수학을 심플하고 쉽게!

심플자이스토리

개념 28

연산 729

유형 68

개념 ▶ 연산 ▶ 유형으로 심플하고 쉽게 공부한다!

[해설편]

중등 수학 3·하

자이스토리 · 수경출판사

심플 자이스토리 빠른 정답

V 삼각비

A 삼각비

[개념 이해]

01 c　02 b　03 $\overline{AB}$　04 ×　05 ○　06 ○
07 ×

[개념 연산 훈련]

08 $\sin A=\frac{5}{13}$, $\cos A=\frac{12}{13}$, $\tan A=\frac{5}{12}$

09 $\sin A=\frac{4}{5}$, $\cos A=\frac{3}{5}$, $\tan A=\frac{4}{3}$

10 $\frac{1}{2}$　11 $\frac{\sqrt{3}}{2}$　12 $\frac{\sqrt{3}}{2}$　13 $\frac{1}{2}$　14 $\frac{\sqrt{3}}{3}$　15 $\sqrt{3}$

16 $\frac{2\sqrt{13}}{13}$　17 $\frac{3\sqrt{13}}{13}$　18 $\frac{3}{2}$　19 $x=8$

20 $x=2\sqrt{2}$　21 $\frac{1}{2}$　22 $\sqrt{3}$　23 $\sqrt{2}$　24 1

25 $\frac{3}{4}$　26 $\frac{3}{4}$　27 1

[개념 필수 유형 잡기]

28 ④　29 $\frac{8}{17}$　30 ①, ⑤　31 $\frac{3}{10}$　32 ④

33 16　34 ②　35 $\cos A=\frac{4}{5}$, $\sin C=\frac{4}{5}$, $\tan C=\frac{4}{3}$

36 ⑤　37 $\frac{2}{3}$　38 $\frac{7}{5}$

39 90°, $\angle BCD$, $\angle BCD$, $\overline{BD}$, $\overline{CD}$, $\overline{BD}$

40 ③, ⑤　41 $\frac{4}{5}$　42 ③　43 ①　44 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

45 ⑤　46 ⑤　47 ④　48 30°　49 10°　50 30°

51 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+3$　52 ④　53 ③

B 원을 이용한 삼각비

[개념 이해]

01 $\overline{AB}$, $\overline{AB}$　02 $\overline{OB}$, $\overline{OB}$　03 $\overline{CD}$, $\overline{CD}$
04 ○　05 ×　06 ×　07 ×

[개념 연산 훈련]

08 ○　09 ×　10 ×　11 ○　12 ×　13 ○
14 0.56　15 0.83　16 0.67　17 0.83　18 0.56　19 1
20 0　21 0　22 1　23 2　24 $<$　25 $>$
26 $<$　27 0.5299　28 0.8290　29 0.6494
30 0.5736

[개념 필수 유형 잡기]

31 ④　32 ⑤　33 ③　34 ④　35 ③　36 1.83
37 ④　38 ④　39 ⑤　40 ②, ③　41 ③
42 ③　43 ⑤　44 ③　45 ⑤　46 ②　47 ③
48 ④　49 ⑤　50 ①　51 23°　52 22°　53 24°
54 1.3779　55 1.401　56 0.414
57 ⑤　58 232.89

내신 대비 연습 문제 A ~ B

01 ①　02 ③　03 ③　04 ④　05 $\frac{8}{17}$　06 ④
07 ②　08 $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$　09 $y=\sqrt{3}x+4\sqrt{3}$　10 ③
11 7.9　12 ③　13 ①　14 60°　15 34°
16 36.325

C 삼각비와 도형의 길이

[개념 이해]

01 $c\sin B$, $c\cos B$ 02 $a\tan B$, $\frac{a}{\cos B}$
03 $\frac{b}{\tan B}$, $\frac{b}{\sin B}$ 04 ○ 05 ○ 06 ×
07 ×

[개념 연산 훈련]

08 $b\sin A$ 09 $\frac{c}{b}$, $b\cos A$ 10 $\frac{a}{c}$, $c\tan A$
11 $b\sin C$ 12 $\frac{a}{b}$, $b\cos C$ 13 $\frac{c}{a}$, $a\tan C$
14 10, 5 15 10, $5\sqrt{3}$ 16 $3\sqrt{3}$ cm
17 3 cm 18 6 cm 19 $3\sqrt{7}$ cm
20 6 21 6 22 $4\sqrt{3}$ 23 $2\sqrt{3}$

[개념 필수 유형 잡기]

24 ① 25 12.5 26 ② 27 1.62 28 ① 29 ①, ②
30 ③ 31 ① 32 ③ 33 100 cm^3 34 ③
35 ④ 36 ⑤ 37 23.2 m 38 5.9 m
39 ④ 40 ⑤ 41 $4\sqrt{5}$ 42 60°, 3, $3\sqrt{3}$, 6, $3\sqrt{7}$
43 $2\sqrt{41}$ m 44 ② 45 $2\sqrt{3}$
46 $x=6\sqrt{2}$, $y=6+6\sqrt{3}$

D 삼각비의 응용

[개념 이해]

01 $\frac{1}{2}ac\sin B$ 02 $\frac{1}{2}ac\sin(180^\circ-B)$ 03 ○
04 ○

[개념 연산 훈련]

05 (가) $\frac{\sqrt{3}}{3}\left(=\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ (나) $\sqrt{3}$ (다) 16 (라) $4\sqrt{3}$
06 (가) 1 (나) $\frac{\sqrt{3}}{3}\left(=\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ (다) 2 (라) $3+\sqrt{3}$
07 (가) 30 (나) 10 (다) 20
08 (가) $\frac{1}{2}ab\sin(180^\circ-x)$ (나) $ab\sin(180^\circ-x)$
09 (가) ab (나) $\frac{1}{2}$ (다) $\frac{1}{2}ab$

[개념 필수 유형 잡기]

10 ③ 11 60° 12 45° 13 $\sqrt{3}h$ 14 h
15 $\frac{9(\sqrt{3}-1)}{2}$ 16 ⑤ 17 ① 18 $21\sqrt{3}$ 19 ⑤
20 ④ 21 ③ 22 $\angle CAH=45^\circ$ 23 $\sqrt{3}h$ 24 h
25 $3\sqrt{3}+3$ 26 ⑤ 27 $8\sqrt{3}$ 28 $6\sqrt{3}$ cm^2
29 2 cm^2 30 ⑤ 31 ② 32 ③ 33 ①
34 $\frac{1+4\sqrt{3}}{2}$ 35 ⑤ 36 ③ 37 ① 38 ③
39 ⑤ 40 ① 41 ⑤ 42 ③ 43 ② 44 ④
45 ⑤ 46 ② 47 ② 48 ② 49 ① 50 ⑤
51 ④

내신 대비 연습 문제 C ~ D

01 ② 02 5.4 03 $9\sqrt{3}$ m 04 $48\sqrt{3}$ cm^3
05 $5\sqrt{2}$ 06 ⑤ 07 12 08 ④ 09 ③
10 $3\sqrt{3}+6$ 11 $12\sqrt{3}$ cm^2 12 ②

대단원 총정리 문제 V 삼각비

01 ④ 02 ② 03 $8+2\sqrt{10}$ 04 $-\frac{1}{2}$
05 ④ 06 $\frac{5\sqrt{29}}{29}$ 07 ①, ⑤ 08 ③
09 1.38 10 ⑤ 11 ④ 12 2 13 50°
14 14.46 15 ② 16 ① 17 $9\sqrt{3}\pi$ cm^3 18 ⑤
19 (가) $\frac{\sqrt{3}}{2}x$ (나) $\frac{1}{2}x$ (다) 20 (라) $20(\sqrt{3}-1)$
20 ④ 21 ③ 22 ① 23 ⑤ 24 ④
25 $18\sqrt{3}$ cm^2

Ⅵ 원의 성질

E 원과 직선

[개념 이해]

01 수직이등분 02 $\overline{CD}$, $\overline{OM}$ 03 같다 04 ○
05 ○ 06 ×

[개념 연산 훈련]

07 $x=4$ 08 $x=5$ 09 $x=16$ 10 $x=3$
11 $x=2\sqrt{55}$ 12 $x=5$ 13 $x=5$ 14 $60°$
15 $120°$ 16 $y=6$

[개념 필수 유형 잡기]

17 ② 18 16 cm 19 5 cm 20 $\sqrt{34}$ 21 $2\sqrt{3}$ cm
22 ② 23 ① 24 15 25 3 26 ②
27 ② 28 $3\sqrt{3}$ cm^2 29 2 cm 30 ②
31 $\frac{34}{3}$ cm 32 6.5 cm 33 ④ 34 ②
35 4 cm 36 10 cm 37 ⑤ 38 ③ 39 ④
40 ④

F 원과 직선의 활용-삼각형

[개념 이해]

01 $\overline{BE}$, $\overline{CF}$ 02 $\overline{AF}$, 5 03 $\overline{BD}$, 5, 7
04 $\overline{CE}$, 7, 3 05 ○ 06 ○ 07 × 08 ×
09 ○

[개념 연산 훈련]

10 $a=5$, $b=4$, $c=3$ 11 $a=8$, $b=4$, $c=9$
12 $x=12$ 13 $x=13$ 14 $x=3$ 15 1
16 2 17 3 18 2

[개념 필수 유형 잡기]

19 3 cm 20 ⑤ 21 $x=9$ 22 ③ 23 ④
24 ③ 25 2 cm 26 10 cm 27 3 cm 28 ①
29 4 cm 30 6 cm^2 31 ④

G 원과 직선의 활용-사각형

[개념 이해]

01 대변 02 외접한다 03 $\overline{CD}$, $\overline{BC}$, 8, 10, 5
04 $\overline{CD}$, $\overline{BC}$, 5, $x+6$, 3 05 ○ 06 × 07 ○
08 ○ 09 ×

[개념 연산 훈련]

10 $x=7$ 11 $x=18$ 12 $x=6$ 13 3 cm 14 7 cm
15 $x=7$ 16 $x=2$ 17 $x=2$ 18 $x=10$

[개념 필수 유형 잡기]

19 ④ 20 4 21 ① 22 $x=7$ 23 ② 24 14 cm
25 3 26 3 cm 27 16π cm^2 28 ② 29 3 cm
30 15 cm 31 24 cm^2

내신 대비 연습 문제 E~G

01 $x=4\sqrt{3}$ 02 $x=\frac{15}{2}$ 03 ④ 04 8
05 ① 06 24 cm 07 $28°$ 08 $110°$
09 9 cm 10 3 cm 11 $\frac{15}{2}$ cm 12 ②
13 $x=5$ 14 7 cm 15 1 cm 16 6 cm

H 원주각

[개념 이해]

01 원주각 02 같다 03 $90°$ 04 같다 05 ○
06 × 07 ○ 08 ○

[개념 연산 훈련]

09 $29°$ 10 $60°$ 11 $80°$ 12 $60°$ 13 $82°$ 14 $34°$
15 $120°$ 16 $105°$ 17 $50°$ 18 $\angle x=30°$, $\angle y=60°$
19 $58°$ 20 $30°$ 21 $30°$ 22 $48°$

[개념 필수 유형 잡기]

23 ③ 24 ③ 25 ② 26 ① 27 ⑤ 28 65°
29 80° 30 46° 31 64° 32 ④ 33 26° 34 ①
35 ② 36 ① 37 ③ 38 $\frac{\sqrt{7}}{4}$ 39 ② 40 $2\sqrt{33}$
41 64° 42 ④ 43 ④ 44 ② 45 ③ 46 ⑤

내신 대비 연습 문제 H

01 ④ 02 60° 03 ④ 04 ② 05 11π
06 180° 07 ① 08 40° 09 55° 10 ② 11 ⑤
12 $\angle A=60^\circ$, $\angle B=80^\circ$, $\angle C=40^\circ$ 13 32° 14 ④
15 ② 16 ②

I 원주각의 활용 – 사각형

[개념 이해]

01 ADB 02 원 03 180° 04 내접한다
05 ○ 06 × 07 ○ 08 ○

[개념 연산 훈련]

09 ㉡, ㉢ 10 ㉠, ㉣ 11 $\angle x=92^\circ$, $\angle y=70^\circ$
12 $\angle x=78^\circ$, $\angle y=102^\circ$ 13 ㉠, ㉡, ㉢ 14 ㉣
15 60° 16 110° 17 100°

[개념 필수 유형 잡기]

18 ④ 19 ② 20 ④ 21 78° 22 ④ 23 108°
24 ⑤ 25 ② 26 24° 27 70° 28 100° 29 ⑤
30 ③ 31 ③ 32 ① 33 64° 34 73° 35 ④
36 84° 37 ④, ⑤ 38 70° 39 ①
40 $\angle x=25^\circ$, $\angle y=110^\circ$ 41 ② 42 ④

J 원주각의 활용 – 접선과 현

[개념 이해]

01 원주각의 크기 02 접선 03 해설 참조
04 해설 참조 05 해설 참조 06 ○ 07 ×
08 ○

[개념 연산 훈련]

09 72° 10 78° 11 88° 12 33° 13 80° 14 50°
15 65° 16 90° 17 ○ 18 ○ 19 ○ 20 ×
21 ○ 22 $\angle BTQ$, $\angle DCT$, 엇각

[개념 필수 유형 잡기]

23 ⑤ 24 ③ 25 53° 26 38° 27 ② 28 ③
29 100° 30 ① 31 ② 32 40° 33 ④ 34 ①
35 ① 36 65° 37 60° 38 ② 39 57° 40 ④
41 55° 42 ③ 43 ⑤ 44 ② 45 ① 46 ⑤

내신 대비 연습 문제 I ~ J

01 ③ 02 ③ 03 34° 04 110° 05 ④ 06 86°
07 ②, ⑤ 08 40° 09 ③ 10 ②
11 $\angle x=25^\circ$, $\angle y=40^\circ$ 12 115° 13 110°
14 160° 15 ⑤

대단원 총정리 문제 Ⅵ 원의 성질

01 (1) $\angle x=40^\circ$, $\angle y=50^\circ$ (2) $\angle x=90^\circ$, $\angle y=55^\circ$
02 (1) $\angle x=30^\circ$, $\angle y=48^\circ$ (2) $\angle x=120^\circ$, $\angle y=25^\circ$
03 ④ 04 70° 05 ③ 06 $x=11$
07 $3\sqrt{3}$ cm 08 $\angle x=80^\circ$, $\angle y=60^\circ$ 09 ①
10 $2\sqrt{6}$ cm 11 $4\sqrt{3}$ cm^2 12 4 cm 13 12 cm
14 $x=\frac{13}{2}$ 15 ① 16 ④ 17 ①
18 ② 19 ④, ⑤ 20 44 cm 21 ④
22 ③ 23 $\frac{3\sqrt{55}}{4}$ 24 55° 25 30°
26 $\frac{1}{2}$ 27 ①, ③ 28 60° 29 10 cm
30 ② 31 2 cm

Ⅶ 통계

K 대푯값과 산포도

[개념 이해]

01 수, 대푯값　02 평균, 중앙값, 최빈값　03 산포도
04 변량, 평균　05 분산　06 표준편차
07 ×　08 ×　09 ○　10 ×　11 ○

[개념 연산 훈련]

12 5　13 15　14 3　15 3　16 55　17 1
18 5, 6, 7　19 없다　20 8개　21 7개
22 6개, 7개
23 평균 : 8, 편차 : -2, -1, 0, 1, 2
24 평균 : 6, 편차 : -1, -1, -1, 1, 1, 1
25 $x=-4$　26 $x=-7$　27 $x=-19$
28 분산 : 0.4, 표준편차 : $\sqrt{0.4}$
29 분산 : 2, 표준편차 : $\sqrt{2}$
30 분산 : 6.8, 표준편차 : $\sqrt{6.8}$　31 6점
32 해설 참조　33 4.8　34 $\sqrt{4.8}$ 점

[개념 필수 유형 잡기]

35 ②　36 ④　37 58 kg
38 평균 : 7.5권, 중앙값 : 6.5권　39 ③　40 ③
41 ①　42 중앙값 : 50분, 최빈값 : 70분　43 ④
44 $x=-6$　45 ①　46 $x=9$　47 ⑤　48 ③
49 $x=-3$, $y=13$, $z=5$　50 ②
51 분산 : 32, 표준편차 : $4\sqrt{2}$ 점　52 ①　53 ②
54 ⑤　55 ④　56 ①　57 ①　58 ③　59 ㉠, ㉢

내신 대비 연습 문제 K

01 ③　02 ④　03 ④　04 ⑤　05 ④　06 ②
07 $x=11$　08 ⑤　09 ③　10 ①　11 ①
12 ④　13 ④　14 ③

L 산점도와 상관관계

[개념 이해]

01 산점도　02 상관관계　03 양, 음　04 ×
05 ×　06 ○　07 ○

[개념 연산 훈련]

08 해설 참조　09 2명　10 D학생
11 양의 상관관계　12 음의 상관관계
13 상관관계가 없다.　14 상관관계가 없다.
15 ㉠, ㉣, ㉤, ㉥　16 ㉢, ㉦, ㉧　17 ㉡

[개념 필수 유형 잡기]

18 ④　19 해설 참조　20 해설 참조　21 ②
22 20 %　23 ②　24 ①　25 ④　26 4명　27 9명
28 10명　29 40 %　30 4명　31 86.25점　32 10명
33 65 kg　34 ②　35 ②　36 ⑤　37 ⑤
38 ⑤　39 ⑤

내신 대비 연습 문제 L

01 ③　02 ②　03 ④　04 ⑤　05 ①　06 ③
07 ②　08 ②　09 ①　10 ④　11 ①　12 ③
13 ⑤　14 내신 성적

대단원 총정리 문제 Ⅶ 통계

01 ③　02 ②　03 ③　04 ④　05 ⑤　06 ①
07 ④　08 ①　09 ④　10 ②
11 $x=-4$, 분산 : $\frac{13}{3}$　12 ③　13 ④　14 ⑤
15 ③　16 ③　17 ㉡, ㉢　18 ㉠, ㉤, ㉥
19 ㉣, ㉦　20 ④　21 ①　22 ③　23 ⑤
24 ①　25 ②　26 $a=13$, $b=19$　27 ④　28 ⑤

A 삼각비

01 답 c

02 답 b

03 답 $\overline{AB}$

04 답 ×

$\sin A=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

05 답 ○

$\cos A=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

06 답 ○

$\tan C=\frac{1}{1}=1$

07 답 ×

$\sin A=\frac{\sqrt{2}}{2}$이고 $\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로 $\angle A=45^\circ$

개념 연산 훈련

08 답 $\sin A=\frac{5}{13}$, $\cos A=\frac{12}{13}$, $\tan A=\frac{5}{12}$

09 답 $\sin A=\frac{4}{5}$, $\cos A=\frac{3}{5}$, $\tan A=\frac{4}{3}$

10 답 $\frac{1}{2}$

11 답 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

12 답 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

13 답 $\frac{1}{2}$

14 답 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

15 답 $\sqrt{3}$

16 답 $\frac{2\sqrt{13}}{13}$

17 답 $\frac{3\sqrt{13}}{13}$

18 답 $\frac{3}{2}$

19 답 $x=8$

$\tan C=\frac{x}{2}=4$이므로 $x=4\times2=8$

20 답 $x=2\sqrt{2}$

$\sin A=\frac{x}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로 $x=\frac{\sqrt{2}}{2}\times4=2\sqrt{2}$

21 답 $\frac{1}{2}$

22 답 $\sqrt{3}$

Tip

[특수한 각의 삼각비의 값]

삼각비 \ A	30°	45°	60°
$\sin A$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}\left(=\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos A$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}\left(=\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$	$\frac{1}{2}$
$\tan A$	$\frac{\sqrt{3}}{3}\left(=\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$	1	$\sqrt{3}$

23 답 $\sqrt{2}$

$\sin 45^\circ+\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$

24 답 1

$\tan 60^\circ\times\tan 30^\circ=\sqrt{3}\times\frac{1}{\sqrt{3}}=1$

25 답 $\frac{3}{4}$

$\sin 60^\circ\times\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3}{4}$

26 답 $\frac{3}{4}$

$\cos^2 60^\circ\times\tan^2 60^\circ=\left(\frac{1}{2}\right)^2\times(\sqrt{3})^2=\frac{1}{4}\times3=\frac{3}{4}$

27 답 1

$\sin 60^\circ\div\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}\div\frac{\sqrt{3}}{2}=1$

개념 필수 유형 잡기

28 답 ④

① $\sin B=\frac{b}{c}$ (거짓)

② $\cos B=\frac{a}{c}$ (거짓)

③ $\tan B=\frac{b}{a}$ (거짓)

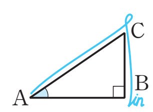
④ $\sin A=\frac{a}{c}$ (참)

⑤ $\tan A=\frac{a}{b}$ (거짓)

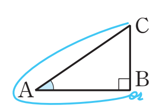
Tip

[∠B=90°인 직각삼각형 ABC에서 ∠A의 삼각비의 값]

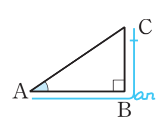
(1) $\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$



(2) $\cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$



(3) $\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$



29 답 $\frac{8}{17}$

피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AC}=\sqrt{17^2-15^2}=\sqrt{64}=8$

$\therefore \cos A=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{8}{17}$

30 답 ①, ⑤

① 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{BC}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$ (참)

② $\sin B=\frac{2}{3}$ (거짓)

③ $\cos B=\frac{\sqrt{5}}{3}$ (거짓)

④ $\sin A=\frac{\sqrt{5}}{3}$ (거짓)

⑤ $\tan A=\frac{\sqrt{5}}{2}$ (참)

31 답 $\frac{3}{10}$

피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AB}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$

$\sin B=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{1}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$

$\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{3}{\sqrt{10}}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$

$\therefore \sin A\times\sin B=\frac{3\sqrt{10}}{10}\times\frac{\sqrt{10}}{10}=\frac{3}{10}$

32 답 ④

$\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{x}{9}=\frac{2}{3}$

$\therefore x=\frac{2}{3}\times 9=6$

33 답 16

$\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{BC}}{20}=\frac{3}{5}$

$\therefore \overline{BC}=\frac{3}{5}\times 20=12$

피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AB}=\sqrt{\overline{AC}^2-\overline{BC}^2}$

$=\sqrt{20^2-12^2}=\sqrt{256}=16$

34 답 ②

$\cos B=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{5}{\overline{AB}}=\frac{5}{13}$이므로 $\overline{AB}=13$

피타고라스 정리에 의하여

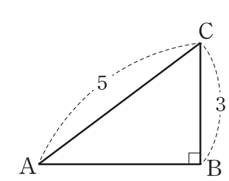
$\overline{AC}=\sqrt{\overline{AB}^2-\overline{BC}^2}$

$=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 5\times 12=30$

35 답 $\cos A=\frac{4}{5}$, $\sin C=\frac{4}{5}$, $\tan C=\frac{4}{3}$

$\sin A=\frac{3}{5}$이므로 ∠B=90°이고 $\overline{AC}=5$, $\overline{BC}=3$인 직각삼각형 ABC는 다음과 같다.



피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AB}=\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{16}=4$

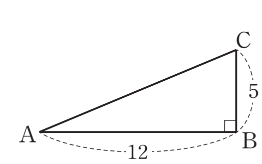
$\therefore \cos A=\frac{4}{5}$

$\sin C=\frac{4}{5}$

$\tan C=\frac{4}{3}$

36 답 ⑤

$\tan A=\frac{5}{12}$이므로 ∠B=90°이고 $\overline{AB}=12$, $\overline{BC}=5$인 직각삼각형 ABC는 다음과 같다.



피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AC}=\sqrt{12^2+5^2}$

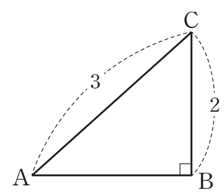
$=\sqrt{169}=13$

$\therefore \sin A=\frac{5}{13}$, $\cos A=\frac{12}{13}$

$\therefore \sin A+\cos A=\frac{5}{13}+\frac{12}{13}=\frac{17}{13}$

37 답 $\frac{2}{3}$

$\angle B=90^\circ$이고 $\sin A=\frac{2}{3}$이므로 $\overline{AC}=3$, $\overline{BC}=2$인 직각삼각형 ABC는 다음과 같다.



피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AB}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$

$\therefore \cos A=\frac{\sqrt{5}}{3}$, $\tan A=\frac{2}{\sqrt{5}}$

$\therefore \cos A\times\tan A=\frac{\sqrt{5}}{3}\times\frac{2}{\sqrt{5}}$

$=\frac{2}{3}$

38 답 $\frac{7}{5}$

피타고라스 정리에 의하여

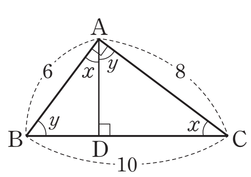
$\overline{BC}=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10$

$\angle x+\angle y=90^\circ$이므로

삼각형 ABD에서 $\angle ABD=y$,

삼각형 ADC에서 $\angle ACD=x$

따라서 삼각형 ABC에서



$\sin x=\sin C=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$이고

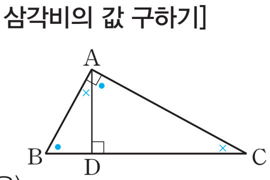
$\sin y=\sin B=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$이므로

$\sin x+\sin y=\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=\frac{7}{5}$

Tip

[직각삼각형의 닮음을 이용하여 삼각비의 값 구하기]

닮음인 직각삼각형을 찾아 대응각을 ●+×=90°를 이용하여 찾고 삼각비를 구한다.



① △ABC∽△DBA (AA 닮음)

② △DBA∽△DAC (AA 닮음)

③ △ABC∽△DAC (AA 닮음)

39 답 90°, $\angle BCD$, $\angle BCD$, $\overline{BD}$, $\overline{CD}$, $\overline{BD}$

삼각형 ABC에서 $\angle A+\angle B=\boxed{90^\circ}$이므로 ⋯ ㉠

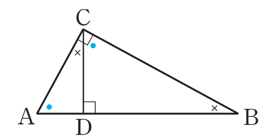
삼각형 BCD에서 $\angle B+\boxed{\angle BCD}=90^\circ$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $\angle A=\boxed{\angle BCD}$이므로

$\sin A=\frac{\boxed{\overline{BD}}}{\overline{BC}}$, $\cos A=\frac{\boxed{\overline{CD}}}{\overline{BC}}$, $\tan A=\frac{\boxed{\overline{BD}}}{\overline{CD}}$

40 답 ③, ⑤

그림과 같이 $\sin A=\sin$ • 이므로



삼각형 ABC에서 $\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$

③ 삼각형 ADC에서

$\angle A=\angle CAD$이므로 $\sin A=\frac{\overline{CD}}{\overline{AC}}$

⑤ 삼각형 BCD에서 $\angle A=\angle BCD$이므로 $\sin A=\frac{\overline{BD}}{\overline{BC}}$

41 답 $\frac{4}{5}$

피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AC}=\sqrt{12^2+9^2}=\sqrt{225}=15$

$\overline{AB}\perp\overline{BC}$, $\overline{BC}\perp\overline{DE}$이고 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DE}$이므로 동위각의 정의에 의하여 $\angle x=\angle A$이다.

$\therefore \cos x=\cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$

42 답 ③

삼각형 BED에서 $\angle B+\angle x=90^\circ$이고

삼각형 ABC에서 $\angle B+\angle C=90^\circ$이므로

$\angle x=\angle C$

$\therefore \tan x=\tan C=\frac{12}{5}$

43 답 ①

$\overline{FH}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}\,(\text{cm})$

삼각형 DFH는 $\angle H=90^\circ$인 직각삼각형이므로

피타고라스 정리에 의하여

$\overline{DF}=\sqrt{\overline{FH}^2+\overline{DH}^2}$

$=\sqrt{(4\sqrt{2})^2+4^2}$

$=\sqrt{32+16}$

$=\sqrt{48}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore \sin x=\frac{\overline{DH}}{\overline{DF}}=\frac{4}{4\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

[다른 풀이]

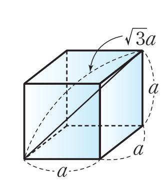
한 모서리의 길이가 4 cm인 정육면체의 대각선의 길이는 $4\sqrt{3}$ cm이므로 $\overline{DF}=4\sqrt{3}$ cm

(이하 동일)

Tip

[입체도형의 대각선의 길이 구하기]

한 모서리의 길이가 a인 정육면체의 대각선의 길이는 $\sqrt{3}a$이다.



44 답 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\overline{EG}=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}=5$

삼각형 AEG는 $\angle E=90^\circ$인 직각삼각형이므로

피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AG}=\sqrt{\overline{AE}^2+\overline{EG}^2}=\sqrt{5^2+5^2}$

$=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

$\therefore \cos x=\frac{\overline{EG}}{\overline{AG}}=\frac{5}{5\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

45 답 ⑤

$\overline{FH}=\sqrt{\overline{FG}^2+\overline{HG}^2}=\sqrt{5^2+5^2}=5\sqrt{2}$

삼각형 BFH는 $\angle F=90^\circ$인 직각삼각형이므로

피타고라스 정리에 의하여

$\overline{BH}=\sqrt{\overline{FH}^2+\overline{BF}^2}=\sqrt{(5\sqrt{2})^2+5^2}$

$=\sqrt{50+25}=\sqrt{75}=5\sqrt{3}$

$\therefore \cos x=\frac{\overline{FH}}{\overline{BH}}=\frac{5\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$

46 답 ⑤

① $\sin 30^\circ+\cos 60^\circ=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$ (참)

② $\sin 30^\circ\times\tan 45^\circ=\frac{1}{2}\times 1=\frac{1}{2}$ (참)

③ $\sin 60^\circ\times\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3}{4}$ (참)

④ $\cos 45^\circ\div\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}\div\frac{\sqrt{2}}{2}=1$ (참)

⑤ $\sin 60^\circ-\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$ (거짓)

47 답 ④

$\sin^2 45^\circ+\cos^2 45^\circ=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$

$=\frac{2}{4}+\frac{2}{4}=1$

48 답 30°

$\tan 30^\circ=\frac{1}{\sqrt{3}}$이므로

$x=30^\circ$

49 답 10°

$\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $x+20^\circ=30^\circ$

$\therefore x=10^\circ$

50 답 30°

$\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로

$x+15^\circ=45^\circ$

$\therefore x=30^\circ$

51 답 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+3$

직선의 기울기는 $\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}$이고, y절편은 3이다.

따라서 구하려는 직선을 $y=ax+b$라고 하면

$a=\frac{\sqrt{3}}{3}$, $b=3$이므로 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+3$

52 답 ④

직선 $y=x+2$가 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ라고 하면

$\tan\theta=1=\tan 45^\circ$ $\quad\therefore \theta=45^\circ$

53 답 ③

일차방정식 $x-2y+2=0$을 y에 대하여 정리하면

$2y=x+2$ $\quad\therefore y=\frac{1}{2}x+1$

$\therefore \tan\theta=$(직선의 기울기)$=\frac{1}{2}$

B 원을 이용한 삼각비

01 답 $\overline{AB}$, $\overline{AB}$

02 답 $\overline{OB}$, $\overline{OB}$

03 답 $\overline{CD}$, $\overline{CD}$

04 답 ○

05 답 ×

$\cos 0^\circ=1$

06 답 ×

$\tan 0^\circ=0$

07 답 ×

$\tan 90^\circ$의 값은 정할 수 없다.

개념 연산 훈련

08 답 ○

삼각형 AOB에서 $\sin x=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}$

09 답 ×

삼각형 AOB에서 $\cos x=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\overline{OB}$

10 답 ×

삼각형 COD에서 $\tan x=\frac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\overline{CD}$

11 답 ○

삼각형 AOB에서 $\sin y=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\overline{OB}$

12 답 ×

삼각형 AOB에서 $\cos y=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}$

13 답 ○

삼각형 COD에서 $\tan z=\frac{\overline{OD}}{\overline{CD}}=\frac{1}{\overline{CD}}$

14 답 0.56

$\overline{OA}=1$이므로

삼각형 AOB에서 $\sin 34^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}=0.56$

15 답 0.83

$\overline{OA}=1$이므로

삼각형 AOB에서 $\cos 34^\circ=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\overline{OB}=0.83$

16 답 0.67

$\overline{OD}=1$이므로

삼각형 COD에서 $\tan 34^\circ=\frac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\overline{CD}=0.67$

17 답 0.83

$\overline{OA}=1$, $\angle OAB=\angle OCD=56^\circ$이므로

삼각형 AOB에서 $\sin 56^\circ=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\overline{OB}=0.83$

18 답 0.56

$\overline{OA}=1$, $\angle OAB=\angle OCD=56^\circ$이므로

삼각형 AOB에서 $\cos 56^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}=0.56$

19 답 1

20 답 0

21 답 0

22 답 1

$\sin 0^\circ+\cos 0^\circ=0+1=1$

23 답 2

$\sin 0^\circ\times\cos 90^\circ+2\sin 90^\circ$

$=0\times 0+2\times 1=2$

24 답 <

$0^\circ\le x\le 90^\circ$에서 x의 값이 커지면 $\sin x$의 값은 증가하므로

$\sin 30^\circ \boxed{<} \sin 50^\circ$

25 답 >

$0^\circ\le x\le 90^\circ$에서 x의 값이 커지면 $\cos x$의 값은 감소하므로

$\cos 40^\circ \boxed{>} \cos 60^\circ$

26 답 <

$0^\circ\le x\le 90^\circ$에서 x의 값이 커지면 $\tan x$의 값은 증가하므로

$\tan 15^\circ \boxed{<} \tan 45^\circ$

27 답 0.5299

28 답 0.8290

29 답 0.6494

30 답 0.5736

개념 필수 유형 잡기

31 답 ④

삼각형 AOB에서 $\sin x=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$

32 답 ⑤

삼각형 ADE에서 $\tan 37^\circ=\frac{\overline{DE}}{\overline{AD}}=\frac{\overline{DE}}{1}=\overline{DE}$

33 답 ③

$\overline{OA}=\overline{OD}=1$이므로

① 삼각형 AOB에서 $\sin x=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}$ (참)

② 삼각형 AOB에서 $\cos x=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\overline{OB}$ (참)

③ 삼각형 AOB에서 $\sin y=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\overline{OB}$ (거짓)

④ 삼각형 AOB에서 $\cos y=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}$ (참)

⑤ 삼각형 COD에서 $\tan x=\frac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\overline{CD}$ (참)

34 답 ④

삼각형 COD에서

$\tan 49^\circ=\frac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\frac{\overline{CD}}{1}=\overline{CD}=1.15$

35 답 ③

$\overline{OA}=\overline{OD}=1$, $\angle OAB=\angle OCD=52^\circ$이므로

삼각형 AOB에서 $\cos 52^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}=0.62$

삼각형 COD에서 $\tan 38^\circ=\frac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\overline{CD}=0.78$

$\therefore \cos 52^\circ+\tan 38^\circ=0.62+0.78=1.4$

36 답 1.83

점 A, C에서 x축에 내린 수선의 발을 P, Q라고 하면

$\sin 40^\circ=\frac{\overline{AP}}{\overline{OA}}=\frac{0.64}{1}=0.64$, $\tan 50^\circ=\frac{\overline{OQ}}{\overline{CQ}}=\frac{1.19}{1}=1.19$

$\therefore \sin 40^\circ+\tan 50^\circ=0.64+1.19=1.83$

37 답 ④

① $\sin 0^\circ+\cos 0^\circ=0+1=1$ (참)

② $\cos 90^\circ-\tan 0^\circ=0-0=0$ (참)

③ $\sin 90^\circ+\tan 45^\circ=1+1=2$ (참)

④ $\sin 30^\circ\times\tan 0^\circ-\cos 30^\circ\times\tan 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 0-\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}=0-\frac{3}{2}=-\frac{3}{2}$ (거짓)

⑤ $\sin 90^\circ\div\tan 45^\circ-\sin 30^\circ\times\cos 60^\circ$

$=1\div 1-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ (참)

38 답 ④

$\sin 90^\circ\times\cos 0^\circ+\sin 30^\circ$

$=1\times 1+\frac{1}{2}=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

39 답 ⑤

① $\sin 0^\circ=\tan 0^\circ=0$ (참)

② $\cos 0^\circ=\sin 90^\circ=1$ (참)

③ $\sin 45^\circ=\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$ (참)

④ $\sin 90^\circ=\tan 45^\circ=1$ (참)

⑤ $\cos 90^\circ=0$, $\tan 90^\circ$의 값은 정할 수 없다. (거짓)

40 답 ②, ③

① $\sin 90^\circ-\cos 0^\circ=1-1=0$ (거짓)

② $\cos 90^\circ\times\tan 0^\circ=0\times 0=0$ (참)

③ $\sin 60^\circ\times\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{1}{2}$ (참)

④ $\sin 45^\circ\div\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}\div\frac{\sqrt{2}}{2}=1$ (거짓)

⑤ $2\cos 60^\circ-\tan 45^\circ=2\times\frac{1}{2}-1=1-1=0$ (거짓)

41 답 ③

① $\tan 45^\circ=1$

② $\sin 90^\circ\times\cos 0^\circ=1\times 1=1$

③ $\sin 60^\circ+\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

④ $\sin 30^\circ+\cos 60^\circ=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$

⑤ $\tan 30^\circ\times\tan 60^\circ=\frac{1}{\sqrt{3}}\times\sqrt{3}=1$

이므로 ③의 계산 결과만 $\sqrt{3}$으로 값이 다르다.

