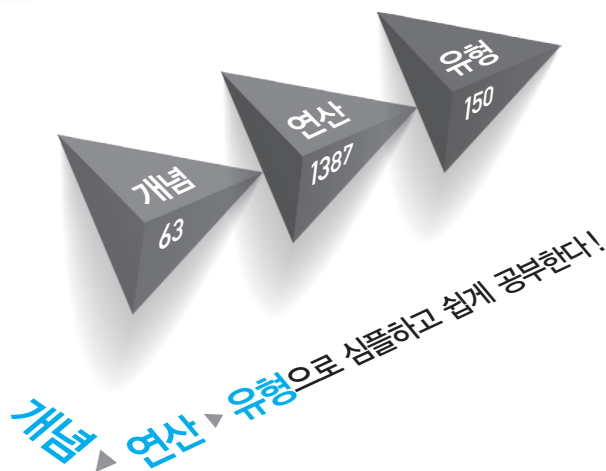


프 시리즈미 스토리

수학을 심플하고 쉽게!



[해설편]



자이스토리 · 수경문판사

빠른 정답 찾기

V 도형의 성질

A 이등변 삼각형의 성질	01 C	02 90, $\overline{CD}$	03 $\overline{AC}$	04 ○	05 ×
	06 ○	07 ○	08 ㉠	09 ㉡	10 ㉢, ㉣
	11 8	12 5	13 70°	14 40°	15 4
	16 5	17 90	18 45	19 6	20 4
	21 2	22 3	23 $\overline{AC}$, CAD, $\overline{AD}$, SAS	24 ⑤	25 37°
	26 ④	27 58°	28 ③	29 $x=62, y=3$	30 4 cm
	31 ④	32 70°	33 ③	34 ⑤	35 ③
	36 20°	37 ④	38 96°	39 ⑤	40 CAD, CAD, C, ADC, $\overline{AD}$, ASA
	41 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$	42 ⑤	43 ④	44 ②	45 ③
	46 ④	47 ⑤	48 12 cm ²	49 ㉠, ㉡, ㉢	

B 직각삼각형 의 합동	01 RHA	02 RHS	03 같은	04 이등분선	05 ○
	06 ○	07 (1) ○ (2) ×	08 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ (RHA 합동)		
	09 3 cm	10 $\triangle ABC \equiv \triangle FDE$ (RHS 합동)	11 8 cm		
	12 12	13 50	14 ㉠ : RHS 합동, ㉡ : RHA 합동		
	15 4	16 7	17 35	18 24	19 D, ASA
	20 E, E, SAS	21 ③	22 4 cm ²	23 2 cm	
	24 $\overline{AC}$, ADC, $\overline{AD}$, RHS	25 ③	26 72°		
	27 90°, RHA	28 ②	29 25°		

연습 [A-B]	01 ⑤	02 111°	03 ③	04 61°	05 7 cm	06 ④
	07 38°	08 3 cm	09 68°	10 33°	11 ⑤	12 2 cm
	13 ④	14 ⑤	15 ③			

C 삼각형의 외심	01 외접원	02 외심	03 수직이등분선	04 꼭짓점	
	05 ○	06 ×	07 ○	08 ×	09 외접원, 외심
	10 (1) × (2) ○ (3) × (4) ○	11 5	12 8	13 32°	
	14 136°	15 이등변, $x, y, 180^\circ$	16 2, 2, 2	17 39°	18 80°
	19 ①, ③	20 ②	21 5 cm	22 100°	23 ②, ④
	24 ③				

C	25 26 cm	26 ④	27 40°	28 5 cm	29 ②	30 ①
	31 ③	32 6 cm	33 ④	34 ①	35 33°	36 ⑤
	37 15°	38 ③	39 50°	40 4 cm	41 ④	42 ③
	43 55°	44 ②	45 20°	46 ⑤	47 ③	48 ①

D 삼각형의 내심	01 내접원	02 내심	03 이등분선	04 변	05 ×
	06 ○	07 ×	08 ○	09 내심, 내접원	
	10 (1) ○ (2) × (3) ○ (4) ×	11 19	12 27	13 30	
	14 6	15 32°	16 31°	17 121°	18 133°
	19 5	20 7	21 69 cm ²	22 π cm ²	23 $\overline{IE}$, $\overline{IE}$, $\angle ICF$, 이등분선
	24 ④	25 123°	26 ③	27 ④	28 ⑤
	29 52°	30 ②	31 180°, 90°, $\angle b$, $\angle c$, 90°	32 ③	33 ①
	34 ④	35 ②	36 ①	37 ②	38 ②
	39 ②	40 ⑤	41 BDI, DBI, RHA, $\overline{BD}$	42 ④	43 34 cm
	44 ④	45 ②	46 IBD, BID, $\overline{DI}$, $\overline{EI}$	47 ⑤	
	48 ①	49 ③	50 ③	51 ⑤	52 ②
	53 ①	54 ③	55 ③	56 ⑤	57 17 cm
	58 ④				

연습 [C-D]	01 ②	02 26°	03 55°	04 120°	05 100°	06 ⑤
	07 6 cm	08 ④	09 ②	10 105°	11 ①	12 2 cm
	13 5 cm	14 ④	15 9°	16 ③		

E 평행사변형	01 대변, 평행	02 180	03 ① $\overline{BC}$, $\overline{AB}$ ② BAD, ADC		
	04 $\overline{CO}$, $\overline{DO}$	05 ×	06 ○	07 ×	08 ○
	09 ×	10 ×	11 ㉢	12 $\angle x=80^\circ, \angle y=40^\circ$	
	13 $\angle x=75^\circ, \angle y=30^\circ$	14 $x=12, y=10$	15 $x=7, y=3$		
	16 $\angle x=40^\circ, \angle y=140^\circ$	17 $\angle x=50^\circ, \angle y=130^\circ$			
	18 $x=5, y=3$	19 $x=4, y=5$	20 ㉠, ㉢, ㉣, ㉤		

- E** 21 ① 22 ⑤ 23 ④ 24 DAC, DCA, ASA
25 ③ 26 10 27 4 28 ② 29 3 cm 30 2 cm
31 ⑤ 32 4 cm 33 55° 34 $\angle x=60^\circ, \angle y=120^\circ$
35 40° 36 ④ 37 ④ 38 ④ 39 ③ 40 ③
41 ② 42 20 43 ④ 44 7 cm
45 FDO, DOF, $\overline{OD}$, ASA, $\overline{OF}$, $\overline{FD}$ 46 14 cm 47 ③

- F** 01 대변 02 이등분 03 평행 04 이등분 05 사등분
평행사변형 II
06 (1) ○ (2) × 07 (1) × (2) ○ 08 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣
09 $x=65, y=115$ 10 $x=5, y=3$ 11 ㉠, ㉢
12 18 cm² 13 18 cm² 14 9 cm² 15 9 cm²
16 14 cm² 17 7 cm² 18 27 cm²
19 27 cm² 20 ③ 21 ②
22 180°, 180°, 엇각, $\overline{AD}$, 동위각, $\overline{CD}$ 23 ① 24 ④
25 ③ 26 CAD, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$, SAS, $\overline{CD}$ 27 ① 28 ③
29 ② 30 ⑤ 31 $\angle x=60^\circ, \angle y=120^\circ$ 32 ⑤
33 $\overline{BN}$, $\overline{BN}$, 대변, 길이 34 $\overline{CF}$, $\overline{SR}$, $\overline{DG}$, $\overline{QR}$, 대변
35 $\overline{DO}$, 대각선, 이등분 36 ③ 37 ① 38 ③
39 ⑤ 40 ② 41 ④ 42 ⑤ 43 ④
44 40 cm² 45 10 cm² 46 ④ 47 ④
48 ③ 49 ② 50 ①

- H** 01 내각, 변 02 같고, 수직이등분 03 끝각 04 $\overline{DC}$, $\overline{DB}$
여러 가지
사각형 II
05 ○ 06 × 07 × 08 ○ 09 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣
10 7 11 5 12 45 13 90 14 5 15 90
16 4 17 90 18 ㉢, ㉣ 19 7 20 12 21 70°
22 ⑤ 23 $x=4, y=90$ 24 (1) 5 (2) 25 cm² (3) ②
25 ① 26 ③ 27 (1) 75° (2) 30° (3) ③ 28 ④
29 ⑤ 30 ⑤ 31 ① 32 ③ 33 105° 34 60°
35 평행, 평행사변형, C, 이등변, $\overline{DE}$ 36 70° 37 ④
38 $x=40, y=8$ 39 (1) 110° (2) 70° (3) 4 cm 40 14
41 ⑤ 42 (1) 7 cm (2) 9 cm (3) 41 cm 43 ③
44 (1) 6 cm (2) 90°, $\overline{DC}$, RHA (3) 3 cm

- 연습 [G-H]
01 68° 02 ② 03 ①, ④ 04 6 cm² 05 40 06 ②, ③
07 ③ 08 90° 09 ⑤ 10 ④ 11 정사각형
12 ② 13 20° 14 ④ 15 5 cm² 16 $x=70, y=2$

- 연습 [E-F]
01 ④ 02 ① 03 90° 04 5 05 ③ 06 4 cm
07 ⑤ 08 ② 09 ③ 10 ① 11 ③ 12 ②

- G** 01 내각 02 변 03 이등분 04 수직이등분 05 ○
여러 가지
사각형 I
06 × 07 ○ 08 ○ 09 90° 10 60° 11 8
12 10 13 90 14 $\overline{BD}$ 15 6 16 3 17 90°
18 42° 19 7 20 90 21 ⑤ 22 56° 23 ②
24 $\angle x=47^\circ, \angle y=43^\circ$ 25 $\overline{DC}$, DCB, $\triangle DCB$
26 2 27 28 28 ③ 29 ③ 30 ④ 31 ③
32 ⑤ 33 ④ 34 36 35 $\overline{AD}$, $\overline{AO}$, $\overline{DO}$, 90°
36 ② 37 $x=27, y=6$ 38 ① 39 60° 40 AOD,
 $\overline{AO}$, $\overline{DO}$, $\overline{AD}$ 41 ④ 42 3 43 (1) 7 (2) 42°
44 24 cm 45 ①

- I** 01 대변, 평행 02 평행 03 직각, 대각선 04 변, 수직
여러 가지
사각형 사이의
관계
05 ○ 06 ○ 07 ○ 08 × 09 ㉡, ㉢ 10 ㉠, ㉣
11 ㉢ 12 ㉡, ㉢ 13 ㉠, ㉣ 14 ㉠, ㉣
15 그림 : 해설 참조, 평행사변형 16 그림 : 해설 참조, 마름모
17 그림 : 해설 참조, 평행사변형 18 그림 : 해설 참조, 마름모
19 그림 : 해설 참조, 직사각형 20 ㉡, ㉢, ㉣
21 (1) 90° (2) 직사각형 22 90°, $\overline{CD}$, $\overline{BE}$, 대변, 평행사변형
23 마름모 24 ④ 25 ③ 26 ⑤ 27 ②, ⑤
28 ㉡, ㉢ 29 ② 30 ② 31 ③ 32 ①

J 평행선과 넓이

01 $\triangle DBC, ah$ 02 $\triangle ABC, \triangle DCO$ 03 밑변 04 2, 1

05 $\bigcirc$ 06 $\times$ 07 $\times$ 08 $\bigcirc$ 09 18 cm^2

10 18 cm^2 11 12 cm^2 12 12 cm^2

13 12 cm^2 14 24 cm^2 15 $\odot, \ominus$

16 36 cm^2 17 8 cm^2 18 16 cm^2

19 36 cm^2 20 15 cm^2 21 21 cm^2

22 15 cm^2 23 (1) 32 cm^2 (2) 62 cm^2 24 ①

25 34 cm^2 26 20 cm^2 27 12 cm^2

28 ② 29 10 cm^2 30 ① 31 (1) 36 cm^2 (2) 72 cm^2

32 ① 33 6 cm^2 34 8 cm^2 35 9 cm^2

36 (1) 18 cm^2 (2) 18 cm^2 (3) 27 cm^2 37 10 cm^2 38 16 cm^2

연습 [A-J]

01 정사각형 02 20 cm 03 125° 04 ③ 05 ⑤

06 ④ 07 ⑤ 08 ① 09 8 cm^2 10 ④ 11 ②

12 ② 13 9 cm^2 14 ③ 15 12 cm^2 16 48 cm^2

V 대단원 총정리 [A-J]

01 35° 02 20° 03 10 cm^2 04 ⑤

05 40 cm^2 06 30 cm^2 07 ⑤ 08 $x=3$, $y=120$

09 120° 10 54 cm^2 11 16 cm

12 $(29\pi-24)\text{ cm}^2$ 13 65° 14 11 cm 15 ②

16 12 cm^2 17 29 cm^2 18 18° 19 60°

20 32 21 ② 22 ② 23 4 cm^2 24 ⑤ 25 ③

26 ④ 27 20 cm^2 28 ② 29 12 cm^2

30 3 cm

VI 도형의 답음

K 답은 도형

01 답음, 답은 도형 02 모서리, 답은 03 답음비 04 $\bigcirc$

05 $\times$ 06 $\bigcirc$ 07 점 D 08 $\overline{EF}$ 09 $\angle F$

10 점 F 11 $\overline{AD}$ 12 $\angle C$ 13 2:1 14 7 cm

15 50° 16 2:1 17 모서리 HI 18 4 cm

19 모서리 GJ 20 12 cm 21 2:3 22 3:5 23 3:4

24 ② 25 ④ 26 ③ 27 ④ 28 4 cm 29 40 cm

30 60 cm 31 2:5, 15 cm 32 ③ 33 ①, ④

34 ① 35 $10\pi\text{ cm}$ 36 ④

L 삼각형의 답음조건

01 SSS 02 끼인각 03 AA 04 $\bigcirc$ 05 $\times$ 06 $\bigcirc$

07 SAS 답음 08 SSS 답음 09 AA 답음

10 $\triangle MNO \sim \triangle HGI$ (SAS 답음), $\triangle DEF \sim \triangle WXV$ (AA 답음)

11 3, 4, $\overline{BD}$, 32, $\overline{BD}$, 16, 3, 4, $\triangle CBD$, SSS 12 A, 4, $\overline{AD}$, $\overline{AB}$, 16, 8, $\triangle ADB$, SAS 13 8 cm 14 $\frac{5}{2}$ 15 6 16 ②, ④

17 $\triangle ABC \sim \triangle EDF$ (SAS 답음) 18 ① 19 ③

20 $\overline{BC}$, $\overline{BC}$, 2, $\triangle CDB$, SSS 21 ④ 22 ① 23 ②, ④

24 $\overline{CE}$, 1, 2, $\angle DEC$, $\triangle DCE$, SAS 25 ③ 26 ③

27 ② 28 ② 29 ④ 30 ① 31 ② 32 10

33 ① 34 ② 35 ② 36 ③ 37 4 cm 38 2:1, 6 cm

39 3 cm 40 ④ 41 ② 42 ④ 43 ③

44 ⑤ 45 ④ 46 ④ 47 ① 48 80 cm^2

49 ④ 50 12 cm 51 $\frac{10}{3}\text{ cm}$ 52 ⑤

연습 [K-L]

01 모서리 EF, 면 ABC 02 ⑤ 03 ③

04 12 cm 05 ④ 06 $\triangle DEF \sim \triangle KJL$ (SAS 답음)

07 $\frac{27}{2}$ 08 16 cm 09 ⑤ 10 ④ 11 $\frac{60}{17}\text{ cm}$

12 ③ 13 8 cm 14 $\frac{15}{4}\text{ cm}$

M 삼각형과 평행선

01 ① $\overline{AE}$, $\overline{BC}$ ② $\overline{EC}$ 02 $\overline{AC}$ 03 $\overline{BD}$ 04 $\bigcirc$

05 $\bigcirc$ 06 $\bigcirc$ 07 $\times$ 08 25 09 12 10 10

11 16 12 24 13 15 14 4 15 10 16 6

17 10 18 $\frac{36}{5}$ 19 ② 20 ② 21 ④ 22 ④

23 ① 24 ⑤ 25 ⑤ 26 ④ 27 ② 28 ④

29 ③ 30 ③ 31 ③ 32 12 cm 33 ④ 34 ②

35 ⑤ 36 ⑤ 37 SAS, ABC 38 ③ 39 ⑤

40 $\odot, \ominus$ 41 ⑤ 42 ③ 43 ④ 44 ⑤ 45 ③

46 ② 47 ① 48 ⑤ 49 ① 50 ④ 51 ③

52 ② 53 ④

- N** 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질
- 01 $\frac{1}{2}$ 02 $\overline{NC}$ 03 $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \overline{AD}$ 04 $\times$ 05 $\bigcirc$
 06 $\bigcirc$ 07 60 08 6 09 10 10 6 11 5
 12 14 13 3 cm 14 2 cm 15 5 cm 16 24 17 20
 18 12 19 ② 20 ② 21 ④ 22 ② 23 ⑤
 24 ③ 25 16 cm 26 ⑤ 27 10 cm 28 4 cm 29 ④
 30 19 cm 31 ④ 32 ④ 33 15 cm 34 ② 35 16 cm
 36 ⑤ 37 ③ 38 ① 39 ③ 40 ① 41 ③
 42 ②

- 21 ② 22 ⑤ 23 ① 24 ⑤ 25 ② 26 ④
 27 ① 28 ① 29 ③ 30 (1) 2:1 (2) 12 cm
 (3) 6 cm (4) 2:1 (5) 4 cm 31 ⑤ 32 ② 33 18 cm
 34 (1) 2:1 (2) 2:1 (3) 1:1 (4) 3:1 35 ②, ④ 36 ④
 37 ① 38 12 39 (1) 2:1 (2) 8 cm (3) 6 cm
 (4) 2:3 (5) 4 cm 40 ④ 41 ② 42 ② 43 ③
 44 ① 45 (1) 8 cm² (2) 16 cm² (3) 24 cm²
 46 (1) 12 cm² (2) 2 cm² (3) 4 cm² 47 ② 48 ③
 49 ②, ⑤ 50 ② 51 ④ 52 ④ 53 ① 54 ③
 55 ①

- O** 평행선과 선분의 길이의 비
- 01 c, d 02 $\overline{BH}, m(b-a), \frac{an+bm}{m+n}$ 03 2, 3 04 $\times$
 05 $\bigcirc$ 06 $\times$ 07 6 08 4 09 5 10 6
 11 $\frac{16}{5}$ 12 $x=7, y=3$ 13 $x=6, y=5$ 14 $x=9,$
 $y=2$ 15 $\frac{9}{2}$ 16 10 17 36 18 6 19 ②
 20 ② 21 18 22 ⑤ 23 4 24 ④ 25 12
 26 ② 27 ① 28 ② 29 (1) 9 cm (2) 2 cm
 (3) 11 cm 30 12 31 ⑤ 32 (1) 8 cm (2) 3 cm (3) 5 cm
 33 ⑤ 34 ③ 35 (1) 1:2 (2) 2 cm (3) 2 cm (4) 4 cm
 36 ① 37 ② 38 AA, 6, 2, 5, 5, $\frac{12}{5}$ 39 ③
 40 ① 41 ③ 42 ⑤

- Q** 닮은 도형의 넓이와 부피
- 01 $m:n, m^2:n^2$ 02 $m^2:n^2, m^3:n^3$ 03 축도, 축척
 04 $\times$ 05 $\times$ 06 $\bigcirc$ 07 3:4 08 3:4 09 9:16
 10 2:1 11 4:1 12 10 cm² 13 4:1 14 16:1
 15 3 cm² 16 100 cm² 17 125 cm²
 18 108π cm³ 19 1:3 20 6 m 21 $\frac{1}{50000}$
 22 30 cm 23 (1) 2:1 (2) 4:1 (3) 20 cm² (4) 15 cm²
 24 (1) 2:3 (2) 4:9 (3) 45 cm² (4) 30 cm² (5) 125 cm²
 25 ④ 26 ⑤ 27 ② 28 ④ 29 ④ 30 ⑤
 31 ④ 32 ① 33 ③ 34 ② 35 ③ 36 ④
 37 630 cm² 38 ③ 39 ③ 40 (1) 2:1
 (2) 8:1 (3) 80 cm³ (4) 70 cm³ 41 1:3 42 ③ 43 ③
 44 ② 45 ③ 46 ① 47 ④ 48 ④ 49 ②
 50 ② 51 ② 52 ① 53 ③ 54 ⑤ 55 ⑤
 56 ②

- 연습** [M-O]
- 01 ⑤ 02 25 cm 03 ③ 04 ② 05 12 06 ③
 07 ③ 08 3 09 23 cm 10 6 cm 11 ⑤ 12 60 cm
 13 14 14 ② 15 24 16 ⑤

- P** 삼각형의 무게중심
- 01 중선 02 이등분 03 무게중심 04 2, 1 05 6
 06 $\bigcirc$ 07 $\times$ 08 $\times$ 09 $\times$ 10 $\bigcirc$
 11 12 cm² 12 6 cm² 13 20 cm²
 14 28 cm² 15 24 cm² 16 $x=4, y=4$
 17 $x=11, y=30$ 18 $x=13, y=24$ 19 4 cm² 20 8 cm²

- 연습** [P-Q]
- 01 ③ 02 ④ 03 63 04 16 cm² 05 ②
 06 ② 07 25 cm² 08 ② 09 ⑤ 10 ③
 11 ③ 12 111 cm³ 13 ① 14 600 m

VI

대단원
총정리
[K-Q]

- 01 ㉠, ㉡, ㉢ 02 ㉣ 03 ㉤ 04 ㉥ 05 ㉦
06 ㉧ 07 ㉨ 08 8 09 ㉩
10 12 cm² 11 ㉪ 12 $\frac{35}{4}$ cm 13 ㉫
14 5 15 ㉬ 16 ㉭ 17 50 18 ㉮
19 60 cm² 20 ㉯ 21 ㉰ 22 20 23 ㉱
24 30 cm 25 324 cm² 26 ㉲ 27 9:7 28 ㉳
29 80 m 30 ㉴

VII 피타고라스 정리

R

피타고라스
정리

- 01 직각 02 $a^2 + b^2$ 03 피타고라스 04 피타고라스 정리
05 × 06 ○ 07 ○ 08 ○ 09 5 10 3
11 8 12 10 13 5 14 13 15 25
16 $x=15, y=17$ 17 $x=25, y=20$ 18 $x=10, y=17$
19 $x=15, y=25$ 20 $x=12, y=15$ 21 $x=20, y=12$
22 ㉠ 23 ㉡ 24 ㉢ 25 ㉣ 26 40 cm
27 $x=6, y=8$ 28 17 cm 29 (1) 5 cm (2) $\frac{5}{2}$ cm
(3) $\frac{5}{3}$ cm 30 (1) 8 (2) 12 (3) 16 (4) 4 31 ㉤
32 $x, \overline{BC}^2, 2x^2, \overline{CD}^2, 3x^2, \overline{DE}^2, 4x^2, \overline{EF}^2, 5x^2, 4$ 33 ㉥
34 ㉦ 35 4 cm 36 (1) 25 (2) 20 37 ㉧
38 (1) 10 cm (2) 5 cm (3) 12 cm (4) 150 cm²
39 22 cm² 40 9, 48 41 $\overline{AD}, 5, \overline{AB}^2, 16, 4, 1$
42 (1) 15 cm (2) 12 cm (3) 3 cm 43 ㉨ 44 4 cm
45 30 cm² 46 5, $\overline{PC}, 5, 3, 16, 4, 4$ 47 ㉩

S

피타고라스
정리의 설명

- 01 $\overline{AC}, \overline{AB}$, 피타고라스 02 정사각형
03 c, b, b, c , 피타고라스 04 × 05 ○ 06 ○
07 64 cm² 08 36 cm² 09 100 cm²
10 100 cm² 11 25 cm² 12 4 cm² 13 4
14 3 15 25 16 6 cm 17 10 cm 18 40 cm
19 100 cm² 20 ㉠ 21 6 cm² 22 ㉡ 23 ㉢
24 ㉣ 25 100 cm² 26 ㉤ 27 ㉥ 28 ㉦

연습

[R-S]

- 01 ㉠ 02 ㉡ 03 ㉢ 04 ㉣ 05 ㉤ 06 ㉥
07 ㉦ 08 ㉧ 09 ㉨ 10 55 11 ㉩ 12 ㉪

T

피타고라스
정리의 활용

- 01 직각삼각형 02 ㉠ < ㉡ > 03 ㉠ < ㉡ 둔각
04 ○ 05 × 06 ○ 07 ○ 08 × 09 ×
10 ○ 11 × 12 1, 7, 3, 6, 4, 25, 3
13 2, 14, 6, 12, 8, 100, 6 14 5 15 8 16 6
17 15 18 예각삼각형 19 둔각삼각형
20 직각삼각형 21 둔각삼각형 22 둔각삼각형
23 예각삼각형 24 ㉠ 25 ㉡ 26 ㉢ 27 13
28 5 29 ㉣ 30 ㉤ 31 36 32 ㉥ 33 ㉦
34 ㉧ 35 ㉨, ㉩, ㉪ 36 ㉫ 37 ㉬

U

피타고라스
정리와 도형

- 01 $\frac{1}{2}ah, ah$ 02 $\overline{DE}^2 + \overline{BC}^2$ 03 $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$
04 × 05 × 06 $x = \frac{12}{5}, y = 5$ 07 $x = 10, y = \frac{9}{2}$
08 $x = 20, y = 12$ 09 $x = 20, y = 16$ 10 9 11 3
12 5 13 9 14 4 15 6 16 7 17 11
18 7 19 13 20 40 cm² 21 28 cm²
22 6 cm² 23 24 cm² 24 7 25 $\frac{21}{4}$ 26 ㉠
27 16 cm 28 6, 27 29 ㉡ 30 ㉢ 31 ㉣ 32 15 cm
33 ㉤ 34 11 35 ㉥ 36 109
37 $b^2 + c^2, c^2 + d^2, a^2 + d^2, a^2 + b^2 + c^2 + d^2, \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2, \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$
38 ㉦ 39 ㉧ 40 ㉨ 41 ㉩ 42 ㉪ 43 ㉫
44 (1) 8π cm² (2) 8 cm 45 ㉬ 46 ㉭ 47 ㉮
48 6 cm² 49 32 cm 50 30 cm²

연습

[T-U]

- 01 ㉠ 02 ㉡ 03 ㉢ 04 ㉣ 05 27 06 ㉥
07 ㉦ 08 3 09 24 10 ㉧ 11 10 12 ㉨
13 ㉩ 14 ㉪ 15 ㉫

VII

대단원
총정리
[R-U]

- 01 ③ 02 ② 03 ④ 04 ④ 05 ③ 06 ④
07 ② 08 ④ 09 ② 10 ③ 11 ⑤ 12 ②
13 ② 14 ① 15 ③ 16 ②, ⑤ 17 ① 18 ①
19 ⑤ 20 ④ 21 ① 22 ② 23 ③ 24 ⑤
25 ③

VIII 확률

V

경우의 수
(1)

- 01 경우의 수 02 $m+n$ 03 $m \times n$ 04 ○ 05 ×
06 ○ 07 3가지 08 3가지 09 3가지 10 6가지 11 4가지
12 4가지 13 3가지 14 2가지 15 5가지 16 7가지 17 9가지
18 3가지 19 4가지 20 12가지 21 6가지
22 15가지 23 ④ 24 7가지 25 ① 26 ②
27 ③ 28 ③ 29 ① 30 ⑤ 31 표:해설참조, 6가지
32 ① 33 ⑤ 34 4가지 35 ②
36 (1) ① (2) ④ (3) ⑤ 37 ④ 38 ②
39 (1) ② (2) ⑤ (3) ③ 40 ⑤ 41 ④ 42 ②
43 ③ 44 ③ 45 ① 46 5가지 47 ④ 48 ⑤
49 ③ 50 (1) 6가지 (2) ⑤ 51 ④ 52 ③ 53 ④
54 (1) 5가지 (2) 6가지 (3) ④ 55 ⑤ 56 ② 57 ④
58 12가지 59 ④ 60 9가지 61 ③ 62 ②
63 ① 64 ③ 65 ④ 66 ②

W

경우의 수
(2)

- 01 $n \times (n-1)$ 02 $n \times (n-1)$ 03 $\frac{n \times (n-1)}{2}$
04 ○ 05 × 06 × 07 6가지 08 120가지
09 30가지 10 120가지 11 4, 24, 2, 24, 2, 48
12 240가지 13 144가지 14 20개 15 60개
16 0, 3, 3, 3, 3, 9 17 4, 3, 4, 3, 12, 4, 3, 6 18 ③
19 ④ 20 ② 21 ④ 22 ③ 23 ① 24 ④
25 ③ 26 ② 27 ⑤ 28 ③ 29 ① 30 ②
31 ③ 32 ⑤ 33 ③ 34 ② 35 ③ 36 ⑤
37 ④ 38 ④ 39 ② 40 ① 41 ③ 42 ①
43 ③ 44 ② 45 15개 46 ② 47 ②

X

확률의 뜻과
성질

- 01 0, 1 02 1, 0 03 $1-p$ 04 ○ 05 ×
06 (1) 6 (2) 3 (3) $\frac{1}{2}$ 07 (1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{1}{4}$
08 1 09 0 10 $\frac{3}{4}$ 11 $\frac{4}{5}$ 12 $\frac{5}{8}$ 13 $\frac{1}{2}$
14 $\frac{5}{8}$ 15 $\frac{1}{12}$ 16 $\frac{1}{4}$ 17 $\frac{1}{9}$ 18 $\frac{1}{12}$ 19 ②
20 ③ 21 ③ 22 ④ 23 ④ 24 ③ 25 ②
26 ③ 27 ④ 28 ③ 29 ④ 30 ② 31 ⑤
32 ④ 33 ④ 34 ⑤ 35 ④ 36 ④
37 (1) $\frac{2}{9}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{5}{9}$ 38 ③ 39 ⑤ 40 ③
41 ④ 42 ① 43 ③ 44 ② 45 ④ 46 ②
47 ⑤ 48 ④ 49 ④ 50 ④ 51 ③ 52 ②
53 ① 54 ① 55 ③ 56 ⑤

연습

[V-X]

- 01 ③ 02 ④ 03 ④ 04 ⑤ 05 ③ 06 ⑤
07 ③ 08 ② 09 ⑤ 10 ① 11 ④ 12 $\frac{7}{10}$
13 ③ 14 ⑤ 15 ② 16 $\frac{6}{25}$

VIII

대단원
총정리
[V-X]

- 01 ③ 02 ③ 03 ④ 04 ④ 05 ② 06 ④
07 ⑤ 08 ③ 09 ④ 10 ⑤ 11 ② 12 ④
13 ① 14 ② 15 ③ 16 ③ 17 ③ 18 ⑤
19 $\frac{47}{50}$ 20 ④ 21 ⑤ 22 ⑤ 23 ③ 24 ②
25 (1) $\frac{1}{6}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{1}{2}$ 26 ④ 27 ⑤ 28 ④
29 ① 30 ③

빠른
정답

빠른 정답 찾기 7

V 도형의 성질

A 이등변삼각형의 성질

- 01 [답] C
- 02 [답] 90, $\overline{CD}$
- 03 [답] $\overline{AC}$
- 04 [답] ○
- 05 [답] ×
- 06 [답] ○
- 07 [답] ○
- 08 [답] ㉠
- 09 [답] ㉡
- 10 [답] ㉢, ㉣
- 11 [답] 8
 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $x = 8$
- 12 [답] 5
 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $x = 5$
- 13 [답] 70°
 $\angle x = \angle B = 70^\circ$
- 14 [답] 40°
 $\angle x = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 100^\circ) = 40^\circ$
- 15 [답] 4
 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 $x = 4$
- 16 [답] 5
 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로
 $\overline{BD} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm}) \quad \therefore x = 5$
- 17 [답] 90
 $\overline{AD}$ 가 $\overline{BC}$ 를 수직이등분하므로 $x = 90$

- 18 [답] 45
 $\overline{AD}$ 가 $\overline{BC}$ 를 수직이등분하므로 $\angle ADB = 90^\circ$
따라서 $\triangle DAB$ 에서
 $\angle B = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ \quad \therefore x = 45$
- 19 [답] 6
 $\triangle ABC$ 는 두 내각의 크기가 같으므로 이등변삼각형이다. 따라서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $x = 6$
- 20 [답] 4
 $\triangle ABC$ 는 두 내각의 크기가 같으므로 이등변삼각형이다. 따라서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $x = 4$
- 21 [답] 2
 $\angle C = 180^\circ - 70^\circ - 55^\circ = 55^\circ$
즉, $\triangle ABC$ 는 $\angle B = \angle C$ 이므로 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $x = 2$
- 22 [답] 3
 $\angle B = 180^\circ - 120^\circ - 30^\circ = 30^\circ$
즉, $\triangle ABC$ 는 $\angle B = \angle C$ 이므로 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $x = 3$
- 23 [답] $\overline{AC}$, $\angle CAD$, $\overline{AD}$, SAS
 $\triangle ABC$ 가 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형일 때, $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D라 하자.
 $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle BAD = \angle CAD$,
 $\overline{AD}$ 는 공통
이므로 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ (SAS 합동)
따라서 $\angle B = \angle C$ 이다.
- 24 [답] ⑤
 $\angle ACB = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$ 이고,
 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle ABC = \angle ACB = 70^\circ$
 $\therefore \angle x = 180^\circ - 70^\circ - 70^\circ = 40^\circ$
- 25 [답] 37°
 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.
 $\therefore \angle ACB = \angle ABC = 53^\circ$
삼각형의 외각의 성질에 의하여
 $\angle CAD = \angle ABC + \angle ACB = 53^\circ + 53^\circ = 106^\circ$
이때, $\overline{AC} = \overline{AD}$ 이므로 $\triangle ACD$ 도 이등변삼각형이다.
따라서 $\angle ACD = \angle ADC$ 이므로
 $\angle ADC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 106^\circ) = 37^\circ$

26 [답] ④

$\overline{BD} = \overline{BC}$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이다.

$$\therefore \angle BDC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$$

즉, $\angle ADB = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$ 이고

$\overline{AD} = \overline{BD}$ 에서 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle DAB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 110^\circ) = 35^\circ$$

$$\therefore x = 35$$

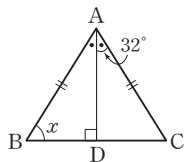
27 [답] 58°

이등변삼각형 ABC 의 꼭지각의

이등분선은 밑변을 수직이등분하

므로 $\angle ADB = 90^\circ$

$$\therefore \angle x = 180^\circ - 90^\circ - 32^\circ = 58^\circ$$



28 [답] ③

① $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle ACD = \angle ABD = 50^\circ$$

② $\triangle ABC$ 의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분

하므로 $\angle ADC = \angle ADB = 90^\circ$

$$\textcircled{3} \angle BAD = 180^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$

$$\textcircled{4} \overline{CD} = \overline{BD} = 4 \text{ cm}$$

$$\textcircled{5} \overline{BC} = \overline{BD} + \overline{CD} = 4 + 4 = 8(\text{cm})$$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

29 [답] $x = 62, y = 3$

$\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이므로

$$\begin{aligned} \angle BAD &= \angle CAD = \frac{1}{2} \times 56^\circ \\ &= 28^\circ \end{aligned}$$

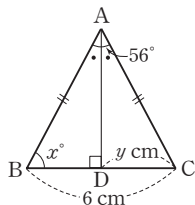
이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

$$\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ABD = 180^\circ - 90^\circ - 28^\circ = 62^\circ \quad \therefore x = 62$$

또한, $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로

$$\overline{CD} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 6 = 3(\text{cm}) \quad \therefore y = 3$$



30 [답] 4 cm

이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로 $\overline{BC} = 2\overline{CD} = 2 \times 2 = 4(\text{cm})$

이때, $\angle C = \angle B = 60^\circ$ 이므로

$$\angle A = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$$

따라서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이므로

$$\overline{AB} = \overline{BC} = 4 \text{ cm}$$

31 [답] ④

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서

$\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle BAD = \angle CAD$, $\overline{AD}$ 는 공통이므로

$\triangle ABD \cong \triangle ACD$ (SAS 합동)

또한, 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

$$\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ, \overline{BD} = \overline{DC}, \overline{AD} \perp \overline{BC}$$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

32 [답] 70°

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle B = \angle EAD = 55^\circ$ (동위각)

$\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle C = \angle B = 55^\circ$$

$$\therefore \angle x = 180^\circ - 55^\circ - 55^\circ = 70^\circ$$

33 [답] ③

$\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로 두 밑각의 크기가 같다.

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB$$

$\overline{AB} \parallel \overline{CE}$ 이므로

$$\angle ABC = \angle ECD \text{ (동위각)}$$

$$= \angle FCB \text{ (맞꼭지각)}$$

따라서 각의 크기가 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다.

34 [답] ⑤

$\overline{AD} = \overline{BD}$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이다.

$$\therefore \angle ABD = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 50^\circ) = 65^\circ$$

삼각형의 외각의 성질에 의하여

$$\angle DBC + \angle DCB = \angle ADB = 50^\circ$$

이때, $\overline{BD} = \overline{CD}$ 에서 $\triangle BCD$ 도 이등변삼각형이므로

$$\angle DBC = \frac{1}{2} \times \angle ADB = \frac{1}{2} \times 50^\circ = 25^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ABD + \angle DBC = 65^\circ + 25^\circ = 90^\circ$$

35 [답] ③

$\triangle ABC$ 는 $\angle A = 80^\circ$ 이고, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 80^\circ) = 50^\circ$$

또, $\triangle BDF$ 는 $\overline{BF} = \overline{BD}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle FDB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 50^\circ) = 65^\circ$$

그리고 $\triangle CDE$ 는 $\overline{CE} = \overline{CD}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle EDC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 50^\circ) = 65^\circ$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle x &= 180^\circ - \angle FDB - \angle EDC \\ &= 180^\circ - 65^\circ - 65^\circ = 50^\circ \end{aligned}$$



36 [답] 20°

$\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이고,
 $\angle A = 40^\circ$ 이므로
 $\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$
 즉, $\angle ACF = 180^\circ - \angle ACB = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$
 $\angle DBC = \frac{1}{2} \times \angle ABC = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$ 이고,
 $\angle DCF = \frac{1}{2} \times \angle ACF = \frac{1}{2} \times 110^\circ = 55^\circ$ 이므로
 $\triangle DBC$ 에서 삼각형의 외각의 성질에 의해
 $\angle DCF = \angle DBC + \angle x$
 $55^\circ = 35^\circ + \angle x \quad \therefore \angle x = 20^\circ$

37 [답] ④

$\triangle ABC$ 는 $\overline{BC} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle BAC = \angle ABC = \angle x$
 삼각형의 외각의 성질에 의
 하여
 $\angle ACD$
 $= \angle ABC + \angle BAC = 2\angle x$
 또, $\triangle ACD$ 는 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle ADC = \angle ACD = 2\angle x$
 이때, $\triangle ABD$ 는 $\overline{BA} = \overline{BD}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle BAD = \angle BDA = 2\angle x$
 따라서 $\triangle ABD$ 의 내각의 크기의 합은 180° 이므로
 $\angle ABD + \angle BDA + \angle BAD$
 $= \angle x + 2\angle x + 2\angle x = 5\angle x = 180^\circ$
 $\therefore \angle x = 36^\circ$

[다른 풀이]

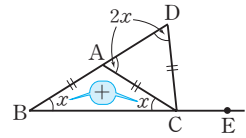
위의 그림에서 $\angle CAD = 180^\circ - 4\angle x$ 이고,
 $\angle BAD = \angle BDA$ 이므로
 $\angle x + 180^\circ - 4\angle x = 2\angle x$
 $5\angle x = 180^\circ$
 $\therefore \angle x = 36^\circ$

38 [답] 96°

$\triangle ABC$ 는 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이다.
 $\angle CBA = \angle CAB = 32^\circ$
 삼각형의 외각의 성질에 의하여
 $\angle BCD = \angle CAB + \angle CBA = 32^\circ + 32^\circ = 64^\circ$
 또, $\triangle BCD$ 는 $\overline{BC} = \overline{BD}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle BDC = \angle BCD = 64^\circ$
 삼각형의 외각의 성질에 의하여
 $\angle DBF = \angle ADB + \angle DAB$
 $= 64^\circ + 32^\circ = 96^\circ$

Tip

이웃한 이등변삼각형에서
 '삼각형의 한 외각의 크기
 는 그와 이웃하지 않는
 두 내각의 크기의 합과
 같다.'는 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있다.



39 [답] ⑤

$\square ABCD$ 는 정사각형이므로
 $\overline{BA} = \overline{BC}$
 또, $\triangle BCE$ 는 정삼각형이므로
 $\overline{BC} = \overline{BE}$
 즉, $\overline{BA} = \overline{BE}$ 이므로 $\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이다.
 마찬가지로 $\triangle CDE$ 도 $\overline{CD} = \overline{CE}$ 이므로 이등변삼각형
 이다.
 정사각형 $ABCD$ 에서
 $\angle ABC = \angle DCB = 90^\circ$ 이고,
 정삼각형 EBC 에서
 $\angle EBC = \angle ECB = 60^\circ$ 이므로
 $\angle ABE = \angle ECD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$
 $\triangle ABE$ 와 $\triangle CDE$ 가 이등변삼각형이고 꼭지각의 크
 기가 같으므로
 $\angle AEB = \angle DEC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$
 $\triangle BCE$ 는 정삼각형이므로 $\angle BEC = 60^\circ$
 $\therefore \angle AED = 360^\circ - \angle AEB - \angle DEC - \angle BEC$
 $= 360^\circ - 75^\circ - 75^\circ - 60^\circ = 150^\circ$

40 [답] $\angle CAD, \angle CAD, \angle C, \angle ADC, \overline{AD}, \angle A$

$\angle B = \angle C$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의
 교점을 D 라 하자.
 $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
 $\angle BAD = \angle CAD \dots \textcircled{1}$
 $\angle ABD = \angle ACD$ 이고 $\angle B = \angle C$ 이므로
 $\angle ADB = \angle ADC \dots \textcircled{2}$
 $\overline{AD}$ 는 공통 $\dots \textcircled{3}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}$ 에서
 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ (ASA 합동)
 따라서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이다.

41 [답] $\overline{AC}, \overline{BC}, \overline{AC}$

$\angle A = \angle B = \angle C$ 인 $\triangle ABC$ 에서
 $\angle B = \angle C$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AC} \dots \textcircled{1}$
 $\angle A = \angle B$ 이므로 $\overline{AC} = \overline{BC} \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 정삼
 각형이다.

42 [답] ⑤

$\triangle ABC$ 에서
 $\angle BAD = \angle ABD = 35^\circ$, $\angle DAC = 55^\circ$ 이므로
 $\angle ACB = 180^\circ - \angle BAC - \angle ABC$
 $= 180^\circ - (35^\circ + 55^\circ) - 35^\circ = 55^\circ$
 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$ 는 모두 이등변삼각형이므로
 $\overline{DB} = \overline{DA}$, $\overline{DA} = \overline{DC}$
 즉, $\overline{DB} = \overline{DA} = \overline{DC} = 3 \text{ cm}$ 이므로
 $\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{DC} = 3 + 3 = 6(\text{cm})$

43 [답] ④

$\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 36^\circ) = 72^\circ$
 $\angle DBC = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 72^\circ = 36^\circ$
 $\therefore \angle DBC = \angle DBA = \angle DAB$
 $\angle BDC = 180^\circ - \angle DBC - \angle BCD$
 $= 180^\circ - 36^\circ - 72^\circ = 72^\circ$
 $\therefore \angle BCD = \angle BDC$
 즉, $\triangle DAB$, $\triangle BDC$ 는 모두 이등변삼각형이므로
 $\overline{DB} = \overline{DA}$, $\overline{DB} = \overline{BC}$
 $\therefore \overline{AD} = \overline{BD} = \overline{BC} = 6 \text{ cm}$

44 [답] ②

주어진 조건에서 $\overline{AD} \parallel \overline{CE}$ 이므로
 $\angle BAD = \angle AEC$ (동위각),
 $\angle DAC = \angle ACE$ (엇각)
 $\angle BAD = \angle DAC$ 이므로
 $\angle AEC = \angle ACE$
 즉, $\triangle ACE$ 는 이등변삼각형이므로
 $\overline{AE} = \overline{AC} = 2 \text{ cm}$

45 [답] ③

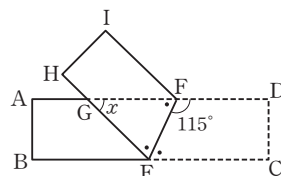
$\triangle DBC$ 는 $\overline{BD} = \overline{DC}$ 이므로 이등변삼각형이다.
 $\therefore \angle DCB = \angle DBC = 60^\circ \dots \text{㉠}$
 직각삼각형 ABC 에서 $\angle ACB = 90^\circ$,
 $\angle ABC = 60^\circ$ 이므로
 $\angle BAC = 90^\circ - \angle ABC = 30^\circ$
 한편, $\angle DCA = 90^\circ - \angle DCB = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$
 $\therefore \angle DAC = \angle DCA$
 즉, $\triangle ADC$ 는 이등변삼각형이므로
 $\overline{DC} = \overline{AD} = 3 \text{ cm}$
 그런데 $\triangle DBC$ 에서 ㉠에 의해
 $\angle BDC = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$
 즉, $\triangle DBC$ 는 정삼각형이므로
 $\overline{BC} = \overline{DB} = \overline{DC} = 3 \text{ cm}$ 이다.

46 [답] ④

$\square ABCD$ 가 직사각형이므로 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$
 $\angle GFE = \angle FEC = 70^\circ$ (엇각)
 종이를 접었으므로
 $\angle GEF = \angle FEC = 70^\circ$
 $\therefore \angle GFE = \angle GEF$
 즉, $\triangle GEF$ 는 이등변삼각형이므로
 $\overline{EG} = \overline{GF} = 8 \text{ cm}$

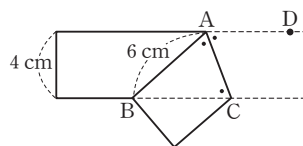
47 [답] ⑤

$\square ABCD$ 가 직사각형
 이므로 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 에서
 $\angle GFE$
 $= \angle FEC$ (엇각)
 $= \angle FEG$ (접은 각)
 $= 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$
 $\therefore \angle x = 180^\circ - \angle GEF - \angle GFE$
 $= 180^\circ - 65^\circ - 65^\circ = 50^\circ$



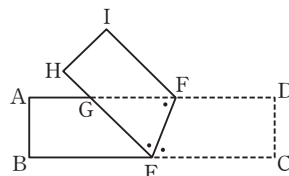
48 [답] 12 cm^2

직사각형 모양의 종이
 이므로
 $\angle BCA$
 $= \angle DAC$ (엇각)
 $= \angle BAC$ (접은 각)
 $\therefore \angle BAC = \angle BCA$
 즉, $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로
 $\overline{BC} = \overline{AB} = 6 \text{ cm}$
 따라서 $\triangle ABC$ 의 밑변을 $\overline{BC}$ 로 생각하면 높이는 종이의 폭과 같으므로
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12(\text{cm}^2)$



49 [답] ㉠, ㉡, ㉢

㉠ $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle EFG$
 $= \angle FEC$ (엇각)
 $= \angle GEF$ (접은 각)
 이므로
 $\angle EFG = \angle FEG$ (참)
 ㉡ ㉠에서 $\triangle EFG$ 는 이등변삼각형이므로
 $\overline{GE} = \overline{GF}$ (참)
 ㉢ $\overline{EF}$ 를 접는 선으로 하여 접은 모양이므로
 $\overline{EH} = \overline{EC}$ (참)
 따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢이다.



B 직각삼각형의 합동

01 [답] RHA

02 [답] RHS

03 [답] 같은

04 [답] 이등분선

05 [답] ○
두 직각삼각형에서 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으므로 RHA 합동이다.

06 [답] ○
두 직각삼각형에서 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로 RHS 합동이다.

07 [답] (1) ○ (2) ×
(1) 두 직각삼각형 BED와 BEC에서
 $\overline{BE}$ 는 공통 $\angle DBE = \angle CBE$ 이므로
 $\triangle BED \equiv \triangle BEC$ (RHA 합동)
 $\therefore \overline{DE} = \overline{EC}$

08 [답] $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ (RHA 합동)
 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 에서
 $\angle B = \angle E = 90^\circ$ (직각), $\overline{AC} = \overline{DF}$ (빗변),
 $\angle A = \angle D$ (각)

09 [답] 3 cm
 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{DE} = 3$ cm

10 [답] $\triangle ABC \equiv \triangle FDE$ (RHS 합동)
 $\triangle ABC$ 와 $\triangle FDE$ 에서
 $\angle C = \angle E = 90^\circ$ (직각), $\overline{AB} = \overline{FD}$ (빗변),
 $\overline{AC} = \overline{FE}$ (변)

11 [답] 8 cm
 $\triangle ABC \equiv \triangle FDE$ 이므로 $\overline{BC} = \overline{DE} = 8$ cm

12 [답] 12
 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 에서
 $\angle B = \angle E = 90^\circ$, $\overline{AC} = \overline{DF}$
 $\angle C = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ = \angle F$
 $\therefore \triangle ABC \equiv \triangle DEF$ (RHA 합동)
따라서 $\overline{BC} = \overline{EF} = 12$ cm이므로
 $x = 12$

13 [답] 50
 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 에서
 $\angle A = \angle D$, $\overline{BC} = \overline{EF}$, $\overline{AC} = \overline{DF}$
 $\therefore \triangle ABC \equiv \triangle DEF$ (RHS 합동)
따라서 $\angle B = \angle E = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$ 이므로
 $x = 50$

14 [답] ① : RHS 합동, ② : RHA 합동
① 두 직각삼각형에서 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로 RHS 합동이다.
② 두 직각삼각형에서 빗변의 길이와 다른 한 각의 크기가 $90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ 로 각각 같으므로 RHA 합동이다.

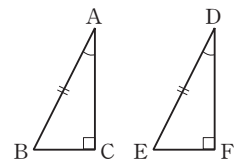
15 [답] 4
 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $x = 4$

16 [답] 7
 $\overline{EC} = \overline{ED}$ 이므로 $x = 7$

17 [답] 35
 $\angle AOP = \angle BOP$ 이므로 $x = 35$

18 [답] 24
 $\angle ABC = 180^\circ - 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$
따라서 $\angle DBE = \angle CBE = \frac{1}{2} \times 48^\circ = 24^\circ$ 이므로
 $x = 24$

19 [답] D, ASA
두 삼각형 ABC와 DEF에서
 $\angle C = \angle F = 90^\circ$
 $\overline{AB} = \overline{DE} \dots \textcircled{1}$
 $\angle A = \angle D \dots \textcircled{2}$
 $\angle B = 90^\circ - \angle A = 90^\circ - \angle \textcircled{D} = \angle E \dots \textcircled{3}$
①, ②, ③에서
 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ ($\overline{ASA}$ 합동)



Tip

ASA 합동은 한 변의 길이와 그 양 끝각의 크기가 각각 같은 것이지만 삼각형에서는 두 각의 크기만 정해지면 다른 한 각의 크기도 정해지기 때문에 어느 두 각의 크기만 각각 같아도 세 각의 크기가 각각 같게 된다.

따라서 직각삼각형에서의 RHA 합동은 빗변의 길이와 두 내각(직각과 한 예각)의 크기가 같은 경우이므로 모두 ASA 합동으로 대체할 수 있다.

20 [답] E, E, SAS

두 삼각형 ABC와 DEF에서

$$\angle C = \angle F = 90^\circ$$

$$\overline{AB} = \overline{DE} \cdots \text{㉠}$$

$$\overline{AC} = \overline{DF} \cdots \text{㉡}$$

이때, 그림과 같이 길이가 같은

두 변 AC, DF를 맞붙여 놓으면

$$\angle ACB + \angle ACE$$

$$= 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \text{이므로 세 점 B,}$$

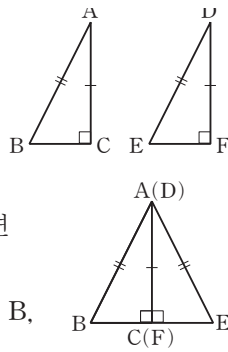
C, E는 한 직선 위에 있다.

따라서 $\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle B = \angle E$

$$\angle BAC = 90^\circ - \angle B = 90^\circ - \angle E = \angle EDF \cdots \text{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢에서

$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ ([SAS] 합동)



21 [답] ③

두 삼각형 ABD와 CAE에서

$$\overline{AB} = \overline{CA}, \angle ADB = \angle CEA = 90^\circ,$$

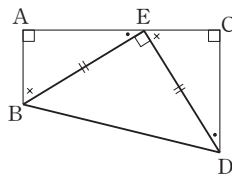
$$\angle DBA = 180^\circ - 90^\circ - \angle DAB = \angle EAC$$

$\therefore \triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동)

따라서 $\overline{EC} = \overline{DA} = 4 \text{ cm}$ 이다.

Tip

두 직각삼각형 ABE, CED에서 $\overline{BE} = \overline{ED}$ 이면
 $\angle ABE = \angle AEB = 90^\circ$,
 $\angle AEB = \angle CED = 90^\circ$
 이므로 $\angle ABE = \angle CED$
 $\therefore \triangle ABE \equiv \triangle CED$ (RHA 합동)



22 [답] 4 cm^2

두 삼각형 APC와 BPD에서

$$\angle ACP = \angle BDP = 90^\circ, \overline{AP} = \overline{BP},$$

$$\angle CPA = \angle DPB \text{ (맞꼭지각)}$$

$\therefore \triangle APC \equiv \triangle BPD$ (RHA 합동)

따라서 $\overline{BD} = \overline{AC} = 4 \text{ cm}$ 이므로

$$\triangle BDP = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4 (\text{cm}^2)$$

23 [답] 2 cm

두 삼각형 ABE와 ADE에서

$$\angle ABE = \angle ADE = 90^\circ, \overline{AE} \text{는 공통,}$$

$$\angle BAE = \angle DAE$$

$\therefore \triangle ABE \equiv \triangle ADE$ (RHA 합동)

즉, $\overline{AD} = \overline{AB} = 8 \text{ cm}$ 이므로

$$\overline{CD} = \overline{AC} - \overline{AD} = 10 - 8 = 2 (\text{cm})$$

24 [답] $\overline{AC}$, $\overline{ADC}$, $\overline{AD}$, RHS

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형

ABC의 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$ 에

내린 수선의 발을 D라 하자.

두 삼각형 ABD와 ACD에서

$$\angle ADB = \angle ADC \cdots \text{㉠}$$

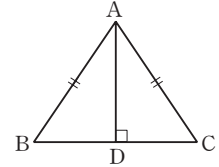
$$\overline{AB} = \overline{AC} \cdots \text{㉡}$$

$\overline{AD}$ 는 공통 $\cdots \text{㉢}$

㉠, ㉡, ㉢에서

$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ ([RHS] 합동)

따라서 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이다.



25 [답] ③

두 삼각형 BDE와 BCE에서

$$\angle BDE = \angle BCE = 90^\circ, \overline{BE} \text{는 공통, } \overline{BD} = \overline{BC}$$

$\therefore \triangle BDE \equiv \triangle BCE$ (RHS 합동)

$$\therefore \angle x = 90^\circ - \angle DEB$$

$$= 90^\circ - \angle CEB$$

$$= 90^\circ - 63^\circ = 27^\circ$$

26 [답] 72°

두 삼각형 BMP와 CMQ에서

$$\angle BPM = \angle CQM = 90^\circ, \overline{BM} = \overline{CM}, \overline{PM} = \overline{QM}$$

$\therefore \triangle BMP \equiv \triangle CMQ$ (RHS 합동)

즉, $\angle PBM = \angle QCM$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

$$\therefore \angle B = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle A)$$

$$= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 36^\circ) = 72^\circ$$

27 [답] 90° , RHA

두 삼각형 OAP와 OBP에서

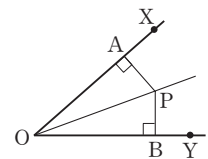
$$\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ,$$

$\overline{OP}$ 는 공통, $\angle AOP = \angle BOP$

$\therefore \triangle AOP \equiv \triangle BOP$

([RHA] 합동)

따라서 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이다.



28 [답] ②

두 삼각형 BED와 BEC에서

$$\angle BCE = \angle BDE = 90^\circ, \overline{BE} \text{는 공통,}$$

$$\angle DBE = \angle CBE$$

$\therefore \triangle BED \equiv \triangle BEC$ (RHA 합동)

$$\therefore \overline{DE} = \overline{CE}, \angle BED = \angle BEC, \overline{BD} = \overline{BC}$$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

29 [답] 25°

두 삼각형 OPA와 OPB에서
 $\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$, $\overline{OP}$ 는 공통, $\overline{AP} = \overline{BP}$
 $\therefore \triangle OPA \equiv \triangle OPB$ (RHS 합동)
 즉, $\angle APO = \frac{1}{2} \times \angle APB = \frac{1}{2} \times 130^\circ = 65^\circ$
 이므로
 $\angle POA = 90^\circ - \angle APO = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ$

연습 문제 [A~B]

01 [답] ⑤

⑤ $\angle ACB = 180^\circ - 112^\circ = 68^\circ$ 이고,
 $\angle ABC = 112^\circ - 42^\circ = 70^\circ$
 이므로 이등변삼각형이 아니다.

