°$

$\therefore \angle CSR=180°-\angle D'SR$

$=180°-65°=115°$

160 답 ②

1st 평면과 직선이 수직인 조건을 찾자.

평면 P 위의 두 선분 BC와 BE가 $\overline{AB}$와 수직이면 평면 P와 $\overline{AB}$는 수직이야. 즉, $\overline{AB}\perp\overline{BC}$이고 $\overline{AB}\perp\overline{BE}$이면 $P\perp\overline{AB}$야.

따라서 필요한 조건은 ㄱ, ㅁ이야.

K 작도와 합동

개념 다지기 **001~036** 정답은 p. 3에 있습니다.

유형 다지기 학교시험+학력평가

문제편 p. 62

037 답 ⑤
① 작도에는 눈금 없는 자를 사용하여 길이를 잴 수 없지. (거짓)
② 작도에는 각도기를 사용하지 않아. (거짓)
③ 두 점을 지나는 선분을 그릴 때 눈금 없는 자를 사용해. (거짓)
④ 같은 길이를 옮길 때 컴퍼스를 사용해. (거짓)
⑤ 컴퍼스는 원을 그리거나 주어진 선분을 옮길 때 사용해. (참)

038 답 ①, ④
① 원을 그리는 것은 컴퍼스를 사용해. ← OK!
② 선분을 연장하는 것은 눈금 없는 자를 사용하고. ← NO!
③ 선분의 길이를 재는 것은 작도에 없어. ← NO!
④ 주어진 선분의 길이를 옮기는 것은 컴퍼스를 사용하지. ← OK!
⑤ 두 점을 잇는 직선을 그리는 것은 눈금 없는 자를 사용해. ← NO!

039 답 ㄱ, ㄷ
ㄱ. 직선을 그을 때 눈금 없는 자를 사용해. (참)
ㄴ. 선분의 길이를 옮길 때 컴퍼스를 사용해. (거짓)
ㄷ. 원을 그릴 때는 컴퍼스를 사용해. (참)
ㄹ. 작도에는 각도기를 사용하지 않아. 컴퍼스와 눈금 없는 자를 사용하여 정삼각형을 작도할 수 있어. (거짓)
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이야.

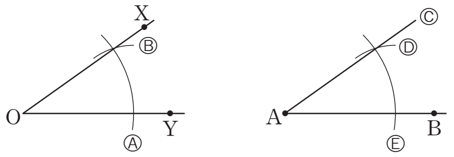
040 답 Ⓒ, Ⓐ, Ⓑ
선분 AB와 길이가 같은 선분 CD를 작도하는 순서는 다음과 같아.
(i) 눈금 없는 자로 직선 l을 긋고 그 위에 점 C를 잡아. (Ⓒ)
(ii) 컴퍼스로 $\overline{AB}$의 길이를 재자. (Ⓐ)
(iii) 점 C를 중심으로 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 원을 그려 직선 l과의 교점을 D라 해. (Ⓑ)
따라서 작도 순서는 Ⓒ → Ⓐ → Ⓑ야.

041 답 $\overline{\mathbf{AB}}$, $\overline{\mathbf{AB}}$, B, $\overline{\mathbf{AB}}$, C
① 자로 $\overline{AB}$ 의 연장선을 긋자.
② 컴퍼스로 $\overline{AB}$ 의 길이를 재.
③ 점 B 를 중심으로 반지름의 길이가 $\overline{AB}$ 인 원을 그려 연장선과의 교점을 C 라 하자.
그러면 $\overline{AC}=2\overline{AB}$인 점 C가 작도돼.

042 답 ②, ⑤
정삼각형을 작도하기 위해서 $\overline{AB}$의 길이와 같은 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$를 작도하면 되므로 컴퍼스와 눈금 없는 자가 필요해.

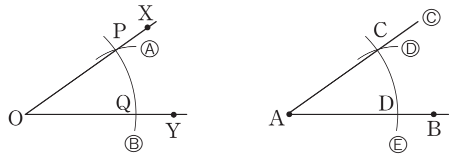
★ 정삼각형의 작도 방법
(i) 두 점 A, B를 중심으로 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 원을 그리자.
(ii) 두 원의 교점을 C라 하자.
(iii) 두 점 A, C와 두 점 B, C를 잇는 선분을 긋자.
따라서 길이가 같은 선분이 만들어지니까 △ABC는 정삼각형이야.

043 답 Ⓔ, Ⓑ, Ⓓ, Ⓒ



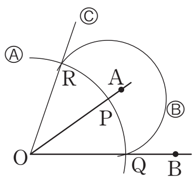
Ⓐ의 반지름은 정해진 것이 아니므로 적당한 반지름을 선택하면 되지만, Ⓑ의 반지름은 Ⓐ와 $\overrightarrow{OX}$, $\overrightarrow{OY}$의 교점 사이의 거리를 측정한 것이므로 Ⓐ에 따라 결정되지?
따라서 작도 순서는 Ⓐ → Ⓔ → Ⓑ → Ⓓ → Ⓒ야.

044 답 ⑤



① Ⓔ의 반지름의 길이는 Ⓑ의 반지름의 길이와 같으므로 $\overline{OP}=\overline{AC}$야. (참)
② Ⓓ의 반지름은 Ⓐ의 반지름인 $\overline{PQ}$의 길이와 같으므로 $\overline{PQ}=\overline{CD}$지? (참)
③ 이것은 크기가 같은 각을 작도한 것이므로
$\angle XOY=\angle CAD$ (참)
④ Ⓐ를 그릴 때 원의 중심은 점 Q가 되어야 해. (참)
⑤ Ⓓ는 Ⓔ에서 그린 원이 $\overrightarrow{AB}$와 만나는 점 D를 중심으로 Ⓐ에서 컴퍼스로 잰 반지름의 길이로 원을 그리는 거야. 즉, Ⓔ와 Ⓓ의 반지름의 길이는 같을 필요가 없어. (거짓)

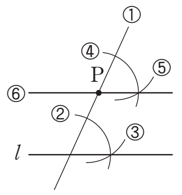
045 답 ⑤
$\angle AOB$의 2배각을 작도하는 순서는 다음과 같아.



(i) 점 O를 중심으로 하여 적당한 반지름으로 원 Ⓐ를 그리고 $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$와의 교점을 각각 P, Q라 하자.
(ii) $\overline{PQ}$를 반지름으로 하고 점 P를 중심으로 하는 원 Ⓑ를 그리자.
(iii) Ⓐ와 Ⓑ의 교점을 R라 할 때, $\overrightarrow{OR}$, 즉 Ⓒ를 그리자.
그럼, ①, ②, ③, ④는 참이지?
⑤ Ⓐ와 Ⓑ의 반지름의 길이는 다를 수 있어. (거짓)

046 답 ④ → ③

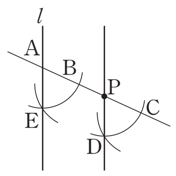
(ⅰ) 점 P를 지나면서 직선 l과 만나는 직선을 그리자. (①)
(ⅱ) ①과 직선 l의 교점을 중심으로 적당한 크기의 원을 그리자. (②)
(ⅲ) 점 P를 중심으로 ②와 동일한 반지름의 길이를 가지는 원을 그리자. (④)



(ⅳ) ①, ②의 교점에서 직선 l과 ②의 교점까지 컴퍼스를 이용해 거리를 재자. (③)
(ⅴ) ①, ④의 교점에서 ③의 반지름의 길이와 같은 원을 그리자. (⑤)
(ⅵ) ④, ⑤의 교점과 점 P를 지나는 직선을 그리자. (⑥)
따라서 잘못된 작도 순서 부분은 ③, ④, ⑤로 바르게 나열하면 ④ → ③이야.

047 답 ②, ④

$\overleftrightarrow{PD}$가 직선 l의 평행선이 되기 위한 조건은 $\overline{BE}=\overline{CD}$와 $\overline{AB}=\overline{PC}$지? ← ②, ④

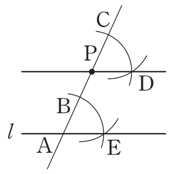


오답피하기

주어진 작도 과정은 동위각의 크기가 같으면 두 직선은 평행하다는 성질을 이용한 작도야. 즉, ⑤처럼 $\angle BAE=\angle CPD$이지만 그 각의 크기가 60°일 필요는 없어.

048 답 ②

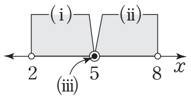
① 평행선이 서로 만나지 않는다는 것은 평행선의 정의야. ← NO!
② 그림에서 $\angle BAE$, $\angle CPD$는 서로 동위각이고 $\angle BAE=\angle CPD$가 되도록 작도한 거야. 즉, 이 작도는 동위각의 크기가 같으면 두 직선은 평행하다는 성질을 이용한 거야. ← OK!



③ 엇각의 크기가 같으면 두 직선은 평행하다는 것은 평행선의 성질이지만 여기서 이용되는 것은 아니야. ← NO!
④ 만나는 두 직선은 맞꼭지각의 크기가 같지? 이것은 맞꼭지각의 성질이야. ← NO!
⑤ 두 직선이 평행하면 동위각의 크기가 같다는 것은 각의 크기가 같은 것을 보이는 거야. 하지만 이 작도에서는 각의 크기가 같아서 두 직선이 평행하다는 것을 보여야 하므로 옳지 않아. ← NO!

049 답 ③

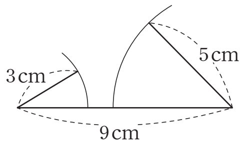
세 변의 길이를 각각 3 cm, 5 cm, x cm라 하자. 여기서 가장 긴 변이 어떤 것일까?
$3<5$이므로 가장 긴 변의 길이가 5 또는 x일 때로 나누자.
(ⅰ) 가장 긴 변의 길이가 5 cm, 즉 $x<5$ ⋯㉠일 때,
$5<3+x$ $\quad\therefore 2<x$ ⋯㉡
㉠과 ㉡을 만족시키는 x의 값의 범위는 $2<x<5$
(ⅱ) 가장 긴 변의 길이가 x cm, 즉 $x>5$ ⋯㉢일 때,
$x<3+5$ $\quad\therefore x<8$ ⋯㉣
㉢과 ㉣을 만족시키는 x의 값의 범위는 $5<x<8$
(ⅲ) $x=5$일 때, 세 변의 길이는 3 cm, 5 cm, 5 cm이므로 삼각형의 세 변의 길이가 될 수 있지?
(ⅰ)~(ⅲ)에 의하여 $2<x<8$이면 삼각형의 세 변의 길이가 될 수 있어.



따라서 선택지의 ③ 5 cm만 이 삼각형의 한 변의 길이가 될 수 있어.

050 답 ②

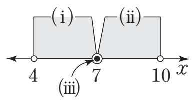
① 3 cm, 5 cm, 7 cm : $3+5>7$ ← OK!
② 3 cm, 5 cm, 9 cm :
$3+5<9$가 되지? 즉, 그림과 같이 두 변이 만나지 않기 때문에 삼각형이 만들어지지 않아. ← NO!



③ 3 cm, 7 cm, 9 cm : $3+7>9$ ← OK!
④ 5 cm, 5 cm, 9 cm : $5+5>9$ ← OK!
⑤ 3 cm, 6 cm, 6 cm : $3+6>6$ ← OK!

051 답 5개

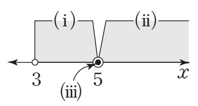
세 변의 길이가 각각 3 cm, 7 cm, x cm이고, $3<7$이므로 가장 긴 변의 길이가 7 또는 x일 때로 나누자.
(ⅰ) 가장 긴 변의 길이가 7 cm, 즉 $x<7$ ⋯㉠일 때,
$7<3+x$ $\quad\therefore 4<x$ ⋯㉡
㉠과 ㉡을 만족시키는 x의 값의 범위는 $4<x<7$
(ⅱ) 가장 긴 변의 길이가 x cm, 즉 $x>7$ ⋯㉢일 때,
$x<3+7$ $\quad\therefore x<10$ ⋯㉣
㉢과 ㉣을 만족시키는 x의 값의 범위는 $7<x<10$
(ⅲ) $x=7$일 때, 세 변의 길이는 3 cm, 7 cm, 7 cm이므로 삼각형의 세 변의 길이가 될 수 있지?



(ⅰ)~(ⅲ)에 의하여 $4<x<10$이므로 이 범위에서 자연수 x의 값은 5, 6, 7, 8, 9로 5개야.

052 답 $x>3$

세 변의 길이가 각각 8, $x-1$, $x+3$으로 주어졌지? 여기서 가장 긴 변이 어떤 것인지 조사해 보자.
먼저 $x-1$, $x+3$을 비교하면 $x+3$이 $x-1$보다 크지?
그럼, 8과 $x+3$의 값에 대하여 다음과 같이 경우를 나누자.
(ⅰ) 가장 긴 변의 길이가 8, 즉 $8>x+3$일 때, $\quad\therefore x<5$ ⋯㉠
$8<(x-1)+(x+3)$ $\quad\therefore x>3$ ⋯㉡
㉠과 ㉡을 만족시키는 x의 값의 범위는 $3<x<5$
(ⅱ) 가장 긴 변의 길이가 $x+3$, 즉 $x+3>8$일 때, $\quad\therefore x>5$ ⋯㉢
$x+3<(x-1)+8$ $\quad\therefore 3<7$
㉢의 범위에서 부등식이 항상 성립하는 거니까 x의 값의 범위는 $x>5$
(ⅲ) $x+3=8$, 즉 $x=5$일 때, 세 변의 길이는 8, 4, 8이므로 삼각형의 세 변의 길이가 될 수 있어.



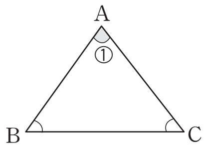
(ⅰ)~(ⅲ)에 의하여 $x>3$이면 삼각형의 세 변의 길이가 될 수 있어.

K

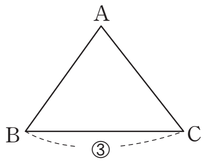
053 답 ①, ③

$\overline{AC}$, $\overline{AB}$의 길이가 주어진 상황에서 삼각형을 작도할 수 있는 경우는

(i) 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기를 알 때 ⇒ ①

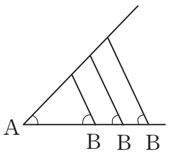


(ii) 세 변의 길이를 알 때 ⇒ ③



054 답 ③

③ $\angle A \rightarrow \angle B \rightarrow \overline{AB}$ 순서로 작도하면 $\angle A$ 작도 후에 점 B의 위치가 정해지지 않아 다양한 삼각형이 작도 가능해. 또한 이렇게 아무 곳에 점의 위치를 잡으면 $\overline{AB}$를 마지막에 작도할 수 없지?



즉, $\angle A \rightarrow \angle B \rightarrow \overline{AB}$ 순서로는 삼각형을 작도할 수 없어.

055 답 ④

① $\overline{AB}$, $\angle B$: 한 변의 길이와 그 양 끝각의 크기를 아는 것이므로 삼각형의 작도가 가능해. ←OK!

② $\overline{AC}$, $\angle C$: 한 변의 길이와 그 양 끝각의 크기를 아는 것이므로 삼각형의 작도가 가능해. ←OK!

③ $\overline{AB}$, $\angle C$: $\angle A$, $\angle C$의 크기를 알고 있으므로 $\angle B$의 크기를 알 수 있지? 따라서 한 변의 길이와 그 양 끝각의 크기를 알 때이므로 삼각형의 작도가 가능해. ←OK!

④ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$: $\angle A$는 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 끼인각이 아니므로 삼각형을 작도할 수 없어. ←NO!

⑤ $\overline{AB}$, $\overline{AC}$: 이웃한 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기를 알 때이므로 삼각형의 작도가 가능해. ←OK!

056 답 ④

① $\angle A=30^\circ$, $\angle C=60^\circ$이므로 $\angle B=90^\circ$임을 알 수 있지? 따라서 한 변의 길이와 양 끝각의 크기가 주어졌으므로 삼각형의 작도가 가능해. ←OK!

② 세 변의 길이가 주어졌고 $5+6>7$이므로 삼각형의 작도가 가능해. ←OK!

③ 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어졌으므로 삼각형의 작도가 가능해. ←OK!

④ 이웃하는 두 변인 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 끼인각이 되려면 $\angle A$의 크기를 알아야 해. ←NO!

⑤ 한 변의 길이와 그 양 끝각의 크기가 주어졌으므로 삼각형의 작도가 가능해. ←OK!

057 답 ③

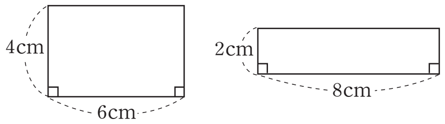
③ 직사각형은 네 각의 크기가 모두 90°이지? 이때, 두 직사각형이 합동임을 알아보려면 각의 크기는 모두 90°로 같으니까 가로의 길이와 세로의 길이가 모두 같은지 확인해야 해. 따라서 한 변의 길이가 같다고 하여 합동이 될 수 있는 것은 아니야.

058 답 ②

ㄱ. 정사각형은 네 각이 직각이고 네 변의 길이가 같은 사각형이므로 한 변의 길이가 같은 두 정사각형은 합동이야. ←OK!

ㄴ. 사다리꼴은 한 쌍의 대변이 평행한 사각형이므로 한 변의 길이로 크기가 결정되는 것은 아니야. ←NO!

ㄷ. 그림과 같이 두 직사각형의 둘레의 길이는 같지만 합동은 아니지. ←NO!



ㄹ. 둘레의 길이가 같은 두 원은 반지름의 길이가 같으므로 합동이야. ←OK!

따라서 두 도형이 합동인 것은 ㄱ, ㄹ이야.

059 답 (가), (다)

(가) : 정다면체는 모든 변의 길이가 같으므로 두 정다면체의 한 변의 길이가 같으면 합동이야. 즉, 정삼각형에서 넓이가 같을 때, 한 변의 길이가 같으니까 합동이야.

(나) : 두 삼각형의 넓이가 같다고 하여 합동인 것은 아니야.

(다) : 원의 크기는 반지름의 길이로 결정되므로 원의 반지름의 길이가 같으면 합동이고, 넓이와 둘레의 길이는 각각 같아.

따라서 참인 아이템은 (가), (다)야.

060 답 ④

합동인 두 삼각형 ABC, DEF에 대하여 변 EF의 대응변은 변 BC이므로 $\overline{EF}=\overline{BC}=10\,cm$

또, $\angle F$의 대응각이 $\angle C$이므로

$\angle F=\angle C=180^\circ-(70^\circ+50^\circ)=60^\circ$

061 답 72

$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$이므로 대응 관계를 따지면

$\overline{BC}=\overline{EF}$이므로 $x=5$

$\overline{DF}=\overline{AC}$이므로 $y=7$

$z^\circ=\angle DEF=\angle ABC=60^\circ$이므로 $z=60$

$\therefore x+y+z=5+7+60=72$

062 답 85°

□ABCD≡□EFGH이므로 두 도형의 대응각의 크기는 같아.

따라서 $\angle H=\angle D$, $\angle E=\angle A=65^\circ$이고 사각형 EFGH의 내각의 크기의 합은 360°이므로 $\angle H=360^\circ-(90^\circ+120^\circ+65^\circ)=85^\circ$

063 답 ⑤

⑤의 경우 주어진 삼각형과 대응하는 한 변의 길이와 그 양 끝각의 크기가 같으므로 ASA 합동이야.

064 답 1개

(i) $\triangle ABC$와 $\triangle EDF$의 경우

세 내각의 크기가 같은 삼각형은 무수히 많이 만들 수 있으므로 세 내각의 크기가 같다고 합동은 아니야.

(ii) $\triangle ABC$와 $\triangle HIG$의 경우

두 변의 길이가 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로 SAS 합동이야.

(iii) △ABC와 △LKJ의 경우
대응하는 한 변의 길이와 두 각의 크기가 같지만 대응하는 각이 아니므로 합동이 아니야.
따라서 △ABC와 합동인 것은 △HIG로 1개이지.

오답피하기

합동인 두 도형에서 대응하는 변의 길이와 대응하는 각의 크기는 모두 같아.
하지만 두 삼각형이 합동임을 알고자 할 때, 세 변의 길이와 세 각의 크기를 모두 비교할 필요는 없어.

065 답 ②, ③, ⑤

ㄱ, ㅁ : 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝각의 크기가 같으므로 합동이야.
ㄴ, ㄷ : 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝각의 크기가 같으므로 합동이야.
ㄷ, ㄹ : 대응하는 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 같으므로 합동이야.
따라서 합동인 삼각형끼리 짝지어진 것은 ②, ③, ⑤야.

066 답 ③, ⑤

$\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{BC}=\overline{EF}$이므로 △ABC≡△DEF이기 위해서는 두 삼각형의 나머지 한 변의 길이가 같거나 대응하는 두 변의 끼인각의 크기가 같아야 해. 즉,
③ ∠B=∠E이면 대응하는 두 변의 길이가 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로 SAS 합동이야.
⑤ $\overline{AC}=\overline{DF}$이면 대응하는 세 변의 길이가 같으므로 SSS 합동이야.

067 답 ①, ③, ⑤

① ∠A=∠D이면 ASA 합동이지.
③ $\overline{BC}=\overline{EF}$이면 대응하는 두 변의 길이가 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로 SAS 합동이야.
⑤ ∠C=∠F이면 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로 ∠A=∠D가 돼. 따라서 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝각의 크기가 같으므로 ASA 합동이 돼.

오답피하기

$\overline{AB}=\overline{DE}$, ∠B=∠E로부터 합동조건 중에서 S, A가 나오지? 그러면 이때 가능한 합동조건은 뭐겠어? ASA, SAS 두 개지! 왜냐하면 S, A가 있으니까 S나 A 하나만 더 있으면 합동조건이 완성되는 거잖아. 따라서 합동이 되기 위해선 변의 길이가 서로 같거나 혹은 각의 크기가 하나만 더 같으면 되겠지? 그런데 변의 길이가 같을 때는 SAS합동이니까 ∠B, ∠E가 끼인각이 되도록 $\overline{BC}$, $\overline{EF}$가 서로 같아야겠지. 그리고 삼각형에서 이미 한 각의 크기가 같으므로 나머지 두 각 중 한 각의 크기만 서로 같으면 나머지 한 각의 크기도 같아지게 되니까 ∠A=∠D이거나 ∠C=∠F면 되겠지.

068 답 ㄱ, ㄴ

ㄱ. 대응하는 한 변의 길이와 그 양 끝각의 크기가 같으므로 ASA합동이야.
ㄴ. 대응하는 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 같으므로 SAS 합동이야.
ㄷ. ∠C, ∠F가 대응하는 두 변의 끼인각이 아니므로 합동이 될 수 없어.
따라서 두 삼각형 ABC와 DEF가 합동이 될 수 있는 조건은 ㄱ, ㄴ이야.

069 답 △ABD≡△CBD, SSS 합동

△ABD와 △CBD에서 $\overline{AB}=\overline{CB}$, $\overline{AD}=\overline{CD}$이고, $\overline{BD}$는 공통이므로 △ABD≡△CBD(SSS 합동)

070 답 SSS 합동

①, ②는 점 O, 점 P를 각각의 중심으로 반지름의 길이가 같은 원을 그린 것이므로
$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{PC}=\overline{PD}$
③, ④는 점 B, 점 D를 각각의 중심으로 같은 길이의 반지름을 가지는 원을 그린 것이므로 $\overline{AB}=\overline{CD}$
△AOB와 △CPD에서 $\overline{OA}=\overline{PC}$, $\overline{OB}=\overline{PD}$, $\overline{AB}=\overline{CD}$이지?
∴ △AOB≡△CPD(SSS 합동)

071 답 $\overline{BC}=\overline{EF}$

두 삼각형이 SAS 합동이려면 ∠B=∠E가 길이가 같은 두 대응변의 끼인각이 되어야 해. 따라서 $\overline{AB}=\overline{DE}$이므로 $\overline{BC}=\overline{EF}$이면 되지.

072 답 ①

△OAC와 △OBD에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$, $\overline{OC}=\overline{OD}$이고,
∠AOC= ∠BOD (가) (맞꼭지각 (나))
∴ △OAC≡△OBD(SAS (다) 합동)

073 답 △ACD

△ABE와 △ACD에서
$\overline{AB}=\overline{AC}$(∵ △ABC는 이등변삼각형)
$\overline{AE}=\overline{AD}$(∵ $\overline{EC}=\overline{DB}$)
∠A는 공통
∴ △ABE≡△ACD(SAS 합동)
[다른 풀이]
△DBC와 △ECB에서 ∠B=∠C(∵ △ABC는 이등변삼각형),
$\overline{DB}=\overline{EC}$, $\overline{BC}$는 공통이므로 △DBC≡△ECB(SAS 합동)
이때, ∠DCB=∠EBC이므로 ∠ABE=∠ACD이고
$\overline{AB}=\overline{AC}$, ∠A는 공통이므로 △ABE≡△ACD(ASA 합동)

074 답 ③

직선 l은 $\overline{AB}$의 수직이등분선이므로
$\overline{AM}$= $\overline{BM}$ ①, ∠PMA=∠PMB= 90° ② 이고
△AMP와 △BMP에서 $\overline{PM}$ ③ 은 공통이므로
△AMP≡△BMP(SAS ④ 합동)
따라서 $\overline{PA}$= $\overline{PB}$ ⑤ 이므로 ③ ∠P가 아니라 $\overline{PM}$이야.

075 답 △ABC≡△FDE, ASA 합동

△ABC와 △FDE에서
$\overline{BC}=\overline{DE}=6$ cm, ∠B=∠D=70°
또한, 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로
∠C=180°−(70°+75°)=35°=∠E
∴ △ABC≡△FDE(ASA 합동)

076 답 ②, ④

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle A=180^\circ-(\angle B+\angle C)=180^\circ-(\angle F+\angle E)=\angle D$

② $\angle B=\angle F$, $\angle A=\angle D$이므로 ASA 합동이기 위하여 $\overline{AB}=\overline{DF}$이면 돼.

④ $\angle B=\angle F$, $\angle C=\angle E$이므로 ASA 합동이기 위하여 $\overline{BC}=\overline{FE}$이면 돼.

반면, $\angle A=\angle D$, $\angle C=\angle E$일 때, ASA 합동이기 위하여 $\overline{AC}=\overline{DE}$이면 돼.

077 답 **ASA 합동, ASA 합동**

먼저 [그림 1]의 경우 $\triangle EAF$와 $\triangle EBD$에서

$\overline{EA}=\overline{EB}$이고, $\angle FEA=\angle DEB$(맞꼭지각),

$\overline{AC}/\!/\overline{BD}$이므로 $\angle FAE=\angle DBE$(엇각)이야.

$\therefore \triangle EAF\equiv\triangle EBD$(ASA 합동)

한편, [그림 2]의 경우 $\triangle EAC$와 $\triangle EBD$에서

$\overline{EA}=\overline{EB}$이고, $\overline{AC}/\!/\overline{BD}$이므로

$\angle EAC=\angle EBD$(엇각), $\angle ECA=\angle EDB$(엇각)이야.

$\therefore \triangle EAC\equiv\triangle EBD$(ASA 합동)

078 답 **60°**

$\triangle ADF$와 $\triangle BED$에서

$\overline{AD}=\overline{BE}$, $\overline{AF}=\overline{BD}$, $\angle A=\angle B=60^\circ$

$\therefore \triangle ADF\equiv\triangle BED$(SAS 합동) $\cdots$ ㉠

또, $\triangle ADF$와 $\triangle CFE$에서

$\overline{AD}=\overline{CF}$, $\overline{AF}=\overline{CE}$, $\angle A=\angle C=60^\circ$

$\therefore \triangle ADF\equiv\triangle CFE$(SAS 합동) $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $\triangle ADF\equiv\triangle BED\equiv\triangle CFE$

따라서 $\overline{DF}=\overline{ED}=\overline{FE}$에 의하여 $\triangle DEF$는 정삼각형이므로

$\angle DFE=60^\circ$

079 답 **10, ASA 합동**

$\triangle MAP$와 $\triangle MBQ$에서

$\overline{MA}=\overline{MB}=2\,\text{km}$이고,

$\angle PAM=\angle QBM=50^\circ$, $\angle PMA=\angle QMB$(맞꼭지각)

$\therefore \triangle MAP\equiv\triangle MBQ$(ASA 합동)

따라서 $\overline{AP}=\overline{BQ}=10\,\text{km}$이므로 배는 A지점으로 10 km만큼 떨어져 있고, 이때 사용된 삼각형의 합동조건은 ASA 합동이야.

080 답 **$\triangle DCB$, SAS, $\overline{DB}$**

$\triangle ACE$와 $\triangle DCB$에서

$\overline{AC}=\overline{DC}$($\triangle ACD$는 정삼각형)

$\overline{CE}=\overline{CB}$($\triangle CBE$는 정삼각형)

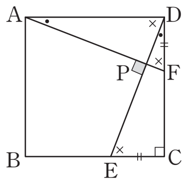
$\angle ACE=\angle ACD+\angle DCE=60^\circ+\angle DCE$

$\qquad=\angle ECB+\angle DCE=\angle DCB$

따라서 $\triangle ACE\equiv$ $\triangle DCB$(SAS 합동)이므로

$\overline{AE}=$ $\overline{DB}$

081 답 ④



□ABCD가 정사각형이므로

$\triangle AFD$와 $\triangle DEC$에서

$\angle D=\angle C=90^\circ$, $\overline{AD}=\overline{DC}$이고,

$\overline{DF}=\overline{CE}$

$\therefore \triangle AFD\equiv\triangle DEC$(SAS 합동)

따라서 $\angle FAD=\angle EDC$이므로

$\triangle DPE$와 $\triangle AFD$의 각각 내각의 크기의 합 180°에 의하여

$\angle DPF=180^\circ-(\angle PDF+\angle PFD)$

$\qquad=180^\circ-(\angle FAD+\angle PFD)=180^\circ-90^\circ=90^\circ$

$\therefore \angle APE=\angle DPF$(맞꼭지각)$=90^\circ$

오|답|피|하|기

정사각형이니까 변의 길이가 모두 같고, 각의 크기가 모두 같지. 이때, $\overline{AD}=\overline{DC}$, $\overline{DF}=\overline{CE}$, $\angle ADF=\angle DCE=90^\circ$이므로 $\triangle AFD$와 $\triangle DEC$는 SAS 합동이 됨을 알아 낼 수 있어. 이때, 답지처럼 같은 각끼리는 표시를 해놔. 같은 기호로, 변의 길이가 같을 때 같은 변끼리 표시를 해놓는 것처럼. 그러면 문제를 풀다가 헷갈릴 일이 없을 거야.

082 답 **5 cm**

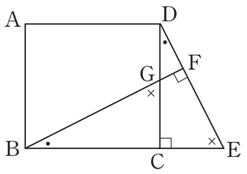
$\triangle GBC$와 $\triangle EDC$에서

$\angle BCG=\angle DCE=90^\circ$, $\overline{CG}=\overline{CE}=3\,\text{cm}$,

$\overline{BC}=\overline{DC}=4\,\text{cm}$ $\quad\therefore \triangle GBC\equiv\triangle EDC$(SAS 합동)

$\therefore \overline{DE}=\overline{BG}=5\,\text{cm}$

083 답 **$\overline{DE}$**



$\triangle BFE$에서 $\angle BFE=90^\circ$이고

$\angle FBE=\bullet$, $\angle BEF=\times$라 하자.

$\triangle BCG$에서 $\angle BCG=90^\circ$이므로

$\angle BGC=\times$

$\triangle DCE$에서 $\angle DCE=90^\circ$이므로

$\angle EDC=\bullet$

$\therefore \angle GBC=\angle EDC$

또한, □ABCD는 정사각형이므로 $\triangle BCG$와 $\triangle DCE$에서

$\overline{BC}=\overline{DC}$, $\angle BCG=\angle DCE=90^\circ$이므로

$\triangle BCG\equiv\triangle DCE$(ASA 합동)

$\therefore \overline{BG}=\overline{DE}$

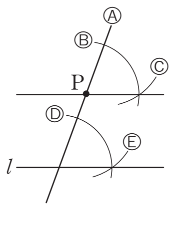
잘 틀리는 유형 훈련+1up

문제편 p. 70

084 답 ①, ④

1st 틀린 부분은 왜 그것이 틀리는지 알아보자.

② 작도의 순서는



(i) 점 P를 지나고 직선 l과 한 점에서 만나는 직선을 긋자. (Ⓐ)

(ii) 직선 l과 Ⓐ의 교점을 중심으로 적당한 크기의 원을 그리자. (Ⓓ)

(iii) Ⓓ와 크기가 같은 원을 중심이 P가 되게 하여 그리자. (Ⓑ)

(iv) Ⓐ와 Ⓓ가 만나는 점을 중심으로 하고, Ⓓ와 직선 l의 교점 사이의 거리를 반지름의 길이로 하는 원을 그리자. (Ⓔ)

(v) Ⓔ와 크기가 같은 원을 Ⓑ와 Ⓐ가 만나는 점을 중심으로 하여 그리자. (Ⓒ)

따라서 작도 순서는 Ⓐ → Ⓓ → Ⓑ → Ⓔ → Ⓒ야. (거짓)

③ 직선 Ⓐ는 점 P를 지나며 l과 만나는 오직 하나의 직선이 아니고, 직선 l과 평행이 아닌 여러 개의 직선 중 하나야. (거짓)

⑤ 평행한 두 직선은 동위각의 크기가 같다는 성질을 이용한 것이 아니라 두 직선의 동위각의 크기가 같으면 평행하다는 성질을 이용한 거야. (거짓)

2nd 맞는 부분은 왜 그런지 따져보자.

① 작도하는 과정에서 (iv)와 (v)는 크기가 같은 각을 옮기는 작도가 이용되었어. (참)

④ 점 P를 지나면서 직선 l에 평행한 직선은 그림과 같이 오직 하나야. (참)

오|답|피|하|기

이 문제는 직선이 주어지고, 그 직선 밖의 한 점을 지나는 직선이 주어진 직선과 평행인 것을 작도할 때 쓰이는 성질을 복합적으로 알아야 풀 수 있는 문제야. ②는 작도 순서를 잘 알고 있으면 어렵지 않게 거짓이라는 것을 알 수 있어. 그런데 ⑤는 거꾸로 물어 보기 때문에 제대로 이해하지 않았다면 헷갈릴 수 있어. 또, ③도 점 P를 지나는 임의의 직선을 긋는 걸 오직 하나의 직선으로 착각할 수 있으니까 주의해야 해.

085 답 ㄱ, ㅁ

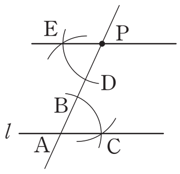
1st 평행선의 작도를 생각하여 참 · 거짓을 판단해.

ㄱ. $\overline{AC}=\overline{AB}=\overline{PD}=\overline{PE}$ (참)

ㄴ. $\overline{BD}$, $\overline{DP}$의 길이는 관계가 없어. (거짓)

ㄷ. 각의 이등분선의 작도가 아니고 크기가 같은 각의 작도를 이용한 거야. (거짓)

ㄹ. $\angle BAC \neq 60°$일 때는 $\overline{AB} \neq \overline{BC}$야. (거짓)



2nd 평행선의 성질로 참 · 거짓을 판단해.

ㅁ. 엇각의 크기가 같으면 두 직선은 평행하다는 성질을 이용해. (참)

ㅂ. $\angle BAC=\angle DPE$이고, 이 두 각은 서로 엇각이야. (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㅁ이야.

086 답 ②

1st 가장 긴 변의 길이가 9 cm일 때, a의 값의 범위를 구하자.

$5<9$이므로 $9>a$, $9<a$로 나누어서 범위를 구하면 되겠지?

(i) 가장 긴 변의 길이가 9, 즉 $a<9$ ⋯㉠일 때,

$5+a>9$

$\therefore a>4$ ⋯㉡

㉠과 ㉡을 만족시키는 a의 값의 범위는

$4<a<9$

2nd 가장 긴 변의 길이가 a일 때, 값의 a의 범위를 구하자.

(ii) 가장 긴 변의 길이가 a, 즉 $a>9$ ⋯㉢일 때,

$5+9>a$

$\therefore 14>a$ ⋯㉣

㉢과 ㉣을 만족시키는 a의 값의 범위는

$9<a<14$

(iii) $a=9$일 때, 세 변의 길이가 5 cm, 9 cm, 9 cm인 삼각형이 되지?

따라서 (i), (ii), (iii)에 의하여 a의 값의 범위를 구하면

$4<a<14$

오|답|피|하|기

이런 유형의 문제처럼 변의 길이가 미지수로 나타나면 무척 어려워 하는 경향이 있어. 미지수가 정해지지 않은 값이기 때문에 삼각형을 만들기 위해서 경우를 나누어야 한다는 생각이 더욱 힘들게 하지?

하지만 오히려 이런 유형은 경우만 나누면 간단히 풀 수 있어. 그 이유는 삼각형이 만들어지기 위해서는 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 작으면 되기 때문에 가장 긴 변만 찾아서 식을 만들면 돼. 즉, 미지수가 있기 때문에 미지수가 나머지 두 변 중 큰 값보다 값이 크거나 작거나 같은 경우를 따져 줘야 한다는 거야. 이런 원칙만 알고 있다면 경우를 따지기는 쉽겠지?

087 답 ⑤

1st 가장 긴 변이 어떤 것인지 알아보자.

a의 값은 정해지지 않았지만 $a+4=(a+1)+3$에서 $a+4$는 $a+1$보다 항상 3만큼 크지?

$\therefore a+4>a+1$ ⋯㉠

또, $a+10=(a+4)+6$에서 $a+10$은 $a+4$보다 6만큼 커.

$\therefore a+10>a+4$ ⋯㉡

㉠과 ㉡에 의하여 $a+10>a+4>a+1$이 성립하고, a가 어떤 값이든 $a+10$이 가장 큰 값이지?

2nd 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 작으면 삼각형이 만들어질 수 있지?

$(a+1)+(a+4)>a+10$

$\therefore a>5$

따라서 선택지 중 5보다 큰 값인 6이 a의 값으로 적당한 값이야.

088 답 2개

1st 가장 긴 변의 길이가 8 cm일 때 가능한 삼각형의 개수를 구하자.

삼각형이 되려면 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 해.

가장 긴 변의 길이가 8 cm일 때, 나머지 두 변의 길이는 7 cm, 4 cm 또는 7 cm, 3 cm가 될 수 있어.

2nd 가장 긴 변의 길이가 7 cm일 때 가능한 삼각형의 개수를 구하자.

가장 긴 변의 길이가 7 cm일 때, 나머지 두 변의 길이는 3 cm, 4 cm가 되어야 하지만 $4+3=7$이 되어 모순이야.

3rd 만들 수 있는 삼각형의 개수를 구하자.

따라서 만들 수 있는 삼각형은 세 변의 길이가

(8 cm, 7 cm, 4 cm) 또는 (8 cm, 7 cm, 3 cm)

인 삼각형으로 2개야.

089 답 6개

1st 삼각형의 세 변의 길이 사이의 관계를 이용하자. 즉, 긴 변의 길이가 11 cm, 8 cm, 9 cm일 때를 각각 생각해.

세 변의 길이 중 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 삼각형이 만들어지지?

(i) 가장 긴 변의 길이가 11 cm일 때, 나머지 두 변의 길이는

3 cm, 9 cm / 5 cm, 8 cm / 5 cm, 9 cm / 8 cm, 9 cm

가 될 수 있어. ←4개

(ii) 가장 긴 변의 길이가 9 cm일 때, 나머지 두 변의 길이는

3 cm, 8 cm / 5 cm, 8 cm가 될 수 있어. ←2개

K

(iii) 가장 긴 변의 길이가 8 cm일 때, 나머지 두 변의 길이는 3 cm, 5 cm를 선택할 수밖에 없어. 그런데 이때에는 $3+5=8$이 되므로 삼각형이 될 수 없어.

2nd 가장 긴 변의 길이가 5 cm, 3 cm일 때 모순임을 밝히고, 만들 수 있는 삼각형의 개수를 구해.

(iv) 가장 긴 변의 길이가 5 cm일 때, 한 변의 길이는 5 cm보다 작은 3 cm을 선택할 수 있고, 나머지 한 변의 길이는 5 cm보다 큰 것을 선택해야 하므로 가장 긴 변의 길이가 5 cm라는 것에 모순이야.

(v) 가장 긴 변의 길이가 3 cm일 때, 나머지 두 변의 길이는 모두 3 cm보다 큰 것을 선택할 수밖에 없으니까 가장 긴 변의 길이가 3 cm라는 것에 모순이야.

(i)~(v)에 의하여 만들 수 있는 삼각형의 개수는 6개야.

오|답|피|하|기

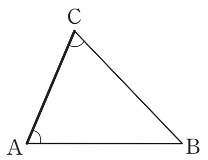
총 다섯 개의 서로 다른 길이를 가진 수수깡 막대에서 세 막대를 뽑아 삼각형을 만들 때 가장 긴 변의 길이는 두 변 길이의 합보다 작아야 함을 명심해! 이것만 유의하고, 가장 긴 변의 길이를 기준으로 잡고 가장 긴 막대인 11 cm부터 차례차례 경우를 따져보면 어렵지 않게 풀 수 있는 문제야.

090 답 ②

1st 각의 크기가 2개 주어지면 나머지 각의 크기는 저절로 주어진 것이고, 여기에 변의 길이가 하나 주어지면 한 변의 길이와 양 끝각의 크기가 주어진 것이므로 삼각형을 작도할 수 있겠지?

이미 $\angle C$의 크기가 주어져 있으니까

① $\overline{CA}$의 길이와 $\angle A$의 크기가 주어지면 그림과 같이 한 변의 길이와 양 끝각의 크기가 주어졌으니까 삼각형을 작도할 수 있지? ←OK!

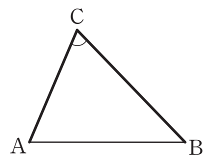


② $\angle C$는 $\overline{AB}$, $\overline{CA}$의 끼인각이 아니므로 삼각형을 작도할 수 없어. ←NO!

③ $\overline{CA}$의 길이와 $\angle B$의 크기가 주어지면 $\angle A=180^\circ-(\angle B+\angle C)$가 되어 주어지지 않은 $\angle A$의 크기도 구할 수 있으므로 결국 ①과 같이 한 변의 길이와 그 양 끝각의 크기를 준 것과 같지? 결국 이것도 삼각형을 작도할 수 있는 거라구. ←OK!

④ $\overline{BC}$의 길이와 $\angle B$의 크기가 주어지면 한 변의 길이와 그 양 끝각의 크기가 주어진 것과 같으므로 이것도 삼각형을 작도할 수 있지? ←OK!

⑤ $\overline{CA}$, $\overline{BC}$의 길이가 주어지면 $\angle C$가 그 끼인각이므로 그림과 같이 삼각형을 작도할 수 있어. ←OK!



따라서 삼각형을 작도할 수 없는 것은 ②야.

오|답|피|하|기

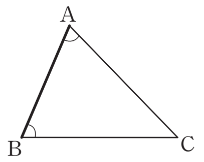
이렇게 각의 크기와 변의 길이가 주어지고 삼각형을 작도할 수 있는 것이 무엇인지 알아보는 문제는 하나하나 그림을 그려보면서 따져 보는 게 안전해. ③과 같이 두 각의 크기가 주어지면 나머지 한 각의 크기도 알 수 있기 때문에 어느 한 변의 길이만 알고 있으면 한 변의 길이와 그 양 끝각의 크기가 주어진 삼각형을 그리는 것과 같게 되지?
그런데 각이 1개, 변이 2개 주어지면 조심해야겠지? 끼인각을 찾는 것이 편한데, 두 변에서 중복된 문자의 각이 끼인각이 된다는 것을 알고 있으면 쉽게 해결할 수 있지. 예를 들어 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$는 A가 중복되었지? 그럼 두 변의 끼인각은 $\angle A$야.

091 답 ③

1st 각의 크기가 2개 주어지면 나머지 각의 크기는 저절로 주어진 것이고, 여기에 변의 길이가 하나 주어지면 한 변의 길이와 양 끝각의 크기가 주어진 것이므로 삼각형을 작도할 수 있어.

이미 $\overline{AB}$의 길이가 주어져 있으니까

① $\angle A$, $\angle B$의 크기가 주어지면 그림과 같이 한 변의 길이와 양 끝각의 크기가 주어졌으니까 삼각형을 작도할 수 있지? ←OK!



② $\angle A$, $\angle C$의 크기가 주어지면 $\angle B=180^\circ-(\angle A+\angle C)$가 되어 주어지지 않은 $\angle B$의 크기도 구할 수 있으므로 결국 ①과 같이 한 변의 길이와 그 양 끝각의 크기를 준 것과 같지? 결국 이것도 삼각형을 작도할 수 있는 거라고. ←OK!

③ $\overline{AC}$의 길이와 $\angle C$의 크기가 주어진 경우 두 변 AB, AC의 끼인각인 $\angle A$의 크기가 주어진 것이 아니고 $\angle C$의 크기가 주어졌지? 즉, 삼각형을 작도할 수 없어. ←NO!

④ $\overline{AC}$의 길이와 $\angle A$의 크기가 주어진 경우 두 변 AB, AC의 끼인각인 $\angle A$가 주어진 것이므로 삼각형을 작도할 수 있어. ←OK!

⑤ 세 변의 길이가 주어지면 삼각형을 작도할 수 있어. ←OK!

092 답 ②, ③

1st 삼각형을 작도할 수 있는 것을 알아보자.

① $\overline{AB}=3\,\text{cm}$, $\angle A=60^\circ$, $\angle B=50^\circ$로 한 변의 길이와 그 양 끝각의 크기가 주어졌으므로 삼각형을 작도할 수 있어. ←OK!

④ $\overline{AB}=5.6\,\text{cm}$, $\overline{BC}=14.1\,\text{cm}$, $\overline{CA}=8.6\,\text{cm}$로 세 변의 길이가 주어지고 $\overline{AB}+\overline{CA}>\overline{BC}$이므로 삼각형을 작도할 수 있어. ←OK!

⑤ $\overline{AB}=4\,\text{cm}$, $\overline{BC}=5\,\text{cm}$, $\angle B=130^\circ$이면 두 변 AB, BC와 그 끼인각 $\angle B$가 주어졌으니까 삼각형을 작도할 수 있지? ←OK!

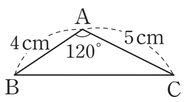
2nd 이제 삼각형을 작도할 수 없는 것을 조사해 보자.

②, ③ 두 변의 길이와 그 끼인각이 아닌 다른 각의 크기가 주어졌으므로 삼각형을 작도할 수 없어. ←NO!

093 답 ⑤

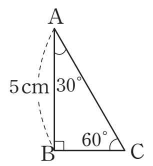
1st 삼각형을 작도할 수 있는 것을 알아보자.

① $\overline{AB}=4\,\text{cm}$, $\overline{AC}=5\,\text{cm}$, $\angle A=120^\circ$는 이웃하는 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기를 알 때이므로 삼각형을 작도할 수 있지? ←OK!



② $\overline{AB}=3\,\text{cm}$, $\overline{BC}=6\,\text{cm}$, $\overline{CA}=7\,\text{cm}$는 세 변의 길이를 모두 아는 것이므로 삼각형을 작도할 수 있어. ←OK!

③ $\overline{AB}=5\,\text{cm}$, $\angle A=30^\circ$, $\angle C=60^\circ$에서 $\angle B=180^\circ-(\angle A+\angle C)=90^\circ$이므로 한 변의 길이와 그 양 끝각의 크기가 주어진 것과 같으므로 삼각형을 작도할 수 있어. ←OK!



④ $\overline{AC}=5\,\text{cm}$, $\overline{BC}=8\,\text{cm}$, $\angle C=45^\circ$는 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어진 것이므로 삼각형을 작도할 수 있어. ←OK!

2nd 삼각형이 되려면 세 변의 길이의 관계와 세 각의 크기의 합을 꼼꼼하게 따져 봐야 해.

⑤ $\overline{AB}=7\,cm$, $\angle A=80^\circ$, $\angle B=100^\circ$는 한 변의 길이와 양 끝각의 크기가 주어진 것으로 삼각형을 작도할 수 있을 것 같은데 $\angle A+\angle B=180^\circ$이므로 $\angle C=0^\circ$일 수밖에 없어. 그럼, 삼각형을 만들 수 없지? ← NO!

오|답|피|하|기

이런 유형의 문제는 선분의 길이나 각의 크기보다는 어떤 변과 각이 주어졌는지만 생각하여 실수하는 경우가 있어. 오히려 변의 길이나, 각의 크기에서 오류를 생각하지 못해 실수를 범할 때가 종종 있으니까 주의해야 해.
세 변의 길이가 주어진 경우 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 크거나 같으면 삼각형이 이루어지지 않게 돼. 또, ⑤번과 같이 각의 크기가 주어진 경우 삼각형의 세 각의 크기의 합이 어떤지 확인하는 습관을 길러야 오답을 줄일 수 있어.

094 답 5 cm

1st $\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선임을 이용하여 합동인 삼각형을 찾자.

$\triangle AMD$와 $\triangle ACD$에서
$\angle AMD=\angle ACD=90^\circ$, $\angle DAM=\angle DAC$이므로
$\angle ADM=\angle ADC$
$\overline{AD}$는 공통
$\therefore \triangle AMD\equiv\triangle ACD$(ASA 합동) $\cdots$ ㉠

2nd 두 삼각형이 합동이면 대응하는 변의 길이가 같지?

$\overline{DM}$은 $\overline{AB}$의 수직이등분선이므로 점 M은 $\overline{AB}$의 중점이야.
즉, $\overline{AB}=10\,cm$이고 $\overline{AM}=\overline{BM}$이므로 $\overline{AM}=5\,cm$
$\therefore \overline{AC}=\overline{AM}=5\,cm$($\because$ ㉠)

오|답|피|하|기

도형 안에 도형이 들어가 있는 경우 합동인 도형을 찾는 게 어려워. 특히, 이 문제와 같이 합동이라는 언급도 없을 때는 문제에 어떻게 접근해야 할지 난감하지. 우선 문제의 조건들을 그림에 표시하자. 글로 표현된 것보다는 그림으로 보는 게 도형 문제를 접근하는 데 많은 도움이 되거든 ~.
이때, 주어진 조건이 $\overline{AB}=10\,cm$이므로 이것을 활용해야겠지? 점 M은 선분 AB의 중점이고 각 A의 이등분각이 주어졌으므로 $\overline{AC}$와 길이가 같은 선분을 찾아야 하는데 그것을 결국 합동인 도형에서 찾는 거지. 즉, 합동조건을 이용해!

095 답 30°

1st $\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선임을 이용하여 합동인 삼각형을 찾자.

$\triangle AMD$와 $\triangle ACD$에서
$\angle AMD=\angle ACD=90^\circ$, $\angle DAM=\angle DAC$이므로
$\angle ADM=\angle ADC$
$\overline{AD}$는 공통
$\therefore \triangle AMD\equiv\triangle ACD$(ASA 합동)

2nd 점 M이 $\overline{AB}$의 중점임을 이용하여 또다른 합동인 삼각형을 찾아 $\angle DBM$의 크기를 구해.

$\triangle AMD$와 $\triangle BMD$에서
$\overline{DM}$은 $\overline{AB}$의 수직이등분선이므로 $\overline{AM}=\overline{BM}$,
$\angle AMD=\angle BMD=90^\circ$
$\overline{DM}$은 공통
$\therefore \triangle AMD\equiv\triangle BMD$(SAS 합동)
따라서 $\triangle AMD\equiv\triangle ACD\equiv\triangle BMD$야.
이때, $\angle DAM=\angle DAC=\angle DBM$이고,
$\angle DAM+\angle DAC+\angle DBM=90^\circ$이므로
$\angle DBM=\frac{1}{3}\times 90^\circ=30^\circ$

096 답 ①

1st $\triangle ABC$와 $\triangle BDE$가 정삼각형임을 이용하여 변의 길이가 같은 것을 찾자.

$\triangle ABE$와 $\triangle CBD$에서
$\overline{AB}=\overline{CB}$($\because$ $\triangle ABC$는 정삼각형),
$\overline{BE}=\overline{BD}$($\because$ $\triangle BDE$는 정삼각형)

2nd 정삼각형의 한 내각의 크기가 60°임을 이용하자.

$\angle ABE=\angle ABC-\angle EBC=60^\circ-\angle EBC$
$=\angle EBD-\angle EBC=\angle CBD$
$\therefore \triangle ABE\equiv\triangle CBD$(SAS 합동)

오|답|피|하|기

주어진 그림을 눈으로만 파악하려고 하면 틀리기가 쉽거든. 정삼각형 2개를 어떻게 붙여놓은 것인가에 따라 달라지지. $\triangle ABE$를 색칠해 놓고 알고 있는 변의 길이나 각의 크기를 써넣어. 그 다음 그와 같은 변의 길이나 각의 크기를 가질 수 있는 삼각형을 고르면 되는 거야. 특히, 정삼각형은 세 변의 길이가 같고, 세 내각의 크기가 60°로 같음을 정확히 알아두고!

097 답 4 cm

1st $\triangle ABC$와 $\triangle BDE$가 정삼각형임을 이용하여 변의 길이가 같은 것을 찾자.

$\triangle ABE$와 $\triangle CBD$에서 $\overline{AB}=\overline{CB}$, $\overline{BE}=\overline{BD}$야.

2nd 정삼각형의 한 내각의 크기가 60°임을 이용하여 합동을 찾아 $\overline{EF}$의 길이를 구해.

$\angle ABE=\angle ABC-\angle EBC=60^\circ-\angle EBC$
$=\angle EBD-\angle EBC=\angle CBD$
따라서 $\triangle ABE\equiv\triangle CBD$(SAS 합동)이므로
$\overline{AE}=\overline{CD}=10\,cm$
이때, $\overline{AE}:\overline{EF}=5:2$이므로
$\overline{EF}=\frac{2}{5}\overline{AE}=\frac{2}{5}\times 10=4(cm)$

098 답 ④

1st 평행사변형의 정의를 이용하자.

$\triangle ABE$와 $\triangle FCE$에서 $\overline{AE}=\overline{FE}$이고, $\overline{AB}/\!/\overline{DF}$이므로
$\angle EAB=\angle EFC$ (엇각)
$\angle AEB=\angle FEC$ (맞꼭지각)
$\therefore \triangle ABE\equiv\triangle FCE$ (ASA 합동)
따라서 ④의 경우는 $\triangle ABE\equiv\triangle FCE$로 알 수 있는 것이 아니므로 옳지 않은 것은 ④야.

오|답|피|하|기

평행사변형의 정의를 모르는 경우에는 틀리기 쉬워. 도형이 주어진 문제에서는 정삼각형, 이등변삼각형, 정사각형, 마름모 등과 같이 기본이 되는 도형의 정의와 성질을 점검해 두는 것이 좋아. 특히, 평행선에서의 동위각, 엇각의 성질을 연결시켜서 꼭!! 알아두자!

099 답 6 cm

1st 평행사변형의 정의를 이용하자.

$\triangle$ABE와 $\triangle$FCE에서

$\overline{\text{AE}}=\overline{\text{FE}}$이고, $\overline{\text{AB}}/\!/\overline{\text{DF}}$이므로

$\angle$EAB$=\angle$EFC (엇각)

$\angle$AEB$=\angle$FEC (맞꼭지각)

$\therefore$ $\triangle$ABE$\equiv\triangle$FCE(ASA 합동) $\cdots$ ㉠

2nd $\overline{\text{EC}}$의 길이를 구하자.

$\overline{\text{BC}}=12$ cm이고 $\overline{\text{BE}}=\overline{\text{CE}}$($\because$ ㉠)이므로

$\overline{\text{EC}}=\frac{1}{2}\overline{\text{BC}}=\frac{1}{2}\times12=6(\text{cm})$

100 답 3쌍, 해설 참조

1st 이등변삼각형의 정의를 이용하여 첫 번째 합동인 삼각형을 찾자.

$\triangle$ABC는 $\overline{\text{AB}}=\overline{\text{AC}}$인 이등변삼각형이므로 $\angle$B$=\angle$C야.

$\triangle$DBC와 $\triangle$ECB에서

$\overline{\text{DB}}=\overline{\text{EC}}$이고, $\angle$DBC$=\angle$ECB, $\overline{\text{BC}}$는 공통

따라서 대응하는 두 변의 길이가 같고 그 끼인각의 크기가 같으므로

$\triangle$DBC$\equiv\triangle$ECB(SAS 합동)이야.

2nd 두 번째 합동인 삼각형을 찾자.

$\triangle$ABE와 $\triangle$ACD에서

$\overline{\text{AB}}=\overline{\text{AC}}$이고, $\overline{\text{AE}}=\overline{\text{AD}}$($\because$ $\overline{\text{DB}}=\overline{\text{EC}}$), $\angle$A는 공통

따라서 대응하는 두 변의 길이가 같고 그 끼인각의 크기가 같으므로

$\triangle$ABE$\equiv\triangle$ACD(SAS 합동)

3rd 세 번째 합동인 삼각형을 찾자.

$\triangle$FDB와 $\triangle$FEC에서

$\overline{\text{DB}}=\overline{\text{EC}}$이고,

$\angle$DBF$=\angle$ECF($\because$ $\triangle$ABE$\equiv\triangle$ACD),

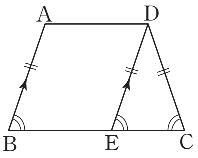
$\angle$BDF$=\angle$CEF($\because$ $\triangle$DBC$\equiv\triangle$ECB)

따라서 대응하는 한 변의 길이가 같고 그 양 끝각의 크기가 같으므로 $\triangle$FDB$\equiv\triangle$FEC(ASA 합동)

그러므로 합동인 삼각형은 3쌍이야.

101 답 3쌍

1st 평행선의 성질을 이용해 어떤 각이 대응될지 결정하자.



점 D를 지나고 $\overline{\text{AB}}$에 평행한 선을 그어 $\overline{\text{BC}}$와 만나는 점을 E라 하면

$\angle$B$=\angle$DEC(동위각), $\overline{\text{AB}}=\overline{\text{DE}}$

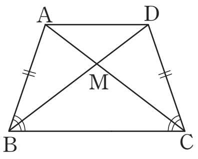
즉, $\triangle$DEC에서 $\overline{\text{DE}}=\overline{\text{DC}}$이므로

$\triangle$DEC는 이등변삼각형이야.

이때, $\angle$DEC$=\angle$C이므로 $\angle$B$=\angle$C $\cdots$ ㉠

$\therefore$ $\angle$A$=180^\circ-\angle$B$=180^\circ-\angle$C$=\angle$ADC $\cdots$ ㉡

2nd 변의 길이와 각의 크기의 사이의 관계를 하나씩 따지자.



$\triangle$ABC와 $\triangle$DCB에서

$\overline{\text{BC}}$는 공통, $\overline{\text{AB}}=\overline{\text{DC}}$,

$\angle$B$=\angle$C($\because$ ㉠)이므로

$\triangle$ABC$\equiv\triangle$DCB(SAS 합동)

또, $\triangle$DAB와 $\triangle$ADC에서

$\overline{\text{AB}}=\overline{\text{DC}}$이고, $\angle$BAD$=\angle$CDA($\because$ ㉡),

$\overline{\text{AD}}$는 공통이므로

$\triangle$DAB$\equiv\triangle$ADC(SAS 합동)

3rd 앞에서 구한 합동인 삼각형을 이용해 또 다른 합동인 삼각형을 찾자.

$\triangle$MAB와 $\triangle$MDC에서

$\angle$MBA$=\angle$MCD($\because$ $\triangle$DAB$\equiv\triangle$ADC), $\overline{\text{AB}}=\overline{\text{DC}}$,

$\angle$MAB$=\angle$MDC($\because$ $\triangle$ABC$\equiv\triangle$DCB)이므로

$\triangle$MAB$\equiv\triangle$MDC(ASA 합동)

따라서 합동인 삼각형은 모두 3쌍이야.

102 답 정삼각형, 60°

1st 정삼각형 안의 $\triangle$ABE, $\triangle$BCF, $\triangle$CAD가 합동임을 밝히자.

$\triangle$ABE와 $\triangle$BCF에서

$\overline{\text{BE}}=\overline{\text{CF}}$, $\overline{\text{AB}}=\overline{\text{BC}}$, $\angle$ABE$=\angle$BCF$=60^\circ$이므로

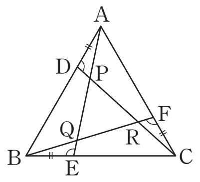
$\triangle$ABE$\equiv\triangle$BCF(SAS 합동)

마찬가지 방법으로 하면

$\triangle$ABE$\equiv\triangle$CAD(SAS 합동)

$\therefore$ $\triangle$ABE$\equiv\triangle$BCF$\equiv\triangle$CAD $\cdots$ ㉠

2nd $\triangle$PQR의 모양을 결정하고, $\angle$BQE의 크기를 구하자.



$\triangle$ABE에서 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle$BAE$+\angle$ABE$+\angle$BEA$=180^\circ$

$\angle$BAE$+60^\circ+\angle$BEA$=180^\circ$

$\therefore$ $\angle$BAE$+\angle$BEA$=120^\circ$

즉, $\angle$BAE$+\angle$ADC$=120^\circ$($\because$ ㉠)이므로

$\triangle$APD에서

$\angle$APD$=180^\circ-(\angle$BAE$+\angle$ADC$)=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

마찬가지 방법으로 하면

$\angle$BQE$=\angle$CRF$=60^\circ$

이때, $\angle$APD$=\angle$BQE$=\angle$CRF$=60^\circ$이므로

$\angle$QPR$=\angle$RQP$=\angle$PRQ$=60^\circ$(맞꼭지각)

따라서 $\triangle$PQR는 정삼각형이고 $\angle$BQE$=60^\circ$야.

103 답 9 cm

1st $\triangle$ABC와 $\triangle$ADE가 각각 정삼각형임을 이용하여 변의 길이를 구하자.

$\triangle$ABC는 한 변의 길이가 3 cm인 정삼각형이므로

$\triangle$ACE와 $\triangle$ABD에서 $\overline{\text{AC}}=\overline{\text{AB}}=3$ cm

$\overline{\text{AE}}=\overline{\text{AD}}$($\because$ $\triangle$ADE는 정삼각형)

2nd 합동인 두 삼각형을 찾아 $\overline{\text{CE}}$의 길이를 구하자.

$\angle$EAC$=\angle$EAD$+\angle$DAC$=60^\circ+\angle$DAC

$\quad=\angle$BAC$+\angle$DAC$=\angle$DAB

따라서 $\triangle$ACE$\equiv\triangle$ABD(SAS 합동)이므로 $\overline{\text{CE}}=\overline{\text{BD}}=9$ cm

K

서술형 다지기

문제편 p. 74

[104-105 채점기준표]

Ⅰ	점 A를 중심으로 원을 그린다.	30%
Ⅱ	점 B를 중심으로 원을 그린다.	30%
Ⅲ	작도 방법을 서술한다.	40%

104 답 해설 참조

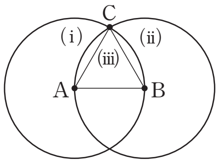
먼저, 점 A를 중심으로 하고 반지름을 $\overline{AB}$로 하는 원을 그리자.

$\overline{AB}$의 길이를 반지름의 길이로 하고 점 A를 중심으로 원을 그린다. … Ⅰ

그다음, 점 B를 중심으로 하고 반지름을 $\overline{AB}$로 하는 원을 그리자.

$\overline{AB}$의 길이를 반지름의 길이로 하여 점 B를 중심으로 원을 그린다.
두 원의 교점을 C라 할 때, $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$이므로
$\triangle ABC$는 정삼각형이다. … Ⅱ

그래서, 작도 방법을 서술하자.



(i) 컴퍼스를 이용하여 $\overline{AB}$의 길이를 반지름의 길이로 하여 점 A를 중심으로 원을 그린다.
(ii) 컴퍼스를 이용하여 $\overline{AB}$의 길이를 반지름의 길이로 하여 점 B를 중심으로 원을 그린다.
(iii) (i)과 (ii)에서 그린 두 원의 교점을 점 C라 하고, 세 점을 눈금 없는 자를 이용하여 연결한다. … Ⅲ

105 답 해설 참조

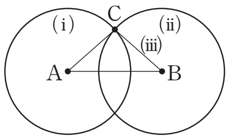
먼저, 점 A를 중심으로 원을 그리자.

$\overline{AB}$의 길이로 원을 그릴 경우 정삼각형이 그려지므로 $\overline{AB}$의 길이보다 작거나 큰 반지름의 길이로 하여 점 A를 중심으로 원을 그린다. 단, 반지름의 길이가 $\overline{AB}$의 길이의 $\frac{1}{2}$보다 작으면 두 원의 교점이 생기지 않으므로 반지름의 길이는 $\overline{AB}$의 길이의 $\frac{1}{2}$보다 커야 한다. … Ⅰ

그다음, 점 B를 중심으로 원을 그리자.

같은 반지름의 길이로 점 B를 중심으로 원을 그린다.
두 원의 교점을 C라 할 때, $\overline{BC}=\overline{CA}$이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다. … Ⅱ

그래서, 작도 방법을 서술하자.



(i) 컴퍼스를 이용하여 $\overline{AB}$의 길이보다 작거나 큰 반지름의 길이로 하여 점 A를 중심으로 원을 그린다.
(ii) 컴퍼스를 고정한 채로 점 B를 중심으로 원을 그린다.
(iii) (i)과 (ii)에서 그린 두 원의 교점을 점 C라 하고, 세 점을 눈금 없는 자를 이용하여 연결한다. … Ⅲ

[106-107 채점기준표]

Ⅰ	삼각형의 합동을 생각한다.	30%
Ⅱ	ASA 합동일 첫 번째 조건을 찾는다.	30%
Ⅲ	ASA 합동일 두 번째 조건을 찾는다.	40%

106 답 해설 참조

먼저, SAS 합동일 1가지 조건을 찾자.

SAS 합동이려면 $\angle B=\angle E$가 각 삼각형의 끼인각이어야 한다.
따라서 $\overline{BC}=\overline{EF}$이면 SAS 합동이 된다. … Ⅰ

그다음, ASA 합동일 첫 번째 조건을 찾자.