42 답 ③

$\sin 30^\circ+\cos 45^\circ\times\sin 45^\circ-\tan 45^\circ$

$=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}-1=\frac{1}{2}+\frac{2}{4}-1=1-1=0$

43 답 ⑤

① $\sin 30^\circ=\frac{1}{2}=\sqrt{\frac{1}{4}}$

② $\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{\frac{3}{4}}$

③ $\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}=\sqrt{\frac{3}{9}}=\sqrt{\frac{1}{3}}$

④ $\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{\frac{3}{4}}$

⑤ $\tan 60^\circ=\sqrt{3}$

따라서 $\sqrt{\frac{1}{4}}<\sqrt{\frac{1}{3}}<\sqrt{\frac{3}{4}}<\sqrt{3}$, 즉 $\frac{1}{2}<\frac{\sqrt{3}}{3}<\frac{\sqrt{3}}{2}<\sqrt{3}$

이므로 ⑤가 가장 크다.

44 답 ③

$45° < x < 90°$일 때, $\cos x < \sin x < 1 < \tan x$이므로 ③이다.

45 답 ⑤

⑤ $0° \le A \le 90°$일 때, $\tan A$의 값은 0에서 무한히 커지므로 최댓값은 없다. (거짓)

46 답 ②

㉠ $0° < x < 45°$일 때,
$\sin x < \cos x$이므로 $\sin x - \cos x < 0$이다. (참)

㉡ (i) $0° < x < 45°$일 때,
$\sin x < \cos x$, $\cos x - \sin x > 0$
(ii) $x = 45°$일 때, $\sin x = \cos x$이므로
$\cos x - \sin x = 0$
(iii) $45° < x < 90°$일 때,
$\cos x < \sin x$이므로 $\cos x - \sin x < 0$
(i)~(iii)에 의하여 (거짓)

㉢ $45° < x < 90°$일 때,
$\tan x > 1$이므로 $\tan x - 1 > 0$이다. (참)

㉣ $45° < x < 90°$일 때,
$\cos x < 1 < \tan x$이므로 $\tan x - \cos x > 0$ (거짓)

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢이다.

Tip

[특수한 각의 삼각비의 값]

삼각비 \ A	$30°$	$45°$	$60°$
$\sin A$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}\left(=\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos A$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}\left(=\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$	$\frac{1}{2}$
$\tan A$	$\frac{\sqrt{3}}{3}\left(=\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$	1	$\sqrt{3}$

47 답 ③

$0° < x < 90°$일 때, $0 < \sin x < 1$이므로
$1 + \sin x > 0$, $1 - \sin x > 0$

$\therefore \sqrt{(1+\sin x)^2} + \sqrt{(1-\sin x)^2}$
$= |1+\sin x| + |1-\sin x|$
$= 1 + \sin x + 1 - \sin x = 2$

48 답 ④

$0° < x < 45°$일 때, $\tan x < 1$이므로 $1 - \tan x > 0$이다.

$\therefore \sqrt{(1-\tan x)^2} = |1 - \tan x|$
$= 1 - \tan x$

49 답 ⑤

$0° < x < 45°$일 때, $\sin x < \cos x$이므로
$\cos x - \sin x > 0$, $\sin x - \cos x < 0$이다.

$\sqrt{(\cos x - \sin x)^2} - \sqrt{(\sin x - \cos x)^2}$
$= |\cos x - \sin x| - |\sin x - \cos x|$
$= (\cos x - \sin x) + (\sin x - \cos x)$
$= \cos x - \sin x + \sin x - \cos x$
$= 0$

50 답 ①

$\sin 62° = \frac{x}{10}$이고, $\sin 62° = 0.8829$이므로

$\frac{x}{10} = 0.8829$ $\therefore x = 0.8829 \times 10 = 8.829$

$\cos 62° = \frac{y}{10}$이고, $\cos 62° = 0.4695$이므로

$\frac{y}{10} = 0.4695$ $\therefore y = 0.4695 \times 10 = 4.695$

$\therefore x + y = 8.829 + 4.695 = 13.524$

51 답 $23°$

$\tan 23° = 0.4245 = \tan x$
$\therefore x = 23°$

52 답 $22°$

$\sin y + 0.5317 = 0.9063$
$\sin y = 0.9063 - 0.5317 = 0.3746$
따라서 $\sin 22° = 0.3746$이므로
$y = 22°$

53 답 $24°$

$\sin z = \frac{4.067}{10} = 0.4067$, $\sin 24° = 0.4067$이므로
$\angle z = 24°$

54 답 1.3779

$\sin 32° + \cos 32°$
$= 0.5299 + 0.8480 = 1.3779$

55 답 1.401

$\tan 34° + \tan 36°$
$= 0.6745 + 0.7265 = 1.401$

56 답 0.414

$\sin 35° - \cos 36° + \tan 33°$
$= 0.5736 - 0.8090 + 0.6494 = 0.414$

57 답 ⑤

① $\sin 62° = 0.8829$ (◯)

② $\cos 65° = 0.4226$ (◯)

③ $\tan 63° = 1.9626$ (◯)

④ $\tan 70° > \tan 65°$이고, $\tan 65° = 2.1445$이므로
$\tan 70° > 2$ (◯)

⑤ $\cos 66° < 0.4$인지는 표를 보고 알 수 없다. (×)
(실제로 삼각비의 표에서 $\cos 66° = 0.4067$이므로
$\cos 66° > 0.4$)

58 답 232.89

$\angle A = 90° - 25° = 65°$이고,

$\sin 65° = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{BC}}{100}$이고, $\sin 65° = 0.9063$이므로

$\frac{\overline{BC}}{100} = 0.9063$ $\quad\therefore \overline{BC} = 0.9063 \times 100 = 90.63$

$\cos 65° = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AC}}{100}$이고, $\cos 65° = 0.4226$이므로

$\frac{\overline{AC}}{100} = 0.4226$ $\quad\therefore \overline{AC} = 0.4226 \times 100 = 42.26$

따라서 직각삼각형 ABC의 둘레의 길이는

$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = 100 + 90.63 + 42.26 = 232.89$

내신 대비 연습 문제 A ~ B

01 답 ①

직각삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AB} = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

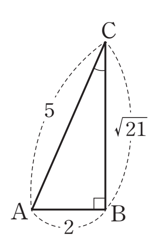
$\therefore \cos A = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{4\sqrt{3}}{8} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

02 답 ③

$5\cos A - 2 = 0$에서 $\cos A = \frac{2}{5}$이므로

$\angle B = 90°$이고 $\overline{AC} = 5$, $\overline{AB} = 2$인 직각

삼각형 ABC는 오른쪽 그림과 같다.



피타고라스 정리에 의하여

$\overline{BC} = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}$

$\therefore \cos C = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\sqrt{21}}{5}$

03 답 ③

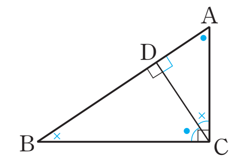
$\overline{AC} = 4$이고 $\tan B = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{1}{2}$이므로 $\frac{4}{\overline{BC}} = \frac{1}{2}$ $\quad\therefore \overline{BC} = 8$

$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16$

04 답 ④

$\triangle ABC \backsim \triangle ACD \backsim \triangle CBD$ (AA 닮음)이므로

● $= \angle A = \angle BCD$, × $= \angle B = \angle ACD$



① 삼각형 CDB에서

$\sin A = \frac{\overline{BD}}{\overline{BC}}$ (참)

② 삼각형 ADC에서

$\cos A = \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}}$ (참)

③ 삼각형 CDB에서 $\tan A = \frac{\overline{BD}}{\overline{CD}}$ (참)

④ 삼각형 ADC에서 $\cos B = \frac{\overline{CD}}{\overline{AC}}$ (거짓)

⑤ 삼각형 ADC에서 $\tan B = \frac{\overline{AD}}{\overline{CD}}$ (참)

05 답 $\frac{8}{17}$

삼각형 CDE에서 $\angle C + \angle x = 90°$

삼각형 ABC에서 $\angle C + \angle B = 90°$

$\therefore \angle x = \angle B$

삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{BC} = \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{289} = 17$

$\therefore \cos x = \cos B = \frac{8}{17}$

06 답 ④

피타고라스 정리에 의하여

$\overline{EG} = \sqrt{\overline{FE}^2 + \overline{FG}^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$

삼각형 EGC는 $\angle G = 90°$인 직각삼각형이므로

$\overline{CE} = \sqrt{\overline{EG}^2 + \overline{GC}^2} = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 + 3^2}$

$= \sqrt{18 + 9} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$

$\sin x = \frac{\overline{CG}}{\overline{CE}} = \frac{3}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\cos x = \frac{\overline{EG}}{\overline{CE}} = \frac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$\therefore \sin x \times \cos x = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$

07 답 ②

$\frac{\sin 60° + \cos 30°}{\sin 30° + \cos 60°}$에서

$\sin 60° + \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

$\sin 30° + \cos 60° = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

$\therefore \frac{\sin 60° + \cos 30°}{\sin 30° + \cos 60°} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$

08 답 $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$

$10^\circ<x<45^\circ$에서 $5^\circ<2x-15^\circ<75^\circ$이고

$\sin(2x-15^\circ)=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$에서 $2x-15^\circ=45^\circ$이므로

$2x=60^\circ \quad \therefore x=30^\circ$

$\tan x\times\sin 2x=\tan 30^\circ\times\sin 60^\circ=\frac{1}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{2}$

$\cos x=\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \tan x\times\sin 2x-\cos x=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1-\sqrt{3}}{2}$

09 답 $y=\sqrt{3}x+4\sqrt{3}$

직선과 x축의 양의 방향이 이루는 각의 크기가 60°이므로

직선의 기울기는 $\tan 60^\circ=\sqrt{3}$

직선이 x축과 점 $(-4, 0)$에서 만나므로 $y=\sqrt{3}(x+4)$

$\therefore y=\sqrt{3}x+4\sqrt{3}$

[다른 풀이]

$y=\sqrt{3}x+b$가 $(-4, 0)$을 지나므로

$0=-4\sqrt{3}+b \quad \therefore b=4\sqrt{3}$

$\therefore y=\sqrt{3}x+4\sqrt{3}$

10 답 ③

$\overline{OA}=\overline{OD}=1$이므로

㉠ 삼각형 AOB에서 $\sin x=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}$ (참)

㉡ 삼각형 AOB에서 $\sin y=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\overline{OB}$ (거짓)

㉢ 삼각형 COD에서 $\tan z=\frac{\overline{OD}}{\overline{CD}}=\frac{1}{\overline{CD}}$

$\therefore \overline{CD}=\frac{1}{\tan z}$ (거짓)

㉣ 삼각형 AOB에서 $\cos x=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\overline{OB}$

$\overline{BD}=\overline{OD}-\overline{OB}=1-\cos x$ (참)

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣이다.

11 답 7.9

$\cos 38^\circ=\frac{\overline{BC}}{10}=0.79$이므로

$\overline{BC}=0.79\times10=7.9$

12 답 ③

$\sin 60^\circ\times(1+\cos 0^\circ)+\tan 60^\circ\times(1-\sin 30^\circ)$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times(1+1)+\sqrt{3}\times\left(1-\frac{1}{2}\right)$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times2+\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

13 답 ①

$0^\circ\le x<45^\circ$에서 $\sin x<\cos x$이므로 $\sin 44^\circ<\cos 44^\circ$이고,

$0^\circ\le x\le 90^\circ$에서 sin의 값은 각의 크기가 커질수록 증가하므로 $\sin 15^\circ<\sin 44^\circ$

$\therefore \sin 15^\circ<\cos 44^\circ$

$0^\circ\le x\le 90^\circ$에서 sin의 값은 각의 크기가 커질수록 증가하므로 $\sin 0^\circ<\sin 15^\circ$

$0^\circ\le x\le 90^\circ$에서 tan의 값은 각의 크기가 커질수록 증가하고,

$\cos 0^\circ=1$, $\tan 45^\circ=1$이므로

$\cos 0^\circ=\tan 45^\circ<\tan 60^\circ<\tan 75^\circ$

$0^\circ\le x\le 90^\circ$에서 cos의 값은 각의 크기가 커질수록 감소하므로 $\cos 44^\circ<\cos 0^\circ$

따라서 작은 것부터 차례로 나열하면

㉠-㉡-㉢-㉣-㉤-㉥이다.

[다른 풀이]

㉠ $\sin 0^\circ=0$

㉡ $0<\sin 15^\circ<\frac{1}{2}=\sin 30^\circ$

㉢ $\cos 44^\circ>\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}>\frac{1}{2}$

㉣ $\cos 0^\circ=1$

㉤ $\tan 60^\circ=\sqrt{3}>1$

㉥ $\tan 75^\circ>\tan 60^\circ$

(이하 동일)

14 답 60°

$45^\circ<x<90^\circ$일 때, $\tan x>1$이므로

$1+\tan x>0$, $1-\tan x<0$이다.

$$\begin{aligned}\sqrt{(1+\tan x)^2}+\sqrt{(1-\tan x)^2}&=|1+\tan x|+|1-\tan x|\\&=1+\tan x-(1-\tan x)\\&=1+\tan x-1+\tan x\\&=2\tan x=2\sqrt{3}\end{aligned}$$

이므로 $\tan x=\sqrt{3}$

$\therefore x=60^\circ$

15 답 34°

$\cos A=\frac{8.29}{10}=0.829$이고 $\cos 34^\circ=0.8290$이므로 $\angle A=34^\circ$

16 답 36.325

$\angle B=90^\circ-54^\circ=36^\circ$이고

$\tan 36^\circ=\frac{\overline{AC}}{10}=0.7265$에서 $\frac{\overline{AC}}{10}=0.7265$

$\therefore \overline{AC}=0.7265\times10=7.265$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times10\times7.265=36.325$

C 삼각비와 도형의 길이

01 답 $c\sin B$, $c\cos B$

02 답 $a\tan B$, $\dfrac{a}{\cos B}$

03 답 $\dfrac{b}{\tan B}$, $\dfrac{b}{\sin B}$

04 답 ○

삼각형 ABH에서

$\cos B=\dfrac{\overline{BH}}{\overline{AB}}=\dfrac{\overline{BH}}{c}$ $\quad\therefore \overline{BH}=c\cos B$

05 답 ○

$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=a-c\cos B$

06 답 ×

삼각형 ABH에서

$\sin B=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{AB}}=\dfrac{\overline{AH}}{c}$ $\quad\therefore \overline{AH}=c\sin B$

07 답 ×

피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AC}=\sqrt{\overline{AH}^2+\overline{CH}^2}$

$=\sqrt{(c\sin B)^2+(a-c\cos B)^2}$

개념 연산 훈련

08 답 $b\sin A$

09 답 $\dfrac{c}{b}$, $b\cos A$

10 답 $\dfrac{a}{c}$, $c\tan A$

11 답 $b\sin C$

12 답 $\dfrac{a}{b}$, $b\cos C$

13 답 $\dfrac{c}{a}$, $a\tan C$

14 답 10, 5

15 답 10, $5\sqrt{3}$

16 답 $3\sqrt{3}$ cm

삼각형 ABH에서 $\sin 60^\circ=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{AB}}=\dfrac{\overline{AH}}{6}$

$\therefore \overline{AH}=6\sin 60^\circ=6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}\,(\text{cm})$

17 답 3 cm

삼각형 ABH에서 $\cos 60^\circ=\dfrac{\overline{BH}}{\overline{AB}}=\dfrac{\overline{BH}}{6}$

$\therefore \overline{BH}=6\cos 60^\circ=6\times\dfrac{1}{2}=3\,(\text{cm})$

18 답 6 cm

$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=9-3=6\,(\text{cm})$

19 답 $3\sqrt{7}$ cm

삼각형 AHC에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AC}=\sqrt{\overline{AH}^2+\overline{CH}^2}$

$=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+6^2}=\sqrt{27+36}$

$=\sqrt{63}=3\sqrt{7}\,(\text{cm})$

20 답 6

삼각형 ABH에서 $\sin 45^\circ=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{AB}}=\dfrac{\overline{AH}}{6\sqrt{2}}$

$\therefore \overline{AH}=6\sqrt{2}\sin 45^\circ=6\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{12}{2}=6$

21 답 6

삼각형 ABH에서 $\cos 45^\circ=\dfrac{\overline{BH}}{\overline{AB}}=\dfrac{\overline{BH}}{6\sqrt{2}}$

$\therefore \overline{BH}=6\sqrt{2}\cos 45^\circ=6\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{12}{2}=6$

22 답 $4\sqrt{3}$

삼각형 AHC에서 $\sin 60^\circ=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{AC}}=\dfrac{6}{\overline{AC}}$

$\therefore \overline{AC}=\dfrac{6}{\sin 60^\circ}=6\div\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\dfrac{12}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}$

23 답 $2\sqrt{3}$

삼각형 AHC에서 $\cos 60^\circ=\dfrac{\overline{CH}}{\overline{AC}}=\dfrac{\overline{CH}}{4\sqrt{3}}$

$\therefore \overline{CH}=4\sqrt{3}\cos 60^\circ=4\sqrt{3}\times\dfrac{1}{2}=2\sqrt{3}$

[다른 풀이]

피타고라스 정리에 의하여

$\overline{CH}=\sqrt{\overline{AC}^2-\overline{AH}^2}$

$=\sqrt{(4\sqrt{3})^2-6^2}=\sqrt{48-36}$

$=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

개념 필수 유형 잡기

24 답 ①

$\cos 48^\circ = \frac{x}{5}$이므로

$x = 5\cos 48^\circ = 5 \times 0.67 = 3.35$

$\sin 48^\circ = \frac{y}{5}$이므로

$y = 5\sin 48^\circ = 5 \times 0.74 = 3.7$

$\therefore y - x = 3.7 - 3.35 = 0.35$

25 답 12.5

$\tan 22^\circ = \frac{5}{x}$이고, $\tan 22^\circ = 0.4$이므로 $\frac{5}{x} = 0.4$

$\therefore x = 5 \div 0.4 = 5 \times \frac{5}{2} = \frac{25}{2} = 12.5$

26 답 ②

$\angle B = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$에서

$\cos B = \cos 55^\circ = \frac{x}{4}$이고, $\cos 55^\circ = 0.57$이므로

$\frac{x}{4} = 0.57$

$\therefore x = 0.57 \times 4 = 2.28$

$\sin B = \sin 55^\circ = \frac{y}{4}$이고, $\sin 55^\circ = 0.82$이므로

$\frac{y}{4} = 0.82$

$\therefore y = 0.82 \times 4 = 3.28$

$\therefore x + y = 2.28 + 3.28 = 5.56$

27 답 1.62

$\tan 39^\circ = 0.81$이고, $\tan 39^\circ = \frac{\overline{AC}}{2}$이므로

$\overline{AC} = 2\tan 39^\circ = 2 \times 0.81 = 1.62$

28 답 ①

$\cos 39^\circ = 0.78$이고, $\cos 39^\circ = \frac{2}{\overline{AB}}$이므로

$\overline{AB} = \frac{2}{\cos 39^\circ} = \frac{2}{0.78}$

29 답 ①, ②

① $\sin 30^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BC}}{8}$이므로

$\overline{BC} = 8\sin 30^\circ$

② $\cos 60^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BC}}{8}$이므로

$\overline{BC} = 8\cos 60^\circ$

30 답 ③

$\sin 60^\circ = \frac{\overline{AH}}{14}$이므로

$\overline{AH} = 14\sin 60^\circ = 14 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 7\sqrt{3}\,(\text{cm})$

[다른 풀이]

삼각형 ABH에서 $\overline{AB} : \overline{AH} = 2 : \sqrt{3}$이므로

$14 : \overline{AH} = 2 : \sqrt{3}$ $\quad \therefore \overline{AH} = 7\sqrt{3}\,(\text{cm})$

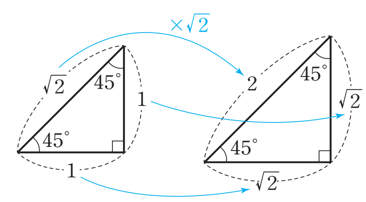
Tip

[특수한 각을 이용하여 변의 길이 구하기]

특수한 각을 가지는 직각삼각형에서 한 변의 길이가 a배 되면 나머지 변들도 a배 된다. (단, $a > 0$)

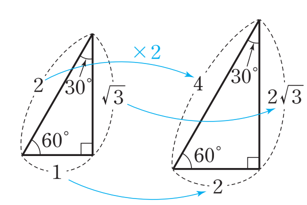
(1) 45°의 삼각비의 값

삼각형의 길이의 비가 $1 : 1 : \sqrt{2}$임을 이용한다.



(2) 30°, 60°의 삼각비의 값

삼각형의 길이의 비가 $1 : \sqrt{3} : 2$임을 이용한다.



31 답 ①

$\cos 45^\circ = \frac{\overline{BO}}{6}$이므로

$\overline{BO} = 6\cos 45^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$\sin 45^\circ = \frac{\overline{AO}}{6}$이므로

$\overline{AO} = 6\sin 45^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$\therefore$ (원뿔의 부피) $= \frac{1}{3} \times \pi \times \overline{BO}^2 \times \overline{AO}$

$= \frac{1}{3} \times \pi \times (3\sqrt{2})^2 \times (3\sqrt{2})$

$= \frac{1}{3} \times \pi \times 18 \times 3\sqrt{2} = 18\sqrt{2}\pi\,(\text{cm}^3)$

[다른 풀이]

삼각형 ABO에서 $\overline{AB} : \overline{BO} = \sqrt{2} : 1$이므로

$6 : \overline{BO} = \sqrt{2} : 1$ $\quad \therefore \overline{BO} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$\overline{AO}=\overline{BO}=3\sqrt{2}\,\text{cm}$

$\therefore$ (원뿔의 부피)$=\dfrac{1}{3}\times\pi\times(3\sqrt{2})^2\times3\sqrt{2}=18\sqrt{2}\pi\,(\text{cm}^3)$

Tip

[원뿔, 원기둥의 부피 공식]

밑면의 반지름의 길이가 r, 높이가 h인

① 원뿔의 부피는 $\dfrac{1}{3}\pi r^2 h$

② 원기둥의 부피는 $\pi r^2 h$

32 답 ③

$\overline{CG}=6\sin 30^\circ=6\times\dfrac{1}{2}=3\,(\text{cm})$

$\overline{FG}=6\cos 30^\circ=6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore$ (직육면체의 겉넓이)

$=2\times(3\times3\sqrt{3}+3\times5+3\sqrt{3}\times5)$

$=2\times(9\sqrt{3}+15+15\sqrt{3})$

$=2\times(24\sqrt{3}+15)=48\sqrt{3}+30\,(\text{cm}^2)$

33 답 $100\,\text{cm}^3$

$\overline{AC}=5\sqrt{2}\cos 45^\circ=5\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=5\,(\text{cm})$

$\overline{AB}=\overline{AC}=5\,\text{cm}$

$\therefore$ (삼각기둥의 부피)$=$(밑면의 넓이)$\times$(높이)

$=\dfrac{1}{2}\times5\times5\times8=100\,(\text{cm}^3)$

34 답 ③

$\tan 20^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{10}$이므로

$\overline{BC}=10\tan 20^\circ=10\times0.36=3.6\,(\text{m})$

35 답 ④

삼각형 ACB에서 $\cos 45^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{8\sqrt{2}}{\overline{BC}}$

$\therefore \overline{BC}=\dfrac{8\sqrt{2}}{\cos 45^\circ}=\dfrac{8\sqrt{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}}=16\,(\text{m})$

36 답 ⑤

전봇대의 높이를 h라고 하면 $\tan 50^\circ=\dfrac{h}{5}$이므로

$h=5\tan 50^\circ=5\times1.19=5.95\,(\text{m})$

$\therefore$ (전봇대의 높이)$=5.95\,\text{m}$

37 답 $23.2\,\text{m}$

$\sin 17^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{80}$이므로

$\overline{BC}=80\sin 17^\circ=80\times0.29=23.2\,(\text{m})$

38 답 $5.9\,\text{m}$

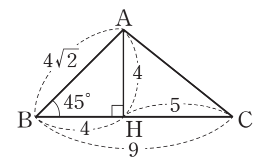
$\tan 35^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{6}$이므로

$\overline{BC}=6\tan 35^\circ=6\times0.7=4.2$

$\therefore$ (나무의 높이)$=\overline{BC}+$(윤후의 키)

$=4.2+1.7=5.9\,(\text{m})$

39 답 ④



점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하자.

$\sin 45^\circ=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{AB}}=\dfrac{\overline{AH}}{4\sqrt{2}}$이므로

$\overline{AH}=4\sqrt{2}\sin 45^\circ$

$=4\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=4$

$\overline{BH}=\overline{AH}=4$

$\therefore \overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=9-4=5$

$\overline{AC}^2=\overline{AH}^2+\overline{CH}^2=4^2+5^2=41$

$\therefore \overline{AC}=\sqrt{41}$ ($\because \overline{AC}>0$)

[다른 풀이]

두 변의 길이 a, c와 그 끼인각 $\angle$B의 크기를 알 때,

$\overline{AC}=\sqrt{(c\sin B)^2+(a-c\cos B)^2}$ 을 이용하면

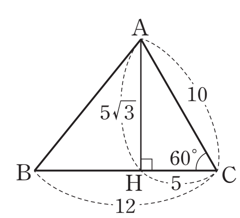
$\overline{AC}=\sqrt{(\overline{AB}\sin B)^2+(\overline{BC}-\overline{AB}\cos B)^2}$

$=\sqrt{(4\sqrt{2}\sin 45^\circ)^2+(9-4\sqrt{2}\cos 45^\circ)^2}$

$=\sqrt{\left(4\sqrt{2}\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(9-4\sqrt{2}\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}$

$=\sqrt{16+25}=\sqrt{41}$

40 답 ⑤



점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하자.

$\sin 60^\circ=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{AC}}=\dfrac{\overline{AH}}{10}$이므로

$\overline{AH}=10\sin 60^\circ$

$=10\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}$

$\cos 60^\circ=\dfrac{\overline{CH}}{\overline{AC}}=\dfrac{\overline{CH}}{10}$이므로

$\overline{CH}=10\cos 60^\circ$

$=10\times\dfrac{1}{2}=5$

$\overline{BH}=\overline{BC}-\overline{CH}=12-5=7$

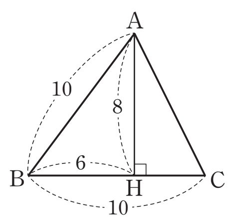
따라서 삼각형 ABH에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AB}=\sqrt{\overline{AH}^2+\overline{BH}^2}$

$=\sqrt{(5\sqrt{3})^2+7^2}$

$=\sqrt{124}=2\sqrt{31}$

41 답 $4\sqrt{5}$



점 A에서 $\overline{\mathrm{BC}}$에 내린 수선의 발을 H라고 하자.

$\sin B=\dfrac{\overline{\mathrm{AH}}}{10}$이므로

$\overline{\mathrm{AH}}=10\sin B=10\times\dfrac{4}{5}=8$

$\overline{\mathrm{BH}}=\sqrt{\overline{\mathrm{AB}}^2-\overline{\mathrm{AH}}^2}$

$=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{100-64}$

$=\sqrt{36}=6$

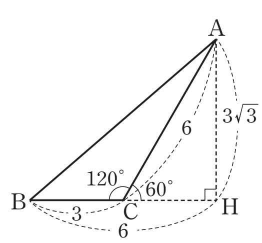
$\overline{\mathrm{CH}}=\overline{\mathrm{BC}}-\overline{\mathrm{BH}}=10-6=4$

삼각형 AHC에서 피타고라스 정리에 의하여

$\therefore\ \overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{\overline{\mathrm{AH}}^2+\overline{\mathrm{CH}}^2}=\sqrt{8^2+4^2}$

$=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$

42 답 60°, 3, $3\sqrt{3}$, 6, $3\sqrt{7}$



$\overline{\mathrm{BC}}$의 연장선에 내린 점 A의 수선의 발을 H라고 하자.

$\angle\mathrm{ACB}=120^\circ$이므로

$\angle\mathrm{ACH}=\boxed{60^\circ}$

삼각형 ACH에서

$\overline{\mathrm{CH}}=6\cos 60^\circ=6\times\dfrac{1}{2}=\boxed{3}$,

$\overline{\mathrm{AH}}=6\sin 60^\circ=6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\boxed{3\sqrt{3}}$

삼각형 ABH에서 $\overline{\mathrm{BH}}=\overline{\mathrm{BC}}+\overline{\mathrm{CH}}=3+3=\boxed{6}$

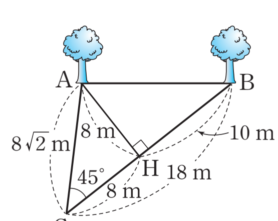
따라서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{\overline{\mathrm{BH}}^2+\overline{\mathrm{AH}}^2}=\sqrt{6^2+(3\sqrt{3})^2}$

$=\sqrt{36+27}=\sqrt{63}$

$=\boxed{3\sqrt{7}}$

43 답 $2\sqrt{41}$ m



점 A에서 $\overline{\mathrm{BC}}$에 내린 수선의 발을 H라고 하자.

$\overline{\mathrm{CH}}=8\sqrt{2}\cos 45^\circ$

$=8\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=8\,(\mathrm{m})$

$\overline{\mathrm{AH}}=\overline{\mathrm{CH}}=8\,(\mathrm{m})$

$\overline{\mathrm{BH}}=\overline{\mathrm{BC}}-\overline{\mathrm{CH}}=18-8=10\,(\mathrm{m})$

따라서 삼각형 AHB에서 피타고라스 정리에 의하여

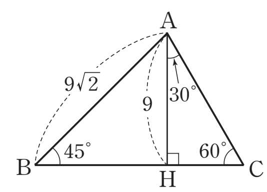
$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{\overline{\mathrm{AH}}^2+\overline{\mathrm{BH}}^2}$

$=\sqrt{8^2+10^2}=\sqrt{164}$

$=2\sqrt{41}\,(\mathrm{m})$

$\therefore$ (A, B 두 지점 사이의 거리)$=2\sqrt{41}$ m

44 답 ②



점 A에서 $\overline{\mathrm{BC}}$에 내린 수선의 발을 H라고 하자.

$\overline{\mathrm{AH}}=9\sqrt{2}\sin 45^\circ$

$=9\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=9$

삼각형 AHC에서

$\angle\mathrm{CAH}=30^\circ$이므로 $\angle\mathrm{C}=60^\circ$

$\sin 60^\circ=\dfrac{\overline{\mathrm{AH}}}{\overline{\mathrm{AC}}}=\dfrac{9}{\overline{\mathrm{AC}}}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AC}}=\dfrac{9}{\sin 60^\circ}=9\div\dfrac{\sqrt{3}}{2}=9\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=6\sqrt{3}$

[다른 풀이]

특수한 각을 가지는 직각삼각형의 길이의 비를 이용하면

$\overline{\mathrm{AB}}:\overline{\mathrm{AH}}=\sqrt{2}:1$, $9\sqrt{2}:\overline{\mathrm{AH}}=\sqrt{2}:1$

$\sqrt{2}\,\overline{\mathrm{AH}}=9\sqrt{2}\qquad\therefore\ \overline{\mathrm{AH}}=9$

$\overline{\mathrm{AH}}:\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{3}:2$, $9:\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{3}:2$

$\sqrt{3}\,\overline{\mathrm{AC}}=18\qquad\therefore\ \overline{\mathrm{AC}}=\dfrac{18}{\sqrt{3}}=6\sqrt{3}$

45 답 $2\sqrt{3}$

점 B에서 $\overline{\mathrm{AC}}$에 내린 수선의 발을 H라고 하자.