02 [답] 111°

$\triangle ABC$ 가 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle ABC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle A)$
 $= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 32^\circ) = 74^\circ$
 즉, $\angle ABD = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 74^\circ = 37^\circ$ 이므로
 $\angle x = 180^\circ - \angle A - \angle ABD$
 $= 180^\circ - 32^\circ - 37^\circ = 111^\circ$

03 [답] ③

사각형 ABCD가 사다리꼴이므로 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$
 $\therefore \angle CAD = \angle ACB = 30^\circ$ (엇각)
 $\triangle ACD$ 는 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle DCA = \angle DAC = 30^\circ$
 $\therefore \angle x = 180^\circ - \angle DAC - \angle DCA$
 $= 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ$

04 [답] 61°

$\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle ACB = \angle B = 65^\circ$
 $\therefore \angle ECD = 180^\circ - \angle ACB - \angle ACE$
 $= 180^\circ - 65^\circ - 57^\circ = 58^\circ$
 이때, $\triangle CDE$ 도 $\overline{CD} = \overline{CE}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle x = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle ECD)$
 $= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 58^\circ) = 61^\circ$

05 [답] 7 cm

$\triangle AFE$ 는 $\angle A = \angle AEF$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{FE} = \overline{AF} = 2$ cm
 $\therefore \overline{FD} = \overline{FE} + \overline{ED} = 2 + 3 = 5$ (cm)
 또, $\triangle BFD$ 는 $\angle B = \angle D$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{BF} = \overline{FD} = 5$ cm
 $\therefore \overline{AB} = \overline{AF} + \overline{BF} = 2 + 5 = 7$ (cm)

06 [답] ④

① 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직
 이등분하므로 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$
 ② $\triangle PBD$ 와 $\triangle PCD$ 에서 $\overline{BD} = \overline{DC}$,
 $\angle BDP = \angle CDP = 90^\circ$, $\overline{PD}$ 는 공통
 $\therefore \triangle PBD \equiv \triangle PCD$ (SAS 합동)
 즉, $\overline{BP} = \overline{CP}$ 이다.
 ③ $\triangle PBD \equiv \triangle PCD$ 이므로 $\angle PBD = \angle PCD$
 ⑤ $\triangle ABP$ 와 $\triangle ACP$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$,
 $\angle BAP = \angle CAP$, $\overline{AP}$ 는 공통
 $\therefore \triangle ABP \equiv \triangle ACP$ (SAS 합동)

07 [답] 38°

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점을 각각 M, N이라 하므로
 $\overline{BM} = \overline{AM} = \overline{PM}$
 즉, $\triangle BMP$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle MPB = \angle MBP = 62^\circ$
 또, $\overline{CN} = \overline{AN} = \overline{PN}$ 에서 $\triangle PNC$ 는 이등변삼각형이
 므로
 $\angle NPC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle PNC)$
 $= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 20^\circ) = 80^\circ$
 $\therefore \angle x = 180^\circ - \angle MPB - \angle NPC$
 $= 180^\circ - 62^\circ - 80^\circ = 38^\circ$

08 [답] 3 cm

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle A)$
 $= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 36^\circ) = 72^\circ$
 $\angle CBD = \frac{1}{2} \times \angle ABC = \frac{1}{2} \times 72^\circ = 36^\circ$
 삼각형의 외각의 성질에 의하여
 $\angle CDB = \angle DAB + \angle DBA = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ$
 즉, $\angle DCB = \angle CDB = 72^\circ$, $\angle DAB = \angle DBA = 36^\circ$
 에서 $\triangle BCD$ 와 $\triangle ADB$ 는 각각 이등변삼각형이므로
 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{BC} = 3$ cm

09 [답] 68°

오른쪽 그림에서

$$\angle FGE = \angle AGH = 44^\circ$$

(맞꼭지각)

□ABCD는 직사각형이므로

$$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$$

$$\therefore \angle EFG = \angle FEC \text{ (엇각)}$$

$$= \angle FEG \text{ (접은 각)}$$

즉, △EFG는 이등변삼각형이므로

$$\angle EFG = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle FGE)$$

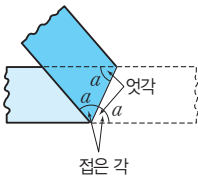
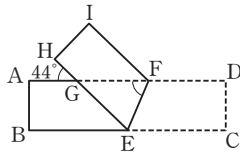
$$= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 44^\circ) = 68^\circ$$

Tip

직사각형 모양의 종이를 접은 경우 다음을 이용한다.

(1) 엇각의 크기는 같다.

(2) 접은 각의 크기는 같다.



10 [답] 33°

$$\angle DBC = \angle DBA = \angle x \text{라 하자.}$$

△ABC는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle ACB = \angle ABC = 2\angle x$$

$$\therefore \angle DCF = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle ACB)$$

$$= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 2\angle x) = 90^\circ - \angle x$$

이때, 삼각형의 외각의 성질에 의해

$$\angle DCF = \angle DBC + \angle BDC \text{이므로}$$

$$90^\circ - \angle x = \angle x + 24^\circ, 2\angle x = 66^\circ \quad \therefore \angle x = 33^\circ$$

11 [답] ⑤

① RHS 합동

② SAS 합동

③ RHS 합동

④ RHA 합동

따라서 합동이 되는 조건이 아닌 것은 ⑤이다.

12 [답] 2 cm

△BED와 △BCD에서 $\angle BED = \angle C = 90^\circ$,

$\overline{BD}$ 는 공통, $\angle EBD = \angle CBD$ 이므로

△BED ≅ △BCD (RHA 합동)

$$\therefore \overline{DE} = \overline{DC} = 2 \text{ cm}$$

이때, △ABC가 직각이등변삼각형이므로

$$\angle A = \angle B = 45^\circ$$

$$\therefore \angle ADE = 90^\circ - \angle A = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

따라서 △AED도 직각이등변삼각형이므로

$$\overline{AE} = \overline{DE} = 2 \text{ cm}$$

13 [답] ④

△ACE에서

$$\angle AEC = 90^\circ - \angle CAE = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

즉, △ACE는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{AC} = \overline{CE}$

한편, 두 삼각형 ABC와 CDE에서

$$\angle ABC = \angle CDE = 90^\circ, \overline{AC} = \overline{CE},$$

$$\angle BAC = 90^\circ - \angle ACB = \angle DCE$$

∴ △ABC ≅ △CDE (RHA 합동)

즉 $\overline{BC} = \overline{DE} = 2 \text{ cm}$, $\overline{CD} = \overline{AB} = 3 \text{ cm}$ 이므로

$$\triangle ABC = \triangle CDE = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3(\text{cm}^2)$$

이때, □ABDE는 $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ 인 사다리꼴이고,

$$\overline{BD} = \overline{BC} + \overline{CD} = 2 + 3 = 5(\text{cm}) \text{이므로}$$

(사다리꼴 ABDE의 넓이)

$$= \frac{1}{2} \times (2 + 3) \times 5 = \frac{25}{2}(\text{cm}^2)$$

$$\therefore \triangle ACE = (\text{사다리꼴 ABDE의 넓이}) - 2\triangle ABC$$

$$= \frac{25}{2} - 2 \times 3 = \frac{13}{2}(\text{cm}^2)$$

14 [답] ⑤

두 삼각형 AEB와 AED에서

$\overline{AE}$ 는 공통, $\angle ABE = \angle ADE = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{AD}$

∴ △ABE ≅ △ADE (RHS 합동)

따라서 $\angle AEB = \angle AED = 90^\circ - 34^\circ = 56^\circ$ 이므로

$$\angle x = 180^\circ - 56^\circ - 56^\circ = 68^\circ$$

15 [답] ③

두 삼각형 ADC와 ADE에서

$\angle ACD = \angle AED = 90^\circ$, $\overline{AD}$ 는 공통,

$$\angle CAD = \angle EAD$$

∴ △ADC ≅ △ADE (RHA 합동)

즉, $\overline{AE} = \overline{AC} = 3 \text{ cm}$ 이므로

$$\overline{BE} = \overline{AB} - \overline{AE} = 5 - 3 = 2(\text{cm})$$

이때, $\overline{DE} = \overline{DC}$ 이므로

$$\overline{BD} + \overline{DE} = \overline{BD} + \overline{DC} = \overline{BC} = 4(\text{cm})$$

따라서 △BDE의 둘레의 길이는

$$\overline{BD} + \overline{DE} + \overline{EB} = 4 + 2 = 6(\text{cm})$$

C 삼각형의 외심

01 [답] 외접원

02 [답] 외심

03 [답] 수직이등분선

04 [답] 꼭짓점

05 [답] ○

06 [답] ×

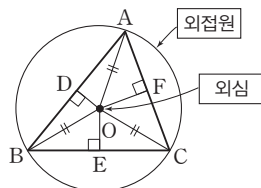
삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.

07 [답] ○

08 [답] ×

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이다.

09 [답] 외접원, 외심



10 [답] (1) × (2) ○ (3) × (4) ○

(2) 삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.

(4) $\overline{OA} = \overline{OC}$ 에서 $\triangle OAC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle OAF = \angle OCF$$

11 [답] 5

삼각형의 외심은 세 변의 수직이등분선의 교점이므로

$$\overline{BE} = \overline{EC} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm})$$

$$\therefore x = 5$$

12 [답] 8

삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같으므로

$$\overline{AO} = \overline{OB} = 8 \text{ cm}$$

$$\therefore x = 8$$

13 [답] 32°

14 [답] 136°

$$\begin{aligned} \angle x &= \angle 180^\circ - \angle OBC - \angle OCB \\ &= 180^\circ - 22^\circ - 22^\circ = 136^\circ \end{aligned}$$

15 [답] 이등변, $x, y, 180^\circ$

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} \text{이므로}$$

$\triangle OAB, \triangle OBC, \triangle OAC$ 는 모두 [이등변]삼각형이다.

$$\angle A + \angle B + \angle C$$

$$= (\angle z + \angle x) + (\angle x + \angle y) + (\angle y + \angle z)$$

$$= 2\angle x + 2\angle y + 2\angle z = 180^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y + \angle z = 90^\circ$$

16 [답] 2, 2, 2

$\overline{AO}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D라 하자.

$$\angle BAO = \angle x, \angle CAO = \angle y \text{라 하면}$$

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} \text{이므로}$$

$$\angle ABO = \angle x, \angle ACO = \angle y \text{이다.}$$

삼각형의 외각의 성질에 의해

$$\angle BOD = 2 \times \angle x, \angle COD = 2 \times \angle y \text{이므로}$$

$$\angle BOC = \angle BOD + \angle COD$$

$$= 2 \times (\angle x + \angle y)$$

$$\therefore \angle BOC = 2\angle A$$

17 [답] 39°

$$\angle x + 20^\circ + 31^\circ = 90^\circ$$

$$\therefore \angle x = 39^\circ$$

18 [답] 80°

$$\angle x = 2\angle A = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$$

19 [답] ①, ③

① 삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같

$$\text{으므로 } \overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$$

③ $\overline{OB} = \overline{OC}$ 에서 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle OBD = \angle OCD$$

20 [답] ②

삼각형의 외심은 세 변의 수직이등분선의 교점이다.

21 [답] 5 cm

점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$

$\triangle ABO$ 의 둘레의 길이가 18 cm이고, $\overline{AB} = 8 \text{ cm}$ 라 하므로

$$\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{AB} = 18$$

$$\overline{OA} + \overline{OA} + 8 = 18 \quad (\because \overline{OA} = \overline{OB})$$

$$2\overline{OA} = 10$$

$$\therefore \overline{OA} = \overline{OB} = 5(\text{cm})$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이는 5 cm이다.

22 [답] 100°

점 O가 △ABC의 외심이므로 △OAB는 이등변삼각형이다.

따라서 $\angle OBA = \angle OAB = 40^\circ$ 이므로

$$\begin{aligned}\angle x &= 180^\circ - \angle OAB - \angle OBA \\ &= 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ\end{aligned}$$

23 [답] ②, ④

① 외심 O에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.

③ △ABC가 예각삼각형이면 외심 O는 △ABC의 내부에 존재한다.

⑤ △ABC가 둔각삼각형이면 외심 O는 △ABC의 외부에 존재한다.

24 [답] ③

점 O가 △ABC의 외심이므로 △OAB와 △OBC는 이등변삼각형이다.

$$\begin{aligned}\angle OBA &= \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle AOB) \\ &= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\angle OBC &= \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle BOC) \\ &= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 80^\circ) = 50^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \angle ABC &= \angle OBA + \angle OBC \\ &= 70^\circ + 50^\circ = 120^\circ\end{aligned}$$

25 [답] 26 cm

삼각형의 외심은 세 변의 수직이등분선의 교점이므로

$$\overline{AB} = 2 \times \overline{AF} = 2 \times 3 = 6(\text{cm})$$

$$\overline{AC} = 2 \times \overline{AE} = 2 \times 4 = 8(\text{cm})$$

$$\overline{BC} = 2 \times \overline{BD} = 2 \times 6 = 12(\text{cm})$$

$$\therefore (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이}) = 6 + 8 + 12 = 26(\text{cm})$$

26 [답] ④

$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 △OCB는 이등변삼각형이다.

$$\therefore \angle OBD = \angle OCD = 20^\circ$$

$$\begin{aligned}\angle BOC &= 180^\circ - \angle OCD - \angle OBD \\ &= 180^\circ - 20^\circ - 20^\circ = 140^\circ\end{aligned}$$

이때, 두 삼각형 OBD와 OCD에서

$$\overline{OB} = \overline{OC}, \overline{BD} = \overline{CD}, \overline{OD} \text{는 공통}$$

$$\therefore \triangle OBD \equiv \triangle OCD \text{ (SSS 합동)}$$

즉, $\angle BOD = \angle COD$ 이므로

$$\angle BOD = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 140^\circ = 70^\circ$$

따라서 △OAB는 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle x = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ$$

27 [답] 40°

점 O가 △ABC의 외심이므로 외심 O에서 각 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.

즉, $\overline{OB} = \overline{OC}$ 에서

△OBC는 이등변삼각형이므로

$$\angle OBC = \angle OCB = 30^\circ$$

$$\begin{aligned}\angle BOC &= 180^\circ - \angle OBC - \angle OCB \\ &= 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \angle AOC &= \angle BOC - \angle BOA \\ &= 120^\circ - 80^\circ = 40^\circ\end{aligned}$$

또, $\overline{OA} = \overline{OC}$ 에서

△OAC는 이등변삼각형이므로

$$\begin{aligned}\angle ACO &= \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle AOC) \\ &= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \angle x &= \angle ACO - \angle BCO \\ &= 70^\circ - 30^\circ = 40^\circ\end{aligned}$$

[다른 풀이]

△OCB는 이등변삼각형이므로

$$\angle OBC = \angle OCB = 30^\circ$$

또, △OAB도 이등변삼각형이므로

$$\angle OAB = \angle OBA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 80^\circ) = 50^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = \angle OBA - \angle OBC = 50^\circ - 30^\circ = 20^\circ$$

그리고 △OCA도 이등변삼각형이므로

$$\angle OAC = \angle OCA = \angle x + 30^\circ$$

따라서 △ABC에서

$$20^\circ + \angle x + (\angle x + 30^\circ) + 50^\circ = 180^\circ$$

$$2\angle x + 100^\circ = 180^\circ$$

$$2\angle x = 80^\circ$$

$$\therefore \angle x = 40^\circ$$

28 [답] 5 cm

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이다. 즉, 빗변이 외접원의 지름이므로

$$(\text{외접원의 반지름의 길이}) = \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm})$$

29 [답] ②

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{17}{2}(\text{cm})$$

$\therefore (\triangle OAC \text{의 둘레의 길이})$

$$= \overline{OA} + \overline{OC} + \overline{CA} = \frac{17}{2} + \frac{17}{2} + 8 = 25(\text{cm})$$

30 [답] ①

$$\triangle ABC \text{의 넓이} = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24(\text{cm}^2)$$

점 O는 직각삼각형 ABC의 외심이므로

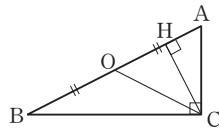
$$\overline{OA} = \overline{OB} = \frac{1}{2} \overline{AB}$$

$$\therefore \triangle OBC = \frac{1}{2} \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 24 = 12(\text{cm}^2)$$

Tip

직각삼각형 ABC에 대하여 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이면

왜 $\triangle OBC = \frac{1}{2} \triangle ABC$ 일까?



그림에서 $\triangle OBC$ 와 $\triangle OCA$ 의 밑변을 각각 $\overline{OB}$, $\overline{OA}$ 라 하면 높이는 $\overline{CH}$ 의 길이로 같고, $\overline{OB} = \overline{OA}$ 이므로 결국 $\triangle OBC$ 와 $\triangle OCA$ 의 넓이는 같다.

따라서 $\triangle ABC = 2\triangle OBC$ 이므로

$$\triangle OBC = \frac{1}{2} \triangle ABC \text{이다.}$$

31 [답] ③

직각삼각형 ABC에서 점 M이 $\overline{AB}$ 의 중점이므로 점 M은 $\triangle ABC$ 의 외심이 된다.

$$\therefore \overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC}$$

즉, $\triangle BCM$ 은 이등변삼각형이므로

$$\angle MCB = \angle MBC = \angle x$$

따라서 삼각형의 외각의 성질에 의하여

$$2\angle x = 54^\circ \quad \therefore \angle x = 27^\circ$$

32 [답] 6 cm

점 O가 직각삼각형 ABC의 외심이므로

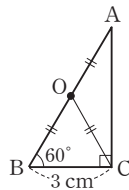
$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$$

즉, $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형인데

$\angle B = 60^\circ$ 이므로 정삼각형이 된다.

따라서 $\overline{OB} = \overline{OC} = \overline{BC} = 3(\text{cm})$ 이므로

$$\text{로 } \overline{AB} = 2\overline{OB} = 2 \times 3 = 6(\text{cm})$$



33 [답] ④

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \frac{1}{2} \overline{AB} = 9(\text{cm})$$

이때, $\triangle OAC$ 와 $\triangle OBC$ 에서

$\overline{AC} = \overline{BC}$, $\overline{AO} = \overline{BO}$, $\overline{OC}$ 는 공통

$\therefore \triangle OAC \cong \triangle OBC$ (SSS 합동)

즉, $\angle AOC = \angle BOC = 90^\circ$ 이므로

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 18 \times 9 = 81(\text{cm}^2)$$

34 [답] ①

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\angle BAO + \angle ACO + \angle CBO = 90^\circ$$

$$38^\circ + 20^\circ + \angle x = 90^\circ$$

$$\therefore \angle x = 32^\circ$$

35 [답] 33°

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\angle BAO = \angle ABO = 25^\circ$$

즉, $\angle ABO + \angle BCO + \angle CAO = 90^\circ$ 이므로

$$25^\circ + \angle x + 32^\circ = 90^\circ$$

$$\therefore \angle x = 33^\circ$$

36 [답] ⑤

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$

즉, $\triangle ABO$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle OBA = \angle OAB = 40^\circ$$

이때, $\angle OBA + \angle OAC + \angle OCB = 90^\circ$ 이므로

$$40^\circ + \angle OAC + 30^\circ = 90^\circ$$

$$\therefore \angle OAC = 20^\circ$$

따라서 $\triangle OAC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle OCA = \angle OAC = 20^\circ \text{에서}$$

$$\angle x = 180^\circ - \angle OCA - \angle OAC$$

$$= 180^\circ - 20^\circ - 20^\circ = 140^\circ$$

37 [답] 15°

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$

즉, $\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle OBA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle AOB)$$

$$= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 100^\circ) = 40^\circ$$

따라서 $\angle OBA + \angle OAC + \angle OCB = 90^\circ$ 이므로

$$40^\circ + 35^\circ + \angle x = 90^\circ$$

$$\therefore \angle x = 15^\circ$$

38 [답] ③

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\angle x + \angle y + \angle z = 90^\circ$$

이때, $\angle x : \angle y : \angle z = 2 : 3 : 4$ 이므로

$$\angle x = \frac{2}{2+3+4} \times 90^\circ = 20^\circ$$

$\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle ABO = \angle BAO = 20^\circ$$

$$\therefore \angle AOB = 180^\circ - \angle ABO - \angle BAO$$

$$= 180^\circ - 20^\circ - 20^\circ = 140^\circ$$

39 [답] 50°

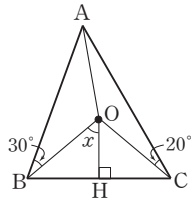
$\triangle OCA$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle CAO = \angle ACO = 20^\circ$

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\angle ABO + \angle BCO + \angle CAO = 90^\circ$

$$30^\circ + \angle BCO + 20^\circ = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BCO = 40^\circ$$

따라서 $\angle CBO = \angle BCO = 40^\circ$ 이므로
 직각삼각형 OBH에서
 $\angle x = 90^\circ - \angle CBO = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$



40 [답] 4 cm

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\angle BAO + \angle ACO + \angle CBO = 90^\circ$

$$20^\circ + 10^\circ + \angle CBO = 90^\circ$$

$$\therefore \angle CBO = 60^\circ$$

$\triangle OBC$ 는 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 인 이등변삼각형이고
 $\angle BCO = \angle CBO = 60^\circ$ 이므로
 $\triangle OBC$ 는 정삼각형이다.

또, $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이가 4 cm이므로
 $\overline{BC} = \overline{OB} = 4$ cm

41 [답] ④

$\triangle OCA$ 는 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 인 이등변삼각형이므로

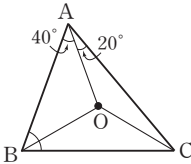
$$\angle ACO = \angle CAO = 20^\circ$$

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\angle BAO + \angle ACO + \angle CBO = 90^\circ$

$$40^\circ + 20^\circ + \angle CBO = 90^\circ$$

$$\therefore \angle CBO = 30^\circ$$

또, $\triangle OAB$ 는 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle ABO = \angle BAO = 40^\circ$
 $\therefore \angle B = \angle ABO + \angle CBO = 40^\circ + 30^\circ = 70^\circ$



42 [답] ③

$$\angle BAC = \angle BAO + \angle CAO = 30^\circ + 40^\circ = 70^\circ$$

$$\therefore \angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 70^\circ = 140^\circ$$

43 [답] 55°

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\angle x = \frac{1}{2} \times 110^\circ = 55^\circ$

44 [답] ②

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OC}$
 즉, $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle OCB = \angle OBC = 28^\circ$$

$$\therefore \angle BOC = 180^\circ - \angle OBC - \angle OCB$$

$$= 180^\circ - 28^\circ - 28^\circ = 124^\circ$$

$$\therefore \angle x = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 124^\circ = 62^\circ$$

45 [답] 20°

직각삼각형 ABC의 빗변의 중점 M은 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\angle x = \frac{1}{2} \angle AMC = \frac{1}{2} \times 40^\circ = 20^\circ$$

46 [답] ⑤

$\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle ABO = \angle BAO = 40^\circ$

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\angle ABO + \angle BCO + \angle CAO = 90^\circ$
 $40^\circ + \angle x + 20^\circ = 90^\circ$

$$\therefore \angle x = 30^\circ$$

$$\angle y = 2\angle BAC = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 30^\circ + 120^\circ = 150^\circ$$

47 [답] ③

$\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 2 : 3 : 4$ 이므로

$$\angle BOC = \frac{3}{2+3+4} \times 360^\circ = 120^\circ$$

따라서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$

48 [답] ①

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

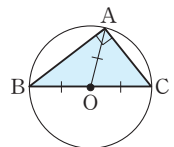
$$\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$$

따라서 $\angle x : \angle y = 1 : 2$ 이므로

$$\angle x = \frac{1}{1+2} \angle BAC = \frac{1}{3} \times 60^\circ = 20^\circ$$

Tip

(직각삼각형의 외접원의
 반지름의 길이)
 $= \overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$
 $= \frac{1}{2} \times (\text{빗변의 길이})$



D 삼각형의 내심

01 [답] 내접원

02 [답] 내심

03 [답] 이등분선

04 [답] 변

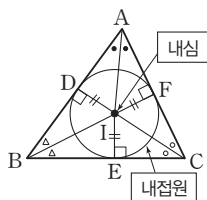
05 [답] ×

06 [답] ○

07 [답] ×

08 [답] ○

09 [답] 내심, 내접원



10 [답] (1) ○ (2) × (3) ○ (4) ×

(1) 삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같다.
(3) 삼각형의 내심은 세 내각의 이등분선의 교점이다.

11 [답] 19

삼각형의 내심은 세 내각의 이등분선의 교점이므로
 $\angle CAI = \angle BAI = 19^\circ \quad \therefore x = 19$

12 [답] 27

삼각형의 내심은 세 내각의 이등분선의 교점이므로
 $\angle ACI = \angle BCI = 27^\circ \quad \therefore x = 27$

13 [답] 30

삼각형의 내심에서 세 내각의 이등분선의 교점이므로
 $\angle ICD = \angle ICE = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ \quad \therefore x = 30$

14 [답] 6

삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같으므로
 $\overline{IE} = \overline{IF} = 6 \text{ cm} \quad \therefore x = 6$

15 [답] 32°

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle BAI + \angle ACI + \angle CBI = 90^\circ$
 $\angle x + 31^\circ + 27^\circ = 90^\circ \quad \therefore \angle x = 32^\circ$

16 [답] 31°

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle BAI + \angle ACI + \angle CBI = 90^\circ$
이때, $\angle ACI = \angle BCI = \frac{1}{2} \times 48^\circ = 24^\circ$ 이고,
 $\angle CBI = \angle ABI = \angle x$ 이므로
 $35^\circ + 24^\circ + \angle x = 90^\circ \quad \therefore \angle x = 31^\circ$

17 [답] 121°

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle x = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$
 $= 90^\circ + \frac{1}{2} \times 62^\circ = 90^\circ + 31^\circ = 121^\circ$

18 [답] 133°

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle BCI = \angle ACI = 43^\circ$
 $\therefore \angle ACB = \angle BCI + \angle ACI = 43^\circ + 43^\circ = 86^\circ$
 $\angle x = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle ACB$
 $= 90^\circ + \frac{1}{2} \times 86^\circ$
 $= 90^\circ + 43^\circ = 133^\circ$

19 [답] 5

$\overline{AE} = \overline{AC} - \overline{EC} = 8 - 3 = 5(\text{cm})$
점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로 $\overline{AF} = \overline{AE} = 5 \text{ cm}$
 $\therefore x = 5$

20 [답] 7

$\overline{BF} = \overline{BD} = x \text{ cm}$ 이므로
 $\overline{AE} = \overline{AF} = 11 - x(\text{cm})$
 $\overline{CE} = \overline{CD} = 12 - x(\text{cm})$
 $\overline{AC} = \overline{AE} + \overline{CE}$ 이므로
 $(11 - x) + (12 - x) = 9$
 $23 - 2x = 9 \quad \therefore x = 7$

21 [답] 69 cm^2

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 3 \times (10 + 20 + 16) = 69(\text{cm}^2)$

22 [답] $\pi \text{ cm}^2$

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (3 + 4 + 5) = \frac{1}{2} \times 3 \times 4$ 이므로
 $6r = 6 \quad \therefore r = 1$
 $\therefore (\text{내접원 } I \text{의 넓이}) = \pi \times 1^2 = \pi(\text{cm}^2)$

23 [답] $\overline{IE}$, $\overline{IE}$, $\angle ICF$, 이등분선

$\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 이등분선의 교점을 I라 하고, 점 I에서 세 변 AB, BC, CA에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F라 하면

$$\overline{ID} = \overline{IE}, \overline{ID} = \overline{IF} \text{이므로}$$

$$\overline{IE} = \overline{IF}$$

이때, 점 I와 C를 연결하면

$\triangle IEC \equiv \triangle IFC$ (RHS 합동)이므로

$$\angle ICE = \angle ICF$$

따라서 $\overline{IC}$ 는 $\angle C$ 의 이등분선이므로 삼각형의 세 내각의 이등분선은 한 점 I에서 만난다.

24 [답] ④

④ $\triangle ADI \equiv \triangle AFI$ 이지만 $\triangle ADI$ 와 $\triangle BDI$ 가 합동이 라고 할 수 없다.

25 [답] 123°

점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle ABI = \angle CBI = 32^\circ, \angle BAI = \angle CAI = 25^\circ$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle x &= 180^\circ - \angle ABI - \angle BAI \\ &= 180^\circ - 32^\circ - 25^\circ = 123^\circ \end{aligned}$$

26 [답] ③

삼각형의 내심은 세 내각의 이등분선의 교점이다.

27 [답] ④

점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle BAI + \angle ACI + \angle CBI = 90^\circ$$

$$42^\circ + 21^\circ + \angle x = 90^\circ$$

$$\therefore \angle x = 27^\circ$$

28 [답] ⑤

점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle BAI = \angle CAI$$

$$\therefore \angle BAI = \frac{1}{2} \angle A$$

$$= \frac{1}{2} \times 58^\circ = 29^\circ$$

따라서 $\angle BAI + \angle ACI + \angle CBI = 90^\circ$ 이므로

$$29^\circ + 30^\circ + \angle x = 90^\circ$$

$$\therefore \angle x = 31^\circ$$

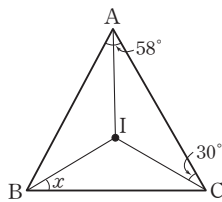
[다른 풀이]

$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$$

$$= 90^\circ + \frac{1}{2} \times 58^\circ = 90^\circ + 29^\circ = 119^\circ$$

이때, $\angle BCI = \angle ACI = 30^\circ$ 이므로

$$\angle x = 180^\circ - 119^\circ - 30^\circ = 31^\circ$$



29 [답] 52°

$\overline{IA}$ 를 그으면

$$\angle CAI = \frac{1}{2} \angle A = \frac{1}{2} \times 76^\circ = 38^\circ$$

따라서 $\angle ABI + \angle BCI + \angle CAI = 90^\circ$ 이므로

$$\angle x + \angle y + 38^\circ = 90^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 52^\circ$$

30 [답] ②

점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle BAI = \frac{1}{2} \angle A = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$$

$$\angle BAI + \angle ACI + \angle CBI = 90^\circ \text{에서}$$

$$35^\circ + 20^\circ + \angle CBI = 90^\circ$$

$$\therefore \angle CBI = 35^\circ$$

$$\therefore \angle B = 2 \angle CBI = 2 \times 35^\circ = 70^\circ$$

31 [답] $180^\circ, 90^\circ, \angle b, \angle c, 90^\circ$

$\overline{AI}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D라 하고,

$$\angle BAI = \angle CAI = \angle a,$$

$$\angle ABI = \angle b, \angle ACI = \angle c \text{라 하자.}$$

$\triangle ABC$ 에서 $2(\angle a + \angle b + \angle c) = 180^\circ$ 이므로

$$\angle a + \angle b + \angle c = 90^\circ$$

이때, 삼각형의 외각의 성질에 의하여

$$\angle BID = \angle a + \angle b,$$

$$\angle CID = \angle a + \angle c \text{이고,}$$

$$\angle BIC = \angle BID + \angle CID \text{이므로}$$

$$\angle BIC = (\angle a + \angle b + \angle c) + \angle a = 90^\circ + \angle a$$

$$\therefore \angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$$

32 [답] ③

점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 56^\circ = 118^\circ$$

33 [답] ①

점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle BAI + \angle ACI + \angle CBI = 90^\circ$$

$$32^\circ + \angle x + 26^\circ = 90^\circ \quad (\because \angle CBI = \angle ABI)$$

$$\therefore \angle x = 32^\circ$$

한편, $\angle BAI = \angle CAI$ 이므로

$$\frac{1}{2} \angle A = \angle BAI = 32^\circ$$

$$\therefore \angle y = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A = 90^\circ + 32^\circ = 122^\circ$$

$$\therefore \angle y - \angle x = 122^\circ - 32^\circ = 90^\circ$$



34 [답] ④

$\triangle ABC$ 의 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$\angle ABC + \angle BCA + \angle A = 180^\circ$$

이때, $\angle ABC : \angle BCA : \angle A = 2 : 4 : 3$ 이므로

$$\angle A = \frac{3}{3+2+4} \times 180^\circ = 60^\circ$$

따라서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\begin{aligned} \angle BIC &= 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A \\ &= 90^\circ + \frac{1}{2} \times 60^\circ = 120^\circ \end{aligned}$$

35 [답] ②

점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A \text{에서}$$

$$132^\circ = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle x$$

$$\frac{1}{2} \angle x = 42^\circ$$

$$\therefore \angle x = 84^\circ$$

36 [답] ①

점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\begin{aligned} \angle BIC &= 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A \\ &= 90^\circ + \frac{1}{2} \times 80^\circ = 130^\circ \end{aligned}$$

$$\therefore \angle x = 180^\circ - \angle BIC$$

$$= 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

이때, 삼각형의 외각의 성질에 의하여

$$\angle x = \angle y + 30^\circ \text{이므로}$$

$$50^\circ = \angle y + 30^\circ \quad \therefore \angle y = 20^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 50^\circ + 20^\circ = 70^\circ$$

37 [답] ②

점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2 \times (9 + 10 + 7) = 26(\text{cm}^2)$$

Tip

$\triangle ABC = \triangle IAB + \triangle IBC + \triangle ICA$

$$= \frac{1}{2} r (a + b + c)$$

38 [답] ②

$$\begin{aligned} \triangle ABC &= \frac{1}{2} \times (\text{내접원의 반지름의 길이}) \\ &\quad \times (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이}) \end{aligned}$$

이므로

$$45 = \frac{1}{2} \times 3 \times (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이})$$

$$\therefore (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이}) = 30(\text{cm})$$

39 [답] ②

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24(\text{cm}^2)$$

이때,

$$(\triangle ABC \text{의 둘레의 길이}) = 10 + 8 + 6 = 24(\text{cm}) \text{이고}$$

$$\begin{aligned} \triangle ABC &= \frac{1}{2} \times (\text{내접원의 반지름의 길이}) \\ &\quad \times (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이}) \end{aligned}$$

이므로 $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$24 = \frac{1}{2} \times r \times 24 \quad \therefore r = 2$$

따라서 반지름의 길이는 2 cm이다.

40 [답] ⑤

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 15 \times 8 = 60(\text{cm}^2)$$

이때,

$$(\triangle ABC \text{의 둘레의 길이}) = 17 + 15 + 8 = 40(\text{cm}) \text{이고}$$

$$\begin{aligned} \triangle ABC &= \frac{1}{2} \times (\text{내접원의 반지름의 길이}) \\ &\quad \times (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이}) \end{aligned}$$

이므로 $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$60 = \frac{1}{2} \times r \times 40 \quad \therefore r = 3$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle ACI &= \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times r \\ &= \frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

41 [답] BDI, DBI, RHA, $\overline{BD}$

$\triangle BFI$ 와 $\triangle BDI$ 에서

$$\angle BFI = \angle \boxed{BDI} = 90^\circ \dots \text{㉠}$$

$\overline{BI}$ 는 공통 $\dots$ ㉡

$$\angle FBI = \angle \boxed{DBI} \dots \text{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢에 의해

$$\triangle BFI \cong \triangle BDI \text{ (RHA 합동)}$$

$$\therefore \overline{BF} = \boxed{\overline{BD}}$$

42 [답] ④

④ $\overline{CD} = \overline{CE} = 5$

43 [답] 34 cm

$\overline{AF} = \overline{AE} = 3$ cm, $\overline{CD} = \overline{EC} = 6$ cm,

$\overline{BD} = \overline{BF} = 8$ cm이므로

$\overline{AB} = 11$ cm, $\overline{AC} = 9$ cm, $\overline{BC} = 14$ cm

$\therefore (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이})$

$= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC}$

$= 11 + 14 + 9 = 34$ (cm)

44 [답] ④

$\overline{BD} = \overline{BF} = x$ cm라 하면

$\overline{AE} = \overline{AF} = 7 - x$ (cm)

$\overline{CE} = \overline{CD} = 13 - x$ (cm)

$\overline{AC} = \overline{AE} + \overline{EC}$ 이므로

$(7 - x) + (13 - x) = 12$

$2x = 8 \quad \therefore x = 4$

따라서 $\overline{BD} = 4$ cm이다.

45 [답] ②

□BDIE는 한 변의 길이가 2 cm인 정사각형이다.

$\overline{BD} = \overline{BE} = 2$ cm, $\overline{AF} = \overline{AE} = 8 - 2 = 6$ (cm),

$\overline{FC} = \overline{CD} = 10 - 6 = 4$ (cm)이므로

$\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{CD} = 2 + 4 = 6$ (cm)

46 [답] IBD, BID, $\overline{DI}$, $\overline{EI}$

점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$\angle IBC = \angle \boxed{IBD}$

$\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 이므로 $\angle IBC = \angle \boxed{BID}$ (엇각)이다.

따라서 $\angle IBD = \angle BID$ 이므로

$\overline{BD} = \boxed{DI}$

마찬가지 방법으로 하면 $\overline{EC} = \boxed{EI}$ 이다.

47 [답] ⑤

① $\angle ECI = \angle ICB$ (엇각)

② 삼각형의 내심은 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$\angle ICB = \angle ECI$ 이고 ①에 의해 $\angle EIC = \angle ECI$

③ ②에 의해 $\triangle ECI$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{FI} = \overline{EC}$

④ $\overline{AB} + \overline{AC} = (\overline{AD} + \overline{DB}) + (\overline{AE} + \overline{EC})$

$= (\overline{AD} + \overline{DI}) + (\overline{AE} + \overline{EI})$

$= \overline{AD} + (\overline{DI} + \overline{EI}) + \overline{AE}$

$= \overline{AD} + \overline{DE} + \overline{AE}$

$= (\triangle ADE \text{의 둘레의 길이})$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

48 [답] ①

오른쪽 그림과 같이

$\overline{IB}$, $\overline{IC}$ 를 그으면

$\angle DBI = \angle CBI$

$= \angle DIB$ (엇각)

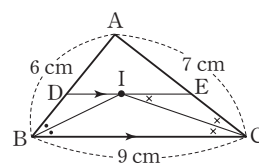
$\angle ECI = \angle BCI = \angle EIC$ (엇각)

이므로 $\triangle BDI$ 와 $\triangle CEI$ 는 이등변삼각형이다.

즉, $\overline{DB} = \overline{DI}$, $\overline{EC} = \overline{EI}$ 이므로

$(\triangle ADE \text{의 둘레의 길이}) = \overline{AB} + \overline{AC}$

$\therefore (\triangle ADE \text{의 둘레의 길이}) = 6 + 7 = 13$ (cm)



49 [답] ③

오른쪽 그림과 같이 $\overline{IB}$, $\overline{IC}$ 를

그으면 $\triangle DBI$ 와 $\triangle EIC$ 는 각

각 $\overline{DB} = \overline{DI}$, $\overline{EC} = \overline{EI}$ 인 이

등변삼각형이다.

$\therefore \overline{AB} + \overline{AC}$

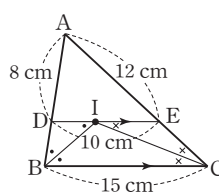
$= (\triangle ADE \text{의 둘레의 길이})$

$= 8 + 10 + 12 = 30$ (cm)

$\therefore (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이})$

$= \overline{AB} + \overline{AC} + \overline{BC}$

$= 30 + 15 = 45$ (cm)



50 [답] ③

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle ABC = \angle ACB$

$\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 에서 $\angle ADE = \angle AED$ 이므로

$\triangle ADE$ 도 이등변삼각형이다.

즉, $\overline{AD} = \overline{AE}$ 이고, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$\overline{DB} = \overline{EC}$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{IB}$, $\overline{IC}$ 를

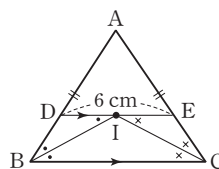
그으면 $\triangle DBI$ 와 $\triangle EIC$ 는 각

각 $\overline{DB} = \overline{DI}$, $\overline{EC} = \overline{EI}$ 인 이

등변삼각형이다.

$\therefore \overline{BD} = \overline{DI} = \overline{EI} = \overline{EC}$

$= \frac{1}{2} \overline{DE} = \frac{1}{2} \times 6 = 3$ (cm)



51 [답] ⑤

점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$\angle x = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 60^\circ = 120^\circ$

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$\angle y = 2 \angle A = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$

$\therefore \angle x + \angle y = 120^\circ + 120^\circ = 240^\circ$

52 [답] ②

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, $\angle BOC = 124^\circ$ 이므로
 $\angle A = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 124^\circ = 62^\circ$
 따라서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$
 $= 90^\circ + \frac{1}{2} \times 62^\circ = 121^\circ$

53 [답] ①

점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle ABI + \angle BCI + \angle CAI = 90^\circ$
 $30^\circ + 25^\circ + \angle CAI = 90^\circ$ ($\because \angle BCI = \angle ACI$)
 $\therefore \angle CAI = 35^\circ$
 즉, $\angle A = 2\angle CAI = 2 \times 35^\circ = 70^\circ$ 이고,
 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\angle x = 2\angle A = 2 \times 70^\circ = 140^\circ$

54 [답] ③

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이다.
 즉, $\angle OCB = \angle OBC = 46^\circ$ 이므로
 $\angle BOC = 180^\circ - \angle OCB - \angle OBC$
 $= 180^\circ - 46^\circ - 46^\circ = 88^\circ$
 $\therefore \angle A = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 88^\circ = 44^\circ$
 따라서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$
 $= 90^\circ + \frac{1}{2} \times 44^\circ = 112^\circ$

55 [답] ③

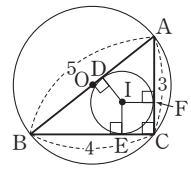
점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\angle BOC = 2\angle A = 2 \times 54^\circ = 108^\circ$
 이등변삼각형 OBC에서
 $\angle OBC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle BOC)$
 $= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 108^\circ) = 36^\circ$
 한편, 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로 $\overline{BI}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이다.
 $\angle IBC = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 44^\circ = 22^\circ$
 $\therefore \angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 36^\circ - 22^\circ = 14^\circ$
 따라서 삼각형의 외각의 성질에 의하여
 $\angle OPI = \angle OBI + \angle BOP = 14^\circ + 108^\circ = 122^\circ$

56 [답] ⑤

내접원 I의 반지름의 길이를 r 라 하면
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$ 이므로
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (3 + 4 + 5) = 6$
 $6r = 6 \quad \therefore r = 1$
 한편, 직각삼각형 ABC의 빗변인 $\overline{AB}$ 가 외접원 O의 지름이므로 외접원 O의 반지름의 길이는 $\frac{1}{2} \times 5 = \frac{5}{2}$
 따라서 내접원 I와 외접원 O의 반지름의 길이의 합은
 $1 + \frac{5}{2} = \frac{7}{2}$

[다른 풀이]

오른쪽 그림에서 내접원 I의 반지름의 길이를 r 라 하면 $\square IECF$ 는 정사각형이므로
 $\overline{CE} = \overline{CF} = r$,
 $\overline{BD} = \overline{BE} = 4 - r$,
 $\overline{AD} = \overline{AF} = 3 - r$ 이고
 $\overline{AB} = \overline{BD} + \overline{AD}$ 이므로
 $(4 - r) + (3 - r) = 5 \quad \therefore r = 1$
 (이하 동일)



57 [답] 17 cm

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 10 \times 24 = 120(\text{cm}^2)$,
 $(\triangle ABC \text{의 둘레의 길이}) = 10 + 24 + 26 = 60(\text{cm})$ 이고,
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (\text{내접원의 반지름의 길이})$
 $\times (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이})$ 이므로
 내접원 I의 반지름의 길이를 r cm라 하면
 $\frac{1}{2} \times r \times 60 = 120 \quad \therefore r = 4$
 직각삼각형 ABC의 빗변인 $\overline{AC}$ 가 외접원 O의 지름이므로 외접원 O의 반지름의 길이는 $\frac{1}{2} \times 26 = 13(\text{cm})$
 따라서 내접원과 외접원의 반지름의 길이의 합은
 $4 + 13 = 17(\text{cm})$

58 [답] ④

직각삼각형 ABC의 빗변인 $\overline{AB}$ 가 외접원 O의 지름이고 $\overline{OB} = 5 \text{ cm}$ 이므로
 $\overline{AB} = 2\overline{OB} = 2 \times 5 = 10(\text{cm})$
 $\square IDCE$ 는 정사각형이므로 $\overline{DC} = \overline{CE} = \overline{ID} = 2 \text{ cm}$ 이다.
 이때, $\overline{BD} = \overline{BF}$, $\overline{AE} = \overline{AF}$ 이므로
 $\overline{BD} + \overline{AE} = \overline{BF} + \overline{AF} = \overline{AB} = 10(\text{cm})$

$$\begin{aligned}
 \therefore (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이}) \\
 &= \overline{AB} + \overline{BD} + \overline{DC} + \overline{CE} + \overline{AE} \\
 &= \overline{AB} + (\overline{BD} + \overline{AE}) + \overline{DC} + \overline{CE} \\
 &= 10 + 10 + 2 + 2 = 24(\text{cm})
 \end{aligned}$$

연습 문제 [C~D]

01 [답] ②

물류 창고가 세 공장으로부터 같은 거리에 있으려면 세 공장이 있는 지점을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 외심에 물류창고가 위치하여야 한다.
즉, ② $\overline{AB}$ 와 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선의 교점이 외심이므로 이 지점에 물류 창고가 위치해야 한다.

02 [답] 26°

점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\angle BOC = 2\angle A = 2 \times 64^\circ = 128^\circ$
 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle x = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle BOC)$
 $= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 128^\circ) = 26^\circ$

03 [답] 55°

$\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로 $\overline{BC}$ 의 중점 M은 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
 $\triangle ABM$ 은 $\overline{MA} = \overline{BM}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle x = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle AMB)$
 $= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ$

04 [답] 120°

점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\angle ABO + \angle BCO + \angle CAO = 90^\circ$
 $25^\circ + \angle BCO + 35^\circ = 90^\circ$
 $\therefore \angle OBC = 30^\circ$
 이때, $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle OCB = \angle OBC = 30^\circ$
 $\therefore \angle x = 180^\circ - \angle OBC - \angle OCB$
 $= 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ$
 $= 120^\circ$

05 [답] 100°

점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\angle BOC = 2\angle A = 2 \times 25^\circ = 50^\circ$
 또, 점 O'이 $\triangle OBC$ 의 외심이므로
 $\angle x = 2\angle BOC = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$

06 [답] ⑤

점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\angle OBA = \angle OAB = 62^\circ$
 $\therefore \angle BOA = 180^\circ - \angle OBA - \angle OAB$
 $= 180^\circ - 62^\circ - 62^\circ = 56^\circ$
 또한, $\angle OCA = \angle OAC = 40^\circ$ 이므로
 $\angle AOC = 180^\circ - \angle OCA - \angle OAC$
 $= 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ$
 $\angle BOC = \angle BOA + \angle AOC$
 $= 56^\circ + 100^\circ = 156^\circ$ 이고
 $\triangle OCB$ 는 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle OBC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle BOC)$
 $= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 156^\circ) = 12^\circ$
 $\therefore \angle ABC = \angle OBA - \angle OBC$
 $= 62^\circ - 12^\circ = 50^\circ$

07 [답] 6 cm

점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\angle BAO + \angle ACO + \angle CBO = 90^\circ$
 $16^\circ + 14^\circ + \angle CBO = 90^\circ$
 $\therefore \angle CBO = 60^\circ$
 이때, $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이고
 $\angle CBO = \angle BCO = 60^\circ$ 이므로
 $\triangle OBC$ 는 정삼각형이다.
 따라서 $\triangle OBC$ 의 둘레의 길이는
 $2 \times 3 = 6(\text{cm})$

08 [답] ④

④ 직각삼각형의 외심은 빗변의 중심이고,
 둔각삼각형의 외심은 삼각형의 외부에 있다.

09 [답] ②

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
 $\angle ABC = 2\angle x$
 즉, $\angle y = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle ABC$
 $= 90^\circ + \angle x$ 이므로
 $\angle y - \angle x = 90^\circ$

10 [답] 105°

△ABC가 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\begin{aligned}\angle ABC &= \angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle A) \\ &= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ\end{aligned}$$

점 I가 △ABC의 내심이므로

$$\angle ICB = \frac{1}{2} \angle ACB = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$$

△BCE에서 삼각형의 외각의 성질에 의하여

$$\begin{aligned}\angle x &= \angle EBC + \angle ECB \\ &= 70^\circ + 35^\circ = 105^\circ\end{aligned}$$

11 [답] ①

△ABC의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라고 하자.

△AIC의 넓이가 7 cm^2 이므로

$$\triangle AIC = \frac{1}{2} \times r \times 7 = 7$$

$$\therefore r = 2$$

따라서 △ABC의 내접원의 반지름의 길이가 2 cm이므로

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2 \times (6 + 8 + 7) = 21(\text{cm}^2)$$

12 [답] 2 cm

직각삼각형 ABC의 넓이를 구하면

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30(\text{cm}^2)$$

직각삼각형 ABC의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (5 + 12 + 13) = 30\text{이므로}$$

$$15r = 30 \quad \therefore r = 2$$

따라서 반지름의 길이는 2 cm이다

13 [답] 5 cm

점 I가 △ABC의 내심이므로

$$\overline{BD} = \overline{BF} = 4\text{ cm}, \overline{AE} = \overline{AF} = 5\text{ cm}$$

$$\overline{CD} = \overline{CE} = 6 - 5 = 1(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{BC} = \overline{BD} + \overline{CD} = 4 + 1 = 5(\text{cm})$$

14 [답] ④

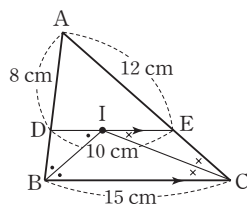
오른쪽 그림과 같이

$\overline{IB} = \overline{IC}$ 를 그으면 △DBI와

△EIC는 각각 $\overline{DB} = \overline{DI}$,

$\overline{EC} = \overline{EI}$ 인 이등변삼각형이

다.



따라서 △ABC의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned}\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} &= (\overline{AD} + \overline{DB}) + \overline{BC} + (\overline{AE} + \overline{EC}) \\ &= (\overline{AD} + \overline{DI}) + \overline{BC} + (\overline{AE} + \overline{IE}) \\ &= \overline{AD} + \overline{AE} + (\overline{DI} + \overline{IE}) + \overline{BC} \\ &= \overline{AD} + \overline{AE} + \overline{DE} + \overline{BC} \\ &= 8 + 12 + 10 + 15 = 45(\text{cm})\end{aligned}$$

15 [답] 9°

점 O는 △ABC의 외심이므로

$$\angle x = 2\angle A = 2 \times 66^\circ = 132^\circ$$

또, 점 I는 △ABC의 내심이므로

$$\angle y = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 66^\circ = 123^\circ$$

$$\therefore \angle x - \angle y = 132^\circ - 123^\circ = 9^\circ$$

16 [답] ③

점 I는 △ABC의 내심이므로

$$\angle ABI + \angle BCI + \angle CAI = 90^\circ$$

$$32^\circ + 26^\circ + \angle CAI = 90^\circ$$

$$(\because \angle BCI = \angle ACI)$$

$$\therefore \angle CAI = 32^\circ$$

즉, $\angle A = 2\angle CAI = 2 \times 32^\circ = 64^\circ$ 이므로

$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$$

$$= 90^\circ + \frac{1}{2} \times 64^\circ = 122^\circ$$

삼각형의 내심은 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$$\angle IBC = \angle IBA = 32^\circ, \angle ICB = \angle ICA = 26^\circ\text{이고,}$$

점 O는 △IBC의 외심이므로

$$\angle OBC = \angle OCB = \angle x, \angle OBI = \angle OIB,$$

$$\angle OIC = \angle OCI$$

$$\therefore \angle BIO = \angle OBI = \angle IBC + \angle OBC = 32^\circ + \angle x,$$

$$\angle CIO = \angle OCI = \angle ICB + \angle OCB = 26^\circ + \angle x,$$

$$\angle BIO + \angle CIO = \angle BIC\text{이므로}$$

$$(32^\circ + \angle x) + (26^\circ + \angle x) = 122^\circ$$

$$58^\circ + 2\angle x = 122^\circ \quad \therefore \angle x = 32^\circ$$

[다른 풀이]

점 I는 △ABC의 내심이므로

$$\angle IBC = \angle ABI = 32^\circ, \angle ICB = \angle ACI = 26^\circ$$

△IBC에서

$$\angle BIC = 180^\circ - \angle IBC - \angle ICB$$

$$= 180^\circ - 32^\circ - 26^\circ = 122^\circ$$

(이하 동일)

E 평행사변형 (1)

01 [답] 대변, 평행

02 [답] 180

03 [답] ① $\overline{BC}, \overline{AB}$ ② BAD, ADC

04 [답] $\overline{CO}, \overline{DO}$

05 [답] ×
사다리꼴은 두 쌍의 대변이 각각 평행하지 않으므로
평행사변형이 아니다.

06 [답] ○
직사각형은 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변
형이다.

07 [답] ×
평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

08 [답] ○

09 [답] ×

10 [답] ×
평행사변형에서 이웃하는 두 내각의 크기의 합이 180°
이다.

11 [답] ㉠

12 [답] $\angle x = 80^\circ, \angle y = 40^\circ$
 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로
 $\angle x = \angle BAC = 80^\circ$ (엇각)
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle y = \angle DAC = 40^\circ$ (엇각)

13 [답] $\angle x = 75^\circ, \angle y = 30^\circ$
 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로
 $\angle x = \angle ABD = 75^\circ$ (엇각)
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle y = \angle DAC = 30^\circ$ (엇각)

14 [답] $x = 12, y = 10$

15 [답] $x = 7, y = 3$
 $x - 3 = 4 \quad \therefore x = 7$
 $2y + 1 = 7 \quad \therefore y = 3$

16 [답] $\angle x = 40^\circ, \angle y = 140^\circ$
 $\angle y = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$

17 [답] $\angle x = 50^\circ, \angle y = 130^\circ$
 $\angle x = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$

18 [답] $x = 5, y = 3$

19 [답] $x = 4, y = 5$
 $x = \frac{1}{2} \times 8 = 4, y = \frac{1}{2} \times 10 = 5$

20 [답] ㉠, ㉡, ㉢, ㉣
㉠ $\angle ABC = \angle ADC$ 이지만
 $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$ 인지는 알 수 없다.