ASA 합동이려면 삼각형의 한 변의 길이와 그 양 끝각의 크기가 같아야 한다. 이때, $\overline{AB}$의 양 끝각은 $\angle B$, $\angle A$이고, $\overline{DE}$의 양 끝각은 $\angle E$, $\angle D$이므로 $\angle A=\angle D$이어야 한다. … Ⅱ

그래서, ASA 합동일 두 번째 조건을 찾자.

한편, $\angle C=\angle F$이면 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180°$이므로
$\angle A=180°-(\angle B+\angle C)$
$=180°-(\angle E+\angle F)=\angle D$
따라서 $\angle C=\angle F$인 경우에도 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$(ASA 합동)이다. … Ⅲ

107 답 해설 참조

먼저, ASA 합동에 필요한 변과 각을 찾자.

ASA 합동이려면 한 변의 길이와 양 끝각의 크기가 같아야 한다.
이때, $\overline{AB}$의 양 끝각은 $\angle B$, $\angle A$이고, $\overline{DE}$의 양 끝각은 $\angle E$, $\angle D$이므로 $\angle B=\angle E$이고 $\angle A=\angle D$이어야 한다. … Ⅰ

그다음, ASA 합동일 첫 번째 조건을 찾자.

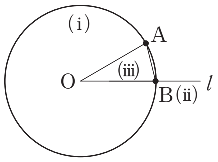
삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180°$이고 $\angle B=\angle E$이면
$\angle A=180°-(\angle B+\angle C)$
$=180°-(\angle E+\angle F)=\angle D$
따라서 $\angle B=\angle E$인 경우에 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$(ASA 합동)이다. … Ⅱ

그래서, ASA 합동일 두 번째 조건을 찾자.

마찬가지로 $\angle A=\angle D$이면
$\angle B=180°-(\angle A+\angle C)$
$=180°-(\angle D+\angle F)=\angle E$
따라서 $\angle A=\angle D$인 경우에 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$(ASA 합동)이다. … Ⅲ

108 답 해설 참조

$\overline{OA}=\overline{OB}$는 점 O를 중심으로 하고 $\overline{OA}$를 반지름으로 하는 원을 그렸을 때 원 위에 점 B가 있으면 된다. … Ⅰ
위에서 작도한 중심이 점 O이고 반지름이 $\overline{OA}$인 원과 반직선 l의 교점을 점 B라 하면 된다. … Ⅱ



(i) 컴퍼스를 이용하여 점 O를 중심으로 반지름이 $\overline{OA}$인 원을 작도한다.
(ii) 반직선 l과 (i)에서 그린 원의 교점을 점 B라 하자.
(iii) 눈금 없는 자를 이용하여 점 A와 점 B를 연결한다. … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	$\overline{OA}=\overline{OB}$를 어떻게 작도해야 할지 생각한다.	30%
Ⅱ	반직선 l 위에 점 B가 어떻게 정해져야 하는지 알아본다.	30%
Ⅲ	작도 방법을 서술한다.	40%

109 답 해설 참조

a. 대응하는 세 변의 길이가 같으므로 SSS 합동이다. … Ⅰ

b. $\overline{AC}=\overline{DF}$이고, $\angle A=\angle D$, $\angle C=\angle F$로 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝각의 크기가 같으므로 ASA 합동이 된다. … Ⅱ

c. $\overline{BC}=\overline{EF}$, $\overline{AC}=\overline{DF}$이지만 $\angle B=\angle E$가 그 끼인각이 아니므로 합동이 될 수 없다.

따라서 주머니에서 꺼내면 안 되는 것은 c이다. … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	조건 a를 이용한 합동을 생각한다.	10%
Ⅱ	조건 b를 이용한 합동을 생각한다.	40%
Ⅲ	조건 c를 이용한 합동을 생각한다.	50%

110 답 3개

$\triangle ABC$와 $\triangle DBE$에서

$\overline{BC}=\overline{BE}$, $\overline{CD}=\overline{AE}$이므로

$\overline{AB}=\overline{BE}+\overline{AE}=\overline{BC}+\overline{CD}=\overline{DB}$, $\angle B$는 공통

$\therefore \triangle ABC\equiv\triangle DBE$(SAS 합동) … Ⅰ

이때, 합동인 삼각형의 대응각의 크기는 같고, 넓이도 같다. … Ⅱ

따라서 옳은 것은 ♥, ◆, ★로 3개이다. … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	$\triangle ABC$와 $\triangle DBE$의 합동조건을 생각한다.	50%
Ⅱ	합동의 성질을 이해한다.	30%
Ⅲ	옳은 스티커의 개수를 구한다.	20%

111 답 40°

$\triangle PAB$와 $\triangle PDC$에서

$\overline{PA}=\overline{PD}$($\because$ $\triangle PAD$는 정삼각형)

$\overline{AB}=\overline{DC}$($\because$ □ABCD는 직사각형)

$\angle PAB=\angle PAD+\angle BAD=60^\circ+90^\circ=150^\circ$

$\angle PDC=\angle PDA+\angle ADC=60^\circ+90^\circ=150^\circ$

$\therefore \triangle PAB\equiv\triangle PDC$(SAS 합동) … Ⅰ

즉, $\angle DCP=\angle ABP=20^\circ$이므로 $\triangle PAB$에서 세 내각의 크기의 합 180°에 의하여

$\angle DPC=\angle APB=180^\circ-(\angle PAB+\angle ABP)$

$=180^\circ-(150^\circ+20^\circ)=10^\circ$ … Ⅱ

$\therefore \angle BPC=\angle APD-(\angle APB+\angle DPC)$

$=60^\circ-(10^\circ+10^\circ)=40^\circ$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	합동인 두 삼각형을 찾는다.	40%
Ⅱ	$\angle APB$, $\angle DPC$의 크기를 각각 구한다.	40%
Ⅲ	$\angle BPC$의 크기를 구한다.	20%

최고난도 만점 문제

문제편 p. 76

112 답 7개

1st 삼각형의 변의 길이의 조건을 생각하자.

삼각형의 세 변의 길이를 각각 a cm, b cm, c cm라 하고 가장 긴 변의 길이를 c cm라 하자. 삼각형이 되려면 $c<a+b$를 만족시켜야 해.

이때, $a+b+c=15$에서 $a+b=15-c$ … ㉠이므로

$c<a+b=15-c \quad \therefore c<\frac{15}{2}$

또한, 세 변의 길이가 모두 같을 때 c는 최솟값이 되므로

$c\geq\frac{15}{3}=5$

$\therefore 5\leq c<\frac{15}{2}$

2nd 가장 긴 변의 길이의 경우에 따라 가능한 삼각형의 개수를 구하자.

(ⅰ) $c=5$일 때, ㉠에서 $a+b=10$이고 이를 만족시키는 경우는 5 cm, 5 cm, 5 cm로 1개가 있어.

(ⅱ) $c=6$일 때, ㉠에서 $a+b=9$이고 이를 만족시키는 경우는 3 cm, 6 cm, 6 cm / 4 cm, 5 cm, 6 cm로 2개가 있어.

(ⅲ) $c=7$일 때, ㉠에서 $a+b=8$이고 이를 만족시키는 경우는 1 cm, 7 cm, 7 cm / 2 cm, 6 cm, 7 cm / 3 cm, 5 cm, 7 cm / 4 cm, 4 cm, 7 cm로 4개가 있어.

따라서 만들 수 있는 삼각형은 7개이야.

113 답 ④

1st $\triangle ACD$와 $\triangle BCE$가 합동임을 보이자.

$\triangle ACD$와 $\triangle BCE$에서 $\overline{AC}=\overline{BC}$, $\overline{CD}=\overline{CE}$이고

$\angle ACD=180^\circ-\angle ACB=180^\circ-60^\circ=180^\circ-\angle ECD=\angle BCE$

$\therefore \triangle ACD\equiv\triangle BCE$(SAS 합동)

2nd $\triangle BFD$의 세 내각의 크기의 합은 180°임을 이용하자.

$\triangle BFD$에서

$\angle BFD=180^\circ-(\angle FBD+\angle FDB)=180^\circ-(\angle DAC+\angle FDB)$

$=180^\circ-(180^\circ-\angle ACD)$

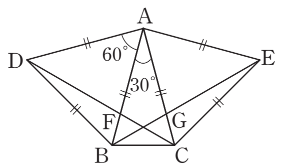
($\because$ $\triangle ACD$의 세 내각의 크기의 합은 180°)

$=\angle ACD=180^\circ-\angle ACB=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

114 답 $\triangle ECB$, 165°

1st $\triangle DBC$와 합동인 삼각형을 찾자.

$\overline{AB}=\overline{AC}$이고 $\triangle ADB$와 $\triangle AEC$는 정삼각형이므로 이 두 정삼각형은 합동이야.



즉, $\triangle DBC$와 $\triangle ECB$에서

$\overline{BD}=\overline{CE}$이고 $\overline{BC}$는 공통,

$\angle DBC=\angle DBA+\angle ABC$

$=60^\circ+\angle ABC$

$=60^\circ+\angle ACB$

($\because$ $\triangle ABC$는 이등변삼각형)

$=\angle ECA+\angle ACB$

$=\angle ECB$

$\therefore \triangle DBC\equiv\triangle ECB$(SAS 합동)

2nd $\angle DBC + \angle BCD$의 값을 구하자.
한편, $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$

$\therefore \angle DBC = \angle DBA + \angle ABC = 60^\circ + 75^\circ = 135^\circ$ … ㉠
또, $\triangle ADC$는 $\overline{AD} = \overline{AC}$이고, $\angle DAC = 90^\circ$인 직각이등변삼각형이므로 $\angle ACD = \frac{1}{2}(180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ$

$\therefore \angle BCD = \angle ACB - \angle ACD = 75^\circ - 45^\circ = 30^\circ$ … ㉡
㉠, ㉡에 의하여 $\angle DBC + \angle BCD = 135^\circ + 30^\circ = 165^\circ$

[다른 풀이]
$\angle DAC = \angle DAB + \angle BAC = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$이고
$\overline{AD} = \overline{AC}$이므로 $\triangle ADC$는 직각이등변삼각형이야.
$\therefore \angle ADC = 45^\circ$
한편, $\angle ADB = 60^\circ$이므로
$\angle CDB = \angle ADB - \angle ADC = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$
따라서 $\triangle DBC$에서
$\angle DBC + \angle BCD = 180^\circ - \angle CDB = 180^\circ - 15^\circ = 165^\circ$

115 답 ②

1st 정사각형의 성질을 이용하여 합동인 두 삼각형을 찾자.
정사각형의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분해.
즉, $\triangle OBI$와 $\triangle OCH$에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$
$\angle BOC = \angle BOI + \angle IOC = 90^\circ$이고,
$\angle HOI = \angle IOC + \angle COH = 90^\circ$이므로
$\angle BOI = 90^\circ - \angle IOC = \angle COH$
이때, $\angle OBI = \angle OCH = 45^\circ$이므로
$\triangle OBI \equiv \triangle OCH$(ASA 합동)
2nd 합동인 삼각형을 이용하여 색칠한 부분의 넓이를 구해.
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$= \triangle OIC + \triangle OCH = \triangle OIC + \triangle OBI$

$$= \triangle OBC = \frac{1}{4}\square ABCD$$

$$= \frac{1}{4} \times (4 \times 4) = 4(\text{cm}^2)$$

L 다각형

개념 다지기 **001~046** 정답은 p. 3에 있습니다.

유형 다지기 학교시험+학력평가

문제편 p. 82

L

047 답 ②

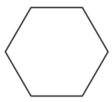
3개 이상의 선분으로 둘러싸인 평면도형을 다각형이라고 해. 선분은 직선의 일부분으로 곧은 선이야. 따라서 ① 삼각형, ③ 사각형, ④ 오각형, ⑤ 육각형은 다각형이지? 그런데 원은 곡선으로 이루어져 있지? 따라서 ② 원은 평면도형이지만 다각형은 아니야.

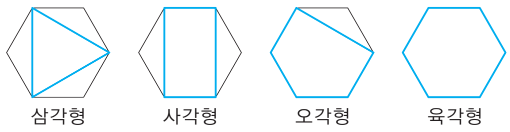
048 답 ①

②, ⑤는 곡선인 부분이 있어서 다각형이 아니야.
또, 다각형은 평면도형의 일부분인데 ③, ④는 평면도형이 아니고 입체도형이지. 따라서 다각형인 것은 ①이야.

049 답 ②

오른쪽 그림과 같은 육각형의 꼭짓점을 연결하여 만들 수 있는 다각형은 삼각형, 사각형, 오각형, 육각형으로 4가지 종류가 있어.





050 답 115°

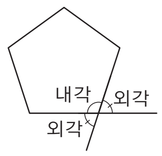
한 꼭짓점에서 내각의 크기와 외각의 크기의 합은 180°이므로
$\angle x = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$

051 답 ②

한 꼭짓점에서 내각의 크기와 외각의 크기의 합은 180°이므로
$2\angle x + 3\angle x = 180^\circ$
$\therefore \angle x = 36^\circ$

052 답 ㄱ, ㄷ

ㄱ. 다각형의 한 꼭짓점에서 한 변과 그 변에 이웃하는 변의 연장선이 이루는 각을 외각이라 해. (참)
ㄴ. 정다각형 중 내각의 크기와 외각의 크기가 같은 것은 정사각형뿐이야. (거짓)
ㄷ. 한 꼭짓점에 대하여 외각은 2개가 있고, 이 두 외각은 맞꼭지각으로 크기가 서로 같아. (참)



ㄹ. 한 꼭짓점에서 내각의 크기와 외각의 크기의 합은 180°야. (거짓)
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이야.

053 답 ④

정다각형은 모든 변의 길이가 같고 모든 내각의 크기가 같은 다각형이야.

① 【반례】 네 변의 길이가 같은 사각형은 정사각형 이외에도 마름모가 있어. 마름모는 네 변의 길이는 같지만 모든 내각의 크기가 같지는 않아. (거짓)

② 【반례】 직사각형의 모든 내각의 크기는 90°이지만 모든 변의 길이가 같지는 않아. (거짓)

③ 【반례】 직사각형의 모든 외각의 크기는 90°이고 모든 내각의 크기도 90°이지만 모든 변의 길이가 같지는 않아. (거짓)

④ 정다각형의 꼭짓점의 수와 변의 수는 항상 같지. (참)

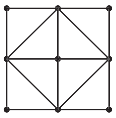
⑤ 정사각형은 내각의 크기와 외각의 크기가 같지만 그 외의 정다각형은 외각과 내각의 크기가 달라. (거짓)

054 답 정칠각형

두 조건 (가), (나)에서 모든 변의 길이가 같고 모든 내각의 크기가 같은 다각형은 정다각형이지?

이때, 조건 (다)에서 꼭짓점의 개수와 변의 개수의 합은 14이고 모든 다각형의 변의 개수와 꼭짓점의 개수는 같으므로 조건의 다각형의 꼭짓점의 개수와 변의 개수는 각각 $\frac{14}{2}=7$(개)야. 또한, 변의 개수가 n개인 다각형을 n각형이라 하므로 주어진 조건을 모두 만족시키는 다각형은 정칠각형이야.

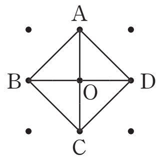
055 답 6개



정사각형의 정의는 네 변의 길이가 모두 같고 네 내각의 크기가 모두 같은 사각형이야. 따라서 네 개의 점들을 연결하여 만들 수 있는 정사각형은 그림과 같이 작은 정사각형 4개, 큰 정사각형 1개, 대각선으로 이루어진 정사각형 1개로 모두 6개야.

오|답|피|하|기

대각선으로 이루어진 정사각형을 빼놓고 정사각형의 개수를 5개라고 한 학생들이 많을 거라 생각해.



그런데 대각선으로 이루어진 사각형이 왜 정사각형일까? 그림의 $\triangle ABO$, $\triangle BCO$, $\triangle CDO$, $\triangle DAO$는 모두 이등변삼각형이고 $\angle AOB=\angle BOC=\angle COD=\angle DOA=90^\circ$이므로 네 삼각형은 모두 합동이야. 따라서 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}$이고,

$\angle BAO=\angle ABO=\angle CBO=\angle BCO=\angle DCO=\angle CDO$
$=\angle ADO=\angle DAO$

야. 이때, 사각형의 네 내각의 크기의 합은 360°이므로 이 8개의 각의 크기는 45°로 모두 같아.

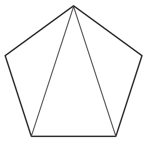
따라서 $\square ABCD$의 네 내각의 크기는 모두 90°로 같고 네 변의 길이도 모두 같으므로 정사각형이야.

056 답 ④

① 이웃하지 않는 꼭짓점이라는 말은 바로 옆에 있지 않은 꼭짓점을 의미해. 이때, 다각형에서 이웃하지 않는 두 꼭짓점을 이은 선분을 대각선이라 해. (참)

② 삼각형의 꼭짓점은 3개이고 삼각형의 어느 한 꼭짓점과 이웃하지 않는 꼭짓점은 없지? 따라서 삼각형은 대각선을 그릴 수 없어. (참)

③ 사각형의 꼭짓점은 4개이고 사각형의 한 꼭짓점과 이웃하는 꼭짓점은 2개이고 이웃하지 않는 꼭짓점은 1개야. 따라서 사각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선은 1개야. (참)



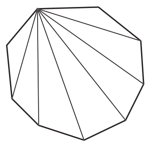
④ 오각형의 한 꼭짓점에서 대각선은 2개를 그을 수 있고, 이 2개의 대각선은 오각형을 3개의 삼각형으로 나눠. (거짓)

⑤ 육각형의 꼭짓점은 6개이고 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 자기 자신과 이웃하는 2개의 꼭짓점을 제외한 꼭짓점의 개수와 같으므로 $6-3=3$(개)야. (참)

057 답 ②

십육각형의 꼭짓점의 개수는 16개야. 이때, 십육각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 자기 자신과 이웃하는 2개의 꼭짓점을 제외한 $16-3=13$(개)이지.

058 답 ②



구각형의 꼭짓점의 개수는 9개이고 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 자기 자신과 이웃하는 2개의 꼭짓점을 제외한 $9-3=6$(개)야.

이때, 구각형은 7개의 삼각형으로 나뉘어져.

$\therefore a=6,\ b=7 \Rightarrow a+b=6+7=13$

오|답|피|하|기

n각형의 꼭짓점의 개수는 n개이고 n각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 자기 자신과 이웃하는 2개의 꼭짓점을 제외한 $(n-3)$개야.

또한, 만들어지는 삼각형의 개수는 한 꼭짓점에서 이웃한 2개의 꼭짓점을 제외한 다른 꼭짓점을 연결하여 새롭게 생기는 선분의 개수와 같으므로 $(n-2)$개야.

이것이 생각나지 않는다면 구각형은 쉽게 그릴 수 있으니까 그림으로 그려서 생각해 봐.

059 답 ④

구하는 다각형을 n각형이라 하면 이 다각형의 꼭짓점의 개수는 n개이고 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선이 10개라 하므로

$n-3=10$

$\therefore n=13$

따라서 구하는 다각형은 십삼각형이고 십삼각형의 대각선의 총 개수는 $\frac{13\times(13-3)}{2}=65$(개)

오|답|피|하|기

n각형의 대각선의 총 개수를 구할 때 $\div 2$를 해주는 이유를 생각해 볼까?

n각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선은 $(n-3)$개야. 이때, n각형의 꼭짓점의 개수는 n개이므로 n각형의 대각선의 총 개수는 $n(n-3)$개로 생각하기 쉽지만 대각선에는 2개의 꼭짓점이 있어. 따라서 대각선이 중복되므로 대각선의 개수를 구할 때는 $n(n-3)$을 2로 나눠줘야 해.

$\therefore$ (n각형의 대각선의 총 개수)$=\frac{n(n-3)}{2}$개

060 답 ⑤

한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선을 모두 그으면 10개의 삼각형으로 이루어지는 다각형을 n각형이라 하자.
이때, n각형의 한 꼭짓점에서 대각선을 모두 그어 만들어지는 삼각형의 개수는 $(n-2)$개이므로
$n-2=10 \qquad \therefore n=12$
따라서 구하는 다각형은 십이각형이므로
(십이각형의 대각선의 총 개수)$=\dfrac{12\times(12-3)}{2}=54$(개)

오|답|피|하|기

이 문제를 처음 봤을 때 당황하는 친구도 있을 거야. 하지만 생각해 보면 한 꼭짓점에서만 대각선을 모두 긋는다면 그 다각형은 대각선에 의해 여러 개의 삼각형으로 나누어진다는 걸 알 수 있어. 사각형이라면 두 개의 삼각형, 오각형이라면 세 개의 삼각형으로 나누어지니까 10개의 삼각형으로 나누어지는 것은 십이각형이라는 걸 유추할 수 있지.

061 답 ①

n각형의 내부의 임의의 한 점에서 각 꼭짓점을 연결하여 생기는 삼각형의 개수는 변의 개수와 같은 n개야. 따라서 다각형의 내부의 임의의 한 점에서 각 꼭짓점을 연결하였을 때 생기는 삼각형의 개수가 19개라 하므로 이 다각형은 십구각형이야.
따라서 십구각형의 대각선의 총 개수는
$\dfrac{19\times(19-3)}{2}=\dfrac{19\times16}{2}=152$(개)

062 답 ⑤

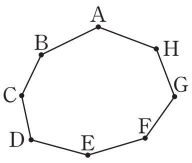
구하는 다각형을 n각형이라 하면, n각형의 대각선의 총 개수는 $\dfrac{n(n-3)}{2}$개이고 대각선의 총 개수가 35개인 다각형을 구하는 것이므로 $\dfrac{n(n-3)}{2}=35$에서 $n(n-3)=70=10\times7$
$\therefore n=10$
따라서 대각선의 총 개수가 35개인 다각형은 십각형이야.

063 답 ⑤

둥근 원탁에 9명의 사람이 앉아 있다고 하므로 구각형을 생각하자.
이때, 한 사람이 바로 옆에 앉지 않은 사람하고만 악수를 하는 총 횟수는 구각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수를 뜻해.
따라서 악수의 총 횟수는 구각형의 대각선의 총 개수와 같겠지?
구각형의 대각선의 총 개수는 $\dfrac{9\times(9-3)}{2}=27$(개)이므로 9명의 사람이 악수를 하는 총 횟수는 27번이야.

064 답 ⑤

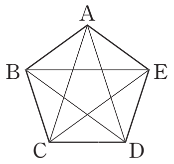
먼저 그림과 같이 이웃하고 있는 점끼리 연결하면 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$, $\overline{FG}$, $\overline{GH}$, $\overline{HA}$로 모두 8개의 선분이 생기고 팔각형이 만들어지지?



여기에 팔각형의 대각선의 총 개수를 구하여 더하면 8개의 점으로 결정되는 모든 선분의 개수를 구할 수 있어.
따라서 (팔각형의 대각선의 총 개수)$=\dfrac{8\times5}{2}=20$(개)이므로
(모든 선분의 개수)
$=$(팔각형의 변의 개수)$+$(팔각형의 대각선의 총 개수)
$=8+20=28$(개)

065 답 ②

그림에서 오각형의 꼭짓점으로 만들어지는 삼각형은 $\triangle ABC$, $\triangle ABD$, $\triangle ABE$, $\triangle BCD$, $\triangle BCE$, $\triangle CDA$, $\triangle CDE$, $\triangle DEB$, $\triangle DEA$, $\triangle EAC$로 10개야.



066 답 60°

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°임을 이용하자.
$\angle ECD=\angle ACB=70^\circ$(맞꼭지각)이지?
따라서 $\triangle CDE$에서 $\angle ECD+\angle D+\angle E=180^\circ$이므로
$70^\circ+50^\circ+\angle x=180^\circ$
$\therefore \angle x=180^\circ-70^\circ-50^\circ=60^\circ$

067 답 22°

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°임을 이용하자.
$\angle A+\angle B+\angle C=(4\angle x-8^\circ)+2\angle x+(3\angle x-10^\circ)$
$=9\angle x-18^\circ=180^\circ$
$\therefore \angle x=22^\circ$

068 답 15°

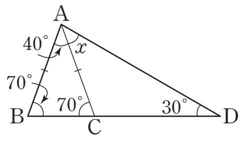
$\angle A+\angle B+\angle C=5\angle x+4\angle x+3\angle x=12\angle x=180^\circ$
$\therefore \angle x=15^\circ$

069 답 ③

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이지?
세 내각의 크기의 비가 2 : 3 : 4이므로 가장 큰 각의 크기는
$180^\circ\times\dfrac{4}{2+3+4}=80^\circ$

070 답 ③

$\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이고 $\angle BAC=40^\circ$이므로
$\angle ABC=\angle ACB$
$=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$



$\triangle ABD$의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로
$\angle A+\angle B+\angle D=(40^\circ+\angle x)+70^\circ+30^\circ=180^\circ$
$\angle x=40^\circ$

[다른 풀이]

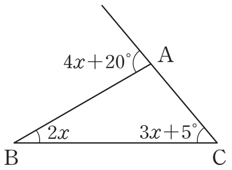
$\angle BCD$는 평각이므로
$\angle ACD=180^\circ-\angle ACB=180^\circ-70^\circ=110^\circ$
$\triangle ACD$의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로
$\angle ACD+\angle CDA+\angle DAC=180^\circ$
$110^\circ+30^\circ+\angle x=180^\circ$
$\therefore \angle x=40^\circ$

071 답 35°

맞꼭지각에 의하여 삼각형의 한 내각의 크기는 45°이므로

$45^\circ+\angle x=80^\circ$ $\quad\therefore \angle x=80^\circ-45^\circ=35^\circ$

072 답 ②



$\triangle$ABC에서 $\angle$A의 외각의 크기가

$4\angle x+20^\circ$이므로

$4\angle x+20^\circ=2\angle x+(3\angle x+5^\circ)$

$\therefore \angle x=15^\circ$

073 답 ③

$\triangle$ABC에서 $\angle$C의 내각의 크기가 $180^\circ-3\angle x$이므로

$4\angle x=(180^\circ-3\angle x)+30^\circ$

$7\angle x=210^\circ$ $\quad\therefore \angle x=30^\circ$

[다른 풀이]

삼각형의 외각의 크기의 합은 360°지?

$3\angle x+4\angle x+(180^\circ-30^\circ)=360^\circ$이므로 $7\angle x=210^\circ$

$\therefore \angle x=30^\circ$

074 답 ⑤

$\triangle$FCD에서 $\angle$C의 외각이 $\angle x$이므로

$\angle x=\angle\text{CFD}+\angle\text{CDF}=40^\circ+25^\circ=65^\circ$

또, $\triangle$EBD에서 $\angle$E의 외각이 $\angle y$이므로

$\angle y=\angle\text{EBD}+\angle\text{EDB}=70^\circ+25^\circ=95^\circ$

$\triangle$ABC의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle\text{A}+\angle\text{B}+\angle\text{C}=\angle z+70^\circ+\angle x=\angle z+70^\circ+65^\circ=180^\circ$에서

$\angle z=45^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y+\angle z=65^\circ+95^\circ+45^\circ=205^\circ$

075 답 ③

$\triangle$CDE에서 $\angle$BEC는 $\angle$DEC의 외각이야.

$\therefore \angle\text{EDC}=\angle\text{BEC}-\angle\text{DCE}=130^\circ-35^\circ=95^\circ$

또, $\triangle$ABD에서 $\angle$BDC는 $\angle$ADB의 외각이므로

$\angle x=\angle\text{BDC}-\angle\text{BAD}=95^\circ-75^\circ=20^\circ$

076 답 ②

$\triangle$ABC에서 $\angle\text{BAC}=45^\circ$이고 $\angle\text{ABC}=90^\circ$이므로

$\angle\text{ACB}=180^\circ-(\angle\text{BAC}+\angle\text{ABC})=45^\circ$

또, $\triangle$BDE에서 $\angle\text{DEB}=90^\circ$이고 $\angle\text{BDE}=60^\circ$이므로

$\angle\text{DBE}=180^\circ-(\angle\text{DEB}+\angle\text{BDE})=30^\circ$

이때, $\triangle$PBC에서 $\angle$DPC는 $\angle$BPC의 외각이므로

$\angle\text{DPC}=\angle\text{PBC}+\angle\text{PCB}=30^\circ+45^\circ=75^\circ$

077 답 170°

$\triangle$ABC에서 $\angle x$는 $\angle$ABC의 외각이므로

$\angle x=\angle\text{BAC}+\angle\text{ACB}=40^\circ+80^\circ=120^\circ$

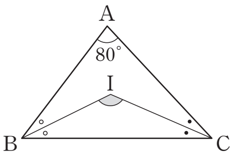
$\triangle$ACD에서 $\angle$ACB는 $\angle$ACD의 외각이므로

$\angle\text{ACB}=\angle y+\angle\text{CAD}$에 의하여

$\angle y=\angle\text{ACB}-\angle\text{CAD}=80^\circ-30^\circ=50^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=120^\circ+50^\circ=170^\circ$

078 답 ⑤



$\triangle$ABC에서 $\angle\text{A}=80^\circ$이므로

$\angle\text{B}+\angle\text{C}=180^\circ-\angle\text{A}=180^\circ-80^\circ=100^\circ$

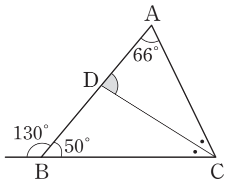
이때, $\angle\text{B}+\angle\text{C}=2\angle\text{IBC}+2\angle\text{ICB}=100^\circ$이므로

$\angle\text{IBC}+\angle\text{ICB}=50^\circ$야.

따라서 $\triangle$IBC에서

$\angle\text{BIC}=180^\circ-(\angle\text{IBC}+\angle\text{ICB})=180^\circ-50^\circ=130^\circ$

079 답 ⑤



$\triangle$ABC에서 $\angle$B의 외각의 크기는

130°이므로

$\angle\text{C}=130^\circ-\angle\text{A}$

$=130^\circ-66^\circ=64^\circ$

또한, $\overline{\text{CD}}$는 $\angle$C의 이등분선이므로

$\angle\text{BCD}=\frac{1}{2}\angle\text{C}=\frac{1}{2}\times64^\circ=32^\circ$

이때, $\triangle$BCD에서 $\angle\text{DBC}=50^\circ$이고 $\angle$ADC는 $\angle$D의 외각이므로

$\angle\text{ADC}=\angle\text{DBC}+\angle\text{BCD}=50^\circ+32^\circ=82^\circ$

[다른 풀이]

$\angle\text{ABC}=50^\circ$이므로 $\triangle$ABC에서 세 삼각형의 내각의 크기의 합은 180°임을 이용하면

$\angle\text{C}=180^\circ-(\angle\text{A}+\angle\text{ABC})=180^\circ-(66^\circ+50^\circ)=64^\circ$

$\therefore \angle\text{ACD}=\frac{1}{2}\times64^\circ=32^\circ$

따라서 $\triangle$ACD에서

$\angle\text{ADC}=180^\circ-(\angle\text{A}+\angle\text{ACD})$

$=180^\circ-(66^\circ+32^\circ)=82^\circ$

080 답 ③

$\angle\text{ABP}=\angle\text{PBC}=a$, $\angle\text{ACP}=\angle\text{PCD}=b$라 하자.

그럼, $\triangle$PBC에서 $\angle$PCD는 $\angle$PCB의 외각이므로

$\angle\text{PCD}=\angle\text{PBC}+\angle\text{BPC}$에서 $b=a+30^\circ$

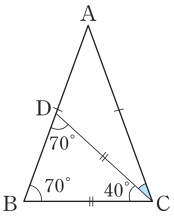
$\therefore b-a=30^\circ$ ⋯ ㉠

또한, $\triangle$ABC에서 $\angle$ACD는 $\angle$ACB의 외각이므로

$\angle\text{ACD}=\angle\text{BAC}+\angle\text{ABC}$에서 $2b=\angle\text{A}+2a$

$\therefore \angle\text{A}=2(b-a)=2\times30^\circ$($\because$ ㉠)$=60^\circ$

081 답 ③



$\overline{\text{CB}}=\overline{\text{CD}}$이므로 이등변삼각형 BCD에서

$\angle\text{BDC}=\angle\text{DBC}=70^\circ$

$\therefore \angle\text{BCD}=180^\circ-(\angle\text{DBC}+\angle\text{BDC})$

$=180^\circ-(70^\circ+70^\circ)=40^\circ$

또, $\overline{\text{AB}}=\overline{\text{AC}}$이므로 이등변삼각형 ABC에서

$\angle\text{ABC}=\angle\text{ACB}=70^\circ$

$\therefore \angle\text{ACD}=\angle\text{ACB}-\angle\text{BCD}$

$=70^\circ-40^\circ=30^\circ$

082 답 ②

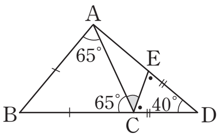
$\overline{AB}=\overline{BC}$이므로 이등변삼각형 ABC에서

$\angle BCA=\angle BAC=65^\circ$

또, $\overline{CD}=\overline{DE}$에 의하여

이등변삼각형 CDE에서

$\angle D=40^\circ$이므로



$\angle ECD=\angle CED=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

이때, $\angle BCA+\angle ACE+\angle ECD=180^\circ$지?

$\therefore\ \angle ACE=180^\circ-(65^\circ+70^\circ)=45^\circ$

083 답 ②

이등변삼각형 ABC에서 $\overline{AC}=\overline{CB}$이므로

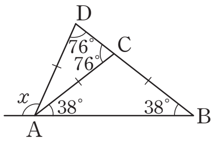
$\angle CAB=\angle CBA=38^\circ$

이때, $\triangle ABC$에서 $\angle ACD$는

$\angle ACB$의 외각이므로

$\angle ACD=\angle CBA+\angle CAB$

$=38^\circ+38^\circ=76^\circ$



또, $\overline{AC}=\overline{AD}$이므로 이등변삼각형 ACD에서

$\angle ADC=\angle ACD=76^\circ$

따라서 $\triangle ABD$에서 $\angle x$는 $\angle DAB$의 외각이므로

$\angle x=\angle DBA+\angle ADB=38^\circ+76^\circ=114^\circ$

084 답 ⑤

십각형의 한 꼭짓점에서 대각선을 모두 그으면 십각형은 8개의 삼각형으로 나눠져. 이때, 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로 십각형의 내각의 크기의 합은 $8\times180^\circ=1440^\circ$

> ★ n각형의 내각의 크기의 합
>
> n각형의 한 꼭짓점에서 대각선을 그어보면 n각형은 $(n-2)$개의 삼각형으로 나누어져. 이때, 삼각형의 내각의 크기의 합이 180°이므로 나눠진 삼각형의 개수를 곱해 주면 n각형의 내각의 크기의 합이 되겠지?
>
> 따라서 n각형의 내각의 크기의 합은 $(n-2)\times180^\circ$야.

085 답 ④

n각형의 내각의 크기의 합은 $(n-2)\times180^\circ$지?

구하려는 다각형을 n각형이라 하면 이 n각형의 내각의 크기의 합이 2700°이므로 $(n-2)\times180^\circ=2700^\circ$, $n-2=15$

$\therefore\ n=17$

따라서 이 다각형은 십칠각형이야.

086 답 ③

n각형의 내부의 임의의 한 점에서 n각형의 각 꼭짓점을 연결했더니 모두 12개의 삼각형이 생겼다지? 그럼, 이 n각형은 십이각형이야.

십이각형의 내각의 크기의 합을 구하면

$(12-2)\times180^\circ=1800^\circ$

087 답 ②

사각형 ABCD의 네 내각의 크기의 합은 $(4-2)\times180^\circ=360^\circ$야.

$\angle A=80^\circ$, $\angle B=70^\circ$이므로

$\angle C+\angle D=360^\circ-(80^\circ+70^\circ)=210^\circ$

이때, $\overline{PC}$, $\overline{PD}$는 각각 $\angle C$, $\angle D$의 이등분선이므로

$\angle PCD+\angle PDC=\frac{1}{2}(\angle C+\angle D)=105^\circ$

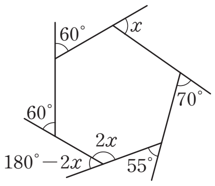
$\triangle PCD$의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle CPD=180^\circ-(\angle PCD+\angle PDC)=180^\circ-105^\circ=75^\circ$

088 답 ④

다각형의 외각의 크기의 합은 360°지?

이 육각형에서 다섯 개의 외각의 크기가 $\angle x$, 60°, 60°, 55°, 70°이고 나머지 한 내각의 크기가 $2\angle x$이므로 이것의 외각의 크기는 $(180^\circ-2\angle x)$야.



따라서 여섯 개의 외각의 크기의 합은 360°이므로

$\angle x+60^\circ+60^\circ+(180^\circ-2\angle x)+55^\circ+70^\circ=360^\circ$

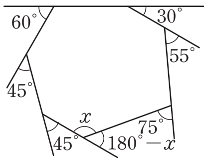
$425^\circ-\angle x=360^\circ$

$\therefore\ \angle x=65^\circ$

> ★ 다각형의 외각의 크기의 합
>
> n각형의 한 꼭짓점에서 내각과 외각의 크기의 합은 180°야.
>
> (n각형의 내각의 크기의 합)+(n각형의 외각의 크기의 합) $=n\times180^\circ$
>
> 이때, (n각형의 내각의 크기의 합)$=(n-2)\times180^\circ$이므로
>
> (n각형의 외각의 크기의 합)$=n\times180^\circ-(n-2)\times180^\circ=360^\circ$
>
> 따라서 다각형의 외각의 크기의 합은 항상 360°야.

089 답 ③

그림에서 60°, 45°, 45°, 75°, 55°, 30°는 칠각형에서 여섯 개의 외각의 크기이고 이 칠각형의 나머지 한 내각의 크기가 $\angle x$이므로 이 각의 외각의 크기는 $(180^\circ-\angle x)$야.



칠각형의 외각의 크기의 합은 360°이므로

$60^\circ+45^\circ+45^\circ+(180^\circ-\angle x)+75^\circ+55^\circ+30^\circ=360^\circ$

$\therefore\ \angle x=490^\circ-360^\circ=130^\circ$

090 답 ①

모든 다각형의 외각의 크기의 합은 360°이므로 구하는 다각형의 내각의 크기의 합은 $3\times360^\circ=1080^\circ$야. 즉, 내각의 크기의 합이 1080°인 n각형을 구하면 돼. $(n-2)\times180^\circ=1080^\circ$이므로

$n-2=6\qquad\therefore\ n=8$

따라서 내각의 크기의 합이 외각의 크기의 합의 3배인 다각형은 팔각형이야.

091 답 (1) **135°** (2) **150°**

n각형의 내각의 크기의 합은 $(n-2)\times180^\circ$야. 이때, 정n각형은 꼭짓점의 개수가 n개이고 모든 내각의 크기가 같지?

따라서 정n각형의 한 내각의 크기는 $\frac{(n-2)\times180^\circ}{n}$야.

(1) 정팔각형의 한 내각의 크기는

$\frac{(8-2)\times180^\circ}{8}=\frac{1080^\circ}{8}=135^\circ$

(2) 정십이각형의 한 내각의 크기는

$\frac{(12-2)\times180^\circ}{12}=\frac{1800^\circ}{12}=150^\circ$

092 답 ①

한 내각의 크기가 144°인 정다각형을 정n각형이라 하면 변의 개수는 n개이지?

$\frac{(n-2)\times180^\circ}{n}=144^\circ$

$(n-2)\times180^\circ=144^\circ\times n$

$\therefore n=10$

따라서 정십각형의 변의 개수는 10개야.

093 답 ①

한 내각의 크기가 162°인 정다각형을 정n각형이라 하면 꼭짓점의 개수는 n개이지?

$\frac{(n-2)\times180^\circ}{n}=162^\circ$

$(n-2)\times180^\circ=162^\circ\times n$

$\therefore n=20$

따라서 정이십각형의 꼭짓점의 개수는 20개야.

094 답 ④

대각선의 총 개수가 90개인 정다각형을 정n각형이라 하면

$\frac{n(n-3)}{2}=90$이므로 $n(n-3)=180=15\times12$

따라서 $n=15$이므로 대각선의 총 개수가 90개인 정다각형은 정십오각형이고 정십오각형의 한 내각의 크기를 구하면

$\frac{(15-2)\times180^\circ}{15}=156^\circ$

095 답 (1) 30° (2) 24°

모든 다각형의 외각의 크기의 합은 360°이고 정n각형은 꼭짓점의 개수가 n개이므로 외각의 개수도 n개야.

이때, 정n각형의 외각의 크기는 모두 같아. 따라서 정n각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360^\circ}{n}$가 돼.

(1) 정십이각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360^\circ}{12}=30^\circ$

(2) 정십오각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360^\circ}{15}=24^\circ$

096 답 ①

변의 개수가 n개인 정n각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360^\circ}{n}$지.

이때, 한 외각의 크기가 18°이므로 $\frac{360^\circ}{n}=18^\circ$

$\therefore n=20$

따라서 정이십각형의 변의 개수는 20개야.

097 답 ③

꼭짓점의 개수가 n개인 정n각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360^\circ}{n}$지.

이때, 한 외각의 크기가 8°이므로

$\frac{360^\circ}{n}=8^\circ \quad \therefore n=45$

따라서 정사십오각형의 꼭짓점의 개수는 45개야.

098 답 ③

내각의 크기의 합이 1800°인 정다각형을 정n각형이라 하면

$(n-2)\times180^\circ=1800^\circ \quad \therefore n=12$

따라서 구하는 정다각형은 정십이각형이고 정십이각형의 외각의 크기의 합은 360°이므로 정십이각형의 한 외각의 크기는

$\frac{360^\circ}{12}=30^\circ$

099 답 ①

정십각형의 한 외각의 크기부터 구하면 $\angle y=\frac{360^\circ}{10}=36^\circ$

이때, 다각형의 한 내각의 크기와 그 각에 대한 외각의 크기의 합은 180°이므로 정십각형의 한 내각의 크기는

$\angle x=180^\circ-36^\circ=144^\circ$

$\therefore \angle x-\angle y=144^\circ-36^\circ=108^\circ$

> ★ **외각을 이용한 내각의 크기 구하기**
> 공식을 이용해 내각, 외각의 크기를 각각 구해도 되지만 위의 풀이와 같이 외각의 크기를 이용해 내각의 크기를 구할 수도 있어. n각형의 한 꼭짓점에서 내각과 외각의 크기의 합은 180°이므로 정다각형의 한 내각(외각)의 크기를 180°에서 빼주면 한 외각(내각)의 크기를 구할 수 있어.

100 답 ③

정오각형의 한 외각의 크기는 $\angle x=\frac{360^\circ}{5}=72^\circ$

정이십각형의 한 내각의 크기는

$\angle y=\frac{(20-2)\times180^\circ}{20}=162^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=72^\circ+162^\circ=234^\circ$

[다른 풀이]

정이십각형의 한 내각의 크기는 한 외각의 크기를 이용하면 더 쉽게 구할 수 있어. 정이십각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360^\circ}{20}=18^\circ$이므로 정이십각형의 한 내각의 크기는 $180^\circ-18^\circ=162^\circ$야.

(이하 동일)

101 답 ⑤

내각의 크기의 합과 외각의 크기의 합을 더한 값이 3600°인 정다각형을 정n각형이라 하면

$(n-2)\times180^\circ+360^\circ=3600^\circ$

$(n-2)\times180^\circ=3240^\circ \quad \therefore n=20$

따라서 구하는 정다각형은 정이십각형이고 정이십각형의 한 내각의 크기는 $\frac{(20-2)\times180^\circ}{20}=162^\circ$

102 답 ①

한 내각의 크기가 160°이므로 한 외각의 크기는

$180^\circ-160^\circ=20^\circ$이지?

한 외각의 크기가 20°인 정다각형의 변의 개수를 n개라 하면

$n=\frac{360^\circ}{20^\circ}=18$이므로 이 다각형은 정십팔각형이야.

따라서 정십팔각형의 대각선의 총 개수이므로

$\frac{18\times(18-3)}{2}=135$(개)

103 답 ⑤

내각의 크기의 합이 2340°인 다각형의 변의 개수를 n개라 하면

$(n-2)\times180^\circ=2340^\circ$

$n-2=13 \qquad \therefore n=15$

따라서 이 다각형은 십오각형이므로 대각선의 총 개수는

$\dfrac{15\times(15-3)}{2}=90$(개)

104 답 ③

대각선의 총 개수가 54개인 다각형의 변의 개수를 n개라 하면

$\dfrac{n(n-3)}{2}=54$

$n(n-3)=108=12\times9 \qquad \therefore n=12$

이때, 정십이각형의 한 외각의 크기는 $\angle y=\dfrac{360^\circ}{12}=30^\circ$이고, 한 내각의 크기는 $\angle x=180^\circ-30^\circ=150^\circ$이므로

$\angle x-\angle y=150^\circ-30^\circ=120^\circ$

105 답 ②

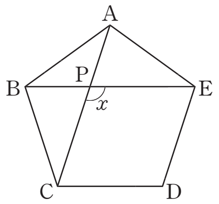
정다각형의 한 꼭짓점에서 내각과 그 외각의 크기의 합은 180°이고, 내각과 외각의 크기의 비가 $7:2$이므로 한 외각의 크기는

$\dfrac{2}{7+2}\times180^\circ=40^\circ$

즉, 한 외각의 크기가 40°이므로 $\dfrac{360^\circ}{40^\circ}=9$에 의하여 구하는 정다각형은 정구각형이야.

따라서 정구각형의 대각선의 총 개수는 $\dfrac{9\times(9-3)}{2}=27$(개)

106 답 ③



그림과 같이 정오각형의 꼭짓점을 A, B, C, D, E라 하고, 두 대각선인 AC, BE의 교점을 P라 하자. 이때, 정오각형의 한 내각의 크기는

$\dfrac{(5-2)\times180^\circ}{5}=\dfrac{540^\circ}{5}=108^\circ$

정오각형의 변의 길이는 모두 같으므로 $\triangle ABC$와 $\triangle ABE$는 이등변삼각형이고 $\angle ABC=\angle BAE=108^\circ$이므로

$\angle BCA=\angle BAC=\angle ABE=\angle AEB=\dfrac{1}{2}(180^\circ-108^\circ)=36^\circ$

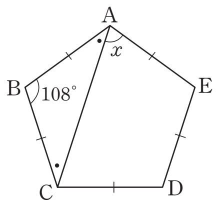
따라서 $\triangle ABP$에서 $\angle ABP=\angle BAP=36^\circ$이므로

$\angle x=\angle APB$(맞꼭지각)$=180^\circ-(36^\circ+36^\circ)=108^\circ$

107 답 ④

정오각형의 한 내각의 크기는

$\dfrac{(5-2)\times180^\circ}{5}=108^\circ$지?



즉, $\angle ABC=\angle BAE=108^\circ$이고 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$는 정오각형의 변이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}$야.

따라서 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

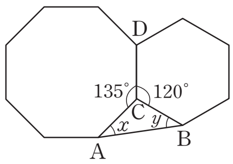
$\angle BAC=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-\angle ABC)$

$=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-108^\circ)=36^\circ$

$\therefore \angle x=\angle BAE-\angle BAC$

$=108^\circ-36^\circ=72^\circ$

108 답 ④



$\angle DCA$는 정팔각형의 한 내각이므로

$\angle DCA=\dfrac{(8-2)\times180^\circ}{8}=135^\circ$

$\angle DCB$는 정육각형의 한 내각이므로

$\angle DCB=\dfrac{(6-2)\times180^\circ}{6}=120^\circ$

$\angle ACB=360^\circ-(\angle DCA+\angle DCB)$

$=360^\circ-(135^\circ+120^\circ)=105^\circ$

따라서 $\triangle ABC$의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

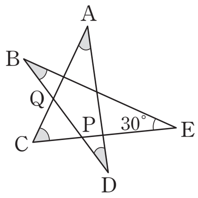
$\angle x+\angle y=180^\circ-\angle ACB$

$=180^\circ-105^\circ=75^\circ$

오|답|피|하|기

그림을 보면 정팔각형과 정육각형 사이에 삼각형이 끼어 있지? 정n각형은 크기에 상관없이 한 내각의 크기가 같으므로 정팔각형일 때 135°, 정육각형일 때 120°야. 그 사실을 이용하면 $\angle ACB=360^\circ-(135^\circ+120^\circ)=105^\circ$가 되지? 그러므로 $\angle x+\angle y$의 값은 삼각형의 내각의 크기의 합이 180°라는 걸 이용하면 75°라는 걸 알 수 있어.

109 답 ⑤



그림과 같이 $\overline{BD}$와 $\overline{CE}$의 교점을 P라 하면

$\triangle PEB$에서

$\angle BPC=\angle PEB+\angle EBP$

$=\angle E+\angle B$

$=30^\circ+\angle B$

또, $\overline{BD}$와 $\overline{AC}$의 교점을 Q라 하면

$\triangle QAD$에서

$\angle DQC=\angle QDA+\angle DAQ$

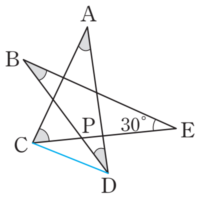
$=\angle D+\angle A$

따라서 $\triangle CPQ$에서

$\angle C+\angle QPC+\angle PQC=\angle C+(30^\circ+\angle B)+(\angle D+\angle A)=180^\circ$

이므로 $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=150^\circ$

[다른 풀이]



그림과 같이 두 점 C, D를 이어보자.

이때, $\angle BPE=\angle CPD$(맞꼭지각)이므로

$\angle PCD+\angle PDC=\angle PBE+\angle PEB$

$=\angle B+\angle E$

$\triangle ACD$에서

$\angle A+(\angle ACP+\angle PCD)$

$+(\angle ADP+\angle PDC)=180^\circ$

이므로 $\angle A+\angle B+\angle E+\angle C+\angle D=180^\circ$

따라서 $\angle E=30^\circ$이므로

$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=150^\circ$

110 답 ④

주어진 도형은 $\triangle ACE$와 $\triangle BDF$의 두 삼각형으로 나눌 수 있어.
또, 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

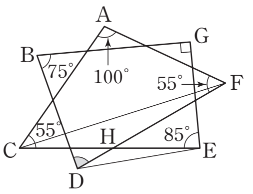
$\angle A+\angle C+\angle E=180^\circ$ ⋯ ㉠

$\angle B+\angle D+\angle F=180^\circ$ ⋯ ㉡

㉠+㉡을 하면 $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F=360^\circ$에서

$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360^\circ-(50^\circ+55^\circ)=255^\circ$

111 답 ⑤



그림에서 점 C와 점 F, 점 D와 점 E를 각각 이어 보고, $\overline{CE}$와 $\overline{DF}$의 교점을 H라 하면 $\triangle CHF$와 $\triangle DHE$에서

$\angle CHF=\angle DHE$(맞꼭지각)이므로

$\angle FCH+\angle HFC$

$=\angle HDE+\angle HED$

따라서 $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F+\angle G$의 값은 $\triangle ACF$의 내각의 크기의 합과 □BDEG의 내각의 크기의 합을 더한 것과 같아.

$\therefore \angle D=180^\circ+360^\circ-(\angle A+\angle B+\angle C+\angle E+\angle F+\angle G)$

$=540^\circ-460^\circ$

$=80^\circ$

[다른 풀이 ❶]

$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F+\angle G$

$=100^\circ+75^\circ+55^\circ+\angle D+85^\circ+55^\circ+90^\circ$

$=\angle D+460^\circ$

이때, 그림의 외부에는 7개의 삼각형이 있고 내부에는 칠각형이 있지?

외부에 있는 7개의 삼각형의 내각의 크기의 합은

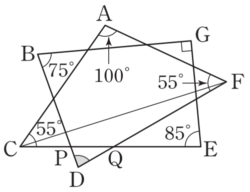
$180^\circ\times 7=1260^\circ$

내부에 있는 칠각형의 외각의 크기의 합은 360°이고 한 꼭짓점에 대하여 외각은 두 개가 있으므로

$\angle D+460^\circ+360^\circ\times 2=1260^\circ$

$\therefore \angle D=1260^\circ-1180^\circ=80^\circ$

[다른 풀이 ❷]



$\overline{BD}$와 $\overline{CE}$의 교점을 P라 하면

□BPEG에서

$\angle BPE+\angle E+\angle G+\angle B=360^\circ$

$\therefore \angle BPE=360^\circ-(85^\circ+90^\circ+75^\circ)=110^\circ$

또, $\overline{CE}$와 $\overline{DF}$의 교점을 Q라 하면 □QFAC에서

$\angle CQF+\angle F+\angle A+\angle C=360^\circ$

$\therefore \angle CQF=360^\circ-(55^\circ+100^\circ+55^\circ)=150^\circ$

이때, $\triangle PDQ$에서

$\angle QPD=180^\circ-\angle BPE=180^\circ-110^\circ=70^\circ$,

$\angle DQP=180^\circ-\angle CQF=180^\circ-150^\circ=30^\circ$

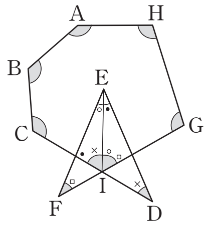
이므로 $\angle QPD+\angle DQP+\angle D=180^\circ$

$\therefore \angle D=180^\circ-(\angle QPD+\angle DQP)$

$=180^\circ-(70^\circ+30^\circ)$

$=80^\circ$

112 답 ①



그림과 같이 $\overline{CD}$와 $\overline{GF}$의 교점을 I라 하고 두 점 E와 I를 이으면

$\triangle EID$에서

$\angle EIC=\angle D+\angle IED$

$\triangle EIF$에서

$\angle EIG=\angle F+\angle IEF$

$\therefore \angle CIG=\angle EIC+\angle EIG$

$=\angle D+\angle E+\angle F$ ⋯ ㉠

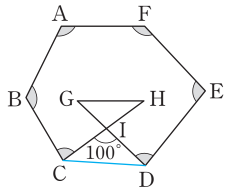
따라서 구하는 각의 크기는 육각형 ABCIGH의 내각의 크기의 합과 같으므로

$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F+\angle G+\angle H$

$=\angle A+\angle B+\angle C+\angle CIG+\angle G+\angle H$($\because$ ㉠)

$=(6-2)\times 180^\circ=4\times 180^\circ=720^\circ$

113 답 ③



그림과 같이 점 C와 점 D를 잇고, $\overline{GD}$와 $\overline{HC}$의 교점을 I라 하면

$\angle CID=\angle GIH=100^\circ$(맞꼭지각)

이때, $\triangle IHG$와 $\triangle ICD$의 세 내각의 크기의 합이 180°이므로

$\angle IGH+\angle IHG=\angle ICD+\angle IDC$지?

한편, $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F$의 값은 육각형 ABCDEF의 내각의 크기의 합에서 $\angle ICD+\angle IDC$의 값을 뺀 것과 같아.

따라서 육각형 ABCDEF의 내각의 크기의 합은

$(6-2)\times 180^\circ=4\times 180^\circ=720^\circ$이고

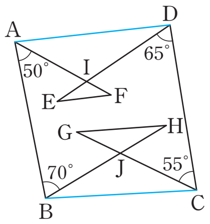
$\triangle ICD$에서 $\angle CID=100^\circ$이므로

$\angle ICD+\angle IDC=180^\circ-100^\circ=80^\circ$이야.

$\therefore \angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F=720^\circ-80^\circ=640^\circ$

114 답 ③

그림과 같이 점 A와 점 D, 점 B와 점 C를 각각 이으면 다각형 ABCD는 사각형이 돼.



□ABCD의 내각의 크기의 합은 360°이고

$\angle AID=\angle EIF$(맞꼭지각),

$\angle GJH=\angle BJC$(맞꼭지각)이므로

$\angle IEF+\angle IFE=\angle IAD+\angle IDA$,

$\angle JGH+\angle JHG=\angle JBC+\angle JCB$

따라서 $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F+\angle G+\angle H$의 값은 □ABCD의 네 내각의 크기의 합과 같으므로

$\angle E+\angle F+\angle G+\angle H=360^\circ-(50^\circ+70^\circ+55^\circ+65^\circ)$

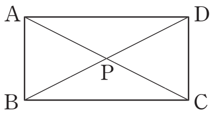
$=120^\circ$

잘 틀리는 유형 훈련+1up

문제편 p. 92

115 답 ②

1st 예를 들어 사각형에서 직접 그려 보자.



사각형 내부에 임의의 한 점 P를 잡고 사각형의 네 꼭짓점과 연결하면 그림과 같이 4개의 삼각형이 생기지? 즉, 다각형의 변의 개수만큼 삼각형이 생겨.

그럼, 어떤 다각형의 내부에 임의의 한 점 P를 잡아 13개의 삼각형을 만들었다고 하므로 이 다각형은 십삼각형이야.

2nd n각형의 변의 개수는 n개야.

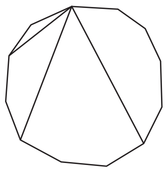
따라서 십삼각형의 변의 개수는 13개야.

오|답|피|하|기

수학은 문제 속에 답이 숨어 있어. 문제를 읽고 문제에서 요구하는 것이 무엇인지 단계적으로 생각해 보는 것이 필요해. 공식을 기억할 때에도 이 공식이 어디에서 나왔는지를 알면 더욱 유용하게 사용할 수 있게 돼. 특히, 이 문제를 잘못 읽어서 많은 학생들이 아무 생각 없이 다각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수나 이때 생기는 삼각형의 개수로 생각해서 $n-3=13$ 또는 $n-2=13$이라 하는 경우가 많아. 문제는 언제나 꼼꼼히 살펴봐야 해.

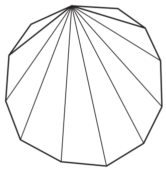
116 답 ②

1st 문제의 조건을 그림으로 표현해 보자.



그림과 같이 한 꼭짓점을 공유하는 삼각형, 사각형, 오각형, 육각형을 붙이면 십이각형이 돼. 따라서 꼭짓점의 개수는 12개야.

[다른 풀이]



어떤 다각형의 한 꼭짓점에서 3개의 대각선을 그어서 삼각형, 사각형, 오각형, 육각형의 네 다각형으로 나누어졌다지?

삼각형, 사각형, 오각형, 육각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선은 각각 0개, 1개, 2개, 3개야.

그럼, 이 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 다각형의 대각선의 총 개수는 $3+0+1+2+3=9$(개)가 되므로 n각형에서

$n-3=9$ $\quad\therefore n=12$

따라서 한 꼭짓점에서 그은 대각선의 개수가 9개인 다각형은 십이각형으로 꼭짓점의 개수는 12개야.

117 답 ④

1st 다각형의 한 꼭짓점에서 그릴 수 있는 대각선의 개수를 생각해 보자.

n각형의 한 꼭짓점에서는 자기자신과 이웃하는 두 꼭짓점으로는 대각선을 그을 수 없지? 즉, 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $(n-3)$개야.

따라서 어떤 다각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수가 11개이므로 이 다각형의 꼭짓점의 개수를 n개라 하면

$n-3=11$ $\quad\therefore n=14$

따라서 이 다각형은 십사각형이야.

2nd 십사각형의 대각선의 총 개수를 구하자.

십사각형의 대각선의 총 개수는 $\dfrac{14\times(14-3)}{2}=7\times11=77$(개)

오|답|피|하|기

다각형의 대각선의 총 개수를 구하기 위해 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수와 꼭짓점의 개수가 필요해.
변의 개수를 알고 있으면 직접 그려 보는 방법도 있지? 변이 많으면 좀 어려워지지만 변의 개수가 작은 것부터 차례차례 구하면서 규칙을 잘 찾으면 돼.

118 답 ②

1st n각형의 내부의 임의의 한 점에서 각 꼭짓점을 연결하여 생기는 삼각형의 개수는 n개야.

다각형의 내부의 임의의 한 점에서 각 꼭짓점을 연결하였을 때 생기는 삼각형의 개수가 17개이므로 이 다각형은 십칠각형이야.

2nd 십칠각형의 대각선의 총 개수를 구하자.

따라서 십칠각형의 대각선의 총 개수는

$\dfrac{17\times(17-3)}{2}=119$(개)

119 답 $65°$

1st $\angle ECF$가 $\triangle ABC$의 한 외각임을 이용해.

$\triangle ABC$에서 $\angle C$의 외각은 $\angle ACF$이므로

$\angle ECF=65°+\angle x$

2nd $\triangle ECF$의 세 내각의 크기의 합은 $180°$임을 이용하여 $\angle x+\angle y$의 값을 구해.

$\triangle ECF$에서 $50°+(65°+\angle x)+\angle y=180°$

$\therefore \angle x+\angle y=180°-115°=65°$

120 답 $100°$

1st $\angle AEB$의 크기를 구하자.

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180°$이므로

$\triangle ABE$에서 $\angle AEB=180°-(90°+40°)=50°$

2nd $\angle DBC$의 크기를 구하여 $\angle AGD$의 크기를 찾자.

$\triangle DBC$에서 $\angle DBC=180°-(90°+60°)=30°$

이때, $\angle DGE$는 $\triangle BEG$의 한 외각이므로

$\angle DGE=\angle GBE+\angle GEB=30°+50°=80°$

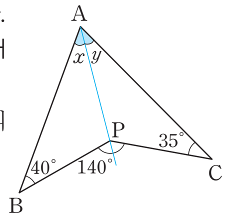
$\therefore \angle AGD=\angle AGE-\angle DGE=180°-80°=100°$

121 답 ②

1st 보조선을 그어 삼각형 2개를 만들자.

두 점 A, P를 연결하면 $\angle A$가 $\angle BAP$와 $\angle CAP$로 나누어져.

이때, $\angle BAP=\angle x$, $\angle CAP=\angle y$라 하자.



2nd 삼각형의 두 내각의 크기의 합은 나머지 한 각의 외각의 크기와 같음을 이용해.

$\triangle ABP$와 $\triangle ACP$의 각각의 $\angle P$의 외각의 크기의 합이 $140°$이므로

$(\angle x+40°)+(\angle y+35°)=140°$

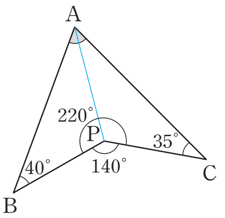
$\therefore \angle A=\angle x+\angle y$

$=140°-(40°+35°)=65°$

L

[다른 풀이 ❶]

두 점 A, P를 이으면 두 개의 삼각형으로 나누어지지?



이때, 그림에서 $\angle BPC=140^\circ$이므로

$\angle APB+\angle APC=360^\circ-140^\circ=220^\circ$

두 삼각형 APB와 APC의 내각의 크기의 합은 360°이고 구하는 것은

$\angle A=\angle BAP+\angle CAP$이므로

$\angle ABP+\angle BAP+\angle APB+\angle APC+\angle CAP+\angle PCA$

$=40^\circ+\angle BAP+220^\circ+\angle CAP+35^\circ=360^\circ$

$\therefore \angle A=\angle BAP+\angle CAP=360^\circ-40^\circ-220^\circ-35^\circ=65^\circ$

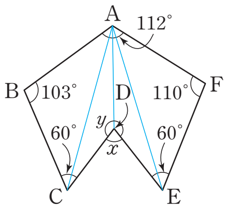
[다른 풀이 ❷]

조금 생소하겠지만 이 도형도 사각형에 속해. 그래서 사각형의 내각의 크기의 합이 360°인 것도 변함없지. 점 P의 내각의 크기는 220°이므로 $\angle B$와 $\angle C$의 크기를 합치면 295°가 되지? 그럼, $\angle A$의 크기가 65°가 되어야 □ABPC의 내각의 크기의 합이 360°가 되므로 $\angle A=65^\circ$가 되는 거야.

122 답 ④

1st 보조선을 그어 4개의 삼각형으로 만들어 주어진 도형의 어떤 다각형인지 이해하자.

그림과 같이 점 A와 점 C, 점 A와 점 D, 점 A와 점 E를 이으면



다각형 ABCDEF는 △ABC, △ACD, △ADE, △AEF의 4개의 삼각형으로 나누어지므로 이 다각형은 육각형이야.

2nd 육각형의 내각의 크기의 합으로 $\angle x$의 크기를 구해.

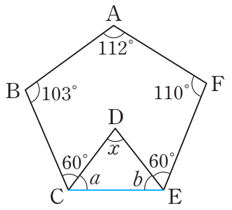
$\angle y=360^\circ-\angle x$라 하면 육각형 ABCDEF의 내각의 크기의 합은 $180^\circ\times4=720^\circ$이므로

$112^\circ+103^\circ+60^\circ+\angle y+60^\circ+110^\circ=720^\circ \qquad \therefore \angle y=275^\circ$

$\therefore \angle x=360^\circ-\angle y=360^\circ-275^\circ=85^\circ$

[다른 풀이]

그림과 같이 주어진 도형의 각 꼭짓점을 A, B, C, D, E, F라 하고, 두 점 C와 점 E를 이으면 다각형 ABCEF는 오각형이야.



이때, $\angle DCE$와 $\angle DEC$의 크기를 각각 a, b라 하면 오각형의 내각의 크기의 합은 $(5-2)\times180^\circ=540^\circ$이므로

$112^\circ+103^\circ+(60^\circ+a)+(60^\circ+b)+110^\circ=540^\circ$가 되겠지?

$\therefore a+b=95^\circ$

따라서 △DCE에서 삼각형의 세 내각의 크기의 합이 180°이므로

$a+b+\angle x=95^\circ+\angle x=180^\circ$

$\therefore \angle x=85^\circ$

123 답 189°

1st 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°지?

$\angle ABD=a$, $\angle ACE=b$라 하면 $\angle ABC=2a$, $\angle ACB=2b$지?

△ABC에서 $2a+2b=180^\circ-\angle BAC=180^\circ-66^\circ=114^\circ$

$\therefore a+b=57^\circ$ ⋯ ㉠

2nd 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같아.

△ACE에서 $\angle BEC$는 $\angle AEC$의 외각이므로

$\angle BEC=\angle A+\angle ACE=66^\circ+b$ ⋯ ㉡

△ABD에서 $\angle CDB$는 $\angle ADB$의 외각이므로

$\angle CDB=\angle A+\angle ABD=66^\circ+a$ ⋯ ㉢

$\therefore \angle BEC+\angle CDB=(66^\circ+b)+(66^\circ+a)$ ($\because$ ㉡, ㉢)

$=132^\circ+57^\circ$ ($\because$ ㉠) $=189^\circ$

[다른 풀이]

$a+b=57^\circ$이고 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

△BEC에서 $\angle BEC=180^\circ-(2a+b)$

△BDC에서 $\angle CDB=180^\circ-(a+2b)$

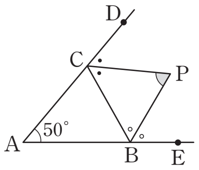
$\therefore \angle BEC+\angle CDB=180^\circ-(2a+b)+180^\circ-(a+2b)$

$=360^\circ-3(a+b)=360^\circ-3\times57^\circ=189^\circ$

124 답 65°

1st △ABC에서 $\angle C$와 $\angle B$의 내각와 외각의 관계식을 정리해.