삼각형 ABC에서 $\angle\mathrm{A}=180^\circ-(75^\circ+45^\circ)=60^\circ$

삼각형 BCH에서 $\overline{\mathrm{BH}}=3\sqrt{2}\sin 45^\circ=3\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=3$

삼각형 ABH에서 $\sin A=\dfrac{\overline{\mathrm{BH}}}{\overline{\mathrm{AB}}}=\dfrac{3}{\overline{\mathrm{AB}}}=\sin 60^\circ$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AB}}=\dfrac{3}{\sin 60^\circ}=3\div\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$

[다른 풀이]

점 B에서 $\overline{\mathrm{AC}}$에 내린 수선의 발이 H이므로

$\angle\mathrm{ABH}=30^\circ$, $\angle\mathrm{A}=180^\circ-(30^\circ+90^\circ)=60^\circ$

이때, 특수한 각을 가지는 직각삼각형의 길이의 비를 이용하면

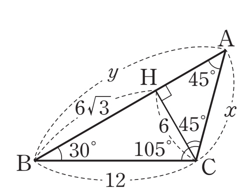
$\overline{\mathrm{BC}}:\overline{\mathrm{BH}}=\sqrt{2}:1$, $3\sqrt{2}:\overline{\mathrm{BH}}=\sqrt{2}:1$

$\therefore\ \overline{\mathrm{BH}}=3$

$\overline{\mathrm{AB}}:\overline{\mathrm{BH}}=2:\sqrt{3}$, $\overline{\mathrm{AB}}:3=2:\sqrt{3}$

$\sqrt{3}\,\overline{\mathrm{AB}}=6\qquad\therefore\ \overline{\mathrm{AB}}=\dfrac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$

46 답 $x=6\sqrt{2}$, $y=6+6\sqrt{3}$



점 C에서 $\overline{\mathrm{AB}}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면

삼각형 ABC에서

$\angle\mathrm{A}=180^\circ-(30^\circ+105^\circ)=45^\circ$

$\angle\mathrm{ACH}=180^\circ-(90^\circ+45^\circ)=45^\circ$

이므로 $\overline{\mathrm{CH}}=\overline{\mathrm{AH}}$ ⋯ ㉠

삼각형 BCH에서

$\overline{CH}=12\sin 30^\circ=12\times\frac{1}{2}=6$

$\overline{BH}=12\cos 30^\circ=12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$

삼각형 AHC에서 $x=\frac{\overline{CH}}{\sin 45^\circ}=6\div\frac{1}{\sqrt{2}}=6\sqrt{2}$

$\therefore y=\overline{AH}+\overline{BH}=6+6\sqrt{3}$ ($\because$ ㉠)

$\therefore x=6\sqrt{2},\ y=6+6\sqrt{3}$

[다른 풀이]

특수한 각을 가지는 삼각형의 길이의 비를 이용하면

$\overline{BC}:\overline{CH}=2:1,\ 12:\overline{CH}=2:1$

$\therefore \overline{CH}=6$

$\overline{CH}:\overline{AC}=1:\sqrt{2},\ 6:x=1:\sqrt{2}$

$\therefore x=6\sqrt{2}$

(이하 동일)

D 삼각비의 응용

01 답 $\frac{1}{2}ac\sin B$

02 답 $\frac{1}{2}ac\sin(180^\circ-B)$

03 답 ○

04 답 ○

개념 연산 훈련

05 답 (가) $\frac{\sqrt{3}}{3}\left(=\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ (나) $\sqrt{3}$ (다) 16 (라) $4\sqrt{3}$

삼각형 ABH에서

$\angle BAH=30^\circ$, $\tan 30^\circ=\frac{\overline{BH}}{h}$이므로

$\overline{BH}=\tan 30^\circ\times h=\overset{\text{(가)}}{\boxed{\frac{\sqrt{3}}{3}}}\times h$

삼각형 AHC에서

$\angle CAH=60^\circ$, $\tan 60^\circ=\frac{\overline{CH}}{h}$이므로

$\overline{CH}=\tan 60^\circ\times h=\overset{\text{(나)}}{\boxed{\sqrt{3}}}\times h$

이때, $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=\overset{\text{(다)}}{\boxed{16}}$이므로

$h\left(\overset{\text{(가)}}{\boxed{\frac{\sqrt{3}}{3}}}+\overset{\text{(나)}}{\boxed{\sqrt{3}}}\right)=\overset{\text{(다)}}{\boxed{16}}$

양변에 $\sqrt{3}$을 곱하면

$h(1+3)=16\sqrt{3},\ 4h=16\sqrt{3}$

$\therefore h=\overset{\text{(라)}}{\boxed{4\sqrt{3}}}$

06 답 (가) 1 (나) $\frac{\sqrt{3}}{3}\left(=\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ (다) 2 (라) $3+\sqrt{3}$

삼각형 ABH에서

$\angle BAH=45^\circ$, $\tan 45^\circ=\frac{\overline{BH}}{h}$이므로

$\overline{BH}=\overset{\text{(가)}}{\boxed{1}}\times h$

삼각형 ACH에서

$\angle ACH=60^\circ$, $\angle CAH=30^\circ$, $\tan 30^\circ=\frac{\overline{CH}}{h}$이므로

$\overline{CH}=\tan 30^\circ\times h=\overset{\text{(나)}}{\boxed{\frac{\sqrt{3}}{3}}}\times h$

이때, $\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}=\overset{\text{(다)}}{\boxed{2}}$이므로

$h\left(\overset{\text{(가)}}{\boxed{1}}-\overset{\text{(나)}}{\boxed{\frac{\sqrt{3}}{3}}}\right)=\overset{\text{(다)}}{\boxed{2}}$

양변에 $\sqrt{3}$을 곱하면

$h(\sqrt{3}-1)=2\sqrt{3}$

$\therefore h=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}=\frac{2\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}$

$=\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)=\overset{\text{(라)}}{\boxed{3+\sqrt{3}}}$

07 답 (가) 30 (나) 10 (다) 20

$\overline{AH}=8\times\sin(\overset{\text{(가)}}{\boxed{30}}^\circ)$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}$

$=\frac{1}{2}\times\overset{\text{(나)}}{\boxed{10}}\times 8\times\sin(\overset{\text{(가)}}{\boxed{30}}^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 10\times 8\times\frac{1}{2}=\overset{\text{(다)}}{\boxed{20}}$

08 답 (가) $\frac{1}{2}ab\sin(180^\circ-x)$ (나) $ab\sin(180^\circ-x)$

$\square ABCD=2\triangle ABC$

$=2\times\overset{\text{(가)}}{\boxed{\frac{1}{2}ab\sin(180^\circ-x)}}$

$=\boxed{ab\sin(180^\circ-x)}$ ←(나)

09 답 (가) ab (나) $\frac{1}{2}$ (다) $\frac{1}{2}ab$

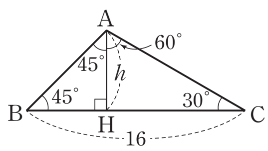
$\square EFGH=\overset{\text{(가)}}{\boxed{ab}}\sin x$이므로

$\square ABCD=\underset{\text{(나)}}{\boxed{\frac{1}{2}}}\times\square EFGH=\underset{\text{(다)}}{\boxed{\frac{1}{2}ab}}\sin x$

개념 필수 유형 잡기

10 답 ③

$\overline{AH}=h$라고 하자.



$\angle BAH=45°$, $\angle CAH=60°$

$\tan 45°=\dfrac{\overline{BH}}{h}$이므로

$\overline{BH}=\tan 45°\times h=h$

$\tan 60°=\dfrac{\overline{CH}}{h}$이므로 $\overline{CH}=\tan 60°\times h=\sqrt{3}h$

이때, $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=16$이므로

$h+\sqrt{3}h=16$, $h(\sqrt{3}+1)=16$

$\therefore\ h=\dfrac{16}{\sqrt{3}+1}=\dfrac{16(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}=8(\sqrt{3}-1)$

11 답 60°

$\angle BAH=180°-(30°+90°)=60°$

12 답 45°

$\angle CAH=180°-(90°+45°)=45°$

13 답 $\sqrt{3}h$

$\tan 60°=\dfrac{\overline{BH}}{h}$이므로 $\overline{BH}=\tan 60°\times h=\sqrt{3}h$

14 답 h

$\tan 45°=\dfrac{\overline{CH}}{h}$이므로 $\overline{CH}=\tan 45°\times h=h$

15 답 $\dfrac{9(\sqrt{3}-1)}{2}$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=9$이므로

$\sqrt{3}h+h=9$, $h(\sqrt{3}+1)=9$

$\therefore\ h=\dfrac{9}{\sqrt{3}+1}=\dfrac{9(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}=\dfrac{9(\sqrt{3}-1)}{2}$

16 답 ⑤

삼각형 ABH에서 $\angle BAH=180°-(60°+90°)=30°$이고,

$\overline{AH}=h$라고 하면 $\tan 30°=\dfrac{\overline{BH}}{h}$이므로

$\overline{BH}=\tan 30°\times h=\dfrac{\sqrt{3}h}{3}$

삼각형 AHC에서 $\angle CAH=180°-(45°+90°)=45°$이고,

$\tan 45°=\dfrac{\overline{CH}}{h}$이므로 $\overline{CH}=\tan 45°\times h=h$

이때, $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=10$이므로 $h\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}+1\right)=10$

양변에 3을 곱하면 $h(\sqrt{3}+3)=30$

$\therefore\ h=\dfrac{30}{3+\sqrt{3}}=\dfrac{30(3-\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}=\dfrac{30(3-\sqrt{3})}{6}=15-5\sqrt{3}$

$\therefore\ \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 10\times(15-5\sqrt{3})$

$=75-25\sqrt{3}$

17 답 ①

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 5\times 4\times \sin 45°$

$=\dfrac{1}{2}\times 5\times 4\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=5\sqrt{2}$

18 답 $21\sqrt{3}$

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times 14\times \sin 30°$

$=\dfrac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times 14\times\dfrac{1}{2}=21\sqrt{3}$

19 답 ⑤

$\angle B=180°-(95°+40°)=45°$

$\therefore\ \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{2}\times 7\times \sin B$

$=\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{2}\times 7\times \sin 45°$

$=\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{2}\times 7\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=14$

20 답 ④

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 6\times 10\times \sin A=30\sin A=15\sqrt{3}$

이므로 $\sin A=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

따라서 $0°<\angle A<90°$이므로 $\angle A=60°$

21 답 ③

$\overline{AH}=h$라고 하면

(가)

삼각형 ABH에서 $\angle BAH=\boxed{45}°$이므로

(나) (나)

$\tan 45°=\boxed{1}=\dfrac{\overline{BH}}{h}$　　$\therefore\ \overline{BH}=\boxed{1}\times h$

삼각형 ACH에서 $\angle CAH=30°$이므로 $\tan 30°=\dfrac{\overline{CH}}{h}$

(다)

$\therefore\ \overline{CH}=\tan 30°\times h=\boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{3}}\times h$

(라)

이때, $\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}=\boxed{8}$이므로

(나) (라)

$h\left(\boxed{1}-\boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{3}}\right)=\boxed{8}$

(다)

양변에 $\sqrt{3}$을 곱하면

$h(\sqrt{3}-1)=8\sqrt{3}$

$\therefore\ h=\dfrac{8\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}=\dfrac{8\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}$

(마)

$=4\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)=\boxed{12+4\sqrt{3}}$

22 답 $\angle CAH=45^\circ$

$\angle CAH=180^\circ-(45^\circ+90^\circ)=45^\circ$

23 답 $\sqrt{3}h$

$\tan 60^\circ=\dfrac{\overline{BH}}{h}$이므로 $\overline{BH}=\tan 60^\circ\times h=\sqrt{3}h$

24 답 h

$\tan 45^\circ=\dfrac{\overline{CH}}{h}$이므로 $\overline{CH}=\tan 45^\circ\times h=h$

25 답 $3\sqrt{3}+3$

$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}=6$이므로

$\sqrt{3}h-h=6,\ h(\sqrt{3}-1)=6$

$\therefore\ h=\dfrac{6}{\sqrt{3}-1}=\dfrac{6(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}$

$=3(\sqrt{3}+1)=3\sqrt{3}+3$

26 답 ⑤

삼각형 ABC의 높이를 $\overline{CH}=h$라고 하면

$\angle ACH=180^\circ-(25^\circ+90^\circ)=65^\circ$이고, $\angle BCH=45^\circ$이므로

삼각형 AHC에서 $\tan 65^\circ=\dfrac{\overline{AH}}{h}$

$\therefore\ \overline{AH}=\tan 65^\circ\times h$

삼각형 BHC에서 $\tan 45^\circ=\dfrac{\overline{BH}}{h}$이므로

$\overline{BH}=\tan 45^\circ\times h=h$

이때, $\overline{AB}=\overline{AH}-\overline{BH}=7$이므로

$\tan 65^\circ\times h-h=7,\ h(\tan 65^\circ-1)=7$

$\therefore\ h=\dfrac{7}{\tan 65^\circ-1}$

$\therefore$ ($\triangle$ABC의 높이)$=\dfrac{7}{\tan 65^\circ-1}$

27 답 $8\sqrt{3}$

$\angle BAH=180^\circ-(30^\circ+90^\circ)=60^\circ$

$\angle ACH=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

$\angle CAH=180^\circ-(60^\circ+90^\circ)=30^\circ$

$\tan 60^\circ=\dfrac{\overline{BH}}{h}$이므로 $\overline{BH}=\tan 60^\circ\times h=\sqrt{3}h$

$\tan 30^\circ=\dfrac{\overline{CH}}{h}$이므로 $\overline{CH}=\tan 30^\circ\times h=\dfrac{h}{\sqrt{3}}$

이때, $\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}=16$이므로

$\sqrt{3}h-\dfrac{h}{\sqrt{3}}=16,\ h\left(\sqrt{3}-\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)=16$

양변에 $\sqrt{3}$을 곱하면

$h(3-1)=16\sqrt{3},\ 2h=16\sqrt{3}$

$\therefore\ h=8\sqrt{3}$

28 답 $6\sqrt{3}\,cm^2$

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 4\times 6\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\dfrac{1}{2}\times 4\times 6\times \sin 60^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times 4\times 6\times \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=6\sqrt{3}\,(cm^2)$

29 답 $2\,cm^2$

$\angle C=180^\circ-(18^\circ+12^\circ)=150^\circ$이므로

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 4\times 2\times \sin(180^\circ-150^\circ)$

$=\dfrac{1}{2}\times 4\times 2\times \sin 30^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times 4\times 2\times \dfrac{1}{2}$

$=2\,(cm^2)$

30 답 ⑤

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 8\times 5\times \sin(180^\circ-B)$

$=20\times\sin(180^\circ-B)=10\sqrt{2}$

이므로 $\sin(180^\circ-B)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

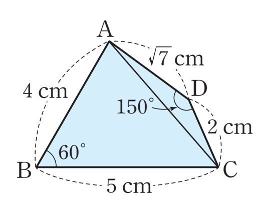
한편, $\sin 45^\circ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$이고, $90^\circ<\angle B<180^\circ$이므로

$180^\circ-\angle B=45^\circ$

$\therefore\ \angle B=135^\circ$

31 답 ②

보조선 $\overline{AC}$를 그어 두 삼각형 ABC, ACD의 넓이를 각각 구하면



$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 4\times 5\times \sin 60^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times 4\times 5\times \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=5\sqrt{3}\,(cm^2)$

$\triangle ACD=\dfrac{1}{2}\times 2\times \sqrt{7}\times \sin(180^\circ-150^\circ)$

$=\dfrac{1}{2}\times 2\times \sqrt{7}\times \sin 30^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times 2\times \sqrt{7}\times \dfrac{1}{2}=\dfrac{\sqrt{7}}{2}\,(cm^2)$

$\therefore\ \square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=5\sqrt{3}+\dfrac{\sqrt{7}}{2}$

$=\dfrac{10\sqrt{3}+\sqrt{7}}{2}\,(cm^2)$

32 답 ③

$\triangle ABD=\frac{1}{2}\times 4\times 3\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 4\times 3\times \sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 4\times 3\times \frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$

$\triangle BCD=\frac{1}{2}\times 4\times 6\times \sin 60^\circ$

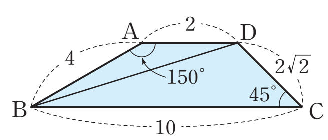
$=\frac{1}{2}\times 4\times 6\times \frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$

$\therefore \square ABCD=\triangle ABD+\triangle BCD$

$=3\sqrt{3}+6\sqrt{3}=9\sqrt{3}$

33 답 ①

보조선 $\overline{BD}$를 그어 두 삼각형 ABD, BCD의 넓이를 각각 구하면



$\triangle ABD=\frac{1}{2}\times 2\times 4\times \sin(180^\circ-150^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 2\times 4\times \sin 30^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 2\times 4\times \frac{1}{2}=2$

$\triangle BCD=\frac{1}{2}\times 10\times 2\sqrt{2}\times \sin 45^\circ$

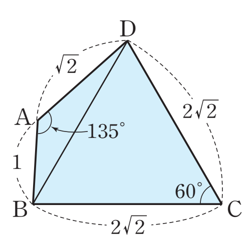
$=\frac{1}{2}\times 10\times 2\sqrt{2}\times \frac{\sqrt{2}}{2}=10$

$\therefore \square ABCD=\triangle ABD+\triangle BCD$

$=2+10=12$

34 답 $\frac{1+4\sqrt{3}}{2}$

보조선 $\overline{BD}$를 그어 두 삼각형 ABD, BCD의 넓이를 각각 구하면



$\triangle ABD$

$=\frac{1}{2}\times 1\times \sqrt{2}\times \sin(180^\circ-135^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times \sqrt{2}\times \sin 45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times \sqrt{2}\times \frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{2}$

$\triangle BCD=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}\times \sin 60^\circ$

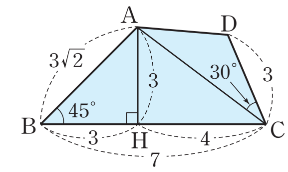
$=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}\times \frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$

$\therefore \square ABCD=\triangle ABD+\triangle BCD$

$=\frac{1}{2}+2\sqrt{3}=\frac{1+4\sqrt{3}}{2}$

35 답 ⑤

수선 $\overline{AH}$를 그으면



$\overline{AH}=3\sqrt{2}\sin 45^\circ$

$=3\sqrt{2}\times \frac{\sqrt{2}}{2}=3$

$\overline{BH}=3\sqrt{2}\cos 45^\circ$

$=3\sqrt{2}\times \frac{\sqrt{2}}{2}=3$

이므로 $\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=7-3=4$

따라서 삼각형 AHC에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AC}=\sqrt{\overline{AH}^2+\overline{CH}^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$

36 답 ③

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 3\sqrt{2}\times 7\times \sin 45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 3\sqrt{2}\times 7\times \frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{21}{2}$

$\triangle ACD=\frac{1}{2}\times \overline{AC}\times \overline{CD}\times \sin 30^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 5\times 3\times \sin 30^\circ$

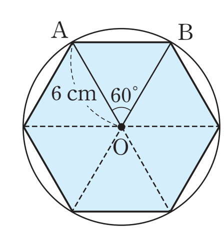
$=\frac{1}{2}\times 5\times 3\times \frac{1}{2}=\frac{15}{4}$

$\therefore \square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=\frac{21}{2}+\frac{15}{4}=\frac{42+15}{4}=\frac{57}{4}$

37 답 ①

주어진 정육각형의 넓이는 오른쪽 그림과 같은 삼각형 AOB의 넓이의 6배이다.



$\angle AOB=\frac{360^\circ}{6}=60^\circ$이므로

$\triangle AOB=\frac{1}{2}\times 6\times 6\times \sin 60^\circ$

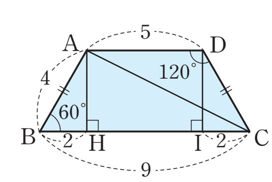
$=\frac{1}{2}\times 6\times 6\times \frac{\sqrt{3}}{2}=9\sqrt{3}\,(cm^2)$

$\therefore$ (정육각형의 넓이)$=6\triangle AOB$

$=6\times 9\sqrt{3}=54\sqrt{3}\,(cm^2)$

38 답 ③

점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, I라고 하면 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{BH}=\overline{CI}=2$, $\overline{HI}=5$이므로



$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{HI}+\overline{CI}$

$=2\overline{BH}+5=9$

$\therefore \overline{BH}=\frac{9-5}{2}=2$

삼각형 ABH에서

$\overline{AB}=\frac{\overline{BH}}{\cos 60^\circ}=2\div\frac{1}{2}=2\times2=4$

$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\times9\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times4\times9\times\frac{\sqrt{3}}{2}=9\sqrt{3}$

한편, 삼각형 ACD에서

$\overline{DC}=\overline{AB}=4,\ \angle D=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

$\therefore\ \triangle ACD=\frac{1}{2}\times5\times4\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times5\times4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}$

$\therefore\ \square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=9\sqrt{3}+5\sqrt{3}=14\sqrt{3}$

[다른 풀이]

$\overline{AH}=\overline{BH}\tan 60^\circ=2\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

$\therefore\ \square ABCD=\frac{\{(\text{윗변})+(\text{아랫변})\}\times(\text{높이})}{2}$

$=\frac{(5+9)\times2\sqrt{3}}{2}$

$=14\sqrt{3}$

39 답 ⑤

평행사변형 ABCD에서 $\overline{AD}=\overline{BC}=12\,\text{cm}$이므로

$\square ABCD=8\times12\times\sin 60^\circ$

$=8\times12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=48\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

40 답 ①

$\square ABCD=5\times6\times\sin(180^\circ-150^\circ)$

$=5\times6\times\sin 30^\circ$

$=5\times6\times\frac{1}{2}=15$

41 답 ⑤

마름모 ABCD의 넓이는

$4\sqrt{3}\times4\sqrt{3}\times\sin 30^\circ=4\sqrt{3}\times4\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=24\,(\text{cm}^2)$

42 답 ③

$\square ABCD=8\times6\times\sin(180^\circ-x)$

$=48\times\sin(180^\circ-x)=24\sqrt{2}$

이므로 $\sin(180^\circ-x)=\frac{\sqrt{2}}{2}$

한편, $\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$이고, $90^\circ<\angle x<180^\circ$이므로

$180^\circ-\angle x=45^\circ$

$\therefore\ \angle x=135^\circ$

43 답 ②

$\square ABCD=3\times8\times\sin B=12\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$에서

$24\sin B=12\sqrt{2}$이므로 $\sin B=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore\ \angle B=45^\circ\ (\because\ 0^\circ<\angle B<90^\circ)$

44 답 ④

마름모 ABCD의 한 변의 길이를 x라고 하면

$\square ABCD=x\times x\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=x^2\times\sin 60^\circ$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}x^2=50\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

에서 $x^2=100$이므로 $x=10\,(\text{cm})\ (\because\ x>0)$

따라서 마름모 ABCD의 한 변의 길이는 10 cm

45 답 ⑤

둘레의 길이가 36 cm이므로

$2(\overline{AD}+\overline{AB})=36,\ 2(12+\overline{AB})=36$

$12+\overline{AB}=18 \qquad \therefore\ \overline{AB}=6$

$\therefore\ \square ABCD=12\times6\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=12\times6\times\sin 60^\circ$

$=12\times6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=36\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

46 답 ②

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times6\times4\sqrt{2}\times\sin 45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times6\times4\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=12$

47 답 ②

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times12\times14\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times12\times14\times\frac{\sqrt{3}}{2}=42\sqrt{3}$

48 답 ②

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times4\times4\sqrt{2}\times\sin(180^\circ-135^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times4\times4\sqrt{2}\times\sin 45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times4\times4\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=8$

49 답 ①

직사각형의 두 대각선의 길이는 $4\sqrt{3}$으로 같으므로

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4\sqrt{3}\times\sin 30^\circ$

$=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=12$

50 답 ⑤

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times 8\times 8\times \sin(180^\circ-135^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 8\times 8\times \sin 45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 8\times 8\times \frac{\sqrt{2}}{2}=16\sqrt{2}\,(cm^2)$

51 답 ④

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times 30\sqrt{2}\times 30\sqrt{2}\times \sin(180^\circ-x)$

$=900\sin(180^\circ-x)=450\sqrt{3}$

이므로 $\sin(180^\circ-x)=\frac{450\sqrt{3}}{900}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

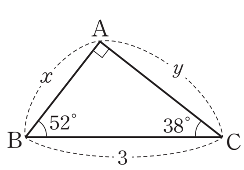
한편, $\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$이고, $90^\circ<\angle x<180^\circ$이므로

$180^\circ-\angle x=60^\circ$

$\therefore\ \angle x=120^\circ$

내신 대비 연습 문제 C ~ D

01 답 ②



삼각형 ABC에서 $\angle A=90^\circ$이므로

$\cos 38^\circ=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{y}{3}$

$\therefore\ y=3\cos 38^\circ$

한편, $\angle B=180^\circ-(90^\circ+38^\circ)=52^\circ$이고,

$\cos 52^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{x}{3}$이므로

$x=3\cos 52^\circ$

02 답 5.4

삼각형 ABC에서 $\angle C=90^\circ$이므로

$\sin 58^\circ=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{9}{x}$

$\therefore\ x=\frac{9}{\sin 58^\circ}=9\times 1.2=10.8$

$\tan 58^\circ=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{9}{y}$이므로

$y=\frac{9}{\tan 58^\circ}=9\times 0.6=5.4$

$\therefore\ x-y=10.8-5.4=5.4$

03 답 $9\sqrt{3}$ m

삼각형 ACB에서 $\tan 30^\circ=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{BC}}{9}$

$\overline{BC}=9\tan 30^\circ=9\times\frac{\sqrt{3}}{3}=3\sqrt{3}\,(m)$

$\cos 30^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{9}{\overline{AC}}$

$\overline{AC}=\frac{9}{\cos 30^\circ}=9\div\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=9\times\frac{2}{\sqrt{3}}=9\times\frac{2\sqrt{3}}{3}=6\sqrt{3}\,(m)$

$\therefore$ (처음 나무의 높이)$=\overline{AC}+\overline{BC}$

$=6\sqrt{3}+3\sqrt{3}=9\sqrt{3}\,(m)$

04 답 $48\sqrt{3}\ cm^3$

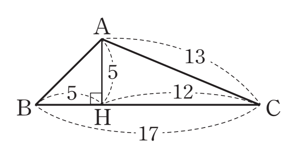
삼각형 FGC에서 $\overline{CG}=8\sin 60^\circ=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}\,(cm)$

$\overline{FG}=8\cos 60^\circ=8\times\frac{1}{2}=4\,(cm)$

$\therefore$ (직육면체의 부피)$=3\times 4\times 4\sqrt{3}$

$=48\sqrt{3}\,(cm^3)$

05 답 $5\sqrt{2}$



수선 $\overline{AH}$를 그으면

$\overline{CH}=13\cos C=13\times\frac{12}{13}=12$

$\overline{BH}=\overline{BC}-\overline{CH}=17-12=5$

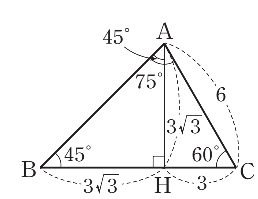
피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AH}=\sqrt{\overline{AC}^2-\overline{CH}^2}=\sqrt{13^2-12^2}=5$

따라서 삼각형 ABH에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AB}=\sqrt{\overline{AH}^2+\overline{BH}^2}=\sqrt{5^2+5^2}=5\sqrt{2}$

06 답 ⑤



수선 $\overline{AH}$를 그으면

$\overline{CH}=6\cos 60^\circ=6\times\frac{1}{2}=3$

$\overline{AH}=6\sin 60^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$

$\angle BAH=75^\circ-30^\circ=45^\circ$이고,

$\angle ABH=180^\circ-(75^\circ+60^\circ)=45^\circ$이므로

삼각형 ABH는 직각이등변삼각형이다.

$\therefore\ \overline{AB}=\sqrt{\overline{AH}^2+\overline{BH}^2}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+(3\sqrt{3})^2}$

$=\sqrt{27+27}=\sqrt{54}=3\sqrt{6}$

[다른 풀이]

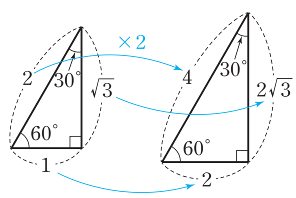
특수한 각을 가지는 직각삼각형의 길이의 비를 이용하면

$\overline{AC}:\overline{AH}=2:\sqrt{3}$, $6:\overline{AH}=2:\sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{AH}=3\sqrt{3}$

$\angle BAH=75°-30°=45°$이고 $\angle B=45°$이므로
삼각형 ABH는 직각이등변삼각형이다.
특수한 각을 가지는 직각삼각형의 길이의 비를 이용하면
$\overline{AB} : \overline{AH}=\sqrt{2} : 1$, $\overline{AB} : 3\sqrt{3}=\sqrt{2} : 1$
$\therefore \overline{AB}=3\sqrt{3}\times\sqrt{2}=3\sqrt{6}$

Tip
[특수한 각을 이용하여 변의 길이 구하기]
특수한 각을 가지는 직각삼각형에서 한 변의 길이가 a배 되면 나머지 변들도 a배 된다. (단, $a>0$)
- $30°$, $60°$의 삼각비의 값
  삼각형의 길이의 비가 $1 : \sqrt{3} : 2$임을 이용한다.



07 답 12

$\overline{AH}=h$라고 하면 두 삼각형 ABH, AHC가 직각삼각형이므로
$\angle BAH=180°-(45°+90°)=45°$
$\angle CAH=180°-(65°+90°)=25°$
$\tan 45°=\dfrac{\overline{BH}}{h}$이므로
$\overline{BH}=\tan 45°\times h=h$
$\tan 25°=\dfrac{\overline{CH}}{h}$이므로
$\overline{CH}=\tan 25°\times h=0.5h$
이때, $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=18$이므로
$h+0.5h=18$, $1.5h=18$
$\therefore h=\dfrac{18}{1.5}=\dfrac{18}{\frac{3}{2}}=12$
$\therefore \overline{AH}=12$
[다른 풀이]
$\tan 25°$ 대신 $\tan 65°$를 이용하자.
$\tan 65°=\dfrac{h}{\overline{CH}}=2 \qquad \therefore \overline{CH}=\dfrac{h}{2}$
(이하 동일)

08 답 ④

$\angle A=180°-75°\times 2=30°$
$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 12\times 12\times\sin 30°$
$=\dfrac{1}{2}\times 12\times 12\times\dfrac{1}{2}=36$

09 답 ③

삼각형 ABH에서
$\angle BAH=180°-(30°+90°)=60°$
$\tan 60°=\dfrac{\overline{BH}}{h}$이므로 $\overline{BH}=\tan 60°\times h=\sqrt{3}h$
삼각형 ACH에서
$\angle CAH=180°-(45°+90°)=45°$
$\tan 45°=\dfrac{\overline{CH}}{h}$이므로 $\overline{CH}=\tan 45°\times h=h$
이때, $\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}=2$이므로
$\sqrt{3}h-h=2$, $(\sqrt{3}-1)h=2$
$\therefore h=\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}=\dfrac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}=\sqrt{3}+1$

10 답 $3\sqrt{3}+6$

삼각형 ABC에서
$\overline{AB}=\overline{AC}\times\cos 60°=2\sqrt{6}\times\dfrac{1}{2}=\sqrt{6}$
$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{6}\times\sqrt{6}\times\sin 60°$
$=\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{6}\times\sqrt{6}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$
삼각형 ACD에서
$\overline{CD}=\overline{AC}\times\cos 45°=2\sqrt{6}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{3}$
$\therefore \triangle ACD=\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{6}\times 2\sqrt{3}\times\sin 45°$
$=\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{6}\times 2\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=6$
$\therefore \square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD=3\sqrt{3}+6$

11 답 $12\sqrt{3}\,cm^2$

$\square ABCD=8\times 12\times\sin 60°$
$=8\times 12\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=48\sqrt{3}(cm^2)$
$\therefore \triangle AMC=\dfrac{1}{4}\square ABCD$
$=\dfrac{1}{4}\times 48\sqrt{3}=12\sqrt{3}(cm^2)$

12 답 ②

$\overline{AC}=\overline{BD}=x$라고 하면
$\square ABCD=\dfrac{1}{2}\times x\times x\times\sin(180°-120°)$
$=\dfrac{1}{2}\times x^2\times\sin 60°=\dfrac{\sqrt{3}}{4}x^2=\dfrac{25\sqrt{3}}{2}$
이므로 $x^2=50$
$\therefore x=5\sqrt{2}(cm)\ (\because x>0)$
$\therefore \overline{AC}=5\sqrt{2}\,cm$

대단원 총정리 문제 V 삼각비

01 답 ④

피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AB}=\sqrt{\overline{AC}^2+\overline{BC}^2}=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

① $\sin A=\frac{2}{2\sqrt{5}}=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$ (참)

② $\cos A=\frac{4}{2\sqrt{5}}=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (참)

③ $\tan A=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$ (참)

④ $\sin B=\frac{4}{2\sqrt{5}}=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (거짓)

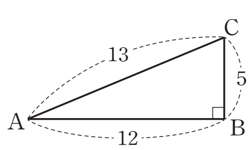
⑤ $\tan B=\frac{4}{2}=2$ (참)

02 답 ②

$\sin A=\frac{5}{13}$이므로 $\overline{AC}=13$,

$\overline{BC}=5$인 삼각형 ABC에서

피타고라스 정리에 의하여



$\overline{AB}=\sqrt{\overline{AC}^2-\overline{BC}^2}$

$=\sqrt{13^2-5^2}$

$=\sqrt{144}=12$

$\therefore \cos A=\frac{12}{13}$, $\tan A=\frac{5}{12}$, $\sin C=\frac{12}{13}$

$\cos A\times\tan A+\sin C=\frac{12}{13}\times\frac{5}{12}+\frac{12}{13}$

$=\frac{5}{13}+\frac{12}{13}$

$=\frac{17}{13}$

$\cos^2 A+\sin^2 A=\left(\frac{12}{13}\right)^2+\left(\frac{5}{13}\right)^2=\frac{169}{169}=1$

$\therefore \frac{\cos A\times\tan A+\sin C}{\cos^2 A+\sin^2 A}=\frac{17}{13}$

03 답 $8+2\sqrt{10}$

$\overline{AC}=6$이고, $\tan C=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{AB}}{6}=\frac{1}{3}$이므로

$\overline{AB}=2$

피타고라스 정리에 의하여

$\overline{BC}=\sqrt{\overline{AB}^2+\overline{AC}^2}=\sqrt{2^2+6^2}$

$=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

$\therefore$ (△ABC의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{AC}+\overline{BC}$

$=2+6+2\sqrt{10}$

$=8+2\sqrt{10}$

04 답 $-\frac{1}{2}$

$(1-\sin 30^\circ-\sin 60^\circ)\times(1-\cos 60^\circ+\cos 30^\circ)$

$=\left(1-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$=\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\times\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

$=\frac{1}{4}-\frac{3}{4}=-\frac{2}{4}=-\frac{1}{2}$

05 답 ④

$\angle x+\angle C=90^\circ$이고, $\angle B+\angle C=90^\circ$이므로 $\angle x=\angle B$

삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AC}=\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}=3$

$\cos x=\cos B=\frac{4}{5}$

$\sin x=\sin B=\frac{3}{5}$

$\therefore \cos x-\sin x=\frac{4}{5}-\frac{3}{5}=\frac{1}{5}$

[다른 풀이]

점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발이 H이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle HAC$ (AA 닮음)

$\therefore \angle x=\angle CAH=\angle B$

(이하 동일)

06 답 $\frac{5\sqrt{29}}{29}$

삼각형 DFH는 $\angle H=90^\circ$인 직각삼각형이므로

피타고라스 정리에 의하여

$\overline{FH}=\sqrt{\overline{FG}^2+\overline{GH}^2}$

$=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5$

$\overline{DF}=\sqrt{\overline{FH}^2+\overline{DH}^2}$

$=\sqrt{5^2+2^2}=\sqrt{29}$

$\therefore \cos x=\frac{\overline{FH}}{\overline{DF}}=\frac{5}{\sqrt{29}}=\frac{5\sqrt{29}}{29}$

07 답 ①, ⑤

① $\sin 30^\circ\times\cos 30^\circ=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}$ (참)

② $\tan 60^\circ\div\tan 30^\circ=\sqrt{3}\div\frac{\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}\times\frac{3}{\sqrt{3}}=3$ (거짓)

③ $\sqrt{3}\sin 60^\circ=\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3}{2}$ (거짓)

④ $\sqrt{3}\tan 60^\circ\div\sin 30^\circ=\sqrt{3}\times\sqrt{3}\div\frac{1}{2}=3\times 2=6$ (거짓)

⑤ $\tan 60^\circ\times\sin 30^\circ-\cos 45^\circ$

$=\sqrt{3}\times\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$ (참)

08 답 ③

직선 $y=ax+b$가 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 45°이므로 $a=\tan 45^\circ=1$ $\quad\therefore a=1$

즉, 직선 $y=x+b$가 점 $(-3,\ 0)$을 지나므로

$0=-3+b$ $\quad\therefore b=3$

$\therefore ab=1\times3=3$

09 답 1.38

$\cos 58^\circ=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\dfrac{1.06}{2}=0.53$

$\cos 32^\circ=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\dfrac{1.7}{2}=0.85$

$\therefore \cos 58^\circ+\cos 32^\circ=0.53+0.85=1.38$

10 답 ⑤

$\cos 50^\circ=\dfrac{\overline{OH}}{\overline{OA}}=\dfrac{\overline{OH}}{5}$ $\quad\therefore \overline{OH}=5\cos 50^\circ$

$\therefore \overline{BH}=\overline{OB}-\overline{OH}=5-5\cos 50^\circ$

11 답 ④

① $\sin 0^\circ\times\tan 0^\circ=0\times0=0$ (참)

② $\sin 90^\circ-\tan 45^\circ+\cos 0^\circ=1-1+1=1$ (참)

③ $\sin 30^\circ+\cos 60^\circ\times\sin 90^\circ=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\times1=1$ (참)

④ $(1+\sin 0^\circ)\times(1+\cos 0^\circ)=(1+0)\times(1+1)$
$=2$ (거짓)

⑤ $(\sin 45^\circ+\sin 90^\circ)\times(\cos 45^\circ-\cos 0^\circ)$

$=\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}+1\right)\times\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}-1\right)=\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2-1^2$

$=\dfrac{1}{2}-1=-\dfrac{1}{2}$ (참)

12 답 2

$45^\circ<A<90^\circ$일 때, $0<\cos A<\sin A$이므로

$\cos A+\sin A>0$, $\cos A-\sin A<0$이다.