21 [답] ㉠
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle BCA = \angle DAC$ (엇각) $= 60^\circ$
따라서 $\triangle ABC$ 에서
 $70^\circ + \angle x + 60^\circ = 180^\circ$
 $\therefore \angle x = 50^\circ$

22 [답] ㉤
평행사변형 ABCD에서
 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로
 $\angle x = \angle ABO = 35^\circ$ (엇각)
 $\triangle DOC$ 에서 삼각형의 외각의 성질에 의하여
 $\angle y = \angle x + 51^\circ = 35^\circ + 51^\circ = 86^\circ$
 $\therefore \angle x + \angle y = 35^\circ + 86^\circ = 121^\circ$

23 [답] ㉣
평행사변형 ABCD에서
 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로
 $\angle ABD = \angle CDB = 32^\circ$ (엇각)
평행사변형에서 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°
이므로
 $\angle ABC + \angle BAD = 180^\circ$
 $(\angle y + 32^\circ) + (\angle x + 51^\circ) = 180^\circ$
 $\angle x + \angle y + 83^\circ = 180^\circ$
 $\therefore \angle x + \angle y = 97^\circ$

24 [답] DAC, DCA, ASA
 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 에서
 $\angle BCA = \angle \boxed{DAC}$ (엇각) ... ㉠
 $\angle BAC = \angle \boxed{DCA}$ (엇각) ... ㉡
 $\overline{AC}$ 는 공통 ... ㉢
㉠, ㉡, ㉢에서
 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$ ($\boxed{ASA}$ 합동)
 $\therefore \overline{AB} = \overline{DC}$



25 [답] ③

$\triangle ABO$ 와 $\triangle CDO$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{CD}$ (가) ... ㉠
 $\angle ABO = \angle CDO$ (나) ... ㉡
 $\angle BAO = \angle DCO$ (다) ... ㉢
 ㉠, ㉡, ㉢에서
 $\triangle ABO \cong \triangle CDO$ (ASA 합동)
 $\therefore \overline{AO} = \overline{CO}$ (마)

26 [답] 10

평행사변형은 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로
 $3x = 15 \quad \therefore x = 5$
 $2y + 2 = 12 \quad \therefore y = 5$
 $\therefore x + y = 5 + 5 = 10$

27 [답] 4

평행사변형은 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로
 $2x - 1 = 3 \quad \therefore x = 2$
 $3y - 2 = y + 2 \quad \therefore y = 2$
 $\therefore xy = 2 \times 2 = 4$

28 [답] ②

평행사변형 ABCD의 둘레의 길이가 40 cm이므로
 $2 \times (\overline{AB} + \overline{BC}) = 40$
 $2 \times (8 + \overline{BC}) = 40 \quad (\because \overline{AB} = 8 \text{ cm})$
 $8 + \overline{BC} = 20$
 $\therefore \overline{BC} = 12(\text{cm})$

29 [답] 3 cm

$\angle DAE = \angle AEB$ (엇각)이고 $\angle BAE = \angle DAE$ 이므로
 $\angle BAE = \angle AEB$ 에서 $\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이다.
 $\therefore \overline{BE} = \overline{AB} = 5 \text{ cm}$
 이때, 평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로
 $\overline{BC} = \overline{AD} = 8 \text{ cm}$
 $\therefore \overline{CE} = \overline{BC} - \overline{BE} = 8 - 5 = 3(\text{cm})$

30 [답] 2 cm

$\overline{AB} \parallel \overline{CF}$ 이므로
 $\angle CFB = \angle ABF$ (엇각)
 이때, $\angle ABF = \angle CBF$ 이므로
 $\angle CFB = \angle CBF$ 에서
 $\triangle CBF$ 는 이등변삼각형이다.
 즉, $\overline{CF} = \overline{BC} = 6 \text{ cm}$ 이고 $\overline{CD} = \overline{AB} = 4 \text{ cm}$ 이므로
 $\overline{DF} = \overline{CF} - \overline{CD} = 6 - 4 = 2 \text{ cm}$

31 [답] ⑤

$\triangle DPM$ 과 $\triangle CBM$ 에서
 $\overline{DM} = \overline{CM}$, $\angle PDM = \angle BCM$ (엇각),
 $\angle DMP = \angle CMB$ (맞꼭지각)
 $\therefore \triangle DPM \cong \triangle CBM$ (ASA 합동)
 즉, $\overline{DP} = \overline{BC} = 5 \text{ cm}$, $\overline{AD} = \overline{BC} = 5 \text{ cm}$ 이므로
 $\overline{AP} = \overline{AD} + \overline{DP} = 5 + 5 = 10(\text{cm})$

32 [답] 4 cm

$\angle ABF = \angle CFB$ (엇각)이고 $\angle ABF = \angle CBF$ 이므로
 $\triangle BCF$ 는 이등변삼각형이다.
 $\therefore \overline{CF} = \overline{BC} = 5 \text{ cm}$
 $\therefore \overline{DF} = \overline{CD} - \overline{CF} = 6 - 5 = 1(\text{cm})$
 또, $\angle AED = \angle BAE$ (엇각)이고 $\angle BAE = \angle DAE$
 이므로
 $\triangle ADE$ 는 이등변삼각형이다.
 $\therefore \overline{DE} = \overline{AD} = 5 \text{ cm}$
 $\therefore \overline{EF} = \overline{DE} - \overline{DF}$
 $= 5 - 1 = 4(\text{cm})$

33 [답] 55°

평행사변형은 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로
 $\angle ADC = \angle ABC$
 $\therefore \angle x + \angle y = 25^\circ + 30^\circ = 55^\circ$

[다른 풀이]

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle ADB = \angle CBD$ (엇각)에서 $\angle x = 30^\circ$
 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 이므로
 $\angle CDB = \angle ABD$ (엇각)에서 $\angle y = 25^\circ$
 $\therefore \angle x + \angle y = 30^\circ + 25^\circ = 55^\circ$

34 [답] $\angle x = 60^\circ$, $\angle y = 120^\circ$

평행사변형의 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로
 $\angle BAD = \angle BCD$ 에서 $\angle x = 60^\circ$
 평행사변형의 이웃하는 두 내각의 크기의 합이 180° 이므로
 $\angle x + \angle y = 180^\circ$
 $\therefore \angle y = 180^\circ - \angle x = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

35 [답] 40°

평행사변형의 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로
 $\angle B = \angle D = 70^\circ$
 $\triangle ABE$ 에서 삼각형의 외각의 성질에 의하여
 $\angle x + \angle B = 110^\circ$
 $\therefore \angle x = 110^\circ - \angle B = 110^\circ - 70^\circ = 40^\circ$

36 [답] ④

평행사변형의 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로
 $\angle B = \angle D = 132^\circ$

한편 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 이므로

$\angle DCE = \angle BEC = \angle x$ (엇각)이므로

$\angle BCE = \angle DCE = \angle x$

$\triangle EBC$ 가 이등변삼각형이므로

$$\therefore \angle x = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 132^\circ) = 24^\circ$$

[다른 풀이]

평행사변형은 이웃하는 두 내각의 크기의 합이 180° 이므로

$\angle D + \angle BCD = 180^\circ$

$$\therefore \angle BCD = 180^\circ - \angle D = 180^\circ - 132^\circ = 48^\circ$$

$$\therefore \angle ECD = \frac{1}{2} \angle BCD = \frac{1}{2} \times 48^\circ = 24^\circ$$

따라서 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 이므로

$$\angle x = \angle ECD = 24^\circ \text{ (엇각)}$$

37 [답] ④

평행사변형의 이웃하는 두 내각의 크기의 합이 180° 이므로 $\angle A + \angle B = 180^\circ$

이때, $\angle A : \angle B = 3 : 2$ 이므로

$$\angle A = \frac{3}{3+2} \times 180^\circ = 108^\circ$$

따라서 평행사변형의 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로

$$\angle C = \angle A = 108^\circ$$

38 [답] ④

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle AEB = \angle EAD = 50^\circ$ (엇각)

$\overline{AB} = \overline{BE}$ 에서 $\triangle BAE$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle EAB = \angle AEB = 50^\circ$

$$\begin{aligned} \therefore \angle B &= 180^\circ - \angle EAB - \angle AEB \\ &= 180^\circ - 50^\circ - 50^\circ = 80^\circ \end{aligned}$$

따라서 평행사변형의 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 $\angle x = \angle B = 80^\circ$

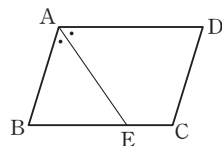
Tip

평행사변형 ABCD에서
 $\overline{AE}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선
 일 때,

(1) $\angle BAE$

$$= \frac{1}{2} \angle A = \frac{1}{2} \angle C$$

(2) $\overline{AB} = \overline{BE}$



39 [답] ③

평행사변형의 이웃하는 두 내각의 크기의 합이 180° 이므로

$$\angle FAB + \angle EBA = 180^\circ$$

$$\therefore \angle OAB + \angle OBA = \frac{1}{2} (\angle FAB + \angle EBA) = 90^\circ$$

이때, $\triangle ABO$ 의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$\angle OAB + \angle OBA + \angle x = 180^\circ$$

$$90^\circ + \angle x = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 90^\circ$$

한편, $\angle ABE = \angle D = 80^\circ$ 이므로

$$\angle OBE = \frac{1}{2} \angle ABE = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$$

$\triangle OBE$ 에서 삼각형의 외각의 성질에 의하여

$$\angle OBE + \angle y = \angle x$$

$$40^\circ + \angle y = 90^\circ$$

$$\therefore \angle y = 50^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 90^\circ + 50^\circ = 140^\circ$$

40 [답] ③

평행사변형의 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로

$$\angle ABC = \angle D = 60^\circ$$

$$\therefore \angle FBC = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$$

즉, $\triangle FBC$ 에서

$$\angle BCF = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

평행사변형의 이웃하는 두 내각의 크기의 합이 180° 이므로

$$\angle BCD = 180^\circ - \angle D = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\therefore \angle x = \angle BCD - \angle BCF = 120^\circ - 60^\circ = 60^\circ$$

41 [답] ②

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

$$\overline{AO} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 8 = 4(\text{cm})$$

$$\overline{BO} = \frac{1}{2} \overline{BD} = \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm})$$

$\overline{AB} = \overline{CD} = 6 \text{ cm}$ 이므로

$$(\triangle AOB \text{의 둘레의 길이}) = 4 + 5 + 6 = 15(\text{cm})$$

42 [답] 20

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

$$x + 2 = 2x - 3$$

$$\therefore x = 5$$

$$\overline{OC} = 2x = 2 \times 5 = 10 \text{이므로}$$

$$\overline{AC} = 2\overline{OC} = 2 \times 10 = 20$$

43 [답] ④

④ 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

$$\overline{OA} = \overline{OC} \quad \therefore \overline{AC} = 2\overline{OC}$$

44 [답] 7 cm

평행사변형 ABCD에서

$\angle AEC = \angle EAD$ (엇각)이고

$\angle CAE = \angle EAD$ 이므로

$\angle CAE = \angle AEC$

즉, $\triangle ACE$ 는 이등변삼각형이므로

$$\overline{CE} = \overline{AC} = 2\overline{OC} = 4(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{BE} = \overline{BC} + \overline{CE} = 3 + 4 = 7(\text{cm})$$

45 [답] FDO, DOF, $\overline{OD}$, ASA, $\overline{OF}$, $\overline{FD}$

$\triangle BEO$ 와 $\triangle DFO$ 에서

$\angle EBO = \angle \boxed{\text{FDO}}$ (엇각) ... ㉠

$\angle BOE = \angle \boxed{\text{DOF}}$ (맞꼭지각) ... ㉡

$\overline{OB} = \boxed{\overline{OD}}$... ㉢

㉠, ㉡, ㉢에서

$\triangle BEO \equiv \triangle DFO$ ($\boxed{\text{ASA}}$ 합동)

따라서 $\overline{OE} = \boxed{\overline{OF}}$, $\overline{EB} = \boxed{\overline{FD}}$ 이다.

46 [답] 14 cm

$\triangle OEA$ 와 $\triangle OFC$ 에서

$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\angle AOE = \angle COF$ (맞꼭지각),

$\angle EAO = \angle FCO$ (엇각)

$\therefore \triangle OEA \equiv \triangle OFC$ (ASA 합동)

$\therefore \overline{AE} = \overline{CF}$, $\overline{OE} = \overline{OF}$ 이므로

$$\overline{OF} = \frac{1}{2}\overline{EF} = \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm})$$

$$\overline{CF} = \overline{AE} = \overline{AD} - \overline{ED} = 7 - 4 = 3(\text{cm})$$

또, 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

$$\overline{OC} = \overline{OA} = 6 \text{ cm}$$

$$\therefore (\triangle OFC \text{의 둘레의 길이}) = 6 + 5 + 3 = 14(\text{cm})$$

47 [답] ③

$\triangle OEA$ 와 $\triangle OFC$ 에서

$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\angle AOE = \angle COF$ (맞꼭지각),

$\angle EAO = \angle FCO$ (엇각)

$\therefore \triangle OEA \equiv \triangle OFC$ (ASA 합동)

$$\therefore \overline{OE} = \overline{OF} = \frac{1}{2}\overline{EF} = \frac{1}{2} \times 8 = 4(\text{cm})$$

또, 평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로

$$\overline{AD} = \overline{BC} = 6 \text{ cm}$$

$$\therefore \triangle AOD = \frac{1}{2} \times \overline{AD} \times \overline{OE} = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12(\text{cm}^2)$$

F 평행사변형 (2)

01 [답] 대변

02 [답] 이등분

03 [답] 평행

04 [답] 이등분

05 [답] 사등분

06 [답] (1) ○ (2) ×

$$(2) \triangle BCD = \frac{1}{2} \square ABCD$$

07 [답] (1) × (2) ○

$$(1) \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PBC + \triangle PDA$$

08 [답] ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

㉣ $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이어야 $\square ABCD$ 가 평행사변형이 된다.

09 [답] $x = 65$, $y = 115$

$\square ABCD$ 가 평행사변형이 되기 위해서는

$\angle A = \angle C$ 이어야 하므로

$$\angle y = 115^\circ$$

평행사변형의 이웃하는 두 내각의 크기의 합이 180° 이므로

$$\angle x + \angle y = 180^\circ \text{에서}$$

$$\angle x = 180^\circ - \angle y = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$$

$$\therefore x = 65$$

10 [답] $x = 5$, $y = 3$

$\square ABCD$ 가 평행사변형이 되기 위해서

$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ 이므로

$$x = 5, y = 3$$

11 [답] ㉠, ㉣

㉠ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형이다.

㉣ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이다.

㉡ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.

12 [답] 18 cm^2

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \square ABCD = \frac{1}{2} \times 36 = 18(\text{cm}^2)$$

13 [답] 18 cm^2
 $\triangle BCD = \frac{1}{2} \square ABCD = \frac{1}{2} \times 36 = 18 (\text{cm}^2)$

14 [답] 9 cm^2
 $\triangle OBC = \frac{1}{4} \square ABCD = \frac{1}{4} \times 36 = 9 (\text{cm}^2)$

15 [답] 9 cm^2
 $\triangle OCD = \frac{1}{4} \square ABCD = \frac{1}{4} \times 36 = 9 (\text{cm}^2)$

16 [답] 14 cm^2
 $\triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PBC + \triangle PAD$
 $= 5 + 9 = 14 (\text{cm}^2)$

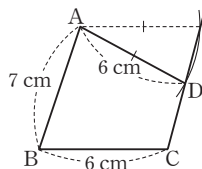
17 [답] 7 cm^2
 $\triangle PDA + \triangle PBC = \triangle PAB + \triangle PCD$
 $\triangle PDA + 14 = 12 + 9$
 $\therefore \triangle PDA = 7 (\text{cm}^2)$

18 [답] 27 cm^2
 $\triangle PAB + \triangle PCD = \frac{1}{2} \square ABCD = \frac{1}{2} \times 54 = 27 (\text{cm}^2)$

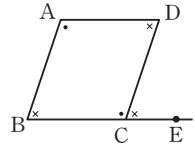
19 [답] 27 cm^2
 $\triangle PAD + \triangle PBC = \frac{1}{2} \square ABCD = \frac{1}{2} \times 54 = 27 (\text{cm}^2)$

20 [답] ③
 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 인 $\square ABCD$ 에서 대각선 AC 를 긋자.
 $\triangle ABC$ 와 $\triangle CDA$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{CD} \dots \text{㉠}$
 $\overline{BC} = \overline{AD} \dots \text{㉡}$
 $\overline{AC}$ 는 공통 $\dots \text{㉢}$
 ㉠, ㉡, ㉢에 의해
 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$ (SSS 합동)
 $\angle BAC = \angle DCA$ 이므로 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$
 $\angle BCA = \angle DAC$ 이므로 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$
따라서 $\square ABCD$ 는 평행사변형이다.

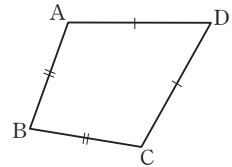
21 [답] ②
 $\angle ABC = 70^\circ$, $\angle BCD = 110^\circ$ 이고 이웃하는 내각의 크기의 합이 180° 이므로 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 이다.
② $\overline{AD} = 6 \text{ cm}$ 가 되게 그림과 같이 점 D 를 잡으면
 $\square ABCD$ 는 평행사변형이 될 수 없다.



22 [답] 180° , 180° , 엇각, $\overline{AD}$, 동위각, $\overline{CD}$
 $\angle ABC = \angle CDA$,
 $\angle BAD = \angle BCD$ 인
 $\square ABCD$ 에 대하여 $\overline{BC}$ 의 연장선 위에 점 E 를 잡자.
 $\angle BCD + \angle CDA = 180^\circ$,
 $\angle ECD = 180^\circ - \angle BCD = \angle CDA$
즉, 엇각의 크기가 같으므로
 $\overline{BC} \parallel \overline{AD} \dots \text{㉠}$
 $\angle ECD = \angle CDA = \angle ABC$
즉, 동위각의 크기가 같으므로
 $\overline{AB} \parallel \overline{CD} \dots \text{㉡}$
㉠, ㉡에 의하여 $\square ABCD$ 는 평행사변형이다.

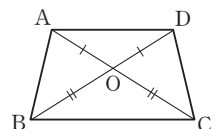


23 [답] ①
① 오른쪽 그림과 같이
 $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{CD} = \overline{DA}$ 가
성립해도 평행사변형이 아닌 경우도 있다.



24 [답] ④
 $\square ABCD$ 에서 두 대각선의 교점을 O 라 하자.
 $\triangle ABO$ 와 $\triangle CDO$ 에서
 $\angle AOB = \angle COD$ (맞꼭지각) $\dots \text{㉠}$
 $\overline{AO} = \overline{CO} \dots \text{㉡}$
 $\overline{BO} = \overline{DO} \dots \text{㉢}$
㉠, ㉡, ㉢에 의해
 $\triangle ABO \equiv \triangle CDO$ (SAS 합동)
즉, $\angle BAO = \angle DCO$ 에서 엇각의 크기가 같으므로
 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$
 $\triangle ADO$ 와 $\triangle CBO$ 에서
 $\angle AOD = \angle COB$ (맞꼭지각) $\dots \text{㉣}$
㉡, ㉢, ㉣에 의해
 $\triangle ADO \equiv \triangle CBO$ (SAS 합동)
즉, $\angle DAO = \angle BCO$ 에서 엇각의 크기가 같으므로
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$
따라서 $\square ABCD$ 는 평행사변형이다.

25 [답] ③
③ 오른쪽 그림의 $\square ABCD$ 는
 $\overline{OA} = \overline{OD}$, $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이지
만 평행사변형이 아니다.



26 [답] $\overline{CAD}, \overline{BC}, \overline{AC}, \overline{SAS}, \overline{CD}$
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이고 $\overline{AD} = \overline{BC}$ 인 사각형 ABCD에서 대각선 AC를 긋자.
 $\triangle ABC$ 와 $\triangle CDA$ 에서
 $\angle ACB = \angle \overline{CAD}$ (엇각) ... ㉠
 $\overline{AD} = \overline{BC}$... ㉡
 $\overline{AC}$ 는 공통 ... ㉢
 ㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ ($\overline{SAS}$ 합동)
 즉, $\angle BAC = \angle DCA$ 에서 엇각의 크기가 같으므로
 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$
 따라서 □ABCD는 평행사변형이다.

27 [답] ①
 ② 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이다.
 ③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형이다.
 ④ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.
 ⑤ 엇각의 크기가 같으므로 두 쌍의 대변이 각각 평행하다. 따라서 평행사변형이다.

28 [답] ③
 평행사변형이 되기 위해서는 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같아야 한다.
 $2x + 3 = 9 \quad \therefore x = 3$
 $3y - 4 = 8 \quad \therefore y = 4$
 $\therefore x + y = 3 + 4 = 7$

29 [답] ②
 평행사변형이 되기 위해서는 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같아야 하므로
 $\overline{BC} = 3 \quad \therefore x = 3$
 $\angle CAD = \angle ACB = 70^\circ \quad \therefore y = 70$
 $\therefore y - x = 70 - 3 = 67$

30 [답] ⑤
 평행사변형이 되기 위해서는 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분해야 하므로
 $x = 2 \times 6 = 12, y = \frac{1}{2} \times 18 = 9$
 $\therefore x + y = 12 + 9 = 21$

31 [답] $\angle x = 60^\circ, \angle y = 120^\circ$
 평행사변형이 되기 위해서는 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같아야 하므로
 $\angle x = \angle ABC = 60^\circ$

평행사변형에서 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180° 이므로
 $\angle y = 180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

32 [답] ⑤
 $\angle AEB = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$
 이때, □ABCD가 평행사변형이 되려면
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이어야 한다.
 즉, 엇각의 크기가 같아야 하므로
 $\angle DAE = \angle AEB = 50^\circ$
 $\therefore \angle BAD = 2\angle DAE = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$
 따라서 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, 즉 $\angle BAD + \angle D = 180^\circ$ 이어야 하므로
 $100^\circ + \angle D = 180^\circ \quad \therefore \angle D = 80^\circ$

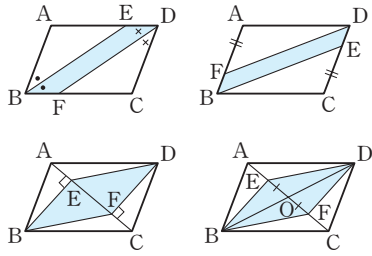
33 [답] $\overline{BN}, \overline{BN}$, 대변, 길이
 평행사변형 ABCD에서
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{MD} \parallel \overline{BN}$... ㉠
 또, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{MD} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \overline{BN}$... ㉡
 ㉠, ㉡에서 □BNDM의 한 쌍의 [대변]이 평행하고 그 [길이]가 같으므로 □BNDM은 평행사변형이다.

34 [답] $\overline{CF}, \overline{SR}, \overline{DG}, \overline{QR}$, 대변
 □AFCH에서
 $\overline{AH} \parallel \overline{CF}, \overline{AH} = \overline{CF}$ 이므로
 □AFCH는 평행사변형이다.
 $\therefore \overline{PQ} \parallel \overline{SR}$... ㉠
 점 E, F가 각각 $\overline{AO}, \overline{CO}$ 의 중점이므로
 또, □EBGD에서 $\overline{EB} \parallel \overline{DG}, \overline{EB} = \overline{DG}$ 이므로
 □EBGD는 평행사변형이다.
 $\therefore \overline{PS} \parallel \overline{QR}$... ㉡
 ㉠, ㉡에서 두 쌍의 [대변]이 각각 평행하므로
 □PQRS는 평행사변형이다.

35 [답] $\overline{DO}$, 대각선, 이등분
 □ABCD가 평행사변형이므로
 $\overline{BO} = \overline{DO}$... ㉠
 $\overline{AE} = \overline{EO} = \overline{FO} = \overline{CF}$... ㉡
 점 E, F가 각각 $\overline{AO}, \overline{CO}$ 의 중점이므로
 ㉠, ㉡에서 □BFDE의 두 [대각선]이 서로 다른 것을 [이등분]하므로 □BFDE는 평행사변형이다.

Tip

다음 그림의 □ABCD가 평행사변형일 때,
□EBFD는 모두 평행사변형이다.



36 답 ③

$\angle DHP = \angle GPF$ 에서 동위각의 크기가 같으므로
 $\overline{AD} \parallel \overline{EG} \parallel \overline{BC}$
 또, $\angle GPF = \angle PEB$ 에서 동위각의 크기가 같으므로
 $\overline{AB} \parallel \overline{HF} \parallel \overline{DC}$
 즉, □BFPE는 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다.
 따라서 평행사변형의 이웃하는 두 내각의 크기의 합이 180° 이므로
 $\angle x + 115^\circ = 180^\circ$
 $\therefore \angle x = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$

37 답 ①

$\overline{AE} = \overline{CF}$ 이고, $\overline{AE} \parallel \overline{CF}$ 이므로 □AFCE는 평행사변형이다.
 즉, $\angle AEC = \angle AFC = 135^\circ$ 이므로
 $\angle x = 180^\circ - \angle AEC$
 $= 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$

38 답 ③

$\angle AEF = \angle CFE = 90^\circ$ 에서 엇각의 크기가 같으므로
 $\overline{AE} \parallel \overline{CF}$ 이다.
 또, △ABE와 △CDF에서
 $\angle AEB = \angle CDF = 90^\circ$
 $\overline{AB} = \overline{CD}$
 $\angle ABE = \angle CDF$ (엇각)
 $\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF$ (RHA 합동)
 즉, $\overline{AE} = \overline{CF}$ 에서 한쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 □AECF는 평행사변형이다.
 따라서 $\angle EAF = \angle ECF = \angle x$ 이고
 △AEF가 직각삼각형이므로
 $\angle x + \angle y = 90^\circ$

39 답 ⑤

$\angle B = \angle D$ 이므로
 $\angle FBE = \frac{1}{2} \angle B = \frac{1}{2} \angle D = \angle EDF$
 $\angle AEB = \angle FBE$ (엇각), $\angle EDF = \angle DFC$ (엇각)이므로
 $\angle AEB = \angle DFC$
 $\therefore \angle BED = 180^\circ - \angle AEB = 180^\circ - \angle DFC$
 $= \angle BFD$
 따라서 □EBFD는 평행사변형이다.
 $\angle BED + \angle EDF = 180^\circ$
 따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

40 답 ②

$\overline{OB} = \overline{OD}$, $\overline{EO} = \overline{FO}$ 에서 □BFDE는 평행사변형이므로
 $\overline{BE} = \overline{DF}$, $\overline{BF} = \overline{DE}$, $\angle EBF = \angle FDE$
 또, $\overline{AO} = \overline{CO}$ 에서 $\overline{EO} = \overline{FO}$ 이므로 $\overline{AE} = \overline{CF}$
 따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

41 답 ④

④ △OAB와 △OAD는 넓이는 서로 같지만 합동은 아니다.

42 답 ⑤

□ABCD = 4△OAB = 4 × 18 = 72 (cm²)

43 답 ④

□ABCD는 평행사변형이므로
 $\triangle ABO = \frac{1}{4} \square ABCD = \frac{1}{4} \times 24 = 6 \text{ (cm}^2\text{)}$
 △ABP와 △APO의 밑변을 각각 $\overline{BP}$, $\overline{PO}$ 라 하면 두 삼각형의 높이는 같으므로 넓이도 같다.
 $\triangle APO = \frac{1}{2} \triangle ABO = \frac{1}{2} \times 6 = 3 \text{ (cm}^2\text{)}$
 따라서 □APCQ는 평행사변형이므로
 $\square APCQ = 4 \triangle APO = 4 \times 3 = 12 \text{ (cm}^2\text{)}$

44 답 40 cm²

평행사변형 ABCD의 한 대각선으로 나누어지는 두 삼각형의 넓이가 같으므로
 $\triangle BCD = \frac{1}{2} \square ABCD = \frac{1}{2} \times 20 = 10 \text{ (cm}^2\text{)}$
 □BEFD는 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이다.
 $\therefore \square BEFD = 4 \triangle BCD = 4 \times 10 = 40 \text{ (cm}^2\text{)}$

- 45 [답] 10 cm^2
 $\triangle OAE$ 와 $\triangle OCF$ 에서
 $\overline{OA}=\overline{OC}$, $\angle AOE=\angle COF$ (맞꼭지각),
 $\angle EAO=\angle FCO$ (엇각)
 $\therefore \triangle OAE \cong \triangle OCF$ (ASA 합동)
따라서 색칠한 부분의 넓이는
 $\triangle OAE + \triangle OFD = \triangle OCF + \triangle OFD$
 $= \triangle OCD = \frac{1}{4} \square ABCD$
 $= \frac{1}{4} \times 40 = 10(\text{cm}^2)$

- 46 [답] ④
 $\square ABEF$ 에서 $\overline{AF}=\overline{BE}$,
 $\overline{AF} \parallel \overline{BE}$ 이므로 $\square ABEF$ 는
평행사변형이다.
 $\therefore \triangle PEF = \frac{1}{4} \square ABEF$
또, $\square ECDF$ 에서 $\overline{FD}=\overline{EC}$, $\overline{FD} \parallel \overline{EC}$ 이므로
 $\square ECDF$ 는 평행사변형이다.
 $\therefore \triangle QFE = \frac{1}{4} \square ECDF$
 $\therefore \square PEQF = \triangle PEF + \triangle QFE$
 $= \frac{1}{4} (\square ABEF + \square ECDF)$
 $= \frac{1}{4} \square ABCD$
 $\therefore \square ABCD : \square PEQF = 4 : 1$

- 47 [답] ④
평행사변형 $ABCD$ 의 내부의 한 점 P 에 대하여
 $\square ABCD = 2(\triangle ABP + \triangle CDP)$
 $= 2 \times (12 + 16) = 2 \times 28 = 56(\text{cm}^2)$

- 48 [답] ③
평행사변형 $ABCD$ 의 내부의 한 점 P 에 대하여
 $\triangle APD + \triangle BPC = \frac{1}{2} \square ABCD$
 $= \frac{1}{2} \times 42 = 21(\text{cm}^2)$
이때, $\triangle APD$ 의 넓이가 9 cm^2 이므로
 $9 + \triangle BPC = 21 \quad \therefore \triangle BPC = 12(\text{cm}^2)$

- 49 [답] ②
평행사변형 $ABCD$ 의 밑변의 길이는 $\overline{BC}=6\text{ cm}$, 높
이는 $\overline{DH}=6\text{ cm}$ 이므로
 $\square ABCD = 6 \times 6 = 36(\text{cm}^2)$
 $\therefore \triangle BPC + \triangle APD = \frac{1}{2} \square ABCD$
 $= \frac{1}{2} \times 36 = 18(\text{cm}^2)$

이때 $\triangle BPC = 10\text{ cm}^2$ 이므로
 $10 + \triangle APD = 18 \quad \therefore \triangle APD = 8(\text{cm}^2)$

- 50 [답] ①
 $\square ABCD = 16\text{ cm}^2$ 이므로
 $\triangle APD + \triangle BPC = \frac{1}{2} \square ABCD$
 $= \frac{1}{2} \times 16 = 8(\text{cm}^2)$
이때, $\triangle APD : \triangle BPC = 3 : 1$ 이므로
 $\triangle BPC = \frac{1}{3+1} \times (\triangle APD + \triangle BPC)$
 $= \frac{1}{4} \times 8 = 2(\text{cm}^2)$

연습 문제 [E~F]

- 01 [답] ④
평행사변형은 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형이다.

- 02 [답] ①
평행사변형은 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로
 $\angle BCD = \angle BAD = 120^\circ$
따라서 $\triangle BCE$ 에서 삼각형의 외각의 성질에 의하여
 $\angle x = \angle CBE + \angle BCE = 18^\circ + 120^\circ = 138^\circ$

- 03 [답] 90°
평행사변형의 이웃하는 두 내각의 크기의 합이 180° 이므로
 $\angle B + \angle C = 180^\circ$

$$\therefore \angle PBC + \angle PCB = \frac{1}{2}(\angle B + \angle C)$$

$$= \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$$

따라서 삼각형의 내각의 크기의 합은 180° 이므로
 $\angle BPC = 180^\circ - (\angle PBC + \angle PCB)$
 $= 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

- 04 [답] 5
 $\square ABCD$ 가 평행사변형이므로
 $\overline{AD}=\overline{BC}$
또, $\square BCEF$ 가 평행사변형이므로
 $\overline{BC}=\overline{FE}$
즉, $\overline{AD}=\overline{BC}=\overline{FE}$ 이므로
 $4x+1=x+4 \quad \therefore x=1$
 $\therefore \overline{BC}=4x+1=4+1=5$

05 [답] ③

① $\overline{AD} = \overline{BC} = 8 \text{ cm}$

③ $\angle BCD = 180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

06 [답] 4 cm

$\angle ABE = \angle EBC$ 이고

$\angle EBC = \angle AEB$ (엇각)

$\angle AEB = \angle DEF$

(맞꼭지각)

$\angle ABE = \angle DFE$ (엇각)

이므로 $\triangle ABE$ 와 $\triangle DEF$ 는 이등변삼각형이다.

즉, $\overline{AE} = \overline{AB} = 5 \text{ cm}$ 이고,

평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로

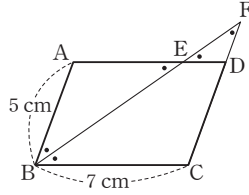
$\overline{AD} = \overline{BC} = 7 \text{ cm}$

$\therefore \overline{DE} = \overline{AD} - \overline{AE} = 7 - 5 = 2(\text{cm})$

이때, $\triangle DEF$ 는 이등변삼각형이므로

$\overline{DF} = \overline{ED} = 2 \text{ cm}$

$\therefore \overline{DE} + \overline{DF} = 2 + 2 = 4(\text{cm})$



07 [답] ⑤

$\angle BEA = \angle FAE$

$= \angle BAE$ 이므로

$\triangle ABE$ 는 이등변삼각형

이다.

이때, $\angle ABE = 60^\circ$ 이므로

$\triangle ABE$ 는 정삼각형이다.

$\therefore \overline{AB} = \overline{BE} = \overline{AE}$

마찬가지로 $\triangle DFC$ 도 정삼각형이다.

$\therefore \overline{CD} = \overline{DF} = \overline{FC}$

$\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = \overline{AE} + \overline{EC} = 12 \text{ cm}$

$\overline{AD} = \overline{AF} + \overline{FD} = \overline{AF} + \overline{FC}$

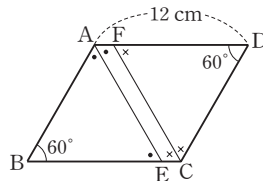
$= \overline{BC} + \overline{AD} = 12 \text{ cm}$

이므로

$\square AECF$ 의 둘레의 길이는

$\overline{AE} + \overline{EC} + \overline{AF} + \overline{FC}$

$= \overline{BC} + \overline{AD} = 12 + 12 = 24(\text{cm})$



08 [답] ②

평행사변형의 이웃하는 두 내각의 크기의 합이 180° 이므로

$\angle A + \angle B = 180^\circ$

이때, $\angle A : \angle B = 2 : 1$ 이므로

$\angle A = \frac{2}{2+1} \times 180^\circ = 120^\circ$

$\angle B = \frac{1}{2+1} \times 180^\circ = 60^\circ$

한편, $\overline{AB} = \overline{AE}$ 이므로

$\angle AEB = \angle ABE = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A)$

$= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 120^\circ) = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$

$\therefore \angle CBF = \angle AEB$ (엇각) $= 30^\circ$

즉, 삼각형 BCF에서

$\angle BCF = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

따라서 $\angle BCD = \angle A = 120^\circ$ 이므로

$\angle x = 120^\circ - 60^\circ = 60^\circ$

09 [답] ③

③ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 사각형은 평행사변형이다.

10 [답] ①

$\triangle AOF$ 와 $\triangle COE$ 에서

$\overline{AO} = \overline{CO}$, $\angle FAO = \angle ECO$ (엇각),

$\angle AOF = \angle COE$ (맞꼭지각)

$\therefore \triangle AOF \equiv \triangle COE$ (ASA 합동)

$\therefore \triangle AOF + \triangle BOE = \triangle COE + \triangle BOE$

$= \triangle BCO = \frac{1}{4} \square ABCD$

$= \frac{1}{4} \times 48 = 12(\text{cm}^2)$

11 [답] ③

$\triangle ABE$ 와 $\triangle CDF$ 에서

$\angle BAE = \angle DCF$ (가), $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로

$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$ (나) (SAS 합동)

$\therefore \overline{BE} = \overline{DF}$ (다) ... ㉠

$\triangle ADE$ 와 $\triangle CBF$ 에서

$\angle EAD = \angle FCB$, $\overline{AD} = \overline{CB}$ (라), $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로

$\triangle ADE \equiv \triangle CBF$ (SAS 합동)

$\therefore \overline{DE} = \overline{BF}$... ㉡

㉠, ㉡에서 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로

$\square BFDE$ 는 평행사변형이다.

12 [답] ②

평행사변형 ABCD의 내부의 한 점 P에 대하여

$\triangle ABP + \triangle CDP = \frac{1}{2} \square ABCD = \frac{1}{2} \times 54 = 27(\text{cm}^2)$

이때, $\triangle ABP : \triangle CDP = 5 : 4$ 이므로

$\triangle ABP = \frac{5}{5+4} \times (\triangle ABP + \triangle CDP)$

$= \frac{5}{9} \times 27 = 15(\text{cm}^2)$

G 여러 가지 사각형 (1)

01 [답] 내각

02 [답] 변

03 [답] 이등분

04 [답] 수직이등분

05 [답] ○

06 [답] ×
평행사변형의 두 대각선의 길이는 같으면 직사각형이다.

07 [답] ○

08 [답] ○

09 [답] 90°

10 [답] 60°
 $\angle x = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

11 [답] 8

12 [답] 10
 $\overline{BD} = \overline{AC} = 2\overline{OC} = 2 \times 5 = 10 \quad \therefore x = 10$

13 [답] 90

14 [답] $\overline{BD}$

15 [답] 6

16 [답] 3
마름모는 평행사변형의 성질을 모두 만족하므로
 $\overline{OD} = \overline{BO} = 3 \quad \therefore x = 3$

17 [답] 90°

18 [답] 42°
 $\angle x = 90^\circ - 48^\circ = 42^\circ$

19 [답] 7

20 [답] 90

21 [답] ⑤
⑤ 직사각형의 두 대각선이 꼭 수직으로 만나는 것은 아니다.

22 [답] 56°
 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이다.
즉, $\angle OBC = \angle OCB = 28^\circ$ 이므로 삼각형의 외각의 성질에 의하여
 $\angle x = 28^\circ + 28^\circ = 56^\circ$

23 [답] ②
 $\angle OCD = 90^\circ - 32^\circ = 58^\circ$
 $\overline{OC} = \overline{OD}$ 이므로 $\triangle OCD$ 는 이등변삼각형이다.
 $\therefore \angle BDC = \angle OCD = 58^\circ$

24 [답] $\angle x = 47^\circ, \angle y = 43^\circ$
 $\overline{OC} = \overline{OD}$ 이므로 $\triangle OCD$ 는 이등변삼각형이다.
 $\therefore \angle x = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 86^\circ) = 47^\circ$
 $\angle BCD = 90^\circ$ 이므로 $\triangle BCD$ 에서
 $\angle y = 90^\circ - \angle x = 90^\circ - 47^\circ = 43^\circ$

25 [답] $\overline{DC}$, $\triangle DCB$, $\triangle DCB$
직사각형 ABCD에 대하여 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DCB$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{DC} \quad \dots \textcircled{㉠}$
 $\overline{BC}$ 는 공통 $\dots \textcircled{㉡}$
 $\angle ABC = \angle \overline{DCB} = 90^\circ \quad \dots \textcircled{㉢}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}, \textcircled{㉢}$ 에 의하여
 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ (SAS 합동)
 $\therefore \overline{AC} = \overline{DB}$
따라서 직사각형의 두 대각선의 길이가 같다.

26 [답] 2
직사각형은 두 대각선의 길이가 같고, 서로를 이등분한다.
즉, $\overline{AC} = 2\overline{OD}$ 이므로
 $3x + 2 = 8 \quad \therefore x = 2$

27 [답] 28
직사각형의 두 대각선은 서로를 이등분한다.
즉, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 이므로
 $3x - 1 = x + 9 \quad \therefore x = 5$
따라서 $\overline{OB} = 3x - 1 = 15 - 1 = 14$ 이므로
 $\overline{AC} = \overline{BD} = 2\overline{OB} = 2 \times 14 = 28$

28 [답] ③
직사각형 ABCD에서 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle FAC = \angle ACB = 35^\circ$
 $\angle BAD = 90^\circ$ 이므로
 $\angle BAC = 90^\circ - \angle FAC = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$
종이를 접었으므로 $\angle CAE = \angle BAC = 55^\circ$
 $\therefore \angle x = \angle CAE - \angle FAC = 55^\circ - 35^\circ = 20^\circ$

29 [답] ③

오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle B = 90^\circ$ 라 하자.

□ABCD는 [평행사변형]이므로

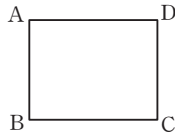
$$\angle D = \angle B = [90^\circ] \leftarrow (가)$$

$$\angle B + \angle A = [180^\circ] \text{이므로}$$

$$\angle A = [180^\circ] - \angle B = 90^\circ \leftarrow (다)$$

$$\angle C = \angle A = 90^\circ \leftarrow (라)$$

따라서 □ABCD의 네 [내각]의 크기가 모두 같으므로 □ABCD는 직사각형이다.



30 [답] ④

④ $\angle ACD = 30^\circ$ 이면 $\angle ADC = 90^\circ$ 이고, 평행사변형의 두 쌍의 내각의 크기가 각각 같으므로

$$\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$$

그리고 이웃하는 두 내각의 크기의 합이 180° 이므로

$$\angle BAD = \angle BCD = 90^\circ$$

따라서 □ABCD는 네 내각의 크기가 90° 로 같으므로 직사각형이 된다.

31 [답] ③

오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AC} = \overline{BD}$ 라 하자.

△ABC와 △DCB에서

$$\overline{AC} = [\overline{DB}] \dots \text{㉠} \leftarrow (가)$$

$$\overline{AB} = [\overline{DC}] \dots \text{㉡} \leftarrow (나)$$

$$[\overline{BC}] \text{는 공통} \dots \text{㉢} \leftarrow (다)$$

이므로 ㉠, ㉡, ㉢에 의하여

△ABC ≌ △DCB (SSS 합동)

즉, $\angle ABC = \angle DCB$ 이고

$$\angle ABC + \angle DCB = [180^\circ] \text{이므로} \leftarrow (라)$$

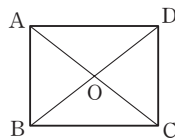
$$\angle ABC = \angle DCB = [90^\circ] \leftarrow (마)$$

이때, 평행사변형의 대각의 크기는 같으므로

$$\angle ABC = \angle BCD = \angle CDA = \angle DAB$$

따라서 □ABCD의 네 내각의 크기가 모두 같으므로

□ABCD는 직사각형이다.



32 [답] ⑤

$$\overline{OC} = \overline{OD} \text{이므로 } \overline{AC} = \overline{BD}$$

따라서 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이므로

$$\angle ABC = 90^\circ$$

33 [답] ④

□ABCD가 직사각형이 되기 위해서는 $\angle BAD = 90^\circ$ 이어야 한다.

△ABD에서 $\angle BAD = 90^\circ$ 이므로

$$\angle ABO = 90^\circ - \angle ADB = 90^\circ - 32^\circ = 58^\circ$$

34 [답] 36

마름모 ABCD의 네 변의 길이는 같으므로

$$2x + 5 = 4x + 1 \quad \therefore x = 2$$

따라서 마름모의 한 변의 길이는

$$4x + 1 = 4 \times 2 + 1 = 9 \text{이므로 둘레의 길이는}$$

$$4 \times 9 = 36 \text{이다.}$$

35 [답] $\overline{AD}$, $\overline{AO}$, $\overline{DO}$, 90°

오른쪽 그림과 같은 마름모

ABCD에서 두 대각선의 교점

을 O라 하자.

△ABO와 △ADO에서

$$\overline{AB} = [\overline{AD}] \dots \text{㉠}$$

$$[\overline{AO}] \text{는 공통} \dots \text{㉡}$$

한편, 마름모는 평행사변형의 성질을 가지고 있으므로

$$\overline{BO} = [\overline{DO}] \dots \text{㉢}$$

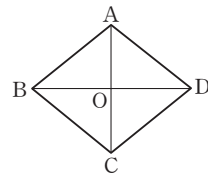
㉠, ㉡, ㉢에 의하여

△ABO ≌ △ADO (SSS 합동)

즉, $\angle AOB + \angle AOD = 180^\circ$ 이므로

$$\angle AOB = \angle AOD = [90^\circ]$$

따라서 마름모의 두 대각선은 직교한다.



36 [답] ②

마름모의 두 대각선은 서로를 수직이등분하므로

$$\angle x = 90^\circ$$

$\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ 이므로

$$\angle ACB = \angle CAD = 50^\circ \text{ (엇각)}$$

이때, △OBC는 직각삼각형이므로

$$\angle y = 90^\circ - \angle ACB = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 90^\circ + 40^\circ = 130^\circ$$

37 [답] $x = 27$, $y = 6$

마름모의 두 대각선은 서로를 수직이등분한다.

즉, $\angle AOD = 90^\circ$ 이므로

$$\angle x = 90^\circ - \angle OAD = 90^\circ - 63^\circ = 27^\circ$$

$$\therefore x = 27$$

또, 마름모는 네 변의 길이가 모두 같으므로

$$\overline{DC} = \overline{AD} = 6 \quad \therefore y = 6$$

38 [답] ①

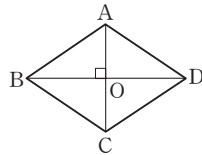
$\triangle ABE$ 와 $\triangle ADF$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle B = \angle D$,
 $\angle AEB = \angle AFD = 90^\circ$ 이므로
 $\triangle ABE \cong \triangle ADF$ (RHA 합동)
 즉, $\overline{BE} = \overline{DF}$ 이므로 $\overline{EC} = \overline{FC}$
 $\triangle CEF$ 가 이등변삼각형이므로
 $\angle CFE = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle C)$
 $= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 110^\circ) = 35^\circ$
 $\therefore \angle x = 90^\circ - \angle CFE = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$

39 [답] 60°

먼저 $\angle BAO$ 의 크기를 구하자.
 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 이므로
 $\angle ABO = \angle CDO = 30^\circ$ (엇각)
 $\angle AOB = 90^\circ$ 이므로
 $\angle BAO = 90^\circ - \angle ABO = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$
 즉, $\angle EAO = 30^\circ$ 이므로
 $\angle AEO = 90^\circ - \angle EAO = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$
 $\therefore \angle x = \angle AEO = 60^\circ$ (맞꼭지각)

40 [답] $\overline{AOD}$, $\overline{AO}$, $\overline{DO}$, $\overline{AD}$

오른쪽 그림과 같은 평행사변형
 $ABCD$ 에서 두 대각선의 교점
 을 O 라 할 때, $\angle AOB = 90^\circ$ 라
 하자.



$\triangle ABO$ 와 $\triangle ADO$ 에서
 $\angle AOB = \angle \boxed{AOD} = 90^\circ \dots \textcircled{㉠}$
 $\boxed{AO}$ 는 공통 $\dots \textcircled{㉡}$
 $\overline{BO} = \boxed{\overline{DO}} \dots \textcircled{㉢}$
 $\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$, $\textcircled{㉢}$ 에 의하여
 $\triangle ABO \cong \triangle ADO$ (SAS 합동)
 즉, $\overline{AB} = \boxed{\overline{AD}}$ 이고
 평행사변형 $ABCD$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$
 따라서 $\square ABCD$ 는 마름모이다.

41 [답] ④

④ 평행사변형의 이웃하는 두 변의 길이가 같으면 마
 림모이다.

42 [답] (1) 7 (2) 42°

(1) 평행사변형의 이웃하는 두 변의 길이가 같으면 마
 림모이므로 $\overline{BC} = \overline{AB} = 7$

(2) 평행사변형의 두 대각선이 수직으로 만나면 마름모
 이다.

즉, $\angle BOC = 90^\circ$ 이어야 하므로
 $\angle ADO = \angle CBO$ (엇각)
 $= 90^\circ - \angle BCO$
 $= 90^\circ - 48^\circ = 42^\circ$

43 [답] 24 cm

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle OCB = \angle OAD = 65^\circ$ (엇각)
 $\therefore \angle BOC = 180^\circ - \angle OBC - \angle OCB$
 $= 180^\circ - 25^\circ - 65^\circ = 90^\circ$

즉, $\square ABCD$ 는 마름모이다.
 따라서 $\square ABCD$ 의 둘레의 길이는
 $4 \times \overline{AD} = 4 \times 6 = 24(\text{cm})$

44 [답] ①

$\square ABCD$ 가 평행사변형이므로
 $\overline{BC} = \overline{AD} = 12 \text{ cm}$, $\overline{AB} = \overline{CD}$
 이때, $\square ABCD$ 의 둘레의 길이가 48 cm이므로
 $\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{AD} + \overline{BC} = 2\overline{AB} + 2\overline{AD} = 48$
 $2\overline{AB} + 2 \times 12 = 48$
 $\therefore \overline{AB} = 12(\text{cm})$

즉, 평행사변형 $ABCD$ 는 이웃하는 두 변의 길이가 같
 은 마름모이므로 $\angle AOB = 90^\circ$ 이고,
 $\angle ABO = 90^\circ - \angle BAO = 90^\circ - 68^\circ = 22^\circ$
 따라서 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 에서 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle x = \angle ABO = 22^\circ$

H 여러 가지 사각형 II

01 [답] 내각, 변

02 [답] 같고, 수직이등분

03 [답] 끝각

04 [답] $\overline{DC}$, $\overline{DB}$

05 [답] $\bigcirc$

06 [답] $\times$
 네 내각의 크기가 모두 같은 사각형은 직사각형이다.

07 [답] $\times$
 등변사다리꼴은 평행하지 않은 한 쌍의 대변의 길이가
 같다.

08 [답] ○

09 [답] ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

10 [답] 7

11 [답] 5

$$\overline{OB} = \overline{OC} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5 \quad \therefore x = 5$$

12 [답] 45

$\overline{BC} = \overline{CD}$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이고,
 $\angle BCD = 90^\circ$ 이므로

$$\angle x = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ \quad \therefore x = 45$$

13 [답] 90

14 [답] 5

15 [답] 90

16 [답] 4

17 [답] 90

18 [답] ㉢, ㉣

19 [답] 7

20 [답] 12

21 [답] 70°

22 [답] ⑤

- ① 정사각형의 네 변의 길이는 모두 같다.
- ② 정사각형의 네 내각의 크기는 90° 로 모두 같다.
- ③ 정사각형의 두 대각선의 길이는 같다.
- ④ $\triangle DBC$ 는 $\overline{CB} = \overline{CD}$ 인 이등변삼각형이고
 $\angle BCD = 90^\circ$ 이므로
 $\angle DBC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ$

23 [답] $x = 4, y = 90$

24 [답] (1) 5 (2) 25 cm^2 (3) ②

- (2) $\angle AOB = 90^\circ$ 이므로
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 10 \times 5 = 25 (\text{cm}^2)$
- (3) 평행사변형의 넓이는 한 대각선에 의해 이등분되므로
 $\square ABCD = 2\triangle ABC = 2 \times 25 = 50 (\text{cm}^2)$

25 [답] ①

$\triangle ABD$ 는 $\angle BAD = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형이므로
 $\angle ABD = 45^\circ$

$\triangle ABQ$ 에서 삼각형의 외각의 성질에 의하여
 $\angle x = \angle ABQ + \angle BAQ = 45^\circ + 27^\circ = 72^\circ$

26 [답] ③

$$\angle PBC = 90^\circ - \angle ABP = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$$

이때, $\overline{BC} = \overline{AB} = \overline{BP}$ 이므로 $\triangle BPC$ 는 이등변삼각형이다.

$$\begin{aligned} \therefore \angle PCB &= \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle PBC) \\ &= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 50^\circ) = 65^\circ \end{aligned}$$

따라서 $\square ABCD$ 가 정사각형이므로

$$\angle x = \angle BCD - \angle PCB = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ$$

27 [답] (1) 75° (2) 30° (3) ③

(1) $\overline{CD} = \overline{BC} = \overline{CE}$ 이므로 $\triangle CED$ 는 이등변삼각형이다. 즉, $\angle DCE = 30^\circ$ 이므로

$$\begin{aligned} \angle DEC &= \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle DCE) \\ &= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ \end{aligned}$$

$$(2) \angle BCE = \angle BCD + \angle DCE = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$$

이때, $\overline{BC} = \overline{CE}$ 이므로 $\triangle BCE$ 는 이등변삼각형이다.

$$\begin{aligned} \therefore \angle BEC &= \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle BCE) \\ &= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 120^\circ) = 30^\circ \end{aligned}$$

$$(3) \angle x = \angle DEC - \angle BEC = 75^\circ - 30^\circ = 45^\circ$$

28 [답] ④

직사각형 $ABCD$ 의 두 대각선의 교점이 O 이고, 두 대각선은 서로 수직이라고 하자. 직사각형은 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로

(가) $\square ABCD$ 의 성질을 갖는다.

$\triangle ABO$ 와 $\triangle ADO$ 에서

(나) $\overline{OB} = \overline{OD}$, (다) $\overline{OA} = \overline{OA}$ 는 공통, $\angle AOB = \angle AOD = 90^\circ$

$\therefore \triangle ABO \cong \triangle ADO$ (SAS 합동)

$$\therefore \overline{AB} = \overline{AD}$$

이때, 평행사변형의 성질에 의해

$$\overline{AB} = \overline{DC}, \overline{AD} = \overline{BC} \text{이므로 } \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$$

또한, $\square ABCD$ 는 직사각형이므로 네 내각의 크기는 같다. (마)

따라서 $\square ABCD$ 는 정사각형이다.

29 [답] ⑤

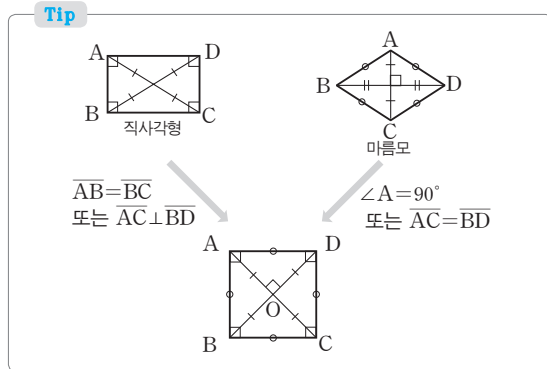
⑤ $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{OA} = \overline{OC}$ 인 평행사변형 ABCD는 마름모이다.

30 [답] ⑤

직사각형 ABCD에서 $\angle AOD = 90^\circ$ 이므로
 $\square ABCD$ 는 정사각형이다.
 즉, 한 변의 길이가 8 cm이므로
 $\square ABCD = 8 \times 8 = 64(\text{cm}^2)$

31 [답] ①

두 대각선의 길이가 같은 마름모는 정사각형이므로 네 내각의 크기는 90° 이다.
 $\therefore \angle ABC = 90^\circ$

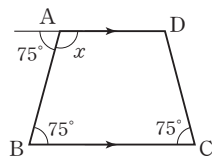


32 [답] ③

③ 두 대각선이 서로 수직인 직사각형은 정사각형이다.

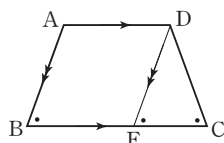
33 [답] 105°

$\square ABCD$ 는 등변사다리꼴이므로
 $\angle B = \angle C = 75^\circ$
 $\therefore \angle x = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$



34 [답] 60°

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle DBC = \angle ADB = 25^\circ$ (엇각)
 $\therefore \angle ABC = \angle ABD + \angle DBC = 35^\circ + 25^\circ = 60^\circ$
 $\square ABCD$ 는 등변사다리꼴이므로
 $\angle x = \angle ABC = 60^\circ$



35 [답] 평행, 평행사변형, C, 이등변, $\overline{DE}$

오른쪽 그림과 같이
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴
 ABCD에서 점 D를 지나고
 $\overline{AB}$ 에 평행한 직선과 $\overline{BC}$ 의
 교점을 E라 하면

$\square ABED$ 의 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로
 $\square ABED$ 는 평행사변형이다.

$\therefore \overline{AD} = \overline{DE} \dots \textcircled{1}$

$\square ABCD$ 는 등변사다리꼴이므로 $\angle B = \angle C$
 $\angle DEC = \angle B$ (동위각)

즉, $\triangle DEC$ 는 이등변삼각형이므로

$\overline{DC} = \overline{DE} \dots \textcircled{2}$

따라서 ①, ②에 의해 $\overline{AB} = \overline{DC}$ 이다.

36 [답] 70°

$\overline{AD} = \overline{CD}$ 이므로 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이다.
 $\therefore \angle DCA = \angle DAC = 35^\circ$
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle ACB = \angle DAC = 35^\circ$
 $\angle DCB = \angle DCA + \angle ACB = 35^\circ + 35^\circ = 70^\circ$
 $\therefore \angle x = \angle DCB = 70^\circ$

37 [답] ④

- ① 등변사다리꼴의 두 대각선의 길이는 같다.
- ② 한 쌍의 대변이 평행한 사각형을 사다리꼴이라 한다.
- ③ 등변사다리꼴의 평행하지 않은 두 변의 길이는 같다.
- ⑤ 아랫변의 양 끝각의 크기가 같은 사다리꼴을 등변사다리꼴이라 한다.

38 [답] $x=40, y=8$

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DCB$ 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$,
 $\angle ABC = \angle DCB$, $\overline{BC}$ 는 공통
 $\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCB$ (SAS 합동)
 즉, $\angle ACB = \angle DBC = 40^\circ \therefore x = 40$
 $\overline{AC} = \overline{DB} = 6 + 2 = 8(\text{cm}) \therefore y = 8$

39 [답] (1) 110° (2) 70° (3) 4 cm

- (1) $\angle ADC = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$
- (2) $\angle CDE = 180^\circ - \angle ADC = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$
 $\therefore \angle DEC = 180^\circ - \angle CDE - \angle DCE$
 $= 180^\circ - 70^\circ - 40^\circ = 70^\circ$
- (3) $\angle EDC = \angle DEC$ 이므로 $\triangle CDE$ 는 이등변삼각형이다.
 $\therefore \overline{CE} = \overline{CD} = \overline{AB} = 4 \text{ cm}$

40 [답] 14

$\square ABCD$ 는 등변사다리꼴이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이다.
 $4x - 5 = 2x + 3 \therefore x = 4$
 $\therefore \overline{AC} = \overline{BD} = 5 \times 4 - 6 = 14$

41 [답] ⑤

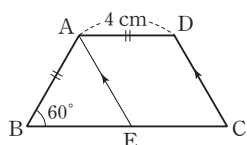
- ① $\angle DCE = \angle ABE$ ($\because$ 등변사다리꼴의 정의)
 $= \angle DEC$ (동위각)
 ② $\angle DEC = \angle DCE$ 에서 $\triangle DEC$ 가 이등변삼각형이
 므로 $\overline{DC} = \overline{DE}$
 ③, ④ $\overline{AD} \parallel \overline{BE}$ 이고 $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ 이므로 $\square ABED$ 는
 평행사변형이다. $\therefore \overline{AD} = \overline{BE}$

42 [답] (1) 7 cm (2) 9 cm (3) 41 cm

- (1) $\overline{AD} \parallel \overline{BE}$ 이고 $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ 이므로 $\square ABED$ 는 평행
 사변형이다.
 $\therefore \overline{BE} = \overline{AD} = 7$ cm
 (2) $\angle DEC = \angle DCE = 60^\circ$ 이므로 $\triangle DEC$ 는 정삼각형
 이다.
 $\therefore \overline{EC} = \overline{DE} = \overline{AB} = 9$ cm
 (3) ($\square ABCD$ 의 둘레의 길이)
 $= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA}$
 $= 9 + (7+9) + 9 + 7 = 41$ (cm)

43 [답] ③

그림과 같이 점 A를 지나
 고 $\overline{DC}$ 에 평행한 직선을
 그어 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을
 E라 하면



$\angle AEB = \angle DCE = \angle ABC = 60^\circ$ 이므로
 $\triangle ABE$ 는 정삼각형이다.
 $\therefore \overline{BE} = \overline{AB} = 4$ cm
 또, $\overline{AD} \parallel \overline{EC}$ 이고 $\overline{AE} \parallel \overline{DC}$ 에서 $\square AECD$ 는 평행사
 변형이므로 $\overline{CE} = \overline{AD} = 4$ cm
 $\therefore \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CE} = 4 + 4 = 8$ (cm)

44 [답] (1) 6 cm (2) 90° , $\overline{DC}$, RHA (3) 3 cm

- (1) $\square AEFD$ 는 직사각형이므로 $\overline{EF} = \overline{AD} = 6$ cm
 $\therefore \overline{BE} + \overline{FC} = \overline{BC} - \overline{EF} = 12 - 6 = 6$ (cm)
 (2) $\angle AEB = \angle DFC = 90^\circ \dots \textcircled{㉠}$
 $\square ABCD$ 는 등변사다리꼴이므로
 $\overline{AB} = \overline{DC} \dots \textcircled{㉡}$
 $\angle B = \angle C \dots \textcircled{㉢}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}, \textcircled{㉢}$ 에 의하여
 $\triangle ABE \equiv \triangle DCF$ (RHA 합동)
 (3) $\overline{BE} = \overline{FC} = \frac{1}{2} \times 6 = 3$ (cm)

연습 문제 [G~H]

01 [답] 68°

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle x = \angle DAC = 34^\circ$ (엇각)
 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle y = \angle x = 34^\circ$
 $\therefore \angle x + \angle y = 34^\circ + 34^\circ = 68^\circ$

02 [답] ②

직사각형은 두 대각선의 길이가 같고, 서로를 이등분
 하므로
 $\overline{BD} = \overline{AC} = 2\overline{OC}$ 에서
 $3x + 7 = 2(2x + 2)$
 $3x + 7 = 4x + 4 \quad \therefore x = 3$
 $\therefore \overline{AC} = 2\overline{OC} = 2 \times (2 \times 3 + 2) = 16$

03 [답] ①, ④

- ① 평행사변형의 한 내각이 직각이면 직사각형이다.
 ④ 평행사변형의 두 대각선의 길이가 같으면 직사각형
 이다.