△ABC에서 $\angle A=50^\circ$이므로



$\angle ACB+\angle ABC=130^\circ$ ⋯ ㉠

또, $\angle CBE$는 $\angle ABC$의 외각이므로

$\angle A+\angle ACB=\angle CBE$ ⋯ ㉡이고

$\angle BCD$는 $\angle ACB$의 외각이므로

$\angle A+\angle ABC=\angle BCD$ ⋯ ㉢이야.

2nd 삼각형의 세 각의 크기의 합은 180°임을 이용하여 $\angle P$의 크기를 구해.

△PBC에서

$\angle PCB+\angle PBC=\frac{1}{2}\angle BCD+\frac{1}{2}\angle CBE$

$=\frac{1}{2}(\angle A+\angle ABC)+\frac{1}{2}(\angle A+\angle ACB)$

($\because$ ㉡, ㉢)

$=\angle A+\frac{1}{2}(\angle ABC+\angle ACB)$

$=50^\circ+\frac{1}{2}\times130^\circ$ ($\because$ ㉠) $=115^\circ$

$\therefore \angle P=180^\circ-115^\circ=65^\circ$

[다른 풀이]

△ABC에서 $\angle A$의 외각의 크기는 $180^\circ-50^\circ=130^\circ$

삼각형의 세 외각의 크기의 합은 360°이므로

$\angle DCB+\angle EBC=360^\circ-130^\circ=230^\circ$

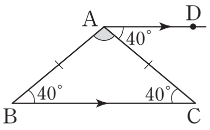
따라서 $\frac{1}{2}(\angle DCB+\angle EBC)=\angle PCB+\angle PBC=115^\circ$이므로

△PBC에서 $\angle P=180^\circ-115^\circ=65^\circ$

125 답 ①

1st 평행선의 성질을 이용하여 $\angle ACB$의 크기를 구해.

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로



$\angle ACB=\angle CAD=40^\circ$(엇각)

2nd 이등변삼각형의 성질을 이용하여 $\angle BAC$의 크기를 구해.

△ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\angle ACB=40^\circ$

△ABC의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle BAC=180^\circ-(40^\circ+40^\circ)=100^\circ$

126 답 ①

1st 평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때 생기는 동위각과 엇각의 크기는 각각 같아.

$\angle AOC=a$, $\angle BOD=b$라 하면 $2a+2b=180°$

$\therefore a+b=90°$ ⋯ ㉠

이때, $2\angle BOD=\angle CEO$(엇각)이므로 $2b=72°$

$\therefore b=36°$, $a=54°$($\because$ ㉠)

따라서 $\triangle OCE$에서 $\angle C=180°-(54°+72°)=54°$

[다른 풀이]

$\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로 $\angle AOC=\angle OCE$(엇각)

또한, $\angle AOC=\angle COE$이므로 $\angle C=\angle OCE=\angle COE$

따라서 $\triangle OCE$는 이등변삼각형이므로

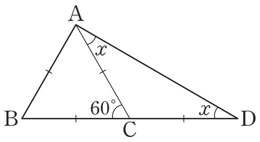
$\angle C=\frac{1}{2}\times(180°-\angle OEC)=54°$

오답피하기

각의 이등분선이 나오면 각의 크기를 문자로 나타내자. 그림 좀 더 간단하게 보일 수 있어. 누군가 나의 친구 이름을 말하면 그 친구에 관해 내가 알고 있는 특징이 퍼뜩 떠오르지?
한편, 수학에서 평행하다는 말이 나오면 동위각, 엇각의 크기가 팍!! 생각나야 돼. 이것이 생각나지 않았다면 조건이 부족하다고 생각했을 거야.

127 답 ①

1st 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같아.



$\triangle ACD$는 $\overline{CA}=\overline{CD}$인 이등변삼각형이므로 $\angle CAD=\angle CDA=\angle x$이고 $\angle ACB$는 $\angle ACD$의 외각이지?

$\therefore \angle ACB=\angle CAD+\angle CDA$
$=\angle x+\angle x=2\angle x$

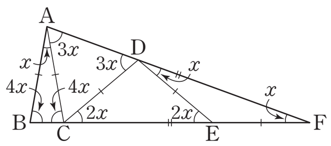
2nd 정삼각형의 한 내각의 크기는 $60°$임을 이용하자.

$\triangle ABC$는 정삼각형이므로 $\angle ABC=\angle ACB=\angle CAB=60°$

따라서 $\angle ACB=2\angle x=60°$에서 $\angle x=30°$

128 답 $20°$

1st 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같아.



$\triangle DEF$에서 $\overline{ED}=\overline{EF}$이므로 $\angle EDF=\angle EFD=\angle x$

$\angle DEC$는 $\triangle DEF$의 한 외각이므로 $\angle DEC=\angle x+\angle x=2\angle x$

$\triangle DCE$에서 $\overline{DC}=\overline{DE}$이므로 $\angle DCE=\angle DEC=2\angle x$

$\angle ADC$는 $\triangle DCF$의 한 외각이므로 $\angle ADC=\angle x+2\angle x=3\angle x$

$\triangle ACD$에서 $\overline{CA}=\overline{CD}$이므로 $\angle CAD=\angle CDA=3\angle x$

$\angle ACB$는 $\triangle ACF$의 한 외각이므로 $\angle ACB=\angle x+3\angle x=4\angle x$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle ABC=\angle ACB=4\angle x$

또한, $\triangle ABF$에서 $\overline{FA}=\overline{FB}$이므로 $\angle FAB=\angle FBA=4\angle x$야.

2nd 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180°$임을 이용하자.

$\triangle ABF$의 세 내각의 크기가 각각 $4\angle x$, $4\angle x$, $\angle x$이므로

$4\angle x+4\angle x+\angle x=9\angle x=180°$ $\quad\therefore \angle x=20°$

129 답 ③

1st 정n각형의 한 내각의 크기 $x°$를 n에 대하여 나타내자.

정n각형의 한 내각의 크기가 $x°$이므로

$x=\frac{(n-2)\times180}{n}=180-\frac{360}{n}$이지?

2nd x가 자연수가 되는 경우를 생각해 보자.

x가 자연수가 되려면 $\frac{360}{n}$(단, $n\geq3$인 자연수)이 자연수가 되어야 해. 그런데 $\frac{360}{n}$이 자연수가 되려면 n은 360의 약수가 되어야 하겠지? 즉, $360=2^3\times3^2\times5$이므로 360의 약수의 개수는 $(3+1)\times(2+1)\times(1+1)=24$(개)야.

이때, n은 정다각형의 변의 개수이지? 즉, n은 3 이상인 자연수이므로 n은 1이나 2가 될 수 없어. 따라서 조건에 맞는 n은 모두 $24-2=22$(개)야.

★ **약수의 개수 구하기**
자연수 N이 $N=a^m\times b^n$으로 소인수분해될 때,
N의 약수는 (a^m의 약수)×(b^n의 약수)야.
따라서 N의 약수의 개수는 $(m+1)(n+1)$개야.

130 답 ④

1st 정n각형의 한 외각의 크기 $x°$를 n에 대하여 나타내자.

정n각형의 한 외각의 크기가 $x°$이므로

$x=\frac{360}{n}=\frac{2\times2\times2\times3\times3\times5}{n}$

2nd x가 홀수가 되는 경우를 생각해 보자.

이때, x가 홀수가 되려면 n은 어떤 수일까?

홀수와 짝수의 곱은 다음과 같은 세 가지의 경우가 있어.

(i) (홀수)×(홀수)=(홀수)
(ii) (홀수)×(짝수)=(짝수)
(iii) (짝수)×(짝수)=(짝수)

즉, x가 홀수가 되는 경우는 n이 $2\times2\times2=8$의 배수이면서 360의 약수가 되어야 하므로 n이 될 수 있는 수는 8, 24, 40, 72, 120, 360이야. 따라서 x가 홀수가 되는 n은 모두 6개야.

131 답 ②

1st 다각형의 한 꼭짓점에서의 내각의 크기와 외각의 크기의 합은 $180°$야.

한 내각의 크기가 $135°$인 정다각형이므로 한 외각의 크기는 $180°-135°=45°$야.

정다각형의 모든 외각의 크기는 같고 외각의 크기의 합은 $360°$이므로 이 정다각형을 정n각형이라 하면 $\frac{360°}{n}=45°$ $\quad\therefore n=8$

따라서 한 내각의 크기가 $135°$인 정다각형은 정팔각형이야.

2nd 정팔각형의 대각선의 총 개수를 구하자.

정팔각형의 대각선의 총 개수는 $\frac{8\times(8-3)}{2}=20$(개)

[다른 풀이]

정n각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180°\times(n-2)}{n}$이므로

$\frac{180°\times(n-2)}{n}=135°$에서 $4(n-2)=3n$ $\quad\therefore n=8$

(이하 동일)

132 답 ①

1st 정n각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360°}{n}$이므로 어떤 정다각형인지 확인하자.

정n각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360°}{n}$이므로

한 외각의 크기가 $18°$이면 $\frac{360°}{n}=18°$ $\quad \therefore n=20$

따라서 한 외각의 크기가 $18°$인 정다각형은 정이십각형이지.

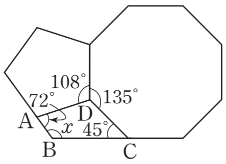
2nd 정이십각형의 대각선의 총 개수를 구하자.

정이십각형의 대각선의 총 개수는 $\frac{20\times(20-3)}{2}=170$(개)

133 답 ④

1st 정다각형의 모든 내각의 크기는 같고 모든 외각의 크기도 같아.

정오각형의 한 외각의 크기와 한 내각의 크기는 각각 $\frac{360°}{5}=72°$, $180°-72°=108°$이고 정팔각형의 한 외각의 크기와 한 내각의 크기는 각각 $\frac{360°}{8}=45°$, $180°-45°=135°$야.



그림에서 $\angle DAB$는 정오각형의 한 외각이므로 $\angle DAB=72°$

$\angle DCB$는 정팔각형의 한 외각이므로 $\angle DCB=45°$

2nd 사각형 ABCD의 내각의 크기의 합을 이용하여 $\angle x$의 크기를 구해.

$\angle ADC$의 크기는 $360°$에서 정오각형과 정팔각형의 한 내각의 크기의 합을 빼주면 되므로

$\angle ADC=360°-(108°+135°)=117°$

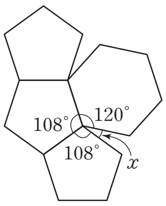
이때, 사각형 ABCD의 네 내각의 크기의 합은 $360°$이므로

$\angle x=360°-(\angle DCB+\angle ADC+\angle DAB)$

$\quad =360°-(45°+117°+72°)=360°-234°=126°$

134 답 ④

1st 정오각형과 정육각형의 한 내각의 크기를 각각 구하자.



$\angle x$는 정오각형과 정육각형 사이의 각이지?

정오각형과 정육각형의 한 내각의 크기를 이용하면 $\angle x$의 크기를 구할 수 있어.

정오각형의 한 내각의 크기는

$\frac{(5-2)\times 180°}{5}=108°$

정육각형의 한 내각의 크기는

$\frac{(6-2)\times 180°}{6}=120°$

$\therefore \angle x=360°-(108°\times 2+120°)=360°-336°=24°$

오|답|피|하|기

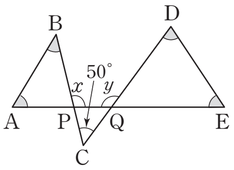
정n각형의 한 내각의 크기를 구하는 공식을 잊었다면 다음과 같이 생각해 봐.

정오각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선은 2개이고, 이때 정오각형은 3개의 삼각형으로 나누어지지?

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180°$이므로 정오각형의 내각의 크기의 합은 $3\times 180°=540°$야. 그런데 정다각형의 모든 내각의 크기는 같고 정오각형은 꼭짓점이 5개이므로 한 내각의 크기는 $540°\div 5=108°$가 되겠지.

135 답 ③

1st $\angle C$를 꼭지각으로 하는 삼각형의 내각의 크기를 구해.



그림과 같이 $\overline{AE}$와 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$의 교점을 각각 P, Q라 하자.

$\angle A+\angle B=\angle x$,

$\angle D+\angle E=\angle y$ ⋯ ㉠이라 하면

$\angle BPQ=\angle x$, $\angle DQP=\angle y$지?

$\triangle PCQ$에서 $\angle CPQ=180°-\angle x$,

$\angle CQP=180°-\angle y$

2nd 삼각형 PCQ의 세 내각의 크기의 합으로 $\angle A+\angle B+\angle D+\angle E$의 값을 구해.

$\triangle PCQ$의 세 내각의 크기의 합은 $180°$이므로

$\angle CPQ+\angle PCQ+\angle CQP=(180°-\angle x)+50°+(180°-\angle y)$

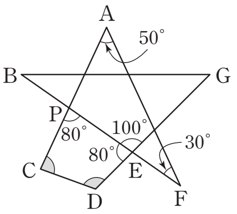
$\qquad =180°$

$\angle x+\angle y=410°-180°=230°$

$\therefore \angle A+\angle B+\angle D+\angle E=\angle x+\angle y(\because ㉠)=230°$

136 답 200°

1st 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같아.



그림과 같이 $\overline{BF}$와 $\overline{AC}$의 교점을 P라 하면 $\triangle PFA$에서

$\angle A=50°$, $\angle F=30°$이고

$\angle CPE$는 $\angle APF$의 외각이므로

$\angle CPE=50°+30°=80°$

또한, $\angle BEG=100°$이므로

$\angle DEP=180°-100°=80°$지?

2nd 사각형의 내각의 크기의 합을 이용하자.

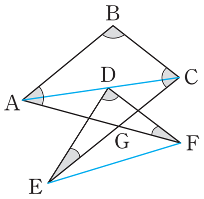
□CDEP에서 $\angle CPE+\angle DEP+\angle C+\angle D=360°$이므로

$\angle C+\angle D=360°-(80°+80°)=200°$

137 답 ④

1st 적절한 보조선을 그어보자.

그림과 같이 $\overline{AF}$와 $\overline{CE}$의 교점을 G라 하고 점 A와 점 C, 점 E와 점 F를 연결하자.



이때, $\angle AGC=\angle EGF$(맞꼭지각)이므로

$\angle GAC+\angle GCA=\angle GEF+\angle GFE$

따라서 구하는 각의 크기는 $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$의 내각의 크기의 합을 각각 더한 것과 같아.

2nd 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180°$지?

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180°$이므로

$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F=180°\times 2=360°$

오|답|피|하|기

그림이 복잡해서 문제를 푸는 데 많이 어려웠지? 복잡한 이 도형을 몇 개의 삼각형으로 나눠봐. 그럼 무엇을 이용해야 할지 보일 거야. 복잡한 도형은 나누거나 보조선을 그어서 해결해.

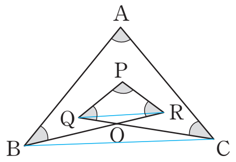
138 답 360°

1st 적절한 보조선을 그어보자.

그림과 같이 $\overline{QC}$와 $\overline{RB}$의 교점을 O라 하고 $\overline{QR}$, $\overline{BC}$를 그으면

$\angle QOR=\angle BOC$(맞꼭지각)이므로

$\angle OQR+\angle ORQ=\angle OCB+\angle OBC$



2nd 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°지?

따라서 구하는 각의 크기는 $\triangle ABC$와 $\triangle PQR$의 내각의 크기의 합을 각각 더한 것과 같으므로

$\angle A+\angle B+\angle C+\angle P+\angle Q+\angle R=180^\circ+180^\circ=360^\circ$

서술형 다지기

문제편 p. 96

[139-140 채점기준표]

Ⅰ	변의 개수를 찾아 어떤 다각형인지 구한다.	40%
Ⅱ	n각형의 대각선의 총 개수를 구하는 공식을 이용하여 식을 세운다.	40%
Ⅲ	다각형의 대각선의 총 개수를 구한다.	20%

139 답 20개

먼저, 다각형의 변의 개수를 구하자.

한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수가 5개인 다각형의 변의 개수를 n개라 하면 $n-3=5$

$\therefore n=8$

따라서 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수가 5개인 다각형은 팔각형이다. … Ⅰ

그다음, n각형의 대각선의 총 개수를 구하는 공식을 이용하자.

이때, n각형의 대각선의 총 개수는

$\frac{n(n-3)}{2}$개이므로 $n=8$을 대입한다. … Ⅱ

그래서, 답을 구하자.

따라서 팔각형의 대각선의 총 개수는 $\frac{8\times(8-3)}{2}=4\times5=20$(개)

… Ⅲ

140 답 44개

먼저, 다각형의 변의 개수를 구하자.

한 꼭짓점에서 대각선을 모두 그었을 때 9개의 삼각형으로 나누어지는 다각형의 변의 개수를 n개라 하면 $n-2=9$

$\therefore n=11$

따라서 한 꼭짓점에서 대각선을 모두 그었을 때 9개의 삼각형으로 나누어지는 다각형은 십일각형이다. … Ⅰ

그다음, n각형의 대각선의 총 개수를 구하는 공식을 이용하자.

이때, n각형의 대각선의 총 개수는

$\frac{n(n-3)}{2}$개이므로 $n=11$을 대입한다. … Ⅱ

그래서, 답을 구하자.

따라서 십일각형의 대각선의 총 개수는

$\frac{11\times(11-3)}{2}=11\times4=44$(개) … Ⅲ

[141-142 채점기준표]

Ⅰ	정다각형의 외각(변)대하여 알아본다.	40%
Ⅱ	정다각형의 변(외각)대하여 알아본다.	40%
Ⅲ	도형의 대각선의 개수나 한 내각의 크기를 구한다.	20%

141 답 252개

먼저, 이 정다각형의 한 외각의 크기를 구하자.

이 정다각형의 한 외각의 크기는

$180^\circ-165^\circ=15^\circ$ … Ⅰ

그다음, 이 정다각형의 변의 개수를 구하자.

이 정다각형의 변의 개수를 n개라 하면

$n=\frac{360^\circ}{15^\circ}=24$

따라서 한 내각의 크기가 165°인 정다각형은 정이십사각형이다.

… Ⅱ

그래서, 답을 구하자.

따라서 정이십사각형의 대각선의 총 개수는

$\frac{24\times(24-3)}{2}=12\times21=252$(개) … Ⅲ

[다른 풀이]

정n각형의 한 내각의 크기는 $\frac{(n-2)\times180^\circ}{n}$이므로

$\frac{(n-2)\times180^\circ}{n}=165^\circ$

$\therefore n=24$

(이하 동일)

142 답 한 내각의 크기 : 162°, 한 외각의 크기 : 18°

먼저, 이 정다각형의 변의 개수를 구하자.

한 꼭짓점에서 17개의 대각선을 그을 수 있는 정다각형의 변의 개수를 n개라 하면

$n-3=17$ $\quad\therefore n=20$

즉, 정이십각형이다. … Ⅰ

그다음, 이 정다각형의 한 외각의 크기를 구하자.

정이십각형의 외각의 크기의 합은 360°이고 모든 외각의 크기는 같으므로 한 외각의 크기는

$\frac{360^\circ}{20}=18^\circ$ … Ⅱ

그래서, 이 정다각형의 한 내각의 크기를 구하자.

따라서 정이십각형의 한 내각의 크기는

$180^\circ-18^\circ=162^\circ$ … Ⅲ

[다른 풀이]

한 꼭짓점에서 17개의 대각선을 그을 수 있는 정다각형은 정이십각형이므로 정이십각형의 한 내각의 크기는

$\frac{(20-2)\times180^\circ}{20}=162^\circ$

따라서 정이십각형의 한 외각의 크기는

$180^\circ-162^\circ=18^\circ$

143 답 14개

구하는 다각형을 n각형이라 하면 n각형의 변의 개수는 n개이므로 대각선의 총 개수는 $7n$개이다. … Ⅰ

즉, $\dfrac{n(n-3)}{2}=7n$이므로 $n-3=14$

$\therefore n=17$ … Ⅱ

따라서 구하는 다각형은 십칠각형이고 십칠각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $17-3=14$(개)이다. … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	n각형일 때, 변과 대각선의 총 개수를 구한다.	20%
Ⅱ	n의 값을 구한다.	40%
Ⅲ	한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수를 구한다.	40%

144 답 35회

한 사람이 악수를 하게 되는 사람의 수는 자기자신과 자기 양 옆에 있는 사람을 제외한 7명이다. … Ⅰ

이때, 각 사람을 꼭짓점으로 생각하면 십각형의 대각선의 총 개수가 악수를 하는 총 횟수이다. … Ⅱ

따라서 십각형의 대각선의 총 개수는 $\dfrac{10\times(10-3)}{2}=5\times7=35$(개)

이므로 악수의 총 횟수는 35회이다. … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	한 사람이 악수를 하게 되는 사람의 수를 파악한다.	40%
Ⅱ	다각형의 대각선의 관점에서 문제를 접근한다.	30%
Ⅲ	악수를 하는 총 횟수를 구한다.	30%

145 답 15°

$\angle ADB=45^\circ$(맞꼭지각) … Ⅰ

$\triangle ABC$는 정삼각형이므로 $\angle ABC=60^\circ$ … Ⅱ

$\angle ABC$는 $\triangle ADB$의 한 외각이므로

$\angle ADB+\angle DAB=\angle ABC$

$45^\circ+\angle x=60^\circ \quad \therefore \angle x=15^\circ$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	$\triangle ADB$에서 $\angle ADB$의 크기를 구한다.	20%
Ⅱ	정삼각형 ABC의 한 내각의 크기를 확인한다.	20%
Ⅲ	$\triangle ADB$의 내각과 외각의 관계를 이용하여 $\angle x$의 크기를 구한다.	60%

146 답 64°

$\triangle ABC$에서 $\angle A$의 외각의 크기는 $180^\circ-52^\circ=128^\circ$이므로

$\angle ACB+\angle ABC=128^\circ$ … ㉠

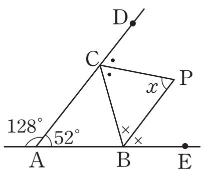
$\therefore \angle DCB+\angle CBE$

$=(180^\circ-\angle ACB)+(180^\circ-\angle ABC)$

$=360^\circ-(\angle ACB+\angle ABC)$

$=360^\circ-128^\circ(\because ㉠)$

$=232^\circ$ … Ⅰ



이때, 점 P는 $\angle DCB$, $\angle CBE$의 이등분선의 교점이므로

$\angle BCP+\angle CBP=\dfrac{1}{2}(\angle DCB+\angle CBE)=\dfrac{1}{2}\times232^\circ=116^\circ$ … Ⅱ

따라서 $\triangle PBC$의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

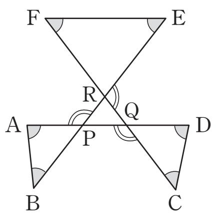
$\angle x=180^\circ-(\angle BCP+\angle CBP)=180^\circ-116^\circ=64^\circ$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	$\angle DCB+\angle CBE$의 값을 구한다.	40%
Ⅱ	이등분선의 성질을 이용한다.	30%
Ⅲ	$\angle x$의 크기를 구한다.	30%

147 답 360°

그림과 같이 $\overline{AD}$와 $\overline{BE}$, $\overline{AD}$와 $\overline{CF}$, $\overline{BE}$와 $\overline{CF}$의 세 교점을 각각 P, Q, R라 하면



$\angle APR=\angle A+\angle B$,

$\angle CQP=\angle C+\angle D$,

$\angle ERQ=\angle E+\angle F$ … Ⅰ

다각형의 모든 외각의 크기의 합은 360°이므로 $\triangle PQR$에서

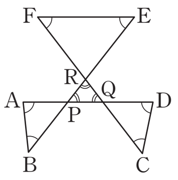
$\angle APR+\angle CQP+\angle ERQ=360^\circ$ … Ⅱ

$\therefore \angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F=360^\circ$ … Ⅲ

[다른 풀이]

구하는 각의 크기는 외부에 있는 세 개의 삼각형의 세 내각의 크기의 합에서 내부에 있는 한 개의 삼각형의 세 내각의 크기의 합을 뺀 것과 같다.

$\therefore 3\times180^\circ-180^\circ=360^\circ$



[채점기준표]

Ⅰ	가운데 있는 삼각형 외각의 크기를 내각의 크기의 합으로 나타낸다.	40%
Ⅱ	외각의 크기의 합으로 식을 세운다.	40%
Ⅲ	구하고자한 각의 크기의 합을 계산한다.	20%

최고난도 만점 문제

문제편 p. 98

148 답 6가지

1st 정십오각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수를 구하자.

정n각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 자기 자신과 이웃하는 두 꼭짓점을 제외한 $(n-3)$개지?

즉, 정십오각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $15-3=12$(개)야.

2nd 정다각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수가 짝수이면 대각선 중 길이가 같은 것이 두 개씩임을 알자.

따라서 정십오각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선은 모두 12개이고, 이 중에서 2개씩 길이가 같으므로 길이가 서로 다른 것은 $\dfrac{12}{2}=6$(가지)이야.

149 답 ④

1st 20명의 학생을 원 모양으로 나열하여 보자.

20명의 학생을 원 모양으로 나열한 후 각 학생들이 나열되어 있는 자리를 꼭짓점으로 생각하면 이십각형이 보이지? 먼저 바로 옆에 있는 사람하고 경기를 한다고 하면 이때의 경기 수는 이십각형의 변의 수와 같아. 즉, 이때의 경기 수는 20회야.

2nd 이십각형의 대각선의 총 개수를 생각하자.

또, 바로 옆에 있지 않은 학생들끼리 시합을 하는 경우는 이십각형의 대각선의 총 개수와 같으므로 이십각형의 대각선의 총 개수를 구하면 $\frac{20\times(20-3)}{2}=170$(개), 즉 이 때의 경기 수는 170회이지.

따라서 20명의 학생이 모든 학생들과 각각 한 번씩 경기를 하는 경우의 개수 이십각형의 변의 개수와 대각선의 총 개수의 합과 같으므로

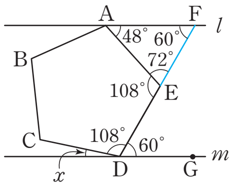
$20+170=190$(회)

150 답 ③

1st 정오각형의 한 내각의 크기와 한 외각의 크기부터 구하자.

정오각형의 한 내각의 크기는 $\frac{(5-2)\times180^\circ}{5}=108^\circ$이고 한 내각과 한 외각의 크기의 합은 180°이므로 정오각형의 한 외각의 크기는 $180^\circ-108^\circ=72^\circ$지?

2nd 평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 동위각과 엇각의 크기는 각각 같아.



그림과 같이 $\overline{DE}$의 연장선이 직선 l과 만나는 점을 F라 하자.

$\angle AEF$는 $\angle E$의 외각이므로

$\angle AEF=72^\circ$

$\angle FAE=48^\circ$이므로 $\triangle AEF$에서

$\angle AFE=180^\circ-(\angle FAE+\angle AEF)$

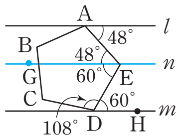
$=180^\circ-(48^\circ+72^\circ)=60^\circ$

이때, $l /\!/ m$이므로 $\angle EDG=\angle AFE=60^\circ$(엇각)이고

$\angle CDE=108^\circ$이므로

$\angle x=180^\circ-(\angle CDE+\angle EDG)=180^\circ-(108^\circ+60^\circ)=12^\circ$

[다른 풀이]



정오각형의 한 내각의 크기는 108°지?

그림과 같이 점 E를 지나고 $l /\!/ m /\!/ n$인 보조선 n을 그으면 $\angle AEG=48^\circ$(엇각),

$\angle GED=108^\circ-48^\circ=60^\circ$

$\angle EDH=\angle GED=60^\circ$(엇각)

$\therefore \angle x=180^\circ-(\angle CDE+\angle EDH)$

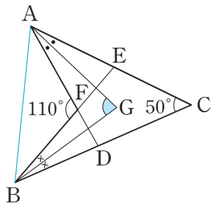
$=180^\circ-(108^\circ+60^\circ)=12^\circ$

오|답|피|하|기

> 두 직선 $l /\!/ m$이라는 조건을 어떻게 이용할까? 차근차근히 생각해 보자. $\angle CDE$는 정오각형의 한 내각이므로 쉽게 알 수 있겠지?
> 만약 $\overline{DE}$와 직선 m이 이루는 각의 크기를 알 수만 있다면 $\angle x$의 크기를 구할 수 있어. 즉, 이를 구하기 위해 조건 $l /\!/ m$이라는 조건이 쓰인 거야. 조건을 하나라도 놓치면 문제 풀이에 많은 어려움이 있어.

151 답 80°

1st 두 점 A와 B를 연결해 보자.



두 점 A와 B를 연결하면 $\triangle ABF$에서

$\angle FAB+\angle FBA=180^\circ-110^\circ=70^\circ$

이때, $\angle GAF=a$, $\angle GBF=b$라 하면

$\triangle ABC$에서

$(\angle FAB+2a)+(\angle FBA+2b)+50^\circ=180^\circ$

$70^\circ+2(a+b)+50^\circ=180^\circ$

$\therefore a+b=30^\circ$

2nd $\triangle ABG$의 세 내각의 크기의 합은 180°임을 이용하자.

$\triangle ABG$에서

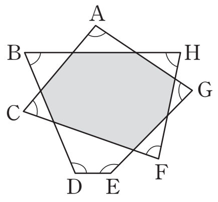
$\angle AGB=180^\circ-(\angle FAB+a+\angle FBA+b)$

$=180^\circ-(\angle FAB+\angle FBA+a+b)$

$=180^\circ-(70^\circ+30^\circ)=80^\circ$

152 답 720°

1st 외부에 있는 6개의 삼각형과 1개의 사각형의 내각의 크기의 합을 구하자.



그림의 외부에는 6개의 삼각형과 1개의 사각형이 있고 내부에는 칠각형이 있지? 6개의 삼각형과 1개의 사각형의 내각의 크기의 합은

$180^\circ\times6+360^\circ=1440^\circ$

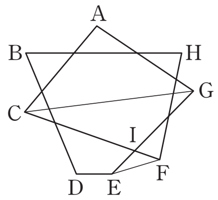
2nd 내부에 있는 칠각형의 외각의 크기의 합을 구하자.

칠각형의 외각의 크기의 합은 360°이고 한 꼭짓점에 대하여 외각은 두 개가 있으므로 $2\times360^\circ=720^\circ$

$\therefore \angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F+\angle G+\angle H$

$=1440^\circ-720^\circ=720^\circ$

[다른 풀이]



그림과 같이 $\overline{CF}$와 $\overline{EG}$의 교점을 I라 하고 점 C와 점 G, 점 E와 점 F를 잇는 보조선을 그어보자.

$\angle CIG=\angle EIF$(맞꼭지각)이므로

$\angle GCI+\angle CGI=\angle IEF+\angle IFE$

따라서 $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F+\angle G+\angle H$의 값은 삼각형 ACG의 내각의 크기와 오각형 BDEFH의 내각의 크기의 합이야.

이때, 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이고 오각형의 내각의 크기의 합은 $(5-2)\times180^\circ=540^\circ$야.

$\therefore \angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F+\angle G+\angle H$

$=180^\circ+540^\circ=720^\circ$

M 원과 부채꼴

개념 다지기 001~035 정답은 p. 4에 있습니다.

유형 다지기 학교시험+학력평가

문제편 p. 104

036 답 ②

② 현과 호로 이루어진 도형은 부채꼴이 아니라 활꼴이야. (거짓)

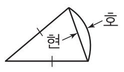
037 답 ⑤

⑤ 한 원에서 현의 길이는 지름 AB의 길이보다 짧거나 같아. 즉, 현이 원의 중심을 지날 때 현의 길이는 지름의 길이와 같아. (거짓)

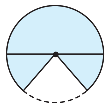
038 답 ㄱ, ㄴ

ㄱ. 한 원에서 현의 길이는 지름의 길이보다 짧거나 같으므로 가장 긴 현은 지름이지. (참)

ㄴ. 그림과 같이 한 원에서 같은 중심각에 대한 호의 길이는 현의 길이보다 항상 길지. (참)



ㄷ. 그림과 같이 부채꼴에서 크기가 가장 큰 것을 반원이라 할 수 없어. (거짓)



따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이야.

039 답 ③

한 원에서 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$21 : \widehat{AB} = 70° : 80° = 7 : 8$

$7\widehat{AB} = 8 \times 21$

$\therefore \widehat{AB} = \dfrac{8 \times 21}{7} = 24(\text{cm})$

040 답 4

호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$x : 12 = 40° : 120° = 1 : 3$

$3x = 12$

$\therefore x = 4$

041 답 ②

호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$12 : x = 45° : 90° = 1 : 2$

$\therefore x = 24$

042 답 ⑤

원 O의 둘레의 길이를 x cm라 하자.

이때, 원 O의 중심각의 크기는 $360°$이므로

$x : 10 = 360° : 60° = 6 : 1$

$\therefore x = 60$

따라서 원 O의 둘레의 길이는 60 cm야.

043 답 ④

ㄱ. 한 원에서 중심각의 크기가 같으면 호의 길이가 같지?

$\therefore \widehat{AB} = \widehat{DE}$ (참)

ㄴ. 한 원에서 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$\angle COD = 2\angle DOE$이면 $\widehat{CD} = 2\widehat{DE}$ (참)

ㄷ. 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않으므로

$2\overline{AB} \neq \overline{CD}$ (거짓)

ㄹ. 부채꼴 COE의 중심각의 크기는 $30° + 60° = 90°$이므로 부채꼴 AOB의 중심각의 크기의 3배지?

$\therefore 3\widehat{AB} = \widehat{CE}$ (참)

ㅁ. 부채꼴 AOE의 중심각의 크기는 $180° - (30° + 30°) = 120°$이므로 부채꼴 COD의 중심각의 크기의 2배지?

$\therefore 2\widehat{CD} = \widehat{AE}$ (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ, ㅁ으로 4개야.

오답피하기

ㄷ에서 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않는다는 걸 그림으로 확인할 수 있어.

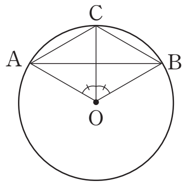
$\angle AOB = 2\angle AOC$지만

삼각형의 가장 긴 변의 길이는 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 하므로

그림의 $\triangle ABC$에서

$\overline{AB} < \overline{AC} + \overline{BC} = 2\overline{AC}$($\because \overline{AC} = \overline{BC}$)

$\therefore \overline{AB} \neq 2\overline{AC}$



044 답 ②

$\overline{AB}$와 $\overline{CD}$의 교점이 원의 중심 O이므로 맞꼭지각의 성질에 의하여 $\angle AOC = \angle BOD = 20°$이지? 이때, 부채꼴 AOC와 BOD의 중심각의 크기가 같으므로 호의 길이도 같아.

$\therefore \widehat{DB} = \widehat{AC} = 4$ cm

이때, $\angle BOC = 180° - \angle BOD = 160°$이고

호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$\widehat{BC} : 4 = 160° : 20° = 8 : 1$

$\therefore \widehat{BC} = 32$ cm

045 답 ①

중심각의 크기는 호의 길이에 정비례하므로

$\angle x : 20° = 20 : 4 = 5 : 1$

$\therefore \angle x = 100°$

046 답 ④

호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$4 : x = 30° : 150° = 1 : 5$

$\therefore x = 20$

중심각의 크기는 호의 길이에 정비례하므로

$30° : y° = 4 : 6 = 2 : 3$

$2y = 90$

$\therefore y = 45$

047 답 ③

원 O의 둘레의 길이가 24 cm이고 중심각의 크기는 360°이므로 호의 길이가 16 cm인 부채꼴의 중심각 $\angle x$의 크기를 구하면

$360^\circ : \angle x = 24 : 16 = 3 : 2$

$3\angle x = 360^\circ \times 2$

$\therefore \angle x = \dfrac{360^\circ \times 2}{3} = 240^\circ$

048 답 ③

중심각의 크기는 호의 길이에 정비례하므로

$\angle x : (\angle x + 20^\circ) = 6 : 10 = 3 : 5$

$5 \times \angle x = 3 \times (\angle x + 20^\circ)$

$5\angle x = 3\angle x + 60^\circ$

$2\angle x = 60^\circ$

$\therefore \angle x = 30^\circ$

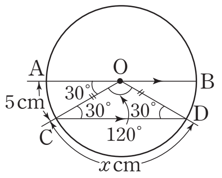
049 답 ③

$\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$이므로 $\angle AOC = \angle OCD = 30^\circ$(엇각)

$\overline{OC} = \overline{OD}$($\because$ 반지름)이므로 $\triangle OCD$는 이등변삼각형이지?

즉, $\triangle OCD$의 두 밑각의 크기는 같으므로 $\angle ODC = \angle OCD = 30^\circ$

$\triangle OCD$의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로



$\angle COD + \angle OCD + \angle ODC = 180^\circ$

$\angle COD + 30^\circ + 30^\circ = 180^\circ$

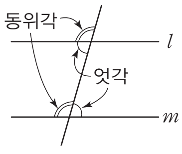
$\therefore \angle COD = 120^\circ$

부채꼴 COD의 중심각의 크기 $\angle COD = 120^\circ$에 대한 호의 길이를 x cm라 하면 부채꼴 AOC에서 중심각의 크기 30°에 대한 호의 길이가 5 cm이므로

$x : 5 = 120^\circ : 30^\circ = 4 : 1$

$\therefore x = 20$

따라서 $\overset{\frown}{CD}$의 길이는 20 cm야.

> ★ **평행선의 정의와 성질**
>
> 한 평면 위에 있는 두 직선 l, m이 만나지 않을 때, 두 직선은 평행하다고 하고, 기호로 $l /\!/ m$이라 해.
>
> 
>
>
> 이때, 평행선의 성질은 다음과 같아.
>
> $l /\!/ m$일 때,
>
> ① 동위각의 크기가 같음.
>
> ② 엇각의 크기가 같음.
>
> 
>

050 답 ⑤

$\triangle OAB$는 $\overline{OA} = \overline{OB}$ ($\because$ 반지름)인 이등변삼각형이지?

$\therefore \angle OAB = \angle OBA$ ⋯ ㉠

$\triangle OAB$의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle AOB + \angle OAB + \angle OBA = 180^\circ$

$150^\circ + \angle OAB + \angle OBA = 180^\circ$ ($\because$ ㉠)

$2\angle OAB = 30^\circ$

$\therefore \angle OAB = \angle OBA = 15^\circ$

그런데 주어진 조건에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$이므로

$\angle AOC = \angle OAB = 15^\circ$(엇각)

부채꼴 AOC의 중심각의 크기 $\angle AOC = 15^\circ$에 대한 호의 길이가 $\overset{\frown}{AC} = 2$ cm이고 원의 중심각의 크기는 360°이므로 원 O의 둘레의 길이를 x cm라 하면

$x : 2 = 360^\circ : 15^\circ = 24 : 1$

$\therefore x = 48$

따라서 원의 둘레의 길이는 48 cm야.

[다른 풀이]

$\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$이므로

$\angle BAO = \angle AOC$, $\angle ABO = \angle BOD$(엇각) ⋯ ㉠

$\triangle AOB$는 이등변삼각형이므로 두 밑각의 크기는 같아.

즉, $\angle BAO = \angle ABO$이므로 ㉠에 의하여 $\angle BOD = \angle AOC$

이때, $\angle COD$는 평각이므로

$\angle COD = \angle AOC + \angle AOB + \angle BOD$

$\qquad = \angle AOC + 150^\circ + \angle AOC = 180^\circ$

$2\angle AOC = 30^\circ \quad \therefore \angle AOC = 15^\circ$

원의 둘레의 길이를 x cm라 하면

$x : 2 = 360^\circ : 15^\circ = 24 : 1$

$\therefore x = 48$

051 답 ②

$\angle COA = \angle x$라 하면 $\overline{CO} /\!/ \overline{AB}$이므로

$\angle OAB = \angle COA = \angle x$ (엇각)

또, $\overline{OA} = \overline{OB}$($\because$ 반지름)이므로 $\triangle OAB$는 이등변삼각형이지?

$\therefore \angle OBA = \angle OAB = \angle x$

$\triangle OAB$의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle AOB + \angle OAB + \angle OBA = 180^\circ$

$\angle AOB + \angle x + \angle x = 180^\circ$

$\therefore \angle AOB = 180^\circ - 2\angle x$

부채꼴 AOC의 중심각의 크기 $\angle AOC = \angle x$에 대한 호의 길이가 $\overset{\frown}{AC} = 4$ cm이고, 부채꼴 AOB의 중심각의 크기 $180^\circ - 2\angle x$에 대한 호의 길이가 $\overset{\frown}{AB} = 12$ cm이므로

$\angle x : (180^\circ - 2\angle x) = 4 : 12 = 1 : 3$

$180^\circ - 2\angle x = 3\angle x$

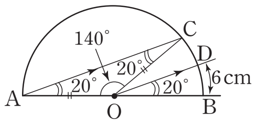
$5\angle x = 180^\circ \qquad \therefore \angle x = 36^\circ \Rightarrow \angle COA = 36^\circ$

052 답 ③

주어진 조건에서 $\overline{AC} /\!/ \overline{OD}$이므로

$\angle CAO = \angle DOB = 20^\circ$(동위각)

이때, 두 점 O, C를 연결하면



$\overline{OA} = \overline{OC}$($\because$ 반지름)이므로

$\triangle OAC$는 이등변삼각형이지?

$\therefore \angle OCA = \angle OAC = 20^\circ$

또, $\triangle OAC$의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle AOC + \angle OAC + \angle OCA = 180^\circ$

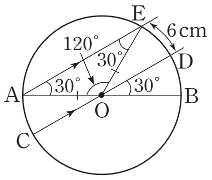
$\angle AOC + 20^\circ + 20^\circ = 180^\circ \qquad \therefore \angle AOC = 140^\circ$

부채꼴 BOD의 중심각 $\angle BOD = 20^\circ$에 대한 호의 길이가 $\overset{\frown}{BD} = 6$ cm이므로 부채꼴 AOC의 중심각 $\angle AOC = 140^\circ$에 대한 $\overset{\frown}{AC}$의 길이는

$\overset{\frown}{AC} : 6 = 140^\circ : 20^\circ = 7 : 1$

$\therefore \overset{\frown}{AC} = 42$ cm

053 답 ②



$\overline{\mathrm{AE}} /\!/ \overline{\mathrm{CD}}$이므로

$\angle\mathrm{BAE}=\angle\mathrm{BOD}=30^\circ$(동위각)

이때, 두 점 O, E를 연결하면,

$\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OE}}$($\because$ 반지름)이므로

$\triangle\mathrm{OAE}$는 이등변삼각형이야.

$\therefore \angle\mathrm{OEA}=\angle\mathrm{OAE}=30^\circ$

$\triangle\mathrm{OAE}$의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle\mathrm{AOE}+\angle\mathrm{OAE}+\angle\mathrm{OEA}=180^\circ$

$\angle\mathrm{AOE}+30^\circ+30^\circ=180^\circ$

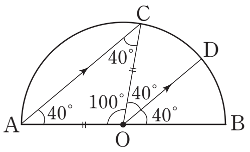
$\therefore \angle\mathrm{AOE}=120^\circ$

$\angle\mathrm{DOE}=\angle\mathrm{AEO}=30^\circ$(엇각)에 의하여 부채꼴 DOE의 중심각 $\angle\mathrm{DOE}=30^\circ$에 대한 호의 길이가 $\overset{\frown}{\mathrm{DE}}=6\,\mathrm{cm}$이므로 부채꼴 AOE의 중심각 $\angle\mathrm{AOE}=120^\circ$에 대한 $\overset{\frown}{\mathrm{AE}}$의 길이는

$\overset{\frown}{\mathrm{AE}} : 6=120^\circ : 30^\circ=4 : 1$

$\therefore \overset{\frown}{\mathrm{AE}}=24\,\mathrm{cm}$

054 답 ①



$\overline{\mathrm{AC}} /\!/ \overline{\mathrm{OD}}$이므로

$\angle\mathrm{CAO}=\angle\mathrm{DOB}=40^\circ$(동위각)

$\triangle\mathrm{OAC}$는 $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OC}}$($\because$ 반지름)인

이등변삼각형이므로

$\angle\mathrm{OCA}=\angle\mathrm{OAC}=40^\circ$이고

$\triangle\mathrm{OAC}$의 세 내각의 크기의 합이 180°이므로

$\angle\mathrm{AOC}=180^\circ-(\angle\mathrm{OAC}+\angle\mathrm{OCA})=100^\circ$

또, $\angle\mathrm{AOB}=180^\circ$이므로

$\angle\mathrm{COD}=180^\circ-(\angle\mathrm{AOC}+\angle\mathrm{BOD})=40^\circ$

호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$\overset{\frown}{\mathrm{AC}} : \overset{\frown}{\mathrm{CD}} : \overset{\frown}{\mathrm{DB}}=\angle\mathrm{AOC} : \angle\mathrm{COD} : \angle\mathrm{BOD}$

$=100^\circ : 40^\circ : 40^\circ$

$=5 : 2 : 2$

오답피하기

호의 길이의 비를 구하는 문제지? 하지만 문제에는 길이에 대한 정보가 주어지지 않고 각에 대한 정보만 주어졌어. 그러면 문제에서는 호의 길이의 비를 구하라 했지만 각의 비로 풀어야 해. 보조선인 $\overline{\mathrm{OC}}$를 그어서 풀면 쉽게 풀릴 거야. 그리고 이와 비슷하게 각에 대한 정보를 주고 부채꼴의 넓이의 비를 구하라든가, 호의 길이에 대한 정보를 주고 부채꼴의 넓이의 비를 구하라든가 하는 문제 역시 주어진 정보를 통해 추론할 수 있어. 하지만 현의 길이의 비와 호의 길이의 비는 같지 않다는 것을 유의하자.

055 답 ⑤

중심각의 크기는 호의 길이에 정비례하고

$\overset{\frown}{\mathrm{AC}}=2\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$에서 $\overset{\frown}{\mathrm{AC}} : \overset{\frown}{\mathrm{BC}}=2 : 1$이므로

$\angle x=\angle\mathrm{AOC}=2\angle\mathrm{BOC}$ $\quad\therefore \angle\mathrm{BOC}=\frac{1}{2}\angle x$

그런데 $\angle\mathrm{AOB}=180^\circ$이므로

$\angle\mathrm{AOC}+\angle\mathrm{BOC}=\angle\mathrm{AOB}$

$\angle x+\frac{1}{2}\angle x=180^\circ$

$\frac{3}{2}\angle x=180^\circ$ $\quad\therefore \angle x=180^\circ\times\frac{2}{3}=120^\circ$

056 답 ③

중심각의 크기는 호의 길이에 정비례하므로

$\overset{\frown}{\mathrm{AB}} : \overset{\frown}{\mathrm{BC}} : \overset{\frown}{\mathrm{CA}}=\angle\mathrm{AOB} : \angle\mathrm{BOC} : \angle\mathrm{AOC}=3 : 4 : 5$

이때, $\angle\mathrm{AOB}+\angle\mathrm{BOC}+\angle\mathrm{AOC}=360^\circ$이므로

$\angle\mathrm{BOC}=360^\circ\times\frac{4}{3+4+5}=360^\circ\times\frac{4}{12}=120^\circ$

★ **연비와 비례배분**

셋 이상의 양의 비를 한꺼번에 나타낸 것을 **연비**라 하고, 연비의 성질은 다음과 같아.

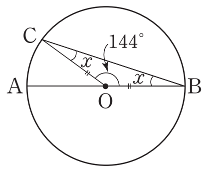
① $A : B : C=(A\div t) : (B\div t) : (C\div t)$ (단, $t\neq0$인 수)

② $A : B : C=(A\times t) : (B\times t) : (C\times t)$ (단, $t\neq0$인 수)

한편, 전체를 주어진 비로 나누는 것을 **비례부분**이라 하는데 S를 $A : B : C=a : b : c$의 연비로 비례배분하면

$A=S\times\frac{a}{a+b+c}$, $B=S\times\frac{b}{a+b+c}$, $C=S\times\frac{c}{a+b+c}$

057 답 ⑤



두 점 C와 O를 연결하자. 주어진 조건에서 $\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$의 길이가 $\overset{\frown}{\mathrm{AC}}$의 길이의 4배라 하고 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$\overset{\frown}{\mathrm{BC}} : \overset{\frown}{\mathrm{AC}}=\angle\mathrm{BOC} : \angle\mathrm{AOC}=4 : 1$

이때, $\angle\mathrm{AOB}=180^\circ$이므로

$\angle\mathrm{BOC}=\angle\mathrm{AOB}\times\frac{4}{4+1}=180^\circ\times\frac{4}{5}=144^\circ$

그런데 $\triangle\mathrm{BOC}$는 $\overline{\mathrm{OB}}=\overline{\mathrm{OC}}$($\because$ 반지름)인 이등변삼각형이므로

$\angle\mathrm{OBC}=\angle\mathrm{OCB}=\angle x$

이때, $\triangle\mathrm{BOC}$의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle\mathrm{BOC}+\angle\mathrm{OBC}+\angle\mathrm{OCB}=180^\circ$

$144^\circ+\angle x+\angle x=180^\circ$

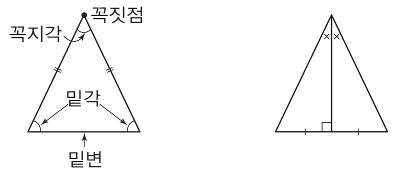
$2\angle x=180^\circ-144^\circ=36^\circ$

$\therefore \angle x=18^\circ$

★ **이등변삼각형의 성질**

두 변의 길이가 같은 삼각형을 이등변삼각형이라 하는데 이 삼각형의 성질은 중요하니까 정리해 두자.

① 두 밑각의 크기가 같음. ② 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분함.



058 답 ④

한 원에서 같은 길이의 현에 대한 중심각의 크기는 같지?

$\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{CD}}=\overline{\mathrm{DE}}$이므로

$\angle\mathrm{AOB}=\angle\mathrm{COD}=\angle\mathrm{DOE}=35^\circ$

$\therefore \angle x=\angle\mathrm{COD}+\angle\mathrm{DOE}=35^\circ+35^\circ=70^\circ$

059 답 ④

① 한 원에서 중심각의 크기가 같은 호의 길이는 같으므로
$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{DE}$ (참)

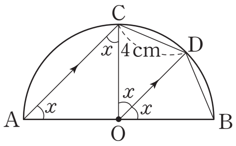
② 한 원에서 같은 크기의 중심각에 대한 현의 길이는 같으므로
$\overline{AB}=\overline{DE}$ (참)

③ 한 원에서 중심각의 크기와 호의 길이는 정비례하지?
$\angle COD=60^\circ$, $\angle AOB=30^\circ$에서 $\angle COD=2\angle AOB$
$\therefore \overset{\frown}{CD}=2\overset{\frown}{AB}$ (참) ⋯ ㉠

④ $\angle COD=60^\circ$, $\angle DOE=30^\circ$에서 $\angle COD=2\angle DOE$지만 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않아. (거짓)

⑤ $\angle AOB=\angle DOE=30^\circ$이므로 $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{DE}$
㉠에서 $\overset{\frown}{CD}=2\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{DE}$ (참)

060 답 ③



$\angle BOD=\angle x$라 하면
$\overline{AC}/\!/\overline{OD}$이므로
$\angle OAC=\angle BOD=\angle x$(동위각)
이고 두 점 O와 C를 연결하면
$\triangle OAC$는 $\overline{OA}=\overline{OC}$($\because$ 반지름)인 이등변삼각형이므로
$\angle OCA=\angle OAC=\angle x$야.
또한, $\angle COD=\angle OCA=\angle x$(엇각)가 성립해.
따라서 $\angle COD=\angle BOD=\angle x$로 중심각의 크기가 같으므로 같은 크기의 중심각에 대한 현의 길이는 같아.
$\therefore \overline{BD}=\overline{CD}=4$ cm

[다른 풀이]

$\angle OAC=\angle x$라 하면 $\overline{OA}=\overline{OC}$인 이등변삼각형 OAC에서
$\angle AOC=180^\circ-(\angle OAC+\angle OCA)=180^\circ-2\angle x$
$\angle BOD=\angle OAC=\angle x$ (동위각)
이때, $\angle AOB=180^\circ$이므로
$\angle COD=\angle AOB-(\angle AOC+\angle BOD)$
$=180^\circ-(180^\circ-2\angle x+\angle x)$
$=180^\circ-180^\circ+2\angle x-\angle x=\angle x$
(이하 동일)

061 답 100 cm^2

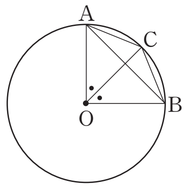
부채꼴 BOC의 중심각의 크기는
$\angle BOC=\angle AOB-\angle AOC=180^\circ-100^\circ=80^\circ$
중심각의 크기가 $\angle BOD=16^\circ$인 부채꼴의 넓이가 20 cm^2이고 한 원에서 부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례하므로
(부채꼴 BOC의 넓이) : $20=80^\circ : 16^\circ=5:1$
따라서 부채꼴 BOC의 넓이는 $20\times5=100(\text{cm}^2)$

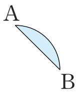
062 답 ③

한 원 또는 합동인 두 원에서 중심각의 크기에 정비례하는 것은 호의 길이와 부채꼴의 넓이야.
따라서 ㄴ, ㄷ이 정비례하는 거야.

오답피하기

중심각의 크기에 정비례하지 않는 현의 길이나 활꼴의 넓이에 주의해. 그림과 같이 $\angle AOC=\angle BOC$가 되게 잡자.
그럼 $\angle AOB=2\angle AOC$에서 부채꼴 AOB의 현의 길이보다 부채꼴 AOC와 부채꼴 BOC의 현의 길이의 합이 크지? 즉, $\overline{AB}<\overline{AC}+\overline{BC}$



또, 직관적으로 활꼴  와  를 비교하면 활꼴의 넓이도 중심각의 크기에 정비례하지 않는다는 것을 알 수 있지?

063 답 ㄱ, ㄹ

ㄱ. $\angle COD:\angle AOB=2\angle AOB:\angle AOB=2:1$
한 원에서 중심각의 크기와 호의 길이는 정비례하므로
$\overset{\frown}{CD}:\overset{\frown}{AB}=\angle COD:\angle AOB=2:1$
$\therefore \overset{\frown}{CD}=2\overset{\frown}{AB}$ (참)

ㄴ. 중심각의 크기와 현의 길이는 정비례하지 않아.
$\therefore \overline{CD}\neq2\overline{AB}$ (거짓)

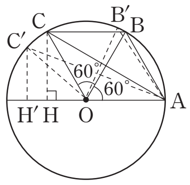
ㄷ. 중심각의 크기가 2배, 3배, 4배, ⋯ 커지는 것은 삼각형의 넓이와 상관없어. (거짓)

ㄹ. 한 원에서 부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례하므로
(부채꼴 OCD의 넓이)$=2\times$(부채꼴 OAB의 넓이) (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이야.

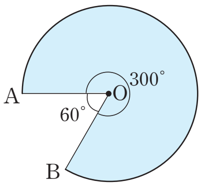
오답피하기

ㄷ에서 중심각의 크기와 삼각형의 넓이는 왜 상관없을까?
그림과 같이 $\angle AOB=60^\circ$인 $\triangle AOB$에 대하여
$\angle AOC=2\angle AOB=120^\circ$인 $\triangle AOC$를 비교해 보자.
$\triangle AOB$와 $\triangle AOC$의 밑변은 $\overline{OA}$로 같고, 높이도 $\overline{CH}$로 같으므로
$\triangle AOB=\triangle AOC$가 돼.
만약 B → B′이 될 때,
$\angle AOC'=2\angle AOB'$을 만족시키는
C → C′으로 $\triangle OAB'>\triangle OAC'$이 돼.



064 답 ②

주어진 그림의 부채꼴에서
$\angle AOB=360^\circ-60^\circ=300^\circ$
이 부채꼴 AOB의 넓이가 30 cm^2이고 중심각의 크기가 $\angle AOB=300^\circ$야.
이 부채꼴과 반지름의 길이가 같고 중심각의 크기가 120°인 부채꼴의 넓이를 $x\text{ cm}^2$라 하면 중심각의 크기와 부채꼴의 넓이는 정비례하므로



$x:30=120:300=2:5$
$5x=30\times2$
$\therefore x=\dfrac{2\times30}{5}=12$
따라서 구하는 부채꼴의 넓이는 12 cm^2야.

065 답 ④

그림의 원 O에 중심각의 크기가 $\angle AOB=\angle x$이고 넓이가 60 cm^2인 부채꼴 OAB와 중심각의 크기가 $\angle COD=\angle x+20^\circ$이고 넓이가 100 cm^2인 부채꼴 COD가 있지? 한 원에 있는 부채꼴의 중심각의 크기와 넓이는 정비례하므로

$\angle x : \angle x+20^\circ=60 : 100=3 : 5$

$3\times(\angle x+20^\circ)=5\times\angle x$

$3\angle x+60^\circ=5\angle x$

$2\angle x=60^\circ$

$\therefore \angle x=30^\circ$

066 답 24 cm^2

호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지?

$\therefore \widehat{AB} : \widehat{CD}=6 : 2$

$=3 : 1$

$=\angle AOB : \angle COD$

또, 중심각의 크기는 부채꼴의 넓이에 정비례해.

$\angle AOB : \angle COD=$(부채꼴 AOB의 넓이):(부채꼴 COD의 넓이)

$3 : 1$ $=$(부채꼴 AOB의 넓이) : 8

$\therefore$ (부채꼴 AOB로 넓이)$=3\times8=24(cm^2)$

067 답 ⑤

도형에서 색칠한 부분의 둘레의 길이는 큰 원의 둘레의 길이와 내부에 있는 작은 두 원의 둘레의 길이의 합으로 구할 수 있지?

두 원 O와 O'의 지름의 길이의 합은 큰 원의 지름의 길이와 같으므로 큰 원의 지름의 길이는 $5+3=8$(cm)야.

(원의 둘레의 길이)$=2\pi\times$(반지름의 길이)$=\pi\times$(지름의 길이)이므로 (큰 원의 둘레의 길이)$=\pi\times8=8\pi$(cm)

원 O의 지름의 길이가 5 cm이므로

(원 O의 둘레의 길이)$=\pi\times5=5\pi$(cm)

원 O'의 지름의 길이가 3 cm이므로

(원 O'의 둘레의 길이)$=\pi\times3=3\pi$(cm)

$\therefore$ (색칠한 부분의 둘레의 길이)$=8\pi+5\pi+3\pi=16\pi$(cm)

> ★ **원주와 원주율**
> 원의 둘레의 길이를 원주라 하고, 원주율은 원주와 지름의 길이의 비야. (원주율)$=\dfrac{(\text{원주})}{(\text{지름의 길이})}$로 원의 크기에 상관없이 항상 일정하고 π로 표현해. 이때, 원주율을 3.14로 하여 계산하기도 해.

068 답 ②

한 원에서 가장 긴 현은 지름이지? 즉, 가장 긴 현의 길이가 10 cm라는 것은 지름의 길이가 10 cm인 원을 의미해.

지름의 길이가 10 cm이므로 반지름의 길이는

$\dfrac{10}{2}=5$(cm)

$\therefore$ (원의 넓이)$=$(반지름의 길이)$\times$(반지름의 길이)$\times$(원주율)

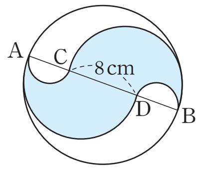
$=5\times5\times3.14$($\because$ (원주율)$=3.14$)

$=78.5(cm^2)$

069 답 ②

주어진 조건 $2\overline{AC}=\overline{CD}=2\overline{DB}$, $\overline{CD}=8$ cm에서

$\begin{cases} 2\overline{AC}=8\text{ cm} & \therefore \overline{AC}=4\text{ cm} \\ 2\overline{DB}=8\text{ cm} & \therefore \overline{DB}=4\text{ cm} \end{cases}$



색칠한 부분의 넓이는 지름인 $\overline{AB}$를 경계로 위와 아래가 같으므로 구하는 넓이는 지름이 $\overline{BC}$인 원의 넓이에서 지름이 $\overline{BD}$인 원의 넓이를 빼면 되겠지?

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\left(\dfrac{\overline{BC}}{2}\right)^2\pi-\left(\dfrac{\overline{BD}}{2}\right)^2\pi=\left(\dfrac{12}{2}\right)^2\pi-\left(\dfrac{4}{2}\right)^2\pi$

$=36\pi-4\pi=32\pi(cm^2)$

070 답 ④

원래의 원의 반지름의 길이를 r라 하면 원의 둘레의 길이는 $2\pi r$야.

이 원의 반지름의 길이를 $\dfrac{2}{\pi}$만큼 늘였을 때의 원의 둘레의 길이는

$2\pi\left(r+\dfrac{2}{\pi}\right)$지?

그런데 반지름의 길이를 $\dfrac{2}{\pi}$만큼 늘인 원의 둘레의 길이는 원래 원의 둘레보다 x만큼 늘었으므로

$2\pi\left(r+\dfrac{2}{\pi}\right)-2\pi r=x$에서

$2\pi r+2\pi\times\dfrac{2}{\pi}-2\pi r=x$ $\therefore x=4$

071 답 ⑤

부채꼴 OAB의 반지름의 길이는 20 cm, 중심각의 크기는 x°, 호의 길이는 4π cm이므로

(호의 길이)$=$(원의 둘레의 길이)$\times\dfrac{(\text{중심각의 크기})}{360^\circ}$를 이용하면

$4\pi=2\pi\times20\times\dfrac{x}{360}$

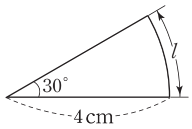
$\therefore x=\dfrac{4\pi\times360}{2\pi\times20}=36$

072 답 $\dfrac{2}{3}\pi$ cm

(호의 길이)$=$(원의 둘레의 길이)$\times\dfrac{(\text{중심각의 크기})}{360^\circ}$

$=(2\pi\times4)\times\dfrac{30}{360}$

$=\dfrac{2}{3}\pi$(cm)



073 답 ③

주어진 조건에서 부채꼴 AOB의 호의 길이는 2π cm, 중심각의 크기는 60°지? 반지름의 길이를 r cm라 하면

(호의 길이)$=$(원의 둘레의 길이)$\times\dfrac{(\text{중심각의 크기})}{360^\circ}$에서

$2\pi=2\pi r\times\dfrac{60}{360}$

$\therefore r=6$

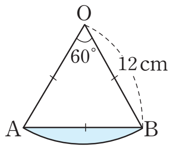
074 답 ③

부채꼴 AOB에 대하여

$\angle AOB=60^\circ$, $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\triangle AOB$는 정삼각형이지?

$\therefore \overline{AB}=12\,\text{cm}$



이때, $\widehat{AB}=2\pi\times12\times\frac{60}{360}=4\pi\,(\text{cm})$

색칠한 부분의 둘레의 길이는 $\overline{AB}$의 길이와 $\widehat{AB}$의 길이의 합이므로

$\overline{AB}+\widehat{AB}=12+4\pi\,(\text{cm})$

075 답 15π cm²

주어진 부채꼴은 반지름의 길이가 6 cm, 중심각의 크기가 150°이므로

$$(\text{부채꼴의 넓이})=(\text{원의 넓이})\times\frac{(\text{중심각의 크기})}{360^\circ}$$

$$=6^2\pi\times\frac{150}{360}=15\pi\,(\text{cm}^2)$$

076 답 120°

주어진 부채꼴의 반지름의 길이가 6 cm, 넓이가 12π cm²이므로

중심각의 크기를 x°라 하면

$(\text{부채꼴의 넓이})=(\text{원의 넓이})\times\frac{(\text{중심각의 크기})}{360^\circ}$에서

$12\pi=6^2\pi\times\frac{x}{360}$

$\therefore x=\frac{12\pi\times360}{36\pi}=120$

따라서 부채꼴의 중심각의 크기는 120°야.

077 답 ③

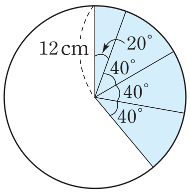
각각의 부채꼴을 그림과 같이 붙여 보자.

색칠한 부분은 중심각의 크기가

$20^\circ+40^\circ+40^\circ+40^\circ=140^\circ$이고 반지름

의 길이가 12 cm인 부채꼴이므로

색칠한 부분의 넓이는



$\pi\times12^2\times\frac{140}{360}=144\pi\times\frac{7}{18}=56\pi\,(\text{cm}^2)$

오|답|피|하|기

색칠한 부분이 떨어져 있을 때 각각의 넓이를 구하여 더해도 되지만 위의 풀이와 같이 도형을 적절하게 움직여서 구하기 쉽게 변형하는 방법을 생각해 보는 게 여러모로 좋아. 도형의 넓이가 변하지 않게 적절히 움직이는 게 기술이지.

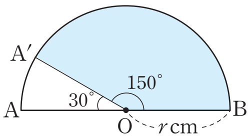
078 답 12 cm

그림과 같이 색칠한 부분을 붙여 보자.

$\angle A'OB=180^\circ-\angle AOA'$

$=180^\circ-30^\circ=150^\circ$

이때, $\overline{OB}=r$ cm라 하면 색칠한 부분의 넓이가 15π cm²이므로



$\pi r^2\times\frac{150}{360}=15\pi$

$r^2=36=6^2$

$\therefore r=6$

따라서 $\overline{AB}=2\overline{OB}$이므로 $\overline{AB}=2r=12\,(\text{cm})$야.

079 답 ①

$(\text{부채꼴의 넓이})=\frac{1}{2}\times(\text{반지름의 길이})\times(\text{호의 길이})$를 이용하면

구하는 부채꼴의 넓이는 $\frac{1}{2}\times6\times4\pi=12\pi\,(\text{cm}^2)$

[다른 풀이]

반지름의 길이가 6 cm, 호의 길이가 4π cm인 부채꼴의 중심각의 크기를 a°라 하자.