$\sqrt{(\cos A+\sin A)^2}+\sqrt{(\cos A-\sin A)^2}$

$=|\cos A+\sin A|+|\cos A-\sin A|$

$=\cos A+\sin A-(\cos A-\sin A)$

$=\cos A+\sin A-\cos A+\sin A=2\sin A$

이므로 $2\sin A=a\sin A+b\cos A+c$

$\therefore a=2,\ b=0,\ c=0$

$\therefore a+b+c=2$

13 답 50°

$\begin{cases}2\sin x+\cos x=2.1748 & \cdots ㉠\\ 2\sin x-\cos x=0.8892 & \cdots ㉡\end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $4\sin x=3.0640$

$\therefore \sin x=\dfrac{3.0640}{4}=0.7660$

따라서 삼각비의 표에서 $\sin 50^\circ=0.7660$이므로

$x=50^\circ$

14 답 14.46

$\overline{AB}=6\cos 40^\circ=6\times0.77=4.62$

$\overline{BC}=6\sin 40^\circ=6\times0.64=3.84$

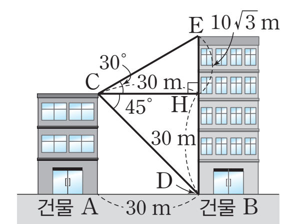
$\therefore$ ($\triangle$ABC의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}$
$=4.62+3.84+6=14.46$

15 답 ②

$\overline{BC}=30\cos 28^\circ=30\times0.88=26.4\,(\text{m})$

16 답 ①

오른쪽 그림과 같은 삼각형 CDE에 대하여



$\overline{CH}=30\,\text{m}$

$\overline{DH}=30\tan 45^\circ=30\,(\text{m})$

$\overline{EH}=30\tan 30^\circ$

$=30\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$=10\sqrt{3}\,(\text{m})$

$\therefore$ (건물 B의 높이)$=\overline{DE}=\overline{DH}+\overline{EH}$
$=30+10\sqrt{3}\,(\text{m})$

17 답 $9\sqrt{3}\pi\ \text{cm}^3$

삼각형 ABO에서

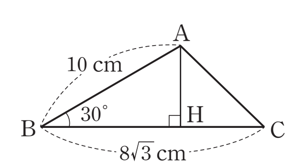
$\overline{AO}=\overline{AB}\sin 60^\circ=6\sin 60^\circ=6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\overline{BO}=\overline{AB}\cos 60^\circ=6\cos 60^\circ=6\times\dfrac{1}{2}=3\,(\text{cm})$

$\therefore$ (원뿔의 부피)$=\dfrac{1}{3}\times\pi\times3^2\times3\sqrt{3}=9\sqrt{3}\pi\,(\text{cm}^3)$

18 답 ⑤

수선 $\overline{AH}$를 그으면 삼각형 ABH에서



$\overline{AH}=10\sin 30^\circ$

$=10\times\dfrac{1}{2}=5\,(\text{cm})$

$\overline{BH}=10\cos 30^\circ=10\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=8\sqrt{3}-5\sqrt{3}=3\sqrt{3}\,(\text{cm})$

따라서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AC}=\sqrt{\overline{CH}^2+\overline{AH}^2}$

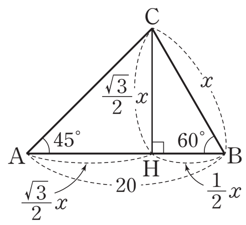
$=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+5^2}=\sqrt{27+25}$

$=\sqrt{52}=2\sqrt{13}\,(\text{cm})$

19
답 (가) $\frac{\sqrt{3}}{2}x$ (나) $\frac{1}{2}x$ (다) 20 (라) $20(\sqrt{3}-1)$

점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H, $\overline{BC}=x$라 하면

$\overline{CH}=\overline{BC}\sin 60^\circ=\boxed{\frac{\sqrt{3}}{2}x}$ ←(가)



$\overline{BH}=\overline{BC}\cos 60^\circ=\boxed{\frac{1}{2}x}$ ←(나)

삼각형 AHC는 직각이등변삼각형이므로

$\overline{AH}=\overline{CH}=\boxed{\frac{\sqrt{3}}{2}x}$ ←(가)

$\overline{AB}=\overline{AH}+\overline{BH}=\overline{CH}+\overline{BH}=\boxed{20}$이므로 ←(다)

$\frac{\sqrt{3}}{2}x+\frac{1}{2}x=20$, $(\sqrt{3}+1)x=40$

$\therefore x=\frac{40}{\sqrt{3}+1}=\frac{40(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}=\frac{40(\sqrt{3}-1)}{2}$

$=\boxed{20(\sqrt{3}-1)}$ ←(라)

20
답 ④

$\overline{AH}=h$임을 이용하면

$\angle BAH=45^\circ$에서 $\tan 45^\circ=\frac{\overline{BH}}{h}$이므로

$\overline{BH}=\tan 45^\circ\times h=h$

$\angle CAH=40^\circ$에서 $\tan 40^\circ=\frac{\overline{CH}}{h}$이므로

$\overline{CH}=\tan 40^\circ\times h$

이때, $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=8$이므로

$h+\tan 40^\circ\times h=8$, $h(1+\tan 40^\circ)=8$

$\therefore h=\frac{8}{1+\tan 40^\circ}$

21
답 ③

$0^\circ<\angle B<90^\circ$에서 $\tan B=1$이므로 $\angle B=45^\circ$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 9\times 12\times \sin 45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 9\times 12\times \frac{\sqrt{2}}{2}=27\sqrt{2}$

22
답 ①

$\angle A=180^\circ-15^\circ\times 2=150^\circ$

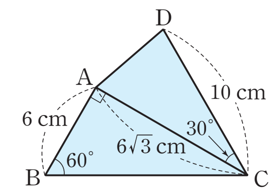
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 6\times 6\times \sin(180^\circ-150^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 6\times 6\times \sin 30^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 6\times 6\times \frac{1}{2}=9(\text{cm}^2)$

23
답 ⑤

삼각형 ABC에서



$\overline{AC}=\overline{AB}\times\tan 60^\circ$

$=6\times\sqrt{3}=6\sqrt{3}(\text{cm})$ ⋯ ㉠

$\therefore \triangle ABC$

$=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}$

$=\frac{1}{2}\times 6\times 6\sqrt{3}=18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

한편, 삼각형 ACD에서

$\triangle ACD=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{CD}\times\sin 30^\circ$ ($\because$ ㉠)

$=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times 10\times\sin 30^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times 10\times\frac{1}{2}$

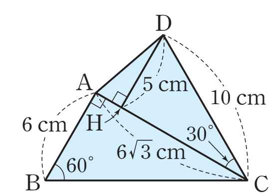
$=15\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

$\therefore \square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=18\sqrt{3}+15\sqrt{3}=33\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

[다른 풀이]

점 D에서 $\overline{AC}$에 수선의 발 H를 내리고 특수한 각을 가지는 직각삼각형의 길이의 비를 이용하면



$\overline{CD}:\overline{DH}=2:1$

$10:\overline{DH}=2:1$

$\therefore \overline{DH}=5(\text{cm})$

$\therefore \triangle ACD=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times 5=15\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

(이하 동일)

24
답 ④

$\square ABCD=6\times 8\times\sin B$

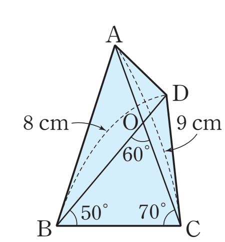
$=48\sin B=24\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

이므로 $\sin B=\frac{24\sqrt{3}}{48}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \angle B=60^\circ$ ($\because 0^\circ<\angle B<90^\circ$)

25
답 $18\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

두 대각선 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$의 교점을 O라고 하면



$\angle BOC=180^\circ-(50^\circ+70^\circ)=60^\circ$

$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times 8\times 9\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 8\times 9\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

E 원과 직선

01 답 수직이등분

02 답 $\overline{CD}$, $\overline{OM}$

03 답 같다

04 답 ○

05 답 ○

06 답 ×

원의 외부에 있는 한 점에서 원에 그을 수 있는 접선은 2개이다.

개념 연산 훈련

07 답 $x=4$

$\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로 $\overline{AM}=\overline{BM}$

$\therefore x=\overline{AM}=4$

08 답 $x=5$

$\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로 $\overline{AM}=\overline{BM}$

$\therefore x=\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times10=5$

09 답 $x=16$

$\overline{AH}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8\,(\text{cm})$

$\therefore x=\overline{AB}=2\overline{AH}=2\times8=16$

10 답 $x=3$

$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times8=4\,(\text{cm})$

$\therefore x=\overline{OH}=\sqrt{5^2-4^2}=3$

11 답 $x=2\sqrt{55}$

$\overline{BH}=\sqrt{8^2-3^2}=\sqrt{55}\,(\text{cm})$

$\therefore x=\overline{AB}=2\overline{BH}=2\times\sqrt{55}=2\sqrt{55}$

12 답 $x=5$

원의 중심에서 같은 거리에 있는 두 현의 길이는 같으므로 $x=5$

13 답 $x=5$

길이가 같은 두 현은 원의 중심에서 같은 거리에 있으므로 $x=5$

14 답 60°

$\angle PAO=90^\circ$이므로 삼각형 PAO에서

$\angle x=180^\circ-(90^\circ+30^\circ)=60^\circ$

15 답 120°

$\overline{PA}\perp\overline{OA}$, $\overline{PB}\perp\overline{OB}$이므로 사각형 APBO에서

$\angle x+60^\circ+90^\circ+90^\circ=360^\circ$, $\angle x+240^\circ=360^\circ$

$\therefore \angle x=360^\circ-240^\circ=120^\circ$

16 답 $y=6$

원 밖의 한 점 P에 대한 두 접선 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $y=6$

개념 필수 유형 잡기

17 답 ②

$\overline{AB}=2\overline{BM}=2\times6=12\,(\text{cm})$

18 답 16 cm

삼각형 OBM에서

$\overline{BM}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{BM}=2\times8=16\,(\text{cm})$

19 답 5 cm

$\overline{AM}=\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times24=12\,(\text{cm})$

따라서 삼각형 AMO에서

$\overline{OM}=\sqrt{13^2-12^2}=\sqrt{25}=5\,(\text{cm})$

20 답 $\sqrt{34}$

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times10=5$

따라서 삼각형 OAM에서 $r=\sqrt{5^2+3^2}=\sqrt{34}$

21 답 $2\sqrt{3}$ cm

$\overline{OM}=\overline{OC}-\overline{MC}=4-2=2\,(\text{cm})$

삼각형 OMB에서

$\overline{BM}=\sqrt{4^2-2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AM}=\overline{BM}=2\sqrt{3}$ cm

22 답 ②

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 12=6\,(\text{cm})$

$\overline{OA}=r$ cm라고 하면 $\overline{OM}=(r-3)$ cm

삼각형 OAM에서 피타고라스 정리에 의하여

$r^2=(r-3)^2+6^2$, $r^2=r^2-6r+9+36$

$6r=45 \quad \therefore r=\frac{15}{2}$

∴ (원 O의 반지름의 길이)$=\frac{15}{2}$ cm

23 답 ①

$\overline{AM}=\sqrt{7^2-4^2}=\sqrt{33}$

$\therefore \overline{CD}=\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times\sqrt{33}=2\sqrt{33}$

24 답 15

$x=\overline{DN}=\overline{CN}=5$, $y=\overline{AB}=\overline{CD}=2\overline{CN}=2\times 5=10$

$\therefore x+y=15$

25 답 3

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 수직이등분하므로

$\overline{AB}\perp\overline{OM}$에서 $\overline{AM}=\overline{BM}=4$이다.

$\therefore \overline{AB}=\overline{AM}+\overline{BM}=4+4=8$

삼각형 AMO에서 $\overline{OM}=\sqrt{5^2-4^2}=3$

따라서 $\overline{AB}=\overline{CD}=8$이므로 $\overline{ON}=\overline{OM}=3$

26 답 ②

사각형 AMON에서

$\angle A=360^\circ-(120^\circ+90^\circ+90^\circ)=60^\circ$

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$이다.

즉, 삼각형 ABC는 이등변삼각형이므로

$\angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$

따라서 삼각형 ABC는 정삼각형이므로

$\overline{BC}=\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times 3=6\,(\text{cm})$

27 답 ②

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AC}=\overline{BC}$

즉, 삼각형 ABC는 $\overline{AC}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle CBA=\angle CAB=72^\circ$

$\therefore \angle x=180^\circ-(72^\circ+72^\circ)=36^\circ$

28 답 $3\sqrt{3}$ cm^2

$\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$

즉, 삼각형 ABC는 정삼각형이다.

따라서 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$ cm인 정삼각형이므로

$\triangle ABC=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(2\sqrt{3})^2=3\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

Tip

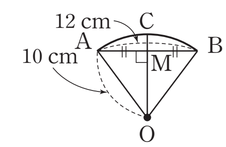
[정삼각형의 높이와 넓이]

한 변의 길이가 a인 정삼각형에 대하여

① 정삼각형의 높이는 $\frac{\sqrt{3}}{2}a$

② 정삼각형의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

29 답 2 cm



원의 중심을 O라고 하면 원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 수직이등분하므로

$\overline{AM}=\overline{BM}=6$ cm

직각삼각형 OMA에서

$\overline{OM}=\sqrt{\overline{OA}^2-\overline{AM}^2}$

$=\sqrt{10^2-6^2}=8\,(\text{cm})$

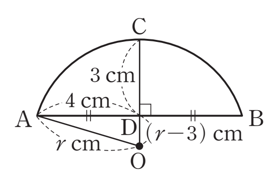
$\therefore \overline{CM}=\overline{OC}-\overline{OM}$

$=10-8=2\,(\text{cm})$

30 답 ②

$\overline{AD}=\overline{BD}$, $\overline{AB}\perp\overline{CD}$이므로 $\overline{CD}$의 연장선은 원의 중심을 지난다.

$\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=4\,(\text{cm})$



오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O, 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$\overline{OD}=(r-3)$ cm이므로

삼각형 AOD에서

$r^2=4^2+(r-3)^2$, $r^2=16+r^2-6r+9$

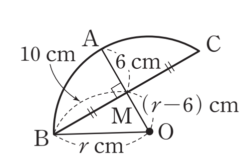
$6r=25 \quad \therefore r=\frac{25}{6}$

∴ (원 O의 반지름의 길이)$=\frac{25}{6}$ cm

31 답 $\frac{34}{3}$ cm

$\overline{BC}\perp\overline{AM}$, $\overline{BM}=\overline{CM}$이므로 $\overline{AM}$의 연장선은 원의 중심을 지난다.

$\therefore \overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\times 20=10\,(\text{cm})$



오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O, 반지름의 길이를 r cm라고 하면

삼각형 BOM에서

$r^2=10^2+(r-6)^2$, $r^2=100+r^2-12r+36$

$12r=136 \quad \therefore r=\frac{136}{12}=\frac{34}{3}$

∴ (거울의 반지름의 길이)$=\frac{34}{3}$ cm

32 답 6.5 cm

원의 외부에 있는 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 서로 같으므로

$\overline{PA}=\overline{PB}=6.5\text{ cm}$

삼각형 APB는 $\overline{PA}=\overline{PB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle PAB=\angle PBA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$

따라서 삼각형 APB는 정삼각형이므로

$\overline{AB}=6.5\text{ cm}$

33 답 ④

$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로

$68^\circ+\angle x=180^\circ \qquad \therefore \angle x=112^\circ$

34 답 ②

원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$(r+3)^2=5^2+r^2,\ r^2+6r+9=25+r^2$

$6r=16 \qquad \therefore r=\frac{16}{6}=\frac{8}{3}$

$\therefore$ (원 O의 반지름의 길이)$=\frac{8}{3}$ cm

35 답 4 cm

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}=8+7+9=24\,(\text{cm})$이고,

$\overline{AD}=\overline{AF},\ \overline{BD}=\overline{BE},\ \overline{CE}=\overline{CF}$이므로

$(\triangle ABC$의 둘레의 길이$)=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}$

$=\overline{AB}+\overline{BE}+\overline{EC}+\overline{AC}$

$=(\overline{AB}+\overline{BD})+(\overline{CF}+\overline{AC})$

$=\overline{AD}+\overline{AF}=2\overline{AD}=24$

이므로 $\overline{AD}=12\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BD}=\overline{AD}-\overline{AB}=12-8=4\,(\text{cm})$

[다른 풀이]

$\overline{BD}=x,\ \overline{CF}=y$라고 하면, $\overline{BE}=\overline{BD}=x,\ \overline{CE}=\overline{CF}=y$이므로

$x+y=7$ ⋯ ㉠

$\overline{AD}=\overline{AB}+\overline{BD}=8+x$

$\overline{AF}=\overline{AC}+\overline{CF}=9+y$

원 밖의 한 점 A에서 원 O에 그은 접선의 길이는 같으므로

$\overline{AD}=\overline{AF},\ 8+x=9+y$

$\therefore x-y=1$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하면 $x=4,\ y=3$

$\therefore \overline{BD}=4\text{ cm}$

36 답 10 cm

$\overline{AD}=\overline{AF}=17\text{ cm}$이므로

$\overline{BD}=\overline{AD}-\overline{AB}=17-13=4\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BE}=\overline{BD}=4\text{ cm}$

$\overline{CF}=\overline{AF}-\overline{AC}=17-11=6\,(\text{cm})$이므로

$\overline{CE}=\overline{CF}=6\text{ cm}$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$

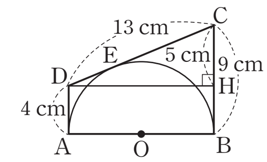
$=4+6=10\,(\text{cm})$

37 답 ⑤

⑤ $\overline{OC}=\sqrt{\overline{OE}^2+\overline{CE}^2}$이므로

$\overline{OC}>\overline{OE} \qquad \therefore \overline{OE}\neq\overline{OC}$ (거짓)

38 답 ③



오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$\overline{CD}=\overline{DE}+\overline{EC}$

$=\overline{AD}+\overline{BC}$

$(\because \overline{AD}=\overline{DE},\ \overline{EC}=\overline{BC})$

$=4+9=13\,(\text{cm})$

직사각형 ABHD에서 $\overline{BH}=\overline{AD}=4\text{ cm}$이므로

$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}$

$=9-4=5\,(\text{cm})$

삼각형 CDH에서

$\overline{DH}=\sqrt{\overline{CD}^2-\overline{CH}^2}$

$=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=\overline{DH}=12\text{ cm}$

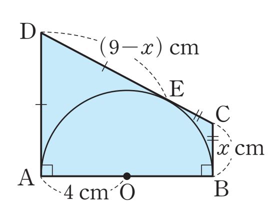
39 답 ④

$\overline{DE}=\overline{DA}=9\text{ cm}$

$\overline{CE}=\overline{CB}=6\text{ cm}$

$\therefore \overline{CD}=\overline{CE}+\overline{DE}=6+9=15\,(\text{cm})$

40 답 ④



오른쪽 그림과 같이

$\overline{BC}=\overline{CE}=x$ cm라고 하면

$\overline{DA}=\overline{DE}=(9-x)$ cm

$\overline{BC}=\overline{CE},\ \overline{DA}=\overline{DE}$

$\therefore$ □ABCD

$=\frac{1}{2}\times(\overline{BC}+\overline{AD})\times\overline{AB}$

$=\frac{1}{2}\times\{x+(9-x)\}\times8$

$=\frac{1}{2}\times9\times8=36\,(\text{cm}^2)$

F 원과 직선의 활용 - 삼각형

01 답 $\overline{BE}$, $\overline{CF}$

02 답 $\overline{AF}$, 5

03 답 $\overline{BD}$, 5, 7

04 답 $\overline{CE}$, 7, 3

05 답 ○

06 답 ○

07 답 ×

$\overline{AB}=\overline{BD}+\overline{AD}=(8-r)+(6-r)=10$

$14-2r=10 \qquad \therefore r=2$

08 답 ×

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AC}=\frac{1}{2}\times8\times6=24$

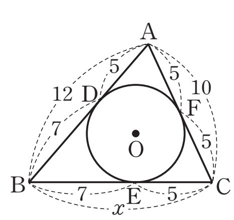
09 답 ○

개념 연산 훈련

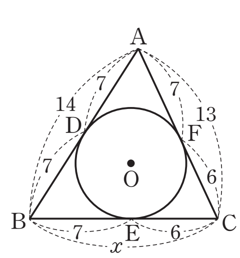
10 답 $a=5$, $b=4$, $c=3$

11 답 $a=8$, $b=4$, $c=9$

12 답 $x=12$



13 답 $x=13$



14 답 $x=3$

$\overline{BD}=7-x$, $\overline{CF}=5-x$이므로

$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$

$=\overline{BD}+\overline{CF}$ ($\because \overline{BD}=\overline{BE}$, $\overline{CF}=\overline{CE}$)

$=(7-x)+(5-x)=6$

이므로 $12-2x=6$

$\therefore x=3$

15 답 1

$\overline{CE}=4-r$, $\overline{AD}=3-r$이므로

$\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}$

$=\overline{AD}+\overline{CE}$ ($\because \overline{AD}=\overline{AF}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$)

$=(3-r)+(4-r)$

$=5$

이므로 $7-2r=5$

$\therefore r=1$

16 답 2

$\overline{AD}=12-r$, $\overline{CE}=5-r$

$\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}$

$=\overline{AD}+\overline{CE}$ ($\because \overline{AD}=\overline{AF}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$)

$=(12-r)+(5-r)$

$=13$

이므로 $17-2r=13$

$\therefore r=2$

17 답 3

$\overline{AD}=8-r$, $\overline{CE}=15-r$

$\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}$

$=\overline{AD}+\overline{CE}$ ($\because \overline{AD}=\overline{AF}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$)

$=(8-r)+(15-r)$

$=17$

이므로 $23-2r=17$

$\therefore r=3$

18 답 2

$\overline{BE}=8-r$, $\overline{AF}=6-r$

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$

$=\overline{AF}+\overline{BE}$ ($\because \overline{AF}=\overline{AD}$, $\overline{BE}=\overline{BD}$)

$=(6-r)+(8-r)$

$=10$

이므로 $14-2r=10$

$\therefore r=2$

030039_심플중3(하)_E-G해설-칠.indd 33 2019. 7. 2. 오후 3:47

개념 필수 유형 잡기

19 답 3 cm

$\overline{BE}=\overline{BD}=6$ cm이므로 $\overline{CE}=9-6=3\,(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{CF}=\overline{CE}=3$ cm

20 답 ⑤

$\overline{AR}=\overline{AP}=2$에서 $\overline{CQ}=\overline{CR}=\overline{AC}-\overline{AR}=6-2=4$이고

$\overline{BQ}=\overline{BP}=x$이므로

$\overline{BC}=\overline{BQ}+\overline{CQ}=\overline{BP}+\overline{CR}=x+4=10$

$\therefore\ x=6$

21 답 $x=9$

$\overline{BD}=\overline{BF}=5$에서

$\overline{CD}=\overline{BC}-\overline{BD}=8-5=3$, $\overline{CE}=\overline{CD}=3$이고

$\overline{AE}=\overline{AC}-\overline{CE}=7-3=4$, $\overline{AF}=\overline{AE}=4$이다.

$\therefore\ x=\overline{AB}=\overline{AF}+\overline{BF}=4+5=9$

22 답 ③

$\overline{BD}=\overline{BF}=4$이므로

$\overline{BC}=\overline{BD}+\overline{CD}=4+6=10$이고 $\overline{CE}=\overline{CD}=6$이다.

$\overline{AE}=x$라고 하면

$\overline{AF}=\overline{AE}$이므로

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=(\overline{AF}+\overline{BF})+\overline{BC}+(\overline{AE}+\overline{CE})$

$=(x+4)+10+(x+6)=34$

이므로 $2x=14$ $\quad\therefore\ x=7$

$\therefore\ \overline{AE}=7$

[다른 풀이]

$\overline{AE}=x$라고 하면

($\triangle$ABC의 둘레의 길이)$=2(\overline{BF}+\overline{CD}+x)$

$=2(4+6+x)$

$=20+2x=34$

이므로 $2x=14$ $\quad\therefore\ x=7$

$\therefore\ \overline{AE}=7$

23 답 ④

$\overline{BD}=\overline{BE}=6$ cm, $\overline{CF}=\overline{CE}=8$ cm

$\overline{AD}=\overline{AF}=x$ cm라고 하면

($\triangle$ABC의 둘레의 길이)

$=\overline{AD}+\overline{BD}+\overline{BE}+\overline{CE}+\overline{CF}+\overline{AF}$

$=2(\overline{AD}+\overline{BE}+\overline{CF})=2(x+6+8)=38$

이므로 $2x+28=38$, $2x=10$

$\therefore\ x=5\,(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AD}=5$ cm

24 답 ③

$\overline{BD}=\overline{BE}=12$ cm이므로

$\overline{AD}=\overline{AB}-\overline{BD}=20-12=8\,(\text{cm})$

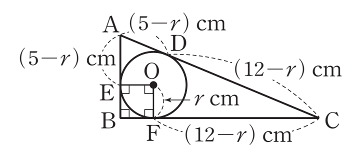
$\overline{OD}$, $\overline{OG}$는 원 O의 반지름의 길이와 같으므로

$\overline{OD}=\overline{OG}=6$ cm이고, 삼각형 ADO는 직각삼각형이므로

$\overline{AO}=\sqrt{\overline{AD}^2+\overline{OD}^2}=\sqrt{8^2+6^2}=\sqrt{100}=10\,(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AG}=\overline{AO}-\overline{OG}=10-6=4\,(\text{cm})$

25 답 2 cm



삼각형 ABC의 내접원 O에 대하여 접점을 D, E, F, 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면 사각형 OEBF는 한 변의 길이가 r cm인 정사각형이므로

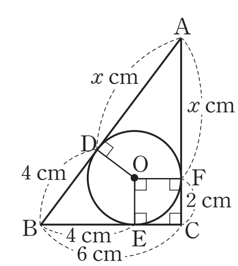
$\overline{AD}=\overline{AE}=5-r\,(\text{cm})$, $\overline{CD}=\overline{CF}=12-r\,(\text{cm})$이고

$\overline{AC}=\overline{AD}+\overline{CD}=(5-r)+(12-r)=13$

이므로 $17-2r=13$에서 $2r=4$ $\quad\therefore\ r=2$

$\therefore$ (원 O의 반지름의 길이)$=2$ cm

26 답 10 cm



삼각형 ABC의 내접원 O에 대하여 접점을 D, E, F라고 하면 사각형 OECF는 한 변의 길이가 2 cm인 정사각형이므로

$\overline{AD}=\overline{AF}=x$ cm라고 하면

$\overline{BE}=\overline{BC}-\overline{EC}=6-2=4\,(\text{cm})$

이므로

$\overline{BD}=\overline{BE}=4$ cm

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}=x+4\,(\text{cm})$ ⋯ ㉠

$\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}=x+2\,(\text{cm})$

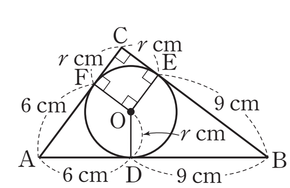
직각삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$(x+4)^2=6^2+(x+2)^2$, $x^2+8x+16=36+x^2+4x+4$

$4x=24$ $\quad\therefore\ x=6\,(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AB}=6+4\,(\because$ ㉠$)=10\,(\text{cm})$

27 답 3 cm



삼각형 ABC의 내접원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면 사각형 OECF는 한 변의 길이가 r cm인 정사각형이다.

$\overline{BE}=\overline{BD}=9$ cm,

$\overline{AF}=\overline{AD}=6$ cm이므로

$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=9+r\,(\text{cm})$

$\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}=6+r\,(\text{cm})$

직각삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$15^2=(9+r)^2+(6+r)^2$

$225=r^2+18r+81+r^2+12r+36$

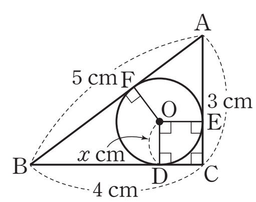
$2r^2+30r-108=0,\ 2(r^2+15r-54)=0$

$2(r+18)(r-3)=0 \qquad \therefore r=3\ (\because r>0)$

∴ (원 O의 반지름의 길이)=3 cm

28 답 ①

삼각형 ABC의 내접원 O에 대하여 접점을 D, E, F, 원 O의 반지름의 길이를 x cm라고 하면 사각형 ODCE는 한 변의 길이가 x cm인 정사각형이므로



$\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{CE}=\overline{CD}=x$ (cm)

피타고라스 정리에 의하여

$\overline{BC}=\sqrt{5^2-3^2}=4$ (cm)이므로

$\overline{AE}=\overline{AC}-\overline{EC}=3-x$ (cm)

$\overline{BD}=\overline{BC}-\overline{CD}=4-x$ (cm)

$\overline{AB}=\overline{AF}+\overline{BF}=\overline{AE}+\overline{BD}$

$\quad=(3-x)+(4-x)=5$

이므로 $7-2x=5 \qquad \therefore x=1$

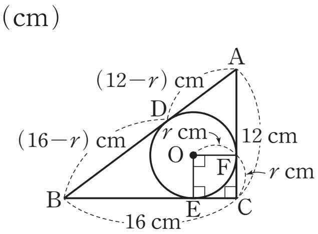
∴ (원 O의 반지름의 길이)=1 cm

29 답 4 cm

직각삼각형 ABC에서

$\overline{AB}=\sqrt{16^2+12^2}=\sqrt{400}=20$ (cm)

삼각형 ABC의 내접원 O에 대하여 접점을 D, E, F, 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면 사각형 OECF는 한 변의 길이가 r cm인 정사각형이므로



$\overline{AD}=\overline{AF}=12-r$ (cm)

$\overline{BD}=\overline{BE}=16-r$ (cm)

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}=(12-r)+(16-r)=20$

이므로 $28-2r=20$에서 $2r=8 \qquad \therefore r=4$

∴ (원 O의 반지름의 길이)=4 cm

[다른 풀이]

직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=\sqrt{12^2+16^2}=20$ (cm)

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AC}=\frac{1}{2}\times16\times12=96$ ⋯ ㉠

원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$\triangle ABC=\frac{1}{2}r(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC})$

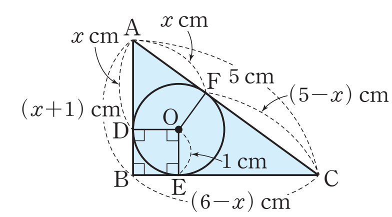
$\quad=\frac{1}{2}r(20+16+12)=24r$ ⋯ ㉡

㉠=㉡에서 $24r=96 \qquad \therefore r=4$

∴ (원 O의 반지름의 길이)=4 cm

30 답 6 cm²

삼각형 ABC의 내접원 O에 대하여 접점을 각각 D, E, F라고 하면 사각형 ODBE는 한 변의 길이가 1 cm인 정사각형이다.