04 [답] 6 cm^2

$\angle FBD = \angle DBC$ (접은 각)이고,
 $\angle DBC = \angle FDB$ (엇각)이므로
 $\triangle FBD$ 는 이등변삼각형이다.
 즉, $\overline{FD} = \overline{BF} = 5$ cm이므로
 $\overline{AF} = \overline{AD} - \overline{FD} = 8 - 5 = 3$ (cm)
 한편, $\triangle ABF$ 와 $\triangle EDF$ 에서
 $\angle BAF = \angle DEF = 90^\circ$,
 $\overline{FB} = \overline{FD}$, $\overline{AB} = \overline{ED}$ 이므로
 $\triangle ABF \equiv \triangle EDF$ (RHS 합동)
 즉, $\overline{EF} = \overline{AF} = 3$ cm이므로
 $\triangle EFD = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$ (cm²)

05 [답] 40

$\square ABCD$ 는 마름모이므로 $\overline{OA} = \overline{OC}$
 $2x = x + 2 \quad \therefore x = 2$
 $\overline{AC} = 2\overline{OA} = 2 \times 4 = 8$, $\overline{OD} = 3 \times 2 - 1 = 5$ 이고
 $\overline{AC} \perp \overline{OD}$ 이므로
 $\triangle ACD = \frac{1}{2} \times 8 \times 5 = 20$
 $\therefore \square ABCD = 2\triangle ACD = 2 \times 20 = 40$

- 06 [답] ②, ③
 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 평행사변형 ABCD는 마름모이다.
 ② 마름모의 네 변의 길이는 모두 같다.
 ③ 마름모의 두 대각선은 수직으로 만난다.

- 07 [답] ③
 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로
 $\angle ABD = \angle CDB = 20^\circ$ (엇각)
 $\therefore \angle AOB = 180^\circ - \angle BAC - \angle ABD$
 $= 180^\circ - 70^\circ - 20^\circ = 90^\circ$
 즉, □ABCD는 마름모이므로
 $\overline{BC} = \overline{CD}$ 에서 $\triangle CDB$ 는 이등변삼각형이다.
 $\therefore \angle x = \angle BDC = 20^\circ$

- 08 [답] 90°
 □ABCD가 평행사변이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$
 $2x + 1 = 3x - 3 \quad \therefore x = 4$
 이때, $\overline{AB} = 2 \times 4 + 1 = 9$, $\overline{AD} = 4 + 5 = 9$
 즉 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 이므로 □ABCD는 마름모이다.
 $\therefore \angle AOD = 90^\circ$

- 09 [답] ⑤
 $\overline{BC} = \overline{CD} = \overline{CE}$ 이므로 $\triangle BCE$ 는 이등변삼각형이다.
 $\angle BCE = \angle BCD + \angle DCE = 90^\circ + 40^\circ = 130^\circ$ 이므로
 $\angle EBC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle BCE)$
 $= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 130^\circ) = 25^\circ$
 $\therefore \angle x = 180^\circ - \angle FBC - \angle BCF$
 $= 180^\circ - 25^\circ - 90^\circ = 65^\circ$

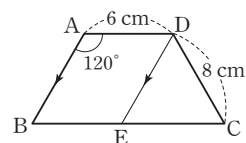
- 10 [답] ④
 $\triangle EBC$ 와 $\triangle FCD$ 에서
 $\angle BCE = \angle CDF = 90^\circ$, $\overline{BC} = \overline{CD}$, $\overline{EC} = \overline{FD}$ 이므로
 $\triangle EBC \cong \triangle FCD$ (SAS 합동)
 $\therefore \angle EBC = \angle FCD$
 삼각형의 외각의 성질에 의하여
 $\angle x = \angle EBC + \angle FCB$
 $= \angle FCD + \angle FCB$
 $= 90^\circ$

- 11 [답] 정사각형
 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이므로 □ABCD
 는 마름모이다.
 또, 마름모 ABCD에서 $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이므로 □ABCD는
 정사각형이다.

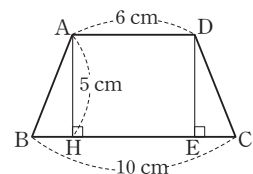
- 12 [답] ②
 ① 직사각형
 ③ 평행사변형
 ④ 마름모
 ⑤ 직사각형

- 13 [답] 20°
 등변사다리꼴 ABCD에서
 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이다.
 $\angle OBC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle BOC)$
 $= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 140^\circ) = 20^\circ$
 이때, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle x = \angle OBC = 20^\circ$ (엇각)

- 14 [답] ④
 점 D를 지나고 $\overline{AB}$ 에 평행
 한 직선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 E
 라 하면
 $\angle ABE = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$
 이므로
 $\angle DCE = \angle ABE = \angle DEC = 60^\circ$
 즉, $\triangle DEC$ 는 정삼각형이다.
 따라서 $\overline{AB} = \overline{DE} = \overline{EC} = \overline{DC} = 8$ cm, $\overline{BE} = 6$ cm 이
 므로
 (□ABCD의 둘레의 길이)
 $= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA}$
 $= 8 + (6 + 8) + 8 + 6$
 $= 36$ (cm)



- 15 [답] 5 cm^2
 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점
 D에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의
 발을 E라 하면
 $\overline{EH} = \overline{AD} = 6$ cm
 $\triangle ABH$ 와 $\triangle DCE$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{DC}$
 $\angle ABH = \angle DCE$ ($\because$ 등변사다리꼴의 정의)
 $\angle AHB = \angle DEC = 90^\circ$
 이므로
 $\triangle ABH \cong \triangle DCE$ (RHA 합동)
 $\therefore \overline{BH} = \frac{1}{2} \times (\overline{BC} - \overline{EH})$
 $= \frac{1}{2} \times (10 - 6) = 2$ (cm)
 $\therefore \triangle ABH = \frac{1}{2} \times 2 \times 5 = 5$ (cm²)

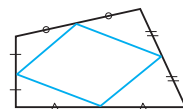


- 16 **답** $x=70, y=2$
 직각삼각형 ABE에서
 $\angle B = 90^\circ - \angle BAE = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$
 $\square ABCD$ 는 등변사다리꼴이므로 $\angle C = \angle B = 70^\circ$
 $\therefore x=70$
 한편, $\triangle ABE$ 와 $\triangle DCF$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\angle ABE = \angle DCF$,
 $\angle AEB = \angle DFC = 90^\circ$
 $\therefore \triangle ABE \equiv \triangle DCF$ (RHA 합동)
 즉, $\overline{BE} = \overline{CF}$ 이고
 $\overline{BE} + \overline{CF} = \overline{BC} - \overline{EF} = \overline{BC} - \overline{AD} = 12 - 8 = 4(\text{cm})$
 이므로
 $\overline{BE} = \frac{1}{2} \times 4 = 2(\text{cm})$
 $\therefore y=2$

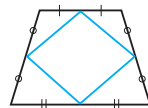
I 여러 가지 사각형 사이의 관계

- 01 **답** 대변, 평행
 02 **답** 평행
 03 **답** 직각, 대각선
 04 **답** 변, 수직
 05 **답** ○
 06 **답** ○
 07 **답** ○
 08 **답** ×
 평행사변형의 각 변의 중점을 이은 사각형은 평행사변형이다.
 09 **답** ㉠, ㉡
 10 **답** ㉠, ㉢
 11 **답** ㉢
 12 **답** ㉠, ㉡
 13 **답** ㉠, ㉢
 14 **답** ㉠, ㉢

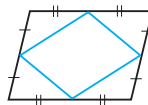
- 15 **답** 그림 : 해설 참조, 평행사변형



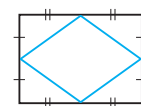
- 16 **답** 그림 : 해설 참조, 마름모



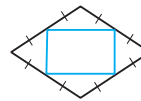
- 17 **답** 그림 : 해설 참조, 평행사변형



- 18 **답** 그림 : 해설 참조, 마름모



- 19 **답** 그림 : 해설 참조, 직사각형



- 20 **답** ㉠, ㉢, ㉡

- ㉠ 직사각형 → 마름모
 ㉡ 평행사변형 → 평행사변형

- 21 **답** (1) 90° (2) 직사각형

- (1) $\angle ABC + \angle DCB = 180^\circ$ 이므로

$$\begin{aligned} \angle HBC + \angle HCB &= \frac{1}{2} \times (\angle ABC + \angle DCB) \\ &= \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ \end{aligned}$$

- (2) $\angle HBC + \angle HCB = 90^\circ$ 이므로 $\angle H = 90^\circ$ 이다.

같은 방법으로 $\angle E = \angle F = \angle G = 90^\circ$

따라서 $\square EFGH$ 는 네 내각의 크기가 모두 같은 사각형이므로 직사각형이다.

- 22 **답** 90° , $\overline{CD}$, $\overline{BE}$, 대변, 평행사변형

$\triangle ABF$ 와 $\triangle CDE$ 에서

$$\angle BAF = \angle DCE = 90^\circ \dots \textcircled{1}$$

$$\overline{BF} = \overline{DE} \dots \textcircled{2}$$

$$\overline{AB} = \overline{CD} \dots \textcircled{3}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$ 에 의하여 $\triangle ABF \equiv \triangle CDE$ (RHS 합동)

$$\overline{AF} = \overline{EC} \text{이고 } \overline{AD} = \overline{BC} \text{이므로}$$

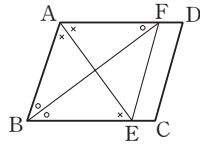
$$\overline{FD} = \overline{BE}$$

따라서 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로

$\square BEDF$ 는 평행사변형이다.

23 [답] 마름모

$\angle BEA = \angle FAE$ (엇각)
 $\angle FAE = \angle BAE$ 이므로
 $\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이다.
 $\therefore \overline{AB} = \overline{BE}$



또, $\angle AFB = \angle EBF$ (엇각)이고 $\angle EBF = \angle ABF$ 이므로

$$\angle AFB = \angle EBF$$

따라서 $\triangle ABF$ 는 이등변삼각형이다.

$$\therefore \overline{AB} = \overline{AF}$$

즉, $\overline{AF} = \overline{BE}$ 이고 $\overline{AF} \parallel \overline{BE}$ 이므로 $\square ABEF$ 는 평행사변형이다.

이때, $\overline{AB} = \overline{BE}$ 이므로 $\square ABEF$ 는 마름모이다.

24 [답] ④

$$\overline{AD} = \overline{AF} = 3 \text{ cm}$$

$\triangle ADF$ 는 이등변삼각형이다. 이때,

$$\angle ADF = \angle AFD$$

$$= \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle A)$$

$$= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 60^\circ)$$

$$= 60^\circ$$

즉, $\triangle ADF$ 는 정삼각형이므로

$$\overline{DF} = \overline{AD} = 3 \text{ cm}$$

같은 방법으로 하면

$$\overline{EF} = 3 \text{ cm}$$

따라서 $\square BEFD$ 의 네 변의 길이가 모두 같으므로

$\square BEFD$ 는 마름모이다.

25 [답] ③

㉠ : 다른 한 쌍의 대변이 평행하다.

㉡, ㉢ : 한 내각이 직각이거나 두 대각선의 길이가 같다.

㉣, ㉤ : 이웃하는 두 변의 길이가 같거나 두 대각선이 서로 수직이다.

26 [답] ⑤

② $\angle AOD = 90^\circ$ 이면 두 대각선이 수직으로 만나므로 $\square ABCD$ 는 마름모이다.

⑤ $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이고 $\angle ABC = 90^\circ$ 이면 $\square ABCD$ 는 직사각형이다.

27 [답] ②, ⑤

마름모와 평행사변형은 두 대각선의 길이가 항상 같은 것은 아니다.

Tip

[여러 가지 사각형의 대각선의 성질]

- (1) 평행사변형 : 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
- (2) 직사각형 : 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분한다.
- (3) 마름모 : 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.
- (4) 정사각형 : 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분한다.
- (5) 등변사다리꼴 : 두 대각선은 길이가 같다.

28 [답] ㉡, ㉢

마름모와 정사각형의 두 대각선은 서로 수직이다.

29 [답] ②

② 평행사변형의 두 대각선의 길이는 항상 같은 것은 아니다.

30 [답] ②

평행사변형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 평행사변형이다.

31 [답] ③

$\triangle AFE$ 와 $\triangle BFG$ 에서

$$\overline{AF} = \overline{BF} \dots \text{㉠}$$

$$\angle FAE = \angle FBG = \boxed{90^\circ} \dots \text{㉡}$$

$$\overline{AE} = \boxed{\overline{BG}} \dots \text{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢에 의하여

$$\triangle AFE \equiv \triangle BFG \text{ (SAS 합동)}$$

$$\text{따라서 } \overline{EF} = \boxed{\overline{GF}} \text{이다.}$$

같은 방법으로 하면

$$\triangle BFG \equiv \triangle CHG \text{ (SAS 합동)} \quad \therefore \overline{FG} = \overline{GH}$$

$$\triangle CHG \equiv \triangle DEH \text{ (SAS 합동)} \quad \therefore \overline{GH} = \overline{EH}$$

$$\triangle DEH \equiv \triangle AEF \text{ (SAS 합동)} \quad \therefore \overline{EH} = \overline{EF}$$

$$\therefore \overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{HE}$$

따라서 $\boxed{\text{네 변}}$ 의 길이가 모두 같으므로 $\square EFGH$ 는 $\boxed{\text{마름모}}$ 이다.

32 [답] ①

등변사다리꼴의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 마름모이다.

$$\therefore (\square EFGH \text{의 둘레의 길이}) = 4 \times 3 = 12(\text{cm})$$

J 평행선과 넓이

01 [답] $\triangle DBC$, ah

02 [답] $\triangle ABC$, $\triangle DCO$

03 [답] 밑변

04 [답] 2, 1

05 [답] ○

06 [답] ×

07 [답] ×
높이가 같고 밑변의 길이의 비가 1 : 2인 두 삼각형의 넓이는 1 : 2이다.
즉, $\triangle ABD = 8$ 이고, $\overline{BC} : \overline{DC} = 1 : 2$ 이므로 $\triangle ADC = 16$ 이다.

08 [답] ○
 $\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ADC = 8 + 16 = 24$

09 [답] 18 cm^2
 $\triangle BCD = \triangle ABC = 18 \text{ cm}^2$

10 [답] 18 cm^2
 $\triangle BCE = \triangle ABC = 18 \text{ cm}^2$

11 [답] 12 cm^2
 $\triangle ABE = \triangle ABC = 12 \text{ cm}^2$

12 [답] 12 cm^2
 $\triangle ABF = \triangle ABC = 12 \text{ cm}^2$

13 [답] 12 cm^2
 $\triangle CDA = \triangle ABC = 12 \text{ cm}^2$

14 [답] 24 cm^2
 $\square ABCD = 2\triangle ABC = 2 \times 12 = 24 (\text{cm}^2)$

15 [답] ㉠, ㉡

16 [답] 36 cm^2
 $\triangle ABD : \triangle ADC = 1 : 3$ 이므로
 $12 : \triangle ADC = 1 : 3$
 $\therefore \triangle ACD = 36 (\text{cm}^2)$

17 [답] 8 cm^2
 $\triangle ABD : \triangle ADC = 3 : 2$ 이므로
 $12 : \triangle ADC = 3 : 2$
 $\therefore \triangle ACD = 8 (\text{cm}^2)$

18 [답] 16 cm^2
 $\triangle ABD : \triangle ADC = 4 : 5$ 이므로
 $\triangle ABD = \frac{4}{5} \triangle ADC = \frac{4}{5} \times 20 = 16 (\text{cm}^2)$

19 [답] 36 cm^2
 $\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ADC$
 $= 16 + 20 = 36 (\text{cm}^2)$

20 [답] 15 cm^2
 $\overline{AO} : \overline{OC} = 2 : 5$ 이므로
 $\triangle AOD : \triangle DOC = 2 : 5$
 $\therefore \triangle DOC = 15 (\text{cm}^2)$
 $6 : \triangle DOC = 2 : 5$

21 [답] 21 cm^2
 $\triangle ABD = \triangle ACD$
 $= \triangle AOD + \triangle DOC$
 $= 6 + 15 = 21 (\text{cm}^2)$

22 [답] 15 cm^2
 $\triangle ABO = \triangle ABD - \triangle AOD$
 $= 21 - 6 = 15 (\text{cm}^2)$

23 [답] (1) 32 cm^2 (2) 62 cm^2
(1) $\overline{AC}$ 를 삼각형의 밑변으로 생각하면
 $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 이므로 $\triangle ACD$, $\triangle ACE$ 의 높이는 같다.
 $\therefore \triangle ACD = \triangle ACE = 32 \text{ cm}^2$
(2) $\square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$
 $= 30 + 32 = 62 (\text{cm}^2)$

Tip

오른쪽 그림에서

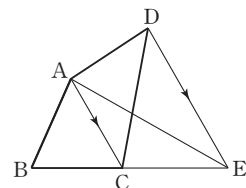
$\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 일 때,

(1) $\triangle ACE = \triangle ACD$

(2) $\triangle AED = \triangle CED$

(3) $ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$
 $= \triangle ABC + \triangle ACE$
 $= \triangle ABE$

[주의] $\triangle ACE \neq \triangle DCE$, $\triangle ACD \neq \triangle AED$



24 [답] ①

$\overline{AC}$ 를 삼각형의 밑변으로 생각하면
 $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 이므로
 $\triangle ACD, \triangle ACE$ 의 높이는 같다.
 $\therefore \triangle ACE = \triangle ACD = 27 \text{ cm}^2$
 $\therefore \triangle ABC = \triangle ABE - \triangle ACE$
 $= 50 - 27 = 23(\text{cm}^2)$

25 [답] 34 cm^2

$\overline{CE}$ 를 삼각형의 밑변으로 생각하면
 $\overline{AD} \parallel \overline{EC}$ 이므로
 $\triangle ACE, \triangle DCE$ 의 높이는 같다.
 $\therefore \triangle ACE = \triangle DCE = 14 \text{ cm}^2$
 $\therefore \triangle ABC = \triangle BEC + \triangle ACE$
 $= 20 + 14 = 34(\text{cm}^2)$

26 [답] 20 cm^2

$\overline{AC}$ 를 삼각형의 밑변으로 생각하면
 $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 이므로
 $\triangle ACD, \triangle ACE$ 의 높이는 같다.
 $\therefore \triangle ACD = \triangle ACE$
 $\therefore \square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$
 $= \triangle ABC + \triangle ACE$
 $= \triangle ABE$
 $= \frac{1}{2} \times (6+2) \times 5 = 20(\text{cm}^2)$

27 [답] 12 cm^2

$\overline{AC}$ 를 삼각형의 밑변으로 생각하면
 $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 이므로
 $\triangle ACD, \triangle ACE$ 의 높이는 같다.
 $\therefore \triangle ACD = \triangle ACE$
 $\therefore \triangle BCD = \triangle ABC + \triangle ACD$
 $= \triangle ABC + \triangle ACE$
 $= \triangle ABE$
 $= \frac{1}{2} \times (5+3) \times 3$
 $= 12(\text{cm}^2)$

28 [답] ②

$\triangle ABD, \triangle ADC$ 는 높이가 같고, 밑변의 길이의 비가
 $\overline{BD} : \overline{DC} = 4 : 3$ 이므로
 $\triangle ABD : \triangle ADC = 4 : 3$
 $\therefore \triangle ADC = \frac{3}{4} \triangle ABD$
 $= \frac{3}{4} \times 24 = 18(\text{cm}^2)$

29 [답] 10 cm^2

$\overline{BD} : \overline{DC} = 5 : 2$ 이므로
 $\overline{BD} : \overline{BC} = 5 : (5+2) = 5 : 7$
 이때, $\triangle ABD$ 와 $\triangle ABC$ 는 높이가 같은 삼각형이므로
 $\triangle ABD : \triangle ABC = \overline{BD} : \overline{BC} = 5 : 7$
 $\therefore \triangle ABD = \frac{5}{7} \triangle ABC = \frac{5}{7} \times 14 = 10(\text{cm}^2)$

30 [답] ①

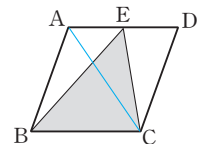
$\triangle ABD, \triangle ADC$ 에서 $\overline{BD} = \overline{DC}$ 이고, 높이는 같으므로 $\triangle ABD = \triangle ADC$
 $\therefore \triangle ABD = \frac{1}{2} \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 36 = 18(\text{cm}^2)$
 또, $\triangle ABO, \triangle BDO$ 에서 $\overline{AO} : \overline{DO} = 2 : 1$ 이고,
 높이는 같으므로 $\triangle ABO : \triangle BDO = 2 : 1$
 $\therefore \triangle BDO = \frac{1}{3} \triangle ABD = \frac{1}{3} \times 18 = 6(\text{cm}^2)$

31 [답] (1) 36 cm^2 (2) 72 cm^2

(1) $\triangle DBE, \triangle DEC$ 에서 $\overline{BE} : \overline{EC} = 5 : 4$ 이고 높이는
 같으므로 $\triangle DBE : \triangle DEC = 5 : 4$
 즉, $\triangle BED = 20 \text{ cm}^2$ 에서
 $\triangle DEC = \frac{4}{5} \triangle BED = \frac{4}{5} \times 20 = 16(\text{cm}^2)$ 이므로
 $\triangle BCD = \triangle BED + \triangle DEC = 20 + 16 = 36(\text{cm}^2)$
 (2) $\triangle ABD, \triangle BCD$ 에서 $\overline{AD} : \overline{DC} = 2 : 1$ 이고 높이는
 같으므로 $\triangle ABD : \triangle BCD = 2 : 1$
 $\therefore \triangle ABD = 2 \triangle BCD = 2 \times 36 = 72(\text{cm}^2)$

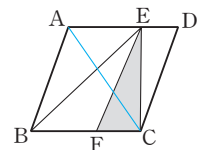
32 [답] ①

$\square ABCD = 36 \text{ cm}^2$ 이므로
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \square ABCD$
 $= \frac{1}{2} \times 36 = 18(\text{cm}^2)$
 $\square ABCD$ 는 평행사변형이므로 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$
 $\therefore \triangle BEC = \triangle ABC = 18 \text{ cm}^2$



33 [답] 6 cm^2

$\square ABCD = 30 \text{ cm}^2$ 이므로
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \square ABCD$
 $= \frac{1}{2} \times 30 = 15(\text{cm}^2)$
 $\square ABCD$ 는 평행사변형이므로 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$
 $\therefore \triangle BEC = \triangle ABC = 15 \text{ cm}^2$
 $\triangle EBF, \triangle EFC$ 에서 $\overline{BF} : \overline{FC} = 3 : 2$ 이고, 높이가 같
 으므로 $\triangle EBF : \triangle EFC = 3 : 2$
 $\therefore \triangle EFC = \frac{2}{5} \triangle BEC = \frac{2}{5} \times 15 = 6(\text{cm}^2)$



- 34 [답] 8 cm^2
 $\square ABCD$ 가 평행사변형이고, $\square ABCD = 24 \text{ cm}^2$ 이므로

$$\triangle ABD = \frac{1}{2} \square ABCD = \frac{1}{2} \times 24 = 12 (\text{cm}^2)$$

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BE} = \overline{EF} = \overline{FD}$ 이고,

높이가 같으므로 $\triangle ABE = \triangle AEF = \triangle AFD$

$$\text{즉, } \triangle AEF = \frac{1}{3} \triangle ABD = \frac{1}{3} \times 12 = 4 (\text{cm}^2)$$

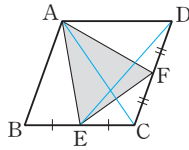
$$\therefore \square AECF = 2 \triangle AEF = 2 \times 4 = 8 (\text{cm}^2)$$

- 35 [답] 9 cm^2

$\square ABCD = 24 \text{ cm}^2$ 이므로

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{2} \times 24 = 12 (\text{cm}^2)$$



또, $\overline{BE} = \overline{EC}$ 이므로

$$\triangle ABE = \frac{1}{2} \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 12 = 6 (\text{cm}^2)$$

$\overline{BE} = \overline{EC}$ 이므로 $\triangle ECD = \triangle ABE = 6 \text{ cm}^2$ 이고,

$\overline{CF} = \overline{FD}$ 이므로

$$\triangle ECF = \frac{1}{2} \triangle ECD = \frac{1}{2} \times 6 = 3 (\text{cm}^2)$$

$\triangle ACD = \triangle ABC = 12 \text{ cm}^2$ 이므로

$$\triangle AFD = \frac{1}{2} \triangle ACD = \frac{1}{2} \times 12 = 6 (\text{cm}^2)$$

$$\therefore \triangle AEF = \square ABCD - \triangle ABE - \triangle ECF - \triangle AFD \\ = 24 - 6 - 3 - 6 = 9 (\text{cm}^2)$$

- 36 [답] (1) 18 cm^2 (2) 18 cm^2 (3) 27 cm^2

(1) $\triangle OAB$, $\triangle OAD$ 에 대하여 $\overline{BO} : \overline{DO} = 3 : 2$ 이고
 높이가 같으므로 $\triangle OAB : \triangle OAD = 3 : 2$

$$\therefore \triangle OAB = \frac{3}{2} \triangle OAD = \frac{3}{2} \times 12 = 18 (\text{cm}^2)$$

(2) $\square ABCD$ 는 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴이므로

$$\triangle ABD = \triangle ACD$$

$$\therefore \triangle OCD = \triangle ACD - \triangle OAD$$

$$= \triangle ABD - \triangle OAD$$

$$= \triangle OAB$$

$$= 18 (\text{cm}^2)$$

(3) $\triangle OCD$, $\triangle OBC$ 에서 $\overline{BO} : \overline{DO} = 3 : 2$ 이고,

높이는 같으므로 $\triangle OBC : \triangle OCD = 3 : 2$

$$\therefore \triangle OBC = \frac{3}{2} \triangle OCD = \frac{3}{2} \times 18 = 27 (\text{cm}^2)$$

- 37 [답] 10 cm^2

$\triangle OAB$, $\triangle OAD$ 에서 $\overline{BO} : \overline{DO} = 5 : 2$ 이고, 높이는
 같으므로 $\triangle OAB : \triangle OAD = 5 : 2$

$$\therefore \triangle OAB = \frac{5}{7} \triangle ABD = \frac{5}{7} \times 14 = 10 (\text{cm}^2)$$

$\square ABCD$ 는 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴이므로

$$\triangle ACD = \triangle ABD$$

즉, $\triangle ACD - \triangle AOD = \triangle ABD - \triangle AOD$ 이므로

$$\triangle OCD = \triangle OAB = 10 (\text{cm}^2)$$

- 38 [답] 16 cm^2

$\triangle AEC$, $\triangle EBC$ 에서 $\overline{AE} = \overline{BE}$ 이고, 높이가 같으므로

$$\triangle AEC = \triangle EBC$$

$$\therefore \triangle ABC = 2 \triangle EBC = 2 \times 8 = 16 (\text{cm}^2)$$

$\triangle DBC$ 와 $\triangle ABC$ 에서 밑변은 $\overline{BC}$ 로 공통이고,

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 높이가 같다.

$$\therefore \triangle BCD = \triangle ABC = 16 \text{ cm}^2$$

연습 문제 [I~J]

- 01 [답] 정사각형

$\triangle AFE$ 와 $\triangle BGF$ 에서

$\overline{AE} = \overline{BF}$, $\overline{AF} = \overline{BG}$, $\angle FAE = \angle GBF = 90^\circ$ 이므로

$\triangle AFE \equiv \triangle BGF$ (SAS 합동)

$$\therefore \overline{EF} = \overline{FG}$$

같은 방법으로 하면

$$\overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{HE} \cdots \text{㉠}$$

한편, $\triangle AFE \equiv \triangle BGF$ 에서

$\angle AFE = \angle BGF$ 이고 $\angle BFG + \angle BGF = 90^\circ$ 이므로

$$\angle AFE + \angle BFG = 90^\circ$$

$$\therefore \angle EFG = 180^\circ - \angle AFE - \angle BFG$$

$$= 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \cdots \text{㉡}$$

따라서 ㉠, ㉡에 의하여 $\square EFGH$ 는 정사각형이다.

- 02 [답] 20 cm

$\triangle ABE$ 와 $\triangle ADE$ 에서

$\overline{AE} = \overline{AF}$, $\angle AEB = \angle AFD = 90^\circ$

$\angle B = \angle D$ ($\because$ 평행사변형)

$$\angle BAE = 180^\circ - \angle AEB - \angle B$$

$$= 180^\circ - 90^\circ - \angle B$$

$$= 180^\circ - 90^\circ - \angle D$$

$$= \angle DAF$$

$\therefore \triangle ABE \equiv \triangle ADF$ (ASA 합동)

$\overline{AB} = \overline{AD}$ 이므로 $\overline{AD} = \overline{AB} = 5 \text{ cm}$

따라서 $\square ABCD$ 는 한 변의 길이가 5 cm 인 마름모이다.

$$\therefore (\square ABCD \text{의 둘레의 길이}) = 5 \times 4 = 20 (\text{cm})$$

03 [답] 125°

$$\angle AEB = \angle EBF \text{ (엇각)}$$

$$= \angle ABE \text{ (이등분각)}$$

이므로 $\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이다.

$$\therefore \overline{AB} = \overline{AE}$$

$\square ABFE$ 는 두 쌍의 대변이 각각 평행하고 이웃하는 두 변의 길이가 같으므로 마름모이다.

즉, 마름모의 두 대각선은 서로를 수직이등분하므로 $\angle x = 90^\circ$

한편, $\angle ABF = \angle AEF$ 이고,

$$\angle AEF = \angle D = 70^\circ \text{ (동위각)이므로}$$

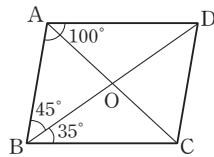
$$\angle y = \angle ABE = \frac{1}{2} \angle ABF = \frac{1}{2} \angle D$$

$$= \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 90^\circ + 35^\circ = 125^\circ$$

04 [답] ③

③ 그림과 같이 $\angle ABO = 45^\circ$ 라고 하더라도 $\square ABCD$ 는 직사각형이 아닐 수 있다.



05 [답] ⑤

두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이다.

06 [답] ④

① ㉠, ㉡은 두 대각선의 길이가 같지만 ㉢은 아닐 수도 있다.

② ㉣은 두 대각선이 수직으로 만나지만 ㉠은 아닐 수도 있다.

③ 두 대각선이 만나지 않는 것은 없다.

⑤ ㉦, ㉧, ㉨, ㉩는 두 대각선이 서로를 이등분하지만 ㉣은 아닐 수도 있다.

07 [답] ⑤

정사각형 ABCD의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형 EFGH는 정사각형이다.

08 [답] ①

직사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 마름모이다.

09 [답] 8 cm²

$$\overline{AC} \parallel \overline{DE} \text{이므로}$$

$$\triangle ACE = \triangle ACD$$

$$= \triangle DBC - \triangle ABC$$

$$= 22 - 14 = 8(\text{cm}^2)$$

10 [답] ④

$\triangle ABC$, $\triangle ACE$ 에서

$\overline{BC} : \overline{CE} = 3 : 1$ 이고, 높이가 같으므로

$$\triangle ABC : \triangle ACE = 3 : 1$$

$$\therefore \triangle ACE = \frac{1}{3} \triangle ABC$$

$$= \frac{1}{3} \times 18 = 6(\text{cm}^2)$$

이때, $\triangle ACD = \triangle ACE = 6 \text{ cm}^2$ 이므로

$$\square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$$

$$= 18 + 6 = 24 \text{ cm}^2$$

11 [답] ②

$\triangle ABD$, $\triangle ADC$ 에서

$\overline{BD} : \overline{DC} = 3 : 2$ 이고, 높이가 같으므로

$$\triangle ABD : \triangle ADC = 3 : 2$$

$$\triangle ADC = \frac{2}{3} \triangle ABD$$

$$= \frac{2}{3} \times 15 = 10(\text{cm}^2)$$

따라서 $\overline{OA} = \overline{OD}$ 이므로

$$\triangle ODC = \triangle AOC$$

$$= \frac{1}{2} \triangle ADC$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm}^2)$$

12 [답] ②

$\triangle ABE$, $\triangle AEC$ 에서 $\overline{BE} = \overline{CE}$ 이고, 높이가 같으므로

$$\triangle ABE = \triangle AEC$$

$$= \frac{1}{2} \triangle ABC$$

$$= \frac{1}{2} \times 50 = 25(\text{cm}^2)$$

$\triangle ADE$, $\triangle DBE$ 에서

$\overline{AD} : \overline{DB} = 3 : 2$ 이고 높이가 같으므로

$$\triangle ADE : \triangle DBE = 3 : 2$$

$$\therefore \triangle ADE = \frac{3}{5} \triangle ABE = \frac{3}{5} \times 25 = 15(\text{cm}^2)$$

13 [답] 9 cm²

$\square ABCD$ 는 평행사변형이므로

$$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$$

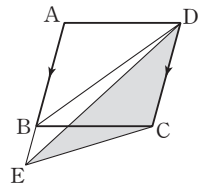
$\triangle CDE$, $\triangle CDB$ 에서 밑변을

$\overline{CD}$ 라 하면 높이가 같으므로

$$\triangle CDE = \triangle CDB$$

$$= \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{2} \times 18 = 9(\text{cm}^2)$$



14

답 ③

 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\triangle DFC = \triangle AFC \dots \textcircled{㉠}$$

또, $\overline{AC} \parallel \overline{EF}$ 이므로

$$\triangle AFC = \triangle AEC \dots \textcircled{㉡}$$

 $\overline{AE} = \overline{BE}$ 이므로 $\triangle AEC = \triangle BEC \dots \textcircled{㉢}$ $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}, \textcircled{㉢}$ 에서

$$\triangle DFC = \triangle AFC = \triangle AEC = \triangle BEC = \frac{1}{4} \square ABCD$$

15

답 12 cm^2 $\triangle BCO, \triangle DCO$ 에서 $\overline{OB} : \overline{OD} = 2 : 1$ 이고 높이가 같으므로 $\triangle BCO : \triangle DCO = 2 : 1$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle DCO &= \frac{1}{2} \triangle BCO \\ &= \frac{1}{2} \times 24 = 12 (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle ABO &= \triangle ABD - \triangle AOD \\ &= \triangle ACD - \triangle AOD \\ &= \triangle DCO \\ &= 12 (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

16

답 48 cm^2 $\triangle ABO = 9 \text{ cm}^2, \triangle OBC = 27 \text{ cm}^2$ 이므로

$$\triangle ABO : \triangle OBC = 9 : 27 = 1 : 3$$

 $\triangle ABO, \triangle OBC$ 의 높이는 같으므로

$$\overline{AO} : \overline{OC} = 1 : 3$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle DCO &= \triangle ACD - \triangle AOD \\ &= \triangle ABD - \triangle AOD \\ &= \triangle ABO \\ &= 9 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

이때, $\overline{AO} : \overline{OC} = 1 : 3$ 이고 높이가 같으므로

$$\triangle ADO : \triangle DCO = 1 : 3$$

$$\therefore \triangle ADO = \frac{1}{3} \triangle DCO = \frac{1}{3} \times 9 = 3 (\text{cm}^2)$$

$$\begin{aligned} \therefore \square ABCD &= \triangle OAD + \triangle ABO + \triangle OBC + \triangle DCO \\ &= 9 + 9 + 27 + 9 = 48 (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

V 대단원 총정리 [A~J]

01

답 35° $\angle ABC = \angle x$ 라 하자. $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle ACB = \angle ABC = \angle x$$

 $\triangle ABC$ 에서 삼각형의

외각의 성질에 의하여

$$\angle DAC = 2\angle x$$

 $\triangle ACD$ 는 $\overline{AC} = \overline{CD}$ 인

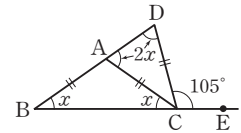
이등변삼각형이므로

$$\angle ADC = \angle DAC = 2\angle x$$

 $\triangle DBC$ 에서 삼각형의 외각의 성질에 의하여

$$\begin{aligned} \angle DCE &= \angle DBC + \angle BDC = \angle x + 2\angle x \\ &= 3\angle x = 105^\circ \end{aligned}$$

$$\therefore \angle x = 35^\circ$$



02

답 20° $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle ABC = \angle ACB = 70^\circ$$

$$\angle ACF = 180^\circ - \angle ACB = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

$$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$$

$$\angle DCF = \frac{1}{2} \angle ACF = \frac{1}{2} \times 110^\circ = 55^\circ$$

 $\triangle DBC$ 에서 삼각형의 외각의 성질에 의하여

$$\angle x + \angle DBC = \angle DCF$$

$$\angle x + 35^\circ = 55^\circ \quad \therefore \angle x = 20^\circ$$

03

답 10 cm^2

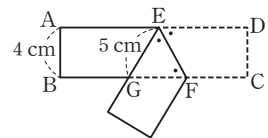
$$\angle GEF = \angle DEF \text{ (접은 각)}$$

$$= \angle EFG \text{ (엇각)}$$

즉, $\triangle EGF$ 는 이등변삼각형이다.

$$\therefore \overline{GF} = \overline{GE} = 5 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle EGF &= \frac{1}{2} \times \overline{GF} \times \overline{AB} \\ &= \frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10 (\text{cm}^2) \end{aligned}$$



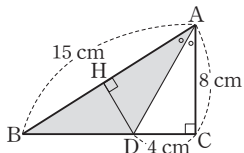
04

답 ⑤

 $\triangle ABD$ 와 $\triangle AED$ 에서 $\overline{AD}$ 는 공통, $\overline{BD} = \overline{ED}$, $\angle ABD = \angle AED = 90^\circ$ $\therefore \triangle ABD \cong \triangle AED$ (RHS 합동)⑤ $\overline{BD} = \overline{DC}$ 라고 할 수 없다.

- 05 [답] 40 cm^2
 $\triangle DBA$ 와 $\triangle EAC$ 에서
 $\angle BDA = \angle AEC = 90^\circ$,
 $\overline{AB} = \overline{CA}$, $\angle DBA = 90^\circ - \angle BAD = \angle EAC$
 $\therefore \triangle DBA \cong \triangle EAC$ (RHA 합동)
 즉, $\overline{CE} = \overline{AD} = 8 \text{ cm}$ 이므로
 $\triangle ACE = \frac{1}{2} \times 10 \times 8 = 40 (\text{cm}^2)$

- 06 [답] 30 cm^2
 오른쪽 그림과 같이 점 D에
 서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을
 H라 하자.
 $\triangle AHD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
 $\overline{AD}$ 는 공통,
 $\angle HAD = \angle CAD$,
 $\angle AHD = \angle ACD = 90^\circ$
 $\therefore \triangle AHD \cong \triangle ACD$ (RHA 합동)
 즉, $\overline{DH} = \overline{DC} = 4 \text{ cm}$ 이므로
 $\triangle ABD = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{DH} = \frac{1}{2} \times 15 \times 4 = 30 (\text{cm}^2)$



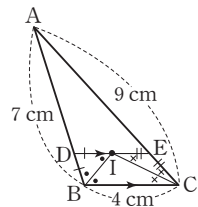
- 07 [답] ⑤
 ⑤ 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로 점 I에서 세 변까지의
 거리가 같다.

- 08 [답] $x = 3, y = 120$
 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로
 $\overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OA} = 3 \text{ cm}$
 $\therefore x = 3$
 외심의 성질에 의하여
 $\angle OAB = \angle OBA = 40^\circ$
 $\angle OAC = \angle OCA = 20^\circ$
 즉, $\angle BAC = 40^\circ + 20^\circ = 60^\circ$ 이므로
 $\angle BOC = 2\angle A = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$
 $\therefore y = 120$

- 09 [답] 120°
 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\angle x + \angle y + \angle z = 90^\circ$
 $\angle x : \angle y : \angle z = 3 : 4 : 5$ 이므로
 $\angle y = \frac{4}{3+4+5} \times 90^\circ = \frac{4}{12} \times 90^\circ = 30^\circ$
 이때, $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ 에서
 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle OCB = \angle y = 30^\circ$
 $\therefore \angle BOC = 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ$

- 10 [답] 54 cm^2
 ($\triangle ABC$ 의 둘레의 길이)
 $= 9 + 15 + 12 = 36 (\text{cm})$
 따라서 내접원의 반지름의 길이가 3 cm 이므로
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 3 \times 36 = 54 (\text{cm}^2)$

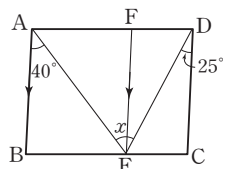
- 11 [답] 16 cm
 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로,
 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle DIB = \angle IBC$ (엇각)
 $= \angle IBD$
 즉, $\triangle DBI$ 는 이등변삼각형이므
 로 $\overline{DB} = \overline{DI}$
 마찬가지로
 $\angle EIC = \angle ICB$ (엇각)
 $= \angle ICE$
 에서 $\triangle EIC$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{EC} = \overline{IE}$
 따라서 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는
 $\overline{AD} + \overline{DI} + \overline{EI} + \overline{AE} = \overline{AD} + \overline{DB} + \overline{EC} + \overline{AE}$
 $= \overline{AB} + \overline{AC} = 7 + 9 = 16 (\text{cm})$



- 12 [답] $(29\pi - 24) \text{ cm}^2$
 직각삼각형의 외접원의 중심은 빗변의 중심이므로 외
 접원의 반지름의 길이는 5 cm 이다.
 한편, ($\triangle ABC$ 의 둘레의 길이) $= 10 + 8 + 6 = 24 (\text{cm})$
 이고,
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이})$
 $\times (\text{내접원의 반지름의 길이})$

- 이므로
 $\frac{1}{2} \times 8 \times 6 = \frac{1}{2} \times 24 \times (\text{내접원의 반지름의 길이})$
 $\therefore (\text{내접원의 반지름의 길이}) = 2 \text{ cm}$
 즉 (외접원의 넓이) $= \pi \times 5^2 = 25\pi (\text{cm}^2)$,
 (내접원의 넓이) $= \pi \times 2^2 = 4\pi (\text{cm}^2)$
 이고 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24 (\text{cm}^2)$
 따라서 색칠한 부분의 넓이는
 $25\pi + 4\pi - 24 = 29\pi - 24 (\text{cm}^2)$

- 13 [답] 65°
 그림과 같이 $\overline{AB} \parallel \overline{EF}$ 가 되도
 록 보조선 FE를 그으면
 $\angle AEF = \angle BAE = 40^\circ$ (엇
 각)
 $\angle DEF = \angle EDC = 25^\circ$ (엇각)
 $\therefore \angle x = \angle AEF + \angle DEF = 40^\circ + 25^\circ = 65^\circ$



14 [답] 11 cm

$\angle AED = \angle BAE$ (엇각)
 $= \angle EAD$ (이등분각)

이므로

$\triangle ADE$ 는 이등변삼각형이다.

즉, $\overline{DE} = \overline{AD} = 8$ cm이고,

$\overline{CD} = \overline{AB} = 5$ cm이므로

$\overline{CE} = \overline{DE} - \overline{CD} = 8 - 5 = 3$ (cm)

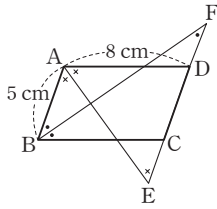
마찬가지로

$\angle BFE = \angle ABF$ (엇각) $= \angle FBC$ (이등분각)이므로

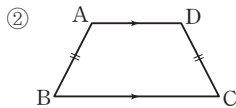
$\triangle BCF$ 는 이등변삼각형이다.

즉, $\overline{CF} = \overline{BC} = 8$ cm이므로

$\overline{EF} = \overline{CE} + \overline{CF} = 3 + 8 = 11$ (cm)



15 [답] ②



16 [답] 12 cm^2

$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 에서 $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$ 이고 $\overline{BD} \parallel \overline{EC}$ 이므로

$\square BECD$ 는 평행사변형이다.

평행사변형 $BECD$ 에서 $\overline{BC}$ 는 대각선이므로

$\triangle BEC = \triangle BCD = \frac{1}{2} \square ABCD$

$= \frac{1}{2} \times 24 = 12 (\text{cm}^2)$

17 [답] 29 cm^2

평행사변형 $ABCD$ 의 내부의 한 점 P 에 대하여

$\triangle ABP + \triangle CDP = \triangle BCP + \triangle ADP$ 이므로

$36 + 25 = 32 + \triangle ADP$

$\therefore \triangle ADP = 29 (\text{cm}^2)$

18 [답] 18°

$\square BFDE$ 는 두 대각선이 서로를 이등분하므로 평행사변형이다.

즉, $\overline{DE} \parallel \overline{BF}$ 이므로

$\angle x = \angle OBF = 18^\circ$ (엇각)

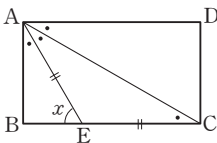
19 [답] 60°

$\triangle AEC$ 는 $\overline{AE} = \overline{EC}$ 인 이등변삼각형이므로

$\angle EAC = \angle ECA$

또, $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ 이므로

$\angle CAD = \angle ECA$ (엇각)



즉, $\angle BAE = \angle EAC = \angle CAD$ 이므로

$\angle BAE = \frac{1}{3} \times 90^\circ = 30^\circ$

따라서 직각삼각형 ABE 에서

$\angle x = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

20 [답] 32

$\square ABCD$ 의 둘레의 길이가 46이므로

$2(\overline{AD} + \overline{CD}) = 2\{(2x + 3) + (2x - 4)\}$
 $= 2(4x - 1)$

$2(4x - 1) = 46$ 에서

$4x - 1 = 23, 4x = 24$

$\therefore x = 6$

즉, $\overline{AC} = 3x - 1 = 3 \times 6 - 1 = 17$ 이므로

$\overline{OB} = \overline{OC} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 17 = \frac{17}{2}$

$\overline{BC} = \overline{AD} = 2x + 3 = 2 \times 6 + 3 = 15$

$\therefore (\triangle OBC \text{의 둘레의 길이}) = \overline{OB} + \overline{BC} + \overline{OC}$
 $= \frac{17}{2} + 15 + \frac{17}{2} = 32$

21 [답] ②

① $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이므로 $\angle AOB = 90^\circ$

③ $\overline{OC} = \overline{OA} = 2$ cm

④ $\overline{BC} = \overline{AB} = 4$ cm

⑤ $\triangle OAB \cong \triangle OCB$ 이므로 $\angle OBC = \angle OBA = 30^\circ$

22 [답] ②

② $\angle AOB = \angle AOD$ 이면 두 대각선이 수직으로 만난다.

또, $\overline{OA} = \overline{OD}$ 이면 두 대각선의 길이가 같다.

따라서 $\angle AOB = \angle AOD$ 이고 $\overline{OA} = \overline{OD}$ 인

$\square ABCD$ 는 정사각형이다.

23 [답] 4 cm^2

$\triangle OBS$ 와 $\triangle OCT$ 에서

$\overline{OB} = \overline{OC} \dots \text{㉠}$

정사각형의 두 대각선은 수직으로 만나므로

$\angle BOC = 90^\circ$ 이고 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle OBS = \angle OCS = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ$

$\angle OCT = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$

$\therefore \angle OBS = \angle OCT \dots \text{㉡}$

$\angle BOS = 90^\circ - \angle SOC = \angle COT \dots \text{㉢}$

㉠, ㉡, ㉢에 의해

$\triangle OBS \cong \triangle OCT$ (ASA 합동)

$\therefore \square OSCT = \triangle OSC + \triangle OCT = \triangle OSC + \triangle OBS$

$= \triangle OBC = \frac{1}{4} \square ABCD$

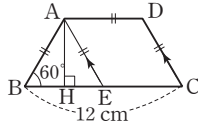
$= \frac{1}{4} \times (4 \times 4) = 4 (\text{cm}^2)$

24 [답] ⑤

- ① $\triangle ABD$ 와 $\triangle DCA$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{BD} = \overline{CA}$, $\overline{AD}$ 는 공통이므로
 $\triangle ABD \equiv \triangle DCA$ (SSS 합동)
 $\therefore \angle ADB = \angle DAC$
 즉, $\triangle OAD$ 는 $\overline{OA} = \overline{OD}$ 인 이등변삼각형이다.
 ② 등변사다리꼴의 아랫변의 양 끝각의 크기가 같으므로
 $\angle ABC = \angle DCB$
 ③, ④ $\triangle ABC$ 와 $\triangle DCB$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AC} = \overline{DB}$, $\overline{BC}$ 는 공통이므로
 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (SSS 합동)
 $\therefore \angle OBC = \angle OCB$
 즉, $\triangle OBC$ 는 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 인 이등변삼각형이다.

25 [답] ③

- 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE} \parallel \overline{DC}$ 가 되도록 보조선 $\overline{AE}$ 를 그으면
 $\square AECD$ 는 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다.
 즉, $\overline{AE} = \overline{DC} = \overline{AB}$ 이고, $\angle ABH = 60^\circ$ 이므로
 $\triangle ABE$ 는 정삼각형이다.
 $\therefore \overline{BE} = \overline{AB} = \overline{AD} = \overline{EC}$
 따라서 $\overline{BE} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm})$ 이므로
 $\overline{AB} = \overline{BE} = 6 \text{ cm}$

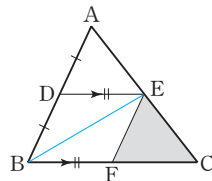


26 [답] ④

- ㉔ : $\overline{AB} = \overline{BC}$ 또는 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

27 [답] 20 cm^2

- $\overline{DE} = \overline{BF}$ 이고, $\overline{DE} \parallel \overline{BF}$ 이므로 $\square DBFE$ 는 평행사변형이다.
 $\triangle ADE$, $\triangle BDE$ 에서
 $\overline{AD} = \overline{DB}$ 이고 높이가 같으므로



- 로
 $\triangle BDE = \triangle ADE = 20(\text{cm}^2)$
 $\square DBFE = 2\triangle BDE = 40(\text{cm}^2)$
 따라서 $\triangle ABC = 80 \text{ cm}^2$ 이므로
 $\triangle EFC = \triangle ABC - \triangle ADE - \square DBFE$
 $= 80 - 20 - 40 = 20(\text{cm}^2)$

28 [답] ②

- 마름모 $ABCD$ 의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형 $EFGH$ 는 직사각형이다.

29 [답] 12 cm^2

- $\triangle ABD$, $\triangle ACD$ 에서 $\overline{BD} = \overline{DC}$ 이고, 높이가 같으므로
 $\triangle ABD = \triangle ACD$
 $\therefore \triangle ACD = \frac{1}{2} \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 40 = 20(\text{cm}^2)$
 $\triangle ADE$, $\triangle CDE$ 에서 $\overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 2$ 이고, 높이가 같으므로
 $\triangle ADE : \triangle CDE = 3 : 2$
 $\therefore \triangle ADE = \frac{3}{5} \triangle ACD = \frac{3}{5} \times 20 = 12(\text{cm}^2)$

30 [답] 3 cm

- $\triangle ABD$ 와 $\triangle DCA$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{BD} = \overline{CA}$, $\overline{AD}$ 는 공통이므로
 $\triangle ABD \equiv \triangle DCA$ (SSS 합동)
 $\therefore \triangle AOB = \triangle ABD - \triangle AOD = \triangle DCA - \triangle AOD$
 $= \triangle DOC = 16(\text{cm}^2)$
 즉, $\triangle AOB$, $\triangle BOC$ 는 높이가 같으므로
 $\triangle AOB : \triangle BOC = \overline{AO} : \overline{CO}$ 에서
 $\overline{AO} : \overline{CO} = 16 : 24 = 2 : 3$
 $\therefore \overline{CO} = \frac{3}{2} \overline{AO} = \frac{3}{2} \times 2 = 3(\text{cm})$

VI 도형의 답음

K 답은 도형

- 01 ☐ 답음, 닮은 도형
- 02 ☐ 모서리, 닮은
- 03 ☐ 닮음비
- 04 ☐ ○
- 05 ☐ ×
 닮은 두 평면도형에서 대응하는 각의 크기는 각각 같다.
- 06 ☐ ○
- 07 ☐ 점 D
- 08 ☐ $\overline{EF}$
- 09 ☐ $\angle F$
- 10 ☐ 점 F
- 11 ☐ $\overline{AD}$
- 12 ☐ $\angle C$
- 13 ☐ 2 : 1
 $\overline{AB} : \overline{DE} = 10 : 5 = 2 : 1$
- 14 ☐ 7 cm
 $\overline{BC} : \overline{EF} = 2 : 1$ 이므로
 $14 : \overline{EF} = 2 : 1, 2\overline{EF} = 14$
 $\therefore \overline{EF} = 7(\text{cm})$
- 15 ☐ 50°
 $\angle D = \angle A = 70^\circ$ 이므로
 $\angle F = 180^\circ - 60^\circ - 70^\circ = 50^\circ$
- 16 ☐ 2 : 1
 $\overline{AC} : \overline{GI} = 10 : 5 = 2 : 1$
- 17 ☐ 모서리 HI
- 18 ☐ 4 cm
 $\overline{BC} : \overline{HI} = 2 : 1$ 이므로
 $8 : \overline{HI} = 2 : 1, 2\overline{HI} = 8$
 $\therefore \overline{HI} = 4(\text{cm})$

- 19 ☐ 모서리 GJ
- 20 ☐ 12 cm
 $\overline{AD} : \overline{GJ} = 2 : 1$ 이므로
 $\overline{AD} : 6 = 2 : 1$
 $\therefore \overline{AD} = 12(\text{cm})$
- 21 ☐ 2 : 3
 $4 : 6 = 2 : 3$
- 22 ☐ 3 : 5
 $6 : 10 = 3 : 5$
- 23 ☐ 3 : 4
 $15 : 20 = 3 : 4$
- 24 ☐ ②
 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 이므로 $\overline{AB}$ 에 대응하는 변은 $\overline{DE}$,
 $\angle F$ 에 대응하는 각은 $\angle C$ 이다.
- 25 ☐ ④
 ④ $\square ABCD \sim \square EFGH$ 이므로 $\angle C$ 에 대응하는 각은
 $\angle G$ 이다.
- 26 ☐ ③
 ③ 닮음비는 닮은 도형에서 대응하는 변 또는 모서리
 의 길이의 비이다.
- 27 ☐ ④
 ① $\overline{BC}$ 에 대응하는 변이 $\overline{FG}$ 이므로 $\square ABCD$ 와
 $\square EFGH$ 의 닮음비는 $\overline{BC} : \overline{FG} = 8 : 12 = 2 : 3$
 ④ $\overline{CD} : \overline{GH} = 2 : 3$ 이므로
 $\overline{CD} : 15 = 2 : 3$
 $3\overline{CD} = 30$
 $\therefore \overline{CD} = 10(\text{cm})$
- 28 ☐ 4 cm
 $\triangle ABC \sim \triangle DBE$ 이므로
 $\overline{BC} : \overline{BE} = \overline{AC} : \overline{DE}$
 $8 : 6 = \overline{AC} : 3, 6\overline{AC} = 24$
 $\therefore \overline{AC} = 4(\text{cm})$
- 29 ☐ 40 cm
 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 의 닮음비가 3 : 2이므로
 $\overline{AB} : \overline{DE} = 3 : 2, 15 : \overline{DE} = 3 : 2$
 $3\overline{DE} = 30 \quad \therefore \overline{DE} = 10(\text{cm})$
 따라서 $\triangle DEF$ 의 둘레의 길이는
 $\overline{DE} + \overline{EF} + \overline{FD} = 10 + 16 + 14 = 40(\text{cm})$

30 [답] 60 cm
 정사각형 Q의 한 변의 길이를 x cm라고 하면
 두 정사각형의 닮음비가 3 : 5이므로
 $3 : 5 = 9 : x$
 $3x = 45 \quad \therefore x = 15$
 따라서 구하는 정사각형 Q의 둘레의 길이는
 $4 \times 15 = 60(\text{cm})$

31 [답] 2 : 5, 15 cm
 닮음비는 4 : 10 = 2 : 5
 정사각형 B의 옆면의 모서리의 길이를 x cm라고 하면
 $2 : 5 = 6 : x$
 $2x = 30 \quad \therefore x = 15$
 따라서 B의 옆면의 모서리의 길이는 15 cm이다.