$(\text{호의 길이})=(\text{원의 둘레의 길이})\times\frac{(\text{중심각의 크기})}{360^\circ}$이므로

$4\pi=2\pi\times6\times\frac{a}{360}$

$\therefore a=\frac{4\pi\times360}{2\pi\times6}=120$

따라서 $(\text{부채꼴의 넓이})=(\text{원의 넓이})\times\frac{(\text{중심각의 크기})}{360^\circ}$이므로

$\pi\times6^2\times\frac{120}{360}=12\pi\,(\text{cm}^2)$

080 답 ②

$(\text{부채꼴의 넓이})=\frac{1}{2}\times(\text{반지름의 길이})\times(\text{호의 길이})$를 이용하여

반지름의 길이 r를 금방 구할 수 있어.

$2\pi=\frac{1}{2}\times r\times\pi \qquad \therefore r=4$

이때, 중심각의 크기를 a°라 하면 호의 길이는 π cm이므로

$2\pi\times4\times\frac{a}{360}=\pi$

$\therefore a=45$

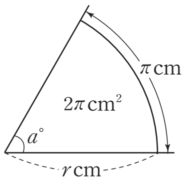
따라서 구하는 중심각의 크기는 45°야.

[다른 풀이]

부채꼴의 중심각의 크기를 a°라 하고 반지름의 길이를 r cm라 하자. 호의 길이가 π cm, 넓이가 2π cm²이므로

$(\text{호의 길이})=(\text{원의 둘레의 길이})\times\frac{a}{360}$,

$(\text{부채꼴의 넓이})=(\text{원의 넓이})\times\frac{a}{360}$



$$\begin{cases}\pi=2\pi r\times\frac{a}{360} & \therefore \frac{a}{360}=\frac{1}{2r}\ \cdots ㉠\\ 2\pi=\pi r^2\times\frac{a}{360} & \therefore 2=r^2\times\frac{a}{360}\ \cdots ㉡\end{cases}$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$2=r^2\times\frac{1}{2r} \qquad \therefore r=4$

이것을 ㉠에 대입하면

$\frac{a}{360}=\frac{1}{2\times4} \qquad \therefore a=45$

081 답 ⑤

$(\text{부채꼴의 넓이})=\frac{1}{2}\times(\text{반지름의 길이})\times(\text{호의 길이})$를 이용하면

$15\pi=\frac{1}{2}\times5\times(\text{호의 길이})$

$\therefore (\text{호의 길이})=6\pi$ cm

[다른 풀이]

반지름의 길이가 5 cm, 넓이가 15π cm^{2}인 부채꼴의 중심각의 크기를 $a°$라 하자.

(부채꼴의 넓이)=(원의 넓이)$\times\dfrac{(\text{중심각의 크기})}{360°}$이므로

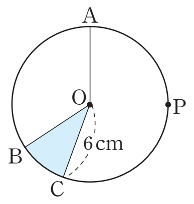
$15\pi=\pi\times5^2\times\dfrac{a}{360}$

$\therefore a=216$

(부채꼴의 호의 길이)=(원의 둘레의 길이)$\times\dfrac{(\text{중심각의 크기})}{360°}$이므로

$2\pi\times5\times\dfrac{216}{360}=6\pi(\text{cm})$

082 답 ④



한 원에서 중심각의 크기는 호의 길이에 정비례하므로

$\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{APC}$

$=\angle BOC:\angle AOB:\angle AOC$

$=1:3:5$

$\therefore \angle BOC=360°\times\dfrac{1}{1+3+5}=360°\times\dfrac{1}{9}$

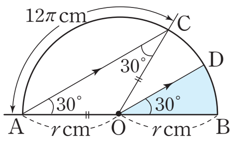
$=40°$

그럼, 부채꼴 BOC의 중심각의 크기는 40°이고, 반지름의 길이가 6 cm이므로 부채꼴 BOC의 넓이는

$\pi\times6\times6\times\dfrac{40}{360}=4\pi(\text{cm}^2)$

> ★ **부채꼴에서 360°에 대한 중심각의 크기의 비**
> 부채꼴의 호의 길이나 넓이를 구하려고 할 때, 360°에 대한 중심각의 크기의 비를 알면 중심각의 크기를 구할 필요가 없어. 즉, 부채꼴 BOC의 중심각의 크기를 구하지 않고 ∠BOC가 원에서 $\dfrac{1}{9}$을 차지하고 있음을 이용하여 부채꼴의 넓이를 구할 수 있어.

083 답 ③



$\overline{AC}\,/\!/\,\overline{OD}$이므로

$\angle BOD=\angle OAC=30°$(동위각)

또, △OAC는 $\overline{OA}=\overline{OC}$(∵ 반지름)인 이등변삼각형이므로

$\angle OCA=\angle OAC=30°$

△OAC의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle AOC=180°-(\angle OAC+\angle OCA)$

$=180°-(30°+30°)$

$=120°$

그럼, 부채꼴 OAC의 중심각의 크기는 120°이고, 호의 길이는 12π cm이므로 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$12\pi=2\pi\times r\times\dfrac{120}{360}=2\pi\times r\times\dfrac{1}{3}$

$\therefore r=12\pi\times\dfrac{3}{2\pi}=18$

따라서 $\overline{OA}=\overline{OB}=r=18$ cm이므로 중심각의 크기가 30°인 부채꼴 OBD의 넓이는

$\pi\times18^2\times\dfrac{30}{360}=27\pi(\text{cm}^2)$

[다른 풀이]

부채꼴 OAC의 중심각의 크기는 120°, 호의 길이는 12π cm이므로 중심각의 크기가 30°인 부채꼴 OBD의 호의 길이는

$\overset{\frown}{BD}:12\pi=30°:120°=1:4$

$\therefore \overset{\frown}{BD}=3\pi$ cm

또, 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overset{\frown}{BD}=2\pi r\times\dfrac{30}{360}=3\pi(\text{cm})$이므로

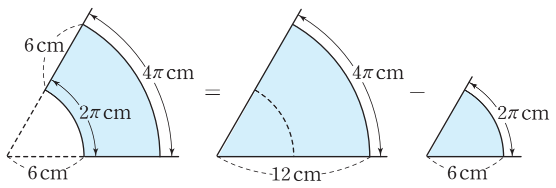
$r=18$

이때, 부채꼴 OBD의 넓이를 S라 하면

$S=\dfrac{1}{2}rl=\dfrac{1}{2}\times18\times3\pi=27\pi(\text{cm}^2)$

084 답 ③

(부채꼴이 넓이)$=\dfrac{1}{2}\times$(반지름의 길이)$\times$(호의 길이)를 이용하자.

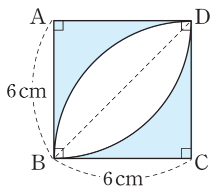


$\therefore S=\dfrac{1}{2}\times12\times4\pi-\dfrac{1}{2}\times6\times2\pi$

$=24\pi-6\pi$

$=18\pi(\text{cm}^2)$

085 답 ④



색칠한 부분은 그림과 같이 대각선인 $\overline{BD}$에 대하여 합동인 도형이므로 도형 BCD쪽의 둘레의 길이를 구하고 2배하면 되겠지?

$\overset{\frown}{BD}$는 중심각의 크기가 90°이고 반지름의 길이가 6 cm인 부채꼴의 호이므로

$\overset{\frown}{BD}=2\pi\times6\times\dfrac{90}{360}=3\pi(\text{cm})$

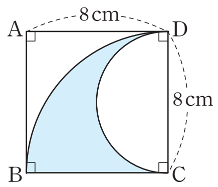
또, 주어진 그림의 사각형은 한 변의 길이가 6 cm인 정사각형이므로 $\overline{DC}=\overline{BC}=6$ cm

따라서 색칠한 부분의 둘레의 길이를 l이라 하면

$l=2\times(6+6+3\pi)=2\times(12+3\pi)$

$=24+6\pi(\text{cm})$

086 답 ②



색칠한 부분은 반지름의 길이가 8 cm이고 중심각의 크기가 90°인 $\overset{\frown}{BD}$, 지름의 길이가 8 cm인 반원의 $\overset{\frown}{DC}$, 정사각형의 한 변인 $\overline{BC}$로 둘러싸인 도형이야.

$\overset{\frown}{BD}=2\pi\times8\times\dfrac{90}{360}=4\pi(\text{cm})$

$\overset{\frown}{DC}=2\pi\times4\times\dfrac{180}{360}=4\pi(\text{cm})$

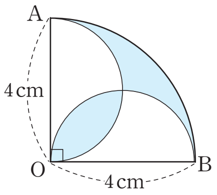
$\overline{BC}=8$ cm

따라서 색칠한 부분의 둘레의 길이를 l이라 하면

$l=4\pi+4\pi+8=8\pi+8=8(\pi+1)(\text{cm})$

087 답 6π cm

색칠한 부분은 반지름의 길이가 4 cm이고 중심각의 크기가 90°인 부채꼴의 호, 지름의 길이가 4 cm인 반원의 호 두 개로 둘러싸인 도형이지?



$\widehat{AB}=2\pi\times4\times\frac{90}{360}=2\pi(\text{cm})$

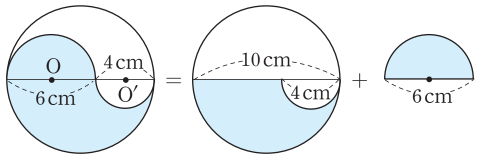
$\widehat{OA}=\widehat{OB}=2\pi\times2\times\frac{1}{2}=2\pi(\text{cm})$

색칠한 부분의 둘레의 길이를 l이라 하면

$l=\widehat{AB}+\widehat{OA}+\widehat{OB}=2\pi+2\pi+2\pi=6\pi(\text{cm})$

088 답 ③

그림에서 색칠한 부분의 넓이는 지름의 길이가 $6+4=10(\text{cm})$인 반원의 넓이에서 지름의 길이가 4 cm인 반원의 넓이를 빼고, 지름의 길이가 6 cm인 반원의 넓이를 더하면 되지?



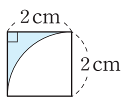
따라서 구하는 넓이를 S라 하면

$S=\left(\frac{1}{2}\times\pi\times5^2-\frac{1}{2}\times\pi\times2^2\right)+\frac{1}{2}\times\pi\times3^2$

$=\frac{25}{2}\pi-2\pi+\frac{9}{2}\pi=15\pi(\text{cm}^2)$

089 답 ③

색칠한 부분의 넓이는 그림과 같은 도형의 색칠한 부분의 넓이에 2배하면 돼. 이 도형의 색칠한 부분의 넓이는 한 변의 길이가 2 cm인 정사각형의 넓이에서 반지름의 길이가 2 cm인 사분원의 넓이를 빼면 되지?



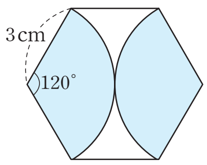
이때, 이 도형의 색칠한 부분의 넓이를 S라 하면

$S=2\times2-\pi\times2^2\times\frac{1}{4}=4-\pi(\text{cm}^2)$

이때, 구하는 넓이는 $2S=2(4-\pi)(\text{cm}^2)$

090 답 6π cm²

한 변의 길이가 3 cm인 정육각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180°\times(6-2)}{6}=120°$



색칠한 합동인 두 부채꼴은 반지름의 길이가 3 cm이고, 중심각의 크기가 120°이므로 색칠한 부분의 넓이를 S라 하면

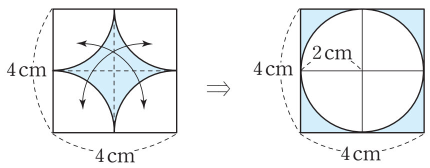
$S=2\times\left(\pi\times3^2\times\frac{120}{360}\right)=6\pi(\text{cm}^2)$

091 답 $(64-16\pi)$ cm²

주어진 그림은 같은 도형이 네 번 반복되지?

그래서 색칠한 부분의 넓이를 구하기 위해서는 반복되는 도형 중 하나만 선택하여 넓이를 구한 후 4배하면 돼.

반복되는 도형 중 하나의 넓이를 다음과 같이 구하자.



(하나의 넓이)=(한 변의 길이가 4 cm인 정사각형의 넓이)

−(반지름의 길이가 2 cm인 원의 넓이)

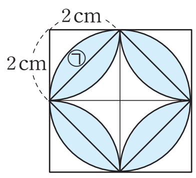
$=4\times4-\pi\times2^2=16-4\pi(\text{cm}^2)$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

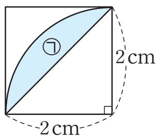
$4\times(16-4\pi)=64-16\pi(\text{cm}^2)$

092 답 ②

색칠한 부분의 넓이를 S라 하면 주어진 그림을 오른쪽과 같이 나눌 때 색칠한 부분의 넓이 S는 ㉠ 부분의 넓이를 8배한 것과 같지?



㉠ 부분의 넓이는 반지름의 길이가 2 cm인 사분원의 넓이에서 밑변의 길이와 높이가 각각 2 cm, 2 cm인 직각삼각형의 넓이를 빼면 돼.



즉, ㉠의 넓이는

$\pi\times2^2\times\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\times2\times2=\pi-2(\text{cm}^2)$

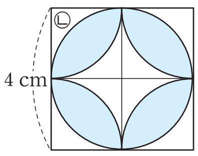
$\therefore$ $S=8\times$(㉠의 넓이)

$=8\times(\pi-2)$

$=8\pi-16(\text{cm}^2)$

[다른 풀이]

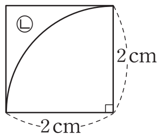
한 변의 길이가 4 cm인 정사각형의 넓이에서 색칠하지 않은 부분의 넓이인 ㉡의 넓이의 8배를 빼자.



즉, ㉡의 넓이는

$2\times2-\frac{1}{4}\times\pi\times2^2=4-\pi(\text{cm}^2)$

따라서 색칠한 부분의 넓이를 S라 하면



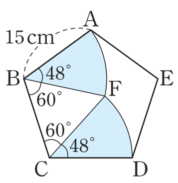
$S=4\times4-8(4-\pi)$

$=16-32+8\pi$

$=8\pi-16(\text{cm}^2)$

093 답 ②

색칠한 부분은 두 부채꼴 BAF와 CFD이고 두 부채꼴의 반지름의 길이가 정오각형 ABCDE의 한 변의 길이와 같으니까 $\overline{BA}=\overline{BF}=\overline{BC}=\overline{CF}=\overline{CD}$가 성립해.



즉, △BCF는 한 변의 길이가 15 cm인 정삼각형이야.

따라서 ∠FBC=∠FCB=60°이고 정오각형의 한 내각의 크기는

$\frac{(5-2)\times180°}{5}=108°$이므로 ∠ABF=∠FCD=108°−60°=48°

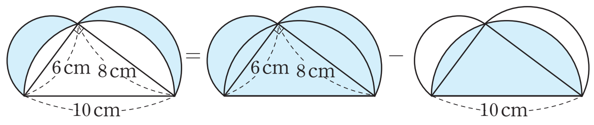
$\therefore$ (부채꼴 BAF의 넓이)+(부채꼴 CFD의 넓이)

$=\pi\times15^2\times\frac{48}{360}+\pi\times15^2\times\frac{48}{360}$

$=30\pi+30\pi=60\pi(\text{cm}^2)$

094 답 24 cm²

색칠한 부분의 넓이는 다음과 같이 전체 넓이를 구하여 지름의 길이가 10 cm인 반원의 넓이를 빼면 돼.

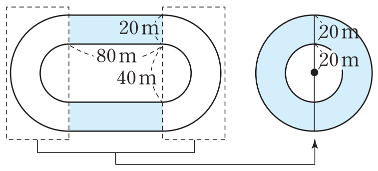


따라서 색칠한 부분의 넓이를 S라 하면

$$S=\left\{\frac{1}{2}(\pi\times3^2+\pi\times4^2)+\frac{1}{2}\times6\times8\right\}-\frac{1}{2}\times\pi\times5^2=24(\text{cm}^2)$$

095 답 ②

색칠한 부분의 넓이는 [그림2]의 색칠한 부분의 넓이와 [그림1]의 색칠한 두 직사각형의 넓이의 합이야.



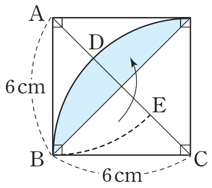
[그림1] [그림2]

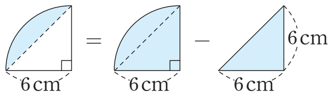
따라서 색칠한 부분의 넓이를 S라 하면

$$S=(\pi\times40^2-\pi\times20^2)+2\times80\times20=1200\pi+3200(\text{m}^2)$$

096 답 $(9\pi-18)$ cm²

오른쪽 그림과 같이 도형을 옮기면 색칠한 부분의 넓이를 쉽게 구할 수 있지?



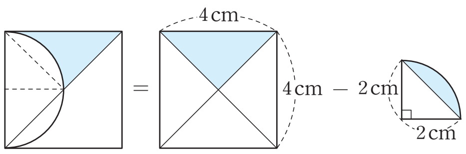


따라서 색칠한 부분의 넓이를 S라 하면

$$S=\pi\times6^2\times\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\times6\times6=9\pi-18(\text{cm}^2)$$

097 답 ③

주어진 그림에서 색칠한 부분의 넓이를 다음과 같이 구하자.

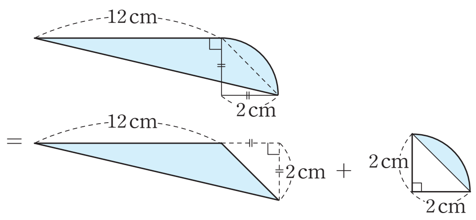


따라서 색칠한 부분의 넓이를 S라 하면

$$S=\frac{1}{4}\times4\times4-\left(\frac{1}{4}\times\pi\times2^2-\frac{1}{2}\times2\times2\right)=4-(\pi-2)=6-\pi(\text{cm}^2)$$

098 답 ②

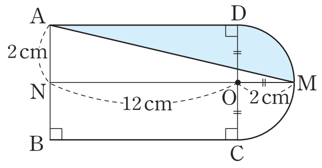
주어진 그림에서 색칠한 부분의 넓이는 다음과 같이 구할 수 있어.



따라서 색칠한 부분의 넓이를 S라 하면

$$S=\frac{1}{2}\times12\times2+\left(\frac{1}{4}\times\pi\times2^2-\frac{1}{2}\times2\times2\right)=10+\pi(\text{cm}^2)$$

[다른 풀이]



두 점 M, O를 연결한 직선의 연장선이 $\overline{AB}$와 만나는 점을 N이라 하자. 이때, 전체 도형을 직사각형 ANOD와 사분원 DOM이라 하면 빼야 할 도형은 △ANM이므로 색칠한 부분의 넓이는

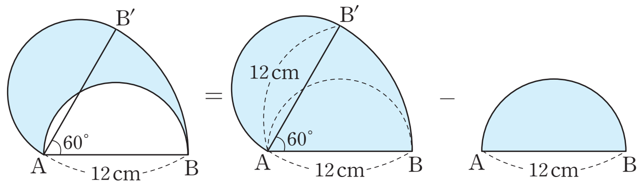
$$2\times12+\frac{1}{4}\times\pi\times2^2-\frac{1}{2}\times2\times14=24+\pi-14=10+\pi(\text{cm}^2)$$

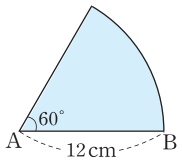
오답피하기

색칠한 부분의 넓이를 구하는 문제는 색칠된 부분을 어떻게 나눴는지, 또는 어떻게 옮겼는지에 따라 여러 가지 방법으로 풀 수 있어. 도형이 복잡해질수록 방법은 더 다양해질 수 있지. 이 문제도 역시 여러 가지 방법으로 풀 수 있어. 위에 소개된 두 가지 방법 말고도 점 M에서 그은 원에 접하는 직선과 $\overline{AD}$의 연장선, 그리고 $\overline{AM}$으로 이루어진 삼각형을 이용해서 풀 수도 있지. 그리고 전체 도형의 넓이에서 색칠이 안 된 부분의 넓이를 빼는 방법도 있어. 여러 방법이 있지만 그 방법에 따라서 풀이에 걸리는 시간은 달라지겠지?

099 답 ①

그림과 같이 지름이 $\overline{AB'}$인 반원과 지름이 $\overline{AB}$인 반원은 합동이므로 색칠한 부분의 넓이는 다음과 같이 구할 수 있어.

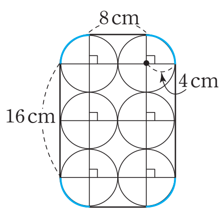


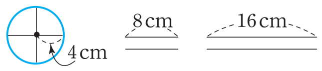


$$=\pi\times12^2\times\frac{60}{360}=24\pi(\text{cm}^2)$$

100 답 $8(\pi+6)$ cm

오른쪽 그림과 같이 곡선으로 둘러싸인 부분(색선)을 모으면 반지름의 길이가 4 cm인 원이고, 직선으로 둘러싸인 부분은 8 cm, 16 cm인 선분을 각각 두 개씩 생각할 수 있어.



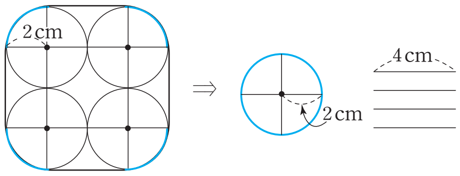


따라서 구하는 끈의 최소 길이를 l이라 하면

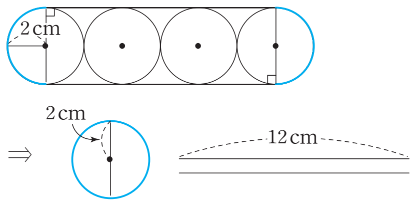
$$l=2\pi\times4+2\times(8+16)=8\pi+48=8(\pi+6)(\text{cm})$$

101 답 ④

[A 방법]와 [B 방법] 모두 곡선 부분과 직선 부분으로 나눠서 끈의 길이를 비교하자. [A 방법]에서 사용한 끈은 곡선 부분을 모으면 반지름의 길이가 2 cm인 원이고 직선 부분을 모으면 4 cm인 직선 4개지?



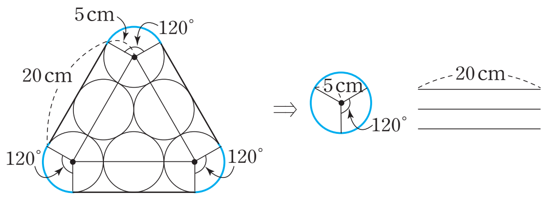
∴ (A 방법의 끈의 길이)$=2\pi\times2+4\times4=4\pi+16$(cm)
[B 방법]에서 사용한 끈은 곡선 부분을 모으면 반지름의 길이가 2 cm인 원이고 직선 부분을 모으면 12 cm인 직선 2개지?



∴ (B 방법의 끈의 길이)$=2\pi\times2+12\times2=4\pi+24$(cm)
따라서 [B 방법]이 [A 방법]보다 8 cm만큼 끈이 더 필요해.

102 답 $(10\pi+60)$ cm

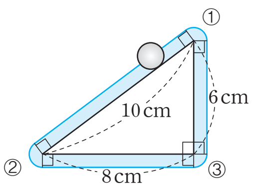
주어진 그림에서 곡선 부분과 직선 부분을 따로 모으면 다음과 같이 반지름의 길이가 5 cm인 원과 20 cm인 직선 3개가 되겠지?



따라서 필요한 테이프의 길이를 l이라 하면
$l=2\pi\times5+20\times3$
$=10\pi+60$(cm)

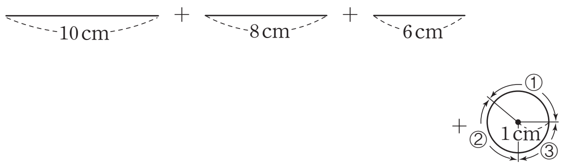
103 답 (1) $(24+2\pi)$ cm (2) $(48+4\pi)$ cm^2

(1) △ABC의 변 위로 반지름의 길이가 1 cm인 원을 굴려서 삼각형의 둘레를 한 바퀴 돌 때, 원의 중심이 움직인 거리는 [그림 1]의 색선과 같아.



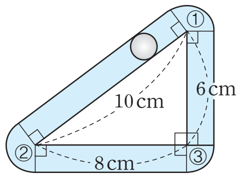
[그림1]

따라서 원의 중심이 움직인 거리는



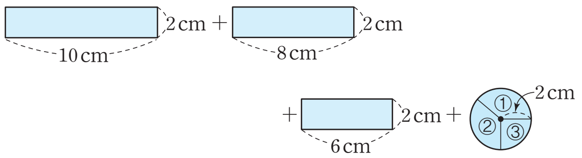
$=10+8+6+2\pi\times1$
$=24+2\pi$(cm)

(2) △ABC의 변 위로 반지름의 길이가 1 cm인 원을 굴려서 삼각형의 둘레를 한 바퀴 돌 때, 원이 지나간 부분은 [그림 2]의 색칠한 부분의 넓이와 같아.



[그림2]

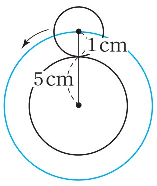
따라서 원이 지나간 부분의 넓이는



$=10\times2+8\times2+6\times2+\pi\times2^2$
$=20+16+12+4\pi=48+4\pi$(cm^2)

104 답 ④

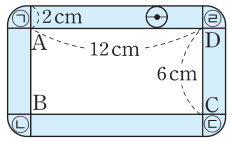
반지름의 길이가 1 cm인 작은 원이 반지름의 길이가 5 cm인 큰 원과 접하며 큰 원의 둘레를 한 바퀴 돌 때, 작은 원의 중심이 움직인 거리는 그림과 같이 반지름의 길이가 6 cm인 원의 둘레의 길이와 같지?



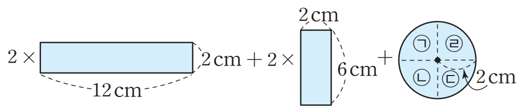
따라서 작은 원의 중심이 움직인 거리는 $2\pi\times6=12\pi$(cm)

105 답 $(72+4\pi)$ cm^2

반지름의 길이가 1 cm인 동전을 직사각형 ABCD의 변을 따라 그 둘레를 한 바퀴 돌렸을 때, 동전이 지나간 부분은 그림과 같아.

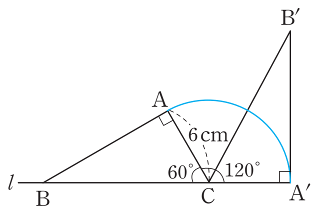


따라서 동전이 지나간 부분의 넓이는



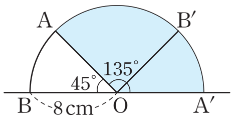
$=2\times(12\times2)+2\times(2\times6)+\pi\times2^2$
$=48+24+4\pi=72+4\pi$(cm^2)

106 답 4π cm



그림과 같이 점 A가 움직인 거리는 중심각의 크기가 $180^\circ-60^\circ=120^\circ$이고, 반지름의 길이가 $\overline{AC}=6$ cm인 부채꼴의 호의 길이와 같으므로 $2\pi\times6\times\frac{120}{360}=4\pi$(cm)

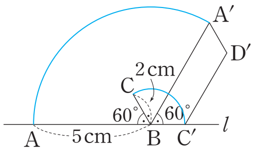
107 답 ②



그림과 같이 선분 OA가 회전하면서 그리는 도형은 그림의 색칠한 부분으로 반지름의 길이가 8 cm이고 중심각의 크기가 $180^\circ-45^\circ=135^\circ$인 부채꼴이야.
따라서 구하는 넓이는

$\pi\times8^2\times\dfrac{135}{360}=24\pi$

108 답 2π



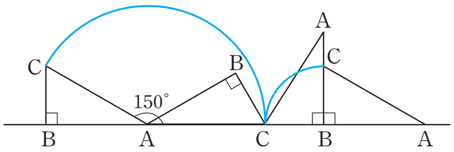
그림과 같이 점 A가 움직인 거리는 반지름의 길이가 5 cm이고 중심각의 크기가 120°인 부채꼴의 호의 길이이고, 점 C가 움직인 거리는 반지름의 길이가 2 cm이고 중심각의 크기가 120°인 부채꼴의 호의 길이야.

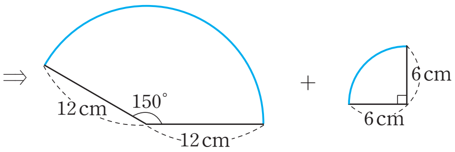
따라서 $x=2\pi\times5\times\dfrac{120}{360}=\dfrac{10}{3}\pi$, $y=2\pi\times2\times\dfrac{120}{360}=\dfrac{4}{3}\pi$이므로

$x-y=\dfrac{10}{3}\pi-\dfrac{4}{3}\pi=2\pi$

109 답 13π cm

꼭짓점 C가 움직이는 것을 그리면 그림의 색선과 같아.





따라서 점 C가 움직인 거리는

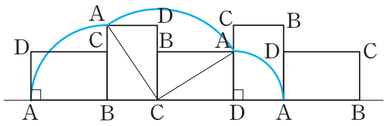
$2\pi\times12\times\dfrac{150}{360}+2\pi\times6\times\dfrac{90}{360}=10\pi+3\pi=13\pi(\text{cm})$

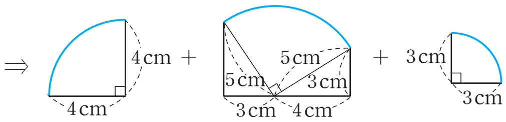
오|답|피|하|기

움직이는 도형 문제는 확실히 까다로운 유형이야. 직선 위에 도형을 굴리는 경우가 많이 나오지. 이 문제처럼 말이야. 이런 유형을 풀 때는 항상 그림을 정확히 그리도록 하자. 충분히 상상이 되더라도 그림을 그려놓지 않으면 착각해서 실수할 수 있으니까. 일단 그림을 그리고 도형이 한 번씩 넘어갈 때마다 어느 점이 중심의 역할을 하고 어느 선분이 반지름의 역할을 할지 세세하게 체크했다면 남은 일은 계산뿐이지. 도형을 굴린다고 지레 겁먹지 말자.

110 답 6π cm

꼭짓점 A가 움직이는 것을 그리면 다음과 같아.





따라서 점 A가 움직인 거리는

$2\pi\times4\times\dfrac{1}{4}+2\pi\times5\times\dfrac{1}{4}+2\pi\times3\times\dfrac{1}{4}$

$=2\pi+\dfrac{5}{2}\pi+\dfrac{3}{2}\pi=6\pi(\text{cm})$

잘 틀리는 유형 훈련+1up

문제편 p. 116

111 답 ⑤

1st 호의 길이와 중심각의 크기의 관계가 기억나야지?
호의 길이와 중심각의 크기는 정비례해.
$\therefore\ \overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}=\angle AOB:\angle BOC=4:5$
2nd 전체에 대한 비는 비례배분을 이용하자.
전체 $\angle AOC=180^\circ$에 대하여 $\angle AOB:\angle BOC=4:5$를 만족시키므로 $\angle BOC=180^\circ\times\dfrac{5}{4+5}=180^\circ\times\dfrac{5}{9}=100^\circ$

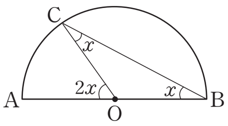
112 답 ④

1st 호의 길이와 중심각의 크기의 관계가 기억나야지?
호의 길이와 중심각의 크기는 정비례해.
$\therefore\ \overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{BC}=\angle AOC:\angle BOC=3:7$
전체 $\angle AOB=180^\circ$에 대하여
$\angle AOC:\angle BOC=3:7$을 만족시키므로

$\angle BOC=180^\circ\times\dfrac{7}{3+7}=180^\circ\times\dfrac{7}{10}=126^\circ$ ⋯ ㉠

2nd $\overline{CO}$와 $\overline{BO}$는 원의 반지름임을 이용하여 $\angle x$의 크기를 구해.
$\overline{CO}=\overline{BO}$(∵ 반지름)이므로 △BOC는 이등변삼각형이야.
이등변삼각형은 두 밑각의 크기가 같으므로
$\angle x=\angle OCB=\angle OBC$ ⋯ ㉡
△BOC의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로
$\angle OCB+\angle OBC+\angle BOC=180^\circ$
$\angle x+\angle x+126^\circ=180^\circ$(∵ ㉠, ㉡)
$2\angle x=54^\circ$
$\therefore\ \angle x=27^\circ$

[다른 풀이]
△BOC는 $\overline{CO}=\overline{BO}$인 이등변삼각형이므로 $\angle x=\angle OCB=\angle OBC$이고
삼각형의 한 외각의 성질에 의하여
$\angle AOC=\angle OCB+\angle OBC=2\angle x$
$\therefore\ \angle BOC=180^\circ-2\angle x$



이때, 호의 길이와 중심각의 크기는 정비례하므로
$\angle AOC : \angle BOC = \overset{\frown}{AC} : \overset{\frown}{BC}$
$2\angle x : 180^\circ - 2\angle x = 3 : 7$
$3 \times (180^\circ - 2\angle x) = 7 \times 2\angle x$
$\therefore \angle x = 27^\circ$

113 답 ③, ④

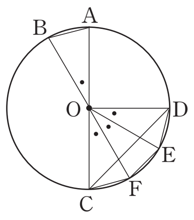
1st 한 원에서 중심각의 크기가 같은 현의 길이는 같지?
① $\angle AOF = \angle EOD$이므로 $\overline{ED} = \overline{AF} = 3$ (참)
⑤ $\angle AOE = \angle DOF$이므로 $\overline{AE} = \overline{DF}$ (참)
2nd 한 원에서 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례해.
② $\angle AOD = 3 \times \angle BOC$이므로 $\angle AOD : \angle BOC = 3 : 1$
그런데 $\angle AOD : \angle BOC = \overset{\frown}{AD} : \overset{\frown}{BC}$이므로
$\overset{\frown}{AD} : \overset{\frown}{BC} = 3 : 1$ (참)
3rd 중심각의 크기와 현의 길이는 정비례하지 않아.
③ $\angle AOE = 2 \times \angle AOF$에서
$\angle AOE : \angle AOF = 2 : 1$
또, $\angle AOE : \angle AOF = \overset{\frown}{AE} : \overset{\frown}{AF}$이므로
$\overset{\frown}{AE} : \overset{\frown}{AF} = 2 : 1$이지만 중심각의 크기와 현의 길이는 정비례하지 않으므로 $\overline{AE} : \overline{AF} \neq 2 : 1$에 의하여 $\overline{AF} \neq 6$ (거짓)
④ ③과 마찬가지 방법으로 풀면
$\angle AOD : \angle AOF = 3 : 1 = \overset{\frown}{AD} : \overset{\frown}{AF}$지만 중심각의 크기와 현의 길이는 정비례하지 않으므로 $\overline{AD} : \overline{AF} \neq 3 : 1$에 의하여
$\overline{AD} \neq 9$ (거짓)

오|답|피|하|기

중심각의 크기는 호의 길이에 정비례하지. 그런데 현의 길이에는 정비례하지 않는다는 사실을 잊으면 실수할 수 있는 문제야. 중심각의 크기와 현의 길이 문제는 십중팔구 함정에 빠지기 쉬우니까 특히 주의를 기울여야 해.

114 답 ㄱ, ㄹ

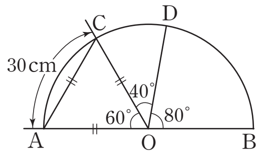
1st 중심각의 크기는 호의 길이와 부채꼴의 넓이에 정비례하지?
ㄱ. $\angle COD = 3 \times \angle AOB$에서
$\angle COD : \angle AOB = 3 : 1 = \overset{\frown}{CD} : \overset{\frown}{AB}$
$\therefore \overset{\frown}{CD} = 3\overset{\frown}{AB}$ (참)
ㄹ. $\angle COD = 3 \times \angle AOB$에서
$\angle COD : \angle AOB = 3 : 1$
$=$(부채꼴 COD의 넓이) : (부채꼴 AOB의 넓이)
따라서 부채꼴 COD의 넓이는 부채꼴 AOB의 넓이의 3배야. (참)
2nd 중심각의 크기는 현의 길이와 삼각형의 넓이에 정비례 관계가 아니야.
ㄴ. $\overline{AB}$와 같은 것은 중심각의 크기가 같은 현인 경우야.
그림에서 $\overline{AB} = \overline{DE} = \overline{EF} = \overline{FC}$
$\therefore 3\overline{AB} = \overline{DE} + \overline{EF} + \overline{FC} > \overline{CD}$ (거짓)



ㄷ. 그림에서
$\triangle AOB = \triangle DOE = \triangle EOF = \triangle COF$
$\therefore 3 \times \triangle AOB$
$= \triangle DOE + \triangle EOF + \triangle COF > \triangle COD$ (거짓)
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이야.

115 답 ⑤

1st $\triangle AOC$가 어떤 삼각형인지 파악하여 $\angle COD$의 크기를 구해.
$\overline{OC} = \overline{OA}$($\because$ 반지름)이므로
$\triangle AOC$는 정삼각형이야. 정삼각형의 한 내각의 크기는 60°이므로
$\angle AOC = 60^\circ$



이때, $\angle AOB = 180^\circ$에서
$\angle COD = \angle AOB - (\angle AOC + \angle BOD)$
$= 180^\circ - (60^\circ + 80^\circ) = 40^\circ$
2nd 원의 중심각의 크기와 호의 길이의 관계를 파악하여 $\overset{\frown}{CD}$의 길이를 구해.
$\overset{\frown}{AC} = 30$ cm, $\angle AOC = 60^\circ$이고 $\angle COD = 40^\circ$이므로
$\overset{\frown}{CD} : 30 = 40^\circ : 60^\circ = 2 : 3$
$3\overset{\frown}{CD} = 30 \times 2 \quad \therefore \overset{\frown}{CD} = \dfrac{30 \times 2}{3} = 20$(cm)

116 답 ④

1st 원의 중심을 꼭짓점으로 가지는 삼각형의 성질을 이용하여 $\angle COD$의 크기를 해.
주어진 조건에서 $\overline{PC} = \overline{CO}$이므로 $\triangle COP$는 이등변삼각형이지?
$\therefore \angle COP = \angle CPO = 20^\circ$
$\triangle COP$의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로
$\angle PCO + \angle CPO + \angle COP = 180^\circ$
$\angle PCO + 20^\circ + 20^\circ = 180^\circ$
$\therefore \angle PCO = 140^\circ$
또, $\angle OCD = 180^\circ - \angle PCO = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$
그런데 $\overline{OC} = \overline{OD}$($\because$ 반지름)이므로 $\triangle OCD$는 이등변삼각형이지?
$\therefore \angle ODC = \angle OCD = 40^\circ$
$\triangle OCD$의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로
$\angle COD + \angle OCD + \angle ODC = 180^\circ$
$\angle COD + 40^\circ + 40^\circ = 180^\circ$
$\therefore \angle COD = 100^\circ$
2nd 원에서 중심각의 크기와 호의 길이의 관계를 이용하여 x, y의 값을 구해.
(i) x의 값을 구하자.
부채꼴 OCD의 중심각의 크기 $\angle COD = 100^\circ$에 대한 호의 길이는 $\overset{\frown}{CD} = 20$ cm이고, 부채꼴 AOC의 중심각의 크기 $\angle AOC = \angle COP = 20^\circ$에 대한 호의 길이는 $\overset{\frown}{AC} = x$ cm이므로
$x : 20 = 20^\circ : 100^\circ = 1 : 5$
$5x = 20 \quad \therefore x = \dfrac{20}{5} = 4$
(ii) y의 값을 구하자.
부채꼴 OCD의 중심각의 크기 $\angle COD = 100^\circ$에 대한 호의 길이는 $\overset{\frown}{CD} = 20$ cm, 부채꼴 BOD의 중심각의 크기
$\angle BOD = 180^\circ - \angle AOC - \angle COD$
$= 180^\circ - 20^\circ - 100^\circ = 60^\circ$
에 대한 호의 길이는 $\overset{\frown}{BD} = y$ cm이므로
$y : 20 = 60^\circ : 100^\circ = 3 : 5$
$5y = 20 \times 3$
$\therefore y = \dfrac{20 \times 3}{5} = 12$
(i), (ii)에 의하여 $y - x = 12 - 4 = 8$

M

117 답 ①

1st 원의 중심각의 크기와 부채꼴의 넓이가 정비례하므로 부채꼴의 넓이를 구해.

$\angle AOB=180°$이므로

$\angle BOC=180°-\angle AOC=180°-30°=150°$

조건에서 부채꼴 AOC의 중심각의 크기는 $30°$, 넓이가 4 cm^2이고, 한 원에서 중심각의 크기와 부채꼴의 넓이는 정비례하므로 부채꼴 BOC의 넓이를 $S\text{ cm}^2$라 하면

$S:4=150°:30°=5:1$

$\therefore S=20$

따라서 부채꼴 BOC의 넓이는 20 cm^2야.

118 답 64 cm^2

1st $\angle COD$의 크기를 구하자.

$\overline{BD}$가 원 O의 지름이므로 $\angle COD=180°-80°=100°$

2nd 중심각의 크기와 부채꼴의 넓이를 이용하여 비례식을 세워 부채꼴 COD의 넓이를 구해.

부채꼴 COD의 넓이를 S라 하면

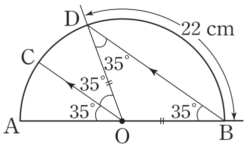
$16:S=25°:100°=1:4$

$\therefore S=64$

따라서 부채꼴 COD의 넓이는 64 cm^2야.

119 답 ①

1st 두 점 O, D을 연결하여 평행선의 성질을 이용하자.



주어진 조건에서 $\overline{OC}/\!/\overline{BD}$이므로

$\angle DBO=\angle COA=35°$($\because$ 동위각)

그리고 $\overline{OB}=\overline{OD}$(반지름)이므로

$\triangle OBD$는 이등변삼각형이지?

$\therefore \angle ODB=\angle OBD=35°$

이때, $\angle COD=\angle ODB=35°$(엇각)이고

$\angle AOB$가 평각이므로 $\angle BOD+\angle AOC+\angle COD=180°$

$\angle BOD+35°+35°=180°$

$\therefore \angle BOD=110°$

2nd 한 원에서 중심각의 크기는 호의 길이에 정비례하므로 $\widehat{CD}$의 길이를 해.

호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$\widehat{CD}:\widehat{BD}=\angle COD:\angle BOD$

$\widehat{CD}:22=35°:110°=7:22$

$22\widehat{CD}=22\times7$

$\therefore \widehat{CD}=7\text{ cm}$

120 답 ⑤

1st 평행선에서 동위각과 엇각의 크기가 각각 같다는 성질을 알고 있지?

$\triangle OCD$는 $\overline{OC}=\overline{OD}$($\because$ 반지름)인 이등변삼각형이므로

$\angle OCD=\angle ODC$ ⋯ ㉠

$\triangle OCD$의 세 내각의 크기의 합은 $180°$이므로

$\angle OCD+\angle ODC+\angle COD=180°$

$\angle OCD+\angle OCD+80°=180°$($\because$ ㉠)

$2\times\angle OCD=100°$

따라서 $\angle OCD=50°$이므로 $\angle COA=50°$(엇각)

2nd 중심각의 크기는 호의 길이와 정비례하지?

$\angle COA$: (원의 중심각의 크기)$=\widehat{AC}$: (원의 둘레의 길이)에서

$50°:360°=\widehat{AC}$: (원의 둘레의 길이)

구하려는 것은 $\widehat{AC}$의 길이가 원의 둘레의 길이의 몇 배인가이므로

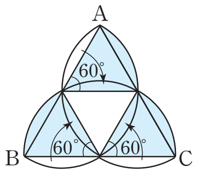
$\dfrac{\widehat{AC}}{(\text{원의 둘레의 길이})}=\dfrac{50°}{360°}=\dfrac{5}{36}$(배)

오답피하기

> 기준이 되는 것이 어떤 건지 모르면 답을 $\dfrac{36}{5}$배로 할 수 있어.
> 여기서 기준이 되는 것은 원의 둘레의 길이야. 그래서 분모에 기준이 되는 원의 둘레의 길이를 넣는 거야.
> 거꾸로 하지 않게 주의하자.

121 답 $\dfrac{9}{2}\pi\text{ cm}^2$

1st 주어진 도형의 일부분을 이동하여 구하기 쉬운 도형으로 바꾸자.



그림과 같이 도형을 옮기면 반지름의 길이가 3 cm이고 중심각의 크기가 $60°$인 3개의 부채꼴의 넓이를 구하는 것과 같아.

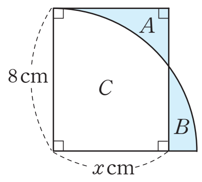
2nd 색칠한 부분의 넓이를 구하자.

따라서 색칠한 부분의 넓이를 S라 하면

$S=3\times\left(\pi\times3^2\times\dfrac{60}{360}\right)=3\times\dfrac{3}{2}\pi=\dfrac{9}{2}\pi(\text{cm}^2)$

122 답 ②

1st 주어진 도형의 일부분을 이용하여 등식을 세우자.



그림에서 A와 B의 넓이가 같다고 했지?

A, B를 제외한 부분을 C라 하면

$A+C=B+C$

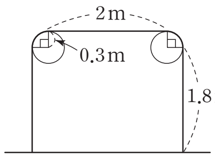
2nd 세운 등식을 이용하여 x의 값을 구해.

즉, (직사각형의 넓이)=(부채꼴의 넓이)이므로 $8\times x=\dfrac{1}{4}\times\pi\times8^2$ $\quad\therefore x=2\pi$

123 답 $(5.6+0.3\pi)\text{ m}$

1st 그림을 단순화하여 나타내자.

문제의 그림을 단순화하여 나타내면 다음과 같아.



2nd 곡선 부분과 직선 부분의 길이를 구해 보자.

그림에서 곡선 부분은 반지름의 길이가 0.3 m인 사분원 2개이므로

곡선 부분의 길이를 구하면 $2\times\left(2\pi\times0.3\times\dfrac{1}{4}\right)=0.3\pi(\text{m})$

직선 부분은 1.8 m 길이가 2개, 2 m 길이가 1개가 있으므로 이 직선의 길이의 합을 구하면 $2\times1.8+1\times2=3.6+2=5.6(\text{m})$

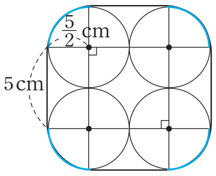
3rd 줄의 길이는 곡선 부분과 직선 부분의 길이의 합이지?

도르래 줄의 길이를 l이라 하면

l=(직선 부분의 길이)+(곡선 부분의 길이)$=5.6+0.3\pi(\text{m})$

124 답 ③

1st 주어진 그림을 간단한 도형으로 나타내자.



2nd 곡선 부분과 직선 부분의 길이를 각각 구하자.

곡선 부분을 모으면 반지름의 길이가 $\frac{5}{2}$ cm인 원이므로

곡선 부분의 길이는 $2\pi\times\frac{5}{2}=5\pi(\text{cm})$

직선 부분은 $\frac{5}{2}+\frac{5}{2}=5(\text{cm})$ 길이가 4개 있으므로

직선 부분의 길이는 $4\times5=20(\text{cm})$

3rd 테이프가 겹치는 부분을 빼먹지 말고 더하자.

따라서 필요한 테이프의 길이는

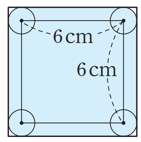
(곡선 부분의 길이)+(직선 부분의 길이)+(겹쳐지는 부분의 길이)

$=5\pi+20+1=21+5\pi(\text{cm})$

125 답 $(60+\pi)\ \text{cm}^2$

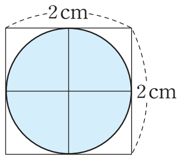
1st 먼저 반지름의 길이가 1 cm인 원을 한 변의 길이가 8 cm인 정사각형 안에서 움직여 보자.

그림과 같이 반지름의 길이가 1 cm인 원이 움직일 수 있는 영역은 색칠한 부분이야.



2nd 원이 움직일 수 있는 영역의 넓이는 정사각형의 넓이에서 원이 움직이지 못하는 영역의 넓이를 빼면 되지.

그림에서 원이 움직이지 못하는 영역인 정사각형의 네 모퉁이를 모으면 다음과 같아.



따라서 그림에서 원이 움직이지 못하는 영역은 한 변의 길이가 2 cm인 정사각형의 넓이에서 반지름의 길이가 1 cm인 원의 넓이를 빼면 되지?

즉, 원이 움직이지 못하는 영역의 넓이는

$2^2-\pi\times1^2=4-\pi(\text{cm}^2)$

3rd 원이 움직일 수 있는 영역의 넓이는 전체 넓이에서 움직이지 못하는 넓이를 빼면 되지?

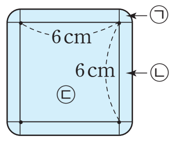
따라서 원이 움직일 수 있는 영역의 넓이는

$8^2-(4-\pi)=64-4+\pi=60+\pi(\text{cm}^2)$

[다른 풀이]

색칠한 부분의 넓이를 구하자.

그림과 같이 색칠한 부분은 사분원 ㉠이 4개, 직사각형 ㉡이 4개, 정사각형 ㉢이 1개로 나눌 수 있지?



따라서 구하는 넓이는

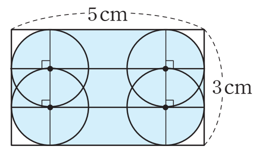
$4\times\left(\pi\times1^2\times\frac{1}{4}\right)+4\times(6\times1)+6\times6$

$=\pi+24+36=60+\pi(\text{cm}^2)$

126 답 $(11+\pi)\ \text{cm}^2$

1st 직사각형 안에서 주어진 원을 움직여 움직일 수 없는 영역을 찾아 보자.

그림과 같이 원이 움직일 수 있는 영역은 색칠한 부분이지?



이때, 원이 움직이지 못하는 영역은 한 변의 길이가 2 cm인 정사각형의 넓이에서 반지름의 길이가 1 cm인 원의 넓이를 빼면 돼. 따라서 원이 움직이지 못하는 영역의 넓이는

$2^2-\pi\times1^2=4-\pi(\text{cm}^2)$

2nd 원이 움직일 수 있는 영역의 넓이는 직사각형의 넓이에서 움직이지 못하는 넓이를 빼면 돼.

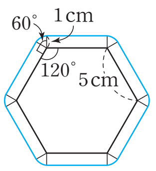
따라서 원이 움직일 수 있는 영역의 넓이는

$5\times3-(4-\pi)=15-4+\pi=11+\pi(\text{cm}^2)$

127 답 $90+6\pi$

1st 원이 굴러가면서 원의 중심이 움직이는 거리를 그려 보자.

반지름의 길이가 1 cm인 원이 한 변의 길이가 5 cm인 정육각형 둘레를 한 바퀴 돌 때, 원의 중심이 움직인 모양은 그림과 같아.

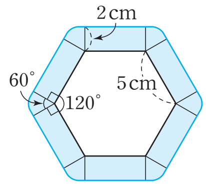


즉, 원의 중심이 움직인 거리는 반지름의 길이가 1 cm인 원의 둘레와 5 cm인 직선 6개가 되겠지?

$\therefore x=6\times5+2\pi\times1=30+2\pi$

2nd 원이 지나간 부분의 넓이를 구해 보자.

그림과 같이 원이 지나간 부분의 넓이는 두 변이 각각 2 cm, 5 cm인 직사각형 6개의 넓이와 반지름의 길이가 2 cm인 원의 넓이의 합과 같지?



$\therefore y=6\times2\times5+\pi\times2^2=60+4\pi$

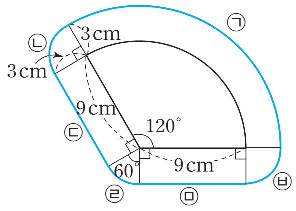
3rd $x+y$의 값을 구하자.

$\therefore x+y=(30+2\pi)+(60+4\pi)=90+6\pi$

128 답 $126+84\pi$

1st 원이 굴러가면서 원의 중심이 움직이는 거리를 그려 보자.

원의 중심이 움직인 모양은 다음과 같아.



㉠~㉥ 구간별로 길이를 구하여 그 합을 구하면 되겠지?

㉠ : $2\pi\times12\times\frac{120}{360}=8\pi(\text{cm})$

㉡+㉣+㉥ : $2\pi\times3\times\frac{90}{360}+2\pi\times3\times\frac{60}{360}+2\pi\times3\times\frac{90}{360}$

$=\frac{3}{2}\pi+\pi+\frac{3}{2}\pi=4\pi(\text{cm})$

㉢+㉤ : $9+9=18(\text{cm})$

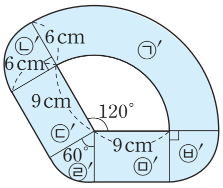
따라서 원의 중심이 움직인 거리는

㉠+㉡+㉢+㉣+㉤+㉥$=18+12\pi(\text{cm})$

이므로 $x=18+12\pi$

M

2nd 원이 지나간 부분의 넓이를 구해 보자.
한편, 원이 지나간 부분의 넓이는 다음과 같아.



㉠′ : 중심각의 크기가 120°로 같고, 반지름의 길이가 각각 15 cm와 9 cm인 두 부채꼴의 넓이의 차이므로

$\pi\times15^2\times\frac{120}{360}-\pi\times9^2\times\frac{120}{360}$

$=75\pi-27\pi=48\pi(\text{cm}^2)$

㉡′+㉣′+㉥′ : $\pi\times6^2\times\frac{90}{360}+\pi\times6^2\times\frac{60}{360}+\pi\times6^2\times\frac{90}{360}$

$=9\pi+6\pi+9\pi=24\pi(\text{cm}^2)$

㉢′+㉤′ : $9\times6+9\times6=108(\text{cm}^2)$

따라서 원이 지나간 부분의 넓이는

㉠′+㉡′+㉢′+㉣′+㉤′+㉥′ $=48\pi+24\pi+108$

$=108+72\pi(\text{cm}^2)$

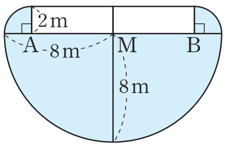
이므로 $y=108+72\pi$

3rd $x+y$의 값을 구하자.

$\therefore x+y=18+12\pi+108+72\pi=126+84\pi$

129 답 $34\pi\text{ m}^2$

1st 강아지가 움직일 수 있는 영역을 그림으로 나타내자.



강아지가 움직일 수 있는 영역의 넓이는 그림의 색칠한 부분의 넓이와 같아.

2nd 강아지가 움직일 수 있는 넓이와 같은 부채꼴의 넓이를 찾아 움직일 수 있는 마당의 넓이를 구하자.

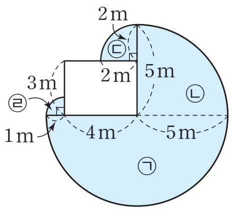
구하는 넓이는 반지름의 길이가 2 m인 반원의 넓이와 반지름의 길이가 8 m인 반원의 넓이의 합이므로

$\pi\times2^2\times\frac{1}{2}+\pi\times8^2\times\frac{1}{2}=34\pi(\text{m}^2)$

130 답 $20\pi\text{ m}^2$

1st 소가 움직일 수 있는 범위를 그림으로 나타내.

소가 움직일 수 있는 영역의 넓이는 그림의 색칠한 부분의 넓이와 같아.



㉠ : 반지름의 길이가 5 m인 반원
㉡ : 반지름의 길이가 5 m인 사분원
㉢ : 반지름의 길이가 2 m인 사분원
㉣ : 반지름의 길이가 1 m인 사분원

2nd 색칠한 부분의 넓이를 구해.

색칠한 부분의 넓이를 S라 하면

$S=$㉠+㉡+㉢+㉣

$=\pi\times5^2\times\frac{1}{2}+\pi\times5^2\times\frac{1}{4}+\pi\times2^2\times\frac{1}{4}+\pi\times1^2\times\frac{1}{4}$

$=\frac{25}{2}\pi+\frac{25}{4}\pi+\pi+\frac{1}{4}\pi=20\pi(\text{m}^2)$

서술형 다지기

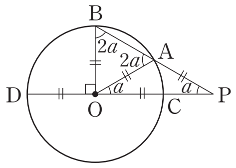
문제편 p. 120

[131-132 채점기준표]

Ⅰ	원의 중심에서 보조선을 그어 이등변삼각형을 찾는다.	30%
Ⅱ	부채꼴의 중심각의 크기를 각각 구한다.	40%
Ⅲ	구하고자 하는 값을 구한다.	30%

131 답 $1:2:3$

먼저, 보조선 $\overline{AO}$를 그어 이등변삼각형의 성질을 이용하자.



그림과 같이 $\overline{AO}$를 그으면

$\overline{PA}=\overline{AO}=\overline{OB}=\overline{OD}$

따라서 두 삼각형 AOP, AOB는 이등변삼각형이다. … Ⅰ

그다음, $\angle AOC=\angle a$라 하고 $\angle a$의 크기를 구하자.

이때, $\angle AOC=\angle a$라 하면

$\triangle AOP$에서

$\angle OAB=\angle OBA=\angle AOP+\angle APO=2\angle a$

$\triangle AOB$에서 $\angle AOB=180^\circ-4\angle a$이고 $\angle BOP=90^\circ$이므로

$\angle BOP=\angle AOP+\angle AOB$

$90^\circ=\angle a+(180^\circ-4\angle a)$

$3\angle a=90^\circ$

$\therefore \angle a=30^\circ$

즉, $\angle AOC=\angle a=30^\circ$이므로

$\angle AOB=\angle BOP-\angle AOC=90^\circ-30^\circ=60^\circ$ … Ⅱ

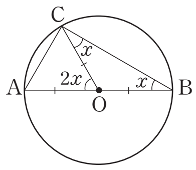
그래서, $\overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BD}$를 구하자.

$\therefore \overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BD}=\angle AOC:\angle AOB:\angle BOD$

$=30^\circ:60^\circ:90^\circ=1:2:3$ … Ⅲ

132 답 30°

먼저, $\triangle OBC$가 이등변삼각형임을 보이자.



그림과 같이 $\overline{CO}$를 그으면

$\overline{OB}=\overline{OC}$($\because$ 반지름)이므로 $\triangle OBC$는 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle OCB=\angle OBC=\angle x$ … Ⅰ

그다음, $\angle AOC$, $\angle BOC$의 크기를 구하자.

$\angle AOC$는 $\triangle OBC$의 한 외각이므로

$\angle AOC=2\angle x$

또, $\overset{\frown}{BC}=2\overset{\frown}{AC}$이므로

$\angle BOC=2\angle AOC=4\angle x$ … Ⅱ

그래서, $\angle x$의 크기를 구하자.

$\angle AOC+\angle BOC=180^\circ$이므로

$2\angle x+4\angle x=180^\circ$

$\therefore \angle x=30^\circ$ … Ⅲ

[다른 풀이]

$\overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{BC}=1:2$이므로

$\angle BOC=\frac{2}{3}\times180^\circ=120^\circ$

이때, $\triangle OBC$는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OCB=\angle OBC=\angle x$

$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-120^\circ)=30^\circ$

[133-134 채점기준표]

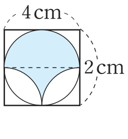
Ⅰ	주어진 도형에서 조건을 추가로 찾는다.	30%
Ⅱ	한 개의 원에서 생각한다.	40%
Ⅲ	색칠한 부분의 둘레의 길이나 넓이를 구한다.	30%

133 답 $32\,\mathrm{cm}^2$

먼저, 원의 반지름의 길이를 구하자.

원의 반지름의 길이를 r cm라 하면 $4r=8$ $\therefore r=2$ … Ⅰ

그다음, 한 개의 원에서 색칠한 부분의 넓이를 구하자.



구하는 넓이는 그림 같이 색칠한 부분의 넓이의 4배이므로 한 개의 원에서 색칠한 부분의 넓이는

=(반원의 넓이)+{(직사각형의 넓이)−(반원의 넓이)}

=(직사각형의 넓이)$=4\times2=8(\mathrm{cm}^2)$ … Ⅱ

그래서, 색칠한 부분의 넓이를 구하자.

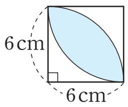
∴ (색칠한 부분의 넓이)$=8\times4=32(\mathrm{cm}^2)$ … Ⅲ

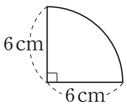
134 답 둘레의 길이 : 24π cm, 넓이 : $(72\pi-144)\,\mathrm{cm}^2$

먼저, 반복되어 나타난 모양을 찾자.

4개의 작은 정사각형으로 나누어진 것 중 한 개의 정사각형 안의 부채꼴의 반지름의 길이는 6 cm, 중심각의 크기는 90°이다. … Ⅰ

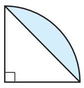
그다음, 색칠한 부분 중 한 개의 원에서 둘레의 길이와 넓이를 구하자.



에서


…㉠의 호의 길이는

$2\pi\times6\times\frac{1}{4}=3\pi(\mathrm{cm})$

 와 같은 사분원에서 직각이등변삼각형을 뺀

 …㉡ 한 개의 넓이는

$\pi\times6^2\times\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\times6\times6=9\pi-18(\mathrm{cm}^2)$ … Ⅱ

그래서, 색칠한 부분의 둘레의 길이와 넓이를 각각 구하자.

색칠한 부분은 ㉠ 모양의 호가 모두 8개 있으므로 구하는 둘레의 길이는 $3\pi\times8=24\pi(\mathrm{cm})$

색칠한 부분은 ㉡ 모양이 8개 있으므로 구하는 넓이는

$(9\pi-18)\times8=72\pi-144(\mathrm{cm}^2)$ … Ⅲ

135 답 80

$20^\circ : x^\circ=10\,\mathrm{cm}^2 : 50\,\mathrm{cm}^2=1:5$에서 $x=100$ … Ⅰ

$10\,\mathrm{cm}^2 : y\,\mathrm{cm}^2=20^\circ : 40^\circ=1:2$에서 $y=20$ … Ⅱ

$\therefore x-y=100-20=80$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	부채꼴의 넓이와 중심각의 크기의 정비례 관계를 이용하여 x의 값을 구한다.	40%
Ⅱ	부채꼴의 넓이와 중심각의 크기의 정비례 관계를 이용하여 y의 값을 구한다.	40%
Ⅲ	$x-y$의 값을 구한다.	20%

136 답 50

원을 24등분을 하였다니까 1시간을 나타내는 각의 크기는

$\frac{360^\circ}{24}=15^\circ$이다. 그럼 운동을 하는 시간은 2시간이므로 운동하는 시간을 나타내는 부채꼴의 중심각의 크기는 $15^\circ\times2=30^\circ$이다. 즉, 중심각의 크기가 30°인 부채꼴의 넓이가 20이다. … Ⅰ

이때, 저녁식사는 시간은 1시간이므로 저녁식사 시간을 나타내는 부채꼴의 중심각의 크기는 $15^\circ\times1=15^\circ$이므로 이 시간을 나타내는 부채꼴의 넓이는

$x:20=15^\circ:30^\circ=1:2$ $\therefore x=10$ … Ⅱ

한편, 학습을 하는 시간은 4시간이다. 즉, 학습을 하는 시간을 나타내는 부채꼴의 중심각의 크기는 $15^\circ\times4=60^\circ$

이므로 이 시간을 나타내는 부채꼴의 넓이는

$y:20=60^\circ:30^\circ=2:1$ $\therefore y=40$

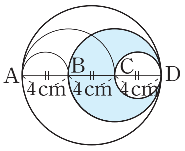
$\therefore x+y=50$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	운동한 시간을 나타내는 부채꼴의 중심각의 크기를 구한다.	40%
Ⅱ	저녁식사 시간을 나타내는 부채꼴의 넓이를 구한다.	30%
Ⅲ	학습을 하는 시간을 나타내는 부채꼴의 넓이를 구한다.	30%

137 답 $12\pi\,\mathrm{cm}^2$

$\overline{AB}=\frac{1}{3}\times\overline{AD}=\frac{1}{3}\times12=4(\mathrm{cm})$ … Ⅰ



색칠한 부분의 넓이는 그림과 같이 반지름이 $\overline{BC}$인 원에서 지름이 $\overline{CD}$인 원을 뺀 부분의 넓이와 같다. … Ⅱ

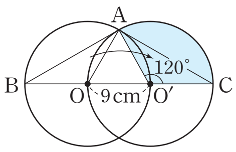
따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\pi\times4^2-\pi\times2^2=16\pi-4\pi=12\pi(\mathrm{cm}^2)$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	지름을 삼등분한 길이를 구한다.	30%
Ⅱ	색칠한 부분과 같은 도형을 생각한다.	30%
Ⅲ	색칠한 부분의 넓이를 구한다.	40%

138 답 $27\pi\,\mathrm{cm}^2$



보조선 O′A를 긋자.

△AOB와 △AO′C에서

두 원 O, O'의 반지름으로

$\overline{OC'}=\overline{AO}=\overline{AO'}=\overline{BO}=\overline{OO'}$이고

△AOO′은 정삼각형이므로

$\angle AOB=\angle AO'C=120^\circ$

∴ △AOB≡△AO′C (SAS 합동) … Ⅰ

즉, 색칠한 부분의 넓이는 부채꼴 AO′C의 넓이와 같다. … Ⅱ

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\pi\times9^2\times\frac{120}{360}=27\pi(\mathrm{cm}^2)$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	보조선을 그어 합동인 삼각형을 구한다.	40%
Ⅱ	색칠한 부분과 넓이가 같은 도형을 찾는다.	20%
Ⅲ	색칠한 부분의 넓이를 구한다.	40%

M

#056-072중1하(M해) 2017.7.4 12:33 AM 페이지72 방재식맥시스템

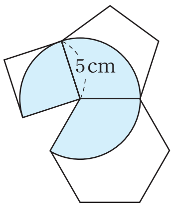
최고난도 만점 문제

문제편 p. 122

139 답 $\frac{265}{12}\pi\ \text{cm}^2$

1st 정사각형, 정오각형, 정육각형의 한 내각의 크기를 알고 있어야지?

정사각형, 정오각형, 정육각형의 한 내각의 크기를 각각 구하면 90°, 108°, 120°야.
따라서 색칠한 부분은 중심각의 크기가 $90^\circ+108^\circ+120^\circ=318^\circ$인 부채꼴이야.