$\overline{AD}=x$ cm라고 하면

$\overline{AF}=\overline{AD}=x$ cm

$\overline{CE}=\overline{CF}=\overline{AC}-\overline{AF}$

$\quad=5-x$ (cm)

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$

$\quad=x+1$ (cm)

$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$

$\quad=1+(5-x)=6-x$ (cm)

직각삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$(x+1)^2+(6-x)^2=5^2,\ x^2+2x+1+x^2-12x+36=25$

$2x^2-10x+12=0,\ 2(x^2-5x+6)=0$

$2(x-3)(x-2)=0 \qquad \therefore x=3$ 또는 $x=2$

이때, $\overline{AB}<\overline{BC}$, 즉 $x+1<6-x$이므로 $x<\frac{5}{2}$

$\therefore x=2$

$\overline{AB}=x+1=2+1=3$ (cm), $\overline{BC}=6-x=6-2=4$ (cm)

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AB}=\frac{1}{2}\times4\times3=6\ (\text{cm}^2)$

31 답 ④

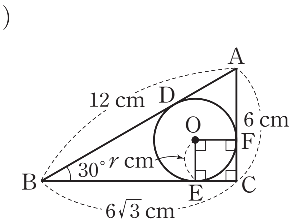
한 예각의 크기가 30°인 직각삼각형의 세 변의 길이의 비는 $1:\sqrt{3}:2$이고, 삼각형 ABC는 ∠B=30°인 직각삼각형이므로

$\overline{AC}:\overline{BC}:\overline{AB}=1:\sqrt{3}:2$

$\overline{AC}:6\sqrt{3}:\overline{AB}=1:\sqrt{3}:2$

$\therefore \overline{AB}=12$ (cm), $\overline{AC}=6$ (cm)

삼각형 ABC의 내접원 O에 대하여 접점을 D, E, F, 내접원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면 사각형 OECF는 정사각형이므로 $\overline{OE}=\overline{EC}=r$ cm이다.



$\therefore \overline{BE}=6\sqrt{3}-r$ (cm), $\overline{AF}=6-r$ (cm)

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}=\overline{AF}+\overline{BE}$

$\quad=(6-r)+(6\sqrt{3}-r)=12$

이므로 $2r=6\sqrt{3}-6 \qquad \therefore r=3\sqrt{3}-3$

∴ (원 O의 반지름의 길이)$=(3\sqrt{3}-3)$ cm

G 원과 직선의 활용 - 사각형

01 답 대변

02 답 외접한다

03 답 $\overline{CD}$, $\overline{BC}$, 8, 10, 5

04 답 $\overline{CD}$, $\overline{BC}$, 5, $x+6$, 3

05 답 ○

06 답 ×

$\overline{BQ}=\overline{BP}$이고, $\overline{CQ}=\overline{CR}$이다.

07 답 ○

08 답 ○

$7+x=4+9$, $7+x=13$ $\quad\therefore x=6$

09 답 ×

$x+12=7+13$, $x+12=20$ $\quad\therefore x=8$

개념 연산 훈련

10 답 $x=7$

$10+x=5+12$, $10+x=17$ $\quad\therefore x=7$

11 답 $x=18$

$10+15=7+x$, $25=7+x$ $\quad\therefore x=18$

12 답 $x=6$

$x+13=7+12$, $x+13=19$ $\quad\therefore x=6$

13 답 3 cm

$\overline{AB}+6=4+5$, $\overline{AB}+6=9$ $\quad\therefore \overline{AB}=3\text{ cm}$

14 답 7 cm

$6+4=\overline{BC}+3$, $10=\overline{BC}+3$ $\quad\therefore \overline{BC}=7\text{ cm}$

15 답 $x=7$

$13+(3+x)=7+16$, $16+x=23$ $\quad\therefore x=7$

16 답 $x=2$

$\overline{BE}=\overline{BF}=3\text{ cm}$이므로

$\overline{AH}=\overline{AE}=\overline{AB}-\overline{BE}=5-3=2(\text{cm})$

$\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{CD}$이므로

$(2+x)+(3+4)=5+6$, $x+9=11$

$\therefore x=2$

17 답 $x=2$

$(4+x)+9=7+8$, $x+13=15$

$\therefore x=2$

18 답 $x=10$

$\overline{AB}=\overline{AE}+\overline{EB}=4+4=8(\text{cm})$

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$8+x=6+12$, $8+x=18$

$\therefore x=10$

[다른 풀이]

원 O의 반지름의 길이가 4 cm이므로

$\overline{BF}=\overline{BE}=\overline{AE}=\overline{AH}=4\text{ cm}$

$\overline{CF}=\overline{BC}-\overline{BF}=12-4=8(\text{cm})$

$\overline{DH}=\overline{AD}-\overline{AH}=6-4=2(\text{cm})$

따라서 $\overline{CG}=\overline{CF}=8\text{ cm}$, $\overline{DG}=\overline{DH}=2\text{ cm}$이므로

$x=\overline{CD}=\overline{DG}+\overline{CG}=2+8=10$

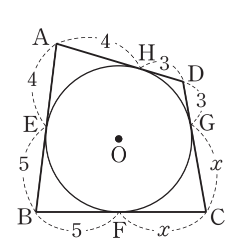
개념 필수 유형 잡기

19 답 ④

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$

$\qquad\qquad=10+13=23(\text{cm})$

20 답 4



$\overline{AE}=\overline{AH}=4$, $\overline{BE}=\overline{BF}=5$

$\overline{DH}=\overline{DG}=3$

$\overline{CF}=x$라고 하면 $\overline{CG}=\overline{CF}=x$

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이고,

사각형 ABCD의 둘레의 길이가 32

이므로 $\overline{AB}+\overline{CD}=16$

$(4+5)+(x+3)=16$ $\quad\therefore x=4$

$\therefore \overline{CF}=4$

[다른 풀이]

사각형 ABCD의 둘레의 길이가 32이므로

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{AD}$

$=(4+5)+(x+5)+(x+3)+(3+4)$

$=2x+24=32$

이므로 $2x=8$　　$\therefore x=4$

$\therefore \overline{CF}=4$

21　답 ①

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$\overline{AB}+10=6+9$

$\therefore \overline{AB}=5$

22　답 $x=7$

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{BC}+\overline{AD}$

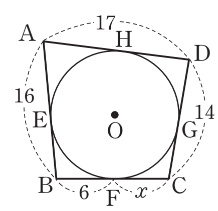
$16+14=(x+6)+17$

$30=x+23$

$\therefore x=7$

[다른 풀이]

접점을 점 E, F, G, H라고 하면



$\overline{BE}=\overline{BF}=6$이므로

$\overline{AE}=\overline{AB}-\overline{BE}=16-6=10$

$\overline{AH}=\overline{AE}=10$이므로

$\overline{DH}=\overline{AD}-\overline{AH}=17-10=7$

$\overline{DG}=\overline{DH}=7$이므로

$\overline{GC}=\overline{CD}-\overline{GD}=14-7=7$

$\therefore x=\overline{CF}=\overline{GC}=7$

23　답 ②

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$6+(7x-2)=(3x+2)+(2x+5)$, $7x+4=5x+7$

$2x=3$　　$\therefore x=\frac{3}{2}$

24　답 14 cm

사각형 ABCD가 등변사다리꼴이므로

$\overline{CD}=\overline{AB}=9$ cm

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$, $9+9=4+\overline{BC}$

$\therefore \overline{BC}=14$ (cm)

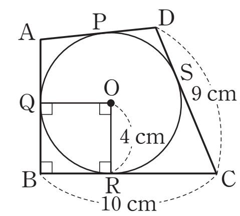
25　답 3

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$5+x=y+8$

$\therefore x-y=8-5=3$

26　답 3 cm



사각형 ABCD와 원 O의 남은 접점을 Q, R, S라고 하면 ∠B=90°이고 $\overline{BR}=\overline{BQ}$이므로 사각형 QBRO는 한 변의 길이가 4 cm인 정사각형이다.

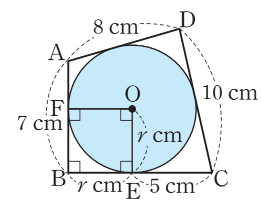
즉,

$\overline{OR}=\overline{OQ}=\overline{BQ}=\overline{BR}=4$ cm이므로

$\overline{CR}=\overline{BC}-\overline{BR}=10-4=6$ (cm)

$\therefore \overline{DP}=\overline{DS}=\overline{DC}-\overline{CS}=9-6=3$ (cm)

27　답 16π cm²



원 O와 $\overline{AB}$의 접점을 F, 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면 사각형 OFBE는 한 변의 길이가 r cm인 정사각형이다.

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$7+10=8+(r+5)$, $17=r+13$

$\therefore r=4$

$\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times4^2=16\pi$ (cm²)

28　답 ②

$\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{CD}=10+6=16$ (cm)

$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times(\overline{AD}+\overline{BC})\times6$

$=\frac{1}{2}\times16\times6=48$ (cm²)

29　답 3 cm

직각삼각형 ABE에서

$\overline{AE}=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}=5$ (cm)

$\overline{CE}=x$ cm라고 하면

$\overline{AD}=\overline{BE}+\overline{CE}=3+x$ (cm)

사각형 AECD가 원 O에 외접하므로

$\overline{AD}+\overline{CE}=\overline{AE}+\overline{DC}$

$(x+3)+x=5+4$, $2x+3=9$　　$\therefore x=3$

$\therefore \overline{CE}=3$ cm

30　답 15 cm

직각삼각형 ABE에서

$\overline{AE}=\sqrt{13^2-12^2}=\sqrt{25}=5$ (cm)

직사각형 ABCD에서 $\overline{BC}=x$ cm라고 하면 $\overline{AD}=\overline{BC}$이므로

$\overline{DE}=\overline{AD}-\overline{AE}=x-5$ (cm)

사각형 BCDE가 원 O에 외접하므로

$\overline{BE}+\overline{CD}=\overline{DE}+\overline{BC}$

$13+12=(x-5)+x$, $2x-5=25$　　$\therefore x=15$

$\therefore \overline{BC}=15$ cm

31 답 24 cm^2

직사각형 ABCD에서

$\overline{CD}=\overline{AB}=8\text{ cm}$, $\angle A=90^\circ$, $\angle B=90^\circ$이고,

$\overline{AE}=\overline{AF}=\overline{BF}=\overline{BG}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 8=4\,(\text{cm})$이므로

$\overline{DH}=\overline{DE}=\overline{AD}-\overline{AE}=12-4=8\,(\text{cm})$

$\overline{GI}=x\text{ cm}$라고 하면 $\overline{GI}=\overline{HI}$이고,

$\overline{DI}=\overline{DH}+\overline{HI}=8+x\,(\text{cm})$이므로

$\overline{CI}=\overline{CB}-(\overline{BG}+\overline{GI})=12-(4+x)=8-x\,(\text{cm})$

직각삼각형 DIC에서 $(8+x)^2=(8-x)^2+8^2$

$x^2+16x+64=x^2-16x+64+64$

$32x=64$ $\quad\therefore x=2$

$\therefore \triangle DIC=\frac{1}{2}\times\overline{CI}\times\overline{CD}$

$=\frac{1}{2}\times(8-x)\times 8$

$=\frac{1}{2}\times 6\times 8=24\,(\text{cm}^2)$

내신 대비 연습 문제 E ~ G

01 답 $x=4\sqrt{3}$

$\overline{OC}=\overline{OA}=8\text{ cm}$에서

$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OC}=\frac{1}{2}\times 8=4\,(\text{cm})$

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 수직이등분하므로

$\overline{AB}\perp\overline{OM}$에서 $\overline{AM}=\overline{BM}=x\,(\text{cm})$

따라서 삼각형 AOM에서

$x=\sqrt{\overline{AO}^2-\overline{MO}^2}$

$=\sqrt{8^2-4^2}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$

02 답 $x=\frac{15}{2}$

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 수직이등분하므로

$\overline{AB}\perp\overline{OC}$에서 $\overline{BM}=\overline{AM}=6\text{ cm}$

직각삼각형 OMB에서 $\overline{OM}=\overline{OC}-\overline{CM}=x-3\,(\text{cm})$이므로

$x^2=(x-3)^2+6^2$, $x^2=x^2-6x+9+36$

$6x=45$ $\quad\therefore x=\frac{15}{2}$

03 답 ④

$\overline{OM}=\overline{ON}$이면 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 삼각형 ABC는 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle B=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$

04 답 8

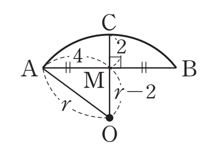
$\overline{AD}:\overline{BC}=1:2$이므로 $\overline{BC}=2\overline{AD}$

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$에서

$10+14=\overline{AD}+2\overline{AD}$이므로

$3\overline{AD}=24$ $\quad\therefore \overline{AD}=8$

05 답 ①



원의 중심을 O라고 하면 직각삼각형 OMA에서

$r^2=(r-2)^2+4^2$

$r^2=r^2-4r+4+16$

$4r=20$ $\quad\therefore r=5$

06 답 24 cm

삼각형 AOP가 직각삼각형이므로

$\overline{AP}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12\,(\text{cm})$

$\overline{AQ}=\overline{AP}=12\text{ cm}$이고,

$\overline{BR}=\overline{BP}$, $\overline{RC}=\overline{CQ}$이므로

$\therefore$ ($\triangle$ABC의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}$

$=\overline{AP}+\overline{AQ}$

$=2\overline{AP}=24\,(\text{cm})$

07 답 28°

삼각형 PBA는 $\overline{PA}=\overline{PB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle PAB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-56^\circ)=62^\circ$

$\therefore \angle x=\angle PAO-\angle PAB$

$=90^\circ-62^\circ=28^\circ$

08 답 110°

$\angle APB+140^\circ=180^\circ$이므로 $\angle APB=40^\circ$

삼각형 PBA는 이등변삼각형이므로

$\angle PAB=\frac{1}{2}(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

$\therefore \angle APB+\angle PAB=40^\circ+70^\circ=110^\circ$

[다른 풀이]

삼각형 ABO는 이등변삼각형이므로

$\angle OAB=\angle OBA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-140^\circ)=20^\circ$

$\therefore \angle PAB=\angle PAO-\angle OAB=90^\circ-20^\circ=70^\circ$

삼각형 PBA는 이등변삼각형이므로

$\angle APB+2\times 70^\circ=180^\circ$에서 $\angle APB+140^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle APB=40^\circ$

(이하 동일)

09 답 9 cm

$\overline{BD}=\overline{AB}-\overline{AD}=8-2=6\,(cm)$

$\overline{BE}=\overline{BD}=6\,cm$

$\overline{AF}=\overline{AD}=2\,cm$이므로

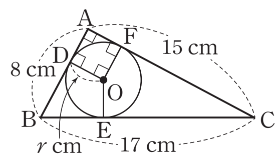
$\overline{CF}=\overline{AC}-\overline{AF}=5-2=3\,(cm)$

$\overline{CE}=\overline{CF}=3\,cm$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$

$=6+3=9\,(cm)$

10 답 3 cm



원 O의 반지름의 길이를

r cm라고 하면

$\overline{BD}=\overline{AB}-\overline{AD}$

$=8-r\,(cm)$

$\overline{CF}=\overline{AC}-\overline{AF}$

$=15-r\,(cm)$

$\overline{BE}=\overline{BD}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로

$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$

$=\overline{BD}+\overline{CF}$

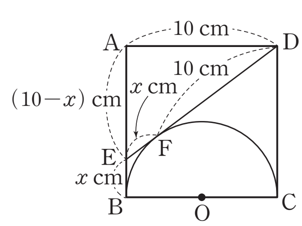
$=(8-r)+(15-r)=17$

이므로 $23-2r=17$, $2r=6$

$\therefore r=3$

$\therefore$ (원 O의 반지름의 길이)$=3\,cm$

11 답 $\frac{15}{2}$ cm



정사각형 ABCD에서

$\overline{CD}=10\,cm$이므로

$\overline{DF}=\overline{CD}=10\,cm$이다.

$\overline{BE}=x\,cm$ (단, $0<x<10$)라

고 하면 $\overline{EF}=\overline{EB}=x\,cm$이고,

$\overline{DE}=\overline{EF}+\overline{DF}=x+10\,(cm)$

$\overline{AE}=\overline{AB}-\overline{BE}=10-x\,(cm)$

삼각형 AED는 직각삼각형이므로

$\overline{AE}^2+\overline{AD}^2=\overline{DE}^2$

$(10-x)^2+10^2=(x+10)^2$

$x^2-20x+100+100=x^2+20x+100$, $40x=100$

$\therefore x=\frac{100}{40}=\frac{5}{2}$

$\therefore \overline{AE}=10-x=10-\frac{5}{2}=\frac{15}{2}\,(cm)$

12 답 ②

원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$\overline{OP}=8+r\,(cm)$

$\overline{PT}$가 원 O의 접선이므로 $\angle OTP=90°$

직각삼각형 OPT에서

$(r+8)^2=12^2+r^2$

$r^2+16r+64=r^2+144$

$16r=80 \qquad \therefore r=5$

$\therefore$ (원 O의 반지름의 길이)$=5\,cm$

13 답 $x=5$

$\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{CD}$

$4+9=x+8$, $13=x+8$

$\therefore x=5$

14 답 7 cm

직각삼각형 ABC에서

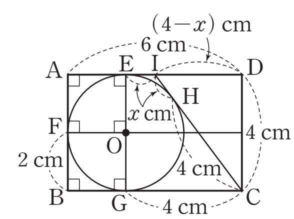
$\overline{AB}=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}=6\,(cm)$

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$6+\overline{CD}=5+8$

$\therefore \overline{CD}=7\,(cm)$

15 답 1 cm



$\overline{EI}=x\,cm$라고 하면

$\overline{HI}=\overline{EI}=x\,cm$

$\overline{DI}=\overline{AD}-(\overline{AE}+\overline{EI})$

$=6-(2+x)$

$=4-x\,(cm)$

$\overline{CI}=\overline{CH}+\overline{HI}=4+x\,(cm)$

직각삼각형 CDI에서

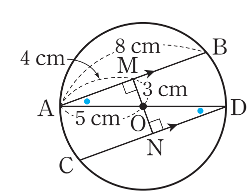
$(x+4)^2=(4-x)^2+4^2$

$x^2+8x+16=x^2-8x+16+16$

$16x=16 \qquad \therefore x=1$

$\therefore \overline{EI}=1\,cm$

16 답 6 cm



원의 중심 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$에 내린

수선의 발을 각각 M, N이라고 하면

$\overline{AB}\perp\overline{OM}$, $\overline{CD}\perp\overline{ON}$이다.

$\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로

$\angle BAD=\angle CDA$ ($\because$ 엇각)

$\overline{OA}=\overline{OD}$ (반지름)이므로

$\triangle AMO\equiv\triangle DNO$ ($\because$ RHA 합동)

$\overline{OA}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times10=5\,(cm)$

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times8=4\,(cm)$

$\therefore \overline{OM}=\sqrt{5^2-4^2}=3\,(cm)$

따라서 두 현 AB, CD 사이의 거리는

$\overline{MN}=2\overline{OM}=6\,(cm)$

Ⅵ

H 원주각

01 답 원주각

02 답 같다

03 답 $90°$

04 답 서로 같다

05 답 ○

06 답 ×

$\angle AOB=2\angle APB=2\times 55°=110°$

07 답 ○

08 답 ○

개념 연산 훈련

09 답 $29°$

10 답 $60°$

11 답 $80°$

12 답 $60°$

$\angle x=\frac{1}{2}\times 120°=60°$

13 답 $82°$

$\angle x=2\times 41°=82°$

14 답 $34°$

$\angle x=\frac{1}{2}\times 68°=34°$

15 답 $120°$

$\angle APB$는 $\widehat{AB}$의 원주각이므로 $\widehat{AB}$의 중심각의 크기는 $240°$

$\therefore\ \angle x=360°-240°=120°$

16 답 $105°$

$\angle x=\frac{1}{2}\times 210°=105°$

17 답 $50°$

18 답 $\angle x=30°$, $\angle y=60°$

19 답 $58°$

20 답 $30°$

21 답 $30°$

22 답 $48°$

개념 필수 유형 잡기

23 답 ③

$\angle x=\frac{1}{2}\times(360°-\angle BOC)$

$=\frac{1}{2}\times(360°-160°)=100°$

24 답 ③

$\angle ABC=\frac{1}{2}\times(360°-130°)=\frac{1}{2}\times 230°=115°$

사각형 AOCB에서 내각의 크기의 합은 $360°$이므로

$115°+60°+130°+\angle x=360°$, $305°+\angle x=360°$

$\therefore\ \angle x=55°$

[다른 풀이]

$\overline{BO}$를 이으면 삼각형 AOB가 한 밑각의 크기가 $60°$인 이등변삼각형이므로 $\angle ABO=60°$

$\therefore\ \angle AOB=60°$

삼각형 BOC는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이고,

$\angle BOC=130°-\angle AOB$

$=130°-60°=70°$

$\therefore\ \angle x=\frac{1}{2}\times(180°-\angle BOC)$

$=\frac{1}{2}\times(180°-70°)=\frac{1}{2}\times 110°=55°$

25 답 ②

$\overline{OE}$를 그으면

$\angle x=\angle AOE+\angle BOE$

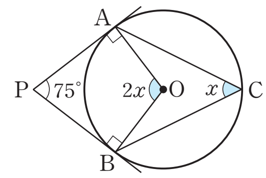
$=2\angle ADE+2\angle ECB$

$=2\times 24°+2\times 32°$

$=48°+64°=112°$

26 답 ①

$\angle AOB = 2\angle ACB = 2\angle x$



$\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 각각 그으면

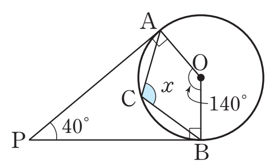
$\angle OAP = 90°$, $\angle OBP = 90°$

사각형 PBOA의 내각의 크기의 합이 360°이므로

$75° + 90° + 90° + 2\angle x = 360°$, $255° + 2\angle x = 360°$

$\therefore \angle x = \frac{1}{2} \times (360° - 255°) = \frac{105°}{2} = 52.5°$

27 답 ⑤



$\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 각각 그으면

$\angle PAO = \angle PBO = 90°$

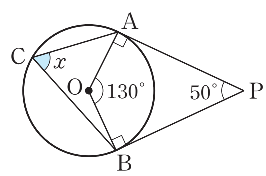
사각형 APBO에서 내각의 크기의 합이 360°이므로

$\angle AOB + 90° + 90° + 40° = 360°$

$\angle AOB = 360° - (90° + 90° + 40°) = 140°$

$\therefore \angle x = \frac{1}{2} \times (360° - 140°) = \frac{1}{2} \times 220° = 110°$

28 답 65°



$\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 각각 그으면

$\angle PAO = \angle PBO = 90°$

사각형 AOBP에서 내각의 크기의 합이 360°이므로

$\angle AOB + 90° + 90° + 50° = 360°$

$\angle AOB = 360° - (90° + 90° + 50°) = 130°$

$\therefore \angle x = \frac{1}{2}\angle AOB$

$= \frac{1}{2} \times 130° = 65°$

29 답 80°

$\overset{\frown}{AD}$에 대한 원주각의 크기가 같으므로

$\angle ACD = \angle ABD = 42°$

삼각형 PCD에서

$\angle x = \angle PCD + \angle PDC$

$= 42° + 38° = 80°$

30 답 46°

$\overset{\frown}{AC}$에 대한 원주각의 크기가 같으므로

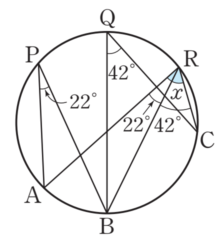
$\angle ADC = \angle ABC = 32°$

삼각형 ECD에서 $\angle AEC = \angle x + \angle EDC$이므로

$78° = \angle x + 32°$

$\therefore \angle x = 78° - 32° = 46°$

31 답 64°



$\overline{BR}$를 그으면 $\overset{\frown}{AB}$에 대한 원주각의 크기가 같으므로

$\angle ARB = \angle APB = 22°$

$\overset{\frown}{BC}$에 대한 원주각의 크기가 같으므로

$\angle BRC = \angle BQC = 42°$

$\therefore \angle x = \angle ARB + \angle BRC$

$= 22° + 42° = 64°$

32 답 ④

$\overset{\frown}{CD}$에 대한 원주각의 크기가 같으므로

$\angle y = \angle CAD = 24°$

$\angle x = 2 \times \angle CAD$

$= 2 \times 24° = 48°$

$\therefore \angle x + \angle y = 48° + 24° = 72°$

33 답 26°

$\overset{\frown}{AD}$에 대한 원주각의 크기가 같으므로

$\angle ACD = \angle ABD = 64°$

삼각형 AQC에서

$\angle AQC + \angle QAC = \angle ACD$이므로

$38° + \angle x = 64°$

$\therefore \angle x = 64° - 38° = 26°$

34 답 ①

$\overline{AC}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ABC = 90°$

$\overset{\frown}{BC}$에 대한 원주각의 크기가 같으므로

$\angle BAC = \angle BDC = 38°$

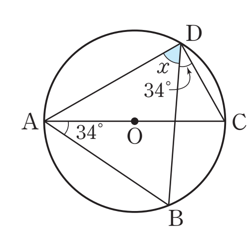
삼각형 ABC에서

$\angle x + \angle ABC + \angle BAC = 180°$

$\angle x + 90° + 38° = 180°$

$\therefore \angle x = 180° - (90° + 38°) = 52°$

35 답 ②



$\overline{DC}$를 그으면 $\overline{AC}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ADC = 90°$

$\overset{\frown}{BC}$에 대한 원주각의 크기가 같으므로

$\angle BDC = \angle BAC = 34°$

$\angle x + \angle BDC = \angle ADC$

$\angle x + 34° = 90°$

$\therefore \angle x = 90° - 34° = 56°$

36 답 ①

$\overset{\frown}{PQ}$에 대한 원주각의 크기가 같으므로

$\angle PAQ=\angle PBQ=35°$

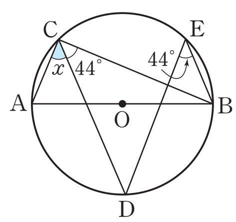
$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle APB=90°$

삼각형 ARP에서

$\angle x+35°+90°=180°$

$\therefore \angle x=180°-(35°+90°)=55°$

37 답 ③



$\overline{CB}$를 그으면 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ACB=90°$

$\overset{\frown}{BD}$에 대한 원주각의 크기가 같으므로

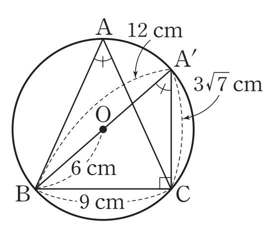
$\angle BCD=\angle BED=44°$

$\angle x+\angle BCD=\angle ACB$

$\angle x+44°=90°$

$\therefore \angle x=90°-44°=46°$

38 답 $\dfrac{\sqrt{7}}{4}$



$\overline{BO}$의 연장선과 원 O가 만나는 점을 A′이라고 하고, $\overline{CA'}$을 그으면 $\overline{BA'}$은 원 O의 지름이므로

$\angle A'CB=90°$

$\overline{BA'}=2\overline{BO}=2\times 6=12\,(\text{cm})$

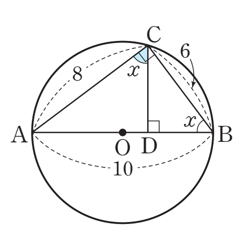
직각삼각형 A′BC에서

$\overline{A'C}=\sqrt{12^2-9^2}=\sqrt{144-81}$

$=\sqrt{63}=3\sqrt{7}\,(\text{cm})$

$\therefore \cos A=\cos A'=\dfrac{3\sqrt{7}}{12}=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$

39 답 ②



$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ACB=90°$

$\triangle ABC \backsim \triangle ACD$(AA 닮음)이므로

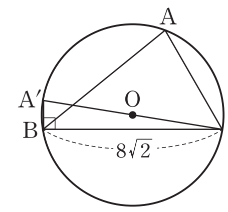
$\angle ABC=\angle ACD=x$

삼각형 ABC에서

$\overline{BC}=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}=6$

$\therefore \cos x=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$

40 답 $2\sqrt{33}$



그림과 같이 원의 중심 O를 지나는 선분 A′C를 그으면

$\overset{\frown}{BC}$에 대한 원주각의 크기가 같으므로

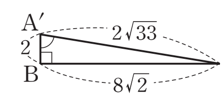
$\angle BAC=\angle BA'C$

$\overline{A'C}$가 원 O의 지름이므로

$\angle A'BC=90°$

$\tan A=\tan A'=\dfrac{8\sqrt{2}}{\overline{A'B}}=4\sqrt{2}$이므로

$\overline{A'B}=\dfrac{8\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}=2$



삼각형 A′BC에서

$\overline{A'C}=\sqrt{2^2+(8\sqrt{2})^2}=\sqrt{132}=2\sqrt{33}$

따라서 원 O의 지름의 길이는 $2\sqrt{33}$이다.

41 답 64°

$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$이므로 $\angle ACB=\angle CBD=32°$

삼각형 PBC에서

$\angle x=\angle PCB+\angle CBP$

$=32°+32°=64°$

42 답 ④

$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}$이므로 $\angle ACB=\angle ABC=33°$

삼각형 ABC에서

$\angle x=180°-(33°+33°)=114°$

43 답 ④

$\overset{\frown}{AD}$에 대한 원주각의 크기가 같으므로

$\angle ACD=\angle ABD=40°$

$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$이므로

$\angle BDA=\angle BDC=42°$

삼각형 ACD에서

$\angle A+\angle D+\angle C=180°$

$\angle x+(42°+42°)+40°=180°$

$\therefore \angle x=180°-(42°+42°+40°)=56°$

44 답 ②

$\angle APB : \angle CQD=\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{CD}$이므로

$\angle APB : 25°=12 : 6$

$\angle APB : 25°=2 : 1 \quad \therefore \angle APB=50°$

$\therefore \angle x=2\angle APB$

$=2\times 50°=100°$

45 답 ③

$\angle APB : \angle x = \overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{BC}$이므로

$23^\circ : \angle x = 1 : 4$

$\therefore \angle x = 92^\circ$

46 답 ⑤

$\angle x : \angle ABC = \overset{\frown}{BC} : \overset{\frown}{CA} = 2 : 3$이므로

$3\angle x = 2\angle ABC \qquad \therefore \angle ABC = \frac{3}{2}\angle x$ ⋯ ㉠

$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle y = 90^\circ$

삼각형 ABC에서 $\angle x + \angle ABC = 90^\circ$

이 식에 ㉠을 대입하면

$\angle x + \frac{3}{2}\angle x = 90^\circ$, $\frac{5}{2}\angle x = 90^\circ$

$\therefore \angle x = 90^\circ \times \frac{2}{5} = 36^\circ$

$\therefore \angle x + \angle y = 36^\circ + 90^\circ = 126^\circ$

내신 대비 연습 문제 H

01 답 ④

$\overline{PA}$, $\overline{PB}$가 원 O의 접선이므로

$\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$

사각형 PBOA에서

$\angle P + \angle AOB = 180^\circ$, $50^\circ + \angle AOB = 180^\circ$

$\therefore \angle AOB = 130^\circ$

$\therefore \angle x = \frac{1}{2}\angle AOB$

$= \frac{1}{2} \times 130^\circ = 65^\circ$

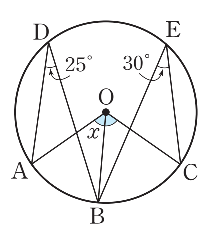
02 답 60°

$\angle x = \frac{1}{2} \times 240^\circ = 120^\circ$

$\angle y = \frac{1}{2} \times (360^\circ - 240^\circ) = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$

$\therefore \angle x - \angle y = 120^\circ - 60^\circ = 60^\circ$

03 답 ④



$\overline{BO}$를 그으면

$\angle AOB = 2\angle ADB = 2 \times 25^\circ = 50^\circ$

$\angle BOC = 2\angle BEC = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$

$\therefore \angle x = \angle AOB + \angle BOC$

$= 50^\circ + 60^\circ = 110^\circ$

04 답 ②

$\angle AOB = 2\angle ACB = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$

이때, 삼각형 OAB는 $\overline{OA} = \overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle x = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle AOB)$

$= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 100^\circ) = 40^\circ$

05 답 11π

$\angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 55^\circ = 110^\circ$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$= \pi \times 6^2 \times \frac{110}{360} = 11\pi$

06 답 180°

$\angle x = \frac{1}{2} \times (360^\circ - 130^\circ) = \frac{1}{2} \times 230^\circ = 115^\circ$

$\angle y = \frac{1}{2} \times 130^\circ = 65^\circ$

$\therefore \angle x + \angle y = 115^\circ + 65^\circ = 180^\circ$

07 답 ①

$\overset{\frown}{CD}$의 원주각의 크기가 같으므로

$\angle CAD = \angle CBD = 35^\circ$

삼각형 CAE에서 $\angle x = 45^\circ + 35^\circ = 80^\circ$

08 답 40°

$\overline{AQ}$를 그으면

$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

$\angle AQB = 90^\circ$

$\overset{\frown}{AR}$의 원주각의 크기가 같으므로

$\angle AQR = \angle APR = 50^\circ$

$\angle AQB = \angle AQR + \angle RQB$

$= 50^\circ + \angle x = 90^\circ$

이므로 $50^\circ + \angle x = 90^\circ \qquad \therefore \angle x = 40^\circ$

[다른 풀이]

$\overline{OR}$를 그으면

$\angle AOB = \angle AOR + \angle ROB$

$= 2\angle APR + 2\angle RQB$

$= 2 \times 50^\circ + 2\angle x$

$= 100^\circ + 2\angle x = 180^\circ$

이므로 $2\angle x = 80^\circ \qquad \therefore \angle x = 40^\circ$

09 답 55°

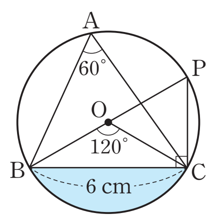
$\overset{\frown}{AC}$의 원주각의 크기가 같으므로

$\angle AQC = \angle APC = 35^\circ$

$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle AQB = 90^\circ$

$\therefore \angle x = 90^\circ - \angle AQC = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$

10 답 ②



$\overline{BO}$의 연장선과 원 O가 만나는 점을 P라고 하고, $\overline{PC}$를 그으면 $\overline{BP}$는 원 O의 지름이므로 $\angle BCP=90°$

$\overset{\frown}{BC}$에 대한 원주각의 크기가 같으므로

$\angle P=\angle A=60°$

$\sin P=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{BP}}=\sin 60°$

$\dfrac{6}{\overline{BP}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\sqrt{3}\,\overline{BP}=12$

$\overline{BP}=\dfrac{12}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$이므로 원 O의 반지름의 길이는

$\dfrac{1}{2}\overline{BP}=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{3}=2\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=\pi\times(2\sqrt{3})^2\times\dfrac{120}{360}-\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2\sqrt{3}\times\sin(180°-120°)$

$=4\pi-3\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^2)$

11 답 ⑤

삼각형 APC에서

$\angle ACP=65°-20°=45°$이므로 $\angle ACB=45°$

($\overset{\frown}{AB}$의 중심각의 크기)$=2\times\angle ACB=2\times45°=90°$

$\therefore$ (원의 둘레의 길이)$=4\overset{\frown}{AB}=4\times5=20\,(\mathrm{cm})$

12 답 $\angle A=60°$, $\angle B=80°$, $\angle C=40°$

$\overset{\frown}{BC}$의 원주각은 $\angle A$이므로

$\angle A=180°\times\dfrac{3}{2+3+4}=180°\times\dfrac{3}{9}=60°$

$\overset{\frown}{AC}$의 원주각은 $\angle B$이므로

$\angle B=180°\times\dfrac{4}{2+3+4}=180°\times\dfrac{4}{9}=80°$

$\overset{\frown}{AB}$의 원주각은 $\angle C$이므로

$\angle C=180°\times\dfrac{2}{2+3+4}=180°\times\dfrac{2}{9}=40°$

13 답 32°

$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$이므로 $\angle CBD=\angle ACB=\angle x$

삼각형 PBC에서

$\angle CPD=\angle PCB+\angle CBP$

$64°=\angle x+\angle x$, $2\angle x=64°$ $\quad\therefore \angle x=32°$

14 답 ④

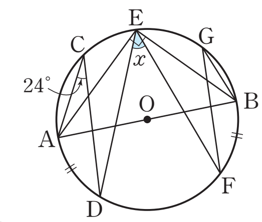
$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}$이므로 $\angle ABC=\angle ACB=\angle x$

삼각형 ABC에서 $\angle BAC+\angle ABC+\angle ACB=180°$

$114°+\angle x+\angle x=180°$

$2\angle x=180°-114°$ $\quad\therefore \angle x=\dfrac{66°}{2}=33°$

15 답 ②



$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

$\overline{AE}$, $\overline{BE}$를 그으면 $\angle AEB=90°$

$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{FB}$이므로

$\angle FGB=\angle AED=\angle FEB$

$=\angle ACD=24°$

$\therefore \angle x=90°-(\angle AED+\angle FEB)$

$=90°-(24°+24°)=42°$

16 답 ②

삼각형 ACP에서

$\angle ACP+\angle CAP=\angle CPB$

$20°+\angle CAP=60°$

$\therefore \angle CAP=40°$

$\angle CAB=\angle CAP=40°$이고,

$\angle ACD : \angle CAB=\overset{\frown}{AD} : \overset{\frown}{CB}$이므로

$20° : 40°=\overset{\frown}{AD} : 10$, $1 : 2=\overset{\frown}{AD} : 10$

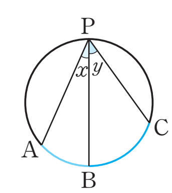
$2\overset{\frown}{AD}=10$ $\quad\therefore \overset{\frown}{AD}=5$

Tip

[원주각의 크기와 호의 길이]

한 원에서 호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례한다.