32 [답] ③
 두 직육면체의 닮음비는
 $\overline{DH} : \overline{LP} = 12 : 9 = 4 : 3$
 $\overline{GH} : \overline{OP} = 4 : 3$ 이므로 $x : 15 = 4 : 3$
 $3x = 60 \quad \therefore x = 20$
 $\overline{FG} : \overline{NO} = 4 : 3$ 이므로 $16 : y = 4 : 3$
 $4y = 48 \quad \therefore y = 12$
 $\therefore x + y = 20 + 12 = 32$

33 [답] ①, ④
 ① 크기가 다른 닮은 도형은 넓이도 다르다.
 ④ 닮은 두 입체도형에서 대응하는 면은 닮음이다.

34 [답] ①
 두 원기둥 A, B의 닮음비는
 $4 : 6 = 2 : 3$
 따라서 두 도형의 밑면의 둘레의 길이의 비도 2 : 3이다.

Tip
 닮은 두 원기둥에서
 (닮음비) = (높이의 비)
 = (밑면의 반지름의 길이의 비)
 = (밑면의 둘레의 길이의 비)

35 [답] 10π cm
 두 원기둥 A, B의 닮음비는
 $10 : 4 = 5 : 2$
 원기둥 A의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면
 $r : 2 = 5 : 2, 2r = 10 \quad \therefore r = 5$
 따라서 구하는 원기둥 A의 밑면의 둘레의 길이는
 $2\pi \times 5 = 10\pi(\text{cm})$

36 [답] ④
 두 원뿔 A, B의 닮음비는
 $14 : 21 = 2 : 3$
 원뿔 A의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면
 $r : 15 = 2 : 3$
 $3r = 30 \quad \therefore r = 10$
 따라서 구하는 원뿔 A의 밑면의 넓이는
 $\pi \times 10^2 = 100\pi(\text{cm}^2)$

L 삼각형의 닮음조건

01 [답] SSS

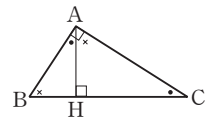
02 [답] 끼인각

03 [답] AA

04 [답] ○

05 [답] ×
 두 쌍의 대응하는 변의 길이가 같고 그 끼인각의 크기가 같으면 두 삼각형은 닮음이다.

06 [답] ○
 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \times, \angle C = \bullet$ 라 하면
 $90^\circ + \times + \bullet = 180^\circ$ 이므로
 $\triangle ABH$ 에서 $\angle BAH = \bullet$
 가 되고,
 $\triangle AHC$ 에서 $\angle CAH = \times$ 가 된다.
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle HBA \sim \triangle HAC$ (AA 닮음)



07 [답] SAS 닮음
 $10 : 20 = 12 : 24 = 1 : 2$
 즉, 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로 SAS 닮음이다.

08 [답] SSS 닮음
 $4 : 8 = 3 : 6 = 5 : 10 = 1 : 2$
 즉, 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같으므로 SSS 닮음이다.

09 [답] AA 닮음
 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같으므로 AA 닮음이다.

10 [답] $\triangle MNO \sim \triangle HGI$ (SAS 닮음)
 $\triangle DEF \sim \triangle WXV$ (AA 닮음)

11 [답] 3, 4, $\overline{BD}$, 32, $\overline{DC}$, 16, 3, 4, $\triangle CBD$, SSS
 $\triangle ABC$ 와 $\triangle CBD$ 에서
 $\overline{AB} : \overline{CB} = 18 : 24 = \boxed{3} : \boxed{4}$
 $\overline{BC} : \overline{BD} = 24 : \boxed{32} = 3 : 4$
 $\overline{CA} : \overline{DC} = 12 : \boxed{16} = \boxed{3} : \boxed{4}$
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle CBD$ ([SSS] 답음)

12 [답] A, 4, $\overline{AD}$, $\overline{AB}$, 16, 8, $\triangle ADB$, SAS
 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADB$ 에서
 $\angle \boxed{A}$ 는 공통이고
 $\overline{AD} = \boxed{4}$ 에서
 $\overline{AB} : \overline{AD} = 8 : 4 = 2 : 1$
 $\overline{AC} : \overline{AB} = \boxed{16} : \boxed{8} = 2 : 1$
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle ADB$ ([SAS] 답음)

13 [답] 8 cm
 $\overline{AC}^2 = \overline{CH} \times \overline{CB}$ 이므로
 $\overline{AC}^2 = 4 \times 16 = 64 = 8^2 \quad \therefore \overline{AC} = 8(\text{cm})$

14 [답] $\frac{5}{2}$
 $\overline{AC}^2 = \overline{CH} \times \overline{CB}$ 이므로
 $3^2 = 2(2+x), 2x+4=9 \quad \therefore x = \frac{5}{2}$

15 [답] 6
 $\overline{AH}^2 = \overline{HB} \times \overline{HC}$ 이므로
 $x^2 = 4 \times 9 = 36 = 6^2 \quad \therefore x = 6$

16 [답] ②, ④
 ① SSS 답음 ③ AA 답음 ⑤ SAS 답음

17 [답] $\triangle ABC \sim \triangle EDF$ (SAS 답음)
 $\triangle ABC$ 와 $\triangle EDF$ 에서
 $\angle A = \angle E, \overline{AB} : \overline{ED} = 8 : 16 = 1 : 2,$
 $\overline{AC} : \overline{EF} = 5 : 10 = 1 : 2$
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle EDF$ (SAS 답음)

18 [답] ①
 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DFE$ 에서
 $\overline{AB} : \overline{DF} = 6 : 10 = 3 : 5$
 $\overline{BC} : \overline{FE} = 9 : 15 = 3 : 5$
 $\angle B = \angle F = 60^\circ$
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle DFE$ (SAS 답음)

19 [답] ③
 ① SSS 답음 ② SAS 답음
 ④ AA 답음 ⑤ SSS 답음

20 [답] $\overline{BC}, \overline{BC}, 2, \triangle CDB$, SSS
 $\triangle ABC$ 와 $\triangle CDB$ 에서
 $\overline{AB} : \overline{CD} = \overline{BC} : \overline{DB} = \overline{CA} : \overline{BC}$
 $= 1 : \boxed{2}$
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle CDB$ ([SSS] 답음)

21 [답] ④
 ④ $\angle C = \angle F = 50^\circ, \angle B = \angle E = 40^\circ$ 이면
 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ (AA 답음)

22 [답] ①
 ① $\angle B = \angle F = 30^\circ$ 이지만 $\overline{AB} : \overline{DF} = 6 : 4 = 3 : 2,$
 $\overline{BC} : \overline{FE} = 8 : 4 = 2 : 1$ 이므로
 $\overline{AB} : \overline{DF} \neq \overline{BC} : \overline{FE}$ 이다.
 즉, $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 가 닮은 도형이 되지 않는다.
 ② $\overline{DF} = 3 \text{ cm}$ 이면 $\overline{AB} : \overline{DF} = \overline{BC} : \overline{FE} = 2 : 1$ 이고
 $\angle B = \angle F$ 이므로 SAS 답음이다.
 ③, ④, ⑤ AA 답음이다.

23 [답] ②, ④
 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 주어져 있으므로
 $c : f = 1 : 2$ 이면 SSS 답음이다. 또, $\angle C = \angle F$ 이면
 SAS 답음이다.
 따라서 필요한 조건은 ② $f = 2c$, ④ $\angle C = \angle F$ 이다.

24 [답] $\overline{CE}, 1, 2, \angle DEC, \triangle DCE$, SAS
 $\triangle ABE$ 와 $\triangle DCE$ 에서
 $\overline{AE} : \overline{DE} = \overline{BE} : \overline{CE} = \boxed{1} : \boxed{2}$
 $\angle AEB = \angle DEC$ (맞꼭지각)
 $\therefore \triangle ABE \sim \triangle DCE$ ([SAS] 답음)

25 [답] ③
 $\triangle ABC$ 와 $\triangle AED$ 에서 $\overline{AB} : \overline{AE} = 9 : 3 = 3 : 1,$
 $\overline{AC} : \overline{AD} = 15 : 5 = 3 : 1$ 이고 $\angle A$ 는 공통이므로
 $\triangle ABC \sim \triangle AED$ (SAS 답음)
 $\overline{BC} : \overline{ED} = 3 : 1$ 이므로
 $\overline{BC} : 6 = 3 : 1$
 $\therefore \overline{BC} = 18(\text{cm})$

26 [답] ③
 $\triangle ABC$ 와 $\triangle EDC$ 에서 $\overline{AC} : \overline{EC} = 12 : 8 = 3 : 2,$
 $\overline{BC} : \overline{DC} = 9 : 6 = 3 : 2$ 이고 $\angle C$ 는 공통이므로
 $\triangle ABC \sim \triangle EDC$ (SAS 답음)
 $\overline{AB} : \overline{DE} = 3 : 2$ 이므로
 $9 : \overline{DE} = 3 : 2$
 $3\overline{DE} = 18 \quad \therefore \overline{DE} = 6(\text{cm})$



27 [답] ②

△ABC와 △EBD에서
 $\overline{AB} : \overline{EB} = 18 : 12 = 3 : 2$,
 $\overline{BC} : \overline{BD} = 15 : 10 = 3 : 2$ 이고
 $\angle B$ 는 공통이므로
 $\triangle ABC \sim \triangle EBD$ (SAS 닮음)
 $\overline{AC} : \overline{ED} = 3 : 2$ 이므로
 $\overline{AC} : 10 = 3 : 2$
 $2\overline{AC} = 30 \quad \therefore \overline{AC} = 15(\text{cm})$
따라서 △ABC의 둘레의 길이는
 $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}$
 $= 18 + 15 + 15 = 48(\text{cm})$

28 [답] ②

△AOC와 △DOB에서
 $\overline{AO} : \overline{DO} = 4 : 6 = 2 : 3$,
 $\overline{CO} : \overline{BO} = 6 : 9 = 2 : 3$ 이고,
 $\angle AOC = \angle DOB$ (맞꼭지각)이므로
 $\triangle AOC \sim \triangle DOB$ (SAS 닮음)
△AOC와 △DOB의 닮음비가 2 : 3이므로
 $\overline{AC} : \overline{DB} = 2 : 3$ 에서
 $3 : \overline{DB} = 2 : 3, 2\overline{DB} = 9$
 $\therefore \overline{DB} = \frac{9}{2} = 4.5(\text{cm})$

29 [답] ④

△ABC와 △EDC에서
 $\angle BAC = \angle DEC$, $\angle C$ 는 공통이므로
 $\triangle ABC \sim \triangle EDC$ (AA 닮음)
 $\overline{BE} = x \text{ cm}$ 라 하면
 $\overline{AC} : \overline{EC} = \overline{BC} : \overline{DC}$ 에서
 $6 : 2 = (x+2) : 4$
 $2(x+2) = 24$
 $x+2 = 12 \quad \therefore x = 10$
따라서 $\overline{BE}$ 의 길이는 10 cm이다.

30 [답] ①

△ABC와 △AED에서
 $\angle A$ 는 공통, $\angle ABC = \angle AED$ 이므로
 $\triangle ABC \sim \triangle AED$ (AA 닮음)
 $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AC} : \overline{AD}$ 에서
 $10 : 5 = \overline{AC} : 3$ 이므로
 $5\overline{AC} = 30$
 $\therefore \overline{AC} = 6(\text{cm})$
 $\therefore \overline{CE} = \overline{AC} - \overline{AE} = 6 - 5 = 1(\text{cm})$

31 [답] ②

△ABC와 △ADE에서
 $\angle A$ 는 공통, $\angle ABC = \angle ADE$ 이므로
 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ (AA 닮음)
닮음비는 $\overline{AC} : \overline{AE} = 14 : 7 = 2 : 1$
 $\overline{AB} : \overline{AD} = 2 : 1$ 에서
 $(7+x) : 10 = 2 : 1$
 $7+x = 20 \quad \therefore x = 13$
 $\overline{BC} : \overline{DE} = 2 : 1$ 에서
 $20 : y = 2 : 1$
 $2y = 20 \quad \therefore y = 10$
 $\therefore x - y = 13 - 10 = 3$

32 [답] 10

△ABC와 △EDA에서
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle BCA = \angle DAE$ (엇각)
 $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ 이므로 $\angle BAC = \angle DEA$ (엇각)
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle EDA$ (AA 닮음)
 $\overline{AC} : \overline{EA} = \overline{BC} : \overline{DA}$ 이므로
 $(x+5) : x = 12 : 8$
 $12x = 8(x+5), 12x = 8x + 40$
 $4x = 40 \quad \therefore x = 10$

33 [답] ①

△ABC와 △EDC에서 $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ 이므로
 $\angle ABC = \angle EDC$ (엇각),
 $\angle BAC = \angle DEC$ (엇각)
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle EDC$ (AA 닮음)
 $\overline{AC} : \overline{EC} = \overline{BC} : \overline{DC}$ 에서 $2 : 4 = 4 : \overline{DC}$ 이므로
 $2\overline{DC} = 16 \quad \therefore \overline{DC} = 8(\text{cm})$
 $\overline{AC} : \overline{EC} = \overline{AB} : \overline{ED}$ 에서 $2 : 4 = 5 : \overline{ED}$ 이므로
 $2\overline{ED} = 20 \quad \therefore \overline{ED} = 10(\text{cm})$
 $\therefore \overline{CD} + \overline{DE} = 8 + 10 = 18(\text{cm})$

34 [답] ②

△AFE와 △CFB에서 $\overline{AE} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle FAE = \angle FCB$ (엇각),
 $\angle AEF = \angle CBF$ (엇각)
 $\therefore \triangle AFE \sim \triangle CFB$ (AA 닮음)
 $\overline{AF} : \overline{CF} = \overline{AE} : \overline{CB}$ 에서 $6 : 9 = \overline{AE} : 12$ 이므로
 $9\overline{AE} = 72 \quad \therefore \overline{AE} = 8(\text{cm})$
이때, □ABCD가 평행사변형이므로
 $\overline{AD} = \overline{BC} = 12 \text{ cm}$
 $\therefore \overline{DE} = \overline{AD} - \overline{AE} = 12 - 8 = 4(\text{cm})$

35 [답] ②

$\triangle ABE$ 와 $\triangle FCE$ 에서
 $\angle BAE = \angle CFE$ (엇각), $\angle ABE = \angle FCE$ (엇각)
 $\therefore \triangle ABE \sim \triangle FCE$ (AA 닮음)
 이때, $\square ABCD$ 가 마름모이므로
 $\overline{BC} = \overline{AB} = 10$ cm
 $\therefore \overline{CE} = \overline{BC} - \overline{BE} = 10 - 8 = 2$ (cm)
 따라서 $\triangle ABE \sim \triangle FCE$ 이므로
 $\overline{AB} : \overline{FC} = \overline{BE} : \overline{CE}$ 에서 $10 : \overline{FC} = 8 : 2$
 $8\overline{FC} = 20 \quad \therefore \overline{FC} = \frac{5}{2}$ (cm)

36 [답] ③

$\triangle ABE$ 와 $\triangle CBD$ 에서
 $\angle ABE = \angle CBD$
 $\square ABCD$ 는 평행사변형이므로
 $\angle A = \angle C$
 $\therefore \triangle ABE \sim \triangle CBD$ (AA 닮음)
 $\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{AE} : \overline{CD}$ 에서 $6 : 9 = \overline{AE} : 6$ 이므로
 $9\overline{AE} = 36 \quad \therefore \overline{AE} = 4$ (cm)
 $\therefore \overline{ED} = \overline{AD} - \overline{AE} = 9 - 4 = 5$ (cm)

37 [답] 4 cm

$\square BEFD$ 는 마름모이므로 $\overline{BE} \parallel \overline{DF}$
 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADF$ 에서
 $\angle A$ 는 공통, $\angle ABC = \angle ADF$ (동위각)
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle ADF$ (AA 닮음)
 $\overline{BD} = \overline{DF} = x$ cm라 하면 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DF}$
 이므로
 $12 : (12 - x) = 6 : x$
 $12x = 72 - 6x$
 $18x = 72 \quad \therefore x = 4$
 따라서 마름모 $BEFD$ 의 한 변의 길이는 4 cm이다.

38 [답] 2 : 1, 6 cm

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DEC$ 에서
 $\angle B = \angle DEC = 90^\circ$, $\angle C$ 는 공통
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEC$ (AA 닮음)
 즉, 닮음비는 $\overline{AB} : \overline{DE} = 12 : 6 = 2 : 1$ 이고
 $\overline{BC} : \overline{EC} = 2 : 1$ 이므로
 $12 : \overline{CE} = 2 : 1$
 $2\overline{CE} = 12 \quad \therefore \overline{CE} = 6$ (cm)

39 [답] 3 cm

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DEC$ 에서
 $\angle A = \angle EDC = 90^\circ$, $\angle C$ 는 공통
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEC$ (AA 닮음)

즉, $\overline{AC} : \overline{DC} = \overline{BC} : \overline{EC}$ 이므로
 $\overline{AC} : 4 = 10 : 5$
 $5\overline{AC} = 40 \quad \therefore \overline{AC} = 8$ (cm)
 $\therefore \overline{AE} = \overline{AC} - \overline{CE} = 8 - 5 = 3$ (cm)

40 [답] ④

① $\triangle ADE$ 와 $\triangle ACE$ 에서
 $\angle ADE = \angle ACE = 90^\circ$,
 $\overline{AE}$ 는 공통, $\angle DAE = \angle CAE$
 $\therefore \triangle ADE \cong \triangle ACE$ (RHA 합동)
 ② $\triangle ADE \cong \triangle ACE$ 이므로 $\overline{DE} = \overline{CE}$
 ③ $\triangle ABC$ 와 $\triangle EBD$ 에서
 $\angle BCA = \angle BDE = 90^\circ$, $\angle B$ 는 공통
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle EBD$ (AA 닮음)
 ⑤ $\triangle ABC \sim \triangle EBD$ 이므로 $\overline{AB} : \overline{EB} = \overline{AC} : \overline{ED}$ 에서
 $10 : 5 = 6 : \overline{DE}$ ($\because \overline{AD} = \overline{AC}$)
 $10\overline{DE} = 30 \quad \therefore \overline{DE} = 3$ (cm)
 $\therefore \overline{CE} = \overline{DE} = 3$ cm

41 [답] ②

$\triangle ABC$ 와 $\triangle EDC$ 에서
 $\angle ABC = \angle EDC = 90^\circ$, $\angle C$ 는 공통
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle EDC$ (AA 닮음)
 $\overline{BC} : \overline{CD} = \overline{AC} : \overline{EC}$ 에서 $\overline{BC} : 6 = 14 : 10$
 $10\overline{BC} = 84 \quad \therefore \overline{BC} = 8.4$ (cm)

42 [답] ④

$\angle ABD + \angle ABC + \angle CBE = 180^\circ$ 이고,
 $\angle ABC = 90^\circ$ 이므로
 $\angle ABD + \angle CBE = 90^\circ$
 또, $\angle ABD + \angle BAD = 90^\circ$ 이므로
 $\angle BAD = \angle CBE$
 즉, $\triangle ABD$ 와 $\triangle BCE$ 에서
 $\angle ADB = \angle BEC = 90^\circ$, $\angle BAD = \angle CBE$ 이므로
 $\triangle ABD \sim \triangle BCE$ (AA 닮음)
 따라서 $\overline{AD} : \overline{BE} = \overline{BD} : \overline{CE}$ 이므로
 $3 : 6 = 4 : \overline{CE}$
 $3\overline{CE} = 24 \quad \therefore \overline{CE} = 8$ (cm)

43 [답] ③

$\triangle ABE$ 와 $\triangle ADF$ 에서
 $\angle AEB = \angle AFD = 90^\circ$,
 $\angle ABE = \angle ADF$ ($\because$ 평행사변형의 대각)
 $\therefore \triangle ABE \sim \triangle ADF$ (AA 닮음)
 $\therefore \overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AE} : \overline{AF} = 6 : 9 = 2 : 3$



44 [답] ⑤

$\triangle AEF = 40 \text{ cm}^2$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times 8 \times \overline{AE} = 40$$

$$\therefore \overline{AE} = 10(\text{cm})$$

$\triangle AFE$ 와 $\triangle DGE$ 에서

$$\angle AEF = \angle DEG, \angle A = \angle D = 90^\circ$$

$\therefore \triangle AFE \sim \triangle DGE$ (AA 닮음)

즉, $\overline{AF} : \overline{DG} = \overline{AE} : \overline{DE}$ 이므로

$$8 : 6 = 10 : \overline{DE}$$

$$8\overline{DE} = 60 \quad \therefore \overline{DE} = \frac{15}{2} = 7.5(\text{cm})$$

45 [답] ④

$\overline{AD}^2 = \overline{DB} \times \overline{DC}$ 이므로

$$9^2 = x \times 6, 6x = 81$$

$$\therefore x = \frac{81}{6} = 13.5$$

46 [답] ④

$\overline{CD} = x \text{ cm}$ 라 하면

$\overline{AB}^2 = \overline{BD} \times \overline{BC}$ 이므로

$$10^2 = 8 \times (8 + x)$$

$$100 = 64 + 8x \quad \therefore x = \frac{9}{2} = 4.5$$

따라서 $\overline{CD}$ 의 길이는 4.5 cm이다.

47 [답] ①

직각삼각형 ABC의 넓이에서

$\overline{BC} \times \overline{AC} = \overline{AB} \times \overline{CD}$ 이므로

$$4 \times 3 = 5 \times \overline{CD} \quad \therefore \overline{CD} = \frac{12}{5}(\text{cm})$$

48 [답] 80 cm^2

$\overline{BD}^2 = \overline{DA} \times \overline{DC}$ 이므로 $8^2 = 4 \times \overline{DC}$

$$4\overline{DC} = 64 \quad \therefore \overline{DC} = 16(\text{cm})$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BD}$$

$$= \frac{1}{2} \times (\overline{AD} + \overline{DC}) \times \overline{BD}$$

$$= \frac{1}{2} \times (4 + 16) \times 8 = 80(\text{cm}^2)$$

49 [답] ④

$\triangle AEB'$ 과 $\triangle DB'C$ 에서

$$\angle AB'E + \angle AEB' = 90^\circ,$$

$$\angle AB'E + \angle DB'C = 90^\circ \text{이므로}$$

$$\angle AEB' = \angle DB'C$$

$$\angle A = \angle D = 90^\circ$$

$\therefore \triangle AEB' \sim \triangle DB'C$ (AA 닮음)

즉, $\overline{AB'} : \overline{DC} = \overline{AE} : \overline{DB'}$ 이므로

$$6 : 18 = 8 : \overline{DB'}$$

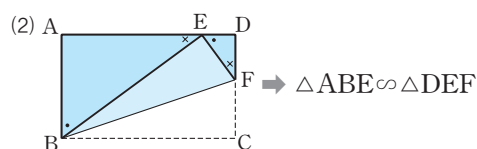
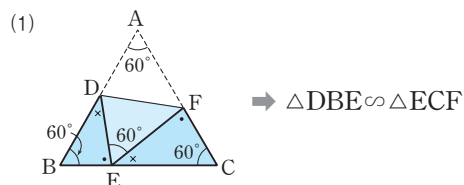
$$6\overline{DB'} = 144 \quad \therefore \overline{DB'} = 24(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{BC} = \overline{AD} = \overline{AB'} + \overline{DB'}$$

$$= 6 + 24 = 30(\text{cm})$$

Tip

종이 접기에 대한 문제는 주어진 그림에서 크기가 같은 각을 찾아 표시한 후 닮음인 두 삼각형을 찾는 다.



50 [답] 12 cm

$\triangle AEB'$ 과 $\triangle DB'C$ 에서

$$\angle AB'E + \angle AEB' = 90^\circ,$$

$$\angle AB'E + \angle DB'C = 90^\circ$$

이므로

$$\angle AEB' = \angle DB'C$$

$$\angle A = \angle D = 90^\circ$$

$\therefore \triangle AEB' \sim \triangle DB'C$ (AA 닮음)

이때, $\overline{BE} = \overline{B'E} = 5 \text{ cm}$ 에서

$\overline{AE} = 9 - 5 = 4(\text{cm})$ 이고

$\overline{AB'} : \overline{DC} = \overline{AE} : \overline{DB'}$ 이므로

$$3 : 9 = 4 : \overline{DB'}$$

$$3\overline{DB'} = 36 \quad \therefore \overline{DB'} = 12(\text{cm})$$

51 [답] $\frac{10}{3} \text{ cm}$

$\triangle ABC'$ 과 $\triangle DC'E$ 에서

$$\angle ABC' + \angle AC'B = 90^\circ,$$

$$\angle AC'B + \angle DC'E = 90^\circ \text{이므로}$$

$$\angle ABC' = \angle DC'E$$

$$\angle A = \angle D = 90^\circ$$

$\therefore \triangle ABC' \sim \triangle DC'E$ (AA 닮음)

이때, $\overline{CD} = 10 - 8 = 2(\text{cm})$, $\overline{BC'} = \overline{BC} = 10 \text{ cm}$ 이고,

$\overline{AB} : \overline{DC'} = \overline{BC'} : \overline{C'E}$ 이므로

$$6 : 2 = 10 : \overline{C'E}$$

$$6\overline{C'E} = 20 \quad \therefore \overline{C'E} = \frac{10}{3}(\text{cm})$$

52 [답] ⑤

- ① $\overline{AD} = \overline{A'D} = 7$ cm
 ② $\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{DB} = 7 + 8 = 15$ (cm)
 ③ 정삼각형 ABC의 한 변의 길이는 15 cm이므로
 $\overline{AC} = 15 - 5 = 10$ (cm)
 ④ $\triangle BA'D$ 와 $\triangle CEA'$ 에서 $\angle B = 60^\circ$ 이므로
 $\angle BA'D + \angle BDA' = 120^\circ \cdots \text{㉠}$
 $\angle DA'E = 60^\circ$ 이므로
 $\angle BA'D + \angle CA'E = 120^\circ \cdots \text{㉡}$
 ㉠, ㉡에서 $\angle BDA' = \angle CA'E$
 또, $\angle B = \angle C = 60^\circ$
 $\therefore \triangle BA'D \sim \triangle CEA'$ (AA 닮음)
 ⑤ $\triangle BA'D \sim \triangle CEA'$ 에서 $\overline{BD} : \overline{CA'} = \overline{A'D} : \overline{EA'}$
 이므로
 $8 : 10 = 7 : \overline{EA'}$
 $8\overline{EA'} = 70 \quad \therefore \overline{EA'} = \frac{35}{4}$ (cm)
 $\therefore \overline{AE} = \overline{EA'} = \frac{35}{4}$ cm

연습문제 [K~L]

01 [답] 모서리 EF, 면 ABC

02 [답] ⑤

- ④ $\overline{AC} : \overline{DF} = 2 : 5$ 이므로
 $6 : \overline{DF} = 2 : 5, 2\overline{DF} = 30 \quad \therefore \overline{DF} = 15$ (cm)
 ⑤ 두 도형이 닮은 도형일 때, 대응하는 각의 크기는
 각각 같으므로 $\angle C = \angle F$ 이다.

03 [답] ③

- $\square ABCD \sim \square DEFC$ 에서
 $\overline{AD} : \overline{DC} = \overline{AB} : \overline{DE}$ 이므로 $18 : 12 = 12 : \overline{DE}$
 $18\overline{DE} = 144 \quad \therefore \overline{DE} = 8$ (cm)
 즉, $\overline{AE} = \overline{AD} - \overline{DE} = 18 - 8 = 10$ (cm)이므로 $x = 10$
 또, $\square ABCD \sim \square AGHE$ 에서
 $\overline{AD} : \overline{AE} = \overline{DC} : \overline{EH}$ 이므로 $18 : 10 = 12 : y$
 $18y = 120 \quad \therefore y = \frac{20}{3}$
 $\therefore x + y = 10 + \frac{20}{3} = \frac{50}{3}$

04 [답] 12 cm

처음 원뿔과 이 원뿔을 밑면에 평행한 평면으로 자를
 때 생기는 원뿔은 닮은 도형이고 닮음비는
 $12 : 8 = 3 : 2$
 처음 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면
 $r : 4 = 3 : 2, 2r = 12 \quad \therefore r = 6$
 따라서 구하는 밑면의 지름의 길이는 12 cm이다.

05 [답] ④

두 원기둥의 닮음비는 $3 : 6 = 1 : 2$
 작은 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면
 $r : 4 = 1 : 2$
 $2r = 4 \quad \therefore r = 2$
 따라서 구하는 부피는
 $\pi r^2 = \pi \times 2^2 \times 3 = 12\pi$ (cm³)

06 [답] $\triangle DEF \sim \triangle KJL$ (SAS 닮음)

$\triangle DEF$ 와 $\triangle KJL$ 에서
 $\angle DEF = \angle KJL, \overline{DE} : \overline{KJ} = 4 : 2 = 2 : 1,$
 $\overline{EF} : \overline{JL} = 8 : 4 = 2 : 1$
 $\therefore \triangle DEF \sim \triangle KJL$ (SAS 닮음)

07 [답] $\frac{27}{2}$

$\triangle AOD$ 와 $\triangle COB$ 에서
 $\angle AOD = \angle COB$ (맞꼭지각),
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle DAO = \angle BCO$ (엇각),
 $\therefore \triangle AOD \sim \triangle COB$ (AA 닮음)
 $\overline{AO} : \overline{CO} = \overline{DO} : \overline{BO}$ 이므로 $(x-9) : 9 = 3 : 6$
 $6(x-9) = 27$
 $6x - 54 = 27$
 $6x = 81 \quad \therefore x = \frac{27}{2}$

08 [답] 16 cm

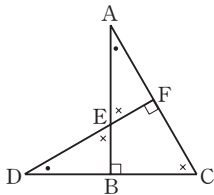
$\triangle AFE$ 와 $\triangle CFB$ 에서
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle FAE = \angle FCB$ (엇각)
 $\angle AEF = \angle CBF$ (엇각)
 $\therefore \triangle AFE \sim \triangle CFB$ (AA 닮음)
 $\overline{AF} : \overline{CF} = \overline{AE} : \overline{CB}$ 이므로
 $6 : 8 = (\overline{CB} - 4) : \overline{CB}$
 $6\overline{CB} = 8(\overline{CB} - 4)$
 $6\overline{CB} = 8\overline{CB} - 32$
 $2\overline{CB} = 32 \quad \therefore \overline{CB} = 16$ (cm)

09 [답] ⑤

- ① $\overline{CE} = \overline{BC} - \overline{BE} = 12 - 9 = 3(\text{cm})$
 ②, ④ $\triangle ABE$ 와 $\triangle FCE$ 에서
 $\angle BAE = \angle CFE$ (엇각),
 $\angle ABE = \angle FCE$ (엇각)
 $\therefore \triangle ABE \sim \triangle FCE$ (AA 닮음)
 $\overline{AB} : \overline{FC} = \overline{BE} : \overline{CE}$ 이므로
 $12 : \overline{FC} = 9 : 3$
 $9\overline{FC} = 36 \quad \therefore \overline{FC} = 4(\text{cm})$
 ③ $\overline{DF} = \overline{CD} + \overline{CF} = 12 + 4 = 16(\text{cm})$
 ⑤ $\triangle EFC$ 와 $\triangle AFD$ 에서
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle FEC = \angle FAD$ (동위각),
 $\angle FCE = \angle FDA$ (동위각)
 $\therefore \triangle EFC \sim \triangle AFD$ (AA 닮음)
 따라서 $\overline{FC} : \overline{FD} = 4 : 16 = 1 : 4$ 이므로
 $\triangle EFC$ 와 $\triangle AFD$ 의 닮음비는 1 : 4이다.

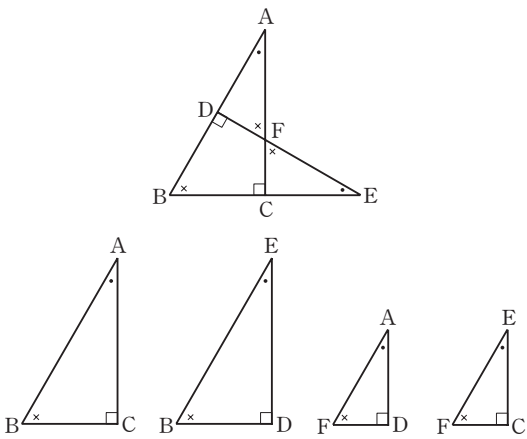
10 [답] ④

- ① 오른쪽 그림에서
 $\angle AEF = \angle DEB$ (맞꼭지각)이므로
 $\angle FAE = 90^\circ - \angle AEF$
 $= 90^\circ - \angle DEB$
 $= \angle EDB$
 ② $\triangle AFE \sim \triangle DBE$ (AA 닮음)
 ③ $\triangle AFE \sim \triangle DFC$ (AA 닮음)
 ④ $\triangle AFE \sim \triangle DFC$ 에서
 $\overline{AE} : \overline{DC} = \overline{AF} : \overline{DF}$
 ⑤ $\triangle AFE \sim \triangle ABC$ (AA 닮음)이므로
 $\overline{AF} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC}$



Tip

AA 닮음조건을 이용하여 닮음인 직각삼각형을 찾는다.



11 [답] $\frac{60}{17} \text{ cm}$

$\triangle ABC$ 와 $\triangle ADF$ 에서
 $\angle A$ 는 공통, $\angle ACB = \angle AFD = 90^\circ$
 $\triangle ABC \sim \triangle ADF$ (AA 닮음)
 $\overline{DF} = \overline{FC} = x \text{ cm}$ 라 하면
 $\overline{BC} : \overline{DF} = \overline{AC} : \overline{AF}$ 이므로
 $12 : x = 5 : (5 - x)$
 $60 - 12x = 5x, 17x = 60$
 $\therefore x = \frac{60}{17}$
 따라서 $\square DECF$ 의 한 변의 길이는 $\frac{60}{17} \text{ cm}$ 이다.

12 [답] ③

$\overline{AH}^2 = \overline{BD} \times \overline{CD}$ 이므로
 $4^2 = 2\overline{BD} \quad \therefore \overline{BD} = 8(\text{cm})$
 $\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AD}$
 $= \frac{1}{2} \times (8 + 2) \times 4 = 20(\text{cm}^2)$

13 [답] 8 cm

$\angle A = 90^\circ$ 이므로
 $\overline{AB}^2 = \overline{BH} \times \overline{BD}$ 에서
 $10^2 = 6\overline{BD}$
 $\therefore \overline{BD} = \frac{50}{3}(\text{cm})$
 즉, $\overline{DH} = \overline{BD} - \overline{BH} = \frac{50}{3} - 6 = \frac{32}{3}(\text{cm})$ 이므로
 $\overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{DH}$ 에서
 $\overline{AH}^2 = 6 \times \frac{32}{3} = 64 = 8^2$
 $\therefore \overline{AH} = 8(\text{cm})$

14 [답] $\frac{15}{4} \text{ cm}$

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle EDB = \angle DBC$ (엇각)
 또, $\angle DBC = \angle EBD$ (접은 각)
 $\therefore \angle EDB = \angle EBD$
 즉, $\triangle EBD$ 는 $\overline{EB} = \overline{ED}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{BF} = \overline{DF} = 5(\text{cm})$
 $\triangle BFE$ 와 $\triangle BC'D$ 에서
 $\angle BFE = \angle BC'D = 90^\circ$, $\angle B$ 는 공통
 $\therefore \triangle BFE \sim \triangle BC'D$ (AA 닮음)
 $\overline{BF} : \overline{BC'} = \overline{FE} : \overline{C'D}$ 이므로
 $5 : 8 = \overline{FE} : 6$
 $8\overline{FE} = 30 \quad \therefore \overline{FE} = \frac{15}{4}(\text{cm})$

M 삼각형과 평행선

01 [답] ① $\overline{AE}$, $\overline{BC}$ ② $\overline{EC}$

02 [답] $\overline{AC}$

03 [답] $\overline{BD}$

04 [답] ○
 $\overline{AB} : \overline{AD} = 10 : 6 = 5 : 3$, $\overline{AC} : \overline{AE} = 5 : 3$
 즉, $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE}$ 이므로 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 이다.

05 [답] ○
 $\overline{AD} : \overline{DB} = 8 : 4 = 2 : 1$, $\overline{AE} : \overline{EC} = 6 : 3 = 2 : 1$
 즉, $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$ 이므로 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 이다.

06 [답] ○
 $\overline{AB} : \overline{AD} = 12 : 4 = 3 : 1$, $\overline{AC} : \overline{AE} = 9 : 3 = 3 : 1$
 즉, $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE}$ 이므로 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 이다.

07 [답] ×
 $\overline{AD} = 16 - 4 = 12$ 이고, $\overline{AB} : \overline{AD} = 4 : 12 = 1 : 3$
 $\overline{AC} : \overline{AE} = 2 : 8 = 1 : 4$
 즉, $\overline{AB} : \overline{AD} \neq \overline{AC} : \overline{AE}$ 이므로 $\overline{BC}$ 와 $\overline{DE}$ 는 평행하지 않다.

08 [답] 25
 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{DE} : \overline{BC}$, 즉 $6 : (6 + 9) = 10 : x$ 이므로
 $6x = 150 \quad \therefore x = 25$

09 [답] 12
 $\overline{AC} : \overline{AE} = \overline{BC} : \overline{DE}$, 즉 $6 : (6 + 2) = x : 16$ 이므로
 $8x = 96 \quad \therefore x = 12$

10 [답] 10
 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$, 즉 $8 : (x - 8) = 12 : 3$ 이므로
 $12(x - 8) = 24$, $12x - 96 = 24$
 $12x = 120 \quad \therefore x = 10$

11 [답] 16
 $\overline{AE} : \overline{AC} = \overline{DE} : \overline{BC}$, 즉 $4 : x = 3 : 12$ 이므로
 $3x = 48 \quad \therefore x = 16$

12 [답] 24
 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE}$, 즉 $8 : x = (16 - 12) : 12$ 이므로
 $4x = 96 \quad \therefore x = 24$

13 [답] 15
 $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{BC} : \overline{DE}$,
 즉 $(x - 10) : 10 = 3 : 6$ 이므로
 $6(x - 10) = 30$, $6x - 60 = 30$
 $6x = 90 \quad \therefore x = 15$

14 [답] 4
 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$,
 즉 $6 : 8 = 3 : x$ 이므로
 $6x = 24 \quad \therefore x = 4$

15 [답] 10
 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$,
 즉 $5 : x = 4 : (12 - 4)$ 이므로
 $4x = 40 \quad \therefore x = 10$

16 [답] 6
 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$,
 즉 $9 : 6 = x : (10 - x)$ 이므로
 $6x = 9(10 - x)$, $6x = 90 - 9x$
 $15x = 90 \quad \therefore x = 6$

17 [답] 10
 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$,
 즉 $8 : x = 12 : (3 + 12)$ 이므로
 $12x = 120 \quad \therefore x = 10$

18 [답] $\frac{36}{5}$
 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$,
 즉 $12 : x = (8 + 12) : 12$ 이므로
 $20x = 144 \quad \therefore x = \frac{36}{5}$

19 [답] ②
 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$,
 즉 $15 : (x - 15) = 18 : 6$ 이므로
 $18(x - 15) = 90$, $18x - 270 = 90$
 $18x = 360 \quad \therefore x = 20$

20 [답] ②
 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$, 즉 $x : 5 = 8 : 4$ 이므로
 $4x = 40 \quad \therefore x = 10$
 $\overline{AE} : \overline{AC} = \overline{DE} : \overline{BC}$, 즉 $8 : (8 + 4) = 8 : y$ 이므로
 $8y = 96 \quad \therefore y = 12$
 $\therefore xy = 10 \times 12 = 120$

21 [답] ④

$$\begin{aligned}\overline{AB} : \overline{AD} &= \overline{AC} : \overline{AE}, \\ \text{즉 } 16 : 8 &= 20 : (20-x) \text{이므로} \\ 16(20-x) &= 160, 320-16x=160 \\ 16x &= 160 \quad \therefore x=10 \\ \overline{AB} : \overline{AD} &= \overline{BC} : \overline{DE}, \\ \text{즉 } 16 : 8 &= 18 : y \text{이므로} \\ 16y &= 144 \quad \therefore y=9 \\ \therefore x+y &= 10+9=19\end{aligned}$$

22 [답] ④

$$\begin{aligned}\triangle ABC \text{에서 } \overline{DE} &\parallel \overline{BC} \text{이므로} \\ \overline{AE} : \overline{AC} &= \overline{DE} : \overline{BC}, \text{ 즉 } 10 : (10+20) = 8 : \overline{BC} \\ 10\overline{BC} &= 240 \quad \therefore \overline{BC}=24(\text{cm}) \\ \text{이때, } \square DFCE &\text{는 평행사변형이므로} \\ \overline{CF} &= \overline{DE}=8\text{ cm} \\ \therefore \overline{BF} &= \overline{BC}-\overline{CF}=24-8=16(\text{cm})\end{aligned}$$

23 [답] ①

$$\begin{aligned}\overline{AC} : \overline{AE} &= \overline{BC} : \overline{DE}, \text{ 즉 } x : 4 = 12 : 3 \text{이므로} \\ 3x &= 48 \quad \therefore x=16\end{aligned}$$

24 [답] ⑤

$$\begin{aligned}\overline{AD} : \overline{AB} &= \overline{AE} : \overline{AC}, \text{ 즉 } x : 9 = 10 : (16-10) \text{이므로} \\ 6x &= 90 \quad \therefore x=15 \\ \overline{AE} : \overline{AC} &= \overline{DE} : \overline{BC}, \text{ 즉 } 10 : (16-10) = 15 : y \text{이므로} \\ 10y &= 90 \quad \therefore y=9 \\ \therefore x+y &= 15+9=24\end{aligned}$$

25 [답] ⑤

$$\begin{aligned}\overline{AB} : \overline{CD} &= \overline{AP} : \overline{DP}, \text{ 즉 } 3 : 6 = 4 : (\overline{AD}-4) \text{이므로} \\ 3(\overline{AD}-4) &= 24, 3\overline{AD}-12=24 \\ 3\overline{AD} &= 36 \quad \therefore \overline{AD}=12 \\ \overline{AB} : \overline{CD} &= \overline{BP} : \overline{PC}, \text{ 즉 } 3 : 6 = \overline{BP} : 6 \text{이므로} \\ 6\overline{BP} &= 18 \quad \therefore \overline{BP}=3 \\ \therefore \frac{\overline{AD}}{\overline{BP}} &= \frac{12}{3}=4\end{aligned}$$

26 [답] ④

$$\begin{aligned}\overline{AD} : \overline{AB} &= \overline{AE} : \overline{AC}, \text{ 즉 } 2 : 8 = 4 : \overline{AC} \text{이므로} \\ 2\overline{AC} &= 32 \quad \therefore \overline{AC}=16(\text{cm}) \\ \overline{AD} : \overline{AB} &= \overline{DE} : \overline{BC}, \text{ 즉 } 2 : 8 = 5 : \overline{BC} \text{이므로} \\ 2\overline{BC} &= 40 \quad \therefore \overline{BC}=20(\text{cm}) \\ \text{따라서 } \triangle ABC \text{의 둘레의 길이는} \\ \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} &= 8+20+16=44(\text{cm})\end{aligned}$$

27 [답] ②

$$\begin{aligned}\triangle ABF \text{에서 } \overline{DG} : \overline{BF} &= \overline{AG} : \overline{AF} \\ \triangle AFC \text{에서 } \overline{AG} : \overline{AF} &= \overline{GE} : \overline{FC} \\ \text{따라서 } \overline{DG} : \overline{BF} &= \overline{GE} : \overline{FC} \text{이므로} \\ \overline{DG} : 7 &= 10 : 14 \\ 14\overline{DG} &= 70 \quad \therefore \overline{DG}=5(\text{cm})\end{aligned}$$

28 [답] ④

$$\begin{aligned}\triangle ABF \text{에서 } \overline{AD} : \overline{AB} &= \overline{AG} : \overline{AF} \\ \triangle AFC \text{에서 } \overline{AG} : \overline{AF} &= \overline{GE} : \overline{FC} \\ \text{따라서 } \overline{AD} : \overline{AB} &= \overline{GE} : \overline{FC} \text{이므로} \\ 9 : (9+x) &= 8 : 12 \\ 8(9+x) &= 108, 72+8x=108 \\ 8x &= 36 \quad \therefore x=\frac{9}{2} \\ \text{또, } \triangle ABF \text{에서 } \overline{DG} : \overline{BF} &= \overline{AD} : \overline{AB} \text{이므로} \\ 4 : y &= 9 : \left(9+\frac{9}{2}\right) \\ 9y &= 54 \quad \therefore y=6 \\ \therefore x+y &= \frac{9}{2}+6=\frac{21}{2}\end{aligned}$$

29 [답] ③

$$\begin{aligned}\triangle ABF \text{에서 } \overline{AD} : \overline{AB} &= \overline{DG} : \overline{BF} \text{이므로} \\ 12 : x &= 8 : 10 \\ 8x &= 120 \quad \therefore x=15 \\ \triangle ABF \text{에서 } \overline{DG} : \overline{BF} &= \overline{AG} : \overline{AF} \\ \triangle AFC \text{에서 } \overline{AG} : \overline{AF} &= \overline{GE} : \overline{FC} \\ \text{따라서 } \overline{DG} : \overline{BF} &= \overline{GE} : \overline{FC} \text{이므로 } 8 : 10 = 4 : y \\ 8y &= 40 \quad \therefore y=5 \\ \text{따라서 } z &= 10+y=10+5=15 \text{이므로} \\ x+y+z &= 15+5+15=35\end{aligned}$$

30 [답] ③

$$\begin{aligned}\triangle ABC \text{에서 } \overline{BC} &\parallel \overline{DE} \text{이므로} \\ \overline{AE} : \overline{AC} &= \overline{AD} : \overline{AB} = 10 : (10+4) = 5 : 7 \\ \text{따라서 } \triangle ADC \text{에서 } \overline{CD} &\parallel \overline{EF} \text{이므로} \\ \overline{EF} : \overline{CD} &= \overline{AE} : \overline{AC} = 5 : 7\end{aligned}$$

31 [답] ③

$$\begin{aligned}\overline{BC} &\parallel \overline{DE} \text{에 의해} \\ \overline{AE} : \overline{EC} &= \overline{AD} : \overline{DB} = 6 : 4 = 3 : 2 \\ \overline{FE} &\parallel \overline{DC} \text{에 의해} \\ \overline{AF} : \overline{FD} &= \overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 2 \text{이므로} \\ x : (6-x) &= 3 : 2 \\ 2x &= 3(6-x), 2x=18-3x \\ 5x &= 18 \quad \therefore x=\frac{18}{5}\end{aligned}$$

32 [답] 12 cm

점 E를 지나고 $\overline{AC}$ 에 평행한 직선을 그어 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 P라 하자.

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{CA} \parallel \overline{PE}$ 이

므로

$$\overline{PE} : \overline{CA} = \overline{BE} : \overline{BA}$$

$$\overline{PE} : 20 = 30 : (30 + 10)$$

$$40\overline{PE} = 600 \quad \therefore \overline{PE} = 15(\text{cm})$$

또, $\overline{PE} \parallel \overline{DB}$ 이므로

$$\overline{PF} : \overline{BF} = \overline{PE} : \overline{BD} = 15 : 60 = 1 : 4$$

따라서 $\triangle BPE$ 에서

$$\overline{PE} : \overline{FG} = \overline{BP} : \overline{BF} = 5 : 4 \text{이므로}$$

$$\overline{FG} = \frac{4}{5} \overline{PE} = \frac{4}{5} \times 15 = 12(\text{cm})$$

[다른 풀이]

$\overline{EG} = a$ cm라 하면 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} \parallel \overline{GF}$ 이므로

$$\overline{AC} : \overline{FG} = \overline{AB} : \overline{BG}$$

$$20 : \overline{FG} = (10 + 30) : (30 - a)$$

$$40\overline{FG} = 20(30 - a)$$

$$\therefore \overline{FG} = \frac{1}{2}(30 - a)(\text{cm}) \quad \cdots \text{㉠}$$

또, $\triangle EBD$ 에서 $\overline{GF} \parallel \overline{BD}$ 이므로

$$\overline{EG} : \overline{EB} = \overline{FG} : \overline{DB}$$

$$a : 30 = \overline{FG} : 60$$

$$30\overline{FG} = 60a \quad \therefore \overline{FG} = 2a(\text{cm}) \quad \cdots \text{㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡에서 } \frac{1}{2}(30 - a) = 2a, \quad 30 - a = 4a$$

$$5a = 30 \quad \therefore a = 6$$

$$\therefore \overline{FG} = 2a = 2 \times 6 = 12(\text{cm})$$

33 [답] ④

$\overline{AE} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\overline{AF} : \overline{CF} = \overline{AE} : \overline{BC}$

$$6 : 8 = x : 12, \quad 8x = 72 \quad \therefore x = 9$$

34 [답] ②

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\overline{EF} : \overline{CF} = \overline{DE} : \overline{BF}$

$$2 : 3 = (10 - x) : x$$

$$2x = 3(10 - x), \quad 2x = 30 - 3x$$

$$5x = 30 \quad \therefore x = 6$$

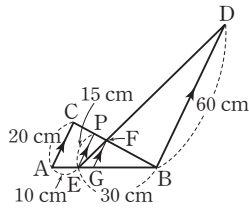
$\square ABCD$ 는 평행사변형이므로 $\overline{BC} = \overline{AD} = y + 5(\text{cm})$

$\overline{EF} : \overline{CF} = \overline{DE} : \overline{BC}$, 즉 $2 : 3 = 5 : (y + 5)$ 이므로

$$2(y + 5) = 15, \quad 2y + 10 = 15$$

$$2y = 5 \quad \therefore y = \frac{5}{2}$$

$$\therefore xy = 6 \times \frac{5}{2} = 15$$



35 [답] ⑤

$\square ABCD$ 는 마름모이므로

$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AD} = 12 \text{ cm 이고}$$

$\overline{AD} \parallel \overline{BF}$ 이므로

$$\overline{AD} : \overline{BF} = \overline{AE} : \overline{BE}$$

$$12 : \overline{BF} = (12 + 3) : 3$$

$$15\overline{BF} = 36 \quad \therefore \overline{BF} = \frac{12}{5}(\text{cm})$$

따라서 $\overline{CF} = \overline{BC} - \overline{BF} = 12 - \frac{12}{5} = \frac{48}{5}(\text{cm})$ 이므로

$$x = \frac{48}{5}$$

36 [답] ⑤

$\square ABCD$ 가 평행사변형이므로 $\overline{AD} = \overline{BC}$

$$\text{즉, } \overline{BM} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2}\overline{AD} \text{ 이므로}$$

$$\overline{BM} : \overline{AD} = 1 : 2$$

따라서 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 에서

$$\overline{BP} : \overline{DP} = \overline{BM} : \overline{AD} = 1 : 2 \text{ 이므로}$$

$$(15 - \overline{DP}) : \overline{DP} = 1 : 2$$

$$\overline{DP} = 2(15 - \overline{DP}), \quad \overline{DP} = 30 - 2\overline{DP}$$

$$3\overline{DP} = 30 \quad \therefore \overline{DP} = 10(\text{cm})$$

37 [답] SAS, ABC

$\triangle ADE$ 와 $\triangle ABC$ 에서

$\angle A$ 는 공통, $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC}$ 이므로

$\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ([SAS] 닮음)

따라서 $\angle ADE = \angle ABC$ (동위각)이므로

$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이다.

38 [답] ③

$$\text{① } \overline{AD} : \overline{AB} = 6 : 9 = 2 : 3, \quad \overline{AE} : \overline{AC} = 4 : 6 = 2 : 3$$

$$\therefore \overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC}$$

$$\text{② } \overline{AD} : \overline{AB} = 5 : 8 = \overline{AE} : \overline{AC} = 10 : 16 = 5 : 8$$

$$\therefore \overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC}$$

$$\text{③ } \overline{AD} : \overline{AB} = 8 : 10 = 4 : 5,$$

$$\overline{AE} : \overline{AC} = 10 : 12 = 5 : 6 \text{ 이므로}$$

$$\overline{AD} : \overline{AB} \neq \overline{AE} : \overline{AC}$$

$$\text{④ } \overline{AD} : \overline{AB} = 3 : 12 = 1 : 4,$$

$$\overline{AE} : \overline{AC} = 2.5 : 10 = 1 : 4$$

$$\therefore \overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC}$$

$$\text{⑤ } \overline{AD} : \overline{AB} = 4 : 8 = 1 : 2,$$

$$\overline{AE} : \overline{AC} = 5 : 10 = 1 : 2$$

$$\therefore \overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC}$$

따라서 $\overline{BC}$ 와 $\overline{DE}$ 가 평행하지 않은 것은 ③이다.

39 [답] ⑤

- ① $\overline{AD} : \overline{AB} = 4 : 10 = 2 : 5$,
 $\overline{AE} : \overline{AC} = 3 : 6 = 1 : 2$ 에서
 $\overline{AD} : \overline{AB} \neq \overline{AE} : \overline{AC}$ 이므로 $\overline{BC}$ 와 $\overline{DE}$ 는 평행하지 않다.
- ② $\overline{AD} : \overline{AB} = 2 : 6 = 1 : 3$, $\overline{AE} : \overline{AC} = 3 : 8$ 에서
 $\overline{AD} : \overline{AB} \neq \overline{AE} : \overline{AC}$ 이므로 $\overline{BC}$ 와 $\overline{DE}$ 는 평행하지 않다.
- ③ $\overline{AD} : \overline{AB} = 3 : 9 = 1 : 3$,
 $\overline{AE} : \overline{AC} = 5 : 10 = 1 : 2$ 에서
 $\overline{AD} : \overline{AB} \neq \overline{AE} : \overline{AC}$ 이므로 $\overline{BC}$ 와 $\overline{DE}$ 는 평행하지 않다.
- ④ $\overline{AD} : \overline{AB} = 12 : 4 = 3 : 1$,
 $\overline{AE} : \overline{AC} = 10 : 5 = 2 : 1$ 에서
 $\overline{AD} : \overline{AB} \neq \overline{AE} : \overline{AC}$ 이므로 $\overline{BC}$ 와 $\overline{DE}$ 는 평행하지 않다.
- ⑤ $\overline{AD} : \overline{AB} = 20 : 30 = 2 : 3$,
 $\overline{AE} : \overline{AC} = 18 : 27 = 2 : 3$ 에서
 $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC}$ 이므로
 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$

40 [답] ㉠, ㉡

- ㉠ $(12-3) : 3 \neq 8 : 2$ 이므로 $\overline{BC}$ 와 $\overline{DE}$ 는 평행하지 않다.
- ㉡ $3 : 5 \neq 2 : 6$ 이므로 $\overline{BC}$ 와 $\overline{DE}$ 는 평행하지 않다.
- ㉢ $20 : 5 = 16 : 4$ 이므로 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$
- ㉣ $6 : 6 = 5 : (10-5)$ 이므로 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$
- ㉤ $4 : 12 \neq 5 : 10$ 이므로 $\overline{BC}$ 와 $\overline{DE}$ 는 평행하지 않다.
- ㉥ $16 : 4 \neq (20-5) : 5$ 이므로 $\overline{BC}$ 와 $\overline{DE}$ 는 평행하지 않다.
- 따라서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 인 것은 ㉢, ㉣이다.

41 [답] ⑤

- ① $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$ 이므로 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$
- ② $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADE$ 에서
 $\angle A$ 는 공통, $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE}$
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle ADE$ (SAS 닮음)
- ③, ④ $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 이므로
 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DE}$
 $= \overline{AC} : \overline{AE}$
 $= (3+5) : 3 = 8 : 3$
- ⑤ $\overline{BC} : \overline{DE} = 8 : 3$ 이므로
 $10 : \overline{DE} = 8 : 3$
 $8\overline{DE} = 30 \quad \therefore \overline{DE} = \frac{15}{4}(\text{cm})$

42 [답] ③

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}, \text{ 즉 } 6 : 8 = 3 : x \text{ 이므로}$$

$$6x = 24 \quad \therefore x = 4$$

43 [답] ④

$$\overline{CD} = x \text{ cm라고 하면}$$

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}, \text{ 즉 } 6 : 8 = (21-x) : x \text{ 이므로}$$

$$6x = 168 - 8x, 14x = 168 \quad \therefore x = 12$$

따라서 $\overline{CD} = 12 \text{ cm}$ 이다.