2nd (부채꼴의 넓이)=(원의 넓이)×$\frac{(\text{중심각의 크기})}{360^\circ}$로 구하자.

이때, 부채꼴의 반지름의 길이가 5 cm이므로 부채꼴의 넓이는

$\pi\times5^2\times\frac{318}{360}=\frac{265}{12}\pi(\text{cm}^2)$

★ **정다각형의 한 내각, 외각의 크기**

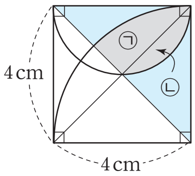
정다각형에서 $n=3, 4, 5, 6$일 때, 한 외각의 크기 $\frac{360^\circ}{n}$를 알고 있으면 이런 유형의 문제가 편해.
이때, (한 외각의 크기)$=180^\circ-$(한 내각의 크기)이니까 내각의 크기만 기억해 두자.

정다각형	정삼각형	정사각형	정오각형	정육각형
한 외각의 크기	120°	90°	72°	60°
한 내각의 크기	60°	90°	108°	120°

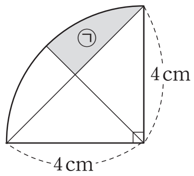
140 답 $(14-3\pi)\ \text{cm}^2$

1st 주어진 그림을 적절히 나눠서 넓이를 구할 수 있는 부분이 있는지 살펴보자.

색칠한 부분의 넓이는 밑변의 길이와 높이가 각각 4 cm인 직각삼각형에서 ㉠과 ㉡의 넓이를 빼면 되지?



2nd ㉠과 ㉡의 넓이를 각각 구하자.

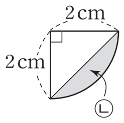


㉠은 반지름의 길이가 4 cm인 사분원의 넓이에서 밑변의 길이와 높이가 각각 4 cm인 직각삼각형의 넓이를 뺀 것을 이등분한 것이지? 따라서 ㉠의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\left(\pi\times4^2\times\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\times4\times4\right)$

$=\frac{1}{2}\times(4\pi-8)=2\pi-4(\text{cm}^2)$

㉡는 반지름의 길이가 2 cm인 사분원의 넓이에서 밑변의 길이와 높이가 각각 2 cm인 직각삼각형의 넓이를 뺀 것이지?
따라서 ㉡의 넓이는



$\pi\times2^2\times\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\times2\times2=\pi-2(\text{cm}^2)$

3rd 색칠한 부분의 넓이를 구하자.

색칠한 부분의 넓이는 밑변의 길이와 높이가 각각 4 cm인 직각삼각형에서 ㉠과 ㉡의 넓이의 합을 빼 거지?
따라서 색칠한 부분의 넓이는

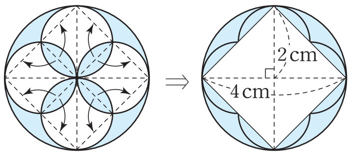
$\frac{1}{2}\times4\times4-\{(㉠\text{의 넓이})+(㉡\text{의 넓이})\}$

$=8-\{(2\pi-4)+(\pi-2)\}=8-(3\pi-6)=14-3\pi(\text{cm}^2)$

141 답 ④

1st 주어진 도형의 일부분을 이용하여 구하기 쉬운 도형으로 바꾸자.

그림과 같이 도형의 일부를 옮겨 보자.
그럼, 색칠한 부분의 넓이는 반지름의 길이가 2 cm인 원의 넓이에서 두 대각선의 길이가 4 cm인 마름모의 넓이를 빼면 돼.



2nd 색칠한 부분의 넓이를 구해.

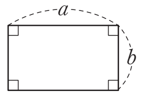
따라서 색칠한 부분의 넓이를 S라 하면

$S=\pi\times2^2-\frac{1}{2}\times4\times4=4\pi-8=4(\pi-2)(\text{cm}^2)$

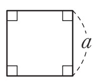
★ **평면도형의 넓이**

다음 그림과 같이 직사각형, 정사각형, 마름모의 넓이를 구하는 공식을 정리해 두면 좋아.

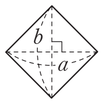
(넓이)$=ab$



(넓이)$=a^2$



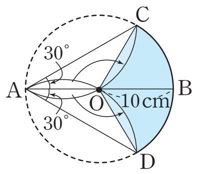
(넓이)$=\frac{1}{2}\times ab$



142 답 $\frac{100}{3}\pi\ \text{cm}^2$

1st 주어진 도형의 일부분을 이용하여 구하기 쉬운 도형으로 바꾸자.

색칠한 부분을 이동하면 그림과 같고, 색칠한 부분의 넓이는 부채꼴 OCD의 넓이와 같아.



2nd 색칠한 부분의 넓이를 구해.

이때, 두 삼각형 OAC와 OAD는 $\overline{OA}=\overline{OC}=\overline{OD}$이므로 이등변삼각형이다. 즉, $\angle OCA=\angle ODA=30^\circ$이고 $\angle AOC=\angle AOD=120^\circ$이므로 부채꼴 OCD의 중심각의 크기는 120°야.
따라서 색칠한 부분의 넓이는

(부채꼴 OCD의 넓이)$=\pi\times10^2\times\frac{120}{360}=\frac{100}{3}\pi(\text{cm}^2)$

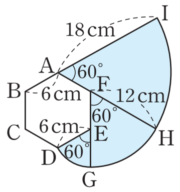
143 답 ③

1st 세 부채꼴의 반지름의 길이를 구하자.

그림에서 $\overline{DE}=6\,cm$이므로

$\overline{FG}=\overline{FE}+\overline{EG}=\overline{FE}+\overline{ED}=12(cm)$

$\overline{AH}=\overline{AF}+\overline{FH}=\overline{AF}+\overline{FG}=18(cm)$



2nd 세 부채꼴의 넓이를 구하자.

세 부채꼴 DEG, GFH, HAI의 중심각은 정육각형의 한 외각이므로

$\dfrac{360°}{6}=60°$

색칠한 부분의 넓이를 S라 하면

$S=$(부채꼴 DEG의 넓이)

+(부채꼴 GFH의 넓이)+(부채꼴 HAI의 넓이)

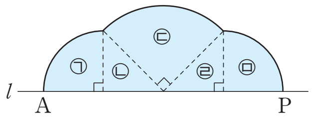
$=\pi\times6^2\times\dfrac{60}{360}+\pi\times12^2\times\dfrac{60}{360}+\pi\times18^2\times\dfrac{60}{360}$

$=6\pi+24\pi+54\pi=84\pi(cm^2)$

144 답 2

1st 점 A가 그리는 도형을 그려 보자.

점 A가 그리는 도형은 다음과 같아.



2nd 점 A가 그리는 도형의 넓이를 가지고 정사각형 ABCD의 대각선의 길이를 구해.

㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤의 넓이의 합이 $(\pi+1)\,cm^2$지?

㉠, ㉤은 반지름의 길이가 1 cm인 사분원이고, ㉡, ㉣은 밑변의 길이와 높이가 각각 1 cm인 직각삼각형이며, ㉢은 정사각형 ABCD의 대각선을 반지름으로 하는 사분원이야.

이때, 정사각형 ABCD의 대각선의 길이를 r cm라 하면

$$㉠+㉡+㉢+㉣+㉤=\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}+\pi\times r^2\times\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+\frac{\pi}{4}$$

$$=\frac{\pi}{2}+1+\frac{\pi r^2}{4}=\pi+1$$

$\dfrac{\pi r^2}{4}=\dfrac{\pi}{2}$

$\therefore r^2=2$

따라서 정사각형 ABCD의 대각선의 길이의 제곱은 2야.

N 다면체와 회전체

개념 다지기 001~057 정답은 p. 4-5에 있습니다.

유형 다지기 학교시험+학력평가

문제편 p. 130

058 답 ①

다면체는 다각형인 면으로 둘러싸인 입체도형이므로 굽은 면으로 둘러싸인 원뿔은 다면체가 아니야.

059 답 ②

다각형인 면으로만 둘러싸인 입체도형이 다면체이므로 〈보기〉 중에서 다면체는 ㄷ. 직육면체, ㄹ. 사각뿔, ㅁ. 오각기둥으로 3개야.

060 답 ③

ㄱ. 삼각형은 다각형이지 다면체가 아니야. ← NO!

ㄷ, ㅁ. 원기둥과 구는 곡면으로 둘러싸인 입체도형이므로 다면체가 아니야. ← NO!

ㄴ, ㄹ, ㅂ. 삼각뿔, 사각기둥, 정육면체는 모두 다면체야. ← OK!

061 답 ⑤

주어진 다면체의 면의 개수를 살펴보면

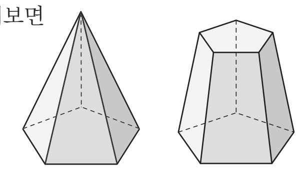
① 직육면체 : 6개

② 오각기둥 : 7개

③ 오각뿔대 : 7개

④ 육각뿔 : 7개

⑤ 육각뿔대 : 8개



오각뿔　　오각뿔대

따라서 면의 개수가 가장 많은 다면체는 ⑤ 육각뿔대야.

062 답 ③

오각뿔의 면의 개수는

$5+1=6$(개)　　$\therefore a=6$

오각뿔대의 면의 개수는

$5+2=7$(개)　　$\therefore b=7$

$\therefore a+b=6+7=13$

063 답 ④

육면체는 면의 개수가 6개인 입체도형이므로 주어진 다면체 중에서 면의 개수가 6개가 아닌 것을 찾자.

① 사각기둥 : 6개

② 사각뿔대 : 6개

③ 오각뿔 : 6개

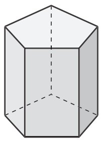
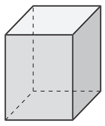
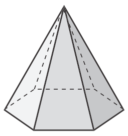
④ 오각뿔대 : 7개

⑤ 정육면체 : 6개

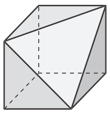
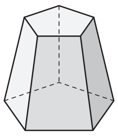
따라서 육면체가 아닌 것은 ④ 오각뿔대야.

064 답 ②

① 오각기둥 : 7개　② 직육면체 : 6개　③ 육각뿔 : 7개

④ 칠면체 : 7개　⑤ 오각뿔대 : 7개

따라서 ②만 육면체이고, 나머지는 칠면체야.

065 답 ②

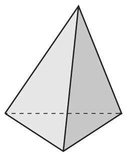
삼각뿔의 모서리의 개수

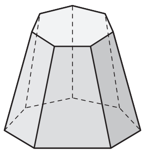
$a=3\times2=6$

칠각뿔대의 모서리의 개수

$b=7\times3=21$

$\therefore a+b=27$


삼각뿔


칠각뿔대

066 답 ②

① 사각뿔대 : $3\times4=12$(개)　② 오각기둥 : $3\times5=15$(개)

③ 육각뿔 : $2\times6=12$(개)

④ 정육면체는 사각기둥이라 생각하면 $3\times4=12$(개)

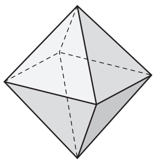
⑤ 정팔면체는 2개의 정사각뿔의 밑면을 서로 겹쳐 놓은 것과 같지? 정사각뿔의 모서리의 개수는 $2\times4=8$(개)이지만 겹치는 부분의 모서리는 두 번 센 것이므로

(정팔면체의 모서리의 개수)

$=2\times$(정사각뿔의 모서리의 개수)

$-$(정사각뿔의 밑면의 모서리의 개수)

$=2\times8-4=12$(개)



★ 각기둥, 각뿔, 각뿔대의 모서리의 개수

다면체	n각기둥	n각뿔	n각뿔대
모서리의 개수	$3n$	$2n$	$3n$

이 표가 어떻게 나왔는지 궁금하지?

먼저 n각기둥의 모서리의 개수가 $3n$개가 되는 이유를 설명할게. n각기둥의 두 밑면은 모두 n각형이지? n각형의 모서리의 개수는 n개니까 각기둥의 두 밑면의 모서리의 개수는 $n+n=2n$(개)야. 그리고 각기둥의 옆면은 두 밑면의 각 꼭짓점을 하나씩 연결한 거잖아. n각형의 꼭짓점은 n개이므로 위, 아래 밑면의 각 꼭짓점을 연결하는 선, 즉 모서리의 개수는 꼭짓점의 개수인 n개가 되겠지? 그래서 n각기둥의 모서리의 개수는 $2n+n=3n$(개)가 되는 거야. 이해가 되지?

이번엔 n각뿔의 모서리의 개수를 생각해 보자. n각뿔의 밑면은 n각형이므로 n개의 모서리가 있고, 밑면 밖에 꼭짓점이 하나 있으므로 그것과 밑면의 각 꼭짓점을 하나씩 연결한 모서리도 n개가 있어. 따라서 모서리의 개수는 모두 $n+n=2n$(개)야.

각뿔대가 각기둥과 다른 것은 두 밑면의 크기가 다르다는 것뿐이고 나머지는 같으니까 각뿔대의 모서리의 개수는 $3n$개야.

067 답 ①

① 사각뿔대 – 면 : 6개, 모서리 : 12개

② 오각기둥 – 면 : 7개, 모서리 : 15개

③ 오각뿔 – 면 : 6개, 모서리 : 10개

④ 오각뿔대 – 면 : 7개, 모서리 : 15개

⑤ 육각뿔 – 면 : 7개, 모서리 : 12개

따라서 면의 개수가 6개이고, 모서리의 개수가 12개인 다면체는 ① 사각뿔대야.

068 답 ⑤

모서리의 개수가 30개인 각기둥을 n각기둥이라 하면 모서리의 수는 $3n$개지?

$3n=30$

$\therefore n=10$

즉, 모서리의 개수가 30개인 각기둥은 십각기둥이야.

따라서 십각기둥의 면의 개수는 $10+2=12$(개)

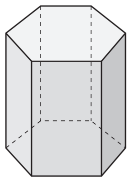
069 답 ⑤

n각기둥의 꼭짓점의 개수는 $2n$개지?

그럼, 꼭짓점의 개수가 12개인 n을 구하면

$2n=12$　$\therefore n=6$

즉, 그림과 같이 꼭짓점의 개수가 12개인 각기둥은 육각기둥이야.



육각기둥의 면의 개수는 $x=6+2=8$

또, 모서리의 개수는 $y=3\times6=18$

$\therefore x+y=26$

★ 각기둥의 꼭짓점의 개수

n각기둥의 꼭짓점의 개수가 왜 $2n$개냐구?

n각기둥의 꼭짓점의 개수는 두 밑면의 꼭짓점의 개수의 합과 같지? n각기둥의 밑면은 n각형이므로 n각기둥의 한 밑면의 꼭짓점의 개수는 n개야.

따라서 n각기둥의 꼭짓점의 개수는 두 밑면의 꼭짓점의 개수의 합인 $n+n=2n$(개)이겠지?

070 답 ②

n각기둥의 꼭짓점의 개수는 $2n$개지?

그럼, 꼭짓점의 개수가 14개인 n을 구하면

$2n=14$　$\therefore n=7$

따라서 구하는 각기둥의 밑면의 꼭짓점의 개수는 7개이므로 그 모양은 칠각형이야.

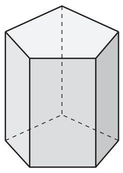
071 답 17

n각기둥의 모서리의 개수는 $3n$개지?

그럼, 모서리의 개수가 15개인

n각기둥을 구하면 $3n=15$　$\therefore n=5$

즉, 구하는 각기둥은 오각기둥이야.



이때, 오각기둥의 면의 개수는 $5+2=7$(개),

꼭짓점의 개수는 $2\times5=10$(개)이므로

$a=7$, $b=10$

$\therefore a+b=7+10=17$

072 답 ④

n각기둥의 면의 개수는 옆면이 n개, 밑면이 2개이므로 $(n+2)$개이고, 꼭짓점의 개수는 $2n$개, 모서리의 개수를 $3n$개지?

∴ (면의 개수)+(꼭짓점의 개수)+(모서리의 개수)

$=(n+2)+2n+3n=6n+2$

073 답 ③

오각뿔의 면의 개수는

$a=5+1=6$

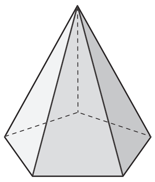
또, 모서리의 개수는

$b=2\times5=10$

마지막으로 꼭짓점의 개수는

$c=5+1=6$

$\therefore a+b+c=6+10+6=22$



★ **각뿔의 꼭짓점의 개수**

n각뿔의 꼭짓점의 개수가 왜 $(n+1)$개냐구?

n각뿔의 꼭짓점의 개수는 밑면의 꼭짓점의 개수와 밑면 밖에 있는 한 개의 꼭짓점의 개수의 합과 같지?

따라서 n각뿔의 밑면은 n각형이므로 n각뿔의 꼭짓점의 개수는 $(n+1)$개이겠지?

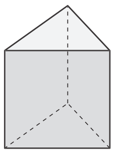
074 답 ④

n각뿔의 꼭짓점의 개수는 $(n+1)$개, 면의 개수도 $(n+1)$개로 항상 같아. 따라서 선택지 중 꼭짓점의 개수와 면의 개수가 같은 것은 ④ 오각뿔이야.

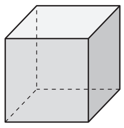
[다른 풀이]

물론 각 선택지에 주어진 다면체의 꼭짓점의 개수와 면의 개수를 직접 구해도 답을 얻을 수 있어.

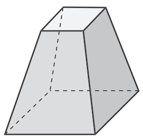
① 삼각기둥 :
꼭짓점 6개, 면 5개 ←NO!



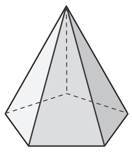
② 정사각기둥 :
꼭짓점 8개, 면 6개 ←NO!



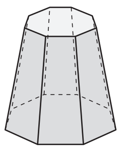
③ 사각뿔대 :
꼭짓점 8개, 면 6개 ←NO!



④ 오각뿔 :
꼭짓점 6개, 면 6개 ←OK!



⑤ 팔각뿔대
꼭짓점 16개, 면 10개 ←NO!



075 답 ④

n각뿔의 면의 개수는 $(n+1)$개지?

그럼, 면의 개수가 9개인 각뿔을 구하면

$n+1=9$ $\quad\therefore n=8$

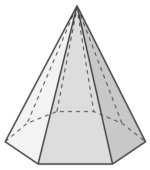
팔각뿔의 모서리의 개수는

$a=2\times8=16$

또, 팔각뿔의 꼭짓점의 개수는

$b=8+1=9$

$\therefore a+b=16+9=25$



076 답 $2n$

n각뿔의 꼭짓점의 개수는 $a=n+1$,

모서리의 개수는 $b=2n$,

면의 개수는 $c=n+1$이므로

$a+b-c=(n+1)+2n-(n+1)=2n$

077 답 ③

n각뿔대의 면의 개수는 $(n+2)$개지?

그럼, 면이 10개인 각뿔대를 구하면 $n+2=10$ $\quad\therefore n=8$

즉, 팔각뿔대이므로 팔각뿔대의 모서리의 개수는 $x=3\times8=24$

꼭짓점의 개수는 $y=2\times8=16$

$\therefore x+y=24+16=40$

★ **각뿔대의 꼭짓점의 개수**

n각뿔대의 꼭짓점의 개수가 왜 $2n$개냐구?

n각뿔대의 꼭짓점의 개수는 두 밑면의 꼭짓점의 개수를 합한 것과 같지?

n각뿔대의 밑면은 n각형이므로 n각뿔대의 한 밑면의 꼭짓점의 개수는 n개야.

그러니까 n각뿔대의 꼭짓점의 개수는 $n+n=2n$(개)야.

078 답 20

주어진 전개도를 접어서 만든 입체도형은 그림과 같이 사각뿔대야.

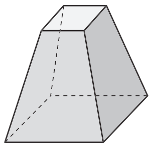
사각뿔대의 모서리의 개수를 구하면

$a=3\times4=12$

또, 사각뿔대의 꼭짓점의 개수를 구하면

$b=2\times4=8$

$\therefore a+b=12+8=20$



079 답 ⑤

n각뿔대의 꼭짓점의 개수는 $a=2n$,

모서리의 개수는 $b=3n$,

면의 개수는 $c=n+2$지?

$\therefore a+b+c=2n+3n+(n+2)=6n+2$

080 답 18개

n각뿔대의 모서리의 개수는 $3n$개, 면의 개수는 $(n+2)$개이지?

모서리의 개수와 면의 개수의 차가 16이므로

$3n-(n+2)=16$

$2n-2=16$ $\quad\therefore n=9$

즉, 구각뿔대야.

따라서 구각뿔대의 꼭짓점의 개수는 $2\times9=18$(개)야.

081 답 2

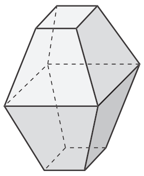
이십면체를 각기둥으로 생각하면 십팔각기둥이지?
십팔각기둥의 꼭짓점의 개수는 $v=2\times18=36$(개),
모서리의 개수는 $e=3\times18=54$(개),
면의 개수는 $f=18+2=20$(개)이므로
$v-e+f=36-54+20=2$

082 답 2

다면체의 꼭짓점의 개수를 v, 모서리의 개수를 e, 면의 개수를 f라 하면 항상 $v-e+f=2$가 성립해.

[다른 풀이]

주어진 입체도형의 꼭짓점, 모서리, 면의 개수를 각각 구해 보자.



꼭짓점의 개수 : 12개
모서리의 개수 : 20개
면의 개수 : 10개
$\therefore v-e+f=12-20+10=2$

083 답 60개

축구공은 모서리의 개수가 90개인 삼십이면체이므로 면의 개수는 32개야.
이때,
(꼭짓점의 개수)$-$(모서리의 개수)$+$(면의 개수)$=2$이므로
(꼭짓점의 개수)$-90+32=2$
따라서 구하는 꼭짓점의 개수는 60개야.

084 답 ④

다면체의 꼭짓점의 개수를 v, 모서리의 개수를 e, 면의 개수를 f라 하면 항상 $v-e+f=2$가 성립하지?
꼭짓점의 개수가 16개, 모서리의 개수가 24개인 다면체의 면의 개수를 f라 하면 $16-24+f=2$ $\quad\therefore f=10$
즉, 면의 개수가 10개인 십면체야.
면의 개수가 10개인 n각기둥은
$n+2=10 \quad \therefore n=8$
따라서 구하는 것은 팔각기둥이야.

[다른 풀이]

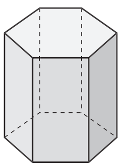
n각기둥의 꼭짓점의 개수는 $2n$개이므로 꼭짓점의 개수가 16개이면
$2n=16 \quad \therefore n=8$
따라서 구하는 것은 팔각기둥이야.

085 답 ①

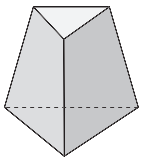
① 육각기둥의 옆면은 직사각형이야.
② 삼각뿔대, ④ 칠각뿔대의 옆면은 사다리꼴이고
③ 오각뿔, ⑤ 사각뿔의 옆면은 삼각형이야.

[다른 풀이]

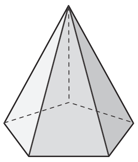
① 육각기둥 : 직사각형



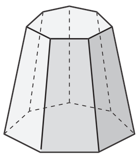
② 삼각뿔대 : 사다리꼴



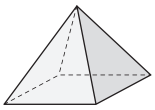
③ 오각뿔 : 삼각형



④ 칠각뿔대 : 사다리꼴



⑤ 사각뿔 : 삼각형



086 답 ③

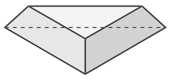
각기둥, 각뿔, 뿔대의 옆면은 각각 직사각형, 삼각형, 사다리꼴이지? 따라서 ③ 삼각기둥의 옆면은 직사각형이야.

087 답 ①

옆면의 모양이 사각형인 것은 각기둥 또는 뿔대지?
① 사각뿔의 옆면은 삼각형이야.

088 답 ⑤

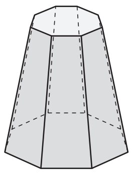
② 주어진 전개도로 입체도형을 만들면 그림과 같이 삼각뿔대지? ← OK!



① 삼각뿔대는 오면체야. ← OK!
③ 삼각뿔대의 꼭짓점의 개수는 $2\times3=6$(개)야. ← OK!
④ 그림과 같이 두 밑면은 삼각형이야. ← OK!
⑤ 삼각뿔대의 옆면은 사다리꼴이야. ← NO!

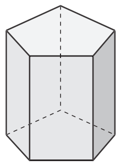
089 답 ⑤

조건 (가)에서 두 밑면이 서로 평행한 입체도형은 각기둥 또는 각뿔대의 모양이겠지?
조건 (나)에서 옆면은 사다리꼴이므로 각뿔대이고,
조건 (다)에서 n각뿔대의 면의 개수는 $(n+2)$개이므로 십면체는
$n+2=10 \Rightarrow n=8$
따라서 주어진 조건을 모두 만족시키는 입체도형은 팔각뿔대야.



090 답 ⑤

① 각기둥의 면의 개수는 $(n+2)$개이므로 오각기둥의 면의 개수는 $5+2=7$(개), 즉 칠면체야. (참)



② 각기둥의 옆면은 직사각형이지? (참)
③ 각기둥의 두 밑면은 서로 합동이야. (참)
④ n각기둥의 두 밑면은 n각형이므로 오각기둥의 두 밑면은 모두 오각형이야. (참)
⑤ n각기둥의 모서리의 개수는 $3n$개이므로 오각기둥의 모서리의 개수는 $3\times5=15$(개)야. (거짓)

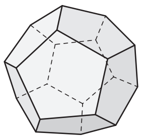
091 답 ㄱ, ㄹ

ㄱ. 각뿔대의 두 밑면은 항상 평행하지? (참)
ㄴ. 각기둥의 두 밑면은 합동이지만 각뿔대의 두 밑면은 합동이 아니야. (거짓)

ㄷ. 각뿔대의 밑면의 모양에 따라 사다리꼴 모양의 옆면은 합동일 수도 있고 아닐 수도 있어. (거짓)
ㄹ. 평행한 두 밑면 사이의 거리를 높이라 해. (참)
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이야.

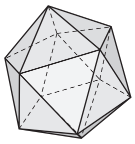
092 답 ④

각 면이 정오각형으로 이루어진 정다면체는 그림과 같이 정십이면체야.



093 답 ⑤

그림과 같이 정이십면체는 한 꼭짓점에 정삼각형이 5개 모여 있지?



094 답 ④, ⑤

정다면체는 정사면체, 정육면체, 정팔면체, 정십이면체, 정이십면체로 5개뿐이야. 각 정다면체의 면의 모양을 살펴보면 다음과 같아.

정다면체	정사면체	정육면체	정팔면체	정십이면체	정이십면체
면의 모양	정삼각형	정사각형	정삼각형	정오각형	정삼각형

따라서 정다면체의 면이 될 수 없는 것은 ④ 정육각형, ⑤ 정칠각형이야.

095 답 18

정팔면체의 모서리의 개수는 $a=12$
또, 꼭짓점의 개수는 $b=6$
$\therefore a+b=18$

096 답 ③

정이십면체의 면의 모양은 정삼각형(②), 한 꼭짓점에 모이는 면의 개수는 5개, 면의 개수는 20개(①), 꼭짓점의 개수는 12개(⑤), 모서리의 개수는 30개(④)지?
따라서 ③ 한 꼭짓점에 모이는 면의 개수가 3개라는 것은 옳지 않아.

097 답 정십이면체

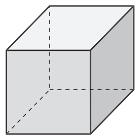
조건 (가)에서 한 꼭짓점에 3개의 면이 모이는 정다면체는 정사면체, 정육면체, 정십이면체지?
조건 (나)에서 모서리의 개수가 30개인 정다면체는 정십이면체와 정이십면체가 있어.
조건 (다)에서 각 면이 모두 정오각형인 정다면체는 정십이면체뿐이야.
따라서 세 가지 조건을 모두 만족시키는 정다면체는 정십이면체야.

098 답 ⑤

① 정팔면체의 꼭짓점의 개수는 6개야. (거짓)
② 정육면체의 한 꼭짓점에 모이는 면은 3개야. (거짓)
③ 정다면체의 면의 모양은 정삼각형, 정사각형뿐만 아니라 정오각형도 있어. (거짓)
④ 면의 모양이 정삼각형인 것은 정사면체, 정팔면체, 정이십면체가 있어. (거짓)
⑤ 정이십면체의 한 꼭짓점에 모인 면의 개수는 5개이고 이때의 면의 개수가 한 꼭짓점에서 모일 수 있는 면의 최대의 개수야. (참)

099 답 ②

두 조건 (가), (나)에서 모든 면의 모양이 합동인 정다각형이지?
이때, 한 꼭짓점에 모인 면의 개수가 3개인 정다면체는 정사면체, 정육면체, 정십이면체야.
조건 (다)에서 꼭짓점의 개수가 8개인 것은 정육면체야.

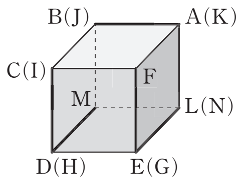


100 답 ④

① 정십이면체의 꼭짓점의 개수는 20개야. (거짓)
② 한 꼭짓점에 모이는 면의 개수는 3개 또는 4개 또는 5개야. (거짓)
③ 한 꼭짓점에 모이는 모서리의 개수는 3개 또는 4개 또는 5개야. (거짓)
④ 정육면체, 정팔면체의 모서리의 개수는 12개로 같아. (참)
⑤ 각 꼭짓점에 모인 다각형의 내각의 합이 360° 이면 평면이지, 입체도형이 되지 않아. (거짓)

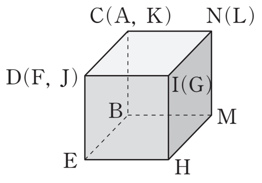
101 답 ①

주어진 전개도로 정육면체를 만들면 그림과 같으므로 $\overline{AB}$와 꼬인 위치에 있는 모서리를 모두 구하면
$\overline{DM}$, $\overline{DC}(=\overline{HI})$, $\overline{EF}$, $\overline{EL}$이야.



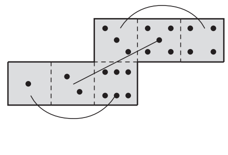
102 답 ②

주어진 전개도로 정육면체를 만들면 그림과 같아.
그림에서 꼭짓점 F와 만나는 점은 D와 J지.



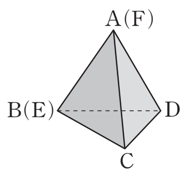
103 답 ⑤

주어진 전개도로 정육면체를 만들 때, 마주 보는 눈을 구하면 그림과 같이 3쌍으로 이은 부분이야.
$\therefore A=6,\ B=5,\ C=4$



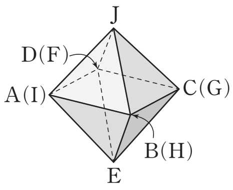
104 답 ④

주어진 전개도로 정사면체를 만들면 그림과 같지?
따라서 꼭짓점 B와 겹치는 꼭짓점은 점 E야.



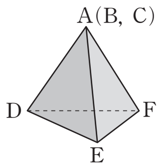
105 답 ①

주어진 전개도로 정팔면체를 만들면 그림과 같지?
따라서 $\overline{\mathrm{AB}}$와 겹치는 선분을 구하면 $\overline{\mathrm{IH}}$야.



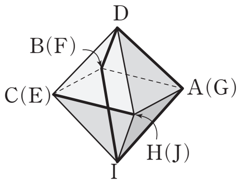
106 답 ③

주어진 전개도를 접어 입체도형을 만들면 그림과 같아.
따라서 $\overline{\mathrm{AD}}$와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{\mathrm{EF}}$야.



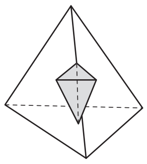
107 답 ⑤

주어진 전개도를 접어서 입체도형을 만들면 그림과 같지? 모서리 EJ와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{\mathrm{DB}}$, $\overline{\mathrm{DA}}$, $\overline{\mathrm{IF}}$, $\overline{\mathrm{IG}}$이고, 모서리 FG는 모서리 EJ와 평행하니까 꼬인 위치에 있지 않아.



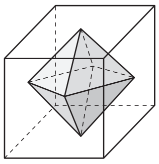
108 답 ①

그림과 같이 정사면체의 각 면의 중점을 연결하여 만든 입체도형은 정사면체야.



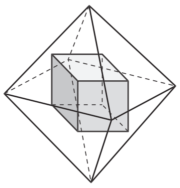
109 답 ③

그림과 같이 정육면체의 각 면인 정사각형의 두 대각선의 교점, 즉 정사각형의 중심을 연결한 입체도형은 정팔면체야.



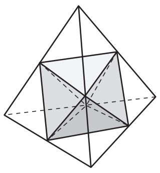
110 답 **12개**

그림과 같이 정팔면체의 각 면의 한가운데에 있는 점을 연결하여 만든 입체도형은 정육면체지?
따라서 정육면체의 모서리의 개수는 12개야.



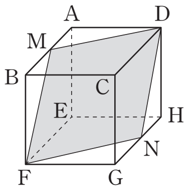
111 답 ③

그림과 같이 정사면체의 각 모서리의 중점을 연결한 입체도형은 정팔면체가 돼.



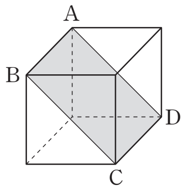
112 답 ③

그림과 같이 세 점 D, M, F를 지나는 평면은 $\overline{\mathrm{HG}}$의 중점 N을 지나게 돼.
$\overline{\mathrm{DM}}=\overline{\mathrm{FM}}$이고, 정육면체에서
$\overline{\mathrm{DM}}=\overline{\mathrm{FN}}$, $\overline{\mathrm{MF}}=\overline{\mathrm{DN}}$
$\therefore \overline{\mathrm{DM}}=\overline{\mathrm{MF}}=\overline{\mathrm{FN}}=\overline{\mathrm{DN}}$
따라서 단면의 모양은 네 변의 길이가 같은 마름모야.



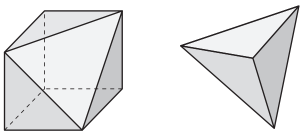
113 답 ②

그림과 같이 세 꼭짓점 A, B, C를 지나는 평면으로 자른 단면은 점 D를 지나게 되므로 직사각형이야.



114 답 **3**

정육면체를 표시된 세 점을 지나는 평면으로 자르면 다음과 같이 두 입체도형으로 분리돼.



A B

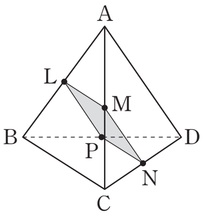
입체도형 A는 칠면체이고, 입체도형 B는 사면체이므로
$a=7$, $b=4 \Rightarrow a-b=3$

115 답 ③

$\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{BF}}$, $\overline{\mathrm{CF}}$는 모두 정육면체의 각 면인 정사각형의 대각선의 길이이므로 $\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{BF}}=\overline{\mathrm{CF}}$야.
즉, $\triangle\mathrm{BCF}$는 정삼각형이야.
따라서 정삼각형의 한 내각의 크기는 60° 이므로 $\angle\mathrm{CBF}=60^\circ$가 되지.

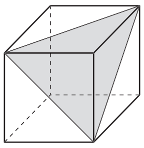
116 답 ④

정사면체에서 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{AC}}$, $\overline{\mathrm{CD}}$의 중점을 각각 L, M, N이라 하고 이 세 점을 지나는 평면은 모서리 BD의 중점인 P도 지나지?
$\overline{\mathrm{LM}}$, $\overline{\mathrm{MN}}$, $\overline{\mathrm{NP}}$, $\overline{\mathrm{LP}}$는 각각 $\overline{\mathrm{AB}}$와 $\overline{\mathrm{AC}}$, $\overline{\mathrm{AC}}$와 $\overline{\mathrm{CD}}$, $\overline{\mathrm{CD}}$와 $\overline{\mathrm{BD}}$, $\overline{\mathrm{AB}}$와 $\overline{\mathrm{BD}}$의 중점을 연결한 선분이므로
$\overline{\mathrm{LM}}=\overline{\mathrm{MN}}=\overline{\mathrm{NP}}=\overline{\mathrm{LP}}$이고 $\overline{\mathrm{LN}}=\overline{\mathrm{MP}}$($\because$ 대각선)
따라서 □LPNM은 네 변의 길이가 같고 대각선의 길이가 같으므로 정사각형이야.

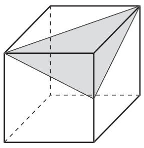


117 답 ⑤

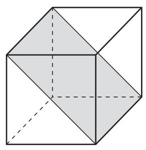
ㄱ. 정삼각형 ←OK!



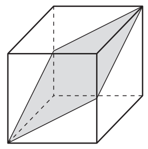
ㄴ. 이등변삼각형 ←OK!



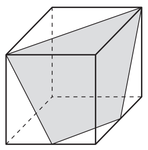
ㄷ. 직사각형 ←OK!



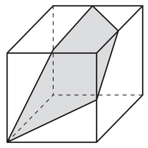
ㄹ. 마름모 ←OK!



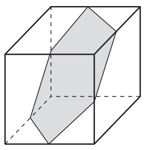
ㅁ. 사다리꼴 ←OK!



ㅂ. 오각형 ←OK!



ㅅ. 육각형 ←OK!

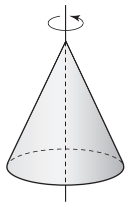


ㅇ. 팔각형은 나올 수 없어.

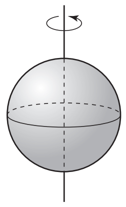
따라서 단면이 될 수 있는 것은 모두 7개야.

118 답 ③

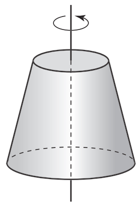
① 원뿔 ← 회전체!



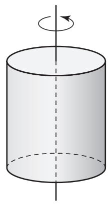
② 구 ← 회전체!



④ 원뿔대 ← 회전체!



⑤ 원기둥 ← 회전체!



③ 직육면체는 다면체지 회전체는 아니야.

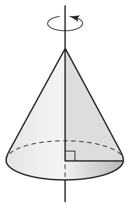
119 답 ④

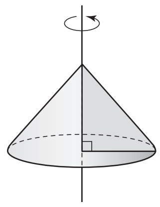
④ 비스듬하게 잘린 원기둥은 회전체가 아니야.

120 답 4개

회전체는 원뿔대, 구, 원기둥, 원뿔로 4개야.
삼각기둥, 사각뿔대는 다면체이고, 원은 평면도형이야.

121 답 ②

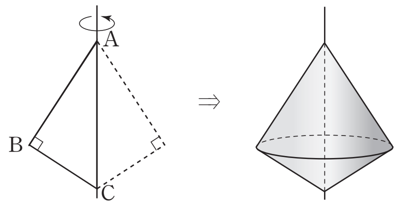




그림과 같이 직각삼각형의 빗변이 아닌 한 변을 지나는 직선을 축으로 회전시키면 항상 원뿔이 나와.

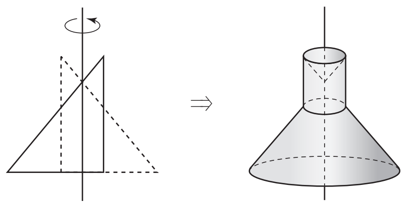
122 답 ⑤

그림과 같이 회전축 l을 중심으로 선대칭이동하면 만들어지는 회전체의 겨냥도는 다음과 같아.



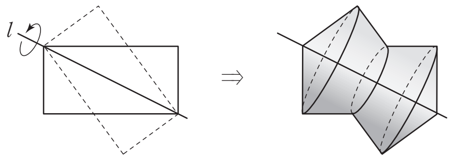
123 답 ④

그림과 같이 회전축 l을 중심으로 선대칭이동하면 만들어지는 회전체의 겨냥도는 다음과 같아.



124 답 ①

그림과 같이 회전축 l을 중심으로 선대칭이동하면 만들어지는 회전체의 겨냥도는 다음과 같아.

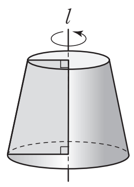


오답피하기

회전축을 중심으로 도형을 회전시키기 전에 먼저 도형을 회전축을 중심으로 한쪽으로 접어보면 회전시킨 도형도 쉽게 찾아낼 수 있어. 이 문제의 예를 들어 설명해보자면, 회전축을 중심으로 직사각형이 두 개의 직각삼각형으로 나누어지잖아? 하나의 직각삼각형은 그대로 두고, 반대쪽에 있는 하나는 회전축을 축으로 대칭이동해 보는 거야. 그런 상태에서 보면 완전히 회전이 된 상태에서 어떤 모양이 나올지 더 쉽게 알 수 있어. 또 다른 방법이라면 평면으로 생각해 보는 거야. 회전체를 정확히 앞에서 사진으로 찍는다고 생각하면 평면도형이 나올 테지. 그 도형은 회전하기 이전의 도형과 그 도형을 절반만 회전시킨 도형을 겹쳐놓은 모양이 되게 되어 있어. 회전시킨 회전체를 상상하기 힘들다면 이런 방법들도 해 보자.

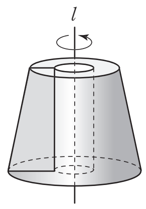
125 답 ①

만들어진 회전체를 그림과 같이 축을 포함하는 평면으로 자르면 사다리꼴을 1회전시켰다는 걸 알 수 있지?



126 답 ③

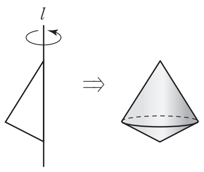
만들어진 회전체를 그림과 같이 축을 포함하는 평면으로 자르면 어떤 평면도형을 1회전시켰는지 알 수 있지?



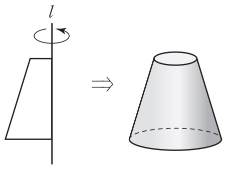
[다른 풀이]

각각의 평면도형을 1회전시킬 때 생기는 회전체의 모양을 하나씩 알아보자.

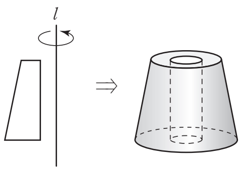
①



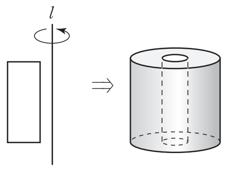
②



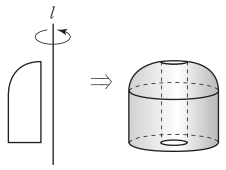
③



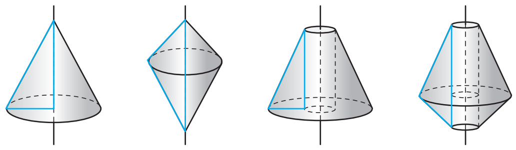
④



⑤



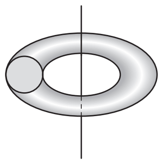
127 답 ㄱ-B, ㄴ-A, ㄷ-D, ㄹ-C



따라서 입체도형과 회전시키기 전 도형을 옳게 짝지으면 ㄱ-B, ㄴ-A, ㄷ-D, ㄹ-C가 돼.

128 답 ③

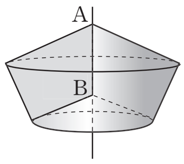
만들어진 회전체를 그림과 같이 축을 포함하는 평면으로 자르면 도넛 모양의 입체도형은 ③번의 원을 1회전시킬 때 생기는 입체도형이 돼.



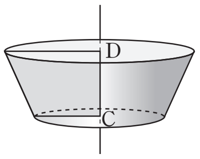
129 답 ②

각 변을 회전축으로 하여 1회전시켰을 때 만들어지는 회전체를 하나씩 그려 보자.

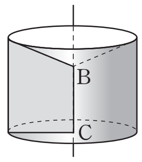
(i) $\overline{AB}$를 축으로 1회전시켰을 때



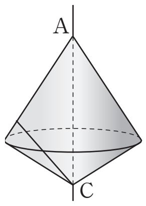
(ii) $\overline{CD}$를 축으로 1회전시켰을 때 ← 원뿔대!



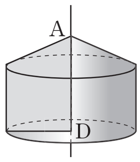
(iii) $\overline{BC}$를 축으로 1회전시켰을 때



(iv) $\overline{AC}$를 축으로 1회전시켰을 때

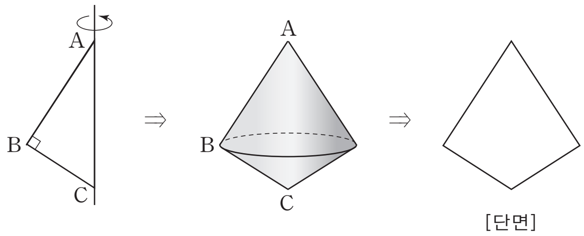


(v) $\overline{AD}$를 축으로 1회전시켰을 때



따라서 $\overline{CD}$를 축으로 하여 1회전시키면 원뿔대를 만들 수 있어.

130 답 ④



[단면]

$\overline{AC}$를 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 회전체는 그림과 같으므로 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면은 ④야.

131 답 ④

① 원기둥은 회전축을 포함한 평면으로 자르면 단면은 직사각형이 돼. ← NO!

② 원뿔은 회전축을 포함한 평면으로 자르면 단면은 이등변삼각형이 돼. ← NO!

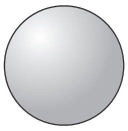
③ 원뿔대는 회전축을 포함한 평면으로 자르면 단면은 등변사다리꼴이 돼. ← NO!

④ 구는 어떤 평면으로 잘라도 그 단면의 모양은 항상 원이지. ← OK!

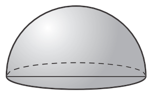
⑤ 반구는 회전축을 포함한 평면으로 자르면 단면이 반원이야. ← NO!

132 답 ⑤

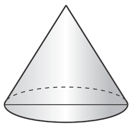
① 구 – 원 ← OK!



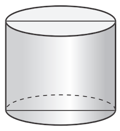
② 반구 – 반원 ← OK!



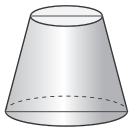
③ 원뿔 – 이등변삼각형 ← OK!



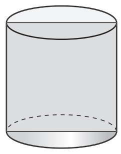
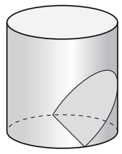
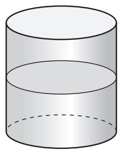
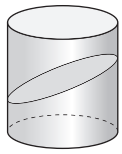
④ 원기둥 – 직사각형 ← OK!



⑤ 원뿔대 – 등변사다리꼴 ←NO!

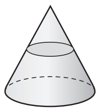
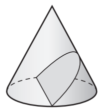
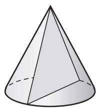
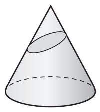


133 답 ③

①

②

④

⑤


그런데 ③과 같은 삼각형은 단면으로 나올 수 없어.

134 답 ②

①

③

④

⑤


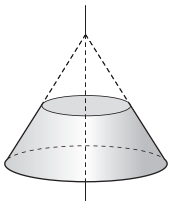
그런데 원뿔을 잘라도 ②와 같은 사다리꼴은 나올 수 없어.

135 답 ①

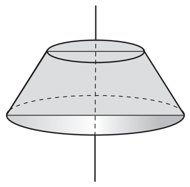
① 구의 단면은 항상 원이지만 구를 제외한 회전체는 회전축에 수직인 평면으로 회전체를 잘라야만 단면이 항상 원이 돼. (거짓)
② 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때의 모든 단면은 서로 합동이지? (참)
③ 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때의 모든 단면은 회전축에 대하여 선대칭도형이야. (참)
④ 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때의 모든 단면은 서로 합동으로 2개의 합동인 도형이 나올 수 있으므로 넓이도 같아. (참)
⑤ 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때의 단면을 보고, 어떤 도형을 회전시킨 것인지 알 수 있어. (참)

136 답 ③

ㄱ. 원뿔을 회전축에 수직인 평면으로 자르면 원뿔대가 생겨. (참)



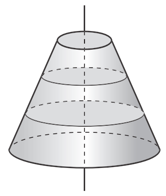
ㄴ. 원뿔대를 회전축을 포함한 평면으로 자르면 그 단면은 등변사다리꼴이야. (참)



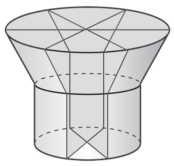
ㄷ. 원뿔대의 두 밑면은 서로 평행하지만 합동은 아니야. (거짓)
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이야.

137 답 ④

④ 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면의 모양은 항상 원이지만 그림과 같이 원뿔대에서 원의 크기는 다르므로 합동은 아니야. (거짓)



①, ③ 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면은 합동이고, 회전축에 대하여 선대칭도형이지? (참)
② 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면은 항상 원이야. (참)
⑤ 회전체의 옆면을 만드는 선분을 모선이라 하지? (참)

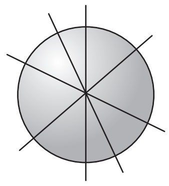
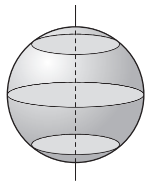


오답피하기

이런 유형에서는 간단한 회전체를 하나 상상해 보는 것이 좋아. 예를 들어, 원뿔을 하나 상상한 다음 보기 5개를 적용해 보는 거야. 그러나 이 문제의 경우에는 원뿔 하나만 적용해 보아도 4번 보기 하나만 남지만, 항상 이런 식으로 할 수는 없어. 원기둥을 상상했다면 4번 보기도 맞는 것처럼 보이거든. 그러니까 다른 성질들을 가진 여러 개의 회전체들을 상상해서 적용해 보는 것이 좋아.

138 답 ⑤

① 구의 회전축은 무수히 많아. (거짓)
② 구의 전개도는 그릴 수 없어. (거짓)
③ 구를 평면으로 자른 단면은 원뿐이야. (거짓)

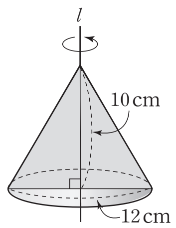



④ 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면은 모두 원이지만 크기가 다를 수 있어. (거짓)
⑤ 구는 중심을 지나는 평면으로 자를 때 그 단면의 넓이가 가장 넓어. (참)

139 답 60 cm²

그림의 원뿔에서 회전축을 포함하는 평면으로 잘랐을 때 생기는 단면은 밑변의 길이가 12 cm, 높이가 10 cm인 이등변삼각형이지?
따라서 단면의 넓이는

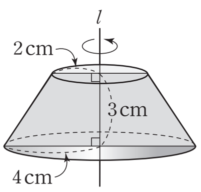
$\frac{1}{2}\times 12\times 10=60(\text{cm}^2)$



140 답 18 cm²

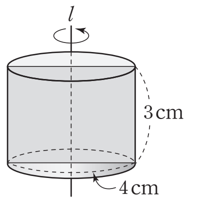
주어진 사다리꼴을 직선 l을 축으로 하여 1회전시켰을 때 생기는 입체도형은 원뿔대이고, 회전축을 포함하는 평면으로 잘랐을 때 생기는 단면은 윗변의 길이가 4 cm, 아랫변의 길이가 8 cm, 높이가 3 cm인 등변사다리꼴이지?
따라서 단면의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(4+8)\times 3=18(\text{cm}^2)$



141 답 **16**

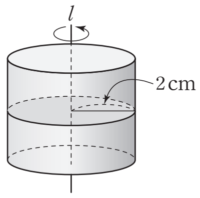
주어진 직사각형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전시켰을 때 생기는 입체도형은 원기둥이지?



이때, 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면은 가로의 길이가 4 cm, 세로의 길이가 3 cm인 직사각형이므로 그 단면의 넓이는

$4\times3=12(\text{cm})$

$\therefore a=12$

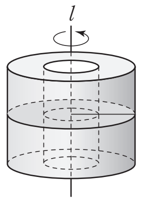


또, 회전축과 수직인 평면으로 자른 단면은 반지름의 길이가 2 cm인 원이므로 그 단면의 넓이는

$\pi\times2^2=4\pi(\text{cm}^2)$ $\quad\therefore b=4$

$\therefore a+b=12+4=16$

142 답 **15π cm²**

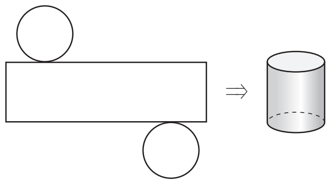


주어진 도형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전시켰을 때 생기는 회전체는 가운데가 빈 원기둥이므로 회전축에 수직인 평면으로 잘랐을 때 생기는 단면은 반지름의 길이가 4 cm인 원에서 반지름의 길이가 1 cm인 원을 뺀 모양이야.

따라서 단면의 넓이는

$\pi\times4^2-\pi\times1^2=15\pi(\text{cm}^2)$

143 답 ①

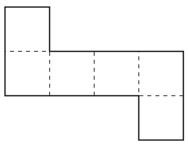


따라서 주어진 전개도로 만들 수 있는 회전체는 원기둥이야.

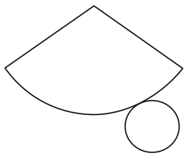
144 답 ④

선택지 각각의 전개도를 그려 보자.

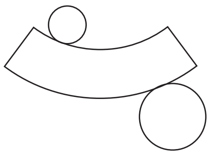
① 정육면체



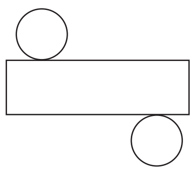
② 원뿔



③ 원뿔대



⑤ 원기둥



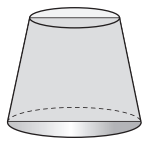
④ 구의 전개도는 그릴 수 없어.

★ **전개도를 그릴 수 없는 도형**

원기둥과 원뿔처럼 곡면이 있어도 전개도는 그릴 수 있지? 구의 전개도는 정말 그릴 수 없을까? 답은 불가능하다야.
구는 면 자체가 원기둥이나 원뿔과는 달라!
대강 비슷한 모양의 구의 전개도를 만들 수는 있어도 구의 완벽한 전개도는 불가능해. 그럼, 세계지도는 잘못된 것일까?
세계지도에 나타난 각 나라의 넓이는 정확한 값이 아니야. 지구의 각 나라의 지도와 매우 유사하지만 엄밀하게는 정확하지 않은 거지.

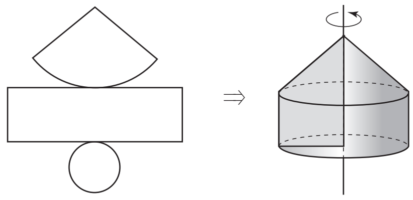
145 답 ⑤

주어진 전개도로 입체도형을 만들면 그림과 같이 원뿔대가 되고, 이 원뿔대를 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면은 등변사다리꼴이야.



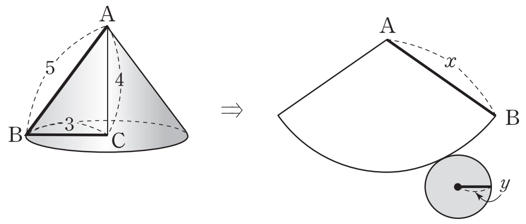
146 답 ③

주어진 전개도를 입체도형으로 만들면 다음과 같아.



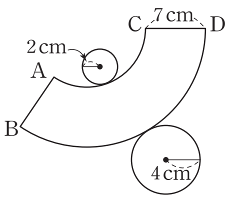
따라서 회전시키기 전 평면도형은 ③번이야.

147 답 **8**



그림과 같이 $x=5$, $y=3$이므로 $x+y=8$

148 답 **$(14+12\pi)$ cm**



옆면의 둘레의 길이는

$\widehat{AC}+\overline{AB}+\widehat{BD}+\overline{CD}$이므로

(반지름의 길이가 2 cm인 원의 둘레의 길이)$+\overline{AB}$

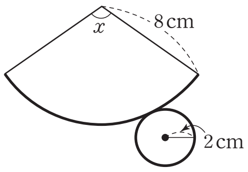
$+$(반지름의 길이가 4 cm인 원의 둘레의 길이)$+\overline{CD}$

$=2\pi\times2+7+2\pi\times4+7$

$=14+12\pi(\text{cm})$

149 답 $90°$

구하는 부채꼴의 중심각의 크기를 $\angle x$라 하면 부채꼴의 호의 길이는



$2\pi \times 8 \times \dfrac{\angle x}{360°}$

또, 밑면인 원의 반지름의 길이는 2cm이므로 밑면의 둘레의 길이는

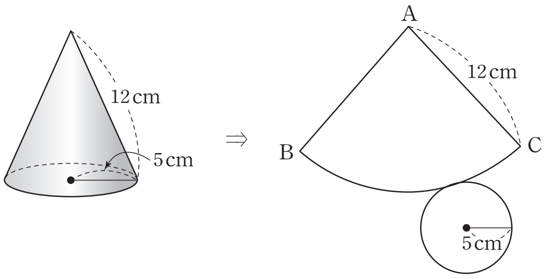
$2\pi \times 2 = 4\pi$(cm)

그런데 원뿔의 옆면인 부채꼴의 호의 길이와 밑면인 원의 둘레의 길이는 같으므로

$2\pi \times 8 \times \dfrac{\angle x}{360°} = 4\pi$

$\therefore \angle x = 90°$

150 답 $(24+10\pi)$cm



전개도의 부채꼴에서 $\overparen{BC}$의 길이는 반지름의 길이가 5cm인 밑면의 원의 둘레의 길이와 같으므로

$\overparen{BC} = 2\pi \times 5 = 10\pi$(cm)

$\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 길이는 원뿔의 모선의 길이와 같으므로

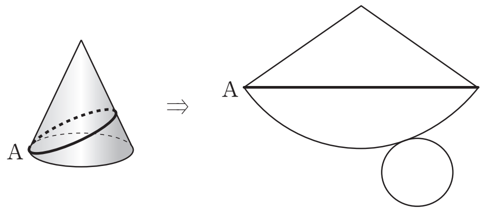
$\overline{AB} = \overline{AC} = 12$cm

따라서 부채꼴의 둘레의 길이는

$\overline{AB} + \overparen{BC} + \overline{AC} = 12 + 10\pi + 12 = 24 + 10\pi$(cm)

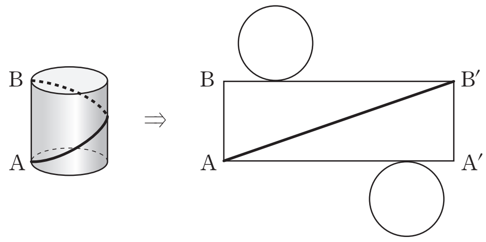
151 답 해설 참조

회전체인 원뿔의 밑면의 한 점 A를 출발하여 한 바퀴 돌아 다시 점 A로 돌아오는 가장 짧은 선은 그림과 같이 나타낼 수 있어.

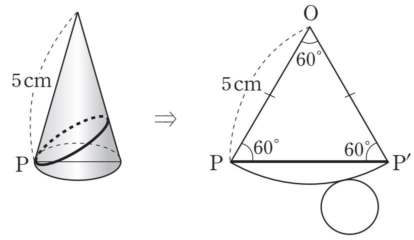


152 답 ⑤

실의 길이가 가장 짧은 경로는 전개도에서 두 점 A, B′을 이은 직선으로 나타내면 돼.



153 답 5cm



전개도에서 최단거리는 그림의 선분 PP′의 길이와 같지?

이때, 부채꼴의 중심각의 크기가 60° 이고,

$\overline{OP} = \overline{OP'}$($\because$ 원뿔의 모선의 길이)이므로

$\angle OPP' = \angle OP'P = 60°$

따라서 $\triangle OPP'$은 정삼각형이므로

$\overline{PP'} = \overline{OP} = \overline{OP'} = 5$cm

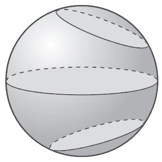
잘 틀리는 유형 훈련 +1up

문제편 p. 144

154 답 ⑤

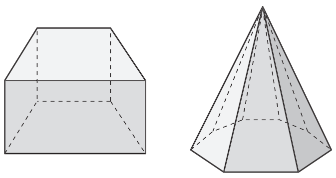
1st 옳지 않은 것은 그 이유를 찾아내자.

⑤ 구의 단면을 구해 보면 [그림 1]과 같이 원 밖에 나오지 않지? (거짓)



[그림 1]

2nd 옳은 것은 그 이유를 찾아내자.



[그림 2] [그림 3]

① 사각기둥은 [그림 2]와 같이 면이 6개이므로 육면체가 맞아. (참)

② 팔각뿔의 꼭짓점의 개수는 [그림 3]과 같이 9개야. (참)

③ n각뿔의 면의 개수는 $(n+1)$개이고, 꼭짓점의 개수도 $(n+1)$개로 같아. (참)

④ 모든 회전체는 회전축에 대하여 수직인 것이 회전이 되므로 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면은 원이 될 수밖에 없어. (참)

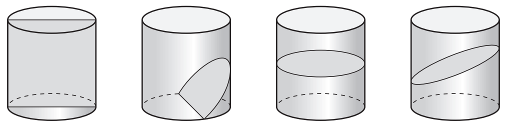
오|답|피|하|기

보통 구의 단면을 그릴 때, 원처럼 그리지 않고 원의 모양이 일그러진 타원으로 그려왔기 때문에 단면의 모양이 타원이라고 생각할 수 있어. 그렇지만 그것은 입체적으로 그리기 위해서 그렇게 표현한 것뿐이니까 착각하면 안 돼.

155 답 ③

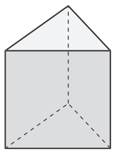
1st 옳은 것은 왜 그런지 알아보자.

③ 원기둥을 평면으로 자를 때는 다음과 같은 단면이 나오게 되지? 즉, 단면이 삼각형일 수는 없어. (참)

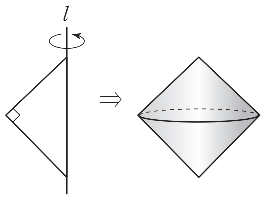


2nd 거짓인 것은 그 이유를 찾아보자.

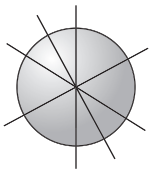
① 각기둥의 옆면은 모두 직사각형이지? (거짓)



② 직각삼각형의 한 변을 축으로 하여 1회전시킨 회전체는 그림과 같이 꼭 원뿔만 되는 것은 아니야. (거짓)



④ 회전체 중 구는 회전축이 무수히 많지? (거짓)



⑤ 십각기둥의 면의 개수는 12개이고, 십각뿔의 면의 개수는 11개이므로 십각기둥의 면의 개수는 십각뿔의 면의 개수보다 1개 더 많아. (거짓)

156 답 26

1st 조건을 만족시키는 입체도형을 찾자.

두 조건 (가), (다)에서 구하는 입체도형은 각뿔대인 것을 알 수 있지.
n각뿔대의 꼭짓점의 개수는 $2n$개이므로 조건 (나)에서 $2n=12$
$\therefore n=6$
즉, 조건을 만족시키는 입체도형은 육각뿔대야.

2nd a, b의 값을 찾아 $a+b$의 값을 구해.

따라서 모서리의 개수는 $3\times6=18$(개)이므로 $a=18$
면의 개수는 $6+2=8$(개)이므로 $b=8$
$\therefore a+b=26$

157 답 40

1st 조건을 만족시키는 입체도형을 찾자.

두 조건 (나), (다)에서 구하는 입체도형은 각기둥이야. n각기둥의 면의 개수는 $(n+2)$개이므로 조건 (가)에 의하여
$n+2=10$ $\quad\therefore n=8$
즉, 조건을 만족시키는 입체도형은 팔각기둥이야.

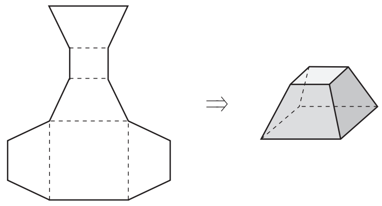
2nd a, b의 값을 찾아 $a+b$의 값을 구해.

따라서 모서리의 개수가 $3\times8=24$(개)이므로 $a=24$
꼭짓점의 개수가 $2\times8=16$(개)이므로 $b=16$
$\therefore a+b=40$

158 답 ④

1st 먼저 전개도를 입체도형으로 만들자.

② 주어진 전개도를 이용하여 입체도형을 만들면 다음과 같아.



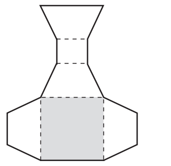
따라서 전개도를 입체도형으로 만들면 사각뿔대가 만들어지지? (참)

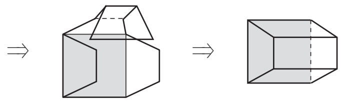
2nd 사각뿔대에 대하여 옳은 것과 아닌 것을 따져보자.

① 사각뿔대는 면이 6개니까 육면체야. (참)
③ 사각뿔대의 꼭짓점의 개수는 위와 아래의 밑면의 꼭짓점의 개수의 합이니까 $4+4=8$(개)야. (참)
④ 사각뿔대의 모서리의 개수는 $3\times4=12$(개)야. (거짓)
⑤ (꼭짓점의 수)$-$(모서리의 수)$+$(면의 수)$=8-12+6=2$ (참)

오|답|피|하|기

전개도로 입체도형을 만드는 거 어렵지? 특히, 자주 봐왔던 형태의 전개도가 아닌 경우, 즉 간단하지만 익숙하지 않은 전개도로 입체도형을 나타내는 방법은 먼저 기준이 되는 면을 하나 정해. 기준은 움직이지 말고 나머지를 움직이는 거야. 그리고 떨어져 있어도 공통인 변을 붙인다고 상상해 봐. 마지막으로 기준이 되는 면의 바로 옆에 있는 면들을 잘 관찰하면 돼.

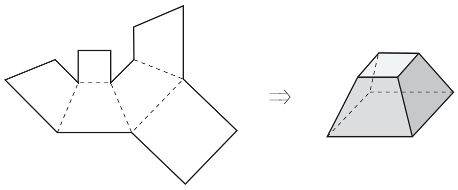




159 답 ⑤

1st 먼저 전개도를 입체도형으로 만들자.

주어진 전개도를 이용하여 입체도형을 만들면 다음과 같이 사각뿔대가 만들어져.



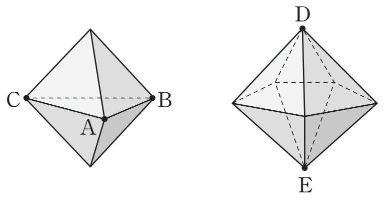
2nd 선택지의 내용 중 옳은 것과 옳지 않은 것을 따져보자.