$\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{BC}=\angle x : \angle y$



I 원주각의 활용 – 사각형

01 답 ADB

02 답 원

03 답 180°

04 답 내접한다

05 답 ○

06 답 ×

07 답 ○

08 답 ○

개념 연산 훈련

09 답 ㉡, ㉢

10 답 ㉠, ㉣

11 답 $\angle x=92^\circ$, $\angle y=70^\circ$

12 답 $\angle x=78^\circ$, $\angle y=102^\circ$

13 답 ㉠, ㉡, ㉢

14 답 ㉣

15 답 60°

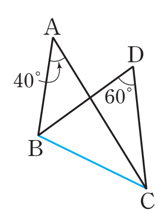
16 답 110°

17 답 100°

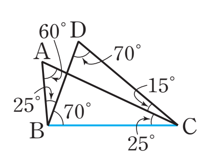
개념 필수 유형 잡기

18 답 ④

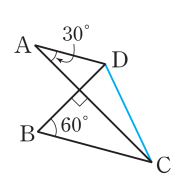
① $\angle BAC \neq \angle BDC$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.



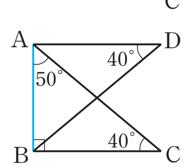
② $\angle BAC=180^\circ-(25^\circ+70^\circ+25^\circ)$
$=60^\circ$
이때, $\angle BAC \neq \angle BDC$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.



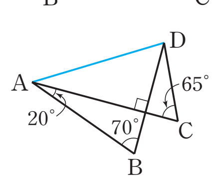
③ $\angle CAD \neq \angle CBD$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.



④ $\angle ACB=180^\circ-(90^\circ+50^\circ)=40^\circ$
이때, $\angle ACB=\angle ADB$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.



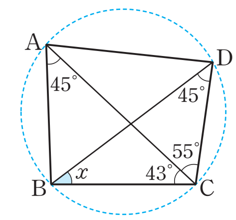
⑤ $\angle ABD=90^\circ-20^\circ=70^\circ$
이때, $\angle ABD \neq \angle ACD$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.



따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것은 ④이다.

19 답 ②

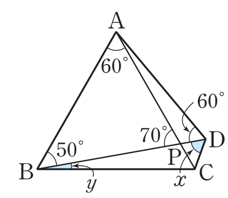
네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로



$\angle BDC=\angle BAC=45^\circ$
삼각형 BCD에서
$\angle B+\angle D+\angle C=180^\circ$
$\angle x+45^\circ+(43^\circ+55^\circ)=180^\circ$
$\therefore \angle x=180^\circ-143^\circ=37^\circ$

20 답 ④

$\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 P라고 하면



삼각형 ABP에서
$\angle BAP=180^\circ-(50^\circ+70^\circ)=60^\circ$
$\therefore \angle x=\angle BAC=60^\circ$
또한, $\angle ACB=\angle ADB=60^\circ$이므로
삼각형 PBC에서
$\angle y=70^\circ-60^\circ=10^\circ$
$\therefore \angle x-\angle y=60^\circ-10^\circ=50^\circ$

21 답 78°

삼각형 ABC에서 $\angle B=180^\circ-(36^\circ+42^\circ)=102^\circ$
사각형 ABCD가 원에 내접하므로
$\angle B+\angle x=180^\circ$, $102^\circ+\angle x=180^\circ$
$\therefore \angle x=78^\circ$

22 답 ④

삼각형 ABD에서
$\angle x+50^\circ+45^\circ=180^\circ$
$\therefore \angle x=180^\circ-95^\circ=85^\circ$
사각형 ABCD가 원 O에 내접하므로
$\angle x+\angle y=180^\circ$
$85^\circ+\angle y=180^\circ$
$\therefore \angle y=180^\circ-85^\circ=95^\circ$
$\therefore \angle y-\angle x=95^\circ-85^\circ=10^\circ$

23 답 108°

사각형 ABCD가 원 O에 내접하므로
$\angle x+\angle y=180^\circ$ ⋯ ㉠
이때, $\angle x : \angle y=2:3$이므로
$3\angle x=2\angle y \qquad \therefore \angle x=\frac{2}{3}\angle y$
이를 ㉠에 대입하면
$\frac{2}{3}\angle y+\angle y=180^\circ$, $\frac{5}{3}\angle y=180^\circ$
$\therefore \angle y=180^\circ\times\frac{3}{5}=108^\circ$

24 답 ⑤

$\overline{BC}$가 원 O의 지름이므로

$\angle BAC=90°$

따라서 삼각형 ABC에서

$\angle B=180°-(90°+32°)=58°$

사각형 ABCD가 원에 내접하므로

$\angle x+\angle B=180°$, $\angle x+58°=180°$

$\therefore \angle x=122°$

25 답 ②

삼각형 ACD는 $\overline{AC}=\overline{AD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ADC=\frac{1}{2}\times(180°-50°)=65°$

이때, 사각형 ABCD가 원에 내접하므로

$\angle x+\angle ADC=180°$, $\angle x+65°=180°$

$\therefore \angle x=180°-65°=115°$

26 답 24°

사각형 ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle x=\angle CDE=84°$

$\angle BAD+\angle y=180°$에서

$120°+\angle y=180°$ $\therefore \angle y=60°$

$\therefore \angle x-\angle y=84°-60°=24°$

27 답 70°

사각형 ABCD가 원에 내접하므로

$\angle EAB=\angle BCD=72°$

삼각형 AEB에서

$\angle A+\angle E+\angle B=180°$

$72°+38°+\angle x=180°$

$\therefore \angle x=180°-(72°+38°)=70°$

28 답 100°

($\overset{\frown}{BD}$의 원주각의 크기)$=\frac{1}{2}$($\overset{\frown}{BD}$의 중심각의 크기)이므로

$\angle BAD=\frac{1}{2}\times 200°=100°$

사각형 ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle x=\angle BAD=100°$

29 답 ⑤

사각형 ABCD가 원에 내접하므로

$\angle ADC=\angle ABE=100°$

$\overset{\frown}{BC}$에 대한 원주각의 크기가 같으므로

$\angle BDC=\angle BAC=52°$

$\therefore \angle x=\angle ADC-\angle BDC=100°-52°=48°$

한편, 직선 EC에 대하여

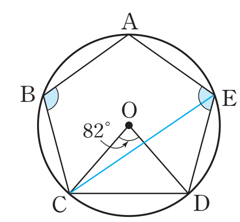
$\angle ABD=180°-(100°+48°)=32°$이고,

$\overset{\frown}{AD}$에 대한 원주각의 크기가 같으므로

$\angle y=\angle ABD=32°$

$\therefore \angle x+\angle y=48°+32°=80°$

30 답 ③



$\overline{CE}$를 그으면

$\angle CED=\frac{1}{2}\angle COD$

$=\frac{1}{2}\times 82°=41°$

이때, 사각형 ABCE가 원 O에 내접하므로

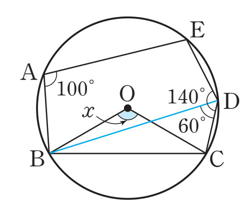
$\angle B+\angle AEC=180°$

$\therefore \angle B+\angle E=\angle B+(\angle AEC+\angle CED)$

$=(\angle B+\angle AEC)+\angle CED$

$=180°+41°=221°$

31 답 ③



$\overline{BD}$를 그으면 사각형 ABDE가 원 O에 내접하므로

$\angle A+\angle BDE=180°$

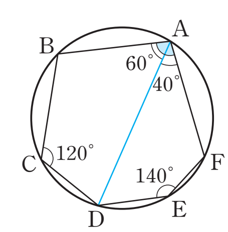
$100°+\angle BDE=180°$

$\therefore \angle BDE=80°$

이때, $\angle BDC=140°-\angle BDE=140°-80°=60°$이므로

$\angle x=2\angle BDC=2\times 60°=120°$

32 답 ①



$\overline{AD}$를 그으면 사각형 ABCD가 원에 내접하므로

$\angle BAD+\angle BCD=180°$

$\angle BAD+120°=180°$

$\therefore \angle BAD=60°$

사각형 ADEF가 원에 내접하므로

$\angle DAF+\angle DEF=180°$

$\angle DAF+140°=180°$ $\therefore \angle DAF=40°$

$\therefore \angle A=\angle BAD+\angle DAF$

$=60°+40°=100°$

33 답 64°

사각형 ABQP가 원에 내접하므로

$\angle QPD=\angle ABQ=116°$

사각형 PQCD가 원에 내접하므로

$\angle QPD+\angle x=180°$, $116°+\angle x=180°$

$\therefore \angle x=64°$

34 답 73°

사각형 PQCD가 원에 내접하므로

$\angle x = \angle QPD$

사각형 ABQP가 원에 내접하므로

$\angle QPD = \angle ABQ = 73°$

$\therefore\ \angle x = 73°$

35 답 ④

사각형 ABQP가 원 O에 내접하므로

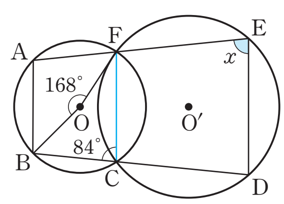
$\angle QPD = \angle ABQ = 73°$

원 O′에서 $\overset{\frown}{QD}$에 대하여

$\angle QO'D = 2\angle QPD = 2 \times 73° = 146°$

36 답 84°

$\overline{CF}$를 그으면 사각형 ABCF가 원 O에 내접하고 $\overset{\frown}{BF}$에 대하여



$\angle BCF = \frac{1}{2}\angle BOF$

$= \frac{1}{2} \times 168° = 84°$

사각형 FCDE가 원 O′에 내접하므로

$\angle x = \angle BCF = 84°$

37 답 ④, ⑤

④ $\angle DCE = \angle A = 72°$이므로 사각형 ABCD는 원에 내접한다.

⑤ 삼각형 AEB에서

$\angle AEB + \angle EAB = \angle ABC$, $35° + \angle EAB = 95°$

$\therefore\ \angle EAB = 95° - 35° = 60°$

따라서 $\angle EAB = \angle C = 60°$이므로 사각형 ABCD는 원에 내접한다.

따라서 사각형 ABCD가 원에 내접하는 것은 ④, ⑤이다.

38 답 40°

삼각형 APD에서

$\angle DAP = 180° - (105° + 35°) = 40°$

$\angle DAC = \angle DAP = 40°$이므로

사각형 ABCD가 원에 내접하려면

$\angle x = \angle DAC = 40°$

39 답 ①

사각형 ABCD가 원에 내접하므로

$\angle B + \angle D = 180°$, $70° + \angle D = 180°$

$\therefore\ \angle D = 110°$

삼각형 ACD에서

$\angle DAC + \angle ACD + \angle D = 180°$

$\angle DAC + 30° + 110° = 180°$

$\therefore\ \angle DAC = 180° - (30° + 110°) = 40°$

이때, $\angle BAD = \angle DCE = \angle y$이고,

$\angle BAC + \angle DAC = \angle BAD$이므로

$\angle x + 40° = \angle y$

$\therefore\ \angle y - \angle x = 40°$

40 답 $\angle x = 25°$, $\angle y = 110°$

사각형 ABCD가 원에 내접하려면 $\angle ABC = \angle ADE$이어야 하므로

$\angle x + 20° = 45°$　　$\therefore\ \angle x = 25°$

삼각형 BCD에서

$\angle B + \angle C + \angle D = 180°$, $20° + \angle C + 90° = 180°$

$\therefore\ \angle C = 180° - (20° + 90°) = 70°$

사각형 ABCD가 원에 내접하려면

$\angle y + \angle C = 180°$

$\angle y + 70° = 180°$

$\therefore\ \angle y = 180° - 70° = 110°$

41 답 ②

② 정사각형의 네 내각의 크기는 모두 90°이므로 대각의 크기의 합은 180°이다. 따라서 항상 원에 내접한다.

42 답 ④

$\angle BFC = \angle BEC = 90°$이므로 사각형 BCEF는 원에 내접한다. 마찬가지로 사각형 ABDE, 사각형 AFDC도 원에 내접한다.

또, $\angle AFG + \angle AEG = 180°$이므로 사각형 AFGE는 원에 내접한다. 마찬가지로 사각형 BDGF, 사각형 CEGD도 원에 내접한다.

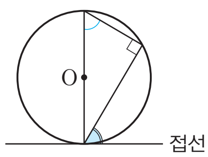
따라서 원에 내접하는 사각형은 모두 6개이다.

J 원주각의 활용 – 접선과 현

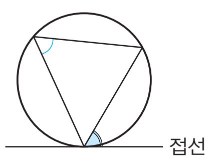
01 답 원주각의 크기

02 답 접선

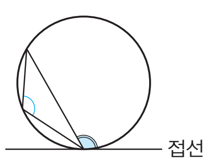
03 답 해설 참조



04 답 해설 참조



05 답 해설 참조



06 답 ○

07 답 ×

$\angle x=75^\circ$이어야 직선 AT가 원의 접선이다.

08 답 ○

개념 연산 훈련

09 답 72°

10 답 78°

11 답 88°

12 답 33°

13 답 80°

14 답 50°

15 답 65°

16 답 90°

17 답 ○

18 답 ○

19 답 ○

20 답 ×

$\angle \mathrm{TAC} \neq \angle \mathrm{B}$이므로 직선 AT는 원 O의 접선이 아니다.

21 답 ○

22 답 $\angle \mathrm{BTQ}$, $\angle \mathrm{DCT}$, 엇각

개념 필수 유형 잡기

23 답 ⑤

$\angle x=\angle \mathrm{BPT}=55^\circ$

$\angle \mathrm{POB}=2\angle x=2\times 55^\circ=110^\circ$

삼각형 PBO는 $\overline{\mathrm{OP}}=\overline{\mathrm{OB}}$이므로 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \angle y=\frac{1}{2}\times(180^\circ-110^\circ)=35^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y=55^\circ+35^\circ=90^\circ$

24 답 ③

$\angle \mathrm{ABC}=\angle \mathrm{ACT}=70^\circ$

삼각형 ABC에서

$\angle x=180^\circ-(40^\circ+70^\circ)=70^\circ$

25 답 53°

$\angle x=\angle \mathrm{TAB}=32^\circ$

삼각형 ABC에서

$\angle y=180^\circ-(63^\circ+32^\circ)=85^\circ$

$\therefore\ \angle y-\angle x=85^\circ-32^\circ=53^\circ$

26 답 38°

$\angle \mathrm{ACB}=\angle \mathrm{TAB}=68^\circ$

$\angle \mathrm{BAC}=\angle \mathrm{CBT'}=74^\circ$

따라서 삼각형 ABC에서

$\angle x=180^\circ-(68^\circ+74^\circ)=38^\circ$

27 답 ②

$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}=\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$에서 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{BC}}$

$\angle \mathrm{ACB}=\angle \mathrm{BAT}=60^\circ$

삼각형 ABC는 한 변의 길이가 6 cm인 정삼각형이므로

(높이)$=6\times\sin 60^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$(cm)

$\therefore\ \triangle \mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times 6\times 3\sqrt{3}=9\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^2)$

28 답 ③

호의 길이와 원주각의 크기는 정비례하므로

$\angle ACB : \angle CAB : \angle CBA = 2 : 3 : 4$

$\therefore \angle x = \angle ACB = 180° \times \dfrac{2}{2+3+4} = 180° \times \dfrac{2}{9} = 40°$

> **Tip**
>
> **[삼각형의 각의 크기와 비례식]**
>
> 삼각형 ABC에 대하여
>
> $\angle A : \angle B : \angle C = a : b : c$인 경우
>
> 전체 각의 크기의 합이 $180°$이므로
>
> $\angle A = 180° \times \dfrac{a}{a+b+c}$
>
> $\angle B = 180° \times \dfrac{b}{a+b+c}$
>
> $\angle C = 180° \times \dfrac{c}{a+b+c}$

29 답 $100°$

$\angle x = \angle DCT' = 35°$

$\angle BDC = \angle BCT = 30°$

삼각형 BCD에서

$\angle x + \angle BCD + \angle BDC = 180°$

$35° + \angle BCD + 30° = 180°$이므로

$\angle BCD = 180° - (35° + 30°) = 115°$

이때, 사각형 ABCD가 원에 내접하므로

$\angle A + \angle BCD = 180°$

$\angle y + 115° = 180° \qquad \therefore \angle y = 65°$

$\therefore \angle x + \angle y = 35° + 65° = 100°$

30 답 ①

사각형 ABCD가 원에 내접하므로

$\angle A + \angle BCD = 180°$, $95° + \angle BCD = 180°$

$\therefore \angle BCD = 85°$

$\angle x = \angle DBC$이므로 삼각형 BCD에서

$\angle x = 180° - (85° + 35°) = 60°$

31 답 ②

$\angle CAD = \angle x$

$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{CD}$이므로

$\angle ACB = \angle BAC = \angle CAD = \angle x$

이때, $\angle BAD = \angle BAC + \angle CAD = 2\angle x$이고

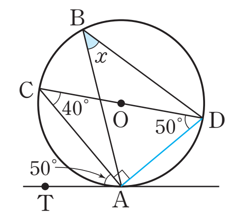
$\angle BCD = \angle ACB + \angle ACD = \angle x + 75°$이므로

$\angle BAD + \angle BCD = 180°$, $2\angle x + (\angle x + 75°) = 180°$

$3\angle x + 75° = 180°$, $3\angle x = 105°$

$\therefore \angle x = 35°$

32 답 $40°$



$\overline{AD}$를 그으면 $\overline{CD}$가 원 O의 지름이므로

$\angle CAD = 90°$

$\angle CDA = \angle CAT = 50°$

이때, 삼각형 CAD에서

$\angle ACD = 180° - (90° + 50°) = 40°$

$\overset{\frown}{AD}$에 대한 원주각의 크기가 같으므로

$\angle x = \angle ACD = 40°$

33 답 ④

$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ACB = 90°$

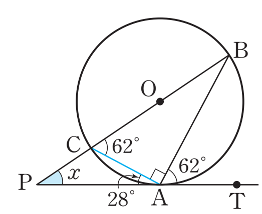
$\angle ABC = \angle ACT = 60°$

삼각형 ABC에서

$\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 1$, $\overline{AB} : 4 = 2 : 1$

$\therefore \overline{AB} = 8\,(\mathrm{cm})$

34 답 ①



$\overline{CA}$를 그으면 $\overline{CB}$는 원 O의 지름이므로

$\angle CAB = 90°$

$\angle BCA = \angle BAT = 62°$

점 A를 기준으로 직선의 평각이 $180°$이므로

$\angle CAP + \angle CAB + \angle BAT = 180°$

$\angle CAP + 90° + 62° = 180°$

$\angle CAP = 180° - (90° + 62°) = 28°$

삼각형 CPA에서

$\angle x + \angle CAP = \angle BCA$

$\angle x + 28° = 62°$

$\therefore \angle x = 34°$

35 답 ①

사각형 ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle A + \angle C = 180°$, $\angle A + 126° = 180°$

$\therefore \angle A = 54°$

$\overline{AD}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ABD = 90°$

삼각형 ABD에서

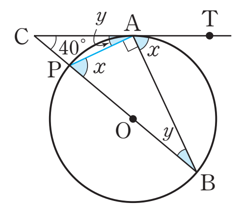
$\angle ADB = 180° - (\angle A + \angle ABD)$

$\qquad = 180° - (54° + 90°) = 36°$

$\therefore \angle x = \angle ADB = 36°$

36 답 65°

$\overline{PA}$를 그으면 $\overline{PB}$가 원 O의 지름이므로



$\angle BAP=90°$

또한, $\angle APB=\angle x$

삼각형 APB에서 $\angle PBA=\angle y$라고 하면

$\angle CAP=\angle y$

삼각형 ACB에서

$\angle ACB+\angle CBA+\angle CAB=180°$

$40°+\angle CBA+(90°+\angle CAP)=180°$

$40°+\angle y+90°+\angle y=180°$

$2\angle y=50°$ $\quad\therefore \angle y=25°$

삼각형 APB에서

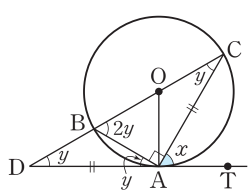
$\angle x+\angle y+90°=180°$

$\angle x+25°+90°=180°$

$\therefore \angle x=180°-(25°+90°)=65°$

37 답 60°

$\angle C=\angle y$라고 하면



$\overline{AC}=\overline{AD}$이므로

$\angle D=\angle C=\angle y$

또한, $\angle BAD=\angle y$

삼각형 BDA에서 $\angle B$의 외각은

$\angle ABC=\angle D+\angle BAD=\angle y+\angle y=2\angle y$

$\therefore \angle x=2\angle y$

또한, 삼각형 ABC에서 $\angle BAC=90°$이므로

$\angle ABC+\angle ACB=90°$

$2\angle y+\angle y=90°$

$3\angle y=90°$ $\quad\therefore \angle y=30°$

$\therefore \angle x=2\angle y=2\times 30°=60°$

38 답 ②

$\overline{BC}$를 그으면 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ACB=90°$

삼각형 ABC에서 $\overline{AB} : \overline{BC}=2:1$이므로

$20 : \overline{BC}=2:1$ $\quad\therefore \overline{BC}=10\text{ cm}$

$\angle BCD=\angle CAB=30°$

삼각형 ACD에서

$\angle A+\angle C+\angle D=180°$

$30°+(90°+30°)+\angle D=180°$

$\therefore \angle D=180°-(30°+90°+30°)=30°$

따라서 삼각형 BCD는 밑각이 $\angle BCD=\angle D=30°$인 이등변삼각형이므로

$\overline{BD}=\overline{BC}=10\text{ cm}$

39 답 57°

삼각형 ABC에서

$\angle C=180°-(\angle B+\angle A)$

$=180°-(54°+60°)=66°$

삼각형 CFE는 $\overline{CE}=\overline{CF}$인 이등변삼각형이므로

$\angle CEF=\angle CFE$

$=\frac{1}{2}\times(180°-\angle C)=\frac{1}{2}\times(180°-66°)$

$=\frac{1}{2}\times 114°=57°$

$\therefore \angle x=\angle CEF=57°$

40 답 ④

$\overline{BC}$가 원 O의 접선이므로 $\angle BED=\angle x$이다.

삼각형 BDE는 $\overline{BD}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\times(180°-\angle B)$

$=\frac{1}{2}\times(180°-50°)=65°$

삼각형 CFE에서 $\angle E=\angle F=\angle EDF=55°$이므로

$\angle y=180°-(55°+55°)=70°$

$\therefore \angle x+\angle y=65°+70°=135°$

41 답 55°

$\angle DCT=\angle BAT=70°$

삼각형 DTC에서

$55°+\angle x+70°=180°$

$\therefore \angle x=55°$

[다른 풀이]

직선 PQ가 두 원의 공통인 접선이므로

$\angle BTQ=\angle BAT=70°$

$\angle CTQ=\angle CDT=55°$

점 T를 기준으로 직선의 평각이 180°이므로

$\angle BTQ+\angle QTC+\angle CTD=180°$

$70°+55°+\angle x=180°$

$\therefore \angle x=180°-(70°+55°)=55°$

42 답 ③

$\overline{AB}$를 그으면 $\angle ABP=\angle x$

사각형 ABCD가 원 O′에 내접하므로

$\angle ABC+\angle ADC=180°$

$\angle ABC+73°=180°$

$\therefore \angle ABC=107°$

$\therefore \angle x=180°-\angle ABC$

$=180°-107°=73°$

43 답 ⑤

① $\angle TAB = \angle QTB = \angle PTD = \angle TCD$ (참)
② $\angle TBA = \angle PTA = \angle QTC = \angle TDC$ (참)
③ $\triangle ABT \backsim \triangle CDT$ (AA 닮음) (참)
④ $\angle TBA = \angle TDC$ (엇각)이므로 $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$ (참)
⑤ $\triangle ABT \backsim \triangle CDT$ (AA 닮음)이므로
$\overline{TA} : \overline{TC} = \overline{TB} : \overline{TD}$ (거짓)
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

44 답 ②

직선 PQ가 두 원의 공통인 접선이므로
$\angle TCD = \angle TAB = 78^\circ$
삼각형 TCD에서 $\angle x + 78^\circ + 54^\circ = 180^\circ$
$\therefore \angle x = 48^\circ$

[다른 풀이]
$\angle ABT = 54^\circ$
삼각형 ATB에서
$\angle x = 180^\circ - (78^\circ + 54^\circ) = 48^\circ$

45 답 ①

$\angle CDT = 180^\circ - \angle CDB$
$= 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$
직선 PQ가 두 원의 공통인 접선이므로
$\angle PTA = \angle CDT = 60^\circ$
$\angle BTQ = \angle BAT = 50^\circ$
점 T를 기준으로 직선의 평각이 180°이므로
$\angle PTA + \angle ATB + \angle BTQ = 180^\circ$
$60^\circ + \angle x + 50^\circ = 180^\circ$
$\therefore \angle x = 180^\circ - (60^\circ + 50^\circ) = 70^\circ$
[다른 풀이]
$\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$이므로 $\angle TCD = \angle TAB = 50^\circ$
$\angle TDC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$
삼각형 CDT에서 $50^\circ + 60^\circ + \angle x = 180^\circ$
$\therefore \angle x = 70^\circ$

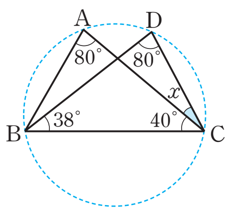
46 답 ⑤

① $\angle TBA = \angle PTC = \angle TDC$ (참)
② $\angle QTB = \angle TCD$ (참)
③ $\triangle ATB \backsim \triangle CTD$ (AA 닮음) (참)
④ $\angle TBA = \angle BDC$ (동위각)이므로 $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$ (참)
⑤ $\triangle ATB \backsim \triangle CTD$ (AA 닮음)이므로
$\overline{TA} : \overline{TC} = \overline{AB} : \overline{CD}$ (거짓)
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

내신 대비 연습 문제 I ~ J

VI

01 답 ③



네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로
$\angle BDC = \angle BAC = 80^\circ$
삼각형 DBC에서
$\angle B + \angle C + \angle D = 180^\circ$
$38^\circ + (40^\circ + \angle x) + 80^\circ = 180^\circ$
$\therefore \angle x = 180^\circ - 158^\circ = 22^\circ$

02 답 ③

삼각형 ABC에서
$\angle ACB = 180^\circ - (40^\circ + 100^\circ) = 40^\circ$
사각형 ABCD가 한 원 위에 있으므로 $\widehat{AB}$의 원주각의 크기는 같다.
$\therefore \angle x = \angle ACB = 40^\circ$

03 답 34°

사각형 ABCD가 원에 내접하므로
$\angle ABC = \angle EDC = 80^\circ$
삼각형 ABC에서
$\angle x + 66^\circ + 80^\circ = 180^\circ$
$\therefore \angle x = 180^\circ - (66^\circ + 80^\circ) = 34^\circ$

04 답 110°

사각형 ABCD가 원에 내접하므로
$\angle EAB = \angle BCD = 68^\circ$
삼각형 AEB에서
$\angle x = \angle AEB + \angle EAB$
$= 42^\circ + 68^\circ = 110^\circ$
[다른 풀이]
$\angle EDC = 180^\circ - (42^\circ + 68^\circ) = 70^\circ$
사각형 ABCD가 원에 내접하므로
$\angle x + \angle D = 180^\circ$, $\angle x + 70^\circ = 180^\circ$
$\therefore \angle x = 110^\circ$

05 답 ④

$\widehat{AC}$의 길이가 원주의 $\frac{1}{3}$이므로
$\angle ADC = 180^\circ \times \frac{1}{3} = 60^\circ$
사각형 ABCD가 원에 내접하므로
$\angle x + \angle ADC = 180^\circ$, $\angle x + 60^\circ = 180^\circ$
$\therefore \angle x = 120^\circ$

$\widehat{BD}$의 길이가 원주의 $\frac{1}{4}$이므로

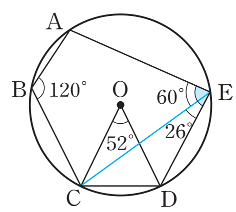
$\angle BAD=180^\circ\times\frac{1}{4}=45^\circ$

사각형 ABCD가 원에 내접하므로

$\angle y=\angle BAD=45^\circ$

$\therefore\ \angle x-\angle y=120^\circ-45^\circ=75^\circ$

06 답 86°



$\overline{CE}$를 그으면 사각형 ABCE가 원 O에 내접하므로

$\angle B+\angle CEA=180^\circ$

$120^\circ+\angle CEA=180^\circ$

$\therefore\ \angle CEA=60^\circ$

$\angle CED=\frac{1}{2}\angle COD=\frac{1}{2}\times52^\circ=26^\circ$

$\therefore\ \angle E=\angle CEA+\angle CED$

$=60^\circ+26^\circ=86^\circ$

07 답 ②, ⑤

① $\angle A+\angle C=115^\circ+75^\circ=190^\circ$

② $\angle B=180^\circ-(45^\circ+35^\circ)=100^\circ$

$\therefore\ \angle B+\angle D=180^\circ$

③ $\angle B+\angle D=70^\circ+120^\circ=190^\circ$

④ $\angle A+\angle C=110^\circ+60^\circ=170^\circ$

⑤ $\angle C=180^\circ-(50^\circ+45^\circ)=85^\circ=\angle EAD$

$\therefore\ \angle C=\angle EAD$

08 답 40°

$\angle BAC=\angle BDC=45^\circ$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