44 [답] ⑤

$$\overline{BD} : \overline{CD} = 8 : x = 4 : 5 \text{ 이므로}$$

$$4x = 40 \quad \therefore x = 10$$

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}, \text{ 즉 } y : 15 = 4 : 5 \text{ 이므로}$$

$$5y = 60 \quad \therefore y = 12$$

$$\therefore x + y = 10 + 12 = 22$$

45 [답] ③

$$\angle BAD = \angle CAD \text{ 이므로}$$

$$\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 12 : 8 = 3 : 2$$

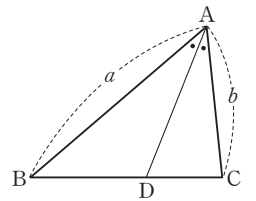
즉, $\triangle ABD : \triangle ACD = \overline{BD} : \overline{CD} = 3 : 2$ 에서

$$27 : \triangle ACD = 3 : 2 \text{ 이므로}$$

$$3\triangle ACD = 54 \quad \therefore \triangle ACD = 18(\text{cm}^2)$$

Tip

오른쪽 그림의 $\triangle ABC$ 에서
 $\angle BAD = \angle CAD$ 이면
 $\triangle ABD : \triangle ACD$
 $= \overline{BD} : \overline{CD}$
 $= \overline{AB} : \overline{AC} = a : b$



46 [답] ②

$$\angle BAD = \angle CAD \text{ 이므로}$$

$$\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 8 : 6 = 4 : 3$$

즉, $\triangle ABD : \triangle ACD = \overline{BD} : \overline{CD} = 4 : 3$ 에서

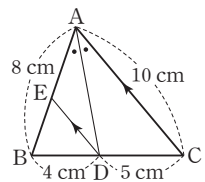
$$(35 - \triangle ACD) : \triangle ACD = 4 : 3 \text{ 이므로}$$

$$4\triangle ACD = 105 - 3\triangle ACD$$

$$7\triangle ACD = 105 \quad \therefore \triangle ACD = 15(\text{cm}^2)$$

47 [답] ①

$$\overline{AD}$$
가 $\angle A$ 의 이등분선이므로
 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$
 $8 : \overline{AC} = 4 : 5$
 $4\overline{AC} = 40 \quad \therefore \overline{AC} = 10(\text{cm})$
 이때, $\overline{AC} \parallel \overline{ED}$ 이므로
 $\overline{BC} : \overline{BD} = \overline{CA} : \overline{DE}$
 즉, $9 : 4 = 10 : \overline{DE}$ 이므로 $9\overline{DE} = 40$
 $\therefore \overline{DE} = \frac{40}{9}(\text{cm})$



48 [답] ⑤

①, ②, ③ $\angle BAD = \angle AEC$ (동위각),
 $\angle DAC = \angle ACE$ (엇각)이고 $\angle BAD = \angle DAC$
 이므로 $\angle AEC = \angle ACE$ 에서 $\triangle ACE$ 는 이등변삼
 각형이다.
 $\therefore \overline{AC} = \overline{AE} = 6$
 ④, ⑤ $\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 3 : 6 = 1 : 2$
 즉, $2 : \overline{CD} = 1 : 2$ 이므로 $\overline{CD} = 4$ 이다.

49 [답] ①

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$
 즉, $4 : 3 = 12 : (12 - x)$ 이므로
 $48 - 4x = 36$
 $4x = 12 \quad \therefore x = 3$

50 [답] ④

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{CB} : \overline{CD}$
 즉, $7 : x = 14 : (14 + 2)$ 이므로
 $14x = 112 \quad \therefore x = 8$

51 [답] ③

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$
 즉, $\overline{AB} : 12 = 12 : (12 + 6)$
 $18\overline{AB} = 144 \quad \therefore \overline{AB} = 8(\text{cm})$

52 [답] ②

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이므로
 $6 : 5 = (\overline{BC} + 10) : 10$
 $5\overline{BC} + 50 = 60$
 $5\overline{BC} = 10 \quad \therefore \overline{BC} = 2(\text{cm})$
 높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의
 비와 같으므로
 $\triangle ABC : \triangle ACD = \overline{BC} : \overline{CD} = 2 : 10 = 1 : 5$
 즉, $\triangle ABC : 30 = 1 : 5$ 이므로
 $5\triangle ABC = 30 \quad \therefore \triangle ABC = 6(\text{cm}^2)$

53 [답] ④

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이므로
 $5 : 4 = (3 + \overline{CD}) : \overline{CD}$
 $5\overline{CD} = 12 + 4\overline{CD} \quad \therefore \overline{CD} = 12(\text{cm})$
 높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의
 비와 같으므로
 $\triangle ABC : \triangle ACD = \overline{BC} : \overline{CD} = 3 : 12 = 1 : 4$
 즉, $6 : \triangle ACD = 1 : 4$ 이므로
 $\triangle ACD = 24(\text{cm}^2)$

N 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질

01 [답] $\frac{1}{2}$

02 [답] $\overline{NC}$

03 [답] $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \overline{AD}$

04 [답] $\times$
 $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$ 이므로 사각형 MBCN은 사다리꼴이지만
 항상 $\overline{MB} = \overline{NC}$ 는 아니므로 등변사다리꼴이라고 할
 수 없다.

05 [답] ○

06 [답] ○
 $\overline{MP} = \overline{NQ} = \frac{1}{2}\overline{AD}$

07 [답] 60
 $\overline{AM} = \overline{MB}, \overline{AN} = \overline{NC}$ 이므로
 $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$
 즉, $\angle ABC = \angle AMN = 60^\circ$ (동위각)이므로
 $x = 60$

08 [답] 6
 $\overline{AM} = \overline{MB}, \overline{AN} = \overline{NC}$ 이므로
 $\overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{BC}$
 $\therefore x = \frac{1}{2} \times 12 = 6$

09 [답] 10
 $\overline{AM} = \overline{MB}, \overline{AN} = \overline{NC}$ 이므로
 $\overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{BC}$
 $5 = \frac{1}{2}x \quad \therefore x = 10$

10 [답] 6
 $\overline{AM} = \overline{MB}$ 이고 $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{AN} = \overline{NC}$
 $\therefore x = \frac{1}{2} \times 12 = 6$

11 [답] 5
 $\overline{AM} = \overline{MB}$ 이고 $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{AN} = \overline{NC}$
 $\therefore x = 5$



12 [답] 14

$\overline{AM} = \overline{MB}$ 이고 $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\overline{AN} = \overline{NC}$
 $\therefore x = 2 \times 7 = 14$

13 [답] 3 cm

$$\overline{MQ} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 6 = 3(\text{cm})$$

14 [답] 2 cm

$$\overline{NQ} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} \times 4 = 2(\text{cm})$$

15 [답] 5 cm

$$\overline{MN} = \overline{MQ} + \overline{NQ} = 3 + 2 = 5(\text{cm})$$

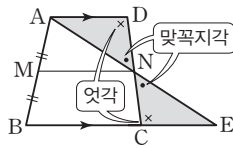
Tip

왜 $\overline{AD} \parallel \overline{MN} \parallel \overline{BC}$ 가 되는지 알아보자.

그림과 같이 $\overline{AN}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 E라 하면 $\triangle AND$ 와 $\triangle ENC$ 에서
 $\overline{ND} = \overline{NC}$, $\angle AND = \angle ENC$ (맞꼭지각),
 $\angle ADN = \angle ECN$ (엇각)

$\therefore \triangle AND \cong \triangle ENC$ (ASA 합동)

즉, $\overline{AN} = \overline{EN}$, $\overline{AD} = \overline{EC}$ 이므로 $\overline{MN} \parallel \overline{BE}$
 따라서 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\overline{AD} \parallel \overline{MN} \parallel \overline{BC}$ 이다.



16 [답] 24

$$\overline{MP} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} \times 20 = 10$$

$$\overline{NP} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 28 = 14$$

$$\therefore x = \overline{MP} + \overline{NP} = 10 + 14 = 24$$

17 [답] 20

$$\overline{MP} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} \times 10 = 5$$

$$\overline{NP} = \overline{MN} - \overline{MP} = 15 - 5 = 10$$

$$\text{즉, } \overline{NP} = \frac{1}{2} \overline{BC} \text{이므로}$$

$$10 = \frac{1}{2} x \quad \therefore x = 20$$

18 [답] 12

$$\overline{MP} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 24 = 12$$

$$\overline{NP} = \overline{MN} - \overline{MP} = 18 - 12 = 6$$

$$\text{즉, } \overline{NP} = \frac{1}{2} \overline{AD} \text{이므로}$$

$$6 = \frac{1}{2} x \quad \therefore x = 12$$

19 [답] ②

두 점 M, N이 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이므로
 $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$

$$\therefore \angle AMN = \angle B = 50^\circ \text{ (동위각),}$$

$$\overline{BC} = 2\overline{MN} = 2 \times 5 = 10(\text{cm})$$

따라서 $a = 50$, $b = 10$ 이므로

$$\frac{a}{b} = \frac{50}{10} = 5$$

20 [답] ②

$$\overline{MN} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 9 = \frac{9}{2}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{DN} = \overline{MN} - \overline{MD} = \frac{9}{2} - 3 = \frac{3}{2}(\text{cm})$$

21 [답] ④

$$\overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm})$$

$$\overline{AN} = \overline{CN} = 8 \text{ cm}$$

$$\overline{MN} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 20 = 10(\text{cm})$$

따라서 $\triangle AMN$ 의 둘레의 길이는

$$\overline{AM} + \overline{MN} + \overline{NA} = 6 + 10 + 8 = 24(\text{cm})$$

22 [답] ②

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{AN} = \overline{NC}$ 이므로

$$\overline{BC} = 2\overline{MN} = 2 \times 4 = 8(\text{cm})$$

$\triangle DBC$ 에서 $\overline{DP} = \overline{PB}$, $\overline{DQ} = \overline{QC}$ 이므로

$$\overline{PQ} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 8 = 4(\text{cm})$$

23 [답] ⑤

$\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{NC} = \overline{AN} = 5(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AC} = 5 + 5 = 10(\text{cm})$$

$$\overline{MN} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm})$$

따라서 $x = 10$, $y = 6$ 이므로

$$xy = 10 \times 6 = 60$$

24 [답] ③

$\overline{AD} = \overline{DB}$, $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{DE} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 24 = 12(\text{cm})$$

$\overline{AF} = \overline{FD}$, $\overline{FG} \parallel \overline{DE}$ 이므로

$$\overline{FG} = \frac{1}{2} \overline{DE} = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm})$$

$$\overline{AG} = \overline{AF} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{4} \overline{AB} = \frac{1}{4} \times 20 = 5(\text{cm})$$

따라서 $\triangle AFG$ 의 둘레의 길이는

$$\overline{AF} + \overline{FG} + \overline{GA} = 5 + 6 + 5 = 16(\text{cm})$$

25 [답] 16 cm

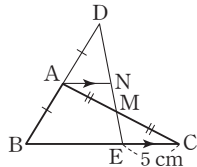
$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{BC} = 2\overline{MN} = 2 \times 7 = 14(\text{cm})$
 $\triangle BCD$ 에서 $\overline{DQ} = \overline{QC}$, $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{PQ} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 14 = 7(\text{cm})$
 $\therefore \overline{PR} = \overline{PQ} - \overline{RQ} = 7 - 5 = 2(\text{cm})$
 $\therefore \overline{BC} + \overline{PR} = 14 + 2 = 16(\text{cm})$

26 [답] ⑤

$\overline{AG} \parallel \overline{BC}$ 가 되도록 $\overline{DF}$ 위에 점 G를 잡으면 $\triangle DBF$ 에서 $\overline{DA} = \overline{AB}$, $\overline{AG} \parallel \overline{BF}$ 이므로
 $\overline{AG} = \frac{1}{2} \overline{BF} = \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm})$
 $\triangle AEG$ 와 $\triangle CEF$ 에서
 $\angle GAE = \angle FCE$ (엇각), $\overline{AE} = \overline{CE}$,
 $\angle AEG = \angle CEF$ (맞꼭지각)이므로
 $\triangle AEG \equiv \triangle CEF$ (ASA 합동)
 $\therefore \overline{CF} = \overline{AG} = 5(\text{cm})$

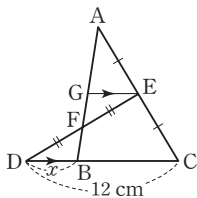
27 [답] 10 cm

점 A에서 $\overline{BC}$ 에 평행한 직선을 그어 $\overline{DE}$ 와 만나는 점을 N이라 하자. $\triangle AMN$ 과 $\triangle CME$ 에서
 $\angle NAM = \angle ECM$ (엇각),
 $\overline{AM} = \overline{CM}$, $\angle NMA = \angle EMC$ (맞꼭지각)이므로
 $\triangle AMN \equiv \triangle CME$ (ASA 합동)
 $\therefore \overline{AN} = \overline{CE} = 5 \text{ cm}$
 $\triangle DBE$ 에서 $\overline{DA} = \overline{AB}$, $\overline{AN} \parallel \overline{BE}$ 이므로
 $\overline{BE} = 2\overline{AN} = 2 \times 5 = 10(\text{cm})$



28 [답] 4 cm

$\overline{BD} = x \text{ cm}$ 라 하자.
 점 E에서 $\overline{BC}$ 에 평행한 직선을 그어 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 G라 하면 $\triangle EGF$ 와 $\triangle DBF$ 에서
 $\angle FEG = \angle FDB$ (엇각),
 $\overline{EF} = \overline{DF}$,
 $\angle GFE = \angle BFD$ (맞꼭지각)이므로
 $\triangle EGF \equiv \triangle DBF$ (ASA 합동)
 $\therefore \overline{EG} = \overline{DB} = x \text{ cm}$
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AE} = \overline{EC}$, $\overline{GE} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{BC} = 2\overline{GE} = 2x(\text{cm})$
 $x + 2x = 12$, $3x = 12 \quad \therefore x = 4$
 따라서 $\overline{BD}$ 의 길이는 4 cm이다.



29 [답] ④

$\triangle ADF$ 에서 $\overline{AG} = \overline{GD}$, $\overline{GE} \parallel \overline{DF}$ 이므로
 $\overline{DF} = 2\overline{GE} = 2 \times 4 = 8(\text{cm})$
 $\triangle BCE$ 에서 $\overline{BD} = \overline{DC}$, $\overline{BE} \parallel \overline{DF}$ 이므로
 $\overline{BE} = 2\overline{DF} = 2 \times 8 = 16(\text{cm})$
 $\therefore \overline{DF} + \overline{BE} = 8 + 16 = 24(\text{cm})$

30 [답] 19 cm

$\triangle BCE$ 에서
 $\overline{BD} = \overline{DC}$, $\overline{BE} \parallel \overline{DF}$ 이므로
 $\overline{BE} = 2\overline{DF} = 2 \times 6 = 12(\text{cm})$
 $\triangle ADF$ 에서
 $\overline{AG} = \overline{GD}$, $\overline{GE} \parallel \overline{DF}$ 이므로
 $\overline{GE} = \frac{1}{2} \overline{DF} = \frac{1}{2} \times 6 = 3(\text{cm})$
 $\therefore \overline{BG} = \overline{BE} - \overline{GE} = 12 - 3 = 9(\text{cm})$
 따라서 $\overline{BD} = \overline{GD} = 5 \text{ cm}$ 이므로 $\triangle BDG$ 의 둘레의 길이는
 $\overline{BD} + \overline{DG} + \overline{BG} = 5 + 5 + 9 = 19(\text{cm})$

31 [답] ④

$\overline{DE} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 16 = 8(\text{cm})$
 $\overline{EF} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm})$
 $\overline{DF} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 20 = 10(\text{cm})$
 $\therefore (\triangle DEF \text{의 둘레의 길이})$
 $= \overline{DE} + \overline{EF} + \overline{DF} = 10 + 5 + 8 = 23(\text{cm})$

32 [답] ④

$\overline{AD} = \overline{DB}$, $\overline{BE} = \overline{CE}$, $\overline{CF} = \overline{FA}$ 이므로
 $\overline{AB} = 2\overline{EF} = 2 \times 3 = 6(\text{cm})$
 $\overline{BC} = 2\overline{DF} = 2 \times 4 = 8(\text{cm})$
 $\overline{CA} = 2\overline{DE} = 2 \times 2 = 4(\text{cm})$
 $\therefore (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이})$
 $= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 6 + 8 + 4 = 18(\text{cm})$

33 [답] 15 cm

$\overline{DE} = \frac{1}{2} \overline{AC}$, $\overline{EF} = \frac{1}{2} \overline{AB}$, $\overline{DF} = \frac{1}{2} \overline{BC}$
 $\therefore (\triangle DEF \text{의 둘레의 길이})$
 $= \overline{DE} + \overline{EF} + \overline{DF}$
 $= \frac{1}{2} \overline{AC} + \frac{1}{2} \overline{AB} + \frac{1}{2} \overline{BC}$
 $= \frac{1}{2} (\overline{AC} + \overline{AB} + \overline{BC})$
 $= \frac{1}{2} \times 30 = 15(\text{cm})$



34 [답] ②

$$\overline{EH} \parallel \overline{BD} \parallel \overline{FG}, \overline{EH} = \overline{FG} = \frac{1}{2} \overline{BD}$$

즉, 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로
□EFGH는 평행사변형이다.

35 [답] 16 cm

△ABC에서 $\overline{AE} = \overline{EB}$ 이고 $\overline{BF} = \overline{FC}$ 이므로

$$\overline{EF} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 6 = 3(\text{cm})$$

△ACD에서 $\overline{DH} = \overline{HA}$ 이고 $\overline{DG} = \overline{GC}$ 이므로

$$\overline{HG} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 6 = 3(\text{cm})$$

△ABD에서 $\overline{AE} = \overline{EB}$ 이고 $\overline{AH} = \overline{HD}$ 이므로

$$\overline{EH} = \frac{1}{2} \overline{BD} = \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm})$$

△BCD에서 $\overline{CF} = \overline{FB}$ 이고 $\overline{CG} = \overline{GD}$ 이므로

$$\overline{FG} = \frac{1}{2} \overline{BD} = \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm})$$

따라서 □EFGH의 둘레의 길이는

$$\overline{EF} + \overline{FG} + \overline{GH} + \overline{HE} = 3 + 5 + 3 + 5 = 16(\text{cm})$$

36 [답] ⑤

$\overline{AE} = \overline{EB}, \overline{BF} = \overline{FC}, \overline{CG} = \overline{GD}, \overline{DH} = \overline{HA}$ 이므로

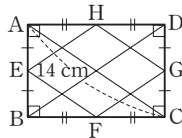
$$\overline{EF} = \overline{HG} = \frac{1}{2} \overline{AC}$$

$$= \frac{1}{2} \times 14 = 7(\text{cm})$$

$$\overline{EH} = \overline{FG} = \frac{1}{2} \overline{BD} = \frac{1}{2} \times 14 = 7(\text{cm})$$

즉, □EFGH의 둘레의 길이는

$$\overline{EF} + \overline{FG} + \overline{GH} + \overline{HE} = 4 \times 7 = 28(\text{cm})$$



37 [답] ③

$$\triangle ABC \text{에서 } \overline{EF} = \frac{1}{2} \overline{AC}$$

$$\triangle ACD \text{에서 } \overline{HG} = \frac{1}{2} \overline{AC}$$

$$\triangle BCD \text{에서 } \overline{FG} = \frac{1}{2} \overline{BD}$$

한편, △ABD에서 $\overline{EH} = \frac{1}{2} \overline{BD} = 5 \text{ cm}$ 이므로

$$\overline{BD} = 2 \times 5 = 10(\text{cm})$$

이때, □EFGH는 평행사변형이므로 둘레의 길이는

$$\overline{EF} + \overline{FG} + \overline{HG} + \overline{EH}$$

$$= \frac{1}{2} \overline{AC} + \frac{1}{2} \overline{BD} + \frac{1}{2} \overline{AC} + \frac{1}{2} \overline{BD}$$

$$= \left(\frac{1}{2} \overline{AC} + \frac{1}{2} \overline{AC} \right) + \left(\frac{1}{2} \overline{BD} + \frac{1}{2} \overline{BD} \right)$$

$$= \overline{AC} + \overline{BD} = 24(\text{cm})$$

$$\overline{AC} + 10 = 24 \quad \therefore \overline{AC} = 14(\text{cm})$$

38 [답] ①

$\overline{AE} = \overline{EB}, \overline{BF} = \overline{FC}, \overline{CG} = \overline{GD}, \overline{DH} = \overline{HA}$ 이므로

$$\overline{EF} \parallel \overline{AC} \parallel \overline{HG}, \overline{EH} \parallel \overline{BD} \parallel \overline{FG}$$

즉, □EFGH는 평행사변형이다.

이때, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이므로 $\overline{EF} \perp \overline{EH}$, 즉 $\angle HEF = 90^\circ$ 이

므로 □EFGH는 직사각형이다.

한편, △ABD에서

$$\overline{EH} = \frac{1}{2} \overline{BD} = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm})$$

또 △ABC에서

$$\overline{EF} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 8 = 4(\text{cm}) \text{이므로}$$

$$\square EFGH = 6 \times 4 = 24(\text{cm}^2)$$

39 [답] ③

△ABC에서 $\overline{AM} = \overline{MB}, \overline{MP} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{MP} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 14 = 7(\text{cm})$$

△ACD에서 $\overline{DN} = \overline{NC}, \overline{AD} \parallel \overline{PN}$ 이므로

$$\overline{PN} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{MN} = \overline{MP} + \overline{PN} = 7 + 5 = 12(\text{cm})$$

40 [답] ①

△ABC에서 $\overline{AM} = \overline{MB}, \overline{MP} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{MP} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm})$$

△ACD에서 $\overline{DN} = \overline{NC}, \overline{AD} \parallel \overline{PN}$ 이므로

$$\overline{AD} = 2\overline{PN} = 2 \times 3 = 6(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{MP} + \overline{AD} = 5 + 6 = 11(\text{cm})$$

41 [답] ③

△ACD에서 $\overline{DN} = \overline{NC}, \overline{AD} \parallel \overline{PN}$ 이므로

$$\overline{PN} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} \times 6 = 3(\text{cm})$$

이때, $\overline{MP} : \overline{PN} = 2 : 1$ 이므로

$$\overline{MP} : 3 = 2 : 1 \quad \therefore \overline{MP} = 6(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{MN} = \overline{MP} + \overline{PN} = 6 + 3 = 9(\text{cm})$$

42 [답] ②

△ABC에서 $\overline{AM} = \overline{MB}, \overline{MQ} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{MQ} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{QN} = \frac{1}{2} \overline{MQ} = \frac{1}{2} \times 6 = 3(\text{cm})$$

따라서 △ACD에서 $\overline{DN} = \overline{NC}, \overline{AD} \parallel \overline{QN}$ 이므로

$$\overline{AD} = 2\overline{QN} = 2 \times 3 = 6(\text{cm})$$

0 평행선과 선분의 길이의 비

01 [답] c, d

02 [답] $\overline{BH}$, $m(b-a)$, $\frac{an+bm}{m+n}$

03 [답] 2, 3
 $\triangle ABE \sim \triangle CDE$ (AA 닮음)이고
 닮음비는 $\overline{AB} : \overline{CD} = 2 : 3$ 이므로
 $\overline{AE} : \overline{EC} = 2 : 3$
 이때, $\overline{AB} \parallel \overline{EF}$ 이므로
 $\overline{BF} : \overline{FC} = \overline{AE} : \overline{EC}$
 $= 2 : 3$

04 [답] $\times$
 $a : b = c : d$ 이다.

05 [답] $\bigcirc$

06 [답] $\times$
 $\triangle ABE \sim \triangle CDE$ 에서
 $\overline{BE} : \overline{DE} = \overline{AB} : \overline{CD}$
 $= a : b$
 이때, $\triangle BFE \sim \triangle BCD$ (AA 닮음)이므로
 닮음비는 $\overline{BE} : \overline{BD} = a : (a+b)$ 이다.

07 [답] 6
 $2 : 3 = 4 : x$ 이므로
 $2x = 12 \quad \therefore x = 6$

08 [답] 4
 $3 : 9 = x : 12$ 이므로
 $9x = 36 \quad \therefore x = 4$

09 [답] 5
 $(12-4) : 4 = 10 : x$ 이므로
 $8x = 40 \quad \therefore x = 5$

10 [답] 6
 $9 : 6 = x : 4$ 이므로
 $6x = 36 \quad \therefore x = 6$

11 [답] $\frac{16}{5}$
 $4 : (14-4) = x : 8$ 이므로
 $10x = 32 \quad \therefore x = \frac{16}{5}$

12 [답] $x=7, y=3$
 $\square AHCD$ 는 평행사변형이므로 $\overline{HC} = \overline{AD} = 9$
 $\overline{BH} = \overline{BC} - \overline{HC} = 16 - 9 = 7 \quad \therefore x = 7$
 $\triangle ABH$ 에서 $3 : (3+4) = y : 7$ 이므로
 $7y = 21 \quad \therefore y = 3$

13 [답] $x=6, y=5$
 $\square AGFD$ 와 $\square AHCD$ 는 평행사변형이므로
 $\overline{GF} = \overline{HC} = \overline{AD} = 5 \quad \therefore y = 5$
 $\overline{BH} = \overline{BC} - \overline{HC} = 15 - 5 = 10$
 $\triangle ABH$ 에서
 $9 : (9+6) = x : \overline{BH}$ 이므로
 $9 : 15 = x : 10$
 $15x = 90 \quad \therefore x = 6$

14 [답] $x=9, y=2$
 $\square AGFD$ 와 $\square AHCD$ 는 평행사변형이므로
 $\overline{GF} = \overline{HC} = \overline{AD} = 6$
 $\therefore x = 3 + 6 = 9$
 $\triangle ABH$ 에서
 $4 : (4+2) = y : 3$
 $6y = 12 \quad \therefore y = 2$

15 [답] $\frac{9}{2}$
 $\overline{BE} : \overline{ED} = \overline{AB} : \overline{DC} = 6 : 18 = 1 : 3$ 이므로
 $\overline{BE} : \overline{BD} = 1 : (1+3) = 1 : 4$
 $\overline{EF} : \overline{DC} = \overline{BE} : \overline{BD}$ 이므로
 $x : 18 = 1 : 4$
 $4x = 18 \quad \therefore x = \frac{9}{2}$

16 [답] 10
 $\overline{BE} : \overline{ED} = \overline{AB} : \overline{DC} = 20 : 10 = 2 : 1$ 이므로
 $\overline{BE} : \overline{BD} = 2 : (2+1) = 2 : 3$
 $\overline{BF} : \overline{BC} = \overline{BE} : \overline{BD}$ 이므로
 $x : 15 = 2 : 3$
 $3x = 30 \quad \therefore x = 10$

17 [답] 36
 $\overline{BE} : \overline{ED} = \overline{AB} : \overline{DC} = 12 : x$ 이므로
 $\overline{BE} : \overline{BD} = 12 : (12+x)$
 $\overline{BE} : \overline{BD} = \overline{EF} : \overline{DC}$ 이므로
 $12 : (12+x) = 9 : x$
 $12x = 9(12+x), 12x = 108 + 9x$
 $3x = 108 \quad \therefore x = 36$



18 [답] 6

$$\begin{aligned} 6:3 &= 4:(x-4) \text{이므로} \\ 6(x-4) &= 12 \\ 6x-24 &= 12 \\ 6x &= 36 \quad \therefore x &= 6 \end{aligned}$$

19 [답] ②

$$\begin{aligned} 6:2 &= 8:x \text{이므로} \\ 6x &= 16 \quad \therefore x &= \frac{8}{3} \\ 6:2 &= 9:y \text{이므로} \\ 6y &= 18 \quad \therefore y &= 3 \\ \therefore xy &= \frac{8}{3} \times 3 = 8 \end{aligned}$$

20 [답] ②

$$\begin{aligned} 8:3 &= x:4 \text{이므로} \\ 3x &= 32 \quad \therefore x &= \frac{32}{3} \\ 8:3 &= y:5 \text{이므로} \\ 3y &= 40 \quad \therefore y &= \frac{40}{3} \\ \therefore x+y &= \frac{32}{3} + \frac{40}{3} = 24 \end{aligned}$$

21 [답] 18

$$\begin{aligned} 4:8 &= 6:(x-6) \text{이므로} \\ 4(x-6) &= 48 \\ 4x-24 &= 48 \\ 4x &= 72 \quad \therefore x &= 18 \end{aligned}$$

22 [답] ⑤

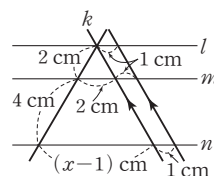
$$\begin{aligned} 5:10 &= 6:x \text{이므로} \\ 5x &= 60 \quad \therefore x &= 12 \\ 5:10 &= y:6 \text{이므로} \\ 10y &= 30 \quad \therefore y &= 3 \\ \therefore x-y &= 12-3=9 \end{aligned}$$

23 [답] 4

$$\begin{aligned} x:(8-x) &= 2:5 \text{이므로} \\ 5x &= 2(8-x) \\ 5x &= 16-2x \\ 7x &= 16 \quad \therefore x &= \frac{16}{7} \\ 8:2 &= (2+5):y \text{이므로} \\ 8y &= 14 \quad \therefore y &= \frac{7}{4} \\ \therefore xy &= \frac{16}{7} \times \frac{7}{4} = 4 \end{aligned}$$

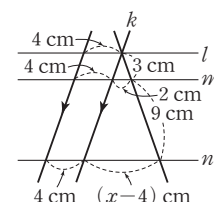
24 [답] ④

$$\begin{aligned} \text{그림과 같이 직선 } k \text{를 그으면} \\ 2:(2+4) &= 2:(x-1) \\ 2(x-1) &= 12, 2x-2=12 \\ 2x &= 14 \quad \therefore x &= 7 \end{aligned}$$



25 [답] 12

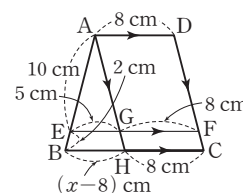
$$\begin{aligned} \text{그림과 같이 직선 } k \text{를 그으면} \\ 3:(3+9) &= 2:(x-4) \\ 3(x-4) &= 24, 3x-12=24 \\ 3x &= 36 \quad \therefore x &= 12 \end{aligned}$$



26 [답] ②

$\overline{BC} = x$ cm라 하자.

그림과 같이 점 A를 지나고 $\overline{CD}$ 에 평행한 직선과 $\overline{EF}$, $\overline{BC}$ 의 교점을 각각 G, H라 하면



$\overline{GF} = \overline{HC} = \overline{AD} = 8$ cm이므로

$\overline{EG} = \overline{EF} - \overline{GF} = 13 - 8 = 5$ (cm), $\overline{BH} = x - 8$ (cm)
 $\overline{EG} \parallel \overline{BH}$ 이므로

$$10:(10+2) = 5:(x-8)$$

$$10(x-8) = 60, 10x-80 = 60$$

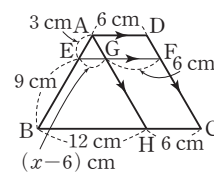
$$10x = 140 \quad \therefore x = 14$$

따라서 $\overline{BC}$ 의 길이는 14 cm이다.

27 [답] ①

$\overline{EF} = x$ cm라 하자.

그림과 같이 점 A를 지나고 $\overline{CD}$ 에 평행한 직선과 $\overline{EF}$, $\overline{BC}$ 의 교점을 각각 G, H라 하면



$\overline{GF} = \overline{HC} = \overline{AD} = 6$ cm이므로

$\overline{BH} = \overline{BC} - \overline{HC} = 18 - 6 = 12$ (cm), $\overline{EG} = x - 6$ (cm)

$\overline{EG} \parallel \overline{BH}$ 이므로

$$3:(3+9) = (x-6):12$$

$$12(x-6) = 36, 12x-72 = 36$$

$$12x = 108 \quad \therefore x = 9$$

따라서 $\overline{EF}$ 의 길이는 9 cm이다.

28 [답] ②

$\overline{CD}:\overline{CF} = \overline{CA}:\overline{CP} = \overline{AB}:\overline{BE}$ 이므로

$$\overline{CD}:\overline{CF} = (4+2):2 = 6:2 = 3:1$$

즉, $\triangle CAD$ 와 $\triangle CPF$ 의 닮음비는 3:1이다.

29 [답] (1) 9 cm (2) 2 cm (3) 11 cm

- (1) $\overline{EP} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{EP} : \overline{BC} = \overline{AE} : \overline{AB}$
 $\overline{EP} : 12 = 9 : (9+3)$
 $\therefore \overline{EP} = 9(\text{cm})$
- (2) $\overline{PF} : \overline{AD} = \overline{CP} : \overline{CA} = \overline{EB} : \overline{AB}$ 이므로
 $\overline{PF} : \overline{AD} = 3 : 12 = 1 : 4$
 $\overline{PF} : 8 = 1 : 4$
 $4\overline{PF} = 8 \quad \therefore \overline{PF} = 2(\text{cm})$
- (3) $\overline{EF} = \overline{EP} + \overline{PF} = 9 + 2 = 11(\text{cm})$

30 [답] 12

- $\overline{AD} \parallel \overline{GF}$ 이므로
 $\overline{EB} : \overline{AB} = \overline{GC} : \overline{AC} = \overline{GF} : \overline{AD}$ 이므로
 $6 : (6+4) = 3 : x$
 $6x = 30 \quad \therefore x = 5$
 $\overline{EG} = \overline{EF} - \overline{GF} = y - 3(\text{cm})$ 이고, $\overline{EG} \parallel \overline{BC}$ 에서
 $\overline{AE} : \overline{AB} = \overline{EG} : \overline{BC}$ 이므로
 $4 : (4+6) = (y-3) : 10$
 $10(y-3) = 40, 10y - 30 = 40$
 $10y = 70 \quad \therefore y = 7$
 $\therefore x + y = 5 + 7 = 12$

31 [답] ⑤

- ① $\triangle ABC$ 에서 $\overline{EN} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\triangle ABC \sim \triangle AEN$ (AA 닮음)이고, 닮음비는
 $8 : 6 = 4 : 3$
- ② $\triangle ABD$ 에서 $\overline{EM} \parallel \overline{AD}$ 이므로
 $\triangle EBM \sim \triangle ABD$ (AA 닮음)이고, 닮음비는
 $2 : 8 = 1 : 4$
- ③ $12 : \overline{EN} = 4 : 3$ 이므로
 $4\overline{EN} = 36 \quad \therefore \overline{EN} = 9(\text{cm})$
- ④ $\overline{EM} : 8 = 1 : 4$ 이므로
 $4\overline{EM} = 8 \quad \therefore \overline{EM} = 2(\text{cm})$
- ⑤ $\overline{MN} = \overline{EN} - \overline{EM} = 9 - 2 = 7(\text{cm})$

32 [답] (1) 8 cm (2) 3 cm (3) 5 cm

- (1) $\overline{EN} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{AE} : \overline{AB} = \overline{EN} : \overline{BC}$
 $6 : (6+3) = \overline{EN} : 12$
 $9\overline{EN} = 72 \quad \therefore \overline{EN} = 8(\text{cm})$
- (2) $\overline{AD} \parallel \overline{EM}$ 이므로
 $\overline{BE} : \overline{BA} = \overline{EM} : \overline{AD}$
 $3 : (3+6) = \overline{EM} : 9$
 $9\overline{EM} = 27 \quad \therefore \overline{EM} = 3(\text{cm})$
- (3) $\overline{MN} = \overline{EN} - \overline{EM} = 8 - 3 = 5(\text{cm})$

33 [답] ⑤

- $\overline{EN} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{AE} : \overline{AB} = \overline{EN} : \overline{BC}$
 $8 : (8+2) = \overline{EN} : 20$
 $10\overline{EN} = 160 \quad \therefore \overline{EN} = 16(\text{cm})$
 $\overline{AD} \parallel \overline{EM}$ 이므로
 $\overline{BE} : \overline{BA} = \overline{EM} : \overline{AD}$
 $2 : (2+8) = \overline{EM} : 15$
 $10\overline{EM} = 30$
 $\therefore \overline{EM} = 3(\text{cm})$
 $\therefore \overline{MN} = \overline{EN} - \overline{EM}$
 $= 16 - 3 = 13(\text{cm})$

34 [답] ③

- $\overline{AE} = 2\overline{BE}$ 이므로
 $\overline{AE} : \overline{BE} = 2 : 1, \overline{AE} : \overline{AB} = 2 : 3$
 $\overline{BE} : \overline{BA} = 1 : 3$
 $\overline{EN} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{AE} : \overline{AB} = \overline{EN} : \overline{BC}$
 $2 : 3 = \overline{EN} : 18$
 $3\overline{EN} = 36$
 $\therefore \overline{EN} = 12(\text{cm})$
 $\overline{AD} \parallel \overline{EM}$ 이므로
 $\overline{BE} : \overline{BA} = \overline{EM} : \overline{AD}$
 $1 : 3 = \overline{EM} : 12$
 $3\overline{EM} = 12$
 $\therefore \overline{EM} = 4(\text{cm})$
 $\therefore \overline{MN} = \overline{EN} - \overline{EM}$
 $= 12 - 4 = 8(\text{cm})$

35 [답] (1) 1 : 2 (2) 2 cm (3) 2 cm (4) 4 cm

- (1) $\triangle AOD \sim \triangle COB$ (AA 닮음)이므로
 $\overline{OA} : \overline{OC} = 3 : 6 = 1 : 2$
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{EO} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{AE} : \overline{EB} = \overline{AO} : \overline{OC} = 1 : 2$
- (2) $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AO} \parallel \overline{OC}$ 이므로
 $\overline{AE} : \overline{AB} = \overline{EO} : \overline{BC}$
 $1 : (1+2) = \overline{EO} : 6$
 $3\overline{EO} = 6$
 $\therefore \overline{EO} = 2(\text{cm})$
- (3) $\triangle ACD$ 에서 $\overline{AD} \parallel \overline{OF}$ 이므로
 $\overline{CF} : \overline{CD} = \overline{OF} : \overline{AD}$
 $2 : (2+1) = \overline{OF} : 3$
 $3\overline{OF} = 6$
 $\therefore \overline{OF} = 2(\text{cm})$
- (4) $\overline{EF} = \overline{EO} + \overline{OF} = 2 + 2 = 4(\text{cm})$

36 [답] ①

$\triangle AOD \sim \triangle COB$ (AA 닮음)이므로
 $\overline{OA} : \overline{OC} = 4 : 12 = 1 : 3$
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{EO} \parallel \overline{BC}$ 에서
 $\overline{AE} : \overline{EB} = \overline{AO} : \overline{OC} = 1 : 3$
 또한, $\overline{AE} : \overline{AB} = \overline{EO} : \overline{BC}$ 이므로
 $1 : (1+3) = \overline{EO} : 12$
 $4\overline{EO} = 12$
 $\therefore \overline{EO} = 3(\text{cm})$
 $\triangle ACD$ 에서 $\overline{AD} \parallel \overline{OF}$ 이므로
 $\overline{CF} : \overline{CD} = \overline{OF} : \overline{AD}$
 $3 : (3+1) = \overline{OF} : 4$
 $4\overline{OF} = 12$
 $\therefore \overline{OF} = 3(\text{cm})$
 $\therefore \overline{EF} = \overline{EO} + \overline{OF} = 3 + 3 = 6(\text{cm})$

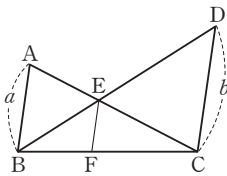
37 [답] ②

$\triangle ABE \sim \triangle CDE$ (AA 닮음)이므로
 $\overline{BE} : \overline{DE} = 4 : 8 = 1 : 2$
 $\therefore \overline{BE} : \overline{BD} = 1 : (1+2) = 1 : 3$

Tip

오른쪽 그림에서
 $\overline{AB} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{DC}$ 일 때,

- (1) $\triangle ABE \sim \triangle CDE$ (AA 닮음)
 $\Rightarrow$ 닮음비는 $a : b$
- (2) $\triangle CEF \sim \triangle CAB$ (AA 닮음)
 $\Rightarrow$ 닮음비는 $b : (a+b)$
- (3) $\triangle BFE \sim \triangle BCD$ (AA 닮음)
 $\Rightarrow$ 닮음비는 $a : (a+b)$



38 [답] AA, 6, 2, 5, 5, $\frac{12}{5}$

$\triangle ABE \sim \triangle CDE$ (AA 닮음)이므로
 $\overline{BE} : \overline{DE} = 4 : \boxed{6} = \boxed{2} : 3$
 $\therefore \overline{BE} : \overline{BD} = 2 : (2+3) = 2 : \boxed{5}$
 따라서 $\triangle BCD$ 에서
 $\overline{EF} : \overline{DC} = \overline{BE} : \overline{BD}$ 이므로
 $\overline{EF} : 6 = 2 : \boxed{5}$
 $5\overline{EF} = 12$
 $\therefore \overline{EF} = \frac{12}{5}(\text{cm})$

39 [답] ③

- ① $\angle AEB = \angle CED$ (맞꼭지각),
 $\angle ABE = \angle CDE$ (엇각)
 $\therefore \triangle ABE \sim \triangle CDE$ (AA 닮음)

- ② $\overline{AB} : \overline{CD} = 8 : 10 = 4 : 5$ 이므로
 $\triangle ABE$ 와 $\triangle CDE$ 의 닮음비는 4 : 5이다.
- ③ $\angle C$ 는 공통, $\angle ABC = \angle EFC$ (동위각)
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle EFC$ (AA 닮음)
 $\triangle ABC$ 와 $\triangle EFC$ 의 닮음비는
 $\overline{CA} : \overline{CE} = (5+4) : 5 = 9 : 5$
- ④ $\angle B$ 는 공통,
 $\angle DCB = \angle EFB$ (동위각)
 $\therefore \triangle BFE \sim \triangle BCD$ (AA 닮음)
 $\triangle BFE$ 와 $\triangle BCD$ 의 닮음비는
 $\overline{BE} : \overline{BD} = 4 : (4+5) = 4 : 9$
- ⑤ $\overline{EF} : \overline{CD} = 4 : 9$ 이므로
 $\overline{EF} : 10 = 4 : 9$
 $9\overline{EF} = 40$
 $\therefore \overline{EF} = \frac{40}{9}(\text{cm})$

40 [답] ①

$\triangle ABE$ 와 $\triangle CDE$ 에서
 $\angle AEB = \angle CED$ (맞꼭지각)
 $\angle ABE = \angle CDE$ (엇각)
 $\therefore \triangle ABE \sim \triangle CDE$ (AA 닮음)
 $\overline{AE} : \overline{CE} = 10 : 15 = 2 : 3$
 따라서 $\triangle ABC$ 에서
 $\overline{EF} : \overline{AB} = \overline{CE} : \overline{CA}$ 이므로
 $\overline{EF} : 10 = 3 : (3+2)$
 $5\overline{EF} = 30$
 $\therefore \overline{EF} = 6(\text{cm})$

41 [답] ③

$\triangle ABE$ 와 $\triangle CDE$ 에서
 $\angle AEB = \angle CED$ (맞꼭지각),
 $\angle ABE = \angle CDE$ (엇각)
 $\therefore \triangle ABE \sim \triangle CDE$ (AA 닮음)
 $\overline{BE} : \overline{DE} = 3 : 6 = 1 : 2$
 $\therefore \overline{BE} : \overline{BD} = 1 : (1+2) = 1 : 3$
 $\triangle BCD$ 에서
 $\overline{EF} \parallel \overline{CD}$ 이므로
 $\overline{BF} : \overline{BC} = \overline{BE} : \overline{BD}$,
 즉 $x : 9 = 1 : 3$ 이므로
 $3x = 9 \quad \therefore x = 3$
 $\overline{EF} : \overline{DC} = \overline{BE} : \overline{BD}$,
 즉 $y : 6 = 1 : 3$ 이므로
 $3y = 6 \quad \therefore y = 2$
 $\therefore x + y = 3 + 2 = 5$

42 [답] ⑤

△ABC와 △EFC에서
 $\angle ABC = \angle EFC$ (동위각), $\angle C$ 는 공통
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle EFC$ (AA 닮음)
 $\overline{CF} : \overline{CB} = 12 : 16 = 3 : 4$ 이므로
 $\overline{BF} : \overline{BC} = 1 : 4$
 $\triangle DBC$ 에서 $\overline{EF} \parallel \overline{CD}$ 이므로
 $\overline{BF} : \overline{BC} = \overline{EF} : \overline{CD}$, 즉 $1 : 4 = 12 : \overline{CD}$ 이므로
 $\overline{CD} = 48(\text{cm})$

연습 문제 [M~O]

01 [답] ⑤

$x : 15 = 6 : (6+3)$ 이므로
 $9x = 90 \quad \therefore x = 10$
 $9 : y = 6 : 3$ 이므로
 $6y = 27 \quad \therefore y = \frac{9}{2}$
 $\therefore xy = 10 \times \frac{9}{2} = 45$

02 [답] 25 cm

$\overline{EF} = 4\overline{DE}$ 이므로 $\overline{EF} : \overline{DE} = 4 : 1$
 $\overline{AD} \parallel \overline{FB}$ 이므로
 $\overline{AD} : \overline{FB} = \overline{AE} : \overline{EB} = \overline{DE} : \overline{EF} = 1 : 4$
 $5 : \overline{BF} = 1 : 4 \quad \therefore \overline{BF} = 20(\text{cm})$
 $\square ABCD$ 는 평행사변형이므로
 $\overline{BC} = \overline{AD} = 5(\text{cm})$
 $\therefore \overline{FC} = \overline{BF} + \overline{BC} = 20 + 5 = 25(\text{cm})$

03 [답] ③

$\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 이므로
 $\overline{FE} : \overline{GC} = \overline{AF} : \overline{AG} = \overline{DF} : \overline{BG}$
 즉, $\overline{EF} = x \text{ cm}$ 라 하면
 $x : 10 = (12-x) : 5$ 이므로
 $5x = 10(12-x), 5x = 120 - 10x$
 $15x = 120 \quad \therefore x = 8$
 따라서 $\overline{FE}$ 의 길이는 8 cm이다.

04 [답] ②

△ABC에서 $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 이므로
 $\overline{BD} : \overline{DA} = \overline{BE} : \overline{EC} = 20 : 12 = 5 : 3$

△ABE에서 $\overline{AE} \parallel \overline{DF}$ 이므로

$$\begin{aligned} \overline{BD} : \overline{DA} &= \overline{BF} : \overline{EF} \\ 5 : 3 &= (20 - \overline{EF}) : \overline{EF} \\ 5\overline{EF} &= 3(20 - \overline{EF}), 5\overline{EF} = 60 - 3\overline{EF} \\ 8\overline{EF} &= 60 \quad \therefore \overline{EF} = \frac{15}{2}(\text{cm}) \end{aligned}$$

05 [답] 12

$\overline{AE} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $6 : 8 = 9 : x$
 $6x = 72 \quad \therefore x = 12$

06 [답] ③

① $6 : 4 \neq 7 : 7$ 이므로 $\overline{AB}$ 와 $\overline{EF}$ 는 평행하지 않다.
 ② $9 : 6 \neq 7 : 7$ 이므로 $\overline{AC}$ 와 $\overline{DE}$ 는 평행하지 않다.
 ③ $6 : 9 = 4 : 6 = 2 : 3$ 이므로 $\overline{BC} \parallel \overline{DF}$
 ④ ②에서 $\overline{AC}$ 와 $\overline{DE}$ 는 평행하지 않으므로
 $\angle A \neq \angle BDE$
 ⑤ ①에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{EF}$ 는 평행하지 않으므로
 $\angle A \neq \angle CFE$

07 [답] ③

$\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선이므로
 $\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 10 : 8 = 5 : 4$
 즉, $\triangle ABD : \triangle ACD = \overline{BD} : \overline{CD} = 5 : 4$ 이므로
 $\triangle ACD = \triangle ABC \times \frac{4}{9} = 36 \times \frac{4}{9} = 16(\text{cm}^2)$

08 [답] 3

$\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 외각의 이등분선이므로
 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$
 $6 : 4 = \overline{BD} : (\overline{BD} - \overline{BC})$
 $6\overline{BD} - 6\overline{BC} = 4\overline{BD}$
 $2\overline{BD} = 6\overline{BC} \quad \therefore \overline{BD} = 3\overline{BC}$
 즉, $k = 3$ 이다.

09 [답] 23 cm

△DAB에서 $\overline{AP} = \overline{PD}, \overline{BQ} = \overline{QD}$ 이므로
 $\overline{PQ} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 8 = 4(\text{cm})$
 $\triangle BCD$ 에서 $\overline{BR} = \overline{RC}, \overline{BQ} = \overline{QD}$ 이고, 등변사다리꼴
 $ABCD$ 에서 $\overline{CD} = 8 \text{ cm}$ 이므로
 $\overline{QR} = \frac{1}{2} \overline{CD} = \frac{1}{2} \times 8 = 4(\text{cm})$
 또한, $\overline{AP} = \overline{PD} = 2 \text{ cm}, \overline{BR} = \overline{RC} = 5 \text{ cm}$ 이므로
 (오각형 PQRCD의 둘레의 길이)
 $= \overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RC} + \overline{CD} + \overline{PD}$
 $= 4 + 4 + 5 + 8 + 2 = 23(\text{cm})$

10 [답] 6 cm

$\triangle GFD$ 와 $\triangle BFE$ 에서
 $\angle GDF = \angle BEF$ (엇각), $\overline{DF} = \overline{EF}$,
 $\angle GFD = \angle BFE$ (맞꼭지각)이므로
 $\triangle GFD \cong \triangle BFE$ (ASA 합동)
 $\therefore \overline{GD} = \overline{BE} \dots \textcircled{7}$
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{DC}$, $\overline{GD} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{BC} = 2\overline{GD} \dots \textcircled{8}$
 $\textcircled{7}$, $\textcircled{8}$ 에서 $\overline{BC} = 2\overline{GD} = 2\overline{BE}$ 이므로
 $\overline{CE} = \overline{BE} + \overline{BC} = \overline{BE} + 2\overline{BE} = 3\overline{BE}$ 에서
 $3\overline{BE} = 18 \quad \therefore \overline{BE} = 6(\text{cm})$

11 [답] ⑤

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로
 $\overline{AC} = \overline{AB} = 14(\text{cm})$
 $\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 14 = 7(\text{cm})$
 $\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 14 = 7(\text{cm})$
 $\overline{DF} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 20 = 10(\text{cm})$
 $\therefore (\triangle DEF \text{의 둘레의 길이}) = \overline{DE} + \overline{EF} + \overline{DF}$
 $= 7 + 7 + 10 = 24(\text{cm})$

12 [답] 60 cm

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{AC}$ 이고
 $\triangle ACD$ 에서 $\overline{HG} = \frac{1}{2}\overline{AC}$ 이므로
 $\overline{EF} = \overline{HG} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 32 = 16(\text{cm})$
 $\triangle BCD$ 에서 $\overline{FG} = \frac{1}{2}\overline{BD}$ 이고
 $\triangle ABD$ 에서 $\overline{EH} = \frac{1}{2}\overline{BD}$ 이므로
 $\overline{FG} = \overline{EH} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2} \times 28 = 14(\text{cm})$
 $\therefore (\square EFGH \text{의 둘레의 길이})$
 $= \overline{EF} + \overline{FG} + \overline{HG} + \overline{EH}$
 $= 16 + 14 + 16 + 14 = 60(\text{cm})$

13 [답] 14

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{DN} = \overline{NC}$ 이므로
 $\overline{AD} \parallel \overline{MN} \parallel \overline{BC}$
 $\triangle ABD$ 에서 $\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{AD} \parallel \overline{MP}$ 이므로
 $\overline{MP} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{1}{2} \times 8 = 4$
 $\therefore \overline{MQ} = \overline{MP} + \overline{PQ} = 4 + 3 = 7$
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{MQ} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{BC} = 2\overline{MQ} = 2 \times 7 = 14$
 $\therefore x = 14$

14 [답] ②

$\overline{AD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{BC}$ 이고
 $\overline{DF} : \overline{DC} = 2 : 5$ 이므로
 $\overline{DF} : \overline{CF} = 2 : 3$
 $6 : x = 2 : 3$
 $2x = 18 \quad \therefore x = 9$
또, $6 : (6 + x) = y : 25$ 에서
 $6 : 15 = y : 25$
 $15y = 150 \quad \therefore y = 10$
 $\therefore x + y = 9 + 10 = 19$

15 [답] 24

$\triangle AOD$ 와 $\triangle COB$ 에서
 $\angle OAD = \angle OCB$ (엇각)
 $\angle AOD = \angle COB$ (맞꼭지각)
 $\therefore \triangle AOD \sim \triangle COB$ (AA 닮음)
이때, $\overline{EO} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{AO} : \overline{OC} = \overline{AE} : \overline{EB}$
 $= 7 : 14$
 $= 1 : 2$
즉, $\overline{AD} : \overline{BC} = \overline{AO} : \overline{OC}$ 이므로
 $12 : x = 1 : 2 \quad \therefore x = 24$

16 [답] ⑤

$\triangle ABE \sim \triangle CDE$ (AA 닮음)이므로
 $\overline{BE} : \overline{DE} = \overline{AB} : \overline{CD}$
 $= 4 : 8$
 $= 1 : 2$
 $\therefore \overline{BE} : \overline{BD} = 1 : 3$
 $\overline{EF} \parallel \overline{CD}$ 이므로
 $\overline{BF} : \overline{BC} = \overline{BE} : \overline{BD}$,
즉 $3 : x = 1 : 3$ 이므로
 $x = 9$
 $\overline{EF} : \overline{CD} = \overline{BE} : \overline{BD}$,
즉 $y : 8 = 1 : 3$ 이므로
 $3y = 8 \quad \therefore y = \frac{8}{3}$
 $\therefore xy = 9 \times \frac{8}{3} = 24$

P 삼각형의 무게중심

01 [답] 중선

02 [답] 이등분

03 [답] 무게중심

04 [답] 2, 1

05 [답] 6

06 [답] ○

07 [답] ×
 $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$

08 [답] ×
△AFG와 △AEG의 넓이는 같지만 합동은 아니다.