① 이 다면체는 면이 6개인 육면체야. (참)
② 이 다면체의 모서리의 개수는 12개지? (참)
③ 이 다면체의 꼭짓점의 개수는 8개야. (참)
④ 이 다면체의 한 꼭짓점에 모이는 면의 개수는 모두 3개로 같아. (참)
⑤ 육각뿔의 면의 개수는 7개이므로 다르지? (거짓)

160 답 ⑤

1st 정다면체가 되기 위해서는 먼저 각 면이 합동인 정다각형이어야 하지?

[그림 1]과 [그림 2]는 모두 합동인 정삼각형을 각 면으로 하니까 정다면체가 되기 위한 조건 중 하나는 성립하지?



[그림 1] [그림 2]

2nd 정다면체가 되기 위한 조건이 하나 더 있지? 바로 한 꼭짓점에 모이는 면의 개수가 같아야 해.

[그림 1]의 다면체는 꼭짓점 A, B, C에 모인 면의 개수가 4개이고 나머지는 3개야.

그리고 [그림 2]의 다면체는 꼭짓점 D, E에 모인 면의 개수가 5개이고 나머지는 4개야.

정다면체는 한 꼭짓점에 모이는 면의 개수가 같아야 하는데 주어진 두 다면체는 그렇지 않으니까 정다면체가 될 수 없어.

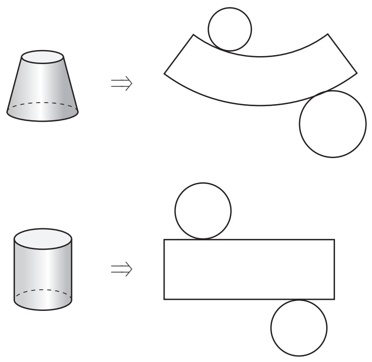
오답피하기

정다면체가 되는 조건을 정확히 알고 있지 않으면 틀릴 수 있는 문제야. 흔히 합동인 정다각형들로만 구성되면 정다면체가 되는 것으로 착각할 수 있어. 그런데 한 꼭짓점에 모여 있는 면의 개수가 같아야 한다는 조건도 만족시켜야만 해. 개념을 적용할 때, 가장 주의해야 할 점이 조건을 모두 만족시키냐야. 만약 하나라도 만족을 못시키면 아닌 거야. 예를 들어, 만약 사각형이 있는데 네 변의 길이가 모두 같고, 내각도 89°, 91°, 89°, 91°로 서로 비슷해보인다고 정사각형이라고 한다면 정확히 정사각형을 알고 있다고 볼 수 없잖아? 정확히 네 각의 크기가 같아야 해. 비슷한 것과 확실한 것은 구별해야 하지.

161 답 해설 참조

1st 원기둥과 원뿔대의 전개도를 비교해 보자.

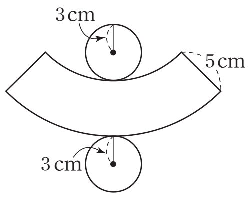
원기둥과 원뿔대의 전개도를 각각 그리면 다음과 같아.



원기둥과 원뿔대의 차이는 두 밑면이 합동인 원이냐 아니냐, 즉 두 밑면의 반지름의 길이가 같은 경우 원기둥이 되고, 반지름의 길이가 다르면 원뿔대가 되지?

그리고 원기둥과 원뿔대의 옆면의 전개도를 비교하면 원기둥은 직사각형 모양이지만 원뿔대는 곡선으로 이루어진 면이야.

2nd 원기둥과 원뿔대의 전개도를 보고 주어진 전개도가 원뿔대가 될 수 없는 이유를 알아보자.

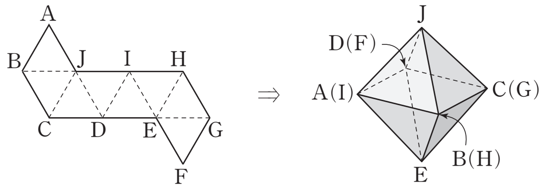


그런데 주어진 그림을 보면 옆면은 곡선으로 이루어진 면이지만 두 밑면인 원의 반지름의 길이가 같으므로 원뿔대를 만들 수 없어.

162 답 ②

1st 먼저 주어진 정다면체의 전개도로 입체도형을 만들어 보자.

주어진 전개도는 모든 면이 정삼각형이고, 면이 8개가 있어. 그림과 같이 전개도를 입체도형으로 나타내면 정팔면체가 돼.



2nd 정팔면체를 보고, 옳은 것과 옳지 않은 것을 따져보자.

① 두 점 A와 I가 겹쳐지므로 $\overline{AJ}$와 $\overline{IJ}$는 겹쳐지지. (참)

② 정팔면체에서 면 ABJ와 면 EFG가 서로 평행하므로 $\overline{AB}$와 $\overline{GF}$는 평행해. (거짓)

③ 두 점 B와 H, 두 점 C와 G는 겹쳐지므로 $\overline{BC}$와 $\overline{HG}$는 겹쳐지지. (참)

④ $\overline{BC}$와 $\overline{DI}$는 한 평면 위에 있으면서 서로 평행해. (참)

⑤ $\overline{BC}$와 $\overline{DE}$는 서로 평행하지도 만나지도 않으므로 꼬인 위치에 있어. (참)

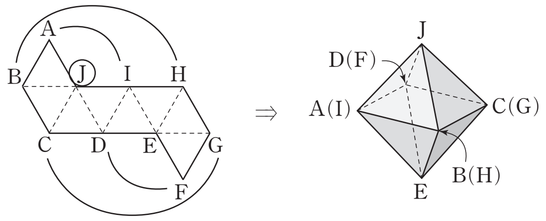
오답피하기

이런 문제처럼 주어진 정다면체의 전개도를 정다면체로 만드는 과정에서 어려움을 느끼는 경우가 많아. 그 이유는 평면으로 만들어진 것을 다시 입체로 만들 때, 오려서 만들지 못하고 머릿속으로 그려봐야 하기 때문일 거야. 간단한 전개도로 입체도형을 만드는 것이면 공간감각을 이용하여 만들면 되겠지. 그런데 이런 문제에서는 겹치는 모서리가 무엇인가를 파악하는 게 쉽지 않아. 이런 것은 다음과 같이 생각해 봐!

먼저 고정되는 점을 적절하게 하나 정하자! 여기서는 점 J를 고정된 점으로 잡자.

다음, 만나게 되는 점들을 그림처럼 이어봐!

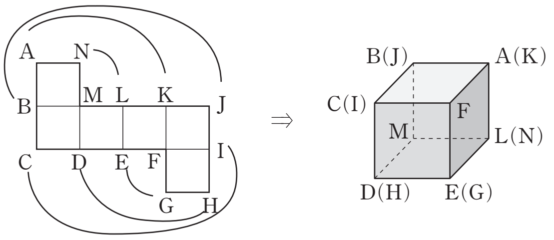
마지막으로 정다면체를 만들고 하나씩 꼭짓점을 대입해 보면 돼. 이때, 겹쳐지는 점은 괄호에 넣고 생각해 보는 거야. 물론 전개도에서 이웃한 점은 반드시 정다면체에서도 이웃해야 함에 주의해.



163 답 ③, ⑤

1st 먼저 주어진 정다면체의 전개도를 입체도형으로 만들어 보자.

주어진 전개도는 각 면이 정사각형이고, 면이 6개가 있어. 그림과 같이 전개도를 입체도형으로 나타내면 정육면체가 돼.



2nd 정육면체를 보고 옳은 것과 옳지 않은 것을 따져보자.

① 점 A와 겹쳐지는 점은 K야. (거짓)
② 점 E와 겹쳐지는 점은 G야. (거짓)
③ 입체도형에서 $\overline{AB}$와 $\overline{GH}$는 평행하지? (참)
④ 입체도형에서 $\overline{AN}$과 $\overline{MD}$는 꼬인 위치지? (거짓)
⑤ 입체도형에서 $\overline{AB}$와 겹치는 선분은 $\overline{JK}$야. (참)

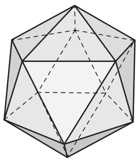
164 답 ④

1st 정다면체가 되기 위한 조건을 기억해 봐!

① 정다면체는 모든 면이 서로 합동인 정다각형으로 이루어져 있지? (참)
② 정다면체는 각 꼭짓점에 모인 면의 개수가 모두 같아야 해. (참)

2nd 정다면체의 종류와 그 모양을 생각해 보면 옳은 것과 옳지 않은 것을 알 수 있지?

③ 정다면체는 정사면체, 정육면체, 정팔면체, 정십이면체, 정이십면체로 5가지뿐이야. (참)
④ 정다면체를 이룰 수 있는 면의 모양을 살펴보면 정사면체, 정팔면체, 정이십면체는 정삼각형이고, 정육면체는 정사각형이며, 정십이면체는 정오각형이야. 면의 모양이 정육각형인 정다면체는 존재하지 않아. (거짓)
⑤ 한 꼭짓점에 정삼각형이 5개씩 모이는 정다면체는 정이십면체야. (참)



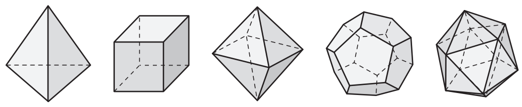
오답피하기

정다면체의 개수가 5개뿐인 이유를 아는 것도 중요해. 한 꼭짓점에 모여 있는 정다각형의 내각의 크기의 합을 구해 보면,
정사면체는 정삼각형이 3개 모여 있으니까 $3\times60°=180°$,
정육면체는 정사각형이 3개 모여 있으니까 $3\times90°=270°$,
정팔각형은 정삼각형이 4개 모여 있어서 $4\times60°=240°$,
정십이면체는 정오각형이 3개 모여 있으니까 $3\times108°=324°$,
정이십각형은 정삼각형이 5개 모여 있으니까 $5\times60°=300°$가 돼.
평면의 각을 $360°$ 라 하면 그걸 넘거나 같으면 안 되겠지?
한 꼭짓점에 모이는 각이 정육각형이면 3개만 모여도 $360°$니까 평평한 면이 되어 다면체를 이루는 것이 불가능해. 정육각형보다 큰 정다각형은 한 내각의 크기가 정육각형보다 크니까 정다면체의 면을 이룰 수 없어. 결국 정다면체의 면은 정삼각형, 정사각형, 정오각형 중 어느 하나만으로 이루어질 수밖에 없어. 그런데 한 꼭짓점에 정삼각형이 6개, 정사각형이 4개, 정오각형이 4개가 모인 각의 크기의 합은 $360°$ 보다 크거나 같아져서 다면체 자체를 이룰 수 없게 되지? 그래서 정다면체는 5개밖에 없는 거야.

165 답 ㄱ, ㄴ

1st 정다면체는 모두 몇 가지지?

정다면체는 다음과 같이 5가지뿐이야.



정사면체 정육면체 정팔면체 정십이면체 정이십면체

2nd 〈보기〉의 참 · 거짓을 따져보자.

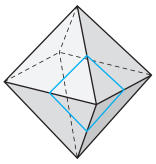
ㄱ. 그림에서 보듯이 정다면체는 모두 다면체로 회전체는 하나도 없어. (참)
ㄴ. 한 꼭짓점에 모이는 면의 개수가 3개인 정다면체는 정사면체, 정육면체, 정십이면체로 3개야. (참)
ㄷ. 그림에서 면의 모양이 정오각형인 것은 정이십면체가 아니고 정십이면체야. (거짓)
ㄹ. 한 꼭짓점에 모인 면들의 내각의 크기의 합이 $360°$이면 평평한 면이 되어 다면체를 이룰 수 없지? (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이야.

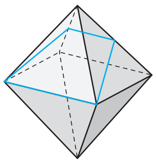
166 답 ⑤

1st 정팔면체 모서리를 기준으로 잘라서 가능한 단면을 찾자.

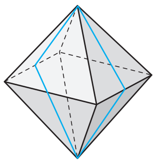
① 정사각형



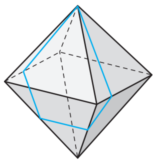
② 사다리꼴



③ 마름모



④ 오각형

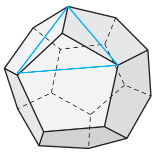


그런데 팔각형은 단면이 될 수 없지?

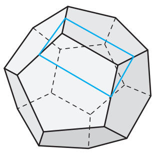
167 답 5개

1st 정십이면체의 모서리를 기준으로 잘라서 가능한 단면을 찾자.

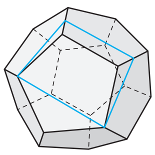
ㄱ. 정삼각형



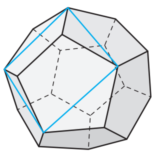
ㄴ. 직사각형



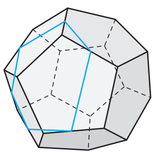
ㄷ. 사다리꼴



ㄹ. 마름모



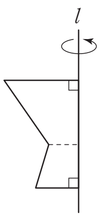
ㅁ. 육각형



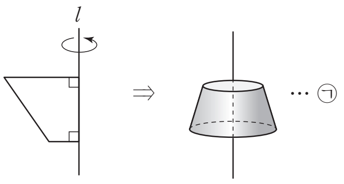
따라서 정십이면체를 평면으로 잘랐을 때, 단면이 될 수 있는 것은 모두 5개야.

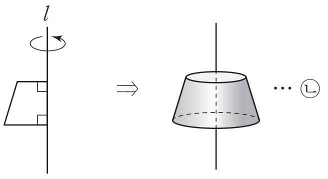
168 답 ②

1st 주어진 평면도형을 보고, 두 부분으로 나누어 생각해 보자.
그림과 같이 꺾이는 부분을 점선으로 나타내면 점선을 기준으로 사다리꼴이 두 개 생기지.
회전체는 점선을 경계로 윗부분과 아랫부분의 회전체가 합쳐진 모양이야.

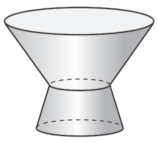


2nd 각각의 사다리꼴의 회전체를 구해 보자.





3rd 각각의 사다리꼴의 회전체를 합한 입체도형이 구하는 입체도형이지?
구하는 입체도형은 ㉠과 ㉡의 회전체를 합한 것이므로 그림과 같아.



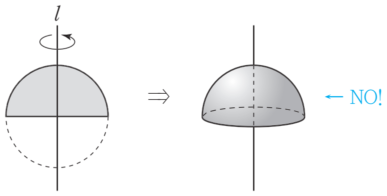
오|답|피|하|기

복잡한 평면을 회전시켜서 생기는 회전체를 구하기는 쉽지 않아. 이 문제는 ④, ⑤와 같이 다면체가 나오는 것은 제외해야 하지? 회전체이기 때문에 다면체가 나올 수는 없어. 그런데 선택지의 ①, ②, ③이 비슷비슷해 보이니 헷갈릴 거야.
위의 풀이처럼 적절히 평면도형을 나눠서 각각의 회전체를 구해서 합하면 헷갈리지 않을 거야.

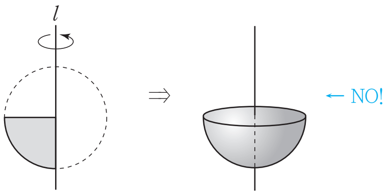
169 답 ①, ④

1st 주어진 평면도형을 직접 1회전시켜서 나오는 회전체가 구가 안 되는 경우를 따져보자.

①

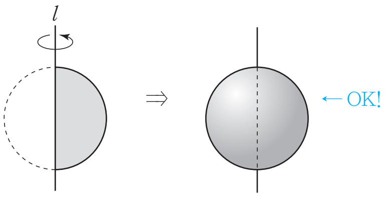


④

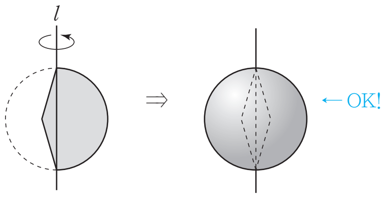


2nd 주어진 평면도형을 직접 1회전시켜서 나오는 회전체가 구가 되는 경우를 따져보자.

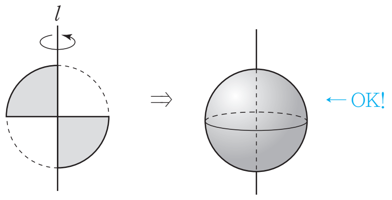
②



③



⑤



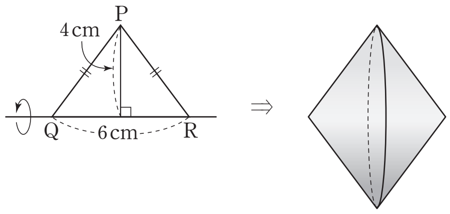
따라서 ①, ④는 반구가 되지 구가 되지는 않아.

오|답|피|하|기

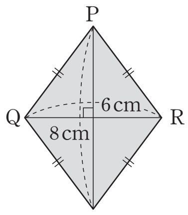
회전시킬 때 포함되는 부분이 있는지 없는지 잘 살펴야 해. 특히 ③번의 경우는 점선 부분과 회전축 사이에 생기는 회전체는 반원에서 회전할 때 덮히게 되어 마치 아무 역할을 안 한 것 같게 보여. 회전체에서는 이런 부분이 매우 중요해. 회전할 때, 회전체를 이루게 하는 부분과 덮혀서 아무 역할을 못하는 부분이 어떤 것인지 알아야 정확한 회전체를 알 수 있는 거야.

170 답 마름모, 24 cm^2

1st 주어진 이등변삼각형 PQR의 밑변인 $\overline{QR}$를 회전축으로 하여 1회전시킨 회전체를 구하자.



2nd 회전체의 축을 포함한 평면으로 자를때의 단면의 모양과 넓이를 구하자.
삼각형 PQR가 이등변삼각형이므로 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면은 마름모지? 따라서 자른 단면의 넓이는



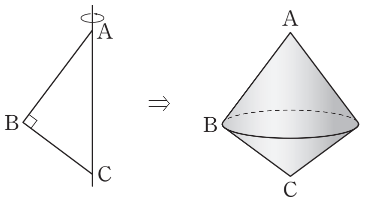
$\frac{1}{2}\times6\times8=24(\text{cm}^2)$

오|답|피|하|기

평면도형의 어떤 변을 축으로 회전하냐에 따라 회전체의 모양이 바뀌고 그 단면도 바뀌겠지? 잘 관찰해 보면 회전체에서 회전축을 포함한 평면으로 자른 단면은 회전하기 전의 평면도형과 관련이 많아. 그래서 회전하기 전의 평면도형을 잘 이용하면 단면의 넓이를 구하기는 어렵지 않지.

171 답 $\frac{576}{25}\pi\ \text{cm}^2$

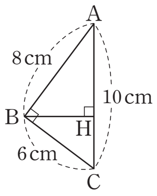
1st 직각삼각형 ABC를 $\overline{AC}$를 축으로 하여 1회전시킨 회전체를 구하자.



2nd 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자르면 단면은 원이야.

회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면인 원 중 넓이가 가장 큰 것은 점 B와 $\overline{AC}$ 사이의 거리를 반지름으로 하는 원이야. 점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{BH}$가 구하는 단면의 반지름이 돼.

3rd 삼각형의 넓이를 이용하여 $\overline{BH}$의 길이를 구하여 가장 큰 단면의 넓이를 구해.



$\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BH}$

$\frac{1}{2}\times 8\times 6=\frac{1}{2}\times 10\times\overline{BH}$ $\quad\therefore \overline{BH}=\frac{24}{5}$ cm

따라서 가장 큰 단면의 넓이는

$\pi\times\left(\frac{24}{5}\right)^2=\frac{576}{25}\pi(\text{cm}^2)$

서술형 다지기

문제편 p. 148

[172-173 채점기준표]

Ⅰ	주어진 조건을 만족시키는 입체도형을 찾는다.	40%
Ⅱ	a, b의 값을 각각 구한다.	40%
Ⅲ	a, b의 식의 값을 계산한다.	20%

172 답 43

먼저, 대각선의 총 개수가 77개인 다각형을 찾자.

$\frac{n(n-3)}{2}=77$에서 $n(n-3)=154=14\times 11$

따라서 $n=14$이므로 십사각뿔이다. … Ⅰ

그다음, a, b의 값을 각각 구하자.

십사각뿔의 꼭짓점의 개수는 $a=14+1=15$(개)이고,
모서리의 개수는 $b=2\times 14=28$(개)이다. … Ⅱ

그래서, $a+b$의 값을 구하자.

$\therefore a+b=43$ … Ⅲ

173 답 10

먼저, 모서리의 개수가 36개인 각뿔대를 찾자.

n각뿔대의 모서리의 개수는 $3n$개이므로 $3n=36$ $\quad\therefore n=12$
즉, 십이각뿔대이다. … Ⅰ

그다음, a, b의 값을 각각 구하자.

십이각뿔대의 면의 개수는 $a=12+2=14$(개)이고
꼭짓점의 개수는 $b=12\times 2=24$(개)이다. … Ⅱ

그래서, $b-a$의 값을 구하자.

$\therefore b-a=10$ … Ⅲ

[174-175 채점기준표]

Ⅰ	전개도를 이용한다.	40%
Ⅱ	옆면의 호의 길이를 이용한다.	40%
Ⅲ	구하고자 하는 것의 값을 구한다.	20%

174 답 132

먼저, 모선의 길이를 구하자.

모선의 길이는 옆면인 부채꼴의 반지름의 길이와 같으므로 12 cm이다.

$\therefore a=12$ … Ⅰ

그다음, 부채꼴의 호의 길이를 이용하여 중심각의 크기를 구하자.

밑면인 원의 둘레의 길이와 부채꼴의 호의 길이가 같으므로

$2\pi\times 4=2\pi\times 12\times\frac{b}{360}$ $\quad\therefore b=120$ … Ⅱ

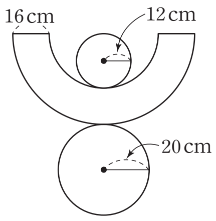
그래서, $a+b$의 값을 구하자.

$\therefore a+b=132$ … Ⅲ

175 답 232.96 cm

먼저, 원뿔대의 전개도를 그려보자.

주어진 원뿔대의 전개도는 그림과 같다.



즉, 옆면의 윗부분의 길이는 반지름의 길이가 12 cm인 원의 둘레의 길이와 같고 옆면의 아랫부분의 길이는 반지름의 길이가 20 cm인 원의 둘레의 길이와 같다. … Ⅰ

그다음, 위의 원과 아래의 원의 둘레의 길이를 구하자.

위의 원의 둘레의 길이는
$2\times 3.14\times 12=75.36$(cm)
아래의 원의 둘레의 길이는
$2\times 3.14\times 20=125.6$(cm) … Ⅱ

그래서, 옆면의 둘레의 길이를 구하자.

따라서 옆면의 둘레의 길이는
$75.36+125.6+16\times 2=232.96$(cm) … Ⅲ

176 답 22

조건 (가)에서 옆면이 모두 삼각형인 다면체는 각뿔이고, 조건 (나)에서 밑면의 모양이 오각형이므로 조건을 만족시키는 다면체는 오각뿔이다. … Ⅰ

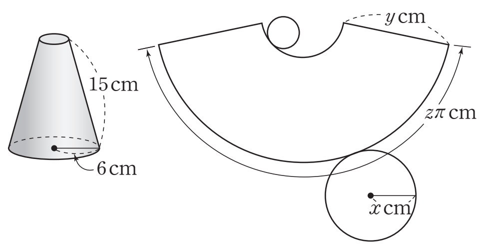
오각뿔의 면의 개수는 $5+1=6$(개), 꼭짓점의 개수는 $5+1=6$(개), 모서리의 개수는 $2\times 5=10$(개)이므로 $a=6$, $b=6$, $c=10$ … Ⅱ

$\therefore a+b+c=6+6+10=22$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	두 조건을 만족시키는 입체도형을 찾는다.	40%
Ⅱ	a, b, c의 값을 각각 구한다.	40%
Ⅲ	$a+b+c$의 값을 계산한다.	20%

177 답 33



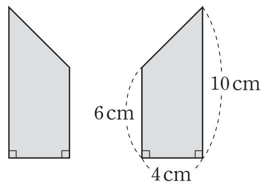
큰 밑면의 반지름의 길이는 6 cm이므로 $x=6$
원뿔대의 모선의 길이가 15 cm이므로 $y=15$ … Ⅰ
큰 밑면인 원의 둘레의 길이는 $2\pi\times6=12\pi$(cm)이므로 $z=12$
… Ⅱ
$\therefore x+y+z=6+15+12=33$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	x, y의 값을 찾는다.	40%
Ⅱ	z의 값을 구한다.	40%
Ⅲ	$x+y+z$의 값을 계산한다.	20%

178 답 64 cm²

회전축을 포함하는 평면으로 잘랐을 때의 단면의 모양은 그림과 같이 합동인 사다리꼴 2개가 나온다. … Ⅰ



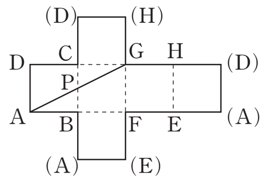
(사다리꼴 1개의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times(6+10)\times4=32(\text{cm}^2)$ … Ⅱ
따라서 사다리꼴 2개의 넓이인 단면의 넓이는
$2\times32=64(\text{cm}^2)$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	회전축을 포함하는 평면으로 잘랐을 때의 단면의 모양을 찾는다.	50%
Ⅱ	사다리꼴 한 개의 넓이를 구한다.	30%
Ⅲ	단면의 넓이를 구한다.	20%

179 답 6 cm

정육면체의 전개도를 그리면 다음과 같다.



… Ⅰ

이때, $\triangle ABP$와 $\triangle GCP$에서
$\overline{AB}=\overline{GC}$, $\angle PAB=\angle PGC$(엇각), $\angle PBA=\angle PCG=90^\circ$
$\therefore \triangle ABP\equiv\triangle GCP$(ASA 합동) … Ⅱ
따라서 $\overline{PC}=\overline{PB}$이고, $\overline{BC}=12$ cm이므로
$\overline{PC}=\overline{PB}=\frac{1}{2}\overline{BC}=6$(cm) … Ⅲ

[채점기준표]

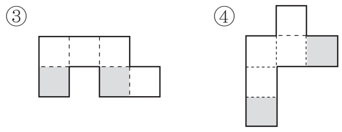
Ⅰ	주어진 정육면체의 전개도를 그린다.	30%
Ⅱ	도형의 합동을 이용하여 조건을 찾는다.	40%
Ⅲ	$\overline{PC}$의 길이를 구한다.	30%

최고난도 만점 문제

문제편 p. 150

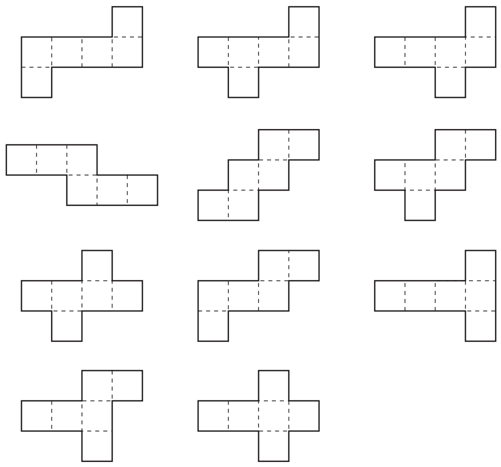
180 답 ③, ④

1st 보기의 전개도를 하나씩 입체화하면서 안 되는 경우를 파악해.
다음 전개도와 같이 색칠한 두 면이 겹쳐져서 정육면체를 만들 수 없어.



[다른 풀이]

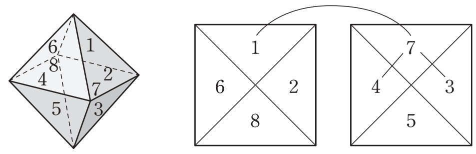
정육면체의 전개도는 다음과 같이 11가지가 있어.



따라서 정육면체를 만들 수 없는 것은 ③, ④야.

181 답 1, 3, 4

1st 주어진 전개도에서 정팔면체를 입체로 만들자.
주어진 전개도로 정팔면체를 만들면 [그림 1]과 같아.
[그림 1]을 위와 아래에서 본 모양은 [그림 2]와 같아.



[그림 1] [그림 2]

2nd 7의 면과 서로 이웃한 모든 면을 찾자.
따라서 7의 면과 서로 이웃하는 면은 1, 3, 4야.

오답피하기

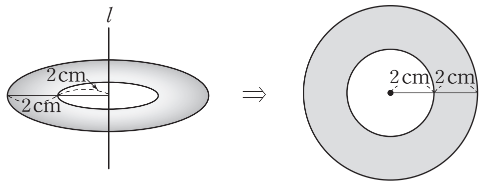
이렇게 전개도가 나오는 문제는 제시된 전개도가 어떤 도형의 전개도인지를 상상해 보는 것이 가장 좋아. 상상이 잘 안된다면 이 전개도가 정팔면체의 전개도라는 것을 이용하여 먼저 정팔면체의 그림을 하나 그려본 다음에 숫자들을 하나씩 집어넣어 보는 거야. 정다면체의 특성상 위아래가 뒤집혀도 크게 상관이 없으니, 걱정하지 말고 하나씩 숫자를 채워보렴. 채워가는 요령은, 이웃하는 면들을 위주로 생각하는 거야. 먼저, 전개도 상에서 세 면이랑 이웃하는 2를 먼저 써넣고, 이웃한 것들 하나씩 하나씩 넣는 거지. 생각보다 금방 완성된 입체도형을 볼 수 있을 거야.

182 답 12π cm^2

1st 회전체의 모양을 알아 그 단면을 그려보자.

회전체는 도넛 모양이다.

원의 중심 O를 지나면서 회전축에 수직인 평면으로 자르면 그 단면은 다음 그림의 오른쪽에서 색칠한 부분이야.



2nd 단면의 넓이를 구하자.

따라서 단면의 구하는 넓이는

$\pi\times4^2-\pi\times2^2=16\pi-4\pi=12\pi(\text{cm}^2)$

183 답 16π cm^2

1st 직각삼각형 ABC의 변 중에서 가장 큰 밑면의 넓이를 얻을 수 있는 회전축을 찾자.

회전하여 생기는 가장 큰 밑면은 회전체인 원뿔의 밑면이 돼.

즉, $\overline{AB}$가 밑면의 반지름이 되도록 변 BC를 회전축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 회전체가 가장 큰 밑면을 가지지?

2nd 회전체의 밑면의 넓이를 구하자.

따라서 반지름이 $\overline{AB}$인 원의 넓이는

$\pi\times4^2=16\pi(\text{cm}^2)$

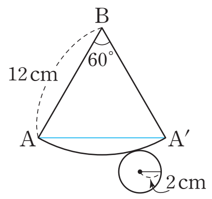
오답피하기

회전축이 $\overline{AC}$가 되면 원뿔이 합쳐진 모양으로 밑면이 생기지 않으므로 조건에 맞지 않아. 즉, 직각삼각형을 회전하여 만들 수 있는 회전체 중 밑면이 생기는 경우는 빗변이 아닌 변을 회전축으로 회전시키는 원뿔뿐이야.

184 답 12 cm

1st 원뿔을 전개도로 나타내자.

주어진 원뿔을 전개도로 나타내면 그림과 같고 원뿔의 밑면의 한 점 A를 출발하여 옆면을 한 바퀴 돌아 다시 점 A로 돌아오는 가장 짧은 선의 길이는 원뿔의 전개도에서 선분 AA′의 길이와 같아.



2nd 전개도에서 부채꼴의 호의 길이는 밑면의 둘레의 길이와 같아.

밑면의 둘레의 길이는 $2\pi\times2=4\pi(\text{cm})$이므로 부채꼴의 호의 길이도 $\widehat{AA'}=4\pi$ cm야. 이때, 부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라 하면

$2\pi\times12\times\dfrac{x}{360}=4\pi\qquad\therefore x=60$

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180°$이고 삼각형 BAA′은 $\overline{BA}=\overline{BA'}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BAA'=\angle BA'A=\dfrac{1}{2}\times(180°-60°)=60°$

따라서 삼각형 BAA′은 세 내각의 크기가 모두 $60°$로 같으므로 정삼각형이야.

$\therefore \overline{AA'}=\overline{BA}=12$ cm

0 겉넓이와 부피

개념 다지기 001~034 정답은 p. 5에 있습니다.

유형 다지기 학교시험+학력평가 문제편 p. 156

035 답 ④

$(\text{밑넓이})=\dfrac{1}{2}\times5\times12=30(\text{cm}^2)$

$(\text{옆넓이})=(5+12+13)\times10=300(\text{cm}^2)$

$\therefore$ (삼각기둥의 겉넓이)$=$(밑넓이)$\times2+$(옆넓이)

$=30\times2+300=360(\text{cm}^2)$

036 답 ②

$(\text{밑넓이})=5\times6=30(\text{cm}^2)$

$(\text{옆넓이})=(5+6+5+6)\times7=154(\text{cm}^2)$

$\therefore$ (사각기둥의 겉넓이)$=30\times2+154=214(\text{cm}^2)$

037 답 12

$(\text{밑넓이})=\dfrac{1}{2}\times(4+8)\times3=18(\text{cm}^2)$,

$(\text{옆넓이})=(4+5+8+3)\times h=20h(\text{cm}^2)$이고,

겉넓이가 276 cm^{2}이므로 $18\times2+20h=276$

$20h=240\qquad\therefore h=12$

038 답 ②

삼각기둥의 밑면인 직각삼각형의 넓이를 S라 하면

$S=\dfrac{1}{2}\times3\times4=6(\text{cm}^2)$

또한, 삼각기둥의 높이는 6 cm이므로

삼각기둥의 부피는 $6\times6=36(\text{cm}^3)$

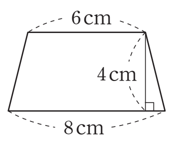
039 답 125 cm^3

한 변의 길이가 5 cm인 정육면체는 밑면의 가로, 세로의 길이가 각각 5 cm이고 높이가 5 cm인 사각기둥이지?

$\therefore$ (구하는 부피)$=$(밑넓이)$\times$(높이)$=5\times5\times5=125(\text{cm}^3)$

040 답 ③

그림의 밑면은 사다리꼴이야.



(사다리꼴의 넓이)

$=\dfrac{1}{2}\times\{(\text{윗변})+(\text{아랫변})\}\times(\text{높이})$

이므로 사각기둥의 부피는

$(\text{밑넓이})\times(\text{높이})=\left\{\dfrac{1}{2}\times(6+8)\times4\right\}\times7=196(\text{cm}^3)$

041 답 ③

주어진 사각기둥의 부피가 $160\,cm^3$이므로 높이를 h cm라 하면
(밑넓이)$\times h=160(cm^3)$이지?
밑면은 사다리꼴이므로 밑넓이는
$\frac{1}{2}\times(4+6)\times4=20(cm^2)$이야.
즉, $20\times h=160$에서 $h=8$
따라서 사각기둥의 높이는 8 cm야.

오답피하기

누운 각기둥의 경우 밑면을 옆면으로 착각하여 계산하기 쉬워. 각기둥의 두 밑면은 합동이라는 사실을 기억하자.

042 답 (1) ㉠ 8π, ㉡ 7, ㉢ 4 (2) $88\pi\ cm^2$

(1) 옆면의 가로의 길이는 밑면의 둘레의 길이와 같으므로 ㉠에 알맞은 값은 $2\pi\times4=8\pi$야. 옆면의 세로의 길이는 원기둥의 높이와 같으므로 ㉡에 알맞은 값은 7이야.
또, ㉢에 알맞은 값은 밑면의 반지름의 길이이므로 4가 돼.
(2) (원기둥의 겉넓이)=(밑넓이)$\times2+$(옆넓이)
$=\pi\times4^2\times2+2\pi\times4\times7$
$=32\pi+56\pi=88\pi(cm^2)$

043 답 ②

원기둥의 밑넓이는 $\pi\times5^2=25\pi(cm^2)$이고, 원기둥의 높이를 h cm라 하면 원기둥의 겉넓이는 $120\pi\ cm^2$이므로
$25\pi\times2+2\pi\times5\times h=120\pi$
$10\pi h=70\pi$ $\therefore h=7$
따라서 원기둥의 높이는 7 cm야.

044 답 $192\pi\ cm^2$

주어진 입체도형의 겉넓이는 큰 원기둥의 겉넓이에 작은 원기둥의 옆넓이를 더하면 돼.
(큰 원기둥의 겉넓이)$=\pi\times6^2\times2+2\pi\times6\times8=72\pi+96\pi$
$=168\pi(cm^2)$
(작은 원기둥의 옆넓이)$=2\pi\times3\times4=24\pi(cm^2)$
따라서 구하는 겉넓이는 $168\pi+24\pi=192\pi(cm^2)$

오답피하기

작은 원기둥과 큰 원기둥이 겹치는 부분은 작은 원기둥의 밑면 중 하나이므로 위쪽 밑면을 포함한다고 생각하면 결국 주어진 입체도형의 밑넓이는 큰 원기둥의 밑넓이와 같아지게 되는 거야.

045 답 ②

원기둥의 부피도 각기둥의 부피와 마찬가지로 밑넓이와 높이의 곱이므로 밑면인 원의 넓이부터 구해.
(밑넓이)$=\pi\times4^2=16\pi(cm^2)$
$\therefore$ (원기둥의 부피)=(밑넓이)$\times$(높이)$=16\pi\times8=128\pi(cm^3)$

046 답 ④

주어진 입체도형은 작은 원기둥과 큰 원기둥이 합쳐진 도형이야.
따라서 구하는 입체도형의 부피는
(작은 원기둥의 부피)+(큰 원기둥의 부피)
$=\pi\times2^2\times3+\pi\times5^2\times6=12\pi+150\pi=162\pi(cm^3)$

047 답 11 cm

원기둥의 높이를 h cm라 하자.
주어진 원기둥의 부피는 $\pi\times7^2\times h=539\pi$이므로
$49\pi h=539\pi$
$\therefore h=11$
따라서 원기둥의 높이는 11 cm야.

048 답 8 cm

주어진 원기둥의 부피가 $384\pi\ cm^3$이므로 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면 $\pi\times r^2\times6=384\pi$
$r^2=64=8\times8$ $\therefore r=8$
따라서 원기둥의 밑면의 반지름의 길이는 8 cm야.

049 답 ④

주어진 입체도형의 밑면은 반지름의 길이가 10 cm인 원에서 반지름의 길이가 4 cm인 원을 뺀 모양이야.
(밑넓이)$=\pi\times10^2-\pi\times4^2=100\pi-16\pi=84\pi(cm^2)$
또한, 옆넓이는 큰 원기둥의 옆넓이와 작은 원기둥의 옆넓이의 합이므로
(큰 원기둥의 옆넓이)$=2\pi\times10\times12=240\pi(cm^2)$
(작은 원기둥의 옆넓이)$=2\pi\times4\times12=96\pi(cm^2)$
따라서 구하는 겉넓이는
$84\pi\times2+240\pi+96\pi=504\pi(cm^2)$

050 답 ⑤

주어진 입체도형의 밑면은 한 변의 길이가 8 cm인 정사각형에서 한 변의 길이가 3 cm인 정사각형을 뺀 모양이야.
(밑넓이)$=8\times8-3\times3=55(cm^2)$
또한, 옆넓이는 큰 사각기둥의 옆넓이와 작은 사각기둥의 옆넓이의 합이므로
(큰 사각기둥의 옆넓이)$=(8\times4)\times10=320(cm^2)$
(작은 사각기둥의 옆넓이)$=(3\times4)\times10=120(cm^2)$
따라서 구하는 겉넓이는
$55\times2+320+120=550(cm^2)$

051 답 $(32\pi+448)\ cm^2$

주어진 입체도형의 밑면은 한 변의 길이가 8 cm인 정사각형에서 반지름의 길이가 2 cm인 원을 뺀 모양이야.
(밑넓이)$=8\times8-\pi\times2^2=64-4\pi(cm^2)$
또한, 옆넓이는 큰 사각기둥의 옆넓이와 작은 원기둥의 옆넓이의 합이므로
(사각기둥의 옆넓이)$=8\times4\times10=320(cm^2)$
(원기둥의 옆넓이)$=2\pi\times2\times10=40\pi(cm^2)$
따라서 구하는 겉넓이는
$(64-4\pi)\times2+320+40\pi=128-8\pi+320+40\pi$
$=32\pi+448(cm^2)$

052 답 ⑤

주어진 입체도형의 부피는 큰 원기둥의 부피에서 작은 원기둥의 부피를 빼면 돼.
(큰 원기둥의 부피)$=\pi\times(2+4)^2\times10=360\pi(cm^3)$
(작은 원기둥의 부피)$=\pi\times2^2\times10=40\pi(cm^3)$
따라서 구하는 부피는 $360\pi-40\pi=320\pi(cm^3)$

053 답 ②

주어진 입체도형의 부피는 큰 사각기둥의 부피에서 작은 사각기둥의 부피를 빼면 돼.

(큰 사각기둥의 부피)$=6\times6\times8=288(\text{cm}^3)$

(작은 사각기둥의 부피)$=2\times2\times8=32(\text{cm}^3)$

따라서 구하는 부피는 $288-32=256(\text{cm}^3)$

054 답 $(1000-40\pi)\ \text{cm}^3$

주어진 입체도형의 부피는 큰 사각기둥의 부피에서 작은 원기둥의 부피를 빼면 돼.

(사각기둥의 부피)$=10\times10\times10=1000(\text{cm}^3)$

(원기둥의 부피)$=\pi\times2^2\times10=40\pi(\text{cm}^3)$

따라서 구하는 부피는 $1000-40\pi(\text{cm}^3)$

[다른 풀이]

주어진 입체도형은 사각기둥에서 원기둥을 뺀 모양이고 밑면은 한 변의 길이가 10 cm인 정사각형에서 지름의 길이가 4 cm인 원을 뺀 모양이야. 이때, 이 기둥의 높이는 10 cm이므로 구하는 부피는

(밑넓이)$\times$(높이)$=(10\times10-\pi\times2^2)\times10$

$=1000-40\pi(\text{cm}^3)$

055 답 $1840\pi\ \text{cm}^3$

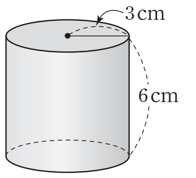
주어진 입체도형은 밑면의 반지름의 길이가 10 cm, 높이가 20 cm인 원기둥에서 밑면의 반지름의 길이가 4 cm, 높이가 10 cm인 원기둥을 뺀 모양이야. 따라서 이 입체도형의 부피는 큰 원기둥의 부피에서 작은 원기둥의 부피를 빼면 되겠지?

구하는 부피는

$\pi\times10^2\times20-\pi\times4^2\times10=2000\pi-160\pi=1840\pi(\text{cm}^3)$

056 답 ③

주어진 도형을 직선 l을 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형은 그림과 같아.



∴ (구하는 겉넓이)

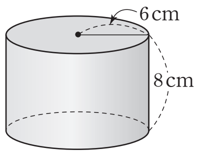
$=$(밑넓이)$\times2+$(옆넓이)

$=\pi\times3^2\times2+2\pi\times3\times6$

$=18\pi+36\pi=54\pi(\text{cm}^2)$

057 답 ④

선분 AB를 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형은 그림과 같아.



∴ (구하는 겉넓이)

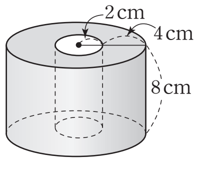
$=$(밑넓이)$\times2+$(옆넓이)

$=\pi\times6^2\times2+2\pi\times6\times8$

$=72\pi+96\pi=168\pi(\text{cm}^2)$

058 답 ②

주어진 도형을 직선 l을 축으로 1회전시킬 때 생기는 입체도형은 그림과 같아.



(밑넓이)$=\pi\times(2+4)^2-\pi\times2^2$

$=36\pi-4\pi=32\pi(\text{cm}^2)$

(큰 원기둥의 옆넓이)$=2\pi\times(2+4)\times8$

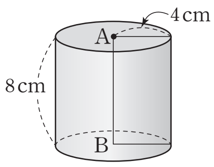
$=96\pi(\text{cm}^2)$

(작은 원기둥의 옆넓이)$=2\pi\times2\times8=32\pi(\text{cm}^2)$

∴ (구하는 겉넓이)$=32\pi\times2+96\pi+32\pi=192\pi(\text{cm}^2)$

059 답 ③

$\overline{\text{AB}}$를 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형은 그림과 같아.

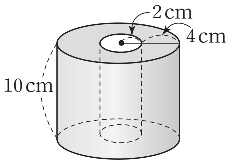


따라서 구하는 부피는

$\pi\times4^2\times8=128\pi(\text{cm}^3)$

060 답 ③

주어진 도형을 직선 l을 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형은 그림과 같아.



따라서 구하는 부피는

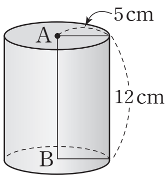
$\pi\times6^2\times10-\pi\times2^2\times10=360\pi-40\pi$

$=320\pi(\text{cm}^3)$

061 답 ③

$\overline{\text{AB}}$를 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형은 [그림 1]과 같으므로 부피는

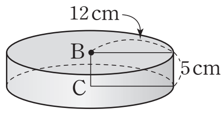
$\pi\times5^2\times12=300\pi(\text{cm}^3)$



[그림 1]

$\overline{\text{BC}}$를 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형은 [그림 2]와 같으므로 부피는

$\pi\times12^2\times5=720\pi(\text{cm}^3)$



[그림 2]

따라서 두 입체도형의 부피의 차는

$720\pi-300\pi=420\pi(\text{cm}^3)$

062 답 ④

(밑넓이)$=\pi\times4^2\times\dfrac{45}{360}=2\pi(\text{cm}^2)$

(부채꼴의 호의 길이)$=2\pi\times4\times\dfrac{45}{360}=\pi(\text{cm})$이므로

(옆넓이)$=(4+4+\pi)\times6=48+6\pi(\text{cm}^2)$

∴ (구하는 겉넓이)$=$(밑넓이)$\times2+$(옆넓이)

$=2\pi\times2+(48+6\pi)$

$=10\pi+48(\text{cm}^2)$

063 답 ⑤

(밑넓이)$=\pi\times8^2\times\dfrac{1}{2}=32\pi(\text{cm}^2)$

(부채꼴의 호의 길이)$=2\pi\times8\times\dfrac{1}{2}=8\pi(\text{cm})$이므로

(옆넓이)$=(8\pi+8+8)\times12=96\pi+192(\text{cm}^2)$

∴ (구하는 겉넓이)$=$(밑넓이)$\times2+$(옆넓이)

$=32\pi\times2+96\pi+192$

$=160\pi+192(\text{cm}^2)$

064 답 $(126\pi+96)\ \text{cm}^2$

(밑넓이)$=\pi\times6^2\times\dfrac{3}{4}=27\pi(\text{cm}^2)$

(부채꼴의 호의 길이)$=2\pi\times6\times\dfrac{3}{4}=9\pi(\text{cm})$이므로

(옆넓이)$=(9\pi+6+6)\times8=72\pi+96(\text{cm}^2)$

∴ (구하는 겉넓이)$=$(밑넓이)$\times2+$(옆넓이)

$=27\pi\times2+72\pi+96$

$=126\pi+96(\text{cm}^2)$

065 답 ②

(밑넓이)$=\pi\times6^2\times\frac{60}{360}=6\pi(\text{cm}^2)$이고 높이는 8 cm이므로

구하는 부피는 $6\pi\times8=48\pi(\text{cm}^3)$

066 답 ⑤

(밑넓이)$=\pi\times6^2\times\frac{270}{360}=27\pi(\text{cm}^2)$이고 높이는 10 cm이므로

구하는 부피는 $27\pi\times10=270\pi(\text{cm}^3)$

067 답 $100\pi\ \text{cm}^3$

밑면은 반지름의 길이가 5 cm인 반원이므로 밑면의 넓이는

$\pi\times5^2\times\frac{1}{2}=\frac{25}{2}\pi(\text{cm}^2)$이지? 이 기둥의 높이가 8 cm이므로

구하는 부피는

$\frac{25}{2}\pi\times8=100\pi(\text{cm}^3)$

068 답 ④

주어진 기둥의 밑넓이는 $\pi\times6^2\times\frac{120}{360}=12\pi(\text{cm}^2)$니까

기둥의 높이를 h cm라 하면 $12\pi\times h=144\pi$가 성립해야 해.

따라서 $h=12$이므로 기둥의 높이는 12 cm가 되는 거야.

069 답 ①

(밑넓이)$=\frac{1}{2}\times8\times6=24(\text{cm}^2)$

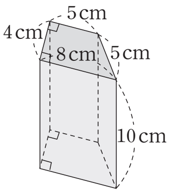
(옆넓이)$=(10+8+6)\times14=336(\text{cm}^2)$

$\therefore$ (구하는 겉넓이)$=$(밑넓이)$\times2+$(옆넓이)

$=24\times2+336=384(\text{cm}^2)$

070 답 ⑤

주어진 전개도로 만들어지는 입체도형은 그림과 같이 밑면이 사다리꼴이고 높이가 10 cm인 사각기둥이야.



(밑넓이)$=\frac{1}{2}\times(5+8)\times4=26(\text{cm}^2)$

(옆넓이)$=(4+5+5+8)\times10=220(\text{cm}^2)$

$\therefore$ (구하는 겉넓이)$=$(밑넓이)$\times2+$(옆넓이)

$=26\times2+220=272(\text{cm}^2)$

071 답 6 cm

(밑넓이)$=\pi\times4^2=16\pi(\text{cm}^2)$

원기둥의 높이를 h cm라 하면

(옆넓이)$=2\pi\times4\times h=8\pi h(\text{cm}^2)$

그런데 원기둥의 겉넓이가 $80\pi\ \text{cm}^2$이므로

$16\pi\times2+8\pi h=80\pi,\ 8\pi h=48\pi \qquad \therefore h=6$

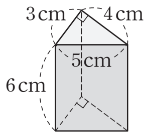
따라서 원기둥의 높이는 6 cm야.

072 답 ②

주어진 전개도로 만들어지는 입체도형은 밑면의 한 변의 길이가 4 cm인 정사각형이고 높이가 10 cm인 정사각기둥이므로 구하는 부피는 $4\times4\times10=160(\text{cm}^3)$

073 답 $36\ \text{cm}^3$

주어진 전개도로 만들어지는 입체도형은 그림과 같이 삼각기둥이므로 구하는 부피는



$\frac{1}{2}\times3\times4\times6=36(\text{cm}^3)$

074 답 ③

주어진 전개도로 만들어지는 입체도형은 밑면의 반지름의 길이가 4 cm인 원이고, 높이가 15 cm인 원기둥이므로 구하는 부피는

$\pi\times4^2\times15=240\pi(\text{cm}^3)$

075 답 $81\pi\ \text{cm}^3$

원기둥에서 밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면 옆면의 가로의 길이가 6π cm이므로 $2\pi r=6\pi$에서 $r=3$

따라서 구하는 원기둥의 부피는

(밑넓이)$\times$(높이)$=\pi\times3^2\times9=81\pi(\text{cm}^3)$

076 답 ④

(구하는 겉넓이)$=$(밑넓이)$+$(옆넓이)

$=8\times8+\left(\frac{1}{2}\times8\times12\right)\times4$

$=64+192=256(\text{cm}^2)$

077 답 ⑤

(구하는 겉넓이)$=$(밑넓이)$+$(옆넓이)

$=5\times5+\left(\frac{1}{2}\times5\times12\right)\times4$

$=25+120=145(\text{cm}^2)$

078 답 ③

정사각뿔이므로 밑면은 한 변의 길이가 6 cm인 정사각형이지?

$\therefore$ (구하는 겉넓이)$=$(밑넓이)$+$(옆넓이)

$=6\times6+\left(\frac{1}{2}\times6\times10\right)\times4$

$=36+120=156(\text{cm}^2)$

079 답 $144\ \text{cm}^2$

(밑넓이)$=4\times4=16(\text{cm}^2)$

(옆넓이)$=$(사각뿔의 옆넓이)$+$(사각기둥의 옆넓이)

$=\left(\frac{1}{2}\times4\times4\right)\times4+(4\times4)\times6$

$=32+96=128(\text{cm}^2)$

$\therefore$ (구하는 겉넓이)$=$(밑넓이)$+$(옆넓이)

$=16+128=144(\text{cm}^2)$

080 답 ③

(정사각뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times7\times7\times6=98(\text{cm}^3)$

081 답 ②

(삼각뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times6\times5\right)\times6=30(\text{cm}^3)$

082 답 ④

(삼각뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times8\times6\right)\times8=64(\text{cm}^3)$

083 답 ①

직육면체의 세 모서리 CB, CG, CD는 서로 수직이므로 밑면을 면 CDB라 하면 높이가 모서리 CG야.

따라서 구하는 부피는 $\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times6\times6\right)\times8=48(\text{cm}^3)$

084 답 ③

(밑넓이)$=\pi\times4^2=16\pi(\text{cm}^2)$

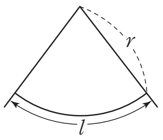
(옆넓이)$=\pi\times4\times10=40\pi(\text{cm}^2)$

∴ (겉넓이)$=16\pi+40\pi=56\pi(\text{cm}^2)$

★ 중심각의 크기를 모를 때 부채꼴의 넓이

부채꼴의 반지름의 길이가 r, 호의 길이가 l일 때,

(부채꼴의 넓이)$=\frac{1}{2}rl$



이때, 원뿔의 옆면인 부채꼴의 반지름의 길이(원뿔의 모선의 길이)와 부채꼴의 호의 길이(원뿔의 밑면의 둘레)의 길이를 구하여 옆넓이를 구해.

085 답 ③

주어진 원뿔의 모선의 길이를 l cm라 하면 겉넓이가 48π cm^{2}이므로 $\pi\times4^2+\pi\times4\times l=48\pi$에서

$4l\pi=32\pi$ $\quad\therefore l=8$

따라서 원뿔의 모선의 길이는 8 cm야.

086 답 ⑤

(밑넓이)$=\pi\times6^2=36\pi(\text{cm}^2)$

(옆넓이)=(원뿔의 옆넓이)+(원기둥의 옆넓이)

$=\pi\times6\times9+2\pi\times6\times8$

$=54\pi+96\pi=150\pi(\text{cm}^2)$

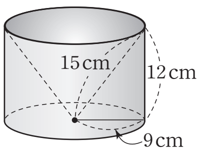
∴ (구하는 겉넓이)=(밑넓이)+(옆넓이)

$=36\pi+150\pi$

$=186\pi(\text{cm}^2)$

087 답 432π cm^2

주어진 직각삼각형을 직선 l을 축으로 1회전시킨 회전체는 그림과 같아.



(밑넓이)$=\pi\times9^2=81\pi(\text{cm}^2)$

(옆넓이)

=(원기둥의 옆넓이)+(원뿔의 옆넓이)

$=2\pi\times9\times12+\pi\times9\times15$

$=216\pi+135\pi=351\pi(\text{cm}^2)$

∴ (구하는 겉넓이)=(밑넓이)+(옆넓이)

$=81\pi+351\pi$

$=432\pi(\text{cm}^2)$

088 답 ③

(구하는 부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times5^2\times12=100\pi(\text{cm}^3)$

089 답 36π cm^3

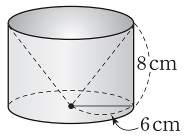
(구하는 부피)=(작은 원뿔의 부피)+(큰 원뿔의 부피)

$=\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times5+\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times7$

$=15\pi+21\pi=36\pi(\text{cm}^3)$

090 답 ②

주어진 도형을 직선 l을 축으로 1회전시킬 때 생기는 입체도형은 그림과 같이 원기둥에서 원뿔을 뺀 모양이 돼.



∴ (구하는 부피)

=(원기둥의 부피)−(원뿔의 부피)

$=\pi\times6^2\times8-\frac{1}{3}\times\pi\times6^2\times8$

$=288\pi-96\pi=192\pi(\text{cm}^3)$

091 답 36π cm^2

부채꼴의 호의 길이는 밑면인 원의 둘레의 길이와 같아.

따라서 원뿔의 옆면인 부채꼴의 넓이는 $\pi\times4\times9=36\pi(\text{cm}^2)$

092 답 ③

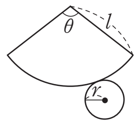
부채꼴의 호의 길이와 밑면인 원의 둘레의 길이가 같음을 이용해야 해. 즉, 부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라 하면

$2\pi\times12\times\frac{x}{360}=2\pi\times3$ $\quad\therefore x=90$

따라서 부채꼴의 중심각의 크기는 90°야.

[다른 풀이]

밑면의 반지름의 길이 r와 부채꼴의 반지름의 길이 l을 알 때, $\theta=(r\div l)\times360°$를 이용하면 부채꼴의 중심각의 크기를 좀 더 간편하게 구할 수 있어.



$\therefore \theta=(3\div12)\times360°=90°$

093 답 ②

밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면 부채꼴의 호의 길이와 밑면인 원의 둘레의 길이가 같으므로

$2\pi\times6\times\frac{240}{360}=2\pi\times r$ $\quad\therefore r=4$

∴ (구하는 겉넓이)=(밑넓이)+(옆넓이)

$=\pi\times4^2+\pi\times4\times6$

$=16\pi+24\pi=40\pi(\text{cm}^2)$

094 답 ③

원뿔의 모선, 즉 부채꼴의 반지름의 길이를 l cm라 하면 부채꼴의 호의 길이와 밑면인 원의 둘레의 길이가 같으므로

$2\pi\times l\times\frac{120}{360}=2\pi\times3$ $\quad\therefore l=9$

∴ (구하는 겉넓이)=(밑넓이)+(옆넓이)

$=\pi\times3^2+\pi\times3\times9$

$=9\pi+27\pi=36\pi(\text{cm}^2)$

095 답 ④

주어진 입체도형의 겉넓이는 한 변의 길이가 각각 8 cm, 4 cm인 정사각형 2개의 넓이와 4개의 사다리꼴의 넓이의 합이야.

∴ (구하는 겉넓이)=(밑넓이)+(옆넓이)

$=(4\times4+8\times8)+\left\{\frac{1}{2}\times(4+8)\times6\right\}\times4$

$=80+144=224(\text{cm}^2)$

096 답 ③

(구하는 겉넓이)

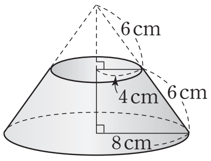
=(밑넓이)+(사각뿔대의 옆넓이)+(사각기둥의 옆넓이)

$=(3\times3+5\times5)+\left\{\frac{1}{2}\times(3+5)\times4\right\}\times4+(5+5+5+5)\times6$

$=34+64+120=218(\text{cm}^2)$

097 답 ⑤

주어진 도형을 직선 l을 축으로 1회전시킬 때 생기는 입체도형은 그림과 같은 원뿔대가 돼.



(밑넓이)$=\pi\times4^2+\pi\times8^2=16\pi+64\pi$

$=80\pi(\text{cm}^2)$

(옆넓이)=(큰 원뿔의 옆넓이)−(작은 원뿔의 옆넓이)

$=\pi\times8\times12-\pi\times4\times6=96\pi-24\pi$

$=72\pi(\text{cm}^2)$

∴ (구하는 겉넓이)$=80\pi+72\pi=152\pi(\text{cm}^2)$

098 답 ④

(구하는 부피)=(큰 원뿔의 부피)−(작은 원뿔의 부피)

$=\frac{1}{3}\times\pi\times6^2\times8-\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times4$

$=96\pi-12\pi=84\pi(\text{cm}^3)$

099 답 ②

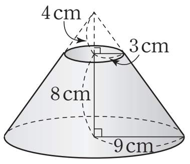
(구하는 부피)=(큰 사각뿔의 부피)−(작은 사각뿔의 부피)

$=\frac{1}{3}\times8\times6\times10-\frac{1}{3}\times4\times3\times5=160-20$

$=140(\text{cm}^3)$

100 답 312π cm^3

주어진 사다리꼴을 직선 l을 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형은 그림과 같은 원뿔대야.



∴ (구하는 부피)=(큰 원뿔의 부피)

−(작은 원뿔의 부피)

$=\frac{1}{3}\times\pi\times9^2\times12-\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times4$

$=324\pi-12\pi=312\pi(\text{cm}^3)$

101 답 ④

물의 부피는 삼각뿔의 부피와 같으므로

(구하는 물의 부피)$=\frac{1}{3}\times$(밑넓이)×(높이)

$=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times8\times12\right)\times4=64(\text{cm}^3)$

102 답 24 cm^3

물의 부피는 삼각기둥의 부피와 같으므로

(구하는 물의 부피)=(밑넓이)×(높이)

$=\left\{\frac{1}{2}\times4\times(9-6)\right\}\times4$

$=24(\text{cm}^3)$

103 답 ③

물의 부피는 삼각뿔의 부피와 같으므로

(구하는 물의 부피)$=\frac{1}{3}\times$(밑넓이)×(높이)

$=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times4\times6\right)\times x=16$

$4x=16$ $\quad\therefore x=4$

104 답 ④

물의 부피는 삼각기둥의 부피와 같으므로

(구하는 물의 부피)=(밑넓이)×(높이)

$=\left(\frac{1}{2}\times8\times x\right)\times6=120$

$24x=120$ $\quad\therefore x=5$

105 답 ②

주어진 입체도형은 직육면체에서 삼각뿔을 잘라낸 모양이야.

(직육면체의 부피)$=6\times8\times9=432(\text{cm}^3)$

(잘라낸 삼각뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times5\times6\right)\times9=45(\text{cm}^3)$

∴ (구하는 부피)$=432-45=387(\text{cm}^3)$

106 답 925 cm^3

주어진 입체도형은 직육면체에서 삼각뿔을 뺀 모양이야.

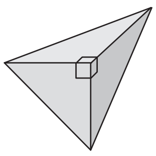
(직육면체의 부피)$=12\times8\times10=960(\text{cm}^3)$

(잘라낸 삼각뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times7\times6\right)\times5=35(\text{cm}^3)$

∴ (구하는 부피)$=960-35=925(\text{cm}^3)$

오|답|피|하|기

문제에서 잘려진 삼각뿔의 부피를 구할 때 밑면을 어디로 잡아야 할지 애매할 수 있어. 이때, 밑면에 직교하는 삼각뿔의 높이만 알 수 있다면 어느 면을 밑면으로 잡아도 무방해. 위의 풀이에서는 가로, 세로의 길이가 각각 7, 6인 면을 밑면으로 잡았지.



107 답 ②

주어진 입체도형은 직육면체에서 두 개의 삼각뿔을 잘라낸 모양이야.

(직육면체의 부피)$=10\times12\times15=18000(\text{cm}^3)$

(위의 잘라낸 삼각뿔의 부피)

$=\frac{1}{3}\times\left\{\frac{1}{2}\times(12-4)\times(10-4)\right\}\times(15-9)=48(\text{cm}^3)$

(아래의 잘라낸 삼각뿔의 부피)

$=\frac{1}{3}\times\left\{\frac{1}{2}\times(12-7)\times(10-4)\right\}\times9=45(\text{cm}^3)$

∴ (구하는 부피)$=1800-(48+45)$

$=1800-93$

$=1707(\text{cm}^3)$

108 답 $120\pi\ \text{cm}^2$

(구하는 겉넓이)=(반구의 겉넓이)+(원기둥의 옆넓이)+(밑넓이)

$=(4\pi\times4^2)\times\frac{1}{2}+2\pi\times4\times9+\pi\times4^2$

$=32\pi+72\pi+16\pi=120\pi(\text{cm}^2)$

109 답 $256\pi\ \text{cm}^2$

잘라낸 단면의 넓이는 반지름의 길이가 8 cm인 원의 넓이와 같아.

∴ (구하는 겉넓이)$=(4\pi\times8^2)\times\frac{3}{4}+\pi\times8^2=192\pi+64\pi$

$=256\pi(\text{cm}^2)$

110 답 ④

(구하는 겉넓이)=(반구의 겉넓이)+(원기둥의 옆넓이)

$=\left\{(4\pi\times6^2)\times\frac{1}{2}+\pi\times6^2\right\}+2\pi\times2\times8$

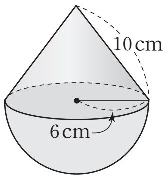
$=72\pi+36\pi+32\pi=140\pi(\text{cm}^2)$

오|답|피|하|기

반구의 겉넓이를 계산할 때 원기둥의 아랫쪽 밑면의 넓이도 더해지는거니까 다시 원기둥의 밑면을 더해주지 않도록 조심하자.

111 답 $132\pi\ \text{cm}^2$

주어진 도형을 직선 l을 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형은 그림과 같아.



∴ (구하는 겉넓이)

=(원뿔의 옆넓이)+(반구의 둥근면 넓이)

$=\pi\times6\times10+(4\pi\times6^2)\times\frac{1}{2}$

$=60\pi+72\pi=132\pi(\text{cm}^2)$

112 답 ④

주어진 입체도형은 반구와 원기둥이 합쳐진 것이지?

(반구의 부피)$=\left(\frac{4}{3}\pi\times6^3\right)\times\frac{1}{2}$

$=144\pi(\text{cm}^3)$

(원기둥의 부피)$=\pi\times6^2\times9$

$=324\pi(\text{cm}^3)$

∴ (구하는 부피)$=144\pi+324\pi$

$=468\pi(\text{cm}^3)$

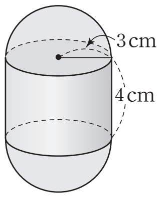
113 답 ②

주어진 입체도형은 구의 $\frac{1}{4}$을 잘라낸 것이므로 남은 것은 구의 $\frac{3}{4}$이야.

∴ (구하는 부피)$=\left(\frac{4}{3}\pi\times3^3\right)\times\frac{3}{4}=27\pi(\text{cm}^3)$

114 답 $72\pi\ \text{cm}^3$

주어진 도형을 직선 l을 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형은 그림과 같아.



∴ (구하는 부피)=(구의 부피)+(원기둥의 부피)

$=\frac{4}{3}\pi\times3^3+\pi\times3^2\times4$

$=36\pi+36\pi=72\pi(\text{cm}^3)$

115 답 (1) $54\pi\ \text{cm}^3$ (2) $36\pi\ \text{cm}^3$ (3) 3 : 2

(1) (원기둥의 부피)$=\pi\times3^2\times6=54\pi(\text{cm}^3)$

(2) (구의 부피)$=\frac{4}{3}\pi\times3^3=36\pi(\text{cm}^3)$

(3) (원기둥의 부피) : (구의 부피)$=54\pi : 36\pi=3 : 2$

116 답 $144\pi\ \text{cm}^3$

원기둥 모양의 통의 높이는 구의 지름의 길이와 같으므로 $2\times6=12(\text{cm})$지?