$\therefore\ \angle x=\angle ACB=40^\circ$

09 답 ③

$\widehat{AC}$의 원주각의 크기는 같으므로

$\angle ABC=\angle ADC=30^\circ$

따라서 삼각형 PCB에서

$\angle x=\angle BPC+\angle PBC$

$=40^\circ+30^\circ=70^\circ$

10 답 ②

사각형 ABCD가 원에 내접하므로

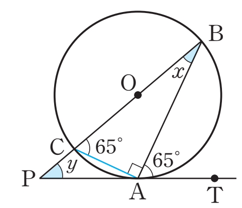
$\angle B+\angle D=180^\circ$

$\therefore\ \angle D=180^\circ-100^\circ=80^\circ$

따라서 삼각형 DPC에서

$\angle x=180^\circ-(35^\circ+80^\circ)=65^\circ$

11 답 $\angle x=25^\circ$, $\angle y=40^\circ$



$\overline{AC}$를 그으면 $\angle CAB=90^\circ$

$\overline{PT}$가 원 O의 접선이므로

$\angle BCA=\angle BAT=65^\circ$

삼각형 ABC에서

$\angle x=180^\circ-(65^\circ+90^\circ)=25^\circ$

삼각형 BPA에서

$\angle y+\angle x=65^\circ$, $\angle y+25^\circ=65^\circ$

$\therefore\ \angle y=65^\circ-25^\circ=40^\circ$

12 답 115°

$\overleftrightarrow{TT'}$이 원의 접선이므로 $\angle x=\angle BAT=65^\circ$

$\angle y=\angle ABC=50^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y=65^\circ+50^\circ=115^\circ$

13 답 110°

$\overleftrightarrow{TT'}$이 원의 접선이므로 $\angle CAT'=\angle ABC=70^\circ$

점 A에 대하여 직선의 평각이 180°이므로

$\angle CAT'+\angle x=180^\circ$

$\therefore\ \angle x=180^\circ-\angle CAT'$

$=180^\circ-70^\circ=110^\circ$

14 답 160°

직선 PQ가 두 원의 공통인 접선이므로

$\angle y=\angle PTD=80^\circ$

두 직선 BD, PQ에 대하여

$\angle BTQ=\angle PTD=80^\circ$ (맞꼭지각)이므로

$\angle x=\angle BTQ=80^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y=80^\circ+80^\circ=160^\circ$

15 답 ⑤

① $\angle ABT=\angle ATP=\angle DCT$이므로

$\sin A=\sin D$ (참)

② $\angle BAT=\angle BTQ=\angle CDT$이므로

$\tan B=\tan C$ (참)

③ $\angle ABT=\angle DCT$ (동위각)이므로 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$ (참)

④ $\triangle ABT \backsim \triangle DCT$ (AA 닮음) (참)

⑤ $\triangle ABT \backsim \triangle DCT$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AB}:\overline{DC}=\overline{BT}:\overline{CT}$ (거짓)

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

대단원 총정리 문제 Ⅵ 원의 성질

01 답 (1) $\angle x=40^\circ$, $\angle y=50^\circ$ (2) $\angle x=90^\circ$, $\angle y=55^\circ$

(1) $\angle x=\angle \mathrm{APB}=40^\circ$

$\angle y=\angle \mathrm{PBQ}=50^\circ$

(2) $\overline{\mathrm{AB}}$가 원 O의 지름이므로 $\angle x=90^\circ$

$\therefore\ \angle y=180^\circ-(90^\circ+35^\circ)=55^\circ$

02 답 (1) $\angle x=30^\circ$, $\angle y=48^\circ$ (2) $\angle x=120^\circ$, $\angle y=25^\circ$

(1) $\overset{\frown}{\mathrm{AD}}$의 원주각의 크기는 같으므로

$\angle x=\angle \mathrm{ACD}=30^\circ$

삼각형 ABC에서

$\angle \mathrm{A}+\angle \mathrm{ACB}=\angle \mathrm{ABE}$

$50^\circ+\angle y=98^\circ$ $\quad\therefore\ \angle y=48^\circ$

(2) $\overline{\mathrm{BC}}$가 원 O의 지름이므로 삼각형 BCD에서 $\angle \mathrm{BDC}=90^\circ$

$\angle \mathrm{B}+\angle \mathrm{C}+90^\circ=180^\circ$, $30^\circ+\angle \mathrm{C}+90^\circ=180^\circ$

$\therefore\ \angle \mathrm{C}=60^\circ$

사각형 ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle \mathrm{A}+\angle \mathrm{C}=180^\circ$, $\angle x+\angle \mathrm{C}=180^\circ$

$\therefore\ \angle x=120^\circ$

점 D에 대하여 직선 CE의 평각이 180°이므로

$\angle \mathrm{ADE}+\angle \mathrm{ADB}+\angle \mathrm{BDC}=180^\circ$

$55^\circ+\angle \mathrm{ADB}+90^\circ=180^\circ$

$\therefore\ \angle \mathrm{ADB}=35^\circ$

삼각형 ABD에서

$\angle \mathrm{A}+\angle \mathrm{ABD}+\angle \mathrm{ADB}=180^\circ$

$\angle x+\angle y+35^\circ=180^\circ$

$120^\circ+\angle y+35^\circ=180^\circ$

$\therefore\ \angle y=25^\circ$

03 답 ④

$\overline{\mathrm{AC}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}}=\frac{1}{2}\times 24=12\,(\mathrm{cm})$

직각삼각형 OAC에서

$\overline{\mathrm{OA}}=\sqrt{5^2+12^2}=13\,(\mathrm{cm})$

04 답 70°

$\overline{\mathrm{PA}}$가 원 O의 접선이므로

$\angle \mathrm{OAP}=90^\circ$

삼각형 OAP에서

$\angle x+\angle \mathrm{OAP}+\angle \mathrm{APO}=180^\circ$

$\angle x+90^\circ+20^\circ=180^\circ$

$\therefore\ \angle x=180^\circ-(90^\circ+20^\circ)=70^\circ$

05 답 ③

$\overline{\mathrm{AM}}=\sqrt{5^2-3^2}=4\,(\mathrm{cm})$

원 O에서 같은 거리에 있는 현의 길이가 같으므로

$\overline{\mathrm{CD}}=\overline{\mathrm{AB}}=2\overline{\mathrm{AM}}=8\,(\mathrm{cm})$

06 답 $x=11$

$\overline{\mathrm{AE}}=\overline{\mathrm{AF}}=3$에서

$\overline{\mathrm{CE}}=\overline{\mathrm{AC}}-\overline{\mathrm{AE}}=7-3=4$, $\overline{\mathrm{CD}}=\overline{\mathrm{CE}}=4$이고

$\overline{\mathrm{BF}}=10-3=7$, $\overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{BF}}=7$

$\therefore\ x=\overline{\mathrm{BD}}+\overline{\mathrm{CD}}=7+4=11$

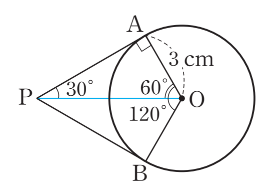
07 답 $3\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$

$\overline{\mathrm{PO}}$를 그으면

$\overline{\mathrm{AO}}:\overline{\mathrm{PA}}=1:\sqrt{3}$

$3:\overline{\mathrm{PA}}=1:\sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{PA}}=3\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$



08 답 $\angle x=80^\circ$, $\angle y=60^\circ$

원의 접점이 A이고 접선이 $\overline{\mathrm{TA}}$이므로

$\angle x=80^\circ$

$\angle y=180^\circ-(80^\circ+40^\circ)=60^\circ$

09 답 ①

$\overline{\mathrm{PA}}$, $\overline{\mathrm{PB}}$가 원 O의 접선이므로

$\angle \mathrm{OAP}=\angle \mathrm{OBP}=90^\circ$

사각형 APBO에서

$\angle \mathrm{P}+\angle \mathrm{AOB}=180^\circ$, $40^\circ+\angle \mathrm{AOB}=180^\circ$

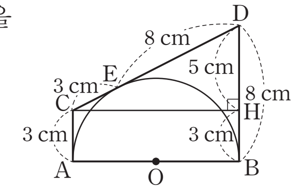
$\therefore\ \angle \mathrm{AOB}=140^\circ$

원 O의 반지름의 길이가 $6\,\mathrm{cm}$이므로

(부채꼴 OAB의 넓이)$=\pi\times 6^2\times\frac{140}{360}=14\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

10 답 $2\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$

점 C에서 $\overline{\mathrm{DB}}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{\mathrm{DH}}=5\,\mathrm{cm}$

원 O에 대하여

$\overline{\mathrm{CE}}=\overline{\mathrm{CA}}=3\,\mathrm{cm}$,

$\overline{\mathrm{DE}}=\overline{\mathrm{DB}}=8\,\mathrm{cm}$이므로

$\overline{\mathrm{CD}}=\overline{\mathrm{CE}}+\overline{\mathrm{DE}}=3+8=11\,(\mathrm{cm})$

삼각형 CHD에서

$\overline{\mathrm{CH}}=\sqrt{\overline{\mathrm{CD}}^2-\overline{\mathrm{DH}}^2}$

$=\sqrt{11^2-5^2}=\sqrt{96}=4\sqrt{6}\,(\mathrm{cm})$

$\therefore$ (원 O의 반지름의 길이)$=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{CH}}$

$=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{6}=2\sqrt{6}\,(\mathrm{cm})$

11 답 $4\sqrt{3}\,cm^2$

$\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}=4$ cm이다.

즉, 삼각형 ABC는 한 변의 길이가 4 cm인 정삼각형이므로

(높이)$=4\sin 60°=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$(cm)

$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$(cm^2)

12 답 4 cm

$\overline{BE}=x$ cm라고 하면

$\overline{BD}=\overline{BE}=x$ cm, $\overline{AF}=\overline{AD}=(6-x)$ cm,

$\overline{CF}=\overline{CE}=(9-x)$ cm

$\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}$

$=(6-x)+(9-x)=7$(cm)

$15-2x=7$, $2x=8$

$\therefore\ x=4$

$\therefore$ ($\overline{BE}$의 길이)$=4$ cm

13 답 12 cm

$\overline{PT}$가 원 O의 접선이므로

$\angle PTO=90°$

$\overline{OT}=\overline{OA}=5$ cm

삼각형 POT에서

$\overline{OP}^2=\overline{PT}^2+\overline{OT}^2$이므로

$13^2=\overline{PT}^2+5^2$, $\overline{PT}^2=13^2-5^2=144$

$\therefore\ \overline{PT}=\sqrt{144}=12$(cm)

14 답 $x=\frac{13}{2}$

원 O의 반지름의 길이가 x cm이므로

$\overline{OD}=\overline{OC}-\overline{DC}=(x-4)$ cm

삼각형 ODB에서

$x^2=(x-4)^2+6^2$

$x^2=x^2-8x+16+36$, $8x=52$

$\therefore\ x=\frac{13}{2}$

15 답 ①

원주각 $\angle APB$에 대한 $\overset{\frown}{AB}$의 중심각의 크기는

$360°-130°=230°$

$\therefore\ \angle x=\frac{1}{2}\times230°=115°$

16 답 ④

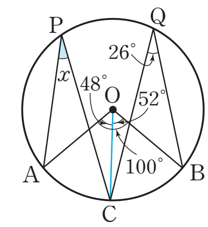
$\overline{OC}=\overline{OB}$이므로 삼각형 OCB는 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \angle B=\angle x$

$\angle B+\angle C=\angle AOC$, $\angle x+\angle x=110°$

$2\angle x=110°$ $\quad\therefore\ \angle x=55°$

17 답 ①



$\overline{OC}$를 그으면

$\angle BOC=2\angle CQB$

$=2\times26°=52°$

$\angle AOC=\angle AOB-\angle BOC$

$=100°-52°=48°$

$\therefore\ \angle APC=\frac{1}{2}\angle AOC=\frac{1}{2}\times48°=24°$

18 답 ②

$\overset{\frown}{AB}$의 원주각의 크기는 같으므로

$\angle APB=\angle AQB=50°$

삼각형 ACP에서

$\angle x+\angle APC=\angle PCQ$, $\angle x+50°=85°$

$\therefore\ \angle x=35°$

19 답 ④, ⑤

④ $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 P라고 하면 삼각형 BCP에서

$\angle B+\angle C=\angle BPA$, $40°+\angle C=70°$

$\therefore\ \angle C=70°-40°=30°$

따라서 $\overset{\frown}{AB}$에 대한 원주각 $\angle C=\angle D$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

⑤ 원에 대한 지름을 $\overline{BC}$라고 하면 원주각 $\angle A=\angle D=90°$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

20 답 44 cm

$\overline{CD}$의 길이는 원 O의 지름의 길이와 같으므로

$\overline{CD}=2\overline{OE}=2\times5=10$(cm)

사각형 ABCD가 원 O에 외접하므로

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$

$\therefore$ (사각형 ABCD의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{CD}+\overline{AD}+\overline{BC}$

$=2(\overline{AB}+\overline{CD})$

$=2(12+10)=44$(cm)

21 답 ④

$\overline{BC}$를 그으면 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ACB=\angle BCP=90°$

($\overset{\frown}{CD}$의 원주각의 크기)$=\angle CBD=\frac{1}{2}\angle COD=15°$

삼각형 PCB에서

$\angle x=180°-(90°+15°)=75°$

22 답 ③

$\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{AC}=3:4:5=\angle c:\angle a:\angle b$이므로

$\angle a=\frac{4}{3+4+5}\times180°=\frac{4}{12}\times180°=60°$

$\angle b=\frac{5}{3+4+5}\times180^\circ=\frac{5}{12}\times180^\circ=75^\circ$

$\angle c=\frac{3}{3+4+5}\times180^\circ=\frac{3}{12}\times180^\circ=45^\circ$

$\therefore\ \angle a+\angle b-\angle c=60^\circ+75^\circ-45^\circ=90^\circ$

23 답 $\frac{3\sqrt{55}}{4}$

$\overline{OC}$는 원 O의 반지름의 길이 3과 같으므로

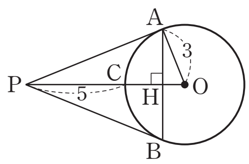
$\overline{PO}=\overline{PC}+\overline{OC}=5+3=8$

삼각형 POA에서

$\overline{PA}=\sqrt{\overline{PO}^2-\overline{OA}^2}=\sqrt{8^2-3^2}=\sqrt{55}$

한편, $\overline{PO}$와 $\overline{AB}$의 교점을 H라고

하면 $\overline{PO}\perp\overline{AB}$이므로



$\triangle POA=\frac{1}{2}\times\overline{PA}\times\overline{AO}$

$=\frac{1}{2}\times\overline{PO}\times\overline{AH}$

에서 $\frac{1}{2}\times\sqrt{55}\times3=\frac{1}{2}\times8\times\overline{AH}$이므로 $\overline{AH}=\frac{3\sqrt{55}}{8}$

$\therefore\ \overline{AB}=2\overline{AH}=2\times\frac{3\sqrt{55}}{8}=\frac{3\sqrt{55}}{4}$

24 답 55°

삼각형 BCF에서 $\angle FCE=\angle x+30^\circ$

삼각형 DCE에서

$\angle ADC=\angle DCE+\angle E$

$=(\angle x+30^\circ)+40^\circ=\angle x+70^\circ$

사각형 ABCD가 원에 내접하므로

$\angle B+\angle ADC=180^\circ$

$\angle x+(\angle x+70^\circ)=180^\circ,\ 2\angle x=110^\circ$

$\therefore\ \angle x=55^\circ$

25 답 30°

$\angle PAB=\angle BCD=80^\circ,\ \angle PBA=180^\circ-110^\circ=70^\circ$

삼각형 APB에서

$\angle P+\angle PAB+\angle ABP=180^\circ,\ \angle x+80^\circ+70^\circ=180^\circ$

$\therefore\ \angle x=180^\circ-(80^\circ+70^\circ)=30^\circ$

26 답 $\frac{1}{2}$

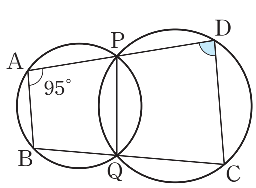
두 원이 만나는 점을 P, Q라고

하면 $\angle PQC=\angle A=95^\circ$

$\angle PQC+\angle D=180^\circ$

$95^\circ+\angle D=180^\circ$

$\therefore\ \angle D=180^\circ-95^\circ=85^\circ$



$\therefore\ \sin(3(\angle A-\angle D))=\sin(3\times10^\circ)=\sin30^\circ=\frac{1}{2}$

27 답 ①, ③

등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형은 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180°이므로 ①, ③의 사각형은 원에 내접한다.

28 답 60°

$\overline{BC}$를 그으면 점 B는 원 O의 접점이고

원 O의 접선이 $\overline{TB}$이므로

$\angle ACB=\angle ABT=30^\circ$

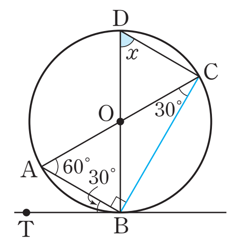
원 O의 지름이 $\overline{AC}$이므로

$\angle ABC=90^\circ$

$\angle BAC=180^\circ-(90^\circ+30^\circ)=60^\circ$

$\overset{\frown}{BC}$의 원주각의 크기가 같으므로

$\angle x=\angle BAC=60^\circ$



29 답 10 cm

원의 접선 $\overline{TT'}$에 대하여

$\angle PAB=\angle BPT'$

삼각형 APB에서 $\angle BAP=\angle APB$이므로 $\overline{PB}=\overline{AB}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \overline{AB}=\overline{PB}=10$ cm

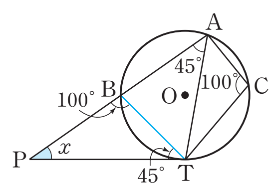
30 답 ②

$\overline{BT}$를 그으면 원 O의 접선 $\overline{PT}$에 대하여

$\angle PTB=\angle BAT=45^\circ$

사각형 ABTC가 원 O에 내접하므로

$\angle PBT=\angle ACT=100^\circ$



삼각형 PTB에서

$\angle x+45^\circ+100^\circ=180^\circ$

$\therefore\ \angle x=180^\circ-(45^\circ+100^\circ)=35^\circ$

31 답 2 cm

원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$\overline{AF}=\overline{AD}=4$ cm, $\overline{BE}=\overline{BD}=6$ cm이고,

$\overline{CF}=\overline{CE}=r$ cm

$\therefore\ \overline{AC}=(r+4)$ cm, $\overline{BC}=(r+6)$ cm

직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC}^2+\overline{BC}^2=\overline{AB}^2$이므로

$(r+4)^2+(r+6)^2=10^2$

$r^2+8r+16+r^2+12r+36=100$

$2r^2+20r-48=0,\ 2(r^2+10r-24)=0$

$2(r+12)(r-2)=0$

$\therefore\ r=2\ (\because\ r>0)$

$\therefore$ (원 O의 반지름의 길이)$=2$ cm

K 대표값과 산포도

01 답 수, 대푯값

02 답 평균, 중앙값, 최빈값

03 답 산포도

04 답 변량, 평균

05 답 분산

06 답 표준편차

07 답 ×

08 답 ×

09 답 ○

10 답 ×

11 답 ○

개념 연산 훈련

12 답 5

$(\text{평균})=\dfrac{2+3+5+7+8}{5}=\dfrac{25}{5}=5$

13 답 15

$(\text{평균})=\dfrac{10+11+14+17+18+20}{6}=\dfrac{90}{6}=15$

14 답 3

15 답 3

자료의 개수가 짝수이고 작은 값부터 크기순으로 나열하면 1, 1, 2, 4, 5, 6이므로

$\dfrac{2+4}{2}=\dfrac{6}{2}=3$

16 답 55

자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
35, 40, 55, 55, 60, 60, 70이므로 중앙값은 55이다.

17 답 1

18 답 5, 6, 7

19 답 없다

20 답 8개

$(\text{평균})=\dfrac{7+13+9+6+7+8+6}{7}=\dfrac{56}{7}=8(\text{개})$

21 답 7개

자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
6, 6, 7, 7, 8, 9, 13이므로 중앙값은 7(개)이다.

22 답 6개, 7개

23 답 평균 : 8, 편차 : -2, -1, 0, 1, 2

$(\text{평균})=\dfrac{6+7+8+9+10}{5}=\dfrac{40}{5}=8$

24 답 평균 : 6, 편차 : -1, -1, -1, 1, 1, 1

$(\text{평균})=\dfrac{5\times3+7\times3}{6}=\dfrac{36}{6}=6$

25 답 $x=-4$

$-3+5+0+x+2=0 \qquad \therefore x=-4$

26 답 $x=-7$

$1+1+5+(-3)+3+x=0 \qquad \therefore x=-7$

27 답 $x=-19$

$10+6+(-5)+12+11+(-7)+(-8)+x=0$
$\therefore x=-19$

28 답 분산 : 0.4, 표준편차 : $\sqrt{0.4}$

$\dfrac{(-1)^2+1^2}{5}=0.4$

$\therefore (\text{분산})=0.4,\ (\text{표준편차})=\sqrt{0.4}$

29 답 분산 : 2, 표준편차 : $\sqrt{2}$

$\dfrac{(-2)^2+(-1)^2+1^2+2^2}{5}=\dfrac{10}{5}=2$

$\therefore (\text{분산})=2,\ (\text{표준편차})=\sqrt{2}$

30 답 분산 : 6.8, 표준편차 : $\sqrt{6.8}$

$\dfrac{(-4)^2+(-2)^2+1^2+2^2+3^3}{5}=\dfrac{34}{5}=6.8$

$\therefore (\text{분산})=6.8,\ (\text{표준편차})=\sqrt{6.8}$

31 답 6점

$(\text{평균})=\dfrac{8+5+9+5+3}{5}=\dfrac{30}{5}=6(\text{점})$

32 답 해설 참조

점수(점)	8	5	9	5	3
편차(점)	2	-1	3	-1	-3
$(편차)^2$	4	1	9	1	9

33 답 4.8

$$(분산)=\frac{4+1+9+1+9}{5}=\frac{24}{5}=4.8$$

34 답 $\sqrt{4.8}$점

개념 필수 유형 잡기

35 답 ②

$$(평균)=\frac{82+96+80+90+82}{5}=\frac{430}{5}=86(점)$$

36 답 ④

$$(평균)=\frac{51+63+63+69+72+72+78+83+89+90}{10}$$

$$=\frac{730}{10}=73(점)$$

37 답 58 kg

$$(평균)=\frac{40\times2+50\times6+60\times7+70\times4+80\times1}{20}$$

$$=\frac{1160}{20}=58\,(\mathrm{kg})$$

38 답 평균 : 7.5권, 중앙값 : 6.5권

$$(평균)=\frac{6+4+11+7+9+2+6+15}{8}=\frac{60}{8}=\frac{15}{2}=7.5(권)$$

자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

2, 4, 6, 6, 7, 9, 11, 15

자료의 개수가 짝수이므로

$$(중앙값)=\frac{6+7}{2}=\frac{13}{2}=6.5(권)$$

39 답 ③

자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

153, 155, 156, 158, 160, 165, 170

자료의 개수가 홀수이므로

(중앙값)=158 cm

40 답 ③

자료 B의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하자.

(i) $a>14$일 때, 5, 10, 14, a, 18 또는 5, 10, 14, 18, a
주어진 조건인 자료 B의 중앙값 14를 만족시킨다.

(ii) $a=14$일 때, 5, 10, 14, a, 18이므로 주어진 조건인 자료 B의 중앙값 14를 만족시킨다.

(iii) $a<14$일 때, 5, 10, a, 14, 18 또는 5, a, 10, 14, 18 또는 a, 5, 10, 14, 18이므로 주어진 조건인 자료 B의 중앙값 14를 만족시키지 않는다.

(i)~(iii)에 의하여 $a\geq14$

자료 A의 중앙값이 16이므로 자료 A의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 (iv) 14, a, 18, 20 또는 (v) 14, 18, a, 20 또는 (vi) 14, 18, 20, a가 된다.

(iv), (v)의 경우

$$(자료\ A의\ 중앙값)=\frac{a+18}{2}=16,\ a+18=32$$

$\therefore a=14$

(vi)의 경우

중앙값이 $\frac{18+20}{2}=\frac{38}{2}=19$이므로 자료 A의 중앙값이 16이라는 조건을 만족시키지 않는다.

(iv)~(vi)에 의하여 $a=14$

41 답 ①

자료의 변량을 나타내면

(축구) : 4, (야구) : 2, (테니스) : 2, (스쿼시) : 1, (농구) : 1

따라서 좋아하는 스포츠의 최빈값은 축구이다.

42 답 중앙값 : 50분, 최빈값 : 70분

학생 수는 40명이므로

$3+x+10+y+5=40$

$x+y=22$ ⋯ ㉠

$$(평균)=\frac{10\times3+30\times x+50\times10+70\times y+90\times5}{40}$$

$$=\frac{980+30x+70y}{40}=55$$

이므로 $\frac{98+3x+7y}{4}=55$, $3x+7y+98=220$

$\therefore 3x+7y=122$ ⋯ ㉡

㉠과 ㉡을 연립하면

$x=8$, $y=14$

따라서 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 자료의 개수 $n=40$(짝수)이므로 중앙값은 20번째, 21번째 학생의 자료의 변량의 평균인 $\frac{50+50}{2}=\frac{100}{2}=50$(분), 최빈값은 학생 수 $y=14$로 가장 많은 70분이다.

Ⅶ

43 답 ④

① A의 평균 : $\frac{10+8+6+9+10}{5}=\frac{43}{5}=8.6$(점)

B의 평균 : $\frac{8+7+8+8+10+9}{5}=\frac{42}{5}=8.4$(점)

∴ (A의 평균)>(B의 평균) (거짓)

② A의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

6, 8, 9, 10, 10이므로

(A의 중앙값)=9점, (A의 최빈값)=10점

∴ (A의 중앙값)<(A의 최빈값) (거짓)

③ (A의 중앙값)>(A의 평균) (거짓)

④ B의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

7, 8, 8, 9, 10이므로

(B의 중앙값)=8점, (B의 최빈값)=8점

∴ (B의 중앙값)=(B의 최빈값) (참)

⑤ (B의 중앙값)<(B의 평균) (거짓)

44 답 $x=-6$

편차의 총합은 0이므로

$-1+2+1+x+4=0 \quad \therefore x=-6$

45 답 ①

편차의 총합은 0이므로

$a+(-3)+4+7+b=0 \quad \therefore a+b=-8$

46 답 $x=9$

편차의 총합은 0이므로

$(-1)\times8+(-2)\times x+0\times6+4\times5+1\times6=0$

$-8-2x+20+6=0,\ 2x=18$

$\therefore x=9$

47 답 ⑤

⑤ 편차를 제곱한 값의 평균, 즉 분산을 이용하여 자료의 분포 정도를 알 수 있다. (거짓)

48 답 ③

편차의 총합은 0이므로

$-2+x+0+3+(-1)+1=0$

$\therefore x=-1$

(편차)=(변량)−(평균)에서 학생 B의 기록이 5회이므로

$-1=5-$(평균)

∴ (평균)=6(회)

49 답 $x=-3,\ y=13,\ z=5$

토요일에 팔린 문제집에 대하여

(편차)=(변량)−(평균)이므로

$1=9-$(평균)

∴ (평균)=8개

따라서 일요일에 팔린 문제집의 편차 $x=5-8=-3$

한편, 편차의 총합은 0이므로

$1+x+z+(-6)+3=0$

$1+(-3)+z+(-6)+3=0$

$\therefore z=5$

따라서 월요일에 팔린 문제집에 대하여

(편차)=(변량)−(평균)

$=y-8=5$

$\therefore y=13$

50 답 ②

편차의 총합은 0이므로

$2+(-4)+x+(-2)+(-2x)=0$

$-4-x=0$

$\therefore x=-4$

(A의 점수)−70=2이므로 (A의 점수)=72(점)

(C의 점수)−70=−4이므로 (C의 점수)=66(점)

따라서 두 학생 A와 C의 점수의 평균은

$\frac{72+66}{2}=\frac{138}{2}=69$(점)

51 답 분산 : 32, 표준편차 : $4\sqrt{2}$점

(평균)$=\frac{80+92+84+76+88}{5}=\frac{420}{5}=84$(점)

편차는 순서대로 −4, 8, 0, −8, 4이므로

(분산)$=\frac{(-4)^2+8^2+0^2+(-8)^2+4^2}{5}=\frac{160}{5}=32$

∴ (표준편차)$=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$(점)

52 답 ①

C학생의 편차를 x라고 하면

$2+(-4)+x+0+(-1)=0$

$\therefore x=3$

∴ (분산)$=\frac{2^2+(-4)^2+3^2+0^2+(-1)^2}{5}=\frac{30}{5}=6$

53 답 ②

편차의 총합은 0이므로

$3+x+(-2)+(-1)+0+(-2)+3=0 \quad \therefore x=-1$

(분산)$=\frac{3^2+(-1)^2+(-2)^2+(-1)^2+0^2+(-2)^2+3^2}{7}$

$=\frac{28}{7}=4$

(표준편차)$=\sqrt{4}=2$(개)

54 답 ⑤

(평균)$=\dfrac{x+6+y+2+5}{5}=4$, $x+y+13=20$

$\therefore x+y=7$

(분산)$=\dfrac{(x-4)^2+2^2+(y-4)^2+(-2)^2+1^2}{5}=2$

$\therefore (x-4)^2+(y-4)^2=1$

$x+y=7$, 즉 $y=7-x$를 $(x-4)^2+(y-4)^2=1$에 대입하면

$(x-4)^2+(7-x-4)^2=1$, $(x-4)^2+(3-x)^2=1$

$2x^2-14x+24=0$, $2(x^2-7x+12)=0$

$2(x-3)(x-4)=0$ $\quad\therefore x=3$, $y=4$ 또는 $x=4$, $y=3$

$\therefore x^2+y^2=25$

[다른 풀이]

(평균)$=4$에서 $x+y=7$ $\cdots$ ㉠

(분산)$=2$에서 $(x-4)^2+(y-4)^2=1$ $\cdots$ ㉡

㉡을 정리하면 $x^2+y^2-8(x+y)+31=0$

이 식을 정리하여 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2=8(x+y)-31=56-31=25$

55 답 ④

① 점수가 가장 높은 학생이 속한 반은 알 수 없다. (거짓)

② (분산)$=$(표준편차)^{2}이므로 분산이 가장 큰 반은 3반이다. (거짓)

③ 편차의 총합은 항상 0이므로 편차의 총합이 가장 작은 반은 없다. (거짓)

⑤ 성적이 가장 고르게 분포된 반은 표준편차가 가장 낮은 1반이다. (거짓)

56 답 ①

(분산)$=\dfrac{3^2+(-1)^2+2^2+1^2+(-3)^2+0^2}{6}=\dfrac{24}{6}=4$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{4}=2$(시간)

57 답 ①

(분산)$=\dfrac{(-8)^2\times3+(-4)^2\times4+0^2\times5+4^2\times6+8^2\times2}{20}$

$=\dfrac{480}{20}=24$

58 답 ③

편차가 -20인 도수를 x일이라고 하면

$6+3+12+x=30$ $\quad\therefore x=9$

(분산)$=\dfrac{40^2\times6+20^2\times3+(-10)^2\times12+(-20)^2\times9}{30}$

$=\dfrac{15600}{30}=520$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{520}=2\sqrt{130}$ (mm)

59 답 ㉠, ㉢

㉠ (분산)$=\dfrac{(-7)^2\times3+(-3)^2\times5+1^2\times7+5^2\times4+9^2\times1}{20}$

$=\dfrac{380}{20}=19$ (참)

㉡ (표준편차)$=\sqrt{19}$시간 (거짓)

㉢ A학급의 표준편차가 B학급의 표준편차보다 작으므로 A학급의 인터넷 사용 시간의 분포가 B학급의 인터넷 사용 시간의 분포보다 고르다. (참)

VII

내신 대비 연습 문제 K

01 답 ③

(평균)$=\dfrac{36\times1+38\times1+39\times1+40\times1+42\times3+43\times1+44\times2}{10}$

$=\dfrac{410}{10}=41$(세)

02 답 ④

작은 값부터 크기순으로 나열하면

36, 38, 39, 40, 42, 42, 42, 43, 44, 44이므로

중앙값은 $\dfrac{42+42}{2}=42$(세)

03 답 ④

자료의 변량 42의 도수가 3으로 최대이다.

따라서 최빈값은 42세이다.

04 답 ⑤

⑤ 자료에 극단적인 값이 있으면 평균을 대푯값으로 사용하기에 적절하지 않다.

05 답 ④

$1+4+x+3+2=15$이므로 $x=5$

따라서 최빈값은 8점이다.

06 답 ②

편차의 총합은 0이므로

$-5+x+3+2+(-2)+(-1)=0$

$\therefore x=3$

(편차)$=$(변량)$-$(평균)이므로

$3=70-$(평균)

$\therefore$ (평균)$=67$ (kg)

056068_심플중3(하)_K-L해설-칠.indd 59 2019. 7. 2. 오후 3:49

07 답 $x=11$

자료의 개수가 6이므로 9, x의 평균이 중앙값이다.

$\frac{9+x}{2}=10,\ 9+x=20$

$\therefore x=11$

08 답 ⑤

편차의 총합은 0이므로

$-3+x+1+5=0$

$\therefore x=-3$

$y=(\text{분산})=\frac{\{(\text{편차})^2\text{의 총합}\}}{\{(\text{변량})\text{의 개수}\}}$

$=\frac{(-3)^2+(-3)^2+1^2+5^2}{4}$

$=\frac{44}{4}=11$

$\therefore y-x=11-(-3)=14$

09 답 ③

③ 편차의 총합은 항상 0이다. (거짓)

10 답 ①

$(\text{평균})=\frac{0+2+4+1+3}{5}=\frac{10}{5}=2(\text{개})$

$(\text{분산})=\frac{(-2)^2+0^2+2^2+(-1)^2+1^2}{5}$

$=\frac{10}{5}=2$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{2}(\text{개})$

11 답 ①

편차의 총합은 0이므로

$-4+2+(-7)+x+5=0 \qquad \therefore x=4$

㉠ (편차)=(변량)−(평균)이므로

(A의 편차)=(A의 변량)−(평균)=−4

∴ (A의 변량)=(평균)−4

(C의 편차)=(C의 변량)−(평균)=−7

∴ (C의 변량)=(평균)−7

∴ (A, C의 점수의 차)=(A의 변량)−(C의 변량)

=(평균)−4−{(평균)−7}

=3 (참)

㉡ 점수가 가장 높은 학생은 편차의 값이 가장 큰 학생 E이다. (거짓)

㉢ $(\text{분산})=\frac{(-4)^2+2^2+(-7)^2+4^2+5^2}{5}$

$=\frac{110}{5}=22$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{22}$점 (참)

㉣ 평균에 가장 가까운 점수를 받은 학생은 편차의 절댓값이 가장 작은 학생 B이다. (거짓)

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢이다.