09 [답] ×
 $\triangle ABG = \frac{1}{3} \triangle ABC$

10 [답] ○
 $\triangle AGD = \frac{1}{3} \triangle ABC = \frac{1}{3} \times 24 = 8(\text{cm}^2)$

11 [답] 12 cm²
 $\triangle ABD = \frac{1}{2} \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 24 = 12(\text{cm}^2)$

12 [답] 6 cm²
 $\triangle EDC = \frac{1}{2} \triangle ADC = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \triangle ABC$
 $= \frac{1}{4} \triangle ABC = \frac{1}{4} \times 24 = 6(\text{cm}^2)$

13 [답] 20 cm²
 $\triangle ABC = 2 \triangle ABD = 2 \times 10 = 20(\text{cm}^2)$

14 [답] 28 cm²
 $\triangle ABC = 4 \triangle EDC = 4 \times 7 = 28(\text{cm}^2)$

15 [답] 24 cm²
 $\triangle ABC = 6 \triangle AEC = 6 \times 4 = 24(\text{cm}^2)$

16 [답] $x=4, y=4$
 $\overline{AG} = 2\overline{GD} = 2 \times 2 = 4 \quad \therefore x=4$
 $\overline{CD} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 8 = 4 \quad \therefore y=4$

17 [답] $x=11, y=30$
 $\overline{GD} = \frac{1}{2} \overline{AG} = \frac{1}{2} \times 22 = 11 \quad \therefore x=11$
 $\overline{BC} = 2\overline{BD} = 2 \times 15 = 30 \quad \therefore y=30$

18 [답] $x=13, y=24$
 $\overline{CD} = \overline{BD} = 13 \quad \therefore x=13$
 $\overline{BE} = 3\overline{GE} = 3 \times 8 = 24 \quad \therefore y=24$

19 [답] 4 cm²
 $\triangle AFG = \frac{1}{6} \triangle ABC = \frac{1}{6} \times 24 = 4(\text{cm}^2)$

20 [답] 8 cm²
 $\triangle ABG = \frac{1}{3} \triangle ABC = \frac{1}{3} \times 24 = 8(\text{cm}^2)$

21 [답] ②
 $\triangle ADC = \frac{1}{2} \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 18 = 9(\text{cm}^2)$

22 [답] ⑤
 $\triangle ABC = 2 \triangle ADC = 2 \times 14 = 28(\text{cm}^2)$

23 [답] ①
 $\triangle ABN = \frac{1}{2} \triangle ABM = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \triangle ABC$
 $= \frac{1}{4} \triangle ABC = \frac{1}{4} \times 40 = 10(\text{cm}^2)$

24 [답] ⑤
 $\triangle ABC = 2 \triangle AMC = 2 \times 2 \triangle ANC = 4 \triangle ANC$
 $= 4 \times 4 = 16(\text{cm}^2)$

25 [답] ②
 $\triangle ABC = 2 \triangle ABD = 2 \times 30 = 60(\text{cm}^2)$
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AH}$ 이므로
 $60 = \frac{1}{2} \times 12 \times \overline{AH}, 6\overline{AH} = 60 \quad \therefore \overline{AH} = 10(\text{cm})$

26 [답] ④
점 G가 무게중심이므로 $\overline{BG} : \overline{GD} = 2 : 3$
 $12 : x = 2 : 3, 2x = 36 \quad \therefore x = 18$

27 [답] ①
점 G가 △ABC의 무게중심이므로
 $\overline{AG} = \frac{2}{3} \overline{AD} = \frac{2}{3} \times 18 = 12(\text{cm}) \quad \therefore x = 12$
점 D는 $\overline{BC}$ 의 중점이므로 $\overline{BD} = \overline{DC}$
 $\therefore y = 10$
 $\therefore x - y = 12 - 10 = 2$



28 [답] ①

점 D는 $\overline{BC}$ 의 중점이므로

$$\overline{BD} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 24 = 12(\text{cm})$$

$$\therefore x = 12$$

점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로

$$\overline{GD} = \frac{1}{2} \overline{AG} = \frac{1}{2} \times 18 = 9(\text{cm})$$

$$\therefore y = 9$$

$$\therefore x + y = 12 + 9 = 21$$

29 [답] ③

점 D는 $\overline{BC}$ 의 중점이므로

$$\overline{CD} = \overline{BD} = 12 \text{ cm} \quad \therefore x = 12$$

점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로

$$\overline{GE} = \frac{1}{2} \overline{BG} = \frac{1}{2} \times 16 = 8(\text{cm})$$

$$\therefore y = 8$$

$$\overline{AG} = 2\overline{GD} = 2 \times 7 = 14(\text{cm})$$

$$\therefore z = 14$$

$$\therefore x + y + z = 12 + 8 + 14 = 34$$

30 [답] (1) 2 : 1 (2) 12 cm (3) 6 cm (4) 2 : 1 (5) 4 cm

(1) 점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로

$$\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$$

$$(2) \overline{AG} = \frac{2}{3} \overline{AD} = \frac{2}{3} \times 18 = 12(\text{cm})$$

$$(3) \overline{GD} = \frac{1}{3} \overline{AD} = \frac{1}{3} \times 18 = 6(\text{cm})$$

(4) 점 G'이 $\triangle GBC$ 의 무게중심이므로

$$\overline{GG'} : \overline{G'D} = 2 : 1$$

$$(5) \overline{GG'} = \frac{2}{3} \overline{GD} = \frac{2}{3} \times 6 = 4(\text{cm})$$

31 [답] ⑤

$$(2) \overline{GD} = \frac{1}{3} \overline{AD} = \frac{1}{3} \times 9 = 3(\text{cm})$$

$$(4) \overline{GG'} = \frac{2}{3} \overline{GD} = \frac{2}{3} \times 3 = 2(\text{cm})$$

$$(5) \overline{AG'} = \overline{AG} + \overline{GG'} \\ = 6 + 2 = 8(\text{cm})$$

32 [답] ②

점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로

$$\overline{GD} = \frac{1}{3} \overline{AD} = \frac{1}{3} \times 27 = 9(\text{cm})$$

또, 점 G'이 $\triangle GBC$ 의 무게중심이므로

$$\overline{GG'} = \frac{2}{3} \overline{GD} = \frac{2}{3} \times 9 = 6(\text{cm})$$

33 [답] 18 cm

점 G'이 $\triangle GAC$ 의 무게중심이므로

$$\overline{GG'} : \overline{GD} = 2 : 3$$

$$4 : \overline{GD} = 2 : 3$$

$$2\overline{GD} = 12 \quad \therefore \overline{GD} = 6(\text{cm})$$

또 점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로

$$\overline{BD} = 3\overline{GD} = 3 \times 6 = 18(\text{cm})$$

34 [답] (1) 2 : 1 (2) 2 : 1 (3) 1 : 1 (4) 3 : 1

(1) 점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로

$$\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$$

(2) $\triangle ADF$ 에서 $\overline{GE} \parallel \overline{DF}$ 이므로

$$\overline{AE} : \overline{EF} = \overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$$

(3) $\triangle BEC$ 에서 $\overline{BE} \parallel \overline{DF}$, $\overline{BD} = \overline{DC}$ 이므로

$$\overline{EF} : \overline{FC} = \overline{BD} : \overline{DC} = 1 : 1$$

(4) $\overline{AE} : \overline{EF} = 2 : 1$, $\overline{EF} : \overline{FC} = 1 : 1$ 이므로

$$\overline{AF} : \overline{FC} = 3 : 1$$

35 [답] ②, ④

① 점 D가 $\overline{BC}$ 의 중점이므로 $\overline{BD} = \frac{1}{2} \overline{BC}$

$$\therefore \overline{BD} : \overline{BC} = 1 : 2$$

② $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$ 이므로

$$\overline{AG} : \overline{AD} = 2 : 3$$

③ $\triangle ADF$ 에서 $\overline{GE} \parallel \overline{DF}$ 이므로

$$\overline{AE} : \overline{EF} = \overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$$

④ $\triangle BEC$ 에서 $\overline{BE} \parallel \overline{DF}$, $\overline{BD} = \overline{DC}$ 이므로

$$\overline{EF} : \overline{FC} = \overline{BD} : \overline{DC} = 1 : 1$$

$$\therefore \overline{EF} = \overline{FC}$$

⑤ $\overline{GE} : \overline{DF} = \overline{AG} : \overline{AD} = 2 : 3$

36 [답] ④

점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로

$$\overline{BG} = 2\overline{GE} = 2 \times 2 = 4(\text{cm}) \quad \therefore x = 4$$

$\triangle ADF$ 에서 $\overline{GE} \parallel \overline{DF}$ 이므로

$$\overline{AG} : \overline{AD} = \overline{GE} : \overline{DF}, \text{ 즉 } 2 : 3 = 2 : y \text{ 이므로}$$

$$2y = 6 \quad \therefore y = 3$$

$$\therefore x + y = 4 + 3 = 7$$

37 [답] ①

$\overline{CE}$ 가 $\triangle ABC$ 의 중선이므로 $\overline{BE} = \overline{EA}$

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BF} = \overline{FD}$, $\overline{BE} = \overline{EA}$ 이므로

$$\overline{AD} = 2\overline{EF} = 2 \times 3 = 6(\text{cm})$$

따라서 점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로

$$\overline{AG} = \frac{2}{3} \overline{AD} = \frac{2}{3} \times 6 = 4(\text{cm})$$

38 [답] 12

점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로
 $\overline{AG} = 2\overline{GM} = 2 \times 4 = 8(\text{cm}) \quad \therefore x = 8$
 $\overline{MC} = \overline{BM} = 6 \text{ cm}$ 이고,
 $\triangle AMC$ 에서 $\overline{GE} \parallel \overline{MC}$ 이므로
 $\overline{GE} : \overline{MC} = \overline{AG} : \overline{AM} = 2 : 3, y : 6 = 2 : 3$
 $3y = 12 \quad \therefore y = 4$
 $\therefore x + y = 8 + 4 = 12$

39 [답] (1) 2 : 1 (2) 8 cm (3) 6 cm (4) 2 : 3 (5) 4 cm

(1) $\triangle ADC$ 에서 $\overline{GF} \parallel \overline{DC}$ 이고
 점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로
 $\overline{AF} : \overline{FC} = \overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$
 (2) $\overline{AF} : 4 = 2 : 1 \quad \therefore \overline{AF} = 8(\text{cm})$
 (3) 점 D가 $\overline{BC}$ 의 중점이므로
 $\overline{BD} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm})$
 (4) $\triangle AEG$ 와 $\triangle ABD$ 의 닮음비는
 $\overline{AG} : \overline{AD} = 2 : 3$
 (5) $\overline{EG} : \overline{BD} = 2 : 3$, 즉 $\overline{EG} : 6 = 2 : 3$ 이므로
 $3\overline{EG} = 12 \quad \therefore \overline{EG} = 4(\text{cm})$

40 [답] ④

① $\triangle ADC$ 에서 $\overline{GF} \parallel \overline{DC}$ 이고
 점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로
 $\overline{AF} : \overline{FC} = \overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$
 ② $\overline{FC} = \frac{1}{2} \overline{AF} = \frac{1}{2} \times 6 = 3(\text{cm})$
 ③ $\overline{BD} = \overline{DC} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 9 = 4.5(\text{cm})$
 ④ $\overline{EG} : \overline{BD} = \overline{AG} : \overline{AD} = 2 : 3$ 이므로
 $\overline{EG} : 4.5 = 2 : 3$
 $3\overline{EG} = 9 \quad \therefore \overline{EG} = 3(\text{cm})$
 ⑤ $\overline{EF} = 2\overline{EG} = 2 \times 3 = 6(\text{cm})$

41 [답] ②

$\overline{BM} = \overline{MC} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm})$
 $\triangle AMC$ 에서 $\overline{GE} \parallel \overline{MC}$ 이고 점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로
 $\overline{GE} : \overline{MC} = \overline{AG} : \overline{AM} = 2 : 3$
 $2 : 3 = x : 6$
 $3x = 12 \quad \therefore x = 4$
 $\overline{AE} : \overline{EC} = \overline{AG} : \overline{GM} = 2 : 1$
 $10 : y = 2 : 1$
 $2y = 10 \quad \therefore y = 5$
 $\therefore x + y = 4 + 5 = 9$

42 [답] ②

점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이고 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{AE} : \overline{AC} = \overline{AG} : \overline{AM} = 2 : 3$
 즉, $\overline{DE} : \overline{BC} = \overline{AE} : \overline{AC} = 2 : 3$ 이므로
 $x : 15 = 2 : 3$
 $3x = 30 \quad \therefore x = 10$
 $\overline{AE} : \overline{EC} = 2 : 1$ 이므로
 $9 : y = 2 : 1$
 $2y = 9 \quad \therefore y = \frac{9}{2}$
 $\therefore xy = 10 \times \frac{9}{2} = 45$

43 [답] ③

① $\triangle GAF = \triangle GDC = \frac{1}{6} \triangle ABC$
 ② $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$ 이므로
 $\triangle GAB = 2 \triangle GBD$
 ③ $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로
 $\triangle ABC = 2 \triangle ABD$
 ④ $\triangle GBC = \frac{1}{3} \triangle ABC$
 $\therefore \triangle ABC = 3 \triangle GBC$
 ⑤ $\triangle GAE = \frac{1}{6} \triangle ABC$
 $\therefore \triangle ABC = 6 \triangle GAE$

44 [답] ①

$\triangle GAC = \frac{1}{3} \triangle ABC = \frac{1}{3} \times 18 = 6(\text{cm}^2)$

45 [답] (1) 8 cm² (2) 16 cm² (3) 24 cm²

(1) $\triangle GAD = \frac{1}{6} \triangle ABC = \frac{1}{6} \times 48 = 8(\text{cm}^2)$
 (2) $\triangle GAB = \frac{1}{3} \triangle ABC = \frac{1}{3} \times 48 = 16(\text{cm}^2)$
 (3) $\triangle ABE = \frac{1}{2} \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 48 = 24(\text{cm}^2)$

46 [답] (1) 12 cm² (2) 2 cm² (3) 4 cm²

(1) $\triangle ABC = 3 \triangle AGC = 3 \times 4 = 12(\text{cm}^2)$
 (2) $\triangle GAF = \frac{1}{6} \triangle ABC = \frac{1}{6} \times 12 = 2(\text{cm}^2)$
 (3) $\triangle GAB = \frac{1}{3} \triangle ABC = \frac{1}{3} \times 12 = 4(\text{cm}^2)$

47 [답] ②

$\triangle G'BC = \frac{1}{3} \triangle GBC = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \triangle ABC$
 $= \frac{1}{9} \triangle ABC = \frac{1}{9} \times 54 = 6(\text{cm}^2)$

48 [답] ③

점 G' 은 $\triangle GBC$ 의 무게중심이므로
 $\triangle GBC = 6\triangle G'DC = 6 \times 2 = 12(\text{cm}^2)$
 또, 점 G 가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로
 $\triangle ABC = 3\triangle GBC = 3 \times 12 = 36(\text{cm}^2)$

49 [답] ②, ⑤

- ① 점 G' 은 $\triangle GBC$ 의 무게중심이므로
 $\overline{GG'} : \overline{G'D} = 2 : 1$
 ② $\overline{GD} = 3\overline{G'D}$ 이므로
 $\overline{AD} = 3\overline{GD} = 3 \times 3\overline{G'D} = 9\overline{G'D}$
 ③ $\triangle G'BD = \frac{1}{6}\triangle GBC = \frac{1}{6} \times \frac{1}{3}\triangle ABC$
 $= \frac{1}{18}\triangle ABC$
 ④ $\triangle GBG' = \frac{1}{3}\triangle GBC$
 ⑤ $\triangle GBG' = \frac{1}{3}\triangle GBC = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}\triangle ABC$
 $= \frac{1}{9}\triangle ABC$

50 [답] ②

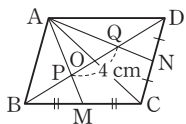
$\overline{OB} = \overline{OD}$, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로 점 P 는 $\triangle BCD$ 의 무게중심이다.
 $\therefore \overline{OP} = \frac{1}{3}\overline{OC} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}\overline{AC}$
 $= \frac{1}{6}\overline{AC} = \frac{1}{6} \times 18 = 3(\text{cm})$

51 [답] ④

$\overline{OB} = \overline{OD}$, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로 점 P 는 $\triangle BCD$ 의 무게중심이다.
 $\overline{PC} = \frac{2}{3}\overline{OC} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{3}\overline{AC}$ 이므로
 $\overline{AC} = 3\overline{PC} = 3 \times 8 = 24(\text{cm})$

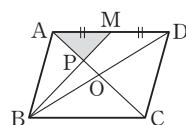
52 [답] ④

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 O 라 하면
 $\overline{AO} = \overline{OC}$, $\overline{BM} = \overline{MC}$,
 $\overline{CN} = \overline{ND}$ 이므로
 두 점 P , Q 는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$ 의 무게중심이다.
 즉, $\overline{BP} = 2\overline{PO}$, $\overline{QD} = 2\overline{OQ}$ 이므로
 $\overline{BD} = \overline{BP} + \overline{PO} + \overline{OQ} + \overline{QD}$
 $= 2\overline{PO} + \overline{PO} + \overline{OQ} + 2\overline{OQ}$
 $= 3\overline{PO} + 3\overline{OQ} = 3(\overline{PO} + \overline{OQ})$
 $= 3\overline{PQ} = 3 \times 4 = 12(\text{cm})$



53 [답] ①

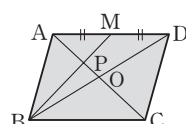
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 O 라 하면
 $\overline{AM} = \overline{MD}$, $\overline{BO} = \overline{OD}$ 이므로 점 P 는 $\triangle ABD$ 의 무게중심이다.



$$\begin{aligned} \therefore \triangle APM &= \frac{1}{6}\triangle ABD \\ &= \frac{1}{6} \times \frac{1}{2}\square ABCD \\ &= \frac{1}{12}\square ABCD \\ &= \frac{1}{12} \times 36 = 3(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

54 [답] ③

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 O 라 하면 $\overline{AM} = \overline{MD}$,
 $\overline{BO} = \overline{OD}$ 이므로 점 P 는 $\triangle ABD$ 의 무게중심이다.



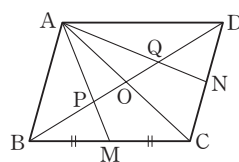
$$\begin{aligned} \therefore \square ABCD &= 2\triangle ABD \\ &= 2 \times 3\triangle ABP \\ &= 6\triangle ABP \\ &= 6 \times 2 = 12(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

55 [답] ①

점 P 가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로
 $\triangle APO = \frac{1}{6}\triangle ABC$
 $= \frac{1}{6} \times \frac{1}{2}\square ABCD$
 $= \frac{1}{12}\square ABCD$
 $= \frac{1}{12} \times 24 = 2(\text{cm}^2)$

Tip

평행사변형 ABCD에서
 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로 두 점
 P , Q 는 각각 $\triangle ABC$ 와
 $\triangle ACD$ 의 무게중심이다.



- (1) $\overline{BP} : \overline{PO} = \overline{DQ} : \overline{QO} = 2 : 1$
 (2) $\overline{BP} : \overline{PQ} : \overline{QD} = 1 : 1 : 1$
 (3) $\triangle APO = \frac{1}{6}\triangle ABC = \frac{1}{12}\square ABCD$
 $\triangle AOQ = \frac{1}{6}\triangle ACD = \frac{1}{12}\square ABCD$

Q 닮은 도형의 넓이와 부피

01 [답] $m:n, m^2:n^2$

02 [답] $m^2:n^2, m^3:n^3$

03 [답] 축도, 축척

04 [답] $\times$
넓이는 $2^2=4$ (배)가 된다.

05 [답] $\times$
부피의 비는 $2^3:3^3=8:27$ 이다.

06 [답] $\bigcirc$

07 [답] $3:4$

08 [답] $3:4$
 P, Q 의 닮음비가 $3:4$ 이므로
둘레의 길이의 비는 $3:4$

09 [답] $9:16$
넓이의 비는 $3^2:4^2=9:16$

10 [답] $2:1$
 $\triangle ABC \sim \triangle AMN$ (SAS 닮음)이므로
닮음비는 $\overline{AB}:\overline{AM}=2:1$

11 [답] $4:1$
넓이의 비는 $2^2:1^2=4:1$ 이다.

12 [답] 10 cm^2
 $\triangle AMN$ 의 넓이를 $x\text{ cm}^2$ 라 하면
 $4:1=40:x$
 $4x=40$
 $\therefore x=10$
따라서 $\triangle AMN$ 의 넓이는 10 cm^2 이다.

13 [답] $4:1$
 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ (AA 닮음)이므로 닮음비는
 $\overline{AB}:\overline{AD}=12:3=4:1$

14 [답] $16:1$
닮음비가 $4:1$ 이므로
넓이의 비는 $4^2:1^2=16:1$

15 [답] 3 cm^2
 $\triangle ABC:\triangle ADE=16:1$, 즉 $48:\triangle ADE=16:1$
이므로 $16\triangle ADE=48$
 $\therefore \triangle ADE=3(\text{cm}^2)$

16 [답] 100 cm^2
닮음비가 $3:5$ 이므로 넓이의 비는 $3^2:5^2=9:25$
정사면체 Q 의 겉넓이를 $x\text{ cm}^2$ 라 하면
 $36:x=9:25$, $9x=900$ $\therefore x=100$
따라서 정사면체 Q 의 겉넓이는 100 cm^2 이다.

17 [답] 125 cm^2
닮음비가 $2:5$ 이므로 넓이의 비는 $2^2:5^2=4:25$
도형 Q 의 겉넓이를 $x\text{ cm}^2$ 라 하면
 $20:x=4:25$, $4x=500$ $\therefore x=125$
따라서 도형 Q 의 겉넓이는 125 cm^2 이다.

18 [답] $108\pi\text{ cm}^3$
닮음비가 $3:4$ 이므로 부피의 비는 $3^3:4^3=27:64$
도형 P 의 부피를 $x\text{ cm}^3$ 라 하면
 $x:256\pi=27:64$
 $64x=27 \times 256\pi$ $\therefore x=108\pi$
따라서 도형 P 의 부피는 $108\pi\text{ cm}^3$ 이다.

19 [답] $1:3$
닮음비는 $\overline{BC}:\overline{EF}=3:9=1:3$

20 [답] 6 m
 $1:3=2:\overline{DF}$ $\therefore \overline{DF}=6(\text{m})$

21 [답] $\frac{1}{50000}$
 $2\text{ km}=2000\text{ m}=200000\text{ cm}$ 이므로
(축척) $= \frac{(\text{지도에서의 거리})}{(\text{실제 거리})} = \frac{4}{200000} = \frac{1}{50000}$

22 [답] 30 cm
(지도에서의 거리)
 $= (\text{실제 거리}) \times (\text{축척})$
 $= 3\text{ km} \times \frac{1}{10000} = 300000\text{ cm} \times \frac{1}{10000} = 30(\text{cm})$

23 [답] (1) $2:1$ (2) $4:1$ (3) 20 cm^2 (4) 15 cm^2
(1) $\triangle ABC \sim \triangle AMN$ (SAS 닮음)이므로
닮음비는 $\overline{AB}:\overline{AM}=2:1$
(2) 넓이의 비는 $2^2:1^2=4:1$
(3) $\triangle ABC$ 의 넓이를 $x\text{ cm}^2$ 라 하면
 $4:1=x:5$ $\therefore x=20$
따라서 $\triangle ABC=20\text{ cm}^2$ 이다.
(4) $\square MBCN = \triangle ABC - \triangle AMN$
 $= 20 - 5 = 15(\text{cm}^2)$



- 24 [답] (1) 2:3 (2) 4:9 (3) 45 cm^2
(4) 30 cm^2 (5) 125 cm^2
- (1) $\triangle AOD \sim \triangle COB$ (AA 닮음)이므로, 닮음비는
 $\overline{AD} : \overline{BC} = 2 : 3$
- (2) 닮음비가 2:3이므로 넓이의 비는 $2^2 : 3^2 = 4 : 9$
- (3) $\triangle COB$ 의 넓이를 $x\text{ cm}^2$ 라 하면
 $20 : x = 4 : 9$
 $4x = 180 \quad \therefore x = 45$
따라서 $\triangle COB$ 의 넓이는 45 cm^2 이다.
- (4) 높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같으므로
 $\triangle ADC$ 에서
 $\triangle AOD : \triangle COD = \overline{AO} : \overline{OC} = 2 : 3$
즉, $20 : \triangle COD = 2 : 3$ 이므로
 $2\triangle COD = 60 \quad \therefore \triangle COD = 30(\text{cm}^2)$
- (5) (4)와 같은 방법으로 하면
 $\triangle AOD : \triangle AOB = 2 : 3$ 이므로
 $20 : \triangle AOB = 2 : 3$
 $2\triangle AOB = 60 \quad \therefore \triangle AOB = 30(\text{cm}^2)$
 $\square ABCD$
 $= \triangle AOD + \triangle AOB + \triangle COD + \triangle COB$
 $= 20 + 30 + 30 + 45 = 125(\text{cm}^2)$

- 25 [답] ④
 $\triangle ABC \sim \triangle DBE$ (AA 닮음)이고, 닮음비는
 $\overline{BC} : \overline{BE} = (3+4) : 3 = 7 : 3$ 이므로
 $\triangle ABC : \triangle DBE = 7^2 : 3^2 = 49 : 9$
즉, $\triangle ABC : \frac{9}{2} = 49 : 9$ 이므로
 $9\triangle ABC = \frac{9}{2} \times 49$
 $\therefore \triangle ABC = \frac{49}{2}(\text{cm}^2)$

- 26 [답] ⑤
두 원 O, O' 의 넓이의 비는 $7^2 : 5^2 = 49 : 25$
이므로 원 O 의 넓이를 $x\text{ cm}^2$ 라 하면
 $x : 50 = 49 : 25$
 $25x = 50 \times 49 \quad \therefore x = 98$
따라서 원 O 의 넓이는 98 cm^2 이다.

- 27 [답] ②
 $\triangle GBC = 2\triangle GBE = 2 \times 4 = 8(\text{cm}^2)$
 $\triangle GFD \sim \triangle GBC$ (SAS 닮음)이고 닮음비는 1:2이
므로 넓이의 비는 $1^2 : 2^2 = 1 : 4$
즉, $\triangle GFD : 8 = 1 : 4$ 이므로
 $4\triangle GFD = 8 \quad \therefore \triangle GFD = 2(\text{cm}^2)$

- 28 [답] ④
 $2\text{ m} = 200\text{ cm}$ 이므로 벽면과 타일의 닮음비는
 $200 : 50 = 4 : 1$
즉, 넓이의 비는 $4^2 : 1^2 = 16 : 1$ 이므로
필요한 타일의 수는 16장이다.

- 29 [답] ④
원래의 사진과 확대 복사한 사진의 닮음비는
 $100 : 250 = 2 : 5$
즉, 넓이의 비는
 $2^2 : 5^2 = 4 : 25$ 이므로
확대 복사한 사진의 넓이를 $x\text{ cm}^2$ 라 하면
 $36 : x = 4 : 25$
 $4x = 36 \times 25 \quad \therefore x = 225$
따라서 확대 복사한 사진의 넓이는 225 cm^2 이다.

- 30 [답] ⑤
닮음비가 2:5이므로 넓이의 비는 $2^2 : 5^2 = 4 : 25$
벽지의 가격은 면적에 정비례하므로
B 벽지의 판매가를 x 만 원이라 하면
 $20 : x = 4 : 25$
 $4x = 500 \quad \therefore x = 125$
따라서 B 벽지의 판매가는 125만 원이다.

- 31 [답] ④
지름의 길이가 21 cm인 원목과 35 cm인 원목의 닮음
비는 $21 : 35 = 3 : 5$
즉, 넓이의 비는 $3^2 : 5^2 = 9 : 25$
지름의 길이가 35 cm인 원목의 가격을 x 원이라 하면
 $27000 : x = 9 : 25$
 $9x = 25 \times 27000 \quad \therefore x = 75000$
따라서 지름의 길이가 35 cm인 원목의 가격은 75000원
이다.

- 32 [답] ①
두 직사각형 모양의 벽면의 가로 길이의 비는
 $5 : 2.5 = 2 : 1$
세로의 길이의 비도 $4 : 2 = 2 : 1$ 이므로 두 직사각형은
닮은 도형이다.
즉, 닮음비가 2:1이므로 넓이의 비는 $2^2 : 1^2 = 4 : 1$
필요한 페인트의 양을 $x\text{ mL}$ 라 하면
 $280 : x = 4 : 1$
 $4x = 280 \quad \therefore x = 70$
따라서 필요한 페인트의 양은 70 mL이다.

33 [답] ③

작은 원과 큰 원의 반지름의 길이의 비는 1:3이므로
넓이의 비는 $1^2:3^2=1:9$
큰 원의 넓이를 $x \text{ cm}^2$ 라 하면
 $9\pi : x = 1 : 9$
 $\therefore x = 81\pi$
 $\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)
 $= (\text{큰 원의 넓이}) - (\text{작은 원의 넓이})$
 $= 81\pi - 9\pi = 72\pi (\text{cm}^2)$

34 [답] ②

두 구의 겹넓이의 비가 $4:9=2^2:3^2$ 이므로
넓음비는 2:3이다.

35 [답] ③

두 정사면체 A, B는 닮음이고, 겹넓이의 비가
 $64:1=8^2:1^2$ 이므로 넓음비는 8:1이다.
따라서 A의 한 모서리의 길이는 B의 한 모서리의 길
이의 8배이다.

36 [답] ④

두 직육면체 A, B의 넓음비가 3:4이므로
겹넓이의 비는 $3^2:4^2=9:16$
따라서 직육면체 A의 겹넓이를 $x \text{ cm}^2$ 라 하면
 $x:80=9:16$
 $16x=9 \times 80$
 $\therefore x=45$
따라서 직육면체 A의 겹넓이는 45 cm^2 이다.

37 [답] 630 cm^2

두 원뿔 A, B의 넓음비가 $6:9=2:3$ 이므로 옆넓이
의 비는 $2^2:3^2=4:9$
원뿔 B의 옆넓이를 $x \text{ cm}^2$ 라 하면
 $280:x=4:9$
 $4x=280 \times 9$
 $\therefore x=630$
따라서 원뿔 B의 옆넓이는 630 cm^2 이다.

38 [답] ③

한 모서리의 길이가 24 cm 인 정육면체 모양의 상자와
한 모서리의 길이가 8 cm 인 정육면체 모양의 상자의
넓음비는 $24:8=3:1$ 이므로
겹넓이의 비는 $3^2:1^2=9:1$
따라서 한 모서리의 길이가 8 cm 인 정육면체 모양의
상자를 9개 포장할 수 있다.

39 [답] ③

두 과자통 A, B의 넓음비는 $6:9=2:3$ 이므로
겹넓이의 비는 $2^2:3^2=4:9$
구하는 과자통 B의 포장지의 넓이를 $x \text{ cm}^2$ 라 하면
 $180:x=4:9$
 $4x=180 \times 9$
 $\therefore x=405$
따라서 과자통 B의 겹면을 포장지로 싸는 데 405 cm^2
의 포장지가 필요하다.

40 [답] (1) 2:1 (2) 8:1 (3) 80 cm^3 (4) 70 cm^3

(1) 점 E, F, G가 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$ 의 중점이므로
두 정사면체의 넓음비는 2:1이다.
(2) 부피의 비는 $2^3:1^3=8:1$
(3) 정사면체 A-BCD의 부피를 $x \text{ cm}^3$ 라 하면
 $8:1=x:10 \quad \therefore x=80$
따라서 정사면체 A-BCD의 부피는 80 cm^3 이다.
(4) 삼각뿔대의 부피는 정사면체 A-BCD의 부피에서
정사면체 A-EFG의 부피를 빼면 되므로
 $80-10=70(\text{cm}^3)$ 이다.

41 [답] 1:3

두 정육면체 A, B의 부피의 비는
 $8:216=1:27=1^3:3^3$
따라서 넓음비는 1:3이다.

42 [답] ③

$\overline{AC}:\overline{BC}=2:1$ 이므로
작은 원뿔 P와 큰 원뿔 Q의 넓음비는
 $\overline{AC}:\overline{AB}=2:3$
즉, 부피의 비는 $2^3:3^3=8:27$
작은 원뿔 P의 부피를 $x \text{ cm}^3$ 라 하면
 $x:54=8:27$
 $27x=54 \times 8$
 $\therefore x=16$
따라서 작은 원뿔 P의 부피는 16 cm^3 이다.

43 [답] ③

두 원뿔 A, B의 밑넓이의 비가 $16:25=4^2:5^2$ 이므
로 넓음비는 4:5이다.
즉, 부피의 비는 $4^3:5^3=64:125$
원뿔 B의 부피를 $x \text{ cm}^3$ 라 하면
 $128\pi:x=64:125$
 $64x=128\pi \times 125$
 $\therefore x=250\pi$
따라서 원뿔 B의 부피는 $250\pi \text{ cm}^3$ 이다.



44 [답] ②

오른쪽 그림과 같이 높이가 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 인 세 원뿔은 닮은 도형이고, 닮음비는 높이의 비와 같으므로 닮음비는

$$1:2:3$$

즉, 세 원뿔의 부피의 비는

$$1^3:2^3:3^3=1:8:27$$

가장 큰 원뿔의 부피가 81 cm^3 이므로

$$(\text{가장 작은 원뿔의 부피}):81=1:27$$

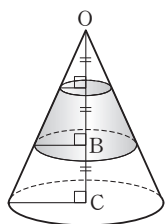
$$\therefore (\text{가장 작은 원뿔의 부피})=3(\text{cm}^3)$$

$$(\text{중간 원뿔의 부피}):81=8:27$$

$$\therefore (\text{중간 원뿔의 부피})=24(\text{cm}^3)$$

따라서 가운데 원뿔대의 부피는

$$(\text{중간 원뿔의 부피})-(\text{가장 작은 원뿔의 부피})=24-3=21(\text{cm}^3)$$



45 [답] ③

두 초콜릿 A, B의 닮음비는 $2:4=1:2$ 이므로

$$\text{부피의 비는 } 1^3:2^3=1:8$$

즉, 초콜릿 B를 1개 녹이면 초콜릿 A를 8개 만들 수 있으므로 초콜릿 B를 5개 녹이면 초콜릿 A를 40개 만들 수 있다.

46 [답] ①

S 용기와 L 용기의 닮음비는 $4:6=2:3$ 이므로

$$\text{부피의 비는 } 2^3:3^3=8:27$$

L 용기의 커피원액의 가격을 x 원이라 하면

$$4800:x=8:27$$

$$8x=4800 \times 27$$

$$\therefore x=16200$$

따라서 L 용기의 커피원액의 가격은 16200원이다.

47 [답] ④

그릇의 높이의 $\frac{2}{3}$ 를 채운 것이므로 물의 높이와 그릇의 높이의 비는 $2:3$ 이다.

물의 부피를 V , 그릇의 부피를 V' 이라 하면

$$V:V'=2^3:3^3=8:27$$

그릇에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간을 x 분이라 하면

$$16:x=8:27$$

$$8x=16 \times 27$$

$$\therefore x=54$$

따라서 그릇에 물을 가득 채우려면 총 54분이 걸리므로 앞으로 $54-16=38$ (분) 더 걸린다.

48 [답] ④

두 풍선의 반지름의 길이의 비가 $30:40=3:4$ 이므로 부피의 비는 $3^3:4^3=27:64$

이때, A 풍선을 부는 데 9분이 걸렸으므로 B 풍선을 부는 데 걸리는 시간을 x 분이라 하면

$$27:64=9:x$$

$$27x=64 \times 9 \quad \therefore x=\frac{64}{3}$$

따라서 B 풍선을 부는 데 걸리는 시간은 $\frac{64}{3}$ 분이다.

49 [답] ②

$\triangle ABC$ 와 $\triangle AB'C'$ 에서

$$\angle A \text{는 공통, } \angle ABC = \angle AB'C' = 90^\circ$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle AB'C' \text{ (AA 닮음)}$$

닮음비가 $2:(2+18)=2:20=1:10$ 이므로

$$1:10=1.5:\overline{B'C'}$$

$$\therefore \overline{B'C'}=15(\text{m})$$

따라서 빌딩의 높이는 15 m이다.

50 [답] ②

$\triangle ABC$ 와 $\triangle AB'C'$ 에서

$$\angle A \text{는 공통, } \angle ABC = \angle AB'C' = 90^\circ$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle AB'C' \text{ (AA 닮음)}$$

$$4:(4+6)=2:\overline{B'C'} \text{이므로}$$

$$4:10=2:\overline{B'C'}$$

$$4\overline{B'C'}=20 \quad \therefore \overline{B'C'}=5(\text{m})$$

따라서 등대의 높이는 5 m이다.

51 [답] ②

나무의 높이를 x m라 하면

$$x:2=6:3$$

$$3x=12 \quad \therefore x=4$$

따라서 나무의 높이는 4 m이다.

52 [답] ①

딸의 키를 x cm라 하면

$$1.5\text{ m}=150\text{ cm}, 1\text{ m}=100\text{ cm} \text{이므로}$$

$$x:180=100:150$$

$$150x=180 \times 100 \quad \therefore x=120$$

따라서 딸의 키는 120 cm이다.

53 [답] ③

$$3\text{ km}=3000\text{ m}=300000\text{ cm} \text{이므로}$$

$$(\text{축척})=\frac{(\text{지도에서의 거리})}{(\text{실제 거리})}$$

$$=\frac{2}{300000}=\frac{1}{150000}$$

54 [답] ⑤

$$350 \text{ m} = 35000 \text{ cm} \text{이므로}$$

$$(\text{축척}) = \frac{(\text{지도에서의 거리})}{(\text{실제 거리})}$$

$$= \frac{14}{35000} = \frac{1}{2500}$$

따라서 거리가 12 cm인 두 지점 사이의 실제 거리는

$$12 \text{ cm} \div \frac{1}{2500} = 12 \text{ cm} \times 2500$$

$$= 3000 \text{ cm}$$

$$= 300 \text{ m}$$

55 [답] ⑤

$$550 \text{ m} = 55000 \text{ cm} \text{이므로 모형에서 타워의 높이를}$$

$$x \text{ cm라 하면}$$

$$x : 55000 = 1 : 2500$$

$$2500x = 55000 \quad \therefore x = 22$$

따라서 모형의 높이는 22 cm이다.

56 [답] ②

$$(\text{실제 거리}) = (\text{지도에서의 거리}) \div (\text{축척})$$

$$= 8 \text{ cm} \div \frac{1}{20000}$$

$$= 8 \text{ cm} \times 20000 = 160000 (\text{cm})$$

$$= 1600 \text{ m} = 1.6 \text{ km}$$

도서관에 도착할 때까지 걸리는 시간을 x 시간이라 하면

$$1 : 16 = x : 1.6, 16x = 1.6 \quad \therefore x = 0.1$$

따라서 0.1시간 = $0.1 \times 60 = 6$ (분)만에 도착한다.

연습 문제 [P~Q]

01 [답] ③

높이가 같은 삼각형의 넓이는 밑변의 길이에 비례하므로

$$\triangle ADC = \frac{1}{2} \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 72 = 36 (\text{cm}^2)$$

$$\therefore \triangle AEC = \frac{1}{3} \triangle ADC = \frac{1}{3} \times 36 = 12 (\text{cm}^2)$$

02 [답] ④

점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로

$$\overline{BG} : \overline{GE} = 2 : 1$$

$$6 : x = 2 : 1 \quad \therefore x = 3$$

$\overline{GE} \parallel \overline{DF}$ 이므로

$$\overline{AG} : \overline{AD} = \overline{GE} : \overline{DF}$$

$$2 : 3 = 3 : y, 2y = 9 \quad \therefore y = 4.5$$

$$\therefore x + y = 3 + 4.5 = 7.5$$

03 [답] 63

$\triangle AGG'$ 과 $\triangle ADE$ 에서

$\angle GAG'$ 은 공통,

두 점 G, G'이 각각 $\triangle ABM$, $\triangle AMC$ 의 무게중심이므로

$$\overline{AG} : \overline{AD} = \overline{AG'} : \overline{AE} = 2 : 3$$

$\therefore \triangle AGG' \sim \triangle ADE$ (SAS 닮음)

즉, $\overline{GG'} : \overline{DE} = 2 : 3$ 이므로

$$14 : \overline{DE} = 2 : 3$$

$$2\overline{DE} = 42 \quad \therefore \overline{DE} = 21 (\text{cm})$$

$$\therefore x = 21$$

$\overline{BD} = \overline{DM}$, $\overline{ME} = \overline{EC}$ 이므로

$$\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{DM} + \overline{ME} + \overline{EC}$$

$$= 2(\overline{DM} + \overline{ME}) = 2\overline{DE}$$

$$= 2 \times 21 = 42 (\text{cm})$$

$$\therefore y = 42$$

$$\therefore x + y = 21 + 42 = 63$$

04 [답] 16 cm^2

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AG}$ 를 그어 삼각형을 나뉘보면 구하는 넓이는 $\triangle GAD + \triangle GAE$ 이다.

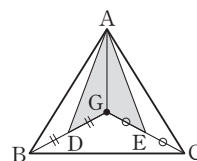
$$\triangle GAD + \triangle GAE$$

$$= \frac{1}{2} \triangle GAB + \frac{1}{2} \triangle GAC$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \triangle ABC + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \triangle ABC$$

$$= \frac{1}{6} \triangle ABC + \frac{1}{6} \triangle ABC$$

$$= \frac{1}{3} \triangle ABC = \frac{1}{3} \times 48 = 16 (\text{cm}^2)$$



05 [답] ②

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 O라 하면 $\overline{AO} = \overline{OC}$,

$\overline{BM} = \overline{MC}$, $\overline{CN} = \overline{ND}$ 이므로

두 점 P, Q는 각각 $\triangle ABC$,

$\triangle ACD$ 의 무게중심이다.

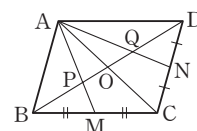
따라서 $\overline{BP} = 2\overline{PO}$, $\overline{QD} = 2\overline{OQ}$ 이므로

$$\overline{BD} = \overline{BP} + \overline{PQ} + \overline{QD}$$

$$= 2\overline{PO} + (\overline{PO} + \overline{OQ}) + 2\overline{OQ}$$

$$= 3(\overline{PO} + \overline{OQ}) = 3\overline{PQ}$$

$$3\overline{PQ} = 42 \quad \therefore \overline{PQ} = 14 (\text{cm})$$



06 [답] ②

$\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{BN}=\overline{NC}$ 이므로 점 P는 $\triangle ABC$ 의 무게 중심이다.

즉, $\triangle BMP=\triangle BNP=\frac{1}{6}\triangle ABC$ 이므로

$$\begin{aligned}\square BNPM &= 2 \times \frac{1}{6} \triangle ABC = \frac{1}{3} \triangle ABC \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \square ABCD \\ &= \frac{1}{6} \square ABCD = \frac{1}{6} \times 36 = 6(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

07 [답] 25 cm^2

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 는 공통, $\angle ABD=\angle C$

$\therefore \triangle ABD \sim \triangle ACB$ (AA 닮음)

닮음비는 $\overline{AD}:\overline{AB}=6:10=3:5$ 이므로

$$\triangle ABD:\triangle ACB=3^2:5^2=9:25$$

$$9:\triangle ABC=9:25$$

$$\therefore \triangle ABC=25(\text{cm}^2)$$

08 [답] ②

$\triangle AOD$ 와 $\triangle COB$ 에서

$\angle AOD=\angle COB$ (맞꼭지각),

$\angle DAO=\angle BCO$ (엇각)

$\therefore \triangle AOD \sim \triangle COB$ (AA 닮음)

즉, $\overline{AD}:\overline{BC}=4:6=2:3$ 이므로

$$\triangle AOD:\triangle COB=2^2:3^2=4:9$$

$$16:\triangle COB=4:9$$

$$4\triangle COB=144 \quad \therefore \triangle COB=36(\text{cm}^2)$$

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{DO}:\overline{OB}=2:3$ 이므로

$$\triangle AOD:\triangle AOB=2:3$$

$$16:\triangle AOB=2:3$$

$$2\triangle AOB=48 \quad \therefore \triangle AOB=24(\text{cm}^2)$$

즉, $\triangle DOC=\triangle AOB=24\text{cm}^2$ 이므로

$$\square ABCD=16+24+24+36=100(\text{cm}^2)$$

09 [답] ⑤

지름의 길이가 각각 15 cm, 20 cm인 두 치즈케이크의 단면의 닮음비는

$$15:20=3:4$$

즉, 단면의 넓이의 비는 $3^2:4^2=9:16$

지름의 길이가 20 cm인 치즈케이크의 가격을 x 원이라 하면 치즈케이크의 단면의 넓이와 치즈케이크의 가격이 정비례하므로

$$9000:x=9:16$$

$$9x=9000 \times 16 \quad \therefore x=16000$$

따라서 지름의 길이가 20 cm인 치즈케이크의 가격은 16000원이다.

10 [답] ③

종이인형과 그림자는 닮음이고, 넓이의 비는

$$40:490=4:49=2^2:7^2$$

즉, 닮음비는 2:7이므로

$$x:y=2:7$$

$$2y=7x$$

$$\therefore y=3.5x$$

따라서 y 는 x 의 3.5배이다.

11 [답] ③

두 원기둥 A, B의 옆넓이의 비는

$$9:25=3^2:5^2 \text{이므로 닮음비는 } 3:5 \text{이다.}$$

즉, $r:10=3:5$ 이므로

$$5r=30$$

$$\therefore r=6$$

또, $20:h=3:5$ 이므로

$$3h=100$$

$$\therefore h=\frac{100}{3}$$

$$\therefore rh=6 \times \frac{100}{3}=200$$

12 [답] 111 cm^3

처음 사각뿔과 잘린 사각뿔은 닮은 도형이고 닮음비는 높이의 비와 같으므로

$$24:(24-6)=24:18=4:3 \text{이다.}$$

즉, 부피의 비는 $4^3:3^3=64:27$ 이다.

잘린 사각뿔의 부피를 $x\text{cm}^3$ 라 하면

$$192:x=64:27$$

$$64x=27 \times 192$$

$$\therefore x=81$$

따라서 사각뿔대의 부피는

$$192-81=111(\text{cm}^3)$$

13 [답] ①

축척이 $\frac{1}{1000}$ 이므로 지도에서의 토지의 넓이와 실제

토지의 넓이의 비는

$$1^2:1000^2=1:1000000$$

이때,

$$\begin{aligned}1\text{km}^2 &= 1\text{km} \times 1\text{km} = 1000\text{m} \times 1000\text{m} \\ &= 1000000\text{m}^2\end{aligned}$$

에서 $2\text{km}^2=2000000\text{m}^2$ 이므로 지도에서의 토지의 넓이를 $x\text{m}^2$ 라 하면

$$x:2000000=1:1000000$$

$$\therefore x=2$$

즉, 지도에서의 토지의 넓이는 2m^2 이다.

14 [답] 600 m

$\triangle ADE$ 에서

$\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 이므로

$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DE}$

$\overline{AB} = x$ cm라 하면

$x : (x+2) = 6 : 10$

$10x = 6(x+2)$

$10x = 6x + 12$

$4x = 12 \quad \therefore x = 3$

따라서 실제 강의 폭은

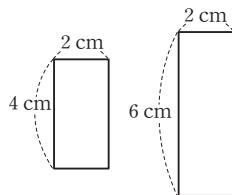
$3 \times 20000 = 60000(\text{cm}) = 600(\text{m})$

VI 대단원 총정리 [K~Q]

01 [답] ㉠, ㉡, ㉢

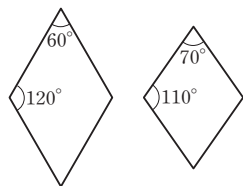
㉠ 두 직각이등변삼각형은 내각의 크기가 $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ 이므로 항상 AA 닮음이 된다.

㉡ 가로와 세로의 길이가 2 cm, 4 cm인 직사각형과 2 cm, 6 cm인 직사각형은 닮음이 아니다.

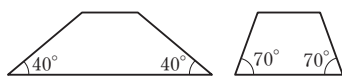


㉢ 두 정사각형은 항상 서로 닮음이다.

㉣ 마름모 중 두 내각의 크기가 $60^\circ, 120^\circ$ 인 마름모와 $70^\circ, 110^\circ$ 인 마름모는 닮음이 아니다.



㉤ 두 밑각의 크기가 40° 인 등변사다리꼴과 두 밑각의 크기가 70° 인 등변사다리꼴은 닮음이 아니다.



㉥ 중심각의 크기가 같은 부채꼴은 항상 닮음이다.

따라서 항상 닮은 도형인 것은 ㉠, ㉢, ㉥이다.

02 [답] ④

두 사각각동의 닮음비는

$\overline{DH} : \overline{LP} = 10 : 20 = 1 : 2$

$\overline{KL} = \overline{OP} = 14$ cm이고,

$\overline{CD} : \overline{KL} = 1 : 2$ 이므로

$\overline{CD} : 14 = 1 : 2$

$2\overline{CD} = 14 \quad \therefore \overline{CD} = 7(\text{cm})$

따라서 정사각형 ABCD의 넓이는

$7 \times 7 = 49(\text{cm}^2)$ 이다.

03 [답] ③

물이 채워진 부분과 그릇은 닮은 도형이고 그릇의 높이의 $\frac{1}{6}$ 만큼 물을 채웠으므로 물이 채워진 부분과 그릇의 닮음비는 1 : 6이다.

수면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$r : 36 = 1 : 6$

$6r = 36 \quad \therefore r = 6$

$\therefore (\text{수면의 넓이}) = \pi \times 6^2 = 36\pi(\text{cm}^2)$

04 [답] ④

$\triangle ABO \sim \triangle ODC$ 이고 닮음

비가 2 : 3이므로

$\overline{AB} : \overline{OD} = 2 : 3$

$\overline{AB} : 6 = 2 : 3$

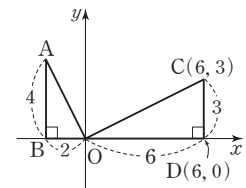
$3\overline{AB} = 12 \quad \therefore \overline{AB} = 4$

또, $\overline{BO} : \overline{DC} = 2 : 3$ 에서

$\overline{BO} : 3 = 2 : 3 \quad \therefore \overline{BO} = 2$

즉, $A(-2, 4)$ 이므로 $a = -2, b = 4$

$\therefore a + b = (-2) + 4 = 2$



05 [답] ⑤

$\overline{AB} = \overline{AE} = 15$ cm, $\overline{EC} = \overline{ED} = 10$ cm이므로

$\triangle ABE$ 와 $\triangle ECD$ 는 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle B = \angle AEB, \angle C = \angle EDC$

즉, $\angle B = \angle C, \angle AEB = \angle EDC$ 이므로

$\triangle ABE \sim \triangle ECD$ (AA 닮음)

또, 점 E가 $\overline{BC}$ 의 중점이므로

$\overline{BE} = \overline{EC} = 10$ cm

즉, $\overline{AB} : \overline{EC} = \overline{BE} : \overline{CD}$ 이므로

$15 : 10 = 10 : \overline{CD}$

$15\overline{CD} = 100$

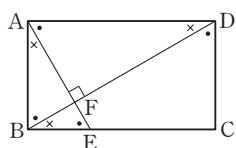
$\therefore \overline{CD} = \frac{20}{3}(\text{cm})$

따라서 $a = 3, b = 20$ 이므로

$a + b = 3 + 20 = 23$

06 [답] ③

$\angle ABE = \angle AFB = \angle BCD$
 $= \angle BFE = \angle DFA = 90^\circ$
 $\angle BAE + \angle AEB = 90^\circ$ 임을 이용하여 그림에
 $\bullet, \times$ 로 표시해 가면
 $\angle BAE = \angle CBD = \angle FBE = \angle FDA = \times$,
 $\angle ABD = \angle DAF = \angle BDC = \angle BEF = \bullet$
 즉, 다음 그림과 같이 나타낼 수 있다.



$\therefore \triangle ABE \sim \triangle AFB \sim \triangle BCD$
 $\sim \triangle BFE \sim \triangle DFA$ (AA 닮음)
 ③ $\angle ADF = \times$, $\angle BEF = \bullet$ 이므로
 $\angle ADF \neq \angle BEF$

07 [답] ③

$\overline{BD} : \overline{DC} = 2 : 3$ 이므로
 $\overline{BD} = 10 \times \frac{2}{5} = 4$ (cm)
 $\triangle ABD$ 와 $\triangle CBE$ 에서
 $\angle B$ 는 공통, $\angle ADB = \angle ECB = 90^\circ$
 $\therefore \triangle ABD \sim \triangle CBE$ (AA 닮음)
 $\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{BD} : \overline{BE}$ 이므로
 $7 : 10 = 4 : \overline{BE}$
 $7\overline{BE} = 40 \quad \therefore \overline{BE} = \frac{40}{7}$ (cm)

08 [답] 8

직각삼각형 ABC에서
 $\overline{AD} \times \overline{BC} = \overline{AB} \times \overline{AC}$ 이므로
 $5\overline{AD} = 3 \times 4 \quad \therefore \overline{AD} = \frac{12}{5}$ (cm)
 $\therefore a = \frac{12}{5}$
 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}^2 = \overline{BD} \times \overline{BC}$ 이므로
 $4^2 = 5\overline{BD} \quad \therefore \overline{BD} = \frac{16}{5}$ (cm)
 $\therefore b = \frac{16}{5}$
 $\therefore 2a + b = 2 \times \frac{12}{5} + \frac{16}{5} = 8$

09 [답] ⑤

$\triangle BCD$ 와 $\triangle BFE$ 에서
 $\angle C = \angle BFE = 90^\circ$, $\angle FBE$ 는 공통
 $\therefore \triangle BCD \sim \triangle BFE$ (AA 닮음)
 즉, $\overline{BC} : \overline{BF} = \overline{CD} : \overline{FE}$ 에서
 $10 : \overline{BF} = 8 : 4$
 $8\overline{BF} = 40 \quad \therefore \overline{BF} = 5$ (cm)

10 [답] 12 cm^2

$\overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{CD}$ 이므로
 $6^2 = 9\overline{BD} \quad \therefore \overline{BD} = 4$ (cm)
 $\therefore \triangle ABD = \frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 12$ (cm²)

11 [답] ④

이등변삼각형의 성질에 의해 $\overline{AD}$ 는 $\overline{BC}$ 의 이등분선이
 므로 $\overline{BD} = \overline{CD} = 3$ cm
 $\triangle ABD$ 와 $\triangle DCE$ 에서
 $\angle B = \angle C$, $\angle ADB = \angle DEC = 90^\circ$
 $\therefore \triangle ABD \sim \triangle DCE$ (AA 닮음)
 $\overline{AB} : \overline{DC} = \overline{BD} : \overline{CE}$ 에서
 $10 : 3 = 3 : \overline{CE}$
 $10\overline{CE} = 9 \quad \therefore \overline{CE} = \frac{9}{10}$ (cm)

12 [답] $\frac{35}{4}$ cm

$\triangle BDE$ 와 $\triangle CEF$ 에서
 $\angle B = \angle C = 60^\circ$
 $\angle BED = 180^\circ - (\angle DEF + \angle FEC)$
 $= 180^\circ - (60^\circ + \angle FEC)$
 $= 180^\circ - (\angle C + \angle FEC)$
 $= \angle CFE$
 $\therefore \triangle BDE \sim \triangle CEF$ (AA 닮음)
 $\overline{AD} = \overline{DE} = 7$ cm이므로
 $\overline{AB} = 15$ cm이고
 $\overline{EC} = \overline{BC} - \overline{BE} = 15 - 5 = 10$ (cm)
 $\overline{AF} = \overline{EF} = x$ cm라 하자.
 $\overline{BD} : \overline{CE} = \overline{DE} : \overline{EF}$ 에서
 $8 : 10 = 7 : x, 8x = 70 \quad \therefore x = \frac{35}{4}$
 따라서 $\overline{AF}$ 의 길이는 $\frac{35}{4}$ cm이다.

13 [답] ③

$\triangle AFD$ 에서 $\overline{AD} \parallel \overline{EC}$ 이므로
 $4 : (4 + 6) = \overline{EC} : 10$
 $\therefore \overline{EC} = 4$ (cm)
 $\therefore \overline{BE} = \overline{BC} - \overline{EC} = 10 - 4 = 6$ (cm)

14 [답] 5

$\overline{DE} \parallel \overline{GF}$ 이므로 $\overline{GA} : \overline{AE} = \overline{FA} : \overline{AD}$
 $3 : 6 = 6 : x, 3x = 36 \quad \therefore x = 12$
 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 이므로 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$
 $12 : 2 = 6 : (y - 6)$
 $12y - 72 = 12, 12y = 84 \quad \therefore y = 7$
 $\therefore x - y = 12 - 7 = 5$

15 [답] ②

$\overline{BC}$ 의 길이를 x cm라 하자.

삼각형의 내각의 이등분선의 성질에 의해

$$6 : 9 = (x - 6) : 6$$

$$9(x - 6) = 36$$

$$9x - 54 = 36, 9x = 90 \quad \therefore x = 10$$

따라서 $\overline{BC}$ 의 길이는 10 cm이다.

16 [답] ②

삼각형의 외각의 이등분선의 성질에 의해

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD} \text{ 이므로}$$

$$6 : 4 = (\overline{BC} + 8) : 8$$

$$4(\overline{BC} + 8) = 48, 4\overline{BC} + 32 = 48$$

$$4\overline{BC} = 16 \quad \therefore \overline{BC} = 4(\text{cm})$$

$$\therefore a = 4$$

높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같으므로

$$\triangle ABC : \triangle ABD = \overline{BC} : \overline{BD}$$

$$= 4 : (4 + 8) = 1 : 3$$

$$\text{즉, } 5 : \triangle ABD = 1 : 3 \text{ 이므로 } \triangle ABD = 15(\text{cm}^2)$$

$$\therefore b = 15$$

$$\therefore a + b = 4 + 15 = 19$$

17 [답] 50

$$\overline{AM} = \overline{MB}, \overline{AN} = \overline{NC} \text{ 이므로}$$

$$x = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$$

$$y = 2\overline{AM} = 2 \times 7 = 14$$

$$\text{또, } \overline{MN} \parallel \overline{BC} \text{ 이므로}$$

$$\angle AMN = \angle B = 180^\circ - 100^\circ - 50^\circ = 30^\circ$$

$$\therefore z = 30$$

$$\therefore x + y + z = 6 + 14 + 30 = 50$$

18 [답] ②

$$\overline{DE} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 20 = 10(\text{cm})$$

$$\overline{EF} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm})$$

$$\overline{DF} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 24 = 12(\text{cm})$$

또한,

$$\overline{GH} = \frac{1}{2} \overline{DF} = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm})$$

$$\overline{HI} = \frac{1}{2} \overline{DE} = \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm})$$

$$\overline{IG} = \frac{1}{2} \overline{EF} = \frac{1}{2} \times 6 = 3(\text{cm})$$

$$\therefore (\triangle GHI \text{의 둘레의 길이})$$

$$= \overline{GH} + \overline{HI} + \overline{IG} = 6 + 5 + 3 = 14(\text{cm})$$

19 [답] 60 cm^2

$$\triangle ABC \text{에서 } \overline{BE} = \overline{EA},$$

$$\overline{BF} = \overline{FC} \text{ 이므로}$$

$$\overline{EF} \parallel \overline{AC}$$

$$\therefore \overline{AC} = 2\overline{EF} = 2 \times 5$$

$$= 10(\text{cm})$$

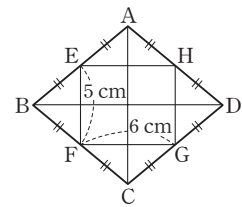
$$\triangle ABD \text{에서 } \overline{AE} = \overline{EB}, \overline{AH} = \overline{HD} \text{ 이므로}$$

$$\overline{EH} \parallel \overline{BD}$$

$$\therefore \overline{BD} = 2\overline{EH} = 2 \times 6 = 12(\text{cm})$$

$$\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BD}$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 12 = 60(\text{cm}^2)$$



20 [답] ③

$$\overline{AB} = 3\overline{AM} \text{ 이므로 } \overline{AM} : \overline{AB} = 1 : 3$$

$$\triangle ABC \text{에서 } \overline{MP} \parallel \overline{BC} \text{ 이므로}$$

$$\overline{MP} : \overline{BC} = 1 : 3$$

$$\therefore \overline{BC} = 3\overline{MP} = 3 \times 6 = 18(\text{cm})$$

$$\triangle ACD \text{에서 } \overline{PN} \parallel \overline{AD} \text{ 이므로}$$

$$\overline{CN} : \overline{CD} = \overline{BM} : \overline{BA} = 2 : 3$$

$$\overline{PN} : \overline{AD} = \overline{CN} : \overline{CD} = 2 : 3$$

$$\overline{PN} : 27 = 2 : 3$$

$$3\overline{PN} = 54 \quad \therefore \overline{PN} = 18(\text{cm})$$

$$\text{즉, } \overline{MN} = \overline{MP} + \overline{PN} = 6 + 18 = 24(\text{cm}) \text{ 이므로}$$

$$\overline{MN} - \overline{BC} = 24 - 18 = 6(\text{cm})$$

21 [답] ⑤

$$4 : 6 = x : 8 \text{ 이므로}$$

$$6x = 32 \quad \therefore x = \frac{16}{3}$$

$$6 : (6 + 4) = y : 15 \text{ 이므로}$$

$$10y = 90 \quad \therefore y = 9$$

$$\therefore xy = \frac{16}{3} \times 9 = 48$$

22 [답] 20

$$\overline{AE} : \overline{EB} = 3 : 1 \text{ 이므로}$$

$$\overline{AE} = \frac{3}{4} \overline{AB} = \frac{3}{4} \times 12 = 9(\text{cm}) \quad \therefore x = 9$$

$$\overline{EN} \parallel \overline{BC} \text{ 이므로}$$

$$\overline{AE} : \overline{AB} = \overline{EN} : \overline{BC} \text{ 에서 } 3 : (3 + 1) = \overline{EN} : 20$$

$$4\overline{EN} = 60 \quad \therefore \overline{EN} = 15(\text{cm})$$

$$\overline{AD} \parallel \overline{EM} \text{ 이므로 } \overline{BE} : \overline{BA} = \overline{EM} : \overline{AD} \text{ 에서}$$

$$1 : (1 + 3) = \overline{EM} : 16$$

$$4\overline{EM} = 16 \quad \therefore \overline{EM} = 4(\text{cm})$$

$$\overline{MN} = \overline{EN} - \overline{EM} = 15 - 4 = 11(\text{cm}) \quad \therefore y = 11$$

$$\therefore x + y = 9 + 11 = 20$$

23 [답] ④

$\triangle CEF \sim \triangle CAB$ (AA 닮음)이므로
 $\overline{CF} : \overline{CB} = \overline{EF} : \overline{AB} = 12 : 18 = 2 : 3$
 $\therefore \overline{BF} : \overline{BC} = 1 : 3$
 $\overline{EF} \parallel \overline{CD}$ 이므로
 $1 : 3 = 12 : x \quad \therefore x = 36$

24 [답] 30 cm

점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이고
 $\triangle EGF \sim \triangle CGD$ (AA 닮음)이므로
 $\overline{GF} : \overline{GD} = \overline{GE} : \overline{GC} = 1 : 2$
 즉, $\overline{GD} = 2\overline{GF} = 2 \times 5 = 10$ (cm)이므로
 $\overline{AD} = 3\overline{GD} = 3 \times 10 = 30$ (cm)

25 [답] 324 cm^2

이등변삼각형 ABC에서 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 이다.
 이때, 점 G'이 $\triangle GBC$ 의 무게중심이므로
 $\overline{GG'} : \overline{GD} = 2 : 3$
 $6 : \overline{GD} = 2 : 3$
 $2\overline{GD} = 18 \quad \therefore \overline{GD} = 9$ (cm)
 또, 점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로
 $\overline{AD} = 3\overline{GD} = 3 \times 9 = 27$ (cm)
 $\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 24 \times 27 = 324$ (cm^2)

26 [답] ③

$\triangle ADE \sim \triangle AFG \sim \triangle ABC$ (SAS 닮음)이고 닮음비는
 $\overline{AD} : \overline{AF} : \overline{AB} = 1 : 2 : 3$
 즉, 넓이의 비는
 $\triangle ADE : \triangle AFG : \triangle ABC = 1^2 : 2^2 : 3^2$
 $= 1 : 4 : 9$
 이때, $\triangle ADE = 5 \text{ cm}^2$ 이므로
 $\triangle AFG = 5 \times 4 = 20$ (cm^2)
 $\triangle ABC = 5 \times 9 = 45$ (cm^2)
 $\therefore \square FBCG = \triangle ABC - \triangle AFG$
 $= 45 - 20 = 25$ (cm^2)

27 [답] 9 : 7

$\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 이므로 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ (AA 닮음)
 $\triangle ADE$ 와 $\triangle ABC$ 의 닮음비가
 $\overline{AD} : \overline{AB} = 6 : 8 = 3 : 4$ 이므로
 $\triangle ADE$ 와 $\triangle ABC$ 의 넓이의 비는
 $3^2 : 4^2 = 9 : 16$
 $\therefore \triangle ADE : \square DBCE = 9 : (16 - 9) = 9 : 7$

28 [답] ①

배구공의 겹넓이가 테니스공의 겹넓이의 9배이므로 배구공과 테니스공의 겹넓이의 비는 $9 : 1 = 3^2 : 1^2$ 이다.
 즉, 구는 모두 닮은 도형이므로 닮음비는 3 : 1이다.
 이때, 부피의 비는 $3^3 : 1^3$ 이므로 배구공의 부피는 테니스공의 부피의 27배라고 할 수 있다.
 따라서 밀도는 부피에 반비례하므로 $\frac{1}{27}$ 배이다.