(원기둥 모양의 통의 부피)$=\pi\times6^2\times12=432\pi(\text{cm}^3)$

(공의 부피)$=\frac{4}{3}\pi\times6^3=288\pi(\text{cm}^3)$

따라서 남아 있는 물의 양은

$432\pi-288\pi=144\pi(\text{cm}^3)$

[다른 풀이]

(구의 부피) : (원기둥의 부피)=2 : 3이므로

(남아 있는 물의 양)=(원기둥의 부피)$\times\frac{1}{3}$

따라서 남아 있는 물의 양은 $432\pi\times\frac{1}{3}=144\pi(\text{cm}^3)$

117 답 $54\pi\ \text{cm}^3$

원기둥 모양의 통 안에 지름의 길이가 6 cm인 구가 3개 들어 있으니까 원기둥 모양의 통의 높이는 $3\times6=18(\text{cm})$가 돼.

(원기둥 모양의 통의 부피)$=\pi\times3^2\times18=162\pi(\text{cm}^3)$

(공 3개의 부피)$=\frac{4}{3}\pi\times3^3\times3=108\pi(\text{cm}^3)$

따라서 구하는 빈 공간의 부피는

$162\pi-108\pi=54\pi(\text{cm}^3)$

118 답 구의 부피 : $36\pi\ \text{cm}^3$, 원뿔의 부피 : $18\pi\ \text{cm}^3$

원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면 원기둥의 높이는 $2r$ cm이고, 원기둥의 부피가 $54\pi\ \text{cm}^3$이므로

$\pi r^2\times2r=54\pi$

$r^3=27=3\times3\times3$

$\therefore r=3$

따라서 구의 부피는 $\frac{4}{3}\pi\times3^3=36\pi(\text{cm}^3)$이고

원뿔의 부피는 $\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times6=18\pi(\text{cm}^3)$야.

[다른 풀이]

(원뿔의 부피) : (원기둥의 부피)=1 : 3,

(구의 부피) : (원기둥의 부피)=2 : 3에서

(원뿔의 부피)=(원기둥의 부피)$\times\frac{1}{3}$

$=54\pi\times\frac{1}{3}=18\pi(\text{cm}^3)$

(구의 부피)=(원기둥의 부피)$\times\frac{2}{3}$

$=54\pi\times\frac{2}{3}=36\pi(\text{cm}^3)$

잘 틀리는 유형 훈련+1up

문제편 p. 168

119 답 ③

1st 주어진 입체도형은 사각기둥이지?

(밑넓이)$=\frac{1}{2}\times4\times6+\frac{1}{2}\times4\times5$

$=12+10=22(\text{cm}^2)$

이때, 사각기둥의 높이는 5 cm이므로 구하는 부피는

$22\times5=110(\text{cm}^3)$

120 답 ②

1st 기둥의 부피는 밑면의 넓이와 높이의 곱이지?

(밑넓이)$=\frac{1}{2}\times(3+9)\times4=24(\text{cm}^2)$

이때, 사각기둥의 높이는 9 cm이므로 구하는 부피는

$24\times9=216(\text{cm}^3)$

121 답 ⑤

1st 이등분할 때 생기는 단면의 넓이에 유의하자.

이등분된 두 입체도형의 겉넓이의 합은 직육면체의 겉넓이와 단면 두 개의 넓이의 합과 같지?

(직육면체의 겉넓이)=(밑넓이)$\times2+$(옆넓이)

$=(4\times3)\times2+(4+3+4+3)\times8$

$=24+112$

$=136(\text{cm}^2)$

또한, 면 AEGC는 직사각형이므로

$\square$AEGC$=5\times8=40(\text{cm}^2)$

$\therefore$ (구하는 겉넓이)$=136+40\times2=216(\text{cm}^2)$

[다른 풀이]

면 AEGC로 직육면체를 이등분하면 같은 모양의 삼각기둥이 2개 만들어져.

따라서 삼각기둥 한 개의 겉넓이를 구하면

(삼각기둥의 겉넓이)=(밑넓이)$\times2+$(옆넓이)

$=\left(\frac{1}{2}\times4\times3\right)\times2+(3+4+5)\times8$

$=108(\text{cm}^2)$

$\therefore$ (구하는 겉넓이)$=108\times2=216(\text{cm}^2)$

오답피하기

이등분할 때 생기는 단면의 넓이를 한 번만 계산하지 않도록 하자. 양쪽 입체도형에서 2군데 생기니까 꼭 2번 더해 주어야 해.

122 답 ⑤

1st 주어진 도형과 같은 겉넓이를 가지는 도형을 찾자.

주어진 입체도형의 겉넓이는 밑면의 가로의 길이와 세로의 길이가 각각 12 cm, 10 cm이고 높이가 14 cm인 직육면체의 겉넓이와 같아.

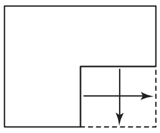
2nd 구하는 입체도형의 겉넓이를 구하자.

구하는 겉넓이는

$(12\times10)\times2+(12+10+12+10)\times14=240+616$

$=856(\text{cm}^2)$

오답피하기



직육면체의 일부를 문제와 같이 잘라낸 경우 직육면체의 표면적이 달라보일 수 있지만 실제로는 차이가 없는 것을 확인할 수 있어. 그림처럼 잘려나가서 함몰된 부분의 표면을 원래 표면의 연장이라 생각하고 면을 평행이동시키면 쉬워. 단, 여기서 주의할 점이 있는데, 표면적을 구할 때는 이와 같은 방법이 유효하지만 부피를 구할 때도 이렇게 생각하면 절대 안 돼! 곧 뒷 내용에서도 나오지만 미리 말하자면 부피를 구할 때는 원래의 부피에서 잘려나간 부분을 빼주어야 해.

123 답 64번

1st 먼저 A, B 그릇의 부피를 각각 구해야 해.

원기둥 모양의 두 그릇 A, B의 부피를 구하면

(그릇 A의 부피)$=\pi\times2^2\times3=12\pi(\text{cm}^3)$

(그릇 B의 부피)$=\pi\times8^2\times12=768\pi(\text{cm}^3)$

2nd 옮겨 담는 횟수를 구하자.

이때, B 그릇의 부피는 A 그릇의 부피의 $768\pi\div12\pi=64$(배)이므로 A 그릇으로 64번 옮겨 담아야 해.

124 답 ③

1st 원뿔의 부피와 원기둥 안에 들어 있는 물의 부피는 같음을 이용하여 x의 값을 구하자.

원뿔 모양의 그릇의 부피는 $\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times6=18\pi(\text{cm}^3)$

원기둥 모양에 들어 있는 물의 부피는 $\pi\times6^2\times x=36\pi x(\text{cm}^3)$

이것이 원뿔의 부피와 같아야 하므로 $36\pi x=18\pi$

$\therefore x=0.5$

125 답 ④

1st 원기둥의 부피 공식을 이용하여 높이를 구하자.

원기둥의 높이를 h cm라 하면 원기둥의 부피가 891π cm^{3}이므로

$\pi\times9^2\times h=891\pi \quad \therefore h=11$

2nd 원기둥의 겉넓이를 구하자.

$\therefore$ (원기둥의 겉넓이)=(밑넓이)$\times2+$(옆넓이)

$=\pi\times9^2\times2+2\pi\times9\times11=162\pi+198\pi$

$=360\pi(\text{cm}^2)$

오답피하기

기둥의 겉넓이를 구할 때 밑면을 한 번만 더해 주는 경우가 종종 있어. 밑면은 위, 아래 두 개 있으니까 두 번 더해 주는 것을 잊지 마. 또한, 옆면에서 가로의 길이가 밑면의 둘레의 길이이고 세로의 길이가 기둥의 높이인 직사각형임을 기억해!

126 답 ③

1st 겉넓이 공식을 이용하여 높이를 구하자.

사각기둥의 높이를 h cm라 하면

(밑넓이)$=4\times4=16(\text{cm}^2)$

(옆넓이)$=(4+4+4+4)\times h=16h(\text{cm}^2)$

사각기둥의 겉넓이가 160 cm^{2}이므로

(사각기둥의 겉넓이)=(밑넓이)$\times2+$(옆넓이)$=32+16h=160$

$16h=128 \quad \therefore h=8$

2nd 사각기둥의 부피를 구하자.

$\therefore$ (구하는 부피)$=4\times4\times8=128(\text{cm}^3)$

127 답 ⑤

1st 세 원기둥의 밑면의 반지름의 길이부터 구해야 해.

맨 위의 원기둥의 반지름의 길이는 3cm이고, 중간 부분의 원기둥의 반지름의 길이는 $3+3=6$(cm), 맨 아래의 원기둥의 반지름의 길이는 $6+3=9$(cm)야.

2nd 주어진 입체도형의 겉넓이를 구하자.

주어진 입체도형의 겉넓이는 높이가 6cm로 같고 밑면의 반지름의 길이가 각각 9cm, 6cm, 3cm인 원기둥의 옆넓이의 합과 반지름의 길이가 9cm인 원 두 개의 넓이의 합과 같아.

∴ (구하는 겉넓이)

$=$(밑넓이)$\times 2+$(옆넓이)

$=\pi\times 9^2\times 2+2\pi\times 9\times 6+2\pi\times 6\times 6+2\pi\times 3\times 6$

$=162\pi+108\pi+72\pi+36\pi=378\pi(\mathrm{cm}^2)$

128 답 ③

1st 주어진 입체도형을 원뿔, 원기둥, 반구로 나누어서 생각해 보자.

(원뿔의 옆넓이)$=\pi\times 3\times 5$

$=15\pi(\mathrm{cm}^2)$ ⋯ ㉠

(원기둥의 옆넓이)$=2\pi\times 3\times 4$

$=24\pi(\mathrm{cm}^2)$ ⋯ ㉡

(반구의 겉넓이)$=4\pi\times 6^2\times\frac{1}{2}$

$=72\pi(\mathrm{cm}^2)$ ⋯ ㉢

(반구와 원기둥이 겹쳐지지 않은 부분의 넓이)

$=\pi\times 6^2-\pi\times 3^2=27\pi(\mathrm{cm}^2)$ ⋯ ㉣

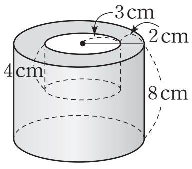
따라서 구하는 겉넓이는 ㉠+㉡+㉢+㉣이므로

$15\pi+24\pi+72\pi+27\pi=138\pi(\mathrm{cm}^2)$

129 답 ⑤

1st 회전시킨 입체도형을 생각하여 회전체의 겉넓이를 구하자.

주어진 도형을 직선 l을 축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 그림과 같아.



(밑넓이)$\times 2=\pi\times 5^2\times 2=50\pi(\mathrm{cm}^2)$

(큰 원기둥의 옆넓이)$=2\pi\times 5\times 8$

$=80\pi(\mathrm{cm}^2)$

(작은 원기둥의 옆넓이)$=2\pi\times 3\times 4=24\pi(\mathrm{cm}^2)$

∴ (구하는 겉넓이)$=50\pi+80\pi+24\pi=154\pi(\mathrm{cm}^2)$

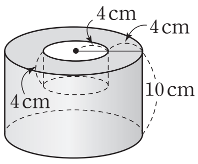
오답피하기

작은 원기둥의 아랫쪽 밑면을 위쪽 밑면 자리에 이동하면 주어진 입체도형의 2개의 밑넓이는 큰 원기둥의 밑면인 큰 원의 넓이를 2배한 것과 같아.

130 답 ②

1st 회전시킨 입체도형을 생각하여 회전체의 부피를 구하자.

주어진 도형을 직선 l을 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형은 그림과 같아.



∴ (구하는 부피)

$=$(큰 원기둥의 부피)

$-$(작은 원기둥의 부피)

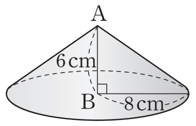
$=\pi\times 8^2\times 10-\pi\times 4^2\times 4$

$=640\pi-64\pi=576\pi(\mathrm{cm}^3)$

131 답 ③

1st 직각삼각형에서 빗변이 아닌 한 변을 축으로 하여 회전시킬 때 생기는 회전체는 원뿔이 돼.

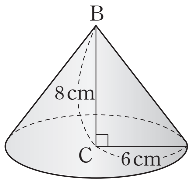
$\overline{AB}$를 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형은 [그림 1]과 같으므로 부피는



[그림 1]

$\frac{1}{3}\times\pi\times 8^2\times 6=128\pi(\mathrm{cm}^3)$

$\overline{BC}$를 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형은 [그림 2]와 같으므로 부피는



[그림 2]

$\frac{1}{3}\times\pi\times 6^2\times 8=96\pi(\mathrm{cm}^3)$

2nd 두 회전체의 부피의 차를 구하자.

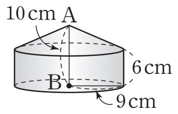
따라서 두 회전체의 부피의 차는

$128\pi-96\pi=32\pi(\mathrm{cm}^3)$

132 답 ①

1st $\overline{AB}$를 축으로 하여 1회전시킨 회전체의 부피를 구하자.

사다리꼴 ABCD를 $\overline{AB}$를 축으로 하여 1회전시킨 도형은 [그림 1]과 같으므로 부피는



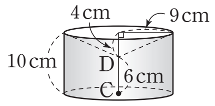
[그림 1]

$\pi\times 9^2\times 6+\frac{1}{3}\times\pi\times 9^2\times(10-6)$

$=486\pi+108\pi=594\pi(\mathrm{cm}^3)$

2nd $\overline{CD}$를 축으로 하여 1회전시킨 회전체의 부피를 구하자.

사다리꼴 ABCD를 $\overline{CD}$를 축으로 하여 1회전시킨 도형은 [그림 2]와 같으므로 부피는



[그림 2]

$\pi\times 9^2\times 10-\frac{1}{3}\times\pi\times 9^2\times(10-6)$

$=810\pi-108\pi=702\pi(\mathrm{cm}^3)$

3rd 두 회전체의 부피의 차를 구하자.

따라서 두 회전체의 부피의 차는

$702\pi-594\pi=108\pi(\mathrm{cm}^3)$

133 답 186π cm^2

1st 주어진 입체도형의 두 밑면의 넓이를 구해.

(밑넓이)$=\pi\times 3^2+\pi\times 6^2=9\pi+36\pi=45\pi(\mathrm{cm}^2)$

2nd 주어진 입체도형의 옆면의 넓이를 구하여 겉넓이를 계산해.

(원뿔대의 옆넓이)$=\pi\times 6\times 10-\pi\times 3\times 5$

$=60\pi-15\pi=45\pi(\mathrm{cm}^2)$

(원기둥의 옆넓이)$=2\pi\times 6\times 8=96\pi(\mathrm{cm}^2)$

∴ (구하는 겉넓이)$=45\pi+45\pi+96\pi$

$=186\pi(\mathrm{cm}^2)$

134 답 124π cm^3

1st 원뿔대와 원기둥의 부피를 이용하여 주어진 입체도형의 부피를 구해.

(구하는 부피)

$=$(원뿔대의 부피)$+$(원기둥의 부피)

$=$(큰 원뿔의 부피)$-$(작은 원뿔의 부피)$+$(원기둥의 부피)

$=\frac{1}{3}\times\pi\times 4^2\times 6-\frac{1}{3}\times\pi\times 2^2\times 3+\pi\times 4^2\times 6$

$=32\pi-4\pi+96\pi$

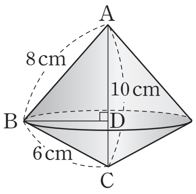
$=124\pi(\mathrm{cm}^3)$

135 답 ③

1st 주어진 평면도형을 1회전시킬 때 생기는 입체도형은 2개의 원뿔을 붙여 놓은 것과 같아.

그림과 같이 A, B, C를 정하고, 점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 D라 하자.

이때, △ABC를 1회전시킬 때 생기는 회전체는 그림과 같아.



2nd 두 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 구하자.

$\overline{BD}=r$ cm라 하고 △ABC의 넓이를 이용하면

$\frac{1}{2}\times8\times6=\frac{1}{2}\times10\times r \quad \therefore r=\frac{24}{5}$

3rd 회전체의 부피를 구하자.

∴ (구하는 회전체의 부피)

=(큰 원뿔의 부피)+(작은 원뿔의 부피)

$=\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{24}{5}\right)^2\times\overline{AD}+\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{24}{5}\right)^2\times\overline{CD}$

$=\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{24}{5}\right)^2\times(\overline{AD}+\overline{CD})$

$=\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{24}{5}\right)^2\times\overline{AC}=\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{24}{5}\right)^2\times10=\frac{384}{5}\pi(\text{cm}^3)$

136 답 ①

1st 반원의 지름을 축으로 하여 180° 회전시킨 회전체는 반구가 돼.

(큰 반구의 부피)$=\frac{4}{3}\pi\times6^3\times\frac{1}{2}=144\pi(\text{cm}^3)$

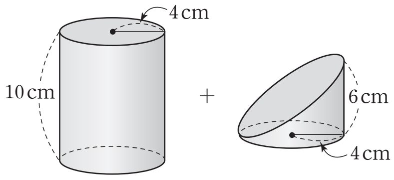
(작은 반구의 부피)$=\frac{4}{3}\pi\times3^3\times\frac{1}{2}=18\pi(\text{cm}^3)$

∴ (구하는 부피)$=144\pi-18\pi=126\pi(\text{cm}^3)$

137 답 ⑤

1st 주어진 입체도형을 적당히 분리하여 부피를 구해야 해.

주어진 입체도형은 다음과 같이 나눌 수 있어.



(가) (나)

(가)의 부피는 $\pi\times4^2\times10=160\pi(\text{cm}^3)$

(나)의 부피는 밑면의 반지름의 길이가 4 cm이고 높이가 6 cm인 원기둥의 $\frac{1}{2}$이므로 (나)의 부피는 $\pi\times4^2\times6\times\frac{1}{2}=48\pi(\text{cm}^3)$

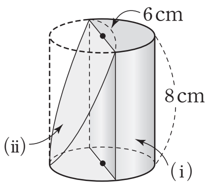
∴ (구하는 부피)$=160\pi+48\pi=208\pi(\text{cm}^3)$

138 답 ③

1st 주어진 입체도형을 두 부분으로 나누어서 부피를 구해 보자.

(ⅰ) 밑면이 반지름의 길이가 3 cm인 반원이고 높이가 8 cm인 기둥으로 이 입체도형의 부피는

$\pi\times3^2\times\frac{1}{2}\times8=36\pi(\text{cm}^3)$



(ⅱ) 밑면이 반지름의 길이가 3 cm인 반원이고 높이가 8 cm인 기둥을 비스듬히 자른 입체도형으로, 이 입체도형의 부피는 (ⅰ)의 기둥의 부피의 $\frac{1}{2}$이므로 그 부피는 $36\pi\times\frac{1}{2}=18\pi(\text{cm}^3)$

2nd 입체도형의 부피를 구하자.

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 구하는 부피는 $36\pi+18\pi=54\pi(\text{cm}^3)$

139 답 $\frac{27}{4}\pi$ cm³

1st 구 3개의 부피를 구하자.

(구 한 개의 부피)$=\frac{4}{3}\pi\times\left(\frac{3}{2}\right)^3=\frac{9}{2}\pi(\text{cm}^3)$이므로

구 3개의 부피는 $\frac{9}{2}\pi\times3=\frac{27}{2}\pi(\text{cm}^3)$

2nd 원기둥의 부피를 구하여 빈 공간의 부피를 구하자.

원기둥의 높이는 $3\times3=9$(cm)이므로 원기둥의 부피는

$\pi\times\left(\frac{3}{2}\right)^2\times9=\frac{81}{4}\pi(\text{cm}^3)$

따라서 빈 공간의 부피는 $\frac{81}{4}\pi-\frac{27}{2}\pi=\frac{27}{4}\pi(\text{cm}^3)$

140 답 $\frac{64}{3}\pi$ cm³

1st 구 4개의 부피를 구하자.

(구 한 개의 부피)$=\frac{4}{3}\pi\times2^3=\frac{32}{3}\pi(\text{cm}^3)$이므로

구 4개의 부피는 $\frac{32}{3}\pi\times4=\frac{128}{3}\pi(\text{cm}^3)$

2nd 원기둥의 부피를 구하여 채운 물의 부피를 구하자.

원기둥의 높이는 $2\times8=16$(cm)이므로 원기둥의 부피는

$\pi\times2^2\times16=64\pi(\text{cm}^3)$

따라서 채운 물의 부피는 빈 공간의 부피와 같으므로

$64\pi-\frac{128}{3}\pi=\frac{64}{3}\pi(\text{cm}^3)$

서술형 다지기

문제편 p. 172

[141-142 채점기준표]

Ⅰ	밑면의 반지름의 길이를 미지수로 놓자.	20%
Ⅱ	밑면의 반지름의 길이를 구한다.	30%
Ⅲ	원기둥의 겉넓이 또는 부피를 구한다.	50%

141 답 90π cm²

먼저, 밑면인 원의 반지름의 길이를 미지수로 놓자.

밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면 … Ⅰ

그다음, 밑면인 원의 반지름의 길이를 구하자.

$2\pi r=6\pi$에서 $r=3$ … Ⅱ

그래서, 원기둥의 겉넓이를 구하자.

따라서 구하는 원기둥의 겉넓이

$\pi\times3^2\times2+6\pi\times12=90\pi(\text{cm}^2)$ … Ⅲ

142 답 $256\pi\ \mathrm{cm}^3$

먼저, 밑면인 원의 반지름의 길이를 미지수로 놓자.

밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면 … Ⅰ

그다음, 밑면인 원의 반지름의 길이를 구하자.

$2\pi r=8\pi$에서 $r=4$ … Ⅱ

그래서, 원기둥의 부피를 구하자.

따라서 구하는 원기둥의 부피는 $\pi\times4^2\times16=256\pi(\mathrm{cm}^3)$ … Ⅲ

[143-144 채점기준표]

Ⅰ	큰 구 모양인 도형의 부피를 구한다.	40%
Ⅱ	작은 구 모양인 도형의 부피를 구한다.	40%
Ⅲ	필요한 작은 구 모양인 도형의 개수를 구한다.	20%

143 답 64개

먼저, 반지름의 길이가 12 cm인 구 모양의 쇠구슬의 부피를 구하자.

반지름의 길이가 12 cm인 구 모양의 쇠구슬의 부피는

$\frac{4}{3}\pi\times12^3=2304\pi(\mathrm{cm}^3)$ … Ⅰ

그다음, 반지름의 길이가 3 cm인 구 모양의 쇠구슬의 부피를 구하자.

반지름의 길이가 3 cm인 구 모양의 쇠구슬의 부피는

$\frac{4}{3}\pi\times3^3=36\pi(\mathrm{cm}^3)$ … Ⅱ

그래서, 만들 수 있는 쇠구슬의 최대 개수를 구하자.

이때, $2304\pi\div36\pi=64$이므로 반지름의 길이가 3 cm인 쇠구슬을 최대 64개 만들 수 있다. … Ⅲ

144 답 125개

먼저, 반지름의 길이가 15 cm인 공 모양의 점토의 부피를 구하자.

반지름의 길이가 15 cm인 공 모양의 점토의 부피는

$\frac{4}{3}\pi\times15^3=4500\pi(\mathrm{cm}^3)$ … Ⅰ

그다음, 반지름의 길이가 3 cm인 공 모양의 점토의 부피를 구하자.

반지름의 길이가 3 cm인 공 모양의 점토의 부피는

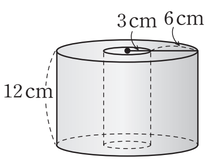
$\frac{4}{3}\pi\times3^3=36\pi(\mathrm{cm}^3)$ … Ⅱ

그래서, 만들 수 있는 공 모양의 최대 개수를 구하자.

$4500\pi\div36\pi=125$이므로 반지름의 길이가 3 cm인 공 모양의 점토를 최대 125개 만들 수 있다. … Ⅲ

145 답 $432\pi\ \mathrm{cm}^2$

주어진 직사각형을 회전시킬 때 생기는 회전체는 그림과 같다. … Ⅰ



(큰 원기둥의 옆넓이)$=2\pi\times9\times12$
$=216\pi(\mathrm{cm}^2)$

(작은 원기둥의 옆넓이)$=2\pi\times3\times12$
$=72\pi(\mathrm{cm}^2)$

(밑넓이)$=\pi\times9^2-\pi\times3^2=72\pi(\mathrm{cm}^2)$ … Ⅱ

$\therefore$ (겉넓이)$=216\pi+72\pi+72\pi\times2=432\pi(\mathrm{cm}^2)$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	주어진 도형의 회전체를 생각한다.	30%
Ⅱ	옆넓이, 밑넓이를 각각 구한다.	50%
Ⅲ	회전체의 겉넓이를 구한다.	20%

146 답 $24\pi\ \mathrm{cm}^2$

원뿔의 밑면의 둘레의 길이는 $2\pi\times3=6\pi(\mathrm{cm})$이고,

원뿔이 $2\frac{2}{3}$ 회전했으므로 원뿔이 총 회전한 거리는

$6\pi\times2\frac{2}{3}=6\pi\times\frac{8}{3}=16\pi(\mathrm{cm})$가 된다. … Ⅰ

이때, 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면 원 O의 둘레의 길이와 원뿔이 총 회전한 거리는 같으므로 $2\pi r=16\pi$

$\therefore r=8$ … Ⅱ

따라서 원뿔에서 모선의 길이가 8 cm, 밑면의 반지름의 길이가 3 cm이므로 원뿔의 옆넓이는 $\pi\times3\times8=24\pi(\mathrm{cm}^2)$이다. … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	원뿔이 총 회전하는 거리를 구한다.	40%
Ⅱ	중심이 O인 원의 반지름의 길이를 구한다.	40%
Ⅲ	원뿔의 옆넓이를 구한다.	20%

147 답 $960\ \mathrm{cm}^3$

(물이 없는 부분의 부피)$=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times6\times10\right)\times12=120(\mathrm{cm}^3)$

… Ⅰ

(직육면체 모양의 그릇의 부피)$=10\times12\times9=1080(\mathrm{cm}^3)$ … Ⅱ

$\therefore$ (물의 부피)$=1080-120=960(\mathrm{cm}^3)$ … Ⅲ

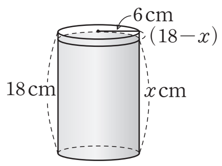
[채점기준표]

Ⅰ	물이 없는 부분의 부피를 구한다.	30%
Ⅱ	직육면체 모양의 그릇의 부피를 구한다.	30%
Ⅲ	구한 두 부피의 차가 물의 부피임을 알고 계산한다.	40%

148 답 17 cm

(구의 부피)$=\frac{4}{3}\pi\times3^3=36\pi(\mathrm{cm}^3)$ … Ⅰ

쇠공을 넣었다가 뺀 후의 물의 높이가 x cm라 하면 넘친 물의 부피는 구의 부피와 같으므로



$\pi\times6^2\times(18-x)=36\pi$ … Ⅱ

$18-x=1$

$\therefore x=17$

따라서 남아 있는 물의 높이는 17 cm이다. … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	구의 부피를 구한다.	30%
Ⅱ	넘친 물의 양을 식으로 나타낸다.	40%
Ⅲ	남아 있는 물의 높이를 구한다.	30%

최고난도 만점 문제

문제편 p. 174

149 답 ④

1st 이등변삼각형은 모두 합동이니까 밑변의 총 길이부터 구해야 해.
원기둥의 밑면의 둘레의 길이는 $2\pi\times24=48\pi$(cm)이므로 윗쪽에 붙여진 이등변삼각형의 개수를 x개라 하면 이등변삼각형 한 개의 밑변의 길이는 $\frac{48}{x}\pi$ cm야.

2nd 위쪽의 이등변삼각형의 넓이를 구하여 스티커의 넓이를 계산해.
이등변삼각형의 높이는 $36\div2=18$(cm)이므로 윗쪽의 이등변삼각형 x개의 넓이는 $\left(\frac{1}{2}\times\frac{48}{x}\pi\times18\right)\times x=432\pi(\text{cm}^2)$
따라서 스티커의 넓이는 $432\pi\times2=864\pi(\text{cm}^2)$

150 답 576 cm^3

1st 정육면체의 부피를 구하자.
정육면체의 부피는 밑면의 넓이와 높이의 곱이므로 그 부피는 $12\times12\times12=1728(\text{cm}^3)$

2nd 삼각뿔 C$-$AFH 이외의 부피를 빼자.
정육면체의 부피에서 네 삼각뿔 B$-$AFC, D$-$ACH, E$-$AFH, G$-$CFH의 부피를 빼면 삼각뿔 C$-$AFH의 부피를 구할 수 있어.
이때, 네 삼각뿔 B$-$AFC, D$-$ACH, E$-$AFH, G$-$CFH의 부피는 모두 같지? 즉, 삼각뿔 B$-$AFC의 부피는
$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times12\times12\right)\times12=288(\text{cm}^3)$이므로 삼각뿔 C$-$AFH의 부피는 $1728-288\times4=1728-1152=576(\text{cm}^3)$

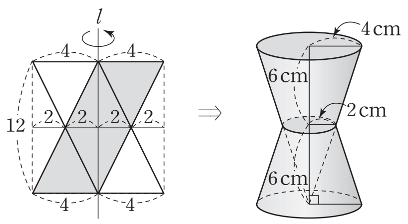
151 답 ④

1st 원뿔의 부피를 구해.
원뿔 모양의 그릇의 부피는 $\frac{1}{3}\times\pi\times6^2\times18=216\pi(\text{cm}^3)$

2nd 물이 가득찰 때, 시간을 구해.
원뿔 모양의 그릇의 부피가 원뿔 안에 물이 가득 찼을 때의 물의 부피와 같지? 따라서 이 그릇에 물을 1초에 $4\pi\text{ cm}^3$씩 넣으므로 $216\pi\div4\pi=54$(초) 후에 물이 가득 차게 돼.

152 답 $112\pi\text{ cm}^3$

1st 구하는 회전체는 원뿔대 2개를 붙여 놓은 것과 같아.
주어진 도형을 직선 l을 축으로 1회전시킬 때 생기는 회전체는 다음 그림과 같아.



2nd 원뿔대 2개의 부피를 구해.
∴ (구하는 부피)=(원뿔대의 부피)$\times2$

$$=\left(\frac{1}{3}\times\pi\times4^2\times12-\frac{1}{3}\times\pi\times2^2\times6\right)\times2$$
$$=(64\pi-8\pi)\times2=112\pi(\text{cm}^3)$$

P 도수분포표와 그 그래프

개념 다지기 001~028 정답은 p. 6에 있습니다.

유형 다지기 학교시험+학력평가

문제편 p. 180

029 답 ②

①, ③, ④ 줄기가 1, 2, 3, 4, 5인 잎의 개수는 각각 5개, 9개, 5개, 4개, 2개이지? 즉, 전체 잎의 개수가 $5+9+5+4+2=25$(개)이므로 이 학급의 학생 수는 25명이야.(① 참) 또, 잎이 가장 많은 줄기는 잎이 9개인 2이고(③ 참), 줄기가 5인 잎은 1, 3으로 모두 2개야.(④ 참)
② 25는 줄기가 2, 잎이 5야. 즉, 윗몸일으키기 기록이 25회인 학생은 모두 2명이지. (거짓)
⑤ 기록 중 가장 낮은 기록은 12회이고 가장 높은 기록은 52회야. (참)

030 답 8

줄기가 6, 7, 8, 9, 10인 잎의 개수는 각각 3개, 5개, 7개, 4개, 1개이므로 잎이 가장 많은 줄기는 8이야.

031 답 8명

수학 성적이 77점 이상 87점 이하는 77점, 79점, 79점, 83점, 83점, 86점, 86점, 87점으로 8명이야.

032 답 좋은 편

전체 학생 수가 20명이고 수학 성적이 90점인 학생은 높은 점수 쪽에서 5번째이지? 따라서 수학 성적이 90점인 학생은 성적이 좋은 편이야.

033 답 ⑤

① 계급의 크기는 변량을 나눈 구간의 너비 또는 계급의 양 끝값의 차이므로 10 cm야. (거짓)
② 계급의 개수는 5개지? (거짓)
③ 키가 160 cm인 학생이 속하는 계급은 160 cm 이상 170 cm 미만인 계급이므로 도수는 10명이야. (거짓)
④ 170 cm 이상 180 cm 미만인 계급의 학생 수는 $30-(3+6+10+2)=9$(명)이야. (거짓)
⑤ 140 cm 이상 150 cm 미만이 3명, 150 cm 이상 160 cm 미만이 6명이므로 키가 160 cm 미만인 학생 수는 $3+6=9$(명)이야. (참)

034 답 ②

160 cm 이상 165 cm 미만인 계급의 도수는 전체 도수에서 알고 있는 도수를 빼면 되지?
∴ (구하는 도수)$=33-(4+7+9+5+3)=5$
따라서 이 계급의 도수는 5명이지.

035 답 해설 참조

주어진 도수분포표에서 첫 번째 계급이 40점 이상 50점 미만이므로 계급의 크기는 10점이야. 즉, 각 계급의 크기를 10점으로 일정하게 정하고 각 점수가 속하는 계급에 학생 수를 표시해 보면 다음과 같아.

수학 점수(점)	학생 수(명)
40이상 ~ 50미만	2
50 ~ 60	2
60 ~ 70	2
70 ~ 80	3
80 ~ 90	2
90 ~ 100	4
합계	15

036 답 10점, 6개

계급의 크기는 계급의 양 끝값의 차이므로 10점이야.
이때, 계급의 개수를 모두 세어 보면 6개임을 알 수 있지.

037 답 6명

80점 이상 90점 미만이 2명, 90점 이상 100점 미만이 4명이므로 점수가 80점 이상인 학생 수는 $2+4=6$(명)이야.

038 답 ⑤

최고 나이와 최저 나이는 도수분포표를 만들기 위하여 자료에서 미리 파악하는 것이므로 도수분포표를 보고 알 수는 없어.

오|답|피|하|기

도수분포표를 만들 때, 변량의 최댓값과 최솟값을 찾아서 적절히 계급의 크기를 정한 후 각 계급에 속하는 변량의 개수를 세어 계급의 도수를 구하기 때문에 도수분포표만으로는 실제 값들을 알 수가 없어.

039 답 12명

나이가 50세 이상 60세 미만인 선생님의 도수는 A명이지?
A를 구하기 위하여 전체 도수의 합이 68명인 것을 이용하자.
$4+26+2A+A+2=68$
$3A=36$ $\quad\therefore A=12$
따라서 나이가 50세 이상 60세 미만인 선생님은 12명이야.

040 답 ③

몸무게가 50 kg 미만인 학생 수는 30 kg 이상 40 kg 미만인 학생 6명과 40 kg 이상 50 kg 미만인 학생 12명의 합이므로
$6+12=18$(명)이고 전체 학생 수는 30명이지?
따라서 구하는 백분율은 $\frac{18}{30}\times100=60(\%)$

041 답 ②

500 mL 이상 1100 mL 미만의 물을 마시는 학생 수는 500 mL 이상 800 mL 미만인 학생 4명과 800 mL 이상 1100 mL 미만인 학생 10명의 합이므로 $4+10=14$(명)이지?
이때, 전체 학생 수는 35명이므로 구하는 백분율은
$\frac{14}{35}\times100=40(\%)$

042 답 70%

30회 이상 50회 미만인 학생 수는 30회 이상 40회 미만인 학생 8명과 40회 이상 50회 미만인 학생 13명의 합이므로 $8+13=21$(명)이야. 이때, 전체 학생 수는 30명이지?
따라서 구하는 백분율은 $\frac{21}{30}\times100=70(\%)$

043 답 10%

먼저 50회 이상 60회 미만인 학생 수를 알아야지?
전체 학생 수에서 알고 있는 도수의 합을 빼면 되므로
$30-(3+8+13+3)=3$(명)
즉, 50회 이상 60회 미만인 학생 수는 3명이므로
구하는 백분율은 $\frac{3}{30}\times100=10(\%)$

044 답 $A=11$, $B=6$

80점 이상 90점 미만인 학생 수 B가 전체 40명의 15%이므로
$\frac{B}{40}\times100=15$ $\quad\therefore B=6$
A는 전체 학생 수에서 알고 있는 도수를 빼면 되므로
$A=40-(3+17+B+3)=40-(3+17+6+3)=11$

045 답 ⑤

70점 미만인 학생 수는 50점 이상 60점 미만인 학생 3명과 60점 이상 70점 미만인 학생 $A=11$명의 합이므로 $3+11=14$(명)이야. 이때, 전체 학생 수는 40명이므로 구하는 백분율은
$\frac{14}{40}\times100=35(\%)$

046 답 40명

80점 이상인 학생 수는 80점 이상 90점 미만인 학생 9명과 90점 이상 100점 미만인 학생 3명의 합이므로 $9+3=12$(명)
이것이 전체의 30%이므로
$\frac{12}{(\text{전체 학생 수})}\times100=30$
$\therefore$ (전체 학생 수)$=\frac{12\times100}{30}=40$(명)

047 답 40%

70점 미만인 학생 수가 24명이므로 70점 이상인 학생은 전체 학생 수에서 70점 미만인 학생 수를 빼면 되지? 즉, $40-24=16$(명)
따라서 16명이 전체 학생 수의 몇 %인지 구하면
$\frac{16}{40}\times100=40(\%)$

048 답 ⑤

15초 이상 16초 미만인 학생 수를 a명이라 하자.
그럼, 16초 미만인 학생 수는 14초 이상 15초 미만인 학생 2명과 15초 이상 16초 미만인 학생 a명의 합이므로 $(a+2)$명이지?
이때, $(a+2)$명이 전체 학생 수 30명에 대한 백분율이 40%이므로
$\frac{a+2}{30}\times100=40$ $\quad\therefore a=10$
따라서 전체 학생 수가 30명이므로 16초 이상 17초 미만인 학생 수는 $30-(2+10+6)=12$(명)이야.

049 답 ④

① 세로축에는 도수를 표시하지. (거짓)
② 가로축에는 각 계급의 양 끝값을 표시해. (거짓)
③ 직사각형의 세로의 길이는 도수를 나타내지? 즉, 각 직사각형의 세로의 길이의 합은 도수의 총합과 같아. 따라서 도수의 총합을 알 수 있어. (거짓)
④ 각 계급에 속하는 직사각형의 가로의 길이가 계급의 크기이므로 일정해. (참)
⑤ 도수분포표를 그래프로 표현한 것으로 도수의 분포 상태를 쉽게 파악할 수 있어. (거짓)

050 답 16

계급의 크기는 히스토그램의 각 직사각형의 가로의 길이와 같지? 따라서 계급의 크기는 $a=100-90=\cdots=50-40=10$(점)이야.
또, 계급의 개수를 세어보면 6개이므로 $b=6$
$\therefore a+b=10+6=16$

051 답 ③

40점 이상 50점 미만인 계급의 도수는 2명, 50점 이상 60점 미만인 계급의 도수는 5명, 60점 이상 70점 미만인 계급의 도수는 9명, 70점 이상 80점 미만인 계급의 도수는 8명, 80점 이상 90점 미만인 계급의 도수는 7명, 90점 이상 100점 미만인 계급의 도수는 4명이므로 이 반 학생들은 모두 $2+5+9+8+7+4=35$(명)이야.

052 답 ⑤

90점 이상인 학생 수는 4명, 80점 이상인 학생 수는 $4+7=11$(명)이므로 영어 성적이 10번째로 좋은 학생이 속하는 계급은 80점 이상 90점 미만이야.

053 답 ②

영어 성적이 60점 미만인 학생 수는 40점 이상 50점 미만인 2명과 50점 이상 60점 미만인 5명의 합인 $2+5=7$(명)이지?
이때, 전체 학생 수는 35명이므로 구하는 백분율은
$\frac{7}{35}\times100=20(\%)$

054 답 ⑤

히스토그램을 보고, 전체 학생 수, 계급의 크기, 계급의 개수, 키의 분포 상태는 알 수 있어. 그런데 키가 가장 큰 학생이 속하는 계급은 알 수 있지만 그 학생의 키는 알 수 없어.

055 답 ②

155 cm 이상 160 cm 미만인 계급의 도수는 히스토그램의 높이 8명이므로 $B=8$
즉, 키가 155 cm 이상인 학생 수는 155 cm 이상 160 cm 미만인 학생 $B=8$명과 160 cm 이상 165 cm 미만인 학생 3명의 합이므로 $8+3=11$(명)이야.

056 답 35%

145 cm 이상 150 cm 미만인 계급의 도수는 히스토그램의 높이인 9명이므로 $A=9$
즉, 키가 140 cm 이상 150 cm 미만인 학생 수는 140 cm 이상 145 cm 미만인 학생 5명과 145 cm 이상 150 cm 미만인 학생 $A=9$명의 합이므로 $5+9=14$(명)야.
이때, 전체 학생 수는 40명이므로 구하는 백분율은
$\frac{14}{40}\times100=35(\%)$

057 답 ④

수학 성적이 70점 이상인 학생 수는 70점 이상 80점 미만인 학생 수 6명, 80점 이상 90점 미만인 학생 수 6명, 90점 이상 100점 미만인 학생 수 2명이고, 계급의 크기는 10으로 일정하지?
∴ (직사각형의 넓이의 합)
=\{(계급의 크기)×(그 계급의 도수)\}의 총합
$=10\times6+10\times6+10\times2=10\times(6+6+2)=140$

058 답 ③

40점 이상 50점 미만인 계급의 도수는 4명, 50점 이상 60점 미만인 계급의 도수는 4명, 60점 이상 70점 미만인 계급의 도수는 8명, 70점 이상 80점 미만인 계급의 도수는 10명, 80점 이상 90점 미만인 계급의 도수는 6명, 90점 이상 100점 미만인 계급의 도수는 3명이므로 이 반 학생들은 모두 $4+4+8+10+6+3=35$(명)이야.

059 답 ②

60점 미만인 학생 수는 40점 이상 50점 미만인 학생 4명, 50점 이상 60점 미만인 학생 4명의 합이므로 $4+4=8$(명)이고, 계급의 크기는 10이지?
∴ (직사각형의 넓이의 합)=(계급의 크기)×(도수의 총합)
$=10\times8=80$

[다른 풀이]
(직사각형의 넓이의 합)=\{(계급의 크기)×(그 계급의 도수)\}의 총합
$=10\times4+10\times4=80$

060 답 20

도수가 가장 큰 계급은 16점 이상 18점 미만인 계급으로 도수는 10명이고, 계급의 크기는 2이므로 그 직사각형의 넓이는 $2\times10=20$

061 답 16

14점 미만인 학생 수는 10점 이상 12점 미만인 학생 2명, 12점 이상 14점 미만인 학생 6명의 합이므로 $2+6=8$(명)이고, 계급의 크기는 2이지?
∴ (직사각형의 넓이의 합)=(계급의 크기)×(도수의 총합)
$=2\times8=16$

[다른 풀이]
(직사각형의 넓이의 합)=\{(계급의 크기)×(그 계급의 도수)\}의 총합
$=2\times2+2\times6=16$

062 답 ③

계급의 크기는 2고, 각 계급의 도수는 2, 6, 7, 10, 5이므로
(직사각형의 넓이의 합)=(계급의 크기)×(도수의 총합)
$=2\times(2+6+7+10+5)=60$

P

063 답 10명

키가 160 cm 이상인 학생 수를 x명이라 하자. 이때, 전체 학생 수는 35명이고 키가 160 cm 이상인 학생 수가 전체의 40%이므로

$\frac{x}{35}\times100=40$ $\therefore x=14$

따라서 키가 160 cm 이상인 학생 수는 14명이고, 160 cm 이상 165 cm 미만인 학생 수는 14명에서 165 cm 이상 170 cm 미만인 학생 수 4명을 빼면 되므로 $14-4=10$(명)이야.

064 답 ③

(직사각형의 넓이)=(계급의 크기)×(각 계급의 도수)에 의하여 직사각형의 넓이와 도수는 정비례 관계이지?
30회 이상 40회 미만인 계급의 도수는 12명이고, 50회 이상 60회 미만인 계급의 도수를 a명이라 하면 $A:B=3:1$이므로
$12:a=3:1$ $\therefore a=4$
따라서 기록이 50회 이상 60회 미만인 학생 수는 4명이야.

[다른 풀이]
계급의 크기는 10이고, 계급 50회 이상 60회 미만의 도수를 x명이라 하면 $A=10\times12=120$, $B=10\times x=10x$
두 직사각형의 넓이의 비가 $A:B=3:1$이므로
$120:10x=3:1$ $\therefore x=4$
따라서 구하는 학생 수는 4명이야.

065 답 370

계급의 크기는 10이고, 각 계급의 도수는 2명, 12명, 12명, 7명, 4명이지?
∴ (직사각형 넓이의 합)
={(계급의 크기)×(그 계급의 도수)}의 총합
$=10\times2+10\times12+10\times12+10\times7+10\times4=370$

066 답 11명

히스토그램에서 40회 이상 45회 미만인 학생 수를 알 수 없으니까 이 계급의 도수를 x명이라 하고 도수분포표를 나타내면 다음과 같다.

20 m 왕복달리기(회)	학생 수(명)
20이상 ~ 25미만	4
25 ~ 30	6
30 ~ 35	8
35 ~ 40	10
40 ~ 45	x
45 ~ 50	3
합계	42

x의 값은 전체 학생 수에서 알고 있는 도수를 빼면 되니까
$x=42-(4+6+8+10+3)=11$
따라서 기록이 40회 이상 45회 미만인 학생 수는 11명이야.

067 답 9명

20회 이상 25회 미만인 학생 수가 전체의 10%이고 이 계급의 도수가 4명이므로 전체 학생 수를 x명이라 하면

$\frac{4}{x}\times100=10(\%)$ $\therefore x=40$

따라서 전체 학생 수가 40명이므로 기록이 40회 이상 45회 미만인 학생 수는 $40-(4+6+8+10+3)=9$(명)이야.

068 답 50가구

한 달 동안의 도시가스 사용량이 7 m³ 이상인 가구가 전체의 58%이므로 도시가스 사용량이 7 m³ 미만인 가구는 전체의 42%이지?
이때, 전체 가구 수를 n가구라 하면 7 m³ 미만인 가구 수는
$4+7+10=21$(가구)이므로
$\frac{21}{n}\times100=42(\%)$
$\therefore n=50$
따라서 연서네 아파트 단지의 전체 가구 수는 50가구야.

069 답 ①, ⑤

① 계급의 크기는 10점이야. (참)
②

수학 성적(점)	학생 수(명)
50이상 ~ 60미만	3
60 ~ 70	8
70 ~ 80	11
80 ~ 90	5
90 ~ 100	2
합계	29

따라서 전체 학생 수는 29명이야. (거짓)
③ 수학 성적이 80점 이상인 학생 수는 80점 이상 90점 미만인 학생 5명과 90점 이상 100점 미만인 학생 2명의 합이므로 $5+2=7$(명)이야. (거짓)
④ 도수가 가장 큰 계급은 도수가 11명인 70점 이상 80점 미만이야. (거짓)
⑤ ②에서 80점 이상인 학생 수가 7명이고 70점 이상인 학생 수가 $7+11=18$(명)이니까 수학 성적이 13번째인 학생이 속하는 계급은 70점 이상 80점 미만이야. (참)

070 답 32명

도수분포다각형을 도수분포표로 나타내면 다음과 같아.

100 m 달리기(초)	학생 수(명)
11이상 ~ 13미만	2
13 ~ 15	6
15 ~ 17	12
17 ~ 19	10
19 ~ 21	2
합계	32

따라서 전체 학생 수는 $2+6+12+10+2=32$(명)이야.

071 답 ⑤

기록이 15초인 학생은 15초 이상 17초 미만인 계급에 속하지? 따라서 기록이 15초인 학생이 속하는 계급의 도수는 12명이야.

072 답 ②

100 m를 15초 이내로 달리는 학생의 수는 11초 이상 13초 미만인 학생 2명과 13초 이상 15초 미만인 학생 6명의 합이므로
$2+6=8$(명)
이때, 전체 학생 수는 32명이므로 구하는 백분율은
$\frac{8}{32}\times100=25(\%)$

오|답|피|하|기

성적은 점수가 높을수록 좋은 반면에 달리기는 시간이 짧을수록 좋지?
이 문제를 성적 문제로 혼동하여 15초 이내로 달리는 학생 수를 15초 이상 17초 미만인 학생 수 12명, 17초 이상 19초 미만인 학생 수 10명, 19초 이상 21초 미만인 학생 수 2명의 합인 24명으로 하여 $\frac{24}{32}\times100=75(\%)$로 풀어서 틀리는 경우가 있어. 이런 유형의 함정에 걸려들지 않기 위해서는 습관적으로 풀지 말고 생각하면서 풀어야 해.

073 답 60명

도수분포다각형을 도수분포표로 나타내면 다음과 같아.

국어 성적(점)	학생 수(명)
60이상 ~ 70미만	20
70 ~ 80	60
80 ~ 90	100
90 ~ 100	60
합계	**240**

국어 성적이 하위 50번째인 학생이 속하는 계급은 점수가 낮은 계급부터 생각해야지?
70점 미만인 학생 수는 20명, 80점 미만인 학생 수는
$20+60=80$(명)이므로 하위 50번째인 학생이 속하는 계급은 70점 이상 80점 미만인 계급이야.
따라서 하위 50번째인 학생이 속하는 계급의 도수는 60명이야.

074 답 25%

국어 성적이 90점 이상인 학생은 60명이고
전체 학생 수 $20+60+100+60=240$(명)이므로 구하는 백분율은
$\frac{60}{240}\times100=25(\%)$

075 답 41.7%

도수가 가장 큰 계급은 80점 이상 90점 미만으로 100명이야.
이때, 전체 학생 수가 240명이므로 구하는 백분율은
$\frac{100}{240}\times100=41.66\cdots$
따라서 소수점 아래 둘째 자리에서 반올림하면 41.7%야.

076 답 ④

도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이(S)와 히스토그램의 각 직사각형의 넓이의 합(S')은 항상 같지?
$\therefore S=S'$

077 답 ④, ⑤

A와 B, C와 D, E와 F는 각각 밑변의 길이가 계급의 크기의 $\frac{1}{2}$로 같고, 높이는 두 계급의 도수의 차의 $\frac{1}{2}$로 같으므로 넓이가 같음을 알 수 있어.

078 답 ④

자료를 도수분포표로 나타내면 다음과 같아.

도서관 이용 횟수(회)	학생 수(명)
2이상 ~ 4미만	2
4 ~ 6	6
6 ~ 8	13
8 ~ 10	7
10 ~ 12	5
12 ~ 14	1
합계	**34**

도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 히스토그램의 직사각형의 넓이의 합과 같지?
∴ (구하는 넓이)=(계급의 크기)×(도수의 총합)
$=2\times34=68$

079 답 ③

도수분포다각형을 도수분포표로 나타내면 다음과 같아.

과학 성적(점)	학생 수(명)
50이상 ~ 60미만	2
60 ~ 70	8
70 ~ 80	10
80 ~ 90	8
90 ~ 100	6
합계	**34**

도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 히스토그램의 직사각형의 넓이의 합과 같지?
∴ (구하는 넓이)=(계급의 크기)×(도수의 총합)$=10\times34=340$

080 답 35명

도수분포다각형과 가로축과 둘러싸인 부분의 넓이는 히스토그램의 직사각형의 넓이의 합과 같지? 계급의 크기는 가로축에서
$5-3=7-5=\cdots=15-13=2$(회)야.
그런데 그림에서 세로축에 대한 자료가 없으니까 도수의 총합, 즉 다은이네 반의 전체 학생 수를 x명이라 하자.
이때, 도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 70이므로
(구하는 넓이)=(계급의 크기)×(도수의 총합)$=2\times x=70$
$\therefore x=35$
따라서 다은이네 반의 전체 학생 수는 35명이야.

081 답 ①

색칠한 직사각형의 세로의 길이는 4로 알고 있지만 가로의 길이는 알 수 없으므로 가로의 길이를 x라 하자. 이때, 색칠한 직사각형의 넓이가 20이므로
$4x=20 \quad \therefore x=5$
즉, 계급의 크기는 5지?
따라서 도수의 총합은 $2+6+10+6=24$(명)이고, 도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 히스토그램의 직사각형의 넓이의 합과 같으므로
(구하는 넓이)=(계급의 크기)×(도수의 총합)
$=5\times24=120$

P

082 답 (1) **12명** (2) **60%**

(1) 50 kg 이상 55 kg 미만인 계급에 속하는 학생 수를 x명이라 하면 x는 전체 학생 수 40명에서 알고 있는 도수를 빼면 되므로
$x=40-(6+10+8+4)=12$
따라서 50 kg 이상 55 kg 미만인 학생 수는 12명이야.

(2) 50 kg 이상인 학생 수는 50 kg 이상 55 kg 미만인 학생 12명, 55 kg 이상 60 kg 미만인 학생 8명, 60 kg 이상 65 kg 미만인 학생 4명의 합이므로 $12+8+4=24$(명)
따라서 구하는 백분율은 $\frac{24}{40}\times100=60(\%)$

083 답 ①

용돈이 35000원 이상 40000원 미만인 계급의 도수는 3명이고, 계급의 크기는 5천 원이므로 이 계급의 직사각형의 넓이는
$5\times3=15$ ⋯ ㉠
용돈이 25000원 이상 30000원 미만인 계급의 크기는 5천 원으로 알고 있지만 도수는 알 수 없으므로 도수를 x명이라 하면 이 계급의 직사각형의 넓이는 $5\times x=5x$ ⋯ ㉡
이때, 이 직사각형의 넓이는 35000원 이상 40000원 미만인 계급의 직사각형의 넓이의 3배이므로
$5x=3\times15$($\because$ ㉠, ㉡)　　$\therefore x=9$
따라서 도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 히스토그램의 직사각형의 넓이의 합과 같으므로
(구하는 넓이)=(계급의 크기)×(도수의 총합)
$=5\times(4+5+9+6+3+2+1)=150$

084 답 ④

50 kg 이상 60 kg 미만인 계급의 학생 수를 x명이라 하면 x는 전체 학생 수 32명에서 알고 있는 도수를 빼면 되므로
$x=32-(4+6+2)=20$
따라서 50 kg 이상 60 kg 미만인 학생 수는 20명이야.

085 답 ③

몸무게가 55 kg 이상 60 kg 미만인 학생 수를 y명이라 하자.
55 kg 이상인 학생 수는 55 kg 이상 60 kg 미만인 학생 y명과 60 kg 이상 65 kg 미만인 학생 2명의 합인 $(y+2)$명이고,
이것이 전체의 31.25%이므로 $\frac{y+2}{32}\times100=31.25$
$\therefore y=8$
55 kg 이상 60 kg 미만인 학생이 8명이므로 50 kg 이상 55 kg 미만인 학생은 50 kg 이상 60 kg 미만인 학생 수에서 55 kg 이상 60 kg 미만인 학생 수를 빼면 되지?
따라서 $20-8=12$(명)이야.

086 답 **10명**

60점 이상 70점 미만인 학생 수가 80점 이상 90점 미만인 학생 수의 $\frac{5}{4}$배이므로 80점 이상 90점 미만인 학생 수를 x명이라 하면 60점 이상 70점 미만인 학생 수는 $\frac{5}{4}x$명이야.
전체 학생 수가 40명이므로 60점 이상 70점 미만인 학생 수와 80점 이상 90점 미만인 학생 수의 합은 전체 학생 수 40명에서 알고 있는 도수를 빼면 돼.
$\frac{5}{4}x+x=40-(2+6+8+4+2)=18$
$\therefore x=8$
따라서 80점 이상 90점 미만인 학생 수가 8명이므로
60점 이상 70점 미만인 학생 수는 $\frac{5}{4}\times8=10$(명)이야.

087 답 ⑤

남학생과 여학생의 도수분포표를 구해 보자.

수학 성적(점)	여학생 수(명)	남학생 수(명)
40이상 ~ 50미만	0	2
50 ~ 60	5	5
60 ~ 70	9	6
70 ~ 80	6	9
80 ~ 90	5	4
90 ~ 100	0	4
합계	**25**	**30**

① 여학생은 25명, 남학생은 30명으로 수가 같지 않아. (거짓)
② 도수분포표를 보면 여학생은 40점 이상 50점 미만과 90점 이상 100점 미만인 계급에 속한 학생이 없지만, 남학생은 있지? 그리고 남학생의 성적이 각 계급에 속하는 학생들이 여학생보다는 잘 퍼져 있으므로 여학생의 성적보다 넓게 분포되어 있어. (거짓)
③ 여학생의 도수분포다각형이 가로축과 둘러싸인 부분의 넓이를 구하면
$10\times(0+5+9+6+5+0)=10\times25=250$
또, 남학생의 도수분포다각형이 가로축과 둘러싸인 부분의 넓이를 구하면
$10\times(2+5+6+9+4+4)=10\times30=300$
따라서 각각의 도수분포다각형이 가로축과 둘러싸인 부분의 넓이는 다르지? (거짓)
④ 성적이 80점 이상인 남학생의 수는 80점 이상 90점 미만인 남학생 수 4명과 90점 이상 100점 미만인 남학생 수 4명의 합이므로 $4+4=8$(명)
성적이 80점 이상인 여학생의 수는 80점 이상 90점 미만인 여학생 수 5명과 90점 이상 100점 미만인 여학생 수 0명의 합이므로 $5+0=5$(명)
따라서 성적이 80점 이상인 학생은 여학생이 남학생보다 적어. (거짓)
⑤ 50점 이상 60점 미만인 계급의 남학생과 여학생 수는 5명으로 같아. (참)

088 답 **A반 : 30명, B반 : 32명**

A반과 B반의 도수분포표를 구해 보자.

과학 성적(점)	A반 학생 수(명)	B반 학생 수(명)
40이상 ~ 50미만	2	3
50 ~ 60	7	5
60 ~ 70	8	9
70 ~ 80	7	6
80 ~ 90	4	5
90 ~ 100	2	4
합계	**30**	**32**

따라서 A반과 B반의 학생 수는 각각 30명, 32명이야.

089 답 28.1%

A반 전체 학생 수는 30명이고 이 중 20%인 학생 수를 a명이라 하면

$\frac{a}{30}\times100=20 \quad \therefore a=6$

즉, A반은 1등에서 6등까지 상위 20% 이내에 들지.

이때, A반에서 1~6등이 속하는 계급은 80점 이상인 계급이므로 이 성적이 B반에서 상위 몇 %인지 구해야 해.

B반에서 80점 이상인 학생이 9명이므로

$\frac{9}{32}\times100=28.125$

따라서 소수점 아래 둘째 자리에서 반올림하면 B반에서는 상위 28.1% 이내에 든다고 할 수 있어.

090 답 ⑤

A반과 B반의 도수분포표를 구해 보자.

몸무게(kg)	A반 학생 수(명)	B반 학생 수(명)
35이상 ~ 40미만	2	1
40 ~ 45	6	4
45 ~ 50	12	8
50 ~ 55	9	13
55 ~ 60	4	6
60 ~ 65	2	3
합계	35	35

① A반의 학생 수는 35명이야. (참)

② B반의 학생 수는 35명이야. (참)

③ A반과 B반 학생 전체에서 가장 많은 학생들이 속한 계급은 50 kg 이상 55 kg 미만이야. (참)

④ A반과 B반 학생 전체에서 가장 적은 학생들이 속한 계급은 35 kg 이상 40 kg 미만이지. (참)

⑤ 도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 히스토그램의 직사각형의 넓이의 합과 같으므로 A반 학생의 도수분포다각형의 넓이는 $5\times35=175$이고, B반 학생의 도수분포다각형의 넓이는 $5\times35=175$야.
따라서 각각의 도수분포다각형의 넓이는 같아. (거짓)

잘 틀리는 유형 훈련+1up

문제편 p. 190

091 답 ③

1st 주어진 줄기와 잎 그림에서 총 횟수를 구하자.

줄기와 잎 그림에서 제기차기 총 횟수는

$3+15+(10+x)+16+17+20+20+24+25+25+(30+y)+37+38+42+48$

$=370+x+y$(회)

2nd 제기차기 총횟수가 375회임을 이용하여 $x+y$의 값을 구하자.

이때, 제기차기 총횟수가 375회이므로

$370+x+y=375$

$\therefore x+y=5$

092 답 ②

1st 1, 2반의 잎의 개수가 4개 이상인 횟수의 합을 각각 구하자.

1반의 경우 줄기가 2, 3일 때이므로 그 합은

$20+22+22+28+29+32+(30+x)+36+36$

$=255+x$(회)

2반의 경우 줄기가 1, 3일 때이므로 그 합은

$15+16+16+17+30+31+35+38+39=237$(회)

2nd 조건을 만족시키는 x의 값을 구하자.

2반보다 1반이 20회 많으므로 $237+20=255+x \quad \therefore x=2$

093 답 44

1st x의 값을 구하자.

$7+15+x+3+1=35$이므로 $x=9$

2nd 해당 계급의 학생이 전체의 몇인지 구하자.

봉사활동 시간이 10시간 이상 15시간 미만인 학생은 $x=9$명이지?

이때, 전체 학생 수가 35명이므로 $\frac{b}{a}=\frac{9}{35} \quad \therefore a+b=44$

094 답 10%

1st x의 값을 구하자.

$3+8+10+x+5=30$이므로 $x=4$

2nd 도수가 가장 작은 계급의 학생을 찾아 전체의 몇 %인지 구해.

도수가 가장 작은 계급은 130 cm 이상 140 cm 미만이므로

그 계급의 학생 수는 3명이지? 이때, 전체 학생 수는 30명이므로

구하는 백분율은 $\frac{3}{30}\times100=10(\%)$

095 답 ②

1st 전체 학생 수를 구하여 70점 이상 80점 미만인 학생 수를 구하자.

도수분포표에서 수학 성적이 60점 미만인 학생 수는 30점 이상 40점 미만인 학생 2명, 40점 이상 50점 미만인 학생 3명, 50점 이상 60점 미만인 학생 5명의 합이므로 $2+3+5=10$(명)이야.

이때, 수학 성적이 60점 미만인 학생 수 10명이 전체 학생 수의 25%이므로 전체 학생 수를 x명이라 하면 $\frac{10}{x}\times100=25$

$\therefore x=40$

즉, 전체 학생 수가 40명이므로 70점 이상 80점 미만인 학생 수는

$40-(2+3+5+6+7+2)=40-25=15$(명)

2nd 50점 이상 80점 미만인 학생 수에서 50점 이상 72점 미만인 학생 수를 빼면 72점 이상 80점 미만인 학생 수가 나오지?

50점 이상 80점 미만인 학생 수는 50점 이상 60점 미만인 학생 5명, 60점 이상 70점 미만인 학생 6명, 70점 이상 80점 미만인 학생 15명의 합인 $5+6+15=26$(명)이야.

이때, 72점 이상 80점 미만인 학생 수는 50점 이상 80점 미만인 학생 26명에서 50점 이상 72점 미만인 학생 20명을 빼면 되지?

따라서 72점 이상 80점 미만인 학생 수는 $26-20=6$(명)이야.

오|답|피|하|기

갑자기 72점이라는 점수가 나와서 당황했을 거야. 모르는 값을 아는 값을 이용하여 구할 수 있다는 문제 해결 도구는 항상 강력한 힘을 발휘하지? 이 문제도 바로 그런 생각을 해야 실마리를 제대로 잡은 거야. 72점을 경계로 나뉘어지고 있고 어느 한 쪽의 값을 알고 있는 거잖아. 그럼, 나머지 부분은 전체에서 아는 한 쪽의 값을 빼면 된다는 거야.

096 답 ③

1st 전체 학생 수부터 구하자.

도수분포표에서 용돈이 20000원 미만인 학생 수는 0원 이상 10000원 미만인 학생 2명, 10000원 이상 20000원 미만인 학생 10명의 합이므로 $2+10=12$(명)이야.

따라서 한 달 용돈이 20000원 미만인 학생 수가 12명이고, 이것이 전체의 40%이므로 전체 학생 수를 x라 하므로 $\frac{12}{x}\times100=40$

$\therefore x=30$

2nd 전체 학생 수를 이용하여 a, b의 값을 각각 구하자.

주어진 도수분포표에서 전체 학생 수를 구하면

$30=2+10+9+a+3+b=24+a+b$

이때, $a=2b$이므로 $30=24+3b$ $\quad\therefore b=2$

$\therefore a=2b=2\times2=4$

3rd 50000원 미만인 학생 수에서 35000원 미만인 학생 수를 빼면 35000원 이상 50000원 미만인 학생 수가 나오지?

50000원 미만인 학생 수는 $2+10+9+4+3=28$(명)이고, 이 학생 수에서 35000원 미만인 학생 수 23명을 빼면 35000원 이상 50000원 미만인 학생 수가 나오므로 $28-23=5$(명)

097 답 ②, ⑤

1st 도수분포표에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르자.

① 계급이 너무 많으면 변량의 분포 상태를 파악하는 데 어려움이 있기 때문에 계급이 많다고 꼭 좋은 것은 아니야. (거짓)

② 도수분포표에서는 자료의 최댓값과 최솟값은 알 수가 없어. (참)

③ 일정한 계급의 간격 안에 해당되는 도수를 알 수 있어. (거짓)

④ 변량을 일정한 간격으로 나눈 구간을 계급이라 하고, 도수는 각 계급에 속하는 자료의 수를 의미해. (거짓)

⑤ 도수분포표에서 계급의 개수가 너무 적으면 자료 전체의 분포 상태를 알기 어렵기 때문에 계급의 개수는 보통 5~15개로 잡아. (참)

098 답 ②

1st 히스토그램에 대한 설명으로 옳은 것을 고르자.

① 예를 들어 성적이 떨어진 정도를 도수분포표로 나타낼 때, 직사각형의 높이가 높을수록 좋은 것은 아니지? (거짓)

② 직사각형의 높이는 도수를 나타내지? (참)

③ 직사각형의 넓이는 계급의 크기에 비례하는 것이 아니라 그 계급의 도수에 비례해. (거짓)

④ 계급의 개수가 너무 적으면 자료의 분포 상태를 제대로 파악할 수 없어. (거짓)

⑤ 히스토그램이 도수분포표보다 자료의 분포 상태를 한눈에 알아보기 좋아. (거짓)

099 답 ③

1st 히스토그램을 도수분포표로 나타내 보자.