12 답 ④

① 각 반의 학생 수를 알 수 없다. (거짓)

②, ③ 평균과 표준편차로는 성적이 가장 높은 학생 또는 가장 낮은 학생이 어느 반에 있는지 알 수 없다. (거짓)

⑤ 90점 이상을 받은 학생 수를 비교할 수 없다. (거짓)

13 답 ④

전체 학생 수는

$1+3+5+7+4=20(\text{명})$

$\therefore (\text{평균})=\frac{11\times1+13\times3+15\times5+17\times7+19\times4}{20}$

$=\frac{320}{20}=16(\text{시간})$

14 답 ③

편차는 순서대로 −5, −3, −1, 1, 3이므로

(분산)

$=\frac{(-5)^2\times1+(-3)^2\times3+(-1)^2\times5+1^2\times7+3^2\times4}{5}$

$=\frac{100}{20}=5$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{5}$시간

L 산점도와 상관관계

01 답 산점도

02 답 상관관계

03 답 양, 음

04 답 ×

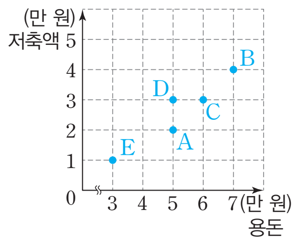
05 답 ×

06 답 ○

07 답 ○

개념 연산 훈련

08 답 해설 참조



09 답 2명

10 답 D학생

A학생 : $\frac{2}{5}\times100=40\,(\%)$

B학생 : $\frac{4}{7}\times100=\frac{400}{7}\fallingdotseq57\,(\%)$

C학생 : $\frac{3}{6}\times100=50\,(\%)$

D학생 : $\frac{3}{5}\times100=60\,(\%)$

E학생 : $\frac{1}{3}\times100\fallingdotseq33\,(\%)$

따라서 D학생의 저축액의 비율이 가장 높다.

11 답 양의 상관관계

12 답 음의 상관관계

13 답 상관관계가 없다.

14 답 상관관계가 없다.

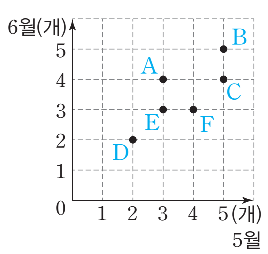
15 답 ㉠, ㉣, ㉤, ㉥

16 답 ㉢, ㉦, ㉧

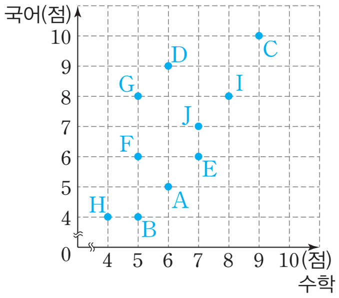
17 답 ㉡

개념 필수 유형 잡기

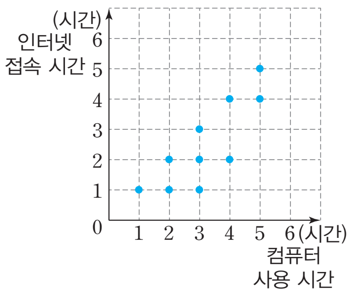
18 답 ④

④ 

19 답 해설 참조



20 답 해설 참조



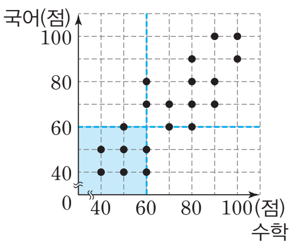
21 답 ②

수학 성적과 국어 성적에 대한 산점도에서 두 성적이 같은 경우는 (40, 40), (50, 50), (70, 70), (80, 80), (100, 100)의 5개이므로 국어 성적과 수학 성적이 같은 학생은 5명이다.

22 답 20 %

국어 성적과 수학 성적이 모두 60점 미만인 학생은 모두 4명이므로

$\frac{4}{20}\times100=20\,(\%)$



23 답 ②

당기는 힘과 쥐는 힘에 대한 산점도에서 당기는 힘이 100 kg 이상이고, 쥐는 힘이 40 kg 이상인 경우는 (110, 42.5), (115, 40)의 2개이다.

따라서 당기는 힘이 100 kg 이상이고, 쥐는 힘이 40 kg 이상인 학생은 2명이므로

$\frac{2}{10}\times100=20\,(\%)$

24 답 ①

당기는 힘과 쥐는 힘에 대한 산점도에서 두 힘의 합이 130 이상인 경우는 (100, 35), (110, 42.5), (115, 40)의 3개이므로 두 힘의 합이 130 kg 이상인 학생 수는 3명이다.

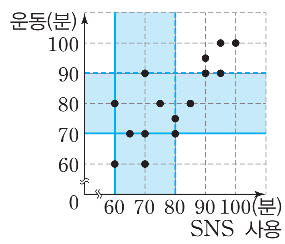
25 답 ④

두 변량에 대한 산점도에서 국어 성적과 영어 성적이 모두 60점 이상인 경우는 (60, 60), (60, 70), (70, 70), (80, 70), (80, 90), (90, 80)의 6개이다.

따라서 국어 성적과 영어 성적이 모두 60점 이상인 학생 수는 6명이다.

26 답 4명

SNS 사용 시간과 운동 시간에 대한 산점도에서 SNS 사용 시간이 60분 이상 80분 미만인 경우는 (60, 60), (60, 80), (65, 70), (70, 60), (70, 70), (70, 90), (75, 80)이다.



이 중에서 운동 시간이 70분 이상 90분 미만인 경우는 (60, 80), (65, 70), (70, 70), (75, 80)의 4개이다.

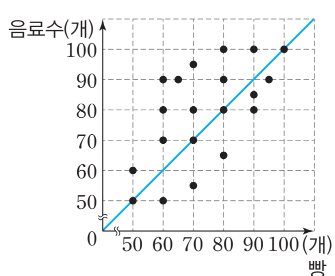
따라서 조건을 만족시키는 학생은 4명이다.

27 답 9명

과학 성적보다 수학 성적이 더 높은 학생 수는 산점도에서 오른쪽 위를 향하는 기준선보다 아래에 있는 점의 개수와 같으므로 9명이다.

28 답 10명

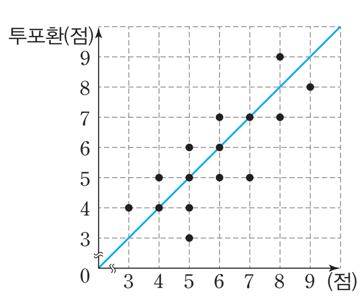
오른쪽 위를 향하는 기준선보다 위쪽에 있는 점은 10개이므로 빵보다 음료수를 많이 먹은 학생은 10명이다.



29 답 40 %

투포환 점수보다 양궁 점수가 더 높은 학생 수는 오른쪽 위를 향하는 기준선보다 아래에 있는 점의 개수와 같으므로 6명이다.

$\therefore \frac{6}{15}\times 100=40\,(\%)$

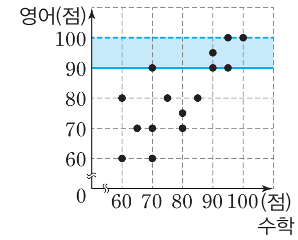


30 답 4명

수학 성적과 영어 성적을 나타낸 산점도에서 영어 성적이 90점 이상이고 100점 미만인 학생 수는 (70, 90), (90, 90), (90, 95), (95, 90)의 점의 개수와 같으므로 4명이다.

31 답 86.25점

영어 성적이 90점 이상이고 100점 미만인 학생은 수학 성적과 영어 성적을 나타낸 산점도에서 (70, 90), (90, 90), (90, 95), (95, 90)이므로 이 학생들의 수학 성적의 평균은



$$\frac{70+90+90+95}{4}=\frac{345}{4}=86.25(\text{점})$$

32 답 10명

키가 165 cm 이상 175 cm 이하인 학생은 키와 몸무게를 나타낸 산점도에서 (165, 55), (165, 60), (165, 65), (167.5, 60), (170, 60), (170, 65), (170, 70), (172.5, 70), (175, 70), (175, 75)이므로 10명이다.

33 답 65 kg

키가 165 cm 이상 175 cm 이하인 학생은 키와 몸무게를 나타낸 산점도에서

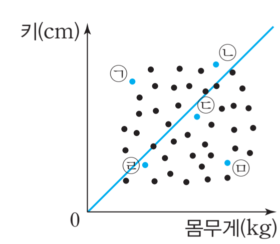
(165, 55), (165, 60), (165, 65), (167.5, 60), (170, 60), (170, 65), (170, 70), (172.5, 70), (175, 70), (175, 75)

이므로 이 학생들의 몸무게의 평균은

$$\frac{55\times1+60\times3+65\times2+70\times3+75\times1}{10}=\frac{650}{10}=65\,(\text{kg})$$

34 답 ②

산점도에서 x축이 몸무게, y축이 키의 변량을 나타내므로 오른쪽 위로 향하는 대각선을 기준으로 위쪽에 있으면 키에 비해 몸무게가 적게 나가는 학생이고, 대각선을 기준으로 아래쪽에 있으면 키에 비해 몸무게가 많이 나가는 학생이다.



따라서 가장 마른 학생은 ㉠, 가장 뚱뚱한 학생은 ㉤이다.

35 답 ②

산점도에서 x축이 앉은 키, y축이 키의 변량을 나타내므로 오른쪽 위로 향하는 대각선을 기준으로 위쪽에 있으면 앉은 키에 비해 키가 큰 편이므로 다리가 길다고 할 수 있고, 아래쪽에 있으면 앉은 키에 비해 키가 작은 편이므로 다리가 짧다고 할 수 있다.

① 점 A는 기준선에 있으므로 앉은 키에 비해 키가 큰 편도, 작은 편도 아니다. (거짓)

② 점 B는 기준선 위쪽에 있으므로 앉은 키에 비해 키가 큰 편이다. (참)

③ 점 D, E는 기준선 아래쪽에 있으므로 앉은 키에 비해 키가

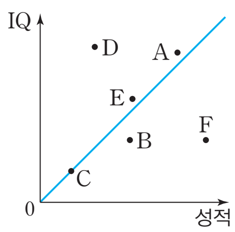
작은 편이다. 따라서 다리가 짧은 편이다. (거짓)

④ 점 C는 기준선 아래쪽에 있으므로 키에 비해 앉은 키가 큰 편이다. (거짓)

⑤ 점 E는 기준선 아래쪽에 있으므로 키에 비해 앉은 키가 큰 편이다. (거짓)

36 답 ⑤

산점도에서 x축이 성적, y축이 IQ의 변량을 나타내므로 오른쪽 위로 향하는 대각선을 기준으로 아래쪽에 있는 학생 B와 F가 IQ에 비해 성적이 높은 학생이다.



두 학생은 비슷한 IQ를 가졌으나 학생 F의 성적이 더 높으므로 학생 F가 IQ에 비해 성적이 높은 학생이다.

37 답 ⑤

④ 신경세포가 함유한 수분량이 줄어들기 때문에 나이가 들수록 체내 수분량은 줄어든다. 따라서 나이와 체내 수분량은 음의 상관관계이다.

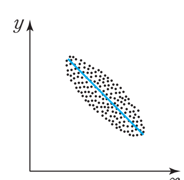
⑤ 운동시간과 시력은 상관관계가 없다.

38 답 ⑤

⑤ 공장에서 일하는 인력이 많을수록 생산량은 대체로 증가하므로 공장의 생산인력과 생산량은 양의 상관관계이다.

39 답 ⑤

오른쪽 아래로 향하는 직선 주변에 점들이 모여 있는 산점도이므로 두 변량 x, y는 음의 상관관계이다.



⑤ 겨울철 기온이 낮아질수록 추워지므로 난방을 많이 틀게 되므로 난방비는 높아진다. 따라서 겨울철의 기온과 난방비는 음의 상관관계를 가진다.

내신 대비 연습 문제 L

01 답 ③

중간고사와 기말고사에 대한 산점도에서 두 변량이 같은 점은 (30, 30), (40, 40), (50, 50), (60, 60), (70, 70), (80, 80), (90, 90)의 7개이다.

따라서 중간고사 성적과 기말고사 성적이 같은 학생은 7명이다.

02 답 ②

산점도에서 x축이 중간고사 성적, y축이 기말고사 성적을 나타내므로 순서쌍 (x, y)에 대하여 $x \geq 70$이고, $y \geq 70$인 점은 (70, 70), (80, 70), (80, 80), (80, 90), (90, 80), (90, 90)의 6개이다. 따라서 중간고사 성적과 기말고사 성적이 모두 70점 이상인 학생은 6명이므로 전체 학생의 $\frac{6}{20} \times 100 = 30(\%)$이다.

03 답 ④

산점도에서 x축이 중간고사 성적, y축이 기말고사 성적을 나타내므로 오른쪽 위로 향하는 직선보다 위쪽에 위치한 점은 (30, 40), (40, 50), (40, 60), (50, 60), (50, 70), (60, 70), (60, 80), (80, 90)의 8개이다.

따라서 중간고사 성적보다 기말고사 성적이 더 높은 학생은 8명이므로 전체 학생의 $\frac{8}{20} \times 100 = 40(\%)$이다.

04 답 ⑤

산점도에서 x축이 중간고사 성적, y축이 기말고사 성적을 나타내므로 중간고사 성적이 80점 이상인 학생들이 나타내는 점은 (80, 70), (80, 80), (80, 90), (90, 80), (90, 90)이다.

따라서 이 학생들의 기말고사 성적의 평균은

$\frac{70+80+90+80+90}{5} = \frac{410}{5} = 82$(점)이다.

05 답 ①

두 변량 x, y에 대한 산점도는 양의 상관관계를 나타내므로

① 도시인구와 교통량이 주어진 산점도와 같은 모양으로 나타난다. – 양의 상관관계

② 물건의 공급량과 물건값 – 음의 상관관계

③ 수학 성적과 몸무게 – 상관관계가 없다.

④ 겨울철 기온과 난방비 – 음의 상관관계

⑤ 키와 용돈 – 상관관계가 없다.

06 답 ③

산점도에서 x축이 초미세먼지 농도, y축이 미세먼지 농도를 나타내므로 미세먼지 농도가 30 ㎍/m^3 이상인 날을 나타내는 점은 (20, 30), (30, 30), (30, 40), (40, 50), (50, 50)의 5개이다. 따라서 미세먼지 농도가 30 ㎍/m^3 이상인 날은 5일이다.

07 답 ②

산점도에서 x축이 초미세먼지 농도, y축이 미세먼지 농도를 나타내므로 미세먼지 농도가 초미세먼지 농도보다 높으려면 오른쪽 위로 향하는 직선보다 위쪽에 있어야 한다. 이때, 이러한 점은 (10, 20), (20, 30), (30, 40), (40, 50)의 4개이므로 미세먼지 농도가 초미세먼지 농도보다 높았던 날은 4일이다.
따라서 미세먼지 농도가 초미세먼지 농도보다 높았던 날은 전체의 $\frac{4}{10}\times 100=40\,(\%)$이다.

08 답 ②

산점도에서 x축이 초미세먼지 농도, y축이 미세먼지 농도를 나타내므로 미세먼지 농도가 20 ㎍/m^3 이하인 점은 (10, 10), (10, 20), (20, 10), (20, 20), (40, 20)이다.
따라서 미세먼지 농도가 20 ㎍/m^3 이하인 날의 초미세먼지 농도의 평균은 $\frac{10+10+20+20+40}{5}=\frac{100}{5}=20$ (㎍/m^3)

09 답 ①

산점도에서 x축이 1차 공던지기 기록, y축이 2차 공던지기 기록을 나타내므로 두 기록의 합이 16 m 이상인 기록의 점은 (7, 9), (8, 8), (8, 9), (8, 10), (9, 7), (9, 10), (10, 10)의 7개이다.
따라서 1차, 2차 공던지기 기록의 평균이 8 m 이상인 학생은 7명이다.

10 답 ④

산점도에서 x축이 1차 공던지기 기록, y축이 2차 공던지기 기록을 나타내므로 $y\geq 9$인 점은 (7, 9), (8, 9), (8, 10), (9, 10), (10, 10)이므로 이들의 1차 공던지기 기록의 평균은
$\frac{7+8+8+9+10}{5}=\frac{42}{5}=8.4\,(\mathrm{m})$

11 답 ①

산점도에서 x축이 몸무게, y축이 허리둘레를 나타내므로 오른쪽 위로 향하는 직선보다 위쪽에 있는 점 A, B, C에 해당하는 학생 A, B, C가 몸무게에 비해 허리둘레가 크다.
따라서 학생 A가 몸무게가 제일 낮으면서 허리둘레가 제일 크므로 몸무게에 비해 허리둘레가 가장 크다고 말할 수 있다.

12 답 ③

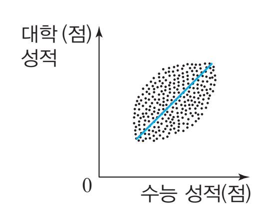
영어 성적과 수학 성적에 대한 산점도에서 두 과목 점수의 합이 140점보다 작은 경우는 (50, 50), (50, 60), (60, 50), (60, 70), (70, 55)의 5개이므로 두 과목 평균이 70점 미만인 학생은 5명이다.
두 과목 평균이 70점 이상인 학생은 $20-5=15$(명)이므로
$\frac{15}{20}\times 100=75\,(\%)$

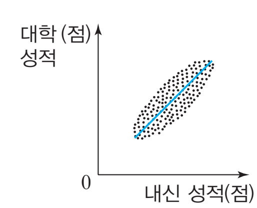
13 답 ⑤

산점도에서 x축이 음악 성적, y축이 체육 성적을 나타낸다.
① 오른쪽 위로 향하는 직선보다 점 A, B가 위쪽에 있으므로 두 학생 A, B는 체육 성적이 음악 성적보다 더 높다. (거짓)
② 오른쪽 위로 향하는 직선보다 점 C가 아래쪽에 있으므로 학생 C는 음악 성적이 체육 성적보다 더 높다. (거짓)
③ 두 과목이 모두 90점 이상인 점은 (90, 100), (100, 90), (100, 100)의 3개이므로 두 과목이 모두 90점 이상인 학생은 3명이다. (거짓)
④ 점 D가 기준선 위에 있으므로 학생 D는 체육 성적과 음악 성적이 같다. (거짓)
⑤ 기준선보다 아래쪽에 있는 점의 개수는 9개이고, 위쪽에 있는 점의 개수는 6개, 기준선에 있는 점의 개수는 5개이다. 따라서 세연이네 반에는 음악 성적이 체육 성적보다 높은 학생이 더 많다. (참)

14 답 내신 성적

두 산점도 모두 양의 상관관계를 가진다.
한편, 내신 성적과 대학 성적 사이의 산점도가 오른쪽 위로 향하는 직선 주위에 점들이 더 모여 있으므로 내신 성적과 대학 성적 사이의 상관관계가 더 강하다고 할 수 있다.
따라서 대학 재학 중의 성적을 예측하고자 한다면 내신 성적을 택하는 것이 수능 성적을 택하는 것보다 더 정확하다고 할 수 있다.

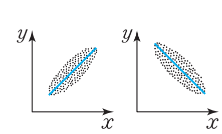




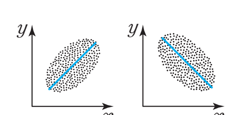
Tip

[강한 상관관계, 약한 상관관계]

① 강한 상관관계



② 약한 상관관계



대단원 총정리 문제 Ⅶ 통계

01 답 ③

③ 자료의 값 중에서 매우 크거나 작은 값, 즉 극단적인 값이 포함되어 있을 때는 평균이 대푯값으로 적절하지 않다. (거짓)

02 답 ②

주어진 변량의 개수는 10개이고, 이를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 23, 26, 29, 30, 35, 41, 42, 44, 45, 55이다.

$\therefore$ (중앙값)$=\dfrac{35+41}{2}=\dfrac{76}{2}=38$(세)

03 답 ③

학생 수가 총 10명이므로

$1+a+b+2+1=10$

$\therefore a+b=6$ ⋯ ㉠

전체 학생의 팔굽혀펴기 기록의 평균이 17.8개이므로

$\dfrac{16\times1+17\times a+18\times b+19\times2+20\times1}{10}=17.8$

$17a+18b+74=178$

$\therefore 17a+18b=104$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=4$, $b=2$이다.

따라서 기록이 17개인 학생은 $a=4$(명)이다.

04 답 ④

주어진 변량의 개수가 6개이므로

(평균)$=\dfrac{(-3)+a+1+6+2+b}{6}=\dfrac{a+b+6}{6}=1$

$\therefore a+b=0$

최빈값이 1이므로 1을 변량으로 갖는 자료는 둘 이상이다.

이때, $a<b$이므로 $a=-1$, $b=1$

$\therefore a-b=-1-1=-2$

05 답 ⑤

⑤ 자료에 극단적인 값이 있으면 평균을 대푯값으로 사용하기에 적절하지 않다.

06 답 ①

주어진 변량의 개수는 8개이고, 이를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 13, 15, 18, 21, 25, 25, 32, 49이다.

따라서 $a=$(중앙값)$=\dfrac{21+25}{2}=\dfrac{46}{2}=23$(회),

$b=$(최빈값)$=25$(회)이므로 $a+b=48$

07 답 ④

편차의 총합은 0이므로

$a+4+5+(-3)+2a=0$, $3a+6=0$

$\therefore a=-2$

(분산)$=\dfrac{(-2)^2+4^2+5^2+(-3)^2+(-4)^2}{5}$

$=\dfrac{4+16+25+9+16}{5}=\dfrac{70}{5}=14$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{14}$

08 답 ①

편차의 총합은 0이므로

$-3+x+1+0+2+(-2)=0$

$\therefore x=2$

(학생 B의 편차)$=166-$(평균)$=2$

$\therefore$ (평균)$=166-2=164\,(\text{cm})$

09 답 ④

① 편차의 총합은 0이므로
$4+(-3)+1+0+x=0$ $\quad\therefore x=-2$ (참)

② 봉사를 가장 많이 한 학생은 편차의 값이 양수이면서 가장 큰 학생 A이다. (참)

③ 편차의 값이 음수인 두 학생 B, E는 봉사시간이 평균보다 적다. (참)

④ 편차만으로 학생들의 봉사시간의 평균을 알 수 없다. (거짓)

⑤ (분산)$=\dfrac{4^2+(-3)^2+1^2+0^2+(-2)^2}{5}$

$=\dfrac{16+9+1+0+4}{5}=\dfrac{30}{5}=6$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{6}$시간 (참)

10 답 ②

② 분산은 편차 제곱의 평균이다. (거짓)

11 답 $x=-4$, 분산 : $\dfrac{13}{3}$

(편차)×(도수)의 총합은 항상 0이므로

$-2\times2+(-1)\times3+0\times1+x\times1+2\times4+3\times1=0$

$-4+(-3)+0+x+8+3=0$

$\therefore x=-4$

(분산)

$=\dfrac{(-2)^2\times2+(-1)^2\times3+0^2\times1+(-4)^2\times1+2^2\times4+3^2\times1}{12}$

$=\dfrac{8+3+0+16+16+9}{12}$

$=\dfrac{52}{12}=\dfrac{13}{3}$

12 답 ③

산점도에서 오른쪽 위를 향하는 직선 위에 있는 점은 (40, 40), (70, 70), (80, 80), (90, 90), (100, 100)의 5개이므로 영어 성적과 국어 성적이 같은 학생은 5명이다.

13 답 ④

산점도에서 x축이 영어 성적, y축이 국어 성적을 나타내므로 영어 성적과 국어 성적이 모두 70점 이하인 학생을 나타내는 점은 (40, 40), (50, 70), (60, 50), (60, 70), (70, 50), (70, 60), (70, 70)의 7개이다.

따라서 영어 성적과 국어 성적이 모두 70점 이하인 학생은 7명이므로 전체의 $\frac{7}{20}\times100=35\,(\%)$이다.

14 답 ⑤

산점도에서 x축이 영어 성적, y축이 국어 성적을 나타내므로 국어 성적이 영어 성적보다 더 높으려면 오른쪽 위를 향하는 직선보다 위쪽에 있어야 한다.

이때, 기준선보다 위쪽에 있는 점은 (40, 90), (50, 70), (60, 70), (60, 90), (70, 80), (70, 100), (80, 90), (90, 100)의 8개이다.

따라서 국어 성적이 영어 성적보다 높은 학생은 8명이므로 전체의 $\frac{8}{20}\times100=40\,(\%)$이다.

15 답 ③

편차의 총합은 0이므로

$-2+0+4+(-4)+3+1+(-1)+x=0 \qquad \therefore x=-1$

∴ (분산)

$$=\frac{(-2)^2+0^2+4^2+(-4)^2+3^2+1^2+(-1)^2+(-1)^2}{8}$$

$$=\frac{4+0+16+16+9+1+1+1}{8}=\frac{48}{8}=6$$

16 답 ③

전체 학생은 $1+1+7+9+2=20$(명)이다.

$$(\text{평균})=\frac{1\times1+3\times1+5\times7+7\times9+9\times2}{20}$$

$$=\frac{1+3+35+63+18}{20}=\frac{120}{20}=6(\text{만 원})$$

편차는 순서대로 -5, -3, -1, 1, 3이므로

(분산)

$$=\frac{(-5)^2\times1+(-3)^2\times1+(-1)^2\times7+1^2\times9+3^2\times2}{20}$$

$$=\frac{25+9+7+9+18}{20}=\frac{68}{20}=3.4$$

∴ (표준편차)$=\sqrt{3.4}$ 만 원

17 답 ㉡, ㉢

한 쪽이 커짐에 따라 대체로 다른 한 쪽도 커지면 양의 상관관계가 있다고 볼 수 있다.

㉡ 자동차의 속력과 교통사고 발생률

㉢ 예금액과 이자

18 답 ㉠, ㉤, ㉥

한 쪽이 커짐에 따라 대체로 다른 한 쪽은 작아지면 음의 상관관계가 있다고 볼 수 있다.

㉠ 물건의 가격과 소비량

㉤ 스마트폰 사용량과 남은 배터리양

㉥ 하루 중 TV시청 시간과 독서 시간

19 답 ㉣, ㉦

한 쪽이 커짐에 따라 대체로 다른 한 쪽이 커지는지 작아지는지 분명하지 않으면 상관관계가 없다고 볼 수 있다.

㉣ 몸무게와 수학 성적

㉦ 청력과 시력

20 답 ④

① 주어진 자료로는 학생 수가 많은 반을 알 수 없다. (거짓)

② 수학 성적이 가장 높은 학생이 어느 반에 있는지 알 수 없다. (거짓)

③ 90점 이상 받은 학생 수를 비교할 수 없다. (거짓)

④ 다섯 반 중에서 성적이 가장 고른 반은 표준편차가 가장 작은 3반이다. (참)

⑤ 1반의 표준편차가 3.6점이고, 5반의 표준편차가 3.8점이므로 1반의 수학 성적이 더 고르다. (거짓)

21 답 ①

산의 높이와 산 정상의 기온에 대한 상관관계는 음의 상관관계이므로 유사한 상관관계를 갖는 것은 ① 서울시내 자동차 수와 평균주행속도이다.

Tip

[과학과 관련된 상관관계]

평균 기온이 상승하면 지표면과 해수의 온도가 올라가므로 대륙 빙하가 녹는다. 대륙 빙하의 해빙은 해수면 상승으로 이어지므로 평균 기온과 해수면의 높이는 양의 상관관계를 가진다.

22 답 ③

산점도에서 오른쪽 위를 향하는 직선을 기준으로 멀리 떨어져 있을수록 사회 성적과 역사 성적의 차이가 크고, 가까이 있을수록 차이가 작다.

따라서 점 C가 직선으로부터 가장 멀리 있고, 점 D가 직선에 가장 가까이에 있으므로 사회 성적과 역사 성적의 차이가 가장 큰 학생은 C학생, 가장 작은 학생은 D학생이다.

23 답 ⑤

산점도에서 x축이 최고 기온, y축이 습도를 나타내므로 습도가 50 % 이상이고 최고 기온이 35 ℃ 이상인 날을 나타내는 점은 (35, 50), (35, 70), (37, 50), (37, 60), (37, 70), (38, 60)의 6개이다.
따라서 습도가 50 % 이상이고 최고 기온이 35 ℃ 이상인 날은 6일이므로 전체의 $\frac{6}{10}\times100=60$ (%)이다.

24 답 ①

산점도에서 x축이 최고 기온, y축이 습도를 나타내므로 습도가 60 % 이상인 날들을 나타내는 점은 (34, 60), (35, 70), (37, 60), (37, 70), (38, 60)이므로
(습도가 60 % 이상인 날들의 최고 기온의 평균)

$$=\frac{34+35+37+37+38}{5}=\frac{181}{5}=36.2\,(℃)$$

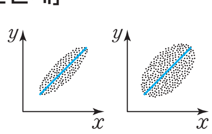
25 답 ②

양의 상관관계를 가지는 산점도는 오른쪽 위로 향하는 직선 주변에 모여 있는 ②이다.

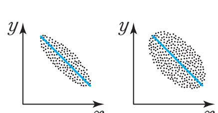
Tip

[산점도에서 양의 상관관계, 음의 상관관계]

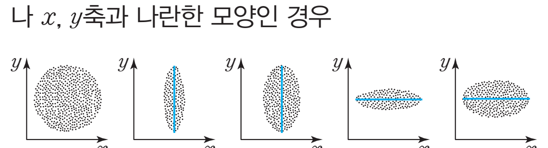
① 양의 상관관계 : 산점도가 오른쪽 위를 향하는 직선인 경우



② 음의 상관관계 : 산점도가 오른쪽 아래를 향하는 직선인 경우



③ 상관관계가 없다. : 산점도가 오른쪽 위나 오른쪽 아래를 향하는 직선이 아니라 동그랗게 모여 있는 모양이거나 x, y축과 나란한 모양인 경우



26 답 $a=13$, $b=19$

자료 B의 중앙값은 13명이므로 $a=13$ 또는 $b=13$이다.

(i) $a=13$인 경우

주어진 자료 B의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 6, 9, 13, b, 24 또는 6, 9, 13, 24, b이므로 중앙값은 13명이다.

자료 A에 대하여 $a-1=13-1=12$, 29, 2, b, 36이므로 작은 값부터 크기순으로 나열하면 2, 12, b, 29, 36 또는 2, 12, 29, b, 36 또는 2, 12, 29, 36, b

자료 A \ 자료 B	6, 9, 13, b, 24	6, 9, 13, 24, b
2, 12, b, 29, 36	2, 6, 9, 12, 13, b, b, 24, 29, 36 이때, 중앙값은 16이므로 $\frac{13+b}{2}=16$ $\therefore b=19$ (○)	2, 6, 9, 12, 13, 24, b, b, 29, 36 중앙값은 $\frac{13+24}{2}=18.5$ (×) $\because$ 두 자료 A, B의 중앙값은 16명이다.
2, 12, 29, b, 36	2, 6, 9, 12, 13, b, 24, 29, b, 36 오류 (×)	2, 6, 9, 12, 13, 24, 29, b, b, 36 중앙값은 $\frac{13+24}{2}=18.5$ (×) $\because$ 두 자료 A, B의 중앙값은 16명이다.
2, 12, 29, 36, b	2, 6, 9, 12, 13, b, 24, 29, 36, b 오류 (×)	2, 6, 9, 12, 13, 24, 29, 36, b, b 중앙값은 $\frac{13+24}{2}=18.5$ (×) $\because$ 두 자료 A, B의 중앙값은 16명이다.

$\therefore a=13$, $b=19$

(ii) $b=13$인 경우

주어진 자료 B의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
㉠ 6, 9, a, 13, 24 또는 ㉡ 6, a, 9, 13, 24 또는
㉢ a, 6, 9, 13, 24
이 중에서 주어진 조건인 자료 B의 중앙값인 13명을 만족시킬 수 있는 것은 $a=13$일 때 ㉠뿐이다.
$\therefore a=13$, $b=13$
전체 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
2, 6, 9, 12, 13, 13, 13, 24, 29, 36이다.
이때, 중앙값은 13명이 되므로 조건을 만족시키지 않는다.

(i)~(ii)에 의하여 $a=13$, $b=19$

27 답 ④

④ 나이가 들수록 수면 시간은 대체로 줄어들므로 나이와 수면 시간은 음의 상관관계이다.

28 답 ⑤

⑤ 연습시간에 비해 학생 C의 멀리던지기 기록은 학생 B의 멀리던지기 기록보다 낮다.

반드시 기억시킨다!!

보카 레슨

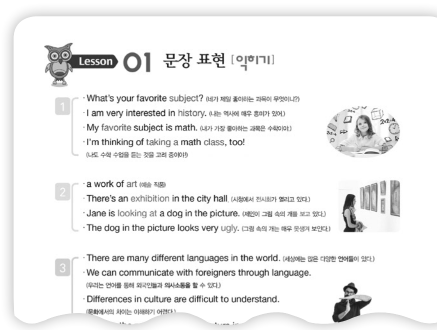
중등

시리즈 구성
- ★ Level ① 800개 단어, 40일 완성
- ★ Level ② 900개 단어, 45일 완성
- ★ Level ③ 1000개 단어, 50일 완성

*중등 필수 단어를 반드시 기억시키는 **3-Step** 학습

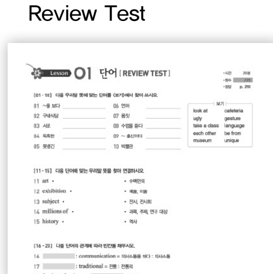
1 STEP 의미의 연상력으로 기억하자!!
- Relation Memory

2 STEP 재미있는 스토리로 기억하자!!
- Story Memory

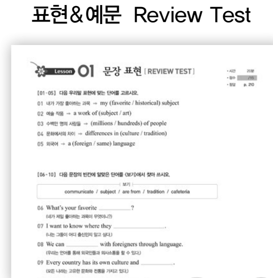


3 STEP 쉽고 다양한 유형의 테스트로 기억하자!!
- Test Memory

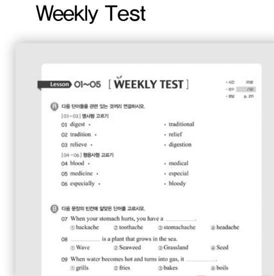
* 일대일 단어 Review Test



* 독해력 기초를 쌓는 표현&예문 Review Test



* 놓치는 단어란 없다! Weekly Test



★ 영어 선생님을 위한 특별한 교과자료 ★
- 문제출제마법사 CD수록
- 문제 한글 파일 제공