독서량(권)	학생 수(명)
$5^{이상} \sim 10^{미만}$	5
$10 \sim 15$	7
$15 \sim 20$	9
$20 \sim 25$	5
$25 \sim 30$	3
$30 \sim 35$	1
합계	30

2nd 도수분포표를 보고 선택지의 참과 거짓을 구해 보자.

① 계급의 개수는 6개지. (참)

② 계급의 크기는 5권이야. (참)

③ 책을 가장 많이 읽은 학생이 속하는 계급은 알 수 있지만 책을 가장 많이 읽은 학생의 독서량은 알 수 없어. (거짓)

④ 책을 20권 이상 읽은 학생 수는 20권 이상 25권 미만인 학생 5명, 25권 이상 30권 미만인 학생 3명, 30권 이상 35권 미만인 학생 1명의 합인 $5+3+1=9$(명)야.

따라서 구하는 백분율은 $\frac{9}{30}\times100=30(\%)$ (참)

⑤ 30권 이상인 학생 수는 1명, 25권 이상인 학생 수는 $1+3=4$(명), 20권 이상인 학생 수는 $1+3+5=9$(명)이므로 5번째로 책을 많이 읽은 학생이 속하는 계급은 20권 이상 25권 미만이야. (참)

100 답 ②

1st 독서량이 16권인 학생이 속하는 계급의 직사각형의 넓이를 구하자.

독서량이 16권인 학생이 속하는 계급은 15권 이상 20권 미만이지?

이때, 이 계급의 도수는 9명이고 계급의 크기는 5권이므로 이 계급의 직사각형의 넓이는 $5\times9=45$야.

2nd 독서량이 29권인 학생이 속하는 계급의 직사각형의 넓이를 구하여 독서량이 16권인 학생이 속하는 계급의 직사각형의 넓이와 비교하자.

독서량이 29권인 학생이 속하는 계급은 25권 이상 30권 미만이야.

이때, 이 계급의 도수는 3명이고 계급의 크기는 5권이므로 이 계급의 직사각형의 넓이는 $5\times3=15$야.

따라서 독서량이 16권인 학생이 속하는 계급의 직사각형의 넓이는 독서량이 29권인 학생이 속하는 계급의 직사각형의 넓이의

$\frac{45}{15}=3$(배)야.

101 답 ①, ③

1st 도수분포다각형을 도수분포표로 나타내 보자.

산의 높이(m)	산의 개수(개)
$500^{이상} \sim 1000^{미만}$	11
$1000 \sim 1500$	8
$1500 \sim 2000$	9
$2000 \sim 2500$	0
$2500 \sim 3000$	2
합계	30

2nd 도수분포표를 보고 선택지의 참과 거짓을 알아보자.

① 계급의 개수는 5개지. (거짓)

② 계급의 크기는 500 m야. (참)

③ 1500 m 이상인 산의 개수는 1500 m 이상 2000 m 미만인 산 9개, 2000 m 이상 2500 m 미만인 산 0개, 2500 m 이상 3000 m 미만인 산 2개의 합이므로 $9+0+2=11$(개)이지?

도수의 총합은 이것에 1500 m 미만인 산의 개수를 더하면 $11+8+11=30$(개)이므로

$\frac{11}{30}\times100=36.66\cdots$

따라서 전체의 약 36.7%이다. (거짓)

④ 가장 높은 산이 속하는 계급은 2500 m 이상 3000 m 미만이므로 이 계급의 도수는 2개야. (참)

⑤ 산의 높이가 11번째로 높은 산이 속한 계급을 찾으려면 높은 계급부터 도수를 누적해 보면 되지.
2500 m 이상인 산은 2개, 2000 m 이상인 산은 $2+0=2$(개), 1500 m 이상인 산은 $2+0+9=11$(개)로 누적된 도수가 11개가 되는 계급은 1500 m 이상 2000 m 미만이므로 도수는 9개야. (참)

오답피하기

도수분포다각형을 볼 때, 주의해야 할 점은 양 끝의 값을 넘는 부분은 계급에 해당하지 않는다는 거야. 이 문제에서 0 m 이상 500 m 미만인 도수가 0개, 3000 m 이상 3500 m 미만인 도수가 0개라고 봐서 계급의 개수가 7개라고 하면 안 돼. 히스토그램을 도수분포다각형으로 만들 때, 어떻게 했는지 기억해 봐. 양 끝은 그냥 0으로 잡았지? 그래서 양 끝이 계급의 개수에 포함이 안 되는 거야.

102 답 ①

1st 구하는 넓이는 히스토그램의 직사각형의 넓이와 같지?

도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 히스토그램의 직사각형의 넓이와 같아.

∴ (구하는 넓이)=(계급의 크기)×(도수의 총합)
$=500\times(11+8+9+0+2)$
$=15000$

103 답 27.8%

1st 9시간 이상 10시간 미만인 학생 수를 구하자.

9시간 이상 10시간 미만인 계급의 학생 수를 x명이라 하면 두 직사각형 A, B의 넓이의 비가 $4:3$이고 10시간 이상 11시간 미만인 계급의 학생 수는 9명이므로

(A의 넓이) : (B의 넓이)$=x:9$
$=4:3$

$\therefore x=12$

즉, 9시간 이상 10시간 미만인 계급의 학생 수는 12명이다.

2nd 10시간 이상 책을 읽은 학생의 백분율을 구하자.

전체 학생 수는 $2+5+7+12+9+1=36$(명)이고, 10시간 이상 책을 읽은 학생이 $9+1=10$(명)이므로

$\frac{10}{36}\times100=27.77\cdots$

따라서 소수점 아래 둘째 자리에서 반올림하면 27.8%야.

104 답 10명

1st 전체 학생 수와 A의 넓이를 구하자.

키가 155 cm 미만인 학생이 전체 학생의 35%이므로 전체 학생 수를 x명이라 하면

$\frac{2+4+8}{x}\times100=35$

$\therefore x=40$

따라서 전체 학생 수는 40명이야.

주어진 그림이 히스토그램이므로 A와 B는 직사각형이지? 이 두 직사각형의 밑변의 길이는 계급의 크기 5 cm이고, 높이는 도수야. 이때, A, B의 도수의 합은 $40-(2+4+8+4)=22$(명)이므로 A, B의 넓이의 합은 $22\times5=110$이야.

2nd B의 넓이를 이용하여 160 cm 이상 165 cm 미만인 학생 수를 구하자.

A, B의 넓이의 비가 $6:5$이므로

B의 넓이는 $110\times\frac{5}{11}=50$

이때, B의 밑변의 길이는 계급의 크기 5 cm이고 높이는 도수이므로 B의 도수를 a명이라 하면 $5\times a=50$ $\quad\therefore a=10$

따라서 키가 160 cm 이상 165 cm 미만인 학생 수는 10명이야.

105 답 ⑤

1st 주어진 그림에서 도수를 알 수 없는 부분이 있지? 그 도수를 x명이라 놓자.

계급 35 m 이상 40 m 미만인 도수를 x명이라 하자.

수빈이네 반 학생이 모두 33명이므로 $2+8+12+x+3=33$

$\therefore x=8$

2nd 새로 온 7명의 기록에 맞는 계급의 도수를 고려하여 전체에서 차지하는 비율을 구하자.

새로 온 7명의 학생의 기록이 모두 35 m 이상 40 m 미만이므로 35 m 이상 40 m 미만인 학생 수는 8명에 7명을 더한 15명이지?

새로 7명이 더 왔으므로 전체 학생 수는 $33+7=40$(명)이야.

따라서 구하는 백분율은 $\frac{15}{40}\times100=37.5(\%)$

오답피하기

이 문제를 다음과 같이 푼 사람은 제대로 함정에 걸려든 거야.

$\frac{15}{33}\times100≒45.5(\%)$

어떤 계급의 도수가 증가하면 전체 학생 수도 증가된다는 사실을 잊고서 그냥 구하는 실수를 할 수 있어. 35 m 이상 40 m 미만인 계급의 도수가 7만큼 증가한다는 것뿐만 아니라 전체 학생 수도 7만큼 증가한다는 사실을 잊어서는 안 돼.

106 답 ③

1st 도수분포다각형을 도수분포표로 나타내 보자.

몸무게(kg)	학생 수(명)
35^이상^ ~ 40^미만^	3
40 ~ 45	6
45 ~ 50	
50 ~ 55	6
55 ~ 60	
60 ~ 65	4
합계	35

2nd 50 kg 미만인 학생 수를 구하여 전체 학생 수에 대한 백분율을 구하자.

몸무게가 55 kg 이상 60 kg 미만인 학생 수를 x명이라 하자.

x가 전체 35명의 20%이므로 $\frac{x}{35}\times100=20$ $\quad\therefore x=7$

이때, 50 kg 미만인 학생 수는 $35-(6+7+4)=18$(명)이므로 구하는 백분율은 $\frac{18}{35}\times100=51.42\cdots$

따라서 소수점 아래 둘째 자리에서 반올림하면 51.4%야.

서술형 다지기

문제편 p. 194

[107-108 채점기준표]

Ⅰ	줄기와 잎의 자료를 분석한다.	20%
Ⅱ	줄기와 잎 그림을 살펴 정리한다.	50%
Ⅲ	정리된 자료로 구하고자 하는 값을 구한다.	30%

107 답 해설 참조

먼저, 줄기를 결정하자.

주어진 자료의 최솟값은 5분이고, 최댓값은 52분이다. 이때, 줄기를 십의 자리로 하므로 줄기는 0, 1, 2, 3, 4, 5이다. … Ⅰ

그다음, 줄기와 잎 그림을 그리자.

줄기를 세로선의 왼쪽에 크기가 작은 순서대로 세로로 나열하고 각 십의 자리의 수에 해당하는 일의 자리의 수를 잎으로 하여 세로선의 오른쪽에 가로로 나열하면 줄기와 잎 그림은 다음과 같다.

인터넷 사용 시간 [0|5는 5분]

줄기	잎
0	5
1	1 3 6 8
2	2 4 6 7
3	1 3 5 7 8 9
4	4 4 5 7
5	2

… Ⅱ

그래서, 20분 이상 25분 미만인 학생 수를 구하자.

이때, 줄기와 잎 그림에서 인터넷 사용 시간이 20분 이상 25분 미만인 학생 수는 22분인 학생 1명과 24분인 학생 1명으로 $1+1=2$(명)이다. … Ⅲ

108 답 7

먼저, 줄기와 잎 그림을 숫자로 나타내자.

2|2는 22 m를 나타내므로 줄기 2, 3, 4는 십의 자리를, 잎은 일의 자리를 나타낸다. 즉,

$22,\ 20+x,\ 26,\ 27,\ 29,$

$30,\ 35,\ 30+y,\ 36,\ 36,\ 39,$

$40,\ 41,\ 45,\ 47$ … Ⅰ

그다음, 주어진 줄기와 잎 그림에서 총합을 구하자.

던지기 기록의 총합은

$22+(20+x)+26+27+29+30+35+(30+y)$

$+36+36+39+40+41+45+47$

$=503+x+y$(m) … Ⅱ

그래서, $x+y$의 값을 구하자.

이때, 던지기 기록의 총합이 510 m이므로

$503+x+y=510$

$\therefore x+y=7$ … Ⅲ

[109-110 채점기준표]

Ⅰ	짤린 부분 중 주어진 조건의 계급의 도수를 미지수로 놓자.	20%
Ⅱ	미지수 합을 구하거나 또 다른 짤린 부분의 도수를 구한다.	40%
Ⅲ	구하고자 하는 값을 계산한다.	40%

109 답 12명

먼저, 1.4 L 이상 1.8 L 미만인 학생 수를 미지수로 놓자.

마시는 물의 양이 1.4 L 이상 1.8 L 미만인 학생 수를 x명이라 하자. … Ⅰ

그다음, 1.4 L 이상 1.8 L 미만인 학생 수를 구하자.

전체 학생 수는 30명이고 마시는 물의 양이 1.4 L 이상 1.8 L 미만인 학생 수가 전체의 30%이므로

$\frac{x}{30}\times100=30 \qquad \therefore x=9$

따라서 마시는 물의 양이 1.4 L 이상 1.8 L 미만인 학생 수는 9명이다. … Ⅱ

그래서, 1.4 L 미만인 학생 수를 구하자.

마시는 물의 양이 1.4 L 이상인 학생 수가 $9+5+4=18$(명)이므로 마시는 물의 양이 1.4 L 미만인 학생 수는 $30-18=12$(명)이다. … Ⅲ

110 답 25%

먼저, 운동 시간이 6시간 이상 8시간 미만인 학생 수를 구하자.

운동 시간이 6시간 이상 8시간 미만인 학생 수를 x명이라 하면 8시간 미만인 학생이 전체의 60%이므로

$\frac{4+8+x}{40}\times100=60$

$\therefore x=12$

운동 시간이 6시간 이상 8시간 미만인 학생 수는 12명이다. … Ⅰ

그다음, 운동 시간이 8시간 이상 10시간 미만인 학생 수를 구하자.

운동 시간이 8시간 이상 10시간 미만인 학생 수는

$40-(4+8+12+4+2)=10$(명)이다. … Ⅱ

그래서, 운동 시간이 8시간 이상 10시간 미만인 학생은 전체의 몇 %인지 구하자.

따라서 운동 시간이 8시간 이상 10시간 미만인 학생 수는 전체의

$\frac{10}{40}\times100=25(\%)$이다. … Ⅲ

111 답 8

전체 도시의 수가 30개이므로 $x+8+7+3+y=30$에서

$x+y=12$ … Ⅰ

이때, 4일 미만인 계급의 도수 x개와 16일 이상인 계급의 도수 y개의 비가 5 : 1이므로

$x=12\times\frac{5}{6}=10$

$y=12\times\frac{1}{6}=2$ … Ⅱ

$\therefore x-y=10-2=8$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	전체 도수의 총합을 이용하여 $x+y$의 값을구한다.	30%
Ⅱ	x, y의 값을 각각 구한다.	50%
Ⅲ	$x-y$의 값을 계산한다.	20%

112 답 8명

20회 이상 30회 미만인 계급의 도수는 20회 이상 25회 미만의 학생 4명과 25회 이상 30회 미만의 학생 6명의 합이므로

$4+6=10$(명) … Ⅰ

20회 이상 30회 미만인 계급의 학생 수가 전체의 25%이므로 전체 학생 수를 x명이라 하면

$\frac{10}{x}\times100=25$

$\therefore x=40$

즉, 전체 학생 수는 40명이다. … Ⅱ

따라서 40회 이상 45회 미만인 학생 수는

$40-(4+6+8+10+4)=8$(명)이다. … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	주어진 계급의 도수의 합을 구한다.	20%
Ⅱ	전체 도수의 총합을 구한다.	60%
Ⅲ	40회 이상 45회 미만인 학생 수를 구한다.	20%

113 답 17명

계급별 도수를 구해 보면

15분 이상 20분 미만인 학생 수는 3명

20분 이상 25분 미만인 학생 수는 7명

25분 이상 30분 미만인 학생 수는 13명

30분 이상 35분 미만인 학생 수는 17명

35분 이상 40분 미만인 학생 수는 10명 … Ⅰ

여기서 30분 미만인 학생 수는 $3+7+13=23$(명),

35분 미만인 학생 수는 $3+7+13+17=40$(명)이므로

기록이 30번째로 좋은 학생이 속하는 계급은 30분 이상 35분 미만인 계급이다. … Ⅱ

따라서 이 계급의 도수는 17명이다. … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	계급별 도수를 정리한다.	40%
Ⅱ	30번째로 좋은 기록이 속하는 계급을 찾는다.	40%
Ⅲ	해당 계급의 도수를 구한다.	20%

114 답 7등에서 16등 사이

남학생 중 점수가 높은 순으로 18등인 학생이 속하는 계급은

90점 이상 100점 미만인 학생 수는 5명,

80점 이상 90점 미만인 학생 수는 8명,

70점 이상 80점 미만인 학생 수는 11명이므로

남학생 중 18등은 70점 이상 80점 미만인 계급에 속한다. … Ⅰ

여학생 중

90점 이상 100점 미만인 학생 수는 1명,

80점 이상 90점 미만인 학생 수는 5명,

70점 이상 80점 미만인 학생 수는 10명이다. … Ⅱ

따라서 남학생 중 점수가 높은 순으로 18등인 학생은 여학생의 성적과 비교하면 여학생의 7등에서 16등 사이에 속한다. … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	18등인 남학생의 계급을 찾는다.	40%
Ⅱ	이 계급에 속하는 여학생의 수를 구한다.	20%
Ⅲ	비교하여 등수를 구한다.	40%

최고난도 만점 문제

문제편 p. 196

115 답 ⑤

1st 3번째, 15번째로 큰 학생이 속한 계급을 찾자.

키가 큰 순서대로 누적하여 도수를 나타내면 3번째와 15번째로 큰 학생이 속한 계급을 찾을 수 있겠지?

키(cm)	학생 수(명)	누적(명)
$170^{이상}$ ~ $175^{미만}$	1	1
165 ~ 170	4	5
160 ~ 165	8	13
155 ~ 160	12	25
150 ~ 155	7	32
145 ~ 150	2	34
140 ~ 145	1	35
합계	35	

2nd 각 계급의 직사각형의 넓이를 구하여 몇 배인지 계산해.

키가 15번째로 큰 학생이 속하는 계급은 155 cm 이상 160 cm 미만이고, 이 계급의 직사각형의 넓이는 $5\times12=60$이야.

또한, 33번째로 큰 학생이 속하는 계급은 145 cm 이상 150 cm 미만이고, 이 계급의 직사각형의 넓이는 $5\times2=10$이지.

따라서 키가 15번째로 큰 학생이 속하는 계급의 직사각형의 넓이는 33번째로 큰 학생이 속하는 계급의 직사각형의 넓이의

$60\div10=6$(배)야.

> ★ **히스토그램의 직사각형의 넓이**
>
> 넓이를 일일이 구하지 않아도, 도수만으로도 몇 배인지 쉽게 알 수 있어. 왜냐구? 계급의 크기는 일정하므로 넓이는 도수에만 영향을 받거든. 따라서 도수만으로 키가 15번째로 큰 학생이 속하는 계급의 직사각형의 넓이는 키가 33번째로 큰 학생이 속하는 계급의 직사각형의 넓이의 $12\div2=6$(배)임을 알 수 있지.

116 답 4명

1st 각 문제의 점수에 따른 맞힌 문제를 도수분포표로 알아보자.

문제 A는 2점, 문제 B는 3점, 문제 C는 5점이므로 각 득점에 대하여 맞힌 문제는 다음과 같아.

득점(점)	맞힌 문제	학생 수(명)
10	A, B, C	7
8	B, C	6
7	A, C	10
5	A, B 또는 C	12
3	B	3
2	A	2

2nd 문제 C만 맞힌 학생 수를 구하자.

문제 C의 정답자가 27명이라 했는데 10점, 8점, 7점을 받은 학생은 문제 C를 반드시 맞혀야지?

따라서 문제 C만 맞힌 학생 수를 구하면

$27-(7+6+10)=4$(명)

117 답 21명

1st 20분 미만인 계급에 대한 백분율로 이 계급의 도수를 구해.

진료 대기 시간이 10분 이상 20분 미만인 환자 수를 x명이라 하면 20분 미만의 시간을 기다린 환자의 수는 x명이지?

조사에 참여한 전체 환자의 수가 50명이고, 20분 미만의 시간을 기다린 환자의 수가 전체 환자 수의 34%이므로

$\frac{x}{50}\times100=34$

$\therefore x=17$(명)

2nd 20분 이상 30분 미만인 환자의 수를 구해.

따라서 20분 이상 30분 미만인 환자의 수는 전체 환자의 수 50명에서 알고 있는 도수를 빼면 되므로

$50-(17+7+3+2)=21$(명)

118 답 ⑤

1st 먼저 지워진 부분의 도수를 구하자.

80점 이상인 학생 수는 80점 이상 90점 미만인 학생 수 5명과 90점 이상 100점 미만인 학생 수 2명의 합인 $5+2=7$(명)이야.

이때, 80점 이상인 학생 수가 전체의 28%이므로

전체 학생 수를 x명이라 하면

$\frac{7}{x}\times100=28$

$\therefore x=25$

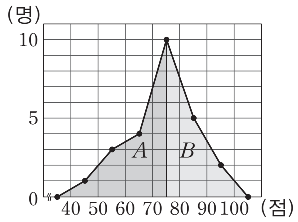
따라서 전체 학생 수는 25명이므로 70점 이상 80점 미만인 학생 수는

$25-(1+3+4+5+2)=10$(명)

2nd 도수가 가장 큰 계급의 꼭짓점에서 가로축에 수선을 그어보자.

도수가 가장 큰 계급은 학생 수가 10명일 때, 즉 70점 이상 80점 미만인 계급이지?

따라서 70점 이상 80점 미만인 계급의 꼭짓점에서 가로축에 수선을 그리면 그림과 같아.



3rd 두 부분 A, B의 넓이의 비를 구하자.

도수분포다각형의 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 히스토그램의 직사각형의 넓이와 같으므로

A의 넓이는

$10\times(1+3+4)+5\times10=80+50=130$

B의 넓이는

$5\times10+10\times(5+2)=50+70=120$

$\therefore A : B=130 : 120$

$=13 : 12$

119 답 36%

1st 먼저, 남학생과 여학생의 도수분포표를 나타내고 이를 이용하여 남학생 수를 구하자.

남학생과 여학생의 도수분포표를 구해 보자.

볼링 점수(점)	남학생 수(명)	여학생 수(명)
60이상 ~ 80미만	2	1
80 ~ 100	1	2
100 ~ 120	5	4
120 ~ 140	8	7
140 ~ 160		5
160 ~ 180	3	1
합계		20

여학생 수는 20명이고 남학생의 계급 140점 이상 160점 미만의 도수를 x명이라 하면 남학생 수는 $(19+x)$명이지?

이때, 남학생 수가 여학생 수보다 5명이 많으므로

$20+5=19+x$

$\therefore x=6$

2nd 여학생의 점수가 상위 10% 이내에 드는 점수에서 남학생의 점수가 상위 몇 % 이내에 드는지 구하자.

여학생 점수가 상위 10%인 학생수는 $20\times\frac{10}{100}=2$(명)이므로 여학생의 기록에서 1등과 2등까지 상위 10% 이내에 들지?

이때의 계급이 140점 이상이므로 남학생의 기록에서 $(3+x)$명이야.

즉, $x=6$이므로

$\frac{3+x}{19+x}\times100=\frac{9}{25}\times100=36(\%)$

따라서 남학생의 기록에서 상위 36% 이내에 든다고 할 수 있어.

Q 상대도수와 그 그래프

개념 다지기 **001~017** 정답은 p. 7에 있습니다.

유형 다지기 학교시험+학력평가

문제편 p. 200

018 답 ④

도수의 총합은 300명이고 남학생이 180명, 여학생이 120명이라지?

(남학생의 상대도수)$=\frac{180}{300}=0.6$

(여학생의 상대도수)$=\frac{120}{300}=0.4$

019 답 ③

보라네 반 학생 30명의 혈액형을 조사한 것이므로 도수의 총합은 30명이고 이 중에서 B형인 학생은 6명이지?

$\therefore$ (B형인 학생의 상대도수)$=\frac{6}{30}=0.2$

020 답 A 학교

A 학교와 B 학교의 안경을 쓴 학생의 비율을 구해 보자.

A 학교는 전체 학생이 400명이고 안경을 쓴 학생이 130명이므로

$\frac{130}{400}=0.325$

B 학교는 전체 학생이 500명이고 안경을 쓴 학생이 150명이므로

$\frac{150}{500}=0.3$

따라서 안경을 쓴 학생의 비율은 A 학교가 더 높아.

021 답 ③

주어진 히스토그램에서 전체 학생 수는

$2+8+11+6+3=30$(명)이야.

이때, 과학 성적이 80점 이상인 학생 수는 80점 이상 90점 미만인 학생 6명과 90점 이상 100점 미만인 학생 3명의 합인 $6+3=9$(명)이야.

$\therefore$ (80점 이상인 계급의 상대도수)$=\frac{9}{30}=0.3$

022 답 ⑤

먼저 도수분포다각형에서 전체 도수를 구해 보자.

(도수의 총합)$=1+3+8+12+9+7=40$(명)

이때, 수면 시간이 8시간 이상인 학생 수는 8시간 이상 9시간 미만의 학생 9명, 9시간 이상 10시간 미만의 학생 7명의 합인 $9+7=16$(명)이야.

따라서 수면 시간이 8시간 이상인 계급의 상대도수는

$\frac{16}{40}=0.4$

023 답 ③

구하는 계급의 도수를 x라 하자.

어떤 계급의 상대도수는

$\frac{x}{80}=0.15$

$\therefore x=0.15\times80=12$

따라서 상대도수가 0.15인 계급의 도수는 12야.

024 답 ④

상대도수가 0.2인 계급의 도수가 10명이므로

도수의 총합는 $\frac{10}{0.2}=50$(명)

따라서 상대도수가 0.34인 계급의 도수는

$0.34\times50=17$(명)

025 답 ④

도수가 16일 때, 상대도수가 0.32이므로 도수의 총합은

$\frac{16}{0.32}=50$

이때, 도수가 7인 계급의 상대도수는

$a=\frac{7}{50}=0.14$

또, 계급의 상대도수가 0.18인 도수는

$b=50\times0.18=9$

$\therefore a+b=0.14+9=9.14$

026 답 ⑤

상대도수의 총합은 1이니까 키가 170 cm 이상인 학생의 상대도수는 $1-0.76=0.24$이지?

이때, 전체 학생 수가 200명이므로 키가 170 cm 이상인 학생 수는 $200\times0.24=48$(명)

027 답 ②

도수의 총합에 대한 자료의 도수의 비를 상대도수라 해.

따라서 도수의 총합이 다른 두 자료를 비교할 때는 상대도수로 비교하면 가장 편리하겠지?

028 답 ④

도수의 총합이 50이므로 각 계급의 상대도수를 구하자.

① $A=\frac{5}{50}=0.1$ (참)

② $B=\frac{16}{50}=0.32$ (참)

③ $C=\frac{25}{50}=0.5$ (참)

④ $D=\frac{4}{50}=0.08$ (거짓)

⑤ $E=A+B+C+D$

$=0.1+0.32+0.5+0.08=1$ (참)

[다른 풀이]

⑤ 상대도수의 총합은 항상 1이지? 즉, $E=1$이야. (참)

029 답 ③

전체 학생 수가 50명이고 각 계급의 상대도수가 주어져 있으므로 각 계급의 도수를 구할 수 있어. 이때, 35 m 이상의 던지기 기록을 가지고 있는 학생 수는 35 m 이상 40 m 미만인 계급의 도수와 40 m 이상 45 m 미만인 계급의 도수를 합하면 되지?
따라서 35 m 이상 40 m 미만인 계급의 도수는 $50\times0.22=11$(명)이고 40 m 이상 45 m 미만인 계급의 도수는 $50\times0.08=4$(명)이므로 35 m 이상의 던지기 기록을 가지고 있는 학생 수는
$11+4=15$(명)이야.

[다른 풀이]

35 m 이상인 계급의 상대도수를 모두 더한 후 던지기 기록이 35 m 이상인 학생 수를 구할 수도 있어. 즉, 35 m 이상 40 m 미만인 계급의 상대도수 0.22와 40 m 이상 45 m 미만인 계급의 상대도수 0.08의 합인 $0.22+0.08=0.3$에 대한 도수를 구하면 $50\times0.3=15$(명)

030 답 40명

0시간 이상 4시간 미만일 때, 도수가 4명이고 상대도수는 0.1이므로 도수의 총합은
$\frac{4}{0.1}=40$(명)

031 답 ②

도수의 총합이 40명이고 4시간 이상 8시간 미만인 계급의 도수가 6명이므로 이 계급의 상대도수는 $\frac{6}{40}=0.15$

$\therefore A=0.15$

032 답 ⑤

① B는 상대도수가 0.25이고 도수의 총합이 40명이므로 $\frac{B}{40}=0.25$

$\therefore B=10$ (참)

② C는 도수가 8명인 계급의 상대도수이므로 $C=\frac{8}{40}=0.2$ (참)

③ D는 상대도수가 0.3이고 도수의 총합이 40명이므로 $\frac{D}{40}=0.3$

$\therefore D=12$ (참)

④ E는 도수의 총합이므로 $E=40$ (참)

⑤ 상대도수의 총합은 항상 1이므로 $F=1$ (거짓)

033 답 ④

봉사활동 시간이 12시간 이상인 학생의 상대도수는 12시간 이상 16시간 미만의 상대도수 0.2와 16시간 이상 20시간 미만의 상대도수 0.3의 합인 $0.2+0.3=0.5$야.
따라서 봉사활동 시간이 12시간 이상인 학생은 전체의
$0.5\times100=50(\%)$이야.

오|답|피|하|기

전체의 몇 %를 차지하느냐는 전체를 100으로 봤을 때, 그 중 얼마인지를 묻는 거야. 그런데 상대도수는 전체를 1로 봤을 때, 전체에서 얼마를 차지하는지를 보여주는 거지.
그래서 (상대도수)$\times100$을 하면 몇 %인지 바로 알 수 있어.

034 답 $A=0.2$, $B=10$, $C=0.175$

80 kg 이상 90 kg 미만인 계급에 속하는 도수는 3명이고 상대도수는 0.075이므로 도수의 총합은 $\frac{3}{0.075}=40$(명)

$\therefore A=\frac{8}{40}=0.2$, $B=40\times0.25=10$, $C=\frac{7}{40}=0.175$

035 답 50 kg 이상 60 kg 미만, 30%

주어진 상대도수의 분포표에서 가장 큰 도수는 12명이고 그때의 계급은 50 kg 이상 60 kg 미만이야.
이때, 상대도수는 $\frac{12}{40}=0.3$이므로 전체의 $0.3\times100=30(\%)$이야.

036 답 24%

주어진 상대도수의 분포표에서 도수와 상대도수가 모두 주어진 80점 이상 90점 미만인 계급에서 윤이네 반 전체 학생 수부터 구하자.
도수의 총합은 $\frac{23}{0.46}=50$(명)
즉, 전체 학생 수가 50명이므로 70점 이상 80점 미만인 계급의 상대도수는 $\frac{10}{50}=0.2$
따라서 70점 미만인 계급의 상대도수는
$1-(0.2+0.46+0.1)=0.24$
이므로 $0.24\times100=24(\%)$이야.

037 답 45 kg 이상 50 kg 미만, 55 kg 이상 60 kg 미만

도수분포표를 이용하여 상대도수의 분포표를 만들어 보자.

몸무게(kg)	상대도수	
	1반	2반
45이상 ~ 50미만	$\frac{8}{80}=0.1$	$\frac{7}{50}=0.14$
50 ~ 55	$\frac{22}{80}=0.275$	$\frac{11}{50}=0.22$
55 ~ 60	$\frac{16}{80}=0.2$	$\frac{12}{50}=0.24$
60 ~ 65	$\frac{26}{80}=0.325$	$\frac{16}{50}=0.32$
65 ~ 70	$\frac{8}{80}=0.1$	$\frac{4}{50}=0.08$
합계	1	1

따라서 2반의 상대도수가 1반의 상대도수보다 더 큰 계급은 45 kg 이상 50 kg 미만, 55 kg 이상 60 kg 미만인 계급이야.

038 답 1학년

1학년의 남학생 수와 여학생 수가 각각 60명, 140명이므로 1학년 전체 학생 수는 $60+140=200$(명)이고, 2학년의 남학생 수와 여학생 수가 각각 70명, 180명이므로 2학년 전체 학생 수는
$70+180=250$(명)이야. 이를 이용하여 각 학년의 남학생의 상대도수를 구해 보면

(1학년 남학생의 상대도수)$=\frac{60}{200}=0.3$

(2학년 남학생의 상대도수)$=\frac{70}{250}=0.28$

따라서 남학생의 비율은 1학년이 더 높아.

039 답 2반

1반과 2반의 상대도수의 분포표를 만들어 보자.

과학 성적(점)	상대도수	
	1반	2반
50^{이상} ~ 60^{미만}	$\frac{5}{50}=0.1$	$\frac{4}{40}=0.1$
60 ~ 70	$\frac{11}{50}=0.22$	$\frac{6}{40}=0.15$
70 ~ 80	$\frac{16}{50}=0.32$	$\frac{13}{40}=0.325$
80 ~ 90	$\frac{12}{50}=0.24$	$\frac{10}{40}=0.25$
90 ~ 100	$\frac{6}{50}=0.12$	$\frac{7}{40}=0.175$
합계	1	1

따라서 두 반의 80점 이상인 상대도수는 1반이 $0.24+0.12=0.36$, 2반이 $0.25+0.175=0.425$이므로 80점 이상인 학생은 2반이 상대적으로 많아.

040 답 ⑤

두 반 A, B의 도수의 총합의 비가 $2:3$이므로 도수의 총합은 각각 $2a$, $3a$(a는 0이 아닌 상수)야. 또, 두 반 A, B의 어떤 계급의 도수의 비가 $3:5$이므로 어떤 계급의 도수는 각각 $3b$, $5b$(b는 0이 아닌 상수)야. 따라서 이 계급의 상대도수의 비는

$\frac{3b}{2a}:\frac{5b}{3a}=\frac{3}{2}:\frac{5}{3}=9:10$

041 답 ③

0이 아닌 두 상수 a, b에 대하여 도수의 총합을 각각 $4a$, $3a$, 어떤 계급의 도수를 각각 $2b$, $5b$라 하면 이 계급의 상대도수의 비는

$\frac{2b}{4a}:\frac{5b}{3a}=\frac{1}{2}:\frac{5}{3}=3:10$

042 답 ⑤

0이 아닌 두 상수 a, b에 대하여 남녀 학생 수를 각각 $2a$, $3a$, 어떤 계급의 남녀 상대도수를 각각 $4b$, $5b$라 하면 그 계급의 도수의 비는

$2a\times4b:3a\times5b=8ab:15ab=8:15$

043 답 150명

4시간 이상 6시간 미만의 도수 18명과 상대도수 0.12를 이용하여 전체 학생 수를 구할 수 있어.

따라서 전체 학생 수는 $\frac{18}{0.12}=150$(명)이야.

044 답 0.16

50점 이상 60점 미만의 도수 16명과 상대도수 0.32가 주어졌으므로 이 반 전체 학생 수를 구할 수 있어.

전체 학생 수는 $\frac{16}{0.32}=50$(명)

따라서 60점 이상 70점 미만인 계급의 도수가 8명이므로 그 계급의 상대도수는 $\frac{8}{50}=0.16$

045 답 8

10 이상 15 미만의 도수 10과 이 계급의 상대도수 0.25를 이용하여 도수의 총합을 구하면 $\frac{10}{0.25}=40$

이때, 15 이상 20 미만인 계급의 상대도수가 0.2이므로 그 계급의 도수는 $40\times0.2=8$

046 답 15명

학생 50명의 사회 성적을 조사한 것이니까 도수의 총합은 50명이지? 이때, 80점 이상인 계급의 상대도수는 80점 이상 90점 미만의 상대도수 0.2와 90점 이상 100점 미만의 상대도수 0.1의 합 $0.2+01=0.3$이므로 사회 성적이 80점 이상인 학생 수는 $50\times0.3=15$(명)야.

047 답 ②

상대도수의 그래프에서 65점 이상 70점 미만인 계급의 상대도수가 0.15이고, 이때의 학생 수는 3명이므로 이 반의 학생 수는

$\frac{3}{0.15}=20$(명)

048 답 ④

전체 학생 수가 20명이고 70점 이상 75점 미만인 계급의 상대도수가 0.35이지? 따라서 그 계급의 학생 수는

$20\times0.35=7$(명)

049 답 ②

영어 성적이 70점 미만인 계급의 상대도수는 60점 이상 65점 미만의 상대도수 0.05와 65점 이상 70점 미만의 상대도수 0.15의 합인 $0.05+0.15=0.2$야.

따라서 영어 성적이 70점 미만인 학생 수는 $20\times0.2=4$(명)

050 답 0.15

70점 이상 80점 미만인 계급의 상대도수를 a라 하면 상대도수의 총합은 1이므로

$0.1+0.2+0.1+0.3+a+0.1+0.05=1$, $0.85+a=1$

$\therefore a=0.15$

051 답 14명

수면 시간이 5시간 이상 6시간 미만인 계급의 상대도수는

$1-(0.1+0.2+0.3+0.05)=0.35$

이때, 수면 시간이 4시간 이상 5시간 미만인 계급의 도수와 상대도수가 각각 8명, 0.2이므로 전체 학생 수는 $\frac{8}{0.2}=40$(명)이야.

따라서 수면 시간이 5시간 이상 6시간 미만인 학생 수는

$40\times0.35=14$(명)이야.

[다른 풀이]

상대도수와 도수는 정비례하므로 수면 시간이 5시간 이상 6시간 미만인 학생 수를 x명이라 하면

$8:0.2=x:0.35$, $0.2x=2.8$ $\quad\therefore x=14$

따라서 구하는 학생 수는 14명이야.

052 답 16명

70점 이상 80점 미만인 계급의 상대도수는 60점 이상 70점 미만인 계급의 상대도수의 2배이므로 60점 이상 70점 미만인 계급의 상대도수를 a라 하면 70점 이상 80점 미만인 계급의 상대도수는 $2a$이지?

이때, 상대도수의 총합은 1이므로 $0.1+a+2a+0.2+0.1=1$
$\therefore\ a=0.2$
즉, 60점 이상 70점 미만인 계급의 상대도수 0.2이고 70점 이상 80점 미만인 계급의 상대도수는 0.4야. 90점 이상인 학생 수가 4명이고 상대도수의 그래프에서 이 계급의 상대도수가 0.1이므로 전체 학생 수는 $\frac{4}{0.1}=40$(명)이야. 따라서 70점 이상 80점 미만인 학생 수는 $40\times0.4=16$(명)이야.

053 답 ④

① 상대도수는 각 계급의 도수에 정비례해. 따라서 상대도수가 가장 큰 계급이 도수도 가장 크겠지? 즉, A 학교에서 도수가 가장 큰 계급의 상대도수는 0.4야. (참)
② B 학교에서 상대도수가 가장 큰 계급은 12시간 이상 15시간 미만이야. (참)
③ 계급의 크기는 3시간이고, 계급의 개수는 5개지? (참)
④ 전체 도수를 모르는 두 집단에서 어떤 계급의 상대도수만으로는 그 계급의 도수를 비교할 수 없어. (거짓)
⑤ 상대도수만으로 두 자료의 전체 도수를 비교할 수는 없어. (참)

054 답 42명

50 kg 미만인 계급은 35 kg 이상 40 kg 미만, 40 kg 이상 45 kg 미만, 45 kg 이상 50 kg 미만이고, 이때의 1반의 상대도수는 각각 0.04, 0.12, 0.22이므로 50 kg 미만인 상대도수는
$0.04+0.12+0.22=0.38$
2반의 상대도수는 각각 0.06, 0.14, 0.26이므로 50 kg 미만인 상대도수는 $0.06+0.14+0.26=0.46$
따라서 1반, 2반에서 몸무게가 50 kg 미만인 학생 수는 각각
$50\times0.38=19$(명), $50\times0.46=23$(명)이므로
몸무게가 50 kg 미만인 학생 수는 $19+23=42$(명)

055 답 1반

1반의 50 kg 미만인 상대도수가 0.38이므로 50 kg 이상인 상대도수는 $1-0.38=0.62$
2반의 50 kg 미만인 상대도수가 0.46이므로 50 kg 이상인 상대도수는 $1-0.46=0.54$
따라서 50 kg 이상인 학생은 상대적으로 1반이 더 많아.

잘 틀리는 유형 훈련 +1up

문제편 p. 206

056 답 ⑤

1st 도수의 총합부터 구하자.
주어진 히스토그램을 도수분포표로 나타내 보자.

달리기 기록(초)	학생 수(명)
14^{이상} ~ 15^{미만}	2
15 ~ 16	4
16 ~ 17	8
17 ~ 18	5
18 ~ 19	1
합계	20

도수분포표에서 도수의 총합은 $2+4+8+5+1=20$(명)이야.

2nd (어떤 계급의 상대도수)$=\dfrac{(\text{그 계급의 도수})}{(\text{도수의 총합})}$를 이용하여 상대도수를 구하자.
16초 이상 18초 미만인 계급의 학생 수는 16초 이상 17초 미만의 학생 수 8명과 17초 이상 18초 미만의 학생 수 5명의 합과 같지? 따라서 16초 이상 18초 미만의 학생 수는 $8+5=13$(명)이므로 그 계급의 상대도수는 $\frac{13}{20}=0.65$

오답피하기
주어진 계급의 상대도수를 구하려면 그 계급의 도수와 도수의 총합을 알고 있어야 해. 그리고 문제 풀이에 있어서 어떤 계급의 상대도수를 구하는 공식을 기억하고 있으면 좋지만 기억이 나지 않는다면 상대도수의 의미를 생각해 봐. 어떤 계급의 상대도수란 전체를 1로 봤을 때, 그 계급이 차지하는 비율이야.

057 답 ④

1st 주어진 도수분포다각형을 이용해 도수의 총합은 구하자.
50점 이상 60점 미만인 계급의 도수는 2명, 60점 이상 70점 미만인 계급의 도수는 7명, 70점 이상 80점 미만인 계급의 도수는 15명, 80점 이상 90점 미만인 계급의 도수는 9명, 90점 이상 100점 미만인 계급의 도수는 7명이므로 도수의 총합은
$2+7+15+9+7=40$(명)
2nd 80점 이상인 계급의 상대도수를 구하자.
80점 이상인 계급의 도수는 80점 이상 90점 미만인 계급의 도수 9명과 90점 이상 100점 미만인 계급의 도수 7명의 합이므로
$9+7=16$(명)
따라서 80점 이상인 계급의 상대도수는 $\frac{16}{40}=0.4$

058 답 20명

1st 도수와 상대도수가 모두 주어진 계급을 이용하여 도수의 총합을 구하자.
45 kg 이상 50 kg 미만인 계급의 도수는 4명이고 상대도수는 0.2야.
따라서 도수의 총합은 $\frac{4}{0.2}=20$(명)

059 답 $A=5,\ B=0.25,\ C=0.15,\ D=1$

1st 주어진 조건과 도수의 총합을 이용하여 각각을 구하자.
도수의 총합이 20명이고 55 kg 이상 60 kg 미만인 계급의 도수는 A이므로 $4+7+A+1+3=20$
$\therefore\ A=5$
55 kg 이상 60 kg 미만인 계급의 도수가 5이므로 그 계급의 상대도수는 $B=\frac{5}{20}=0.25$
65 kg 이상 70 kg 미만인 계급의 도수가 3이므로 그 계급의 상대도수는 $C=\frac{3}{20}=0.15$
D는 상대도수의 총합이지? 그런데 상대도수의 총합은 항상 1이므로 $D=1$

오답피하기
어떤 계급의 상대도수는 도수의 전체를 1로 봤을 때 그 계급이 차지하는 비율을 의미해. 이것을 기억하고 있으면 어떤 계급의 도수, 상대도수, 도수의 총합을 구하는 건 어렵지 않아. 또한, 전체를 1로 봤으니까 상대도수의 총합은 항상 1이야.

060 답 $A=0.26,\ B=19,\ C=1$

1st 도수의 총합을 먼저 구하자.

30분 이상 40분 미만인 계급의 도수가 9명이고 상대도수가 0.18이므로 도수의 총합은 $\frac{9}{0.18}=50$(명)

이때, 10분 이상 20분 미만인 계급의 도수가 13명이므로 그 계급의 상대도수는 $A=\frac{13}{50}=0.26$

20분 이상 30분 미만인 계급의 상대도수가 0.38이므로 그 계급의 도수는 $B=50\times0.38=19$

또, 상대도수의 총합은 항상 1이므로 $C=1$

061 답 $34\,\%$

1st 통학 시간이 20분 미만인 계급의 상대도수를 구하자.

0분 이상 10분 미만인 계급의 상대도수가 0.08이고 10분 이상 20분 미만인 계급의 상대도수는 $A=0.26$이므로 20분 미만인 계급의 상대도수는 $0.08+0.26=0.34$

따라서 그 계급의 학생은 전체의 $0.34\times100=34(\%)$야.

062 답 8권 이상 10권 미만, 14권 이상 16권 미만

1st 도수분포표를 이용하여 상대도수의 분포표를 나타내자.

주어진 도수분포표를 이용하여 상대도수의 분포표를 만들면 다음과 같아.

권수(권)	상대도수	
	1반	2반
6이상 ~ 8미만	$\frac{4}{40}=0.1$	$\frac{6}{50}=0.12$
8 ~ 10	$\frac{12}{40}=0.3$	$\frac{14}{50}=0.28$
10 ~ 12	$\frac{14}{40}=0.35$	$\frac{18}{50}=0.36$
12 ~ 14	$\frac{6}{40}=0.15$	$\frac{9}{50}=0.18$
14 ~ 16	$\frac{4}{40}=0.1$	$\frac{3}{50}=0.06$
합계	1	1

2nd 각 계급의 상대도수의 크기를 비교하자.

구해야 하는 것이 1반의 상대도수가 2반의 상대도수보다 더 큰 계급이므로 그 계급은 8권 이상 10권 미만, 14권 이상 16권 미만이야.

063 답 26등

1st 남수네 반에서 7등인 학생이 속하는 계급을 찾자.

남수네 반 50명 중 7등인 학생이 속하는 계급을 구하자.

$\frac{7}{50}=0.14$이고 90점 이상인 계급의 상대도수는 0.08, 80점 이상인 계급의 상대도수는 $0.28+0.08=0.36$이므로 남수네 반에서 7등인 학생은 80점 이상 90점 미만인 계급에 속해.

2nd 애니네 반에서 80점 이상인 학생은 최소 몇 등인지 알아보자.

애니네 반에서 80점 이상인 계급은 80점 이상 90점 미만인 계급과 90점 이상 100점 미만인 계급의 합이므로 애니네 반에서 80점 이상인 계급의 상대도수는 $0.525+0.125=0.65$야. 이때, 애니네 반 학생 수는 40명이므로 애니네 반에서 80점 이상인 학생은 $40\times0.65=26$(명)이야.

따라서 남수네 반에서 7등인 학생과 국어 성적이 같은 계급인 학생은 애니네 반에서 최소 26등이야.

064 답 0.16

1st 도수의 총합을 구하자.

14초 이상 15초 미만인 계급의 도수와 상대도수가 각각 3명, 0.12이므로 도수의 총합은 $\frac{3}{0.12}=25$(명)

2nd 상대도수를 구하자.

15초 이상 16초 미만인 계급의 도수가 4명이므로 그 계급의 상대도수는 $\frac{4}{25}=0.16$

065 답 12명

1st 전체 학생 수를 구하자.

0개 이상 20개 미만인 계급의 도수 6명과 상대도수 0.1이 주어졌으므로 민선이네 반 전체 학생 수는 $\frac{6}{0.1}=60$(명)이야.

2nd 20개 이상 40개 미만인 계급의 상대도수를 찾아 이 계급의 학생 수를 구해.

또, 문자 메시지를 40개 이상 보낸 학생이 전체의 70 %이므로 문자 메시지를 40개 이상 보낸 계급의 상대도수는 0.7이야. 이때, 상대도수의 총합은 1이므로 20개 이상 40개 미만의 문자 메시지를 보낸 계급의 상대도수는 $1-(0.1+0.7)=0.2$야.

따라서 20개 이상 40개 미만인 계급의 학생 수는 $60\times0.2=12$(명)이야.

Q

066 답 0.4

1st 도수와 상대도수와의 관계를 생각하자.

상대도수는 도수의 크기에 정비례하지? 즉, 그래프에서 상대도수가 가장 큰 계급이 도수도 가장 커. 따라서 상대도수가 가장 큰 계급은 도수가 가장 크므로 구하는 계급은 70점 이상 80점 미만인 계급으로 이 계급의 상대도수는 0.4야.

067 답 25명

1st 도수의 총합과 어떤 계급의 상대도수가 주어지면 그 계급의 도수를 구할 수 있어.

60점 이상 70점 미만인 계급의 상대도수가 0.25이고 도수의 총합은 100명이므로 이 계급의 도수는

$100\times0.25=25$(명)

068 답 $40\,\%$

1st 70점 미만인 계급의 상대도수를 구하자.

70점 미만인 계급의 상대도수는 40점 이상 50점 미만인 계급의 상대도수 0.05, 50점 이상 60점 미만인 계급의 상대도수 0.1, 60점 이상 70점 미만인 계급의 상대도수 0.25의 합이므로

$0.05+0.1+0.25=0.4$

따라서 70점 미만인 학생은 전체의 $0.4\times100=40(\%)$이야.

오|답|피|하|기

전체의 몇 %라는 말은 전체를 100이라 했을 때 100 중에 얼마나 차지하는지를 묻는 거야. 그런데 어떤 계급의 상대도수는 전체를 1이라 했을 때 그 계급이 1 중에 얼마를 차지하는지를 나타내는 비율이지. 따라서 몇 %인지 구하라는 말이 나오면 상대도수를 구하여 100을 곱하면 돼.

069 답 28명

1st 도수의 총합이 200명임을 이용하자.
도수의 총합 200명이고 90점 이상 100점 미만인 계급의 상대도수가 0.1이므로 그 계급의 학생 수는 $200\times0.1=20$(명)이야.
또, 40점 이상 50점 미만인 계급의 상대도수는 0.04이므로 그 계급의 학생 수는 $200\times0.04=8$(명)이지?
따라서 구하는 학생 수의 합은 $20+8=28$(명)

070 답 60명

1st 사회 성적이 80점 이상인 계급의 상대도수를 구하자.
사회 성적이 80점 이상인 계급은 80점 이상 90점 미만인 계급과 90점 이상 100점 미만인 계급의 합이야. 이 두 계급의 상대도수가 각각 0.2, 0.1이므로 성적이 80점 이상인 학생 수에 대한 상대도수는 $0.2+0.1=0.3$이야.
따라서 성적이 80점 이상인 학생 수는 $200\times0.3=60$(명)

071 답 14명

1st 전체 학생 수부터 구하자.
55 kg 이상 60 kg 미만인 학생 수가 4명이고 이때의 상대도수가 0.1이므로 이 반의 전체 학생 수는 $\frac{4}{0.1}=40$(명)이야.
2nd 상대도수의 합은 항상 1이지?
주어지지 않은 45 kg 이상 50 kg 미만인 계급의 상대도수를 a라 하면 각 계급의 상대도수는 0.05, 0.2, a, 0.3, 0.1이고 상대도수의 총합은 항상 1이므로 $0.05+0.2+a+0.3+0.1=1$
$\therefore a=0.35$
3rd 45 kg 이상 50 kg 미만인 계급의 도수를 구하자.
도수의 총합은 40명이고 45 kg 이상 50 kg 미만인 계급의 상대도수가 0.35이므로 이 계급의 도수는 $40\times0.35=14$(명)
따라서 45 kg 이상 50 kg 미만에 속하는 학생 수는 14명이야.

오|답|피|하|기

찢어진 그래프라고 하여 어렵게 생각할 필요 없어. 상대도수의 개념만 정확히 알고 있다면 찢어진 부분의 상대도수도 쉽게 구할 수 있지. 상대도수의 총합은 1이라는 걸 잊지 않도록 해.

072 답 10명

1st 주어진 조건을 이용하여 전체 학생 수를 구하자.
55 kg 이상 60 kg 미만인 계급의 상대도수는 0.2이고 도수는 8명이므로 전체 학생 수는 $\frac{8}{0.2}=40$(명)이야.
2nd 상대도수의 총합은 1이야.
40 kg 이상 45 kg 미만인 계급의 상대도수를 a라 하면 상대도수의 총합은 $0.1+a+0.3+0.25+0.2=1$이지?
따라서 $a=0.15$이므로 40 kg 이상 45 kg 미만인 계급의 상대도수는 0.15야.
3rd 45 kg 미만인 계급의 도수를 구하자.
45 kg 미만인 계급의 상대도수는 35 kg 이상 40 kg 미만인 계급의 상대도수 0.1과 40 kg 이상 45 kg 미만인 계급의 상대도수 $a=0.15$의 합이야.
따라서 45 kg 미만인 계급의 상대도수는 $0.1+0.15=0.25$이므로 45 kg 미만인 학생 수는 $40\times0.25=10$(명)

073 답 2반

1st 상대도수의 의미를 이해해.
어떤 계급의 상대도수는 전체를 1로 봤을 때 그 계급의 도수가 1 중 얼마만큼을 차지하느냐를 보는 척도가 되지?
2nd 1반, 2반의 80점 이상의 상대도수는 합하여 학생 비율을 비교해.
1반의 80점 이상인 학생의 비율은 80점 이상 90점 미만의 상대도수 0.16, 90점 이상 100점 미만의 상대도수 0.04의 합이므로 0.2이고, 2반의 80점 이상인 학생의 비율은 80점 이상 90점 미만의 상대도수 0.34, 90점 이상 100점 미만의 상대도수 0.15의 합이므로 0.49야.
따라서 80점 이상인 학생의 비율은 상대적으로 1반보다 2반이 더 높지.

074 답 ㄴ

1st A 학교와 B 학교의 전체 학생 수는 달라.
ㄱ. A 학교는 B 학교보다 과학 성적에 대한 60점 이상 70점 미만인 계급의 상대도수가 커. 그런데 조건에서 두 학교의 전체 학생 수는 다르다고 했지? 도수의 총합이 다른 두 집단을 비교할 때, 상대도수가 크다고 해서 도수가 크다고 말할 수는 없어. (거짓)
2nd 성적이 더 좋다는 의미를 그래프에서 해석해 보자.
ㄴ. A 학교에 비하여 B 학교의 그래프가 오른쪽으로 더 치우쳐 있지? 따라서 B 학교의 과학 성적이 더 좋다고 할 수 있어. (참)
3rd 80점 이상인 학생의 비율을 구해 보자.
ㄷ. 각 학교에서 과학 성적이 80점 이상인 학생이 전체에서 차지하는 비율은 80점 이상 90점 미만인 계급의 상대도수와 90점 이상 100점 미만인 계급의 상대도수의 합이야. 따라서 두 학교의 80점 이상인 학생이 전체에서 차지하는 비율을 구해 보면 A 학교는 $0.2+0.1=0.3$이고, B 학교는 $0.34+0.2=0.54$이므로 과학 성적이 80점 이상인 학생의 비율은 B 학교가 더 높아. (거짓)
따라서 옳은 것은 ㄴ이야.

서술형 다지기

문제편 p. 210

[075-076 채점기준표]

Ⅰ	상대도수의 총합을 이용한다.	30%
Ⅱ	조건으로 주어진 계급의 상대도수를 이용한다.	30%
Ⅲ	구하고자하는 도수를 계산한다.	40%

075 답 4개

먼저, A의 값을 구하자.
상대도수의 총합은 1이므로
$A=1-(0.16+0.24+0.32)=1-0.72=0.28$ … Ⅰ
그다음, 도수의 총합을 구하자.
4월부터 6월까지 나오는 신제품의 개수가 7개이므로 도수의 총합은
$\frac{7}{0.28}=25$(개) … Ⅱ

그래서, 가장 적게 나오는 기간의 신제품의 개수를 구하자.

상대도수는 각 계급의 도수에 정비례하므로 신제품이 가장 적게 나오는 기간은 상대도수가 가장 작은 1월~3월이다. 따라서 가장 적게 나오는 기간의 신제품의 개수는 $0.16\times25=4$(개)이다. … Ⅲ

076 답 18명

먼저, A형, B형의 상대도수를 각각 $2a$, $3a$라 하고 상수 a의 값을 구하자.

A형과 B형의 학생 수의 비가 $2:3$이므로 A형과 B형의 상대도수를 각각 $2a$, $3a$라 하면 상대도수의 총합은 항상 1이므로

$2a+3a+0.26+0.14=1$, $5a=1-0.4=0.6$

$\therefore a=\frac{0.6}{5}=0.12$ … Ⅰ

그다음, B형의 상대도수를 구하자.

즉, B형의 상대도수는 $3a=3\times0.12=0.36$ … Ⅱ

그래서, B형인 학생의 수를 구하자.

이 학교의 학생 수는 50명이므로 B형인 학생 수는

$50\times0.36=18$(명) … Ⅲ

[077-078 채점기준표]

Ⅰ	짤린 부분의 상대도수를 구한다.	40%
Ⅱ	조건으로 주어진 계급의 상대도수를 이용한다.	20%
Ⅲ	해당 계급의 백분율(학생 수)을 구한다.	40%

077 답 50%

먼저, 70점 이상 80점 미만인 계급의 상대도수를 구하자.

상대도수의 총합은 1이므로 70점 이상 80점 미만인 계급의 상대도수는 $1-(0.05+0.2+0.25+0.15)=0.35$ … Ⅰ

그다음, 70점 이상인 계급의 상대도수의 합을 구하자.

70점 이상인 계급의 상대도수의 합은 $0.35+0.15=0.5$ … Ⅱ

그래서, 70점 이상인 학생은 전체의 몇 %인지 구하자.

따라서 70점 이상인 학생은 전체의 $0.5\times100=50(\%)$이다. … Ⅲ

078 답 10명

먼저, 70점 이상 80점 미만인 계급의 상대도수를 구하자.

상대도수의 총합은 1이므로 70점 이상 80점 미만인 계급의 상대도수는 $1-(0.05+0.1+0.25+0.15+0.1)=0.35$ … Ⅰ

그다음, 전체 학생 수를 구하자.

도수가 가장 큰 계급은 상대도수가 가장 큰 계급이고 상대도수가 가장 큰 계급은 상대도수가 0.35인 70점 이상 80점 미만이다.

이때, 전체 학생 수는 $\frac{14}{0.35}=40$(명) … Ⅱ

그래서, 60점 이상 70점 미만인 학생 수를 구하자.

60점 이상 70점 미만인 계급의 상대도수가 0.25이므로 그 계급의 학생 수는 $40\times0.25=10$(명) … Ⅲ

079 답 40분 이상 60분 미만인 계급의 상대도수 : 0.28
60분 이상 80분 미만인 계급의 도수 : 16명

(i) 100분 이상 120분 미만인 계급의 도수가 3명이고 상대도수가 0.06이므로 전체 학생 수는 $\frac{3}{0.06}=50$(명) … Ⅰ

40분 이상 60분 미만인 계급의 상대도수는 $\frac{14}{50}=0.28$ … Ⅱ

(ii) 상대도수의 총합은 1이므로 60분 이상 80분 미만인 계급의 상대도수는

$1-(0.12+0.28+0.22+0.06)=1-0.68=0.32$

따라서 60분 이상 80분 미만인 계급의 도수는

$50\times0.32=16$(명) … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	전체 학생 수를 구한다.	20%
Ⅱ	40분 이상 60분 미만인 계급의 상대도수를 구한다.	30%
Ⅲ	60분 이상 80분 미만인 계급의 도수를 구한다.	50%

080 답 (1) $A=4$, $B=6$, $C=3$ (2) 0.36 (3) 0.18

(1) 도수의 총합이 50명이므로 $A=50\times0.08=4$, $B=50\times0.12=6$

이때, C는 도수의 총합에서 알고 있는 도수를 빼면 되므로

$C=50-(2+4+11+15+9+6)=3$ … Ⅰ

(2) 도수의 총합이 50명이고 키가 160 cm 이상인 학생 수는 160 cm 이상 165 cm 미만의 학생 9명, 165 cm 이상 170 cm 미만의 학생 6명, 170 cm 이상 175 cm 미만의 학생 3명의 합인 18명이다.

따라서 키가 160 cm 이상인 학생의 상대도수는 $\frac{18}{50}=0.36$ … Ⅱ

(3) 170 cm 이상인 학생이 3명, 165 cm 이상인 학생이 $3+6=9$(명), 160 cm 이상인 학생이 $3+6+9=18$(명)이므로 키가 10번째로 큰 학생이 속하는 계급은 160 cm 이상 165 cm 미만인 계급이다.

따라서 이 계급의 상대도수는 $\frac{9}{50}=0.18$이야. … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	A, B, C의 값을 각각 구한다.	40%
Ⅱ	키가 160 cm 이상인 학생의 상대도수를 구한다.	20%
Ⅲ	키가 10번째로 큰 학생의 계급의 상대도수를 구한다.	40%

081 답 계급 : 90점 이상 100점 미만, 상대도수 : 0.1

60점 이상 70점 미만인 계급의 도수와 상대도수가 각각 8명, 0.2이므로 전체 학생 수는 $\frac{8}{0.2}=40$(명) … Ⅰ

50점 이상 60점 미만인 계급의 상대도수가 0.05이므로

$A=40\times0.05=2$

짤린 부분에서 80점 이상 90점 미만은 16명이고, 90점 이상 100점 미만은 $40-(2+8+10+16)=4$(명)이다. … Ⅱ

따라서 도수가 4명인 계급은 90점 이상 100점 미만이고

이 계급의 상대도수는 $\frac{4}{40}=0.1$이다. … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	전체 학생 수를 구한다.	30%
Ⅱ	도수가 4명인 계급을 구한다.	40%
Ⅲ	도수가 4명인 계급의 상대도수를 구한다.	30%

Q

082 답 (1) 해설 참조 (2) **10명** (3) **60%**

(1) 각 계급의 상대도수를 차례로 구하면
0.1, 0.2, 0.1, 0.3, 0.15, 0.1, 0.05 … Ⅰ

(2) 도수의 총합은 50명이고 40점 이상 50점 미만인 계급의 상대도수는 0.2이므로 이 계급에 속하는 학생 수는 $50\times0.2=10$(명) … Ⅱ

(3) 60점 이상인 학생의 백분율은
$(0.3+0.15+0.1+0.05)\times100=0.6\times100=60(\%)$ … Ⅲ

[채점기준표]

Ⅰ	각 계급의 상대도수를 구한다.	30%
Ⅱ	40점 이상 50점 미만인 계급의 학생 수를 구한다.	40%
Ⅲ	60점 이상인 학생의 백분율을 구한다.	30%

최고난도 만점 문제

문제편 p. 212

083 답 **0.3**

1st 40명의 45%는 몇 명일까?

수학 성적이 70점 미만인 학생 수를 x명이라 하면 전체 학생 수가 40명이므로

$\frac{x}{40}\times100=45 \quad \therefore x=18$

수학 성적이 70점 미만인 학생 수가 18명이야.

2nd 70점 이상 80점 미만인 학생 수를 구하자.

70점 미만인 학생 수가 18명이고 50점 이상 60점 미만인 학생 수가 7명이므로 60점 이상 70점 미만인 학생 수는 $18-7=11$(명)이야.
또, 70점 미만인 학생 수가 18명이고 전체 학생 수가 40명이므로 70점 이상인 학생 수는 $40-18=22$(명)이지? 이때, 80점 이상 90점 미만인 학생 수가 6명, 90점 이상 100점 미만인 학생 수가 4명이므로 70점 이상 80점 미만인 학생 수는 $22-(6+4)=12$(명)야.

3rd 70점 이상 80점 미만인 계급의 상대도수를 구하자.

70점 이상 80점 미만인 학생 수는 12명이고 전체 학생 수는 40명이므로 구하는 상대도수는

$\frac{12}{40}=0.3$

084 답 **6**

1st 50점 이상 60점 미만인 계급의 1반, 2반의 상대도수를 각각 구하자.

1반의 도수의 총합은 50명이고 1반의 50점 이상 60점 미만인 계급의 도수가 5이므로 그 계급의 상대도수는

$\frac{5}{50}=0.1$

이때, 2반의 50점 이상 60점 미만인 계급의 상대도수를 a라 하면

$2:3=0.1:a$

$\therefore a=\frac{3}{2}\times0.1=0.15$

2nd A의 값을 구하자.

따라서 2반의 도수의 총합은 40명이므로

$A=0.15\times40=6$

085 답 ④

1st 상대도수의 총합은 항상 1이지?

10회 이상 12회 미만인 계급의 상대도수가 찢어져 있지? 이 계급의 상대도수를 a라 하면

$a=1-(0.04+0.06+0.14+0.22+0.1+0.08)=0.36$

2nd 도수의 총합을 구하자.

이때, 8회 이상 10회 미만인 계급의 상대도수가 0.22이고 도수가 11명이므로 도수의 총합은 $\frac{11}{0.22}=50$(명)

3rd 10회 이상 14회 미만인 계급의 도수를 구하자.

10회 이상 12회 미만인 계급의 상대도수가 0.36이고 12회 이상 14회 미만인 계급의 상대도수가 0.1이므로 10회 이상 14회 미만인 계급의 상대도수는 $0.36+0.1=0.46$이야.
따라서 10회 이상 14회 미만인 학생 수는 $50\times0.46=23$(명)

086 답 **A 중학교**

1st 인터넷 사용 시간이 더 길다는 의미를 그래프에서 해석해 보자.

A 중학교의 그래프가 B 중학교의 그래프보다 오른쪽으로 더 치우쳐 있지? 따라서 A 중학교 학생들의 인터넷 사용 시간이 더 길다고 할 수 있어.

087 답 **같다**

1st 상대도수의 총합은 항상 1이지?

상대도수의 그래프와 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 히스토그램에서 각 직사각형의 넓이의 합과 같아. 이때, 두 그래프의 계급의 크기는 같고 상대도수의 총합은 항상 1이므로 두 상대도수의 그래프와 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 각각 같아.

088 답 $\boldsymbol{\frac{100x+47y}{150}}$

1st 도수의 총합과 어떤 계급의 상대도수가 주어지면 그 계급의 도수를 구할 수 있지?

도수의 총합이 각각 47, 50, 53인 세 모둠의 계급 A에 대한 상대도수가 각각 x, $2y$, $x-y$이므로 세 모둠의 계급 A에 대한 도수는 각각 $47\times x=47x$, $50\times2y=100y$, $53\times(x-y)=53x-53y$야.

2nd 세 모둠의 도수의 총합에 대한 계급 A의 상대도수를 구하자.

세 모둠의 도수의 총합이 각각 47, 50, 53이므로 세 모둠의 도수의 총합은 $47+50+53=150$이야.
따라서 구하는 상대도수는

$\frac{47x+100y+53x-53y}{150}=\frac{100x+47y}{150}$