29 [답] 80 m

$\triangle ADE \sim \triangle ABC$ (AA 닮음)이므로
 $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{DE} : \overline{BC}$
 $2 : (2 + 98) = 1.6 : \overline{BC}$
 $2\overline{BC} = 160$
 $\therefore \overline{BC} = 80$ (m)
 따라서 건물의 높이는 80 m이다.

30 [답] ④

축척이 $\frac{1}{50000}$ 이므로 두 지점 A, B 사이의 실제 거리는
 $20(\text{cm}) \div \frac{1}{50000} = 20(\text{cm}) \times 50000$
 $= 1000000(\text{cm}) = 10000(\text{m})$
 $= 10(\text{km})$
 따라서 A 지점에서 출발하여 B 지점까지 시속 4 km로 걸어갈 때 걸리는 시간은 $\frac{10}{4} = 2.5$ (시간)이다.

VII 피타고라스 정리

R 피타고라스 정리

01 [답] 직각

02 [답] $a^2 + b^2$

03 [답] 피타고라스

04 [답] 피타고라스 정리

05 [답] $\times$
빗변의 길이가 c 이므로 $c^2 = a^2 + b^2$ 이다.

06 [답] $\bigcirc$
 $9^2 + 40^2 = 1681$, $41^2 = 1681$ 이므로 피타고라스 정리를 만족한다.

07 [답] $\bigcirc$
직각삼각형의 세 변의 길이가 모두 홀수이면
(홀수)² = (홀수)² + (홀수)²을 만족해야 한다.
그런데 (홀수)²은 홀수이고, (홀수) + (홀수) = (짝수)이
므로 (홀수) $\neq$ (짝수)가 되어 세 변의 길이가 모두 홀수
일 수는 없다.

08 [답] $\bigcirc$

09 [답] 5
 $x^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$
 $\therefore x = 5$

10 [답] 3
 $x^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9 = 3^2$
 $\therefore x = 3$

11 [답] 8
 $x^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64 = 8^2$
 $\therefore x = 8$

12 [답] 10
 $x^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 = 10^2$
 $\therefore x = 10$

13 [답] 5
 $x^2 = 13^2 - 12^2 = 169 - 144 = 25 = 5^2$
 $\therefore x = 5$

14 [답] 13
 $x^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2$
 $\therefore x = 13$

15 [답] 25
 $x^2 = 7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625 = 25^2$
 $\therefore x = 25$

16 [답] $x = 15$, $y = 17$
 $x^2 = 12^2 + 9^2 = 144 + 81 = 225 = 15^2 \quad \therefore x = 15$
 $y^2 = 15^2 + 8^2 = 225 + 64 = 289 = 17^2 \quad \therefore y = 17$

17 [답] $x = 25$, $y = 20$
 $x^2 = 24^2 + 7^2 = 576 + 49 = 625 = 25^2 \quad \therefore x = 25$
 $y^2 = 25^2 - 15^2 = 625 - 225 = 400 = 20^2 \quad \therefore y = 20$

18 [답] $x = 10$, $y = 17$
 $x^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100 = 10^2 \quad \therefore x = 10$
 $y^2 = 8^2 + (6 + 9)^2 = 64 + 225 = 289 = 17^2 \quad \therefore y = 17$

19 [답] $x = 15$, $y = 25$
 $x^2 = 17^2 - 8^2 = 289 - 64 = 225 = 15^2 \quad \therefore x = 15$
 $y^2 = 15^2 + (8 + 12)^2 = 225 + 400 = 625 = 25^2$
 $\therefore y = 25$

20 [답] $x = 12$, $y = 15$
 $x^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144 = 12^2 \quad \therefore x = 12$
 $y^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225 = 15^2 \quad \therefore y = 15$

21 [답] $x = 20$, $y = 12$
 $y^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144 = 12^2 \quad \therefore y = 12$
 $x^2 = 16^2 + 12^2 = 256 + 144 = 400 = 20^2 \quad \therefore x = 20$

22 [답] ②
 $x^2 = 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36 \quad \therefore x = 6$

23 [답] ④
 $x^2 = 17^2 - 15^2 = 289 - 225 = 64 \quad \therefore x = 8$

24 [답] ③
 $15^2 = 9^2 + \overline{AC}^2$ 이므로
 $\overline{AC}^2 = 225 - 81 = 144$
 $\therefore \overline{AC} = 12(\text{cm})$

25 [답] ③
 $\overline{AC}^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$
 $\therefore \overline{AC} = 12(\text{cm})$
 $\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30(\text{cm}^2)$

26 [답] 40 cm
 $\triangle ABD$ 에서
 $\overline{AD}^2 = 24^2 + 7^2 = 576 + 49 = 625$
 $\therefore \overline{AD} = 25(\text{cm})$
 $\overline{CD} = \overline{AD} = 25 \text{ cm}$ 이므로
 $\overline{BC} = 7 + 25 = 32(\text{cm})$
따라서 $\triangle ABC$ 에서
 $\overline{AC}^2 = 24^2 + 32^2 = 576 + 1024 = 1600$
 $\therefore \overline{AC} = 40 \text{ cm}$

27 [답] $x=6, y=8$
 $y^2 = 17^2 - 15^2 = 289 - 225 = 64 \quad \therefore y=8$
 $x^2 = 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36 \quad \therefore x=6$

28 [답] 17 cm
 $\triangle AHC$ 에서
 $\overline{AH}^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$
 $\therefore \overline{AH} = 8(\text{cm})$
또, $\triangle ABH$ 에서
 $\overline{AB}^2 = 15^2 + 8^2 = 225 + 64 = 289$
 $\therefore \overline{AB} = 17(\text{cm})$

29 [답] (1) 5 cm (2) $\frac{5}{2}$ cm (3) $\frac{5}{3}$ cm
(1) $\triangle ABC$ 에서
 $\overline{AB}^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$
 $\therefore \overline{AB} = 5(\text{cm})$
(2) 점 G가 무게중심이므로 점 O는 $\overline{AB}$ 의 중점,
즉 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
 $\therefore \overline{OC} = \overline{OA} = \overline{OB}$
 $= \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 5 = \frac{5}{2}(\text{cm})$
(3) $\overline{CG} = \frac{2}{3}\overline{OC} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{3}(\text{cm})$

30 [답] (1) 8 (2) 12 (3) 16 (4) 4
(1) $\triangle ABC$ 에서
 $\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = 2^2 + 2^2 = 4 + 4 = 8$
(2) $\triangle ACD$ 에서
 $\overline{AD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CD}^2 = 8 + 2^2 = 8 + 4 = 12$
(3) $\triangle ADE$ 에서
 $\overline{AE}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{DE}^2 = 12 + 2^2 = 12 + 4 = 16$
(4) $\overline{AE}^2 = 16$ 이므로
 $\overline{AE} = 4$

31 [답] ⑤
 $\triangle ABC$ 에서
 $\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = 4^2 + 4^2 = 16 + 16 = 32$

$\triangle ACD$ 에서
 $\overline{AD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CD}^2 = 32 + 4^2 = 32 + 16 = 48$
 $\triangle ADE$ 에서
 $\overline{AE}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{DE}^2 = 48 + 4^2 = 48 + 16 = 64$
 $\therefore \overline{AE} = 8$

32 [답] $x, \overline{BC}^2, 2x^2, \overline{CD}^2, 3x^2, \overline{DE}^2, 4x^2, \overline{EF}^2, 5x^2, 4$
 $\overline{AB} = x$ 라 하면
 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = x$
 $\triangle ABC$ 에서
 $\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = x^2 + x^2 = 2x^2$
 $\triangle ACD$ 에서
 $\overline{AD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CD}^2 = 2x^2 + x^2 = 3x^2$
 $\triangle ADE$ 에서
 $\overline{AE}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{DE}^2 = 3x^2 + x^2 = 4x^2$
 $\triangle AEF$ 에서
 $\overline{AF}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{EF}^2 = 4x^2 + x^2 = 5x^2$
 $\overline{AF}^2 = 80$ 이므로
 $5x^2 = 80, x^2 = 16$
 $\therefore x = 4$

33 [답] ②
 $\triangle ABC$ 에서
 $\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$
 $\triangle ACD$ 에서
 $\overline{AD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CD}^2 = 13 + 3^2 = 13 + 9 = 22$
 $\triangle ADE$ 에서
 $\overline{AE}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{DE}^2 = 22 + 3^2 = 22 + 9 = 31$
 $\triangle AEF$ 에서
 $\overline{AF}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{EF}^2 = 31 + 3^2 = 31 + 9 = 40$
 $\triangle AFG$ 에서
 $\overline{AG}^2 = \overline{AF}^2 + \overline{FG}^2 = 40 + 3^2 = 40 + 9 = 49$
 $\therefore \overline{AG} = 7$

34 [답] ⑤
 $\triangle OAA'$ 에서
 $\overline{OA'}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{AA'}^2$
 $3^2 + 3^2 = 9 + 9 = 18$
 $\overline{OB} = \overline{OA'}$ 이므로
 $\overline{OB}^2 = \overline{OA'}^2 = 18$
 $\triangle OBB'$ 에서
 $\overline{OB'}^2 = \overline{OB}^2 + \overline{BB'}^2$
 $18 + 3^2 = 18 + 9 = 27$
 $\overline{OC} = \overline{OB'}$ 이므로
 $\overline{OC}^2 = \overline{OB'}^2 = 27$

35 [답] 4 cm

$$\begin{aligned} &\triangle OAA' \text{에서} \\ &\overline{OA'}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{AA'}^2 = 2^2 + 2^2 = 4 + 4 = 8 \\ &\overline{OB} = \overline{OA'} \text{이므로} \\ &\overline{OB}^2 = \overline{OA'}^2 = 8 \\ &\triangle OBB' \text{에서} \\ &\overline{OB'}^2 = \overline{OB}^2 + \overline{BB'}^2 = 8 + 2^2 = 8 + 4 = 12 \\ &\overline{OC} = \overline{OB'} \text{이므로} \\ &\overline{OC}^2 = \overline{OB'}^2 = 12 \\ &\triangle OCC' \text{에서} \\ &\overline{OC'}^2 = \overline{OC}^2 + \overline{CC'}^2 = 12 + 2^2 = 12 + 4 = 16 \\ &\overline{OD} = \overline{OC'} \text{이므로} \\ &\overline{OD}^2 = \overline{OC'}^2 = 16 \\ &\therefore \overline{OD} = 4(\text{cm}) \end{aligned}$$

36 [답] (1) 25 (2) 20

$$\begin{aligned} &(1) \triangle ABD \text{에서} \\ &\overline{BD}^2 = 7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625 \\ &\therefore \overline{BD} = 25 \\ &(2) \triangle BCD \text{에서} \\ &\overline{BC}^2 = \overline{BD}^2 - \overline{CD}^2 = 25^2 - 15^2 \\ &= 625 - 225 = 400 \\ &\therefore \overline{BC} = 20 \end{aligned}$$

37 [답] ③

마름모의 두 대각선은 서로를 수직이등분하므로
 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$, $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$
 따라서 직각삼각형 $\triangle ABO$ 에서 $\overline{AO} = 6$ cm,
 $\overline{BO} = 8$ cm이므로
 $\overline{AB}^2 = \overline{AO}^2 + \overline{BO}^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$
 $\therefore \overline{AB} = 10(\text{cm})$

38 [답] (1) 10 cm (2) 5 cm (3) 12 cm (4) 150 cm²

(1) $\square AHCD$ 가 직사각형이

므로

$$\overline{HC} = \overline{AD} = 10 \text{ cm}$$

(2) $\overline{BH} = \overline{BC} - \overline{HC}$

$$= 15 - 10 = 5(\text{cm})$$

(3) $\triangle ABH$ 에서

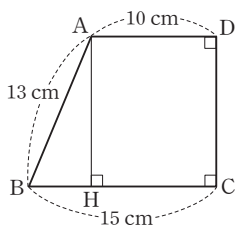
$$\overline{AH}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{BH}^2 = 13^2 - 5^2$$

$$= 169 - 25 = 144$$

$$\therefore \overline{AH} = 12(\text{cm})$$

$$(4) \square ABCD = \frac{1}{2} \times (10 + 15) \times 12$$

$$= 6 \times 25 = 150(\text{cm}^2)$$



39 [답] 22 cm²

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라고 하면 $\square AHCD$ 가 직사각형이므로

$$\overline{HC} = \overline{AD} = 4 \text{ cm}$$

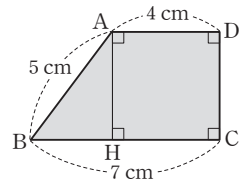
$$\overline{BH} = \overline{BC} - \overline{HC} = 7 - 4 = 3(\text{cm})$$

$\triangle ABH$ 에서

$$\overline{AH}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{BH}^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$$

$$\therefore \overline{AH} = 4(\text{cm})$$

$$\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times (4 + 7) \times 4 = 11 \times 2 = 22(\text{cm}^2)$$



40 [답] 9, 48

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{BH} = 3, \overline{DH} = 8$$

$$\overline{HC} = \overline{BC} - \overline{BH} = \overline{BC} - 3$$

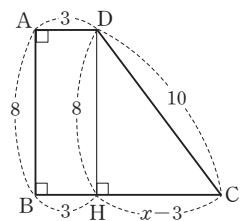
$\triangle DHC$ 에서

$$\overline{HC}^2 = \overline{DC}^2 - \overline{DH}^2 = 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36$$

$$\therefore \overline{HC} = 6$$

$$\text{즉, } \overline{BC} - 3 = 6 \text{이므로 } \overline{BC} = 9$$

$$\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times (3 + 9) \times 8 = 12 \times 4 = 48$$



41 [답] $\overline{AD}$, 5, $\overline{AB}^2$, 16, 4, 1

종이를 접은 것이므로 $\overline{AE} = \overline{AD} = 5$ cm

따라서 $\triangle ABE$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{BE}^2 = \overline{AE}^2 - \overline{AB}^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16 \text{이므로}$$

$$\overline{BE} = 4(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{EC} = \overline{BC} - \overline{BE} = 5 - 4 = 1(\text{cm})$$

42 [답] (1) 15 cm (2) 12 cm (3) 3 cm

(1) 종이를 접은 것이므로 $\overline{AE} = \overline{AD} = 15$ cm

(2) $\triangle ABE$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{BE}^2 = \overline{AE}^2 - \overline{AB}^2 = 15^2 - 9^2 = 225 - 81 = 144$$

$$\therefore \overline{BE} = 12(\text{cm})$$

$$(3) \overline{EC} = \overline{BC} - \overline{BE} = 15 - 12 = 3(\text{cm})$$

43 [답] ③

$$\overline{AE} = \overline{AD} = 10 \text{ cm이므로}$$

$\triangle ABE$ 에서

$$\overline{BE}^2 = \overline{AE}^2 - \overline{AB}^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$$

$$\therefore \overline{BE} = 8(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{EC} = \overline{BC} - \overline{BE} = 10 - 8 = 2(\text{cm})$$

44 [답] 4 cm

$\angle ACB = \angle FAC$ (엇각),

$\angle ACB = \angle FCA$ (접은 각)이므로

$\angle FAC = \angle FCA$

즉, $\triangle FAC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\overline{FC} = \overline{AF} = \overline{AD} - \overline{FD} = 8 - 3 = 5(\text{cm})$$

$\triangle CDF$ 에서 $\overline{AB} = \overline{CD} = x$ 라 하면 피타고라스 정리에 의해

$$x^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16 \quad \therefore x = 4$$

$$\therefore \overline{AB} = 4 \text{ cm}$$

Tip

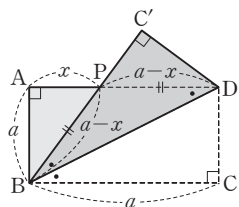
오른쪽 그림과 같이

$\overline{AP} = x$ 라 하면

(1) $\triangle PBD$ 는 이등변삼각형이다.

$$(2) \overline{BP} = \overline{DP} = a - x$$

$$(3) \triangle ABP \text{에서 } (a - x)^2 = x^2 + b^2$$



45 [답] 30 cm²

접은 도형이므로 $\overline{BF} = \overline{DF} = 13 \text{ cm}$

$$\overline{FC} = \overline{BC} - \overline{BF} = 18 - 13 = 5(\text{cm})$$

$\overline{DC} = x \text{ cm}$ 라 하면

$\triangle DFC$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$x^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144 \quad \therefore x = 12$$

$$\therefore \triangle DFC = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30(\text{cm}^2)$$

46 [답] 5, $\overline{PC}$, 5, 3, 16, 4, 4

$$\overline{AP} = \overline{AB} - \overline{BP} = 8 - 3 = \boxed{5}(\text{cm})$$

종이를 접었으므로 $\overline{AP} = \boxed{\overline{PC}}$ 이므로

$\triangle PBC$ 에서 $\overline{BC} = x \text{ cm}$ 라 하면 피타고라스 정리에 의해

$$x^2 = \boxed{5}^2 - \boxed{3}^2 = 25 - 9 = \boxed{16}$$

$$x = \boxed{4}$$

$$\therefore \overline{BC} = \boxed{4} \text{ cm}$$

47 [답] ⑤

$$\overline{DE} = \overline{EC} = \overline{AC} - \overline{AE} = 32 - 12 = 20(\text{cm})$$

$\triangle ADE$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AD}^2 = \overline{DE}^2 - \overline{AE}^2 = 20^2 - 12^2 = 400 - 144 = 256$$

$$\therefore \overline{AD} = 16(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{BD} = \overline{AB} - \overline{AD} = 32 - 16 = 16(\text{cm})$$

S 피타고라스 정리의 설명

01 [답] $\overline{AC}$, $\overline{AB}$, 피타고라스

02 [답] 정사각형

03 [답] c , b , b , c , 피타고라스

04 [답] $\times$

05 [답] $\bigcirc$

06 [답] $\bigcirc$

07 [답] 64 cm²

08 [답] 36 cm²

09 [답] 100 cm²

10 [답] 100 cm²
64 + 36 = 100(cm²)

11 [답] 25 cm²
(색칠한 부분의 넓이) = 9 + 16 = 25(cm²)

12 [답] 4 cm²
(색칠한 부분의 넓이) = 37 - 33 = 4(cm²)

13 [답] 4
 x 의 길이는 $\overline{BC}$ 의 길이와 같으므로 $x = 4$

14 [답] 3
 y 의 길이는 $\overline{AC}$ 의 길이와 같으므로 $y = 3$

15 [답] 25
 $4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$

16 [답] 6 cm
 $\overline{EA} = \overline{AB} - \overline{EB} = 14 - 8 = 6(\text{cm})$

17 [답] 10 cm
 $\triangle AEH$ 에서 피타고라스 정리에 의해
 $\overline{EH}^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100 \quad \therefore \overline{EH} = 10(\text{cm})$

18 [답] 40 cm
 $\square EFGH$ 는 정사각형이므로 구하는 둘레의 길이는
 $4 \times 10 = 40(\text{cm})$

- 19 [답] 100 cm^2
 $\square EFGH$ 는 정사각형이므로 구하는 넓이는
 $10 \times 10 = 100(\text{cm}^2)$

- 20 [답] ②
 $\square AFGB = \square ACDE + \square BHIC$ 이므로
 $\square ACDE = 82 - 58 = 24(\text{cm}^2)$

- 21 [답] 6 cm^2
 $\square ACHI = \square BFGC - \square ADEB$
 $= 25 - 9 = 16(\text{cm}^2)$
 $\square ADEB = \overline{AB}^2 = 9 \quad \therefore \overline{AB} = 3(\text{cm})$
 $\square ACHI = \overline{AC}^2 = 16 \quad \therefore \overline{AC} = 4(\text{cm})$
 $\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6(\text{cm}^2)$

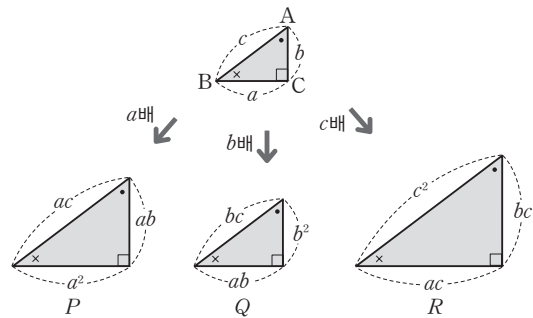
- 22 [답] ④
 $\square ADEB = \square ACHI + \square BFGC$
 $= 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20(\text{cm}^2)$

- 23 [답] ⑤
 $\square AGHB$ 는 넓이는 [그림 2]의 색칠하지 않은 두 정사각형의 넓이의 합과 같다.
 $\therefore \square AGHB = 9^2 + 12^2 = 81 + 144$
 $= 225(\text{cm}^2)$

- 24 [답] ④
 $\square EFGH$ 는 정사각형이므로
 $\overline{EF}^2 = 25$
 $\therefore \overline{EF} = 5(\text{cm})$
 $\triangle AFE$ 에서
 $\overline{AF}^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9$
 $\therefore \overline{AF} = 3(\text{cm})$
 이때, $\overline{ED} = \overline{AF} = 3 \text{ cm}$ 이므로
 $\overline{AD} = 4 + 3 = 7(\text{cm})$
 $\therefore \square ABCD = \overline{AD}^2 = 7^2 = 49(\text{cm}^2)$

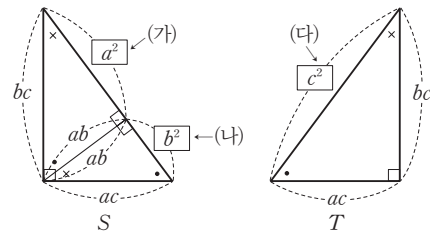
- 25 [답] 100 cm^2
 $\triangle AEF \equiv \triangle BFG \equiv \triangle CGH \equiv \triangle DHE$ 이므로
 $\square EFGH$ 는 정사각형이다.
 $\overline{AE} = \overline{FB} = 6 \text{ cm}$ 이므로 $\triangle AFE$ 에서
 $\overline{EF}^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$
 $\therefore \overline{EF} = 10(\text{cm})$
 $\therefore \square EFGH = 10^2 = 100(\text{cm}^2)$

- 26 [답] ④



삼각형 ABC를 각각 a 배, b 배, c 배하면 변의 길이가 위와 같다.

P 삼각형과 Q 삼각형에서 변의 길이가 같은 ab 로 같은 끼리 붙이면 다음 그림의 왼쪽과 같은 모양이 된다.



이때, 두 삼각형 S, T 는 [SAS] 합동이므로 대응하는 변의 길이가 같다.

$$\therefore a^2 + b^2 = c^2 \quad \leftarrow (\text{마})$$

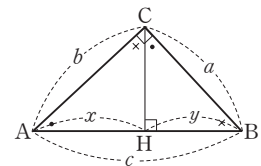
- 27 [답] ③

$\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형

ABC에 대하여 점 C에서

빗변 AB에 내린 수선의

발을 H라 할 때,



$\triangle ABC \sim \triangle ACH \sim \triangle CBH$ (AA 닮음)

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{AH}$ 이므로 (가)

$c : b = b : x \quad \therefore b^2 = cx \quad \cdots \textcircled{1}$

$\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{BC} : \overline{BH}$ 이므로 (나)

$c : a = a : y \quad \therefore a^2 = cy \quad \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 변끼리 더하면

$$\overline{a^2 + b^2} = cx + cy = c(x + y)$$

따라서 $x + y = c$ 이므로

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad \leftarrow (\text{마})$$

- 28 [답] ④

$\triangle AHC$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$x^2 = 12^2 + 16^2 = 144 + 256 = 400 \quad \therefore x = 20$$

$\triangle ABC$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$y^2 = 20^2 + 15^2 = 400 + 225 = 625 \quad \therefore y = 25$$

$$\therefore x + y = 20 + 25 = 45$$

[다른 풀이]

$$\overline{CH}^2 = \overline{AH} \times \overline{BH} \text{이므로 } 12^2 = 16 \times \overline{BH}, 144 = 16\overline{BH}$$

$$\therefore \overline{BH} = 9$$

$$\overline{AB} = \overline{AH} + \overline{BH} = 16 + 9 = 25 \text{이므로 } y = 25$$

$$\text{또, } \overline{AC}^2 = \overline{AH} \times \overline{AB} \text{이므로 } x^2 = 16 \times 25 = 400$$

$$\therefore x = 20$$

$$\therefore x + y = 20 + 25 = 45$$

연습 문제 [R~S]

01 [답] ⑤

$$\overline{AC}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{AB}^2 = 15^2 - 9^2 = 225 - 81 = 144$$

$$\therefore \overline{AC} = 12(\text{cm})$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AC}$$

$$= \frac{1}{2} \times 9 \times 12 = 54(\text{cm}^2)$$

02 [답] ③

$\triangle AHC$ 에서

$$\overline{AH}^2 = \overline{AC}^2 - \overline{CH}^2 = 15^2 - 9^2 = 225 - 81 = 144$$

$$\therefore \overline{AH} = 12(\text{cm})$$

따라서 $\triangle ABH$ 에서

$$\overline{AB}^2 = \overline{BH}^2 + \overline{AH}^2 = 16^2 + 12^2 = 256 + 144 = 400$$

$$\therefore \overline{AB} = 20(\text{cm})$$

03 [답] ③

점 G가 무게중심이므로

$$\overline{OC} = 3\overline{OG} = 3 \times 2.5 = 7.5(\text{cm})$$

직각삼각형의 빗변의 중점인 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\overline{OC} = \overline{OA} = \overline{OB} = \frac{1}{2} \overline{AB} = 7.5(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AB} = 15(\text{cm})$$

$\triangle ABC$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{BC}^2 = 15^2 - 12^2 = 225 - 144 = 81$$

$$\therefore \overline{AC} = 9(\text{cm})$$

04 [답] ②

$$\triangle ADC = \frac{1}{2} \times 6 \times \overline{AC} = 24 \text{이므로}$$

$$3\overline{AC} = 24 \quad \therefore \overline{AC} = 8(\text{cm})$$

$\triangle ADC$ 에서

$$\overline{AD}^2 = \overline{CD}^2 + \overline{AC}^2 = 6^2 + 8^2 = 100$$

$$\therefore \overline{AD} = 10(\text{cm})$$

이때, $\overline{AD}$ 의 길이가 $\overline{BD}$ 의 길이보다 1 cm만큼 길다고 했으므로

$$\overline{BD} = 10 - 1 = 9 \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{BC} = \overline{BD} + \overline{CD} = 9 + 6 = 15(\text{cm})$$

$\triangle ABC$ 에서

$$\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2 = 15^2 + 8^2 = 225 + 64 = 289$$

$$\therefore \overline{AB} = 17 \text{ cm}$$

05 [답] ①

$\triangle ABC$ 에서

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$$

$\triangle ACD$ 에서

$$\overline{AD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CD}^2 = 20 + 2^2 = 20 + 4 = 24$$

$\triangle ADE$ 에서

$$\overline{AE}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{DE}^2 = 24 + 2^2 = 24 + 4 = 28$$

$\triangle AEF$ 에서

$$\overline{AF}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{EF}^2 = 28 + 2^2 = 28 + 4 = 32$$

$\triangle AFG$ 에서

$$\overline{AG}^2 = \overline{AF}^2 + \overline{FG}^2 = 32 + 2^2 = 32 + 4 = 36$$

$$\therefore \overline{AG} = 6$$

06 [답] ①

$\triangle OAA'$ 에서

$$\overline{OA'}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{AA'}^2 = 5^2 + 5^2 = 25 + 25 = 50$$

$\overline{OB} = \overline{OA'}$ 이므로

$$\overline{OB}^2 = \overline{OA'}^2 = 50$$

$\triangle OBB'$ 에서

$$\overline{OB'}^2 = \overline{OB}^2 + \overline{BB'}^2 = 50 + 5^2 = 50 + 25 = 75$$

$\overline{OC} = \overline{OB'}$ 이므로

$$\overline{OC}^2 = \overline{OB'}^2 = 75$$

$\triangle OCC'$ 에서

$$\overline{OC'}^2 = \overline{OC}^2 + \overline{CC'}^2 = 75 + 5^2 = 75 + 25 = 100$$

$$\overline{OD} = \overline{OC'} \text{이므로 } \overline{OD}^2 = \overline{OC'}^2 = 100$$

$$\therefore \overline{OD} = 10(\text{cm})$$

07 [답] ⑤

마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하므로

$$\overline{AC} \perp \overline{BD}, \overline{AO} = \overline{CO}, \overline{BO} = \overline{DO}$$

직각삼각형 ABO 에서 $\overline{AO} = 5 \text{ cm}$, $\overline{BO} = 12 \text{ cm}$ 이므로

$$\overline{AB}^2 = \overline{AO}^2 + \overline{BO}^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$$

$$\therefore \overline{AB} = 13(\text{cm})$$

따라서 마름모 $ABCD$ 의 둘레의 길이는

$$13 \times 4 = 52(\text{cm})$$

08 [답] ③

$$\overline{AE} = \overline{AD} = 10 \text{ cm 이므로}$$

$\triangle ABE$ 에서

$$\overline{BE}^2 = \overline{AE}^2 - \overline{AB}^2$$

$$= 10^2 - 8^2$$

$$= 100 - 64 = 36$$

$$\therefore \overline{BE} = 6(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{EC} = 10 - 6 = 4(\text{cm})$$

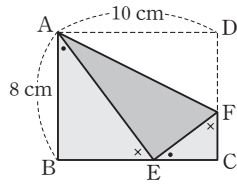
이때, $\triangle ABE \sim \triangle ECF$ (AA 닮음)이므로

$$\overline{AB} : \overline{EC} = \overline{BE} : \overline{CF}$$

$$8 : 4 = 6 : \overline{CF}$$

$$8\overline{CF} = 24 \quad \therefore \overline{CF} = 3(\text{cm})$$

$$\therefore \triangle ECF = \frac{1}{2} \times \overline{EC} \times \overline{CF} = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6(\text{cm}^2)$$



09 [답] ⑤

$$\overline{AP} = \overline{AB} - \overline{PB} = 16 - 6 = 10(\text{cm})$$

접은 도형이므로

$$\overline{PC} = \overline{AP} = 10(\text{cm})$$

$\triangle PBC$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{BC}^2 = \overline{PC}^2 - \overline{PB}^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$$

$$\therefore \overline{BC} = 8 \text{ cm}$$

$$\therefore (\triangle PBC \text{의 둘레의 길이}) = \overline{PB} + \overline{BC} + \overline{CP} \\ = 6 + 8 + 10 = 24(\text{cm})$$

10 [답] 55

$$\square AFGH = \overline{AB}^2, \square ACDE = \overline{AC}^2, \square BHIC = \overline{BC}^2$$

이고 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$ 이므로

$$\therefore \square AFGH = \square ACDE + \square BHIC$$

$$\text{이때, } \square BHIC = 169 - 144 = 25(\text{cm}^2) \quad \therefore a = 25$$

$$\square ACDE = \overline{AC}^2 = 144 \text{ cm}^2 \text{이므로}$$

$$\overline{AC} = 12 \text{ cm}$$

$$\square BHIC = \overline{BC}^2 = 25 \text{ cm}^2 \text{이므로}$$

$$\overline{BC} = 5 \text{ cm}$$

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BC} \\ = \frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30(\text{cm}^2)$$

$$\therefore b = 30$$

$$\therefore a + b = 25 + 30 = 55$$

11 [답] ②

$$\triangle AFE \equiv \triangle BGF \equiv \triangle CHG \equiv \triangle DEH \text{ (ASA 합동)}$$

$$\text{이므로 } \overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{HE}$$

$$\angle HEF = \angle EFG = \angle FGH = \angle GHE = 90^\circ \text{에서}$$

$\square EFGH$ 는 정사각형이다.

이때, 정사각형 EFGH의 둘레의 길이가 52 cm이므로

$$\overline{EF} = \frac{52}{4} = 13(\text{cm})$$

$\triangle AFE$ 에서

$$\overline{AF}^2 = \overline{EF}^2 - \overline{AE}^2 = 13^2 - 12^2 = 169 - 144 = 25$$

$$\therefore \overline{AF} = 5(\text{cm})$$

따라서 $\overline{AB} = 5 + 12 = 17(\text{cm})$ 이고, $\square ABCD$ 는 정사각형이므로 둘레의 길이는

$$4\overline{AB} = 4 \times 17 = 68(\text{cm})$$

12 [답] ①

$\square AGHB$ 는 정사각형이다.

정사각형 AGHB의 한 변의 길이는 직각삼각형 ABC의 빗변의 길이와 같으므로 피타고라스 정리에 의해

$$(\text{빗변의 길이})^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

$$\therefore (\square AGHB \text{의 한 변의 길이}) = (\text{빗변의 길이})$$

$$= 10(\text{cm})$$

따라서 $\square AGHB$ 의 넓이는 $10^2 = 100(\text{cm}^2)$ 이다.

T 피타고라스 정리의 활용

01 [답] 직각삼각형

02 [답] ① < ② >

03 [답] ① < ② 둔각

04 [답] ○

$6^2 + 8^2 = 10^2$ 이므로 피타고라스 정리가 성립한다.

즉, 직각삼각형이다.

05 [답] ×

$2^2 + 3^2 = 13 < 4^2 = 16$ 이므로 둔각삼각형이다.

06 [답] ○

$4^2 + 5^2 = 41 > 6^2 = 36$ 이므로 예각삼각형이다.

07 [답] ○

08 [답] ×

삼각형의 결정조건에서

(나머지 두 변의 길이의 차) < (한 변의 길이) < (나머지 두 변의 길이의 합)이므로 $1 < x < 7$ 이어야 한다.

09 [답] ×

$$2^2 + 4^2 = 25, 6^2 = 36$$

$$\therefore 3^2 + 4^2 \neq 6^2$$

10 [답] ○

$$5^2 + 12^2 = 13^2$$

11 [답] ×

$$8^2 + 10^2 = 164, 12^2 = 144$$

$$\therefore 8^2 + 10^2 \neq 12^2$$

12 [답] 1, 7, 3, 6, 4, 25, 3

삼각형의 결정조건에 의하여

$$1 < x < 7$$

따라서 3의 배수인 x 는

$$3 \text{ 또는 } 6 \dots \textcircled{1}$$

이때, $\angle C < 90^\circ$ 이므로 $x^2 < 3^2 + 4^2 = 25$ 이어야 한다.

따라서 $\textcircled{1}$ 에서 3의 배수인 자연수 x 는 3이다.

13 [답] 2, 14, 6, 12, 8, 100, 6

삼각형의 결정조건에 의하여

$$2 < x < 14$$

따라서 6의 배수인 x 는

$$6 \text{ 또는 } 12 \dots \textcircled{1}$$

이때, $\angle C < 90^\circ$ 이므로 $x^2 < 6^2 + 8^2 = 100$ 이어야 한다.

따라서 $\textcircled{1}$ 에서 6의 배수인 자연수 x 는 6이다.

14 [답] 5

삼각형의 결정조건에 의해

$$8 - 6 < x < 8 + 6$$

$$\therefore 2 < x < 14$$

즉, 5의 배수인 x 는 5 또는 10이다. $\dots \textcircled{1}$

이때, $\angle A$ 가 예각이므로

$$x^2 < 6^2 + 8^2 = 100$$

$\textcircled{1}$ 에서

$$5^2 = 25 < 100$$

$$10^2 = 100$$

이므로 5의 배수인 x 는 5이다.

15 [답] 8

삼각형의 결정조건에 의해

$$12 - 9 < x < 12 + 9$$

$$\therefore 3 < x < 21$$

즉, 8의 배수인 x 는 8 또는 16이다. $\dots \textcircled{1}$

이때, $\angle A$ 가 예각이므로

$$x^2 < 9^2 + 12^2 = 225$$

$\textcircled{1}$ 에서

$$8^2 = 64 < 225$$

$$16^2 = 256 > 225$$

이므로 8의 배수인 x 는 8이다.

16 [답] 6

삼각형의 결정조건에 의해

$$4 - 3 < x < 4 + 3$$

$$\therefore 1 < x < 7$$

이때, $\angle A$ 가 둔각이면 x 가 가장 긴 변의 길이이므로

$$x > 4 \text{에서}$$

$$4 < x < 7$$

즉, 자연수인 x 는 5 또는 6이다. $\dots \textcircled{1}$

또한, $\angle A$ 가 둔각이므로

$$x^2 > 3^2 + 4^2 = 25$$

$\textcircled{1}$ 에서

$$5^2 = 25, 6^2 = 36 > 25$$

이므로 구하는 자연수 x 는 6이다.

17 [답] 15

삼각형의 결정조건에 의해

$$12 - 5 < x < 12 + 5$$

$$\therefore 7 < x < 17$$

이때, $\angle A$ 가 둔각이면 x 가 가장 긴 변의 길이이므로

$$x > 12 \text{에서 } 12 < x < 17$$

즉, 홀수 x 는 13 또는 15이다. $\dots \textcircled{1}$

또한, $\angle A$ 가 둔각이므로

$$x^2 > 5^2 + 12^2 = 169$$

$\textcircled{1}$ 에서

$$13^2 = 169$$

$$15^2 = 225 > 169$$

이므로 구하는 홀수 x 는 15이다.

18 [답] 예각삼각형

$$2^2 < 1^2 + 2^2$$

19 [답] 둔각삼각형

$$5^2 > 2^2 + 4^2$$

20 [답] 직각삼각형

$$10^2 = 6^2 + 8^2$$

21 [답] 둔각삼각형

$$8^2 > 3^2 + 7^2$$

22 [답] 둔각삼각형

$$8^2 > 5^2 + 6^2$$

23 [답] 예각삼각형

$$14^2 < 9^2 + 11^2$$

24 [답] ④

- ㉠ $6^2 \neq 1^2 + 4^2$ 이므로 직각삼각형이 아니다.
 ㉡ $5^2 = 3^2 + 4^2$ 이므로 직각삼각형이다.
 ㉢ $18^2 \neq 12^2 + 15^2$ 이므로 직각삼각형이 아니다.
 ㉣ $20^2 = 12^2 + 16^2$ 이므로 직각삼각형이다.
 따라서 직각삼각형인 것은 ㉡, ㉣이다.

25 [답] ④

- ① $4^2 \neq 2^2 + 3^2$ 이므로 직각삼각형이 아니다.
 ② $7^2 \neq 5^2 + 6^2$ 이므로 직각삼각형이 아니다.
 ③ $9^2 \neq 6^2 + 8^2$ 이므로 직각삼각형이 아니다.
 ④ $15^2 = 9^2 + 12^2$ 이므로 직각삼각형이다.
 ⑤ $13^2 \neq 10^2 + 12^2$ 이므로 직각삼각형이 아니다.

26 [답] ④

$10^2 = 6^2 + 8^2$ 이므로 주어진 삼각형은 빗변의 길이가 10인 직각삼각형이다.
 따라서 구하는 삼각형의 넓이는
 $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$

27 [답] 13

직각삼각형이 되려면 피타고라스 정리에 의해
 $x^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$
 $\therefore x = 13$

28 [답] 5

삼각형의 결정조건에 의해
 $6 - 3 < x < 6 + 3$
 $\therefore 3 < x < 9$
 즉, 홀수인 x 는 5 또는 7이다. ... ㉠
 이때, $\angle A$ 가 예각이므로
 $x^2 < 3^2 + 6^2 = 45$
 ㉠에서
 $5^2 = 25 < 45$
 $7^2 = 49 > 45$
 이므로 구하는 홀수 x 는 5이다.

29 [답] ⑤

삼각형의 결정조건에 의해
 $15 - 8 < a < 15 + 8$
 $\therefore 7 < a < 23$

즉, 자연수 a 는 8, 9, 10, ..., 21, 22이다. ... ㉠

이때, $\angle A$ 가 둔각이므로

$$a^2 > 15^2 + 8^2 = 289$$

$$\therefore a > 17 \dots \text{㉡}$$

따라서 ㉠, ㉡에서 자연수 a 는 18, 19, 20, 21, 22의 5개이다.

30 [답] ④

삼각형의 결정조건에 의하여

$$20 - 12 < a < 20 + 12$$

$$\therefore 8 < a < 32$$

이때, $a < 20$ 이므로 $8 < a < 20$

즉, 자연수 a 는 9, 10, 11, ..., 18, 19이다. ... ㉠

이때, 예각삼각형이 되려면

$$20^2 < 12^2 + a^2 \text{ 이어야 하므로}$$

$$a^2 > 256$$

$$\therefore a > 16 \dots \text{㉡}$$

따라서 ㉠, ㉡에 의해 자연수 a 는 17, 18, 19이므로 자연수 a 의 최솟값은 17이다.

31 [답] 36

삼각형의 결정조건에 의하여

$$8 - 6 < x < 8 + 6$$

$$\therefore 2 < x < 14$$

$90^\circ < \angle A < 180^\circ$ 에서 x 가 가장 긴 변의 길이이므로

$$8 < x < 14$$

즉, 자연수 x 는 9, 10, 11, 12, 13이다. ... ㉠

둔각삼각형이 되려면

$$x^2 > 6^2 + 8^2 = 100$$

$$\therefore x > 10 \dots \text{㉡}$$

따라서 ㉠, ㉡에 의해 x 의 값이 될 수 있는 자연수는 11, 12, 13이므로 그 합은 $11 + 12 + 13 = 36$ 이다.

32 [답] ②

① $10^2 = 6^2 + 8^2$ 이므로 직각삼각형이다.

② $8^2 < 5^2 + 7^2$ 이므로 예각삼각형이다.

③ $9^2 > 4^2 + 7^2$ 이므로 둔각삼각형이다.

④ $11^2 > 8^2 + 7^2$ 이므로 둔각삼각형이다.

⑤ $13^2 = 5^2 + 12^2$ 이므로 직각삼각형이다.

Tip

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = c$, $\overline{BC} = a$, $\overline{CA} = b$ 일 때,
 $c^2 < a^2 + b^2$ 이 성립한다고 해서 무조건 예각삼각형이 되는 것은 아니다.
 c 가 가장 긴 변의 길이인 경우에 $c^2 < a^2 + b^2$ 이 성립해야 예각삼각형이 됨을 기억하자.



33 [답] ⑤

- ① $5^2 > 3^2 + 3^2$ 이므로 둔각삼각형이다.
 ② $9^2 > 4^2 + 6^2$ 이므로 둔각삼각형이다.
 ③ $7^2 > 5^2 + 6^2$ 이므로 예각삼각형이다.
 ④ $9^2 < 6^2 + 8^2$ 이므로 예각삼각형이다.
 ⑤ $17^2 = 8^2 + 15^2$ 이므로 직각삼각형이다.

34 [답] ⑤

- ① 6, 8, 7 : $8^2 < 6^2 + 7^2$ 이므로 예각삼각형이다.
 ② 6, 8, 8 : $8^2 < 6^2 + 8^2$ 이므로 예각삼각형이다.
 ③ 6, 8, 9 : $9^2 < 6^2 + 8^2$ 이므로 예각삼각형이다.
 ④ 6, 8, 10 : $10^2 = 6^2 + 8^2$ 이므로 직각삼각형이다.
 ⑤ 6, 8, 11 : $11^2 < 6^2 + 8^2$ 이므로 둔각삼각형이다.

35 [답] ㉠, ㉡, ㉢

- ㉠ 정삼각형이므로 예각삼각형이다.
 ㉡ $5^2 > 2^2 + 4^2$ 이므로 둔각삼각형이다.
 ㉢ $9^2 < 7^2 + 8^2$ 이므로 예각삼각형이다.
 ㉣ $13^2 > 8^2 + 10^2$ 이므로 둔각삼각형이다.
 ㉤ $11^2 > 6^2 + 8^2$ 이므로 둔각삼각형이다.
 ㉥ $7^2 < 6^2 + 7^2$ 이므로 예각삼각형이다.
 따라서 둔각삼각형은 ㉠, ㉡, ㉤이다.

36 [답] ④

- ④ $a^2 < b^2 + c^2$ 이면 $\angle A < 90^\circ$ 이지만 $\angle B$, $\angle C$ 의 크기를 알 수 없으므로 $\triangle ABC$ 가 예각삼각형이라 할 수 없다.

37 [답] ③

$\triangle ABC$ 에서
 $\overline{AC}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{AB}^2 = 10^2 - 8^2 = 36 \quad \therefore \overline{AC} = 6$
 $\triangle ACD$ 에서 $6^2 > 3^2 + 4^2$
 즉, $\triangle ACD$ 는 $\angle D > 90^\circ$ 인 둔각삼각형이다.

U 피타고라스 정리와 도형

01 [답] $\frac{1}{2}ah, ah$

02 [답] $\overline{DE}^2 + \overline{BC}^2$

03 [답] $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$

04 [답] $\times$
 $\overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{DP}^2$

05 [답] $\times$

$$P = R + Q$$

06 [답] $x = \frac{12}{5}, y = 5$

$$y^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

$$\therefore y = 5$$

삼각형의 넓이에 의해

$$3 \times 4 = 5 \times x$$

$$\therefore x = \frac{12}{5}$$

07 [답] $x = 10, y = \frac{9}{2}$

$$x^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

$$\therefore x = 10$$

$$x^2 = 8 \times (8 + y) \text{이므로}$$

$$100 = 64 + 8y$$

$$8y = 36$$

$$\therefore y = \frac{9}{2}$$

08 [답] $x = 20, y = 12$

$$x^2 = (16 + 9) \times 16 = 25 \times 16 = 400$$

$$\therefore x = 20$$

$$y^2 = 16 \times 9 = 144$$

$$\therefore y = 12$$

09 [답] $x = 20, y = 16$

$$x^2 = 25^2 - 15^2 = 625 - 225 = 400$$

$$\therefore x = 20$$

$$20^2 = y \times 25$$

$$\therefore y = 16$$

10 [답] 9

$$\overline{BE}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{BC}^2 \text{이므로}$$

$$7^2 + 6^2 = 2^2 + x^2$$

$$x^2 = 49 + 36 - 4 = 81$$

$$\therefore x = 9$$

11 [답] 3

$$\overline{BE}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{BC}^2 \text{이므로}$$

$$9^2 + 7^2 = x^2 + 11^2$$

$$x^2 = 81 + 49 - 121 = 9 \quad \therefore x = 3$$

12 [답] 5

$$\overline{DC}^2 + \overline{AE}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{AC}^2 \text{이므로}$$

$$x^2 + 5^2 = 1^2 + 7^2$$

$$x^2 = 49 + 1 - 25 = 25 \quad \therefore x = 5$$

13

답 9

 $\overline{AD}^2 + \overline{BE}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{AB}^2$ 이므로

$$x^2 + 13^2 = 5^2 + 15^2$$

$$x^2 = 25 + 225 - 169 = 81 \quad \therefore x = 9$$

14

답 4

 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이므로 $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 에서

$$7^2 + x^2 = 8^2 + 1^2$$

$$x^2 = 64 + 1 - 49 = 16 \quad \therefore x = 4$$

15

답 6

 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이므로 $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 에서

$$x^2 + 7^2 = 2^2 + 9^2$$

$$x^2 = 4 + 81 - 49 = 36 \quad \therefore x = 6$$

16

답 7

 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이므로 $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 에서

$$5^2 + 5^2 = 1^2 + x^2$$

$$x^2 = 25 + 25 - 1 = 49$$

$$\therefore x = 7$$

17

답 11

 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이므로 $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 에서

$$7^2 + 9^2 = x^2 + 3^2$$

$$x^2 = 49 + 81 - 9 = 121 \quad \therefore x = 11$$

18

답 7

 $\overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{DP}^2$ 이므로

$$2^2 + 9^2 = x^2 + 6^2$$

$$x^2 = 4 + 81 - 36 = 49$$

$$\therefore x = 7$$

19

답 13

 $\overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{DP}^2$ 이므로

$$19^2 + 8^2 = 16^2 + x^2$$

$$x^2 = 361 + 64 - 256 = 169$$

$$\therefore x = 13$$

20

답 40 cm²(색칠한 부분의 넓이) = 26 + 14 = 40 (cm²)

21

답 28 cm²(색칠한 부분의 넓이) = 100 - 72 = 28 (cm²)

22

답 6 cm²(색칠한 부분의 넓이) = $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$ (cm²)

23

답 24 cm²

피타고라스 정리에 의해

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{AC}^2 = 10^2 - 6^2 = 64$$

$$\therefore \overline{BC} = 8 \text{ (cm)}$$

(색칠한 부분의 넓이)

$$= \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24 \text{ (cm}^2\text{)}$$

24

답 7

피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AC}^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 \quad \therefore \overline{AC} = 5$$

 $\overline{AB}^2 = \overline{AH} \times \overline{AC}$ 이므로

$$4^2 = y \times 5 \quad \therefore y = \frac{16}{5}$$

 $\overline{BC}^2 = \overline{CH} \times \overline{CA}$ 이므로

$$3^2 = x \times 5 \quad \therefore x = \frac{9}{5}$$

$$\therefore y^2 - x^2 = \left(\frac{16}{5}\right)^2 - \left(\frac{9}{5}\right)^2 = \frac{256}{25} - \frac{81}{25} = \frac{175}{25} = 7$$

25

답 $\frac{21}{4}$ $\triangle AHC$ 에서

$$x^2 = 15^2 - 9^2 = 225 - 81 = 144 \quad \therefore x = 12$$

 $\overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{HC}$ 이므로

$$9^2 = xy \text{에서}$$

$$12y = 81 \quad \therefore y = \frac{27}{4}$$

$$\therefore x - y = 12 - \frac{27}{4} = \frac{21}{4}$$

26

답 ⑤

 $\triangle ABC$ 에서

$$\overline{AC}^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 44 = 69 \quad \therefore \overline{AC} = 13 \text{ (cm)}$$

 $\overline{AB}^2 = \overline{AH} \times \overline{AC}$ 이므로

$$5^2 = \overline{AH} \times 13$$

$$\therefore \overline{AH} = \frac{25}{13} \text{ (cm)}$$

27

답 16 cm

 $\triangle ABC$ 에서

$$\overline{AB}^2 = 25^2 - 15^2 = 625 - 225 = 400$$

$$\therefore \overline{AB} = 20 \text{ (cm)}$$

 $\overline{AB}^2 = \overline{BC} \times \overline{BH}$ 이므로

$$20^2 = 25 \times \overline{BH}$$

$$\therefore \overline{BH} = 16 \text{ (cm)}$$



28 [답] 6, 27

$$\begin{aligned}\overline{BH} &= 12 - 9 = 3 \text{이고,} \\ \overline{AB}^2 &= \overline{BH} \times \overline{BC} \text{이므로} \\ x^2 &= 3 \times 12 = 36 \quad \therefore x = 6 \\ \overline{AH}^2 &= \overline{BH} \times \overline{CH} \text{이므로} \\ y^2 &= 3 \times 9 = 27\end{aligned}$$

29 [답] ①

$$\begin{aligned}\triangle AHC \text{에서} \\ \overline{AH}^2 &= 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16 \\ \therefore \overline{AH} &= 4(\text{cm}) \\ \overline{AC}^2 &= \overline{CH} \times \overline{BC} \text{이므로} \\ 5^2 &= 3 \times \overline{BC} \\ \therefore \overline{BC} &= \frac{25}{3}(\text{cm}) \\ \therefore \triangle ABC &= \frac{1}{2} \times \frac{25}{3} \times 4 = \frac{50}{3}(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

30 [답] ③

$$\begin{aligned}\triangle ABC \text{에서} \\ \overline{BC}^2 &= 12^2 + 16^2 = 144 + 256 = 400 \\ \therefore \overline{BC} &= 20(\text{cm}) \\ \text{삼각형의 넓이에 의해} \\ \overline{AB} \times \overline{AC} &= \overline{BC} \times \overline{AH} \text{이므로} \\ 12 \times 16 &= 20 \times \overline{AH} \\ \therefore \overline{AH} &= \frac{48}{5}(\text{cm})\end{aligned}$$

31 [답] ①

$$\begin{aligned}\triangle ABC \text{에서} \\ \overline{AB}^2 &= 10^2 - 8^2 = 36 \quad \therefore \overline{AB} = 6(\text{cm}) \\ \text{삼각형의 넓이에 의해} \\ \overline{AB} \times \overline{AC} &= \overline{BC} \times \overline{AH} \text{이므로} \\ 6 \times 8 &= 10 \times \overline{AH} \\ \therefore \overline{AH} &= \frac{24}{5}\end{aligned}$$

32 [답] 15 cm

$$\begin{aligned}\overline{AC} : \overline{BC} &= 3 : 4 \text{이므로} \\ \overline{AC} &= 3k, \overline{BC} = 4k (k > 0) \text{ (단, } k \text{는 상수)라 하면} \\ \triangle ABC \text{에서} \\ \overline{AB}^2 &= (3k)^2 + (4k)^2 = 9k^2 + 16k^2 = 25k^2 = (5k)^2 \\ \therefore \overline{AB} &= 5k \\ \text{삼각형의 넓이에 의해} \\ \overline{AC} \times \overline{BC} &= \overline{AB} \times \overline{CH} \text{이므로} \\ \overline{AC} \times 4k &= 5k \times 12 \\ 4\overline{AC} &= 60 \quad \therefore \overline{AC} = 15(\text{cm})\end{aligned}$$

33 [답] ①

$$\begin{aligned}\overline{BE}^2 + \overline{CD}^2 &= \overline{DE}^2 + \overline{BC}^2 \text{이므로} \\ 7^2 + 6^2 &= \overline{DE}^2 + 9^2 \\ \overline{DE}^2 &= 49 + 36 - 81 = 4 \\ \therefore \overline{DE} &= 2(\text{cm})\end{aligned}$$

34 [답] 11

$$\begin{aligned}\overline{BE}^2 + \overline{CD}^2 &= \overline{DE}^2 + \overline{BC}^2 \text{이므로} \\ 9^2 + 7^2 &= 3^2 + \overline{BC}^2 \\ \overline{BC}^2 &= 81 + 49 - 9 = 121 \\ \therefore \overline{BC} &= 11\end{aligned}$$

35 [답] ⑤

$$\begin{aligned}\overline{BD} = \overline{DA}, \overline{BE} = \overline{EC} \text{이므로} \\ \overline{DE} &= \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 8 = 4 \\ \therefore \overline{AE}^2 + \overline{CD}^2 &= \overline{DE}^2 + \overline{AC}^2 = 4^2 + 8^2 = 16 + 64 = 80\end{aligned}$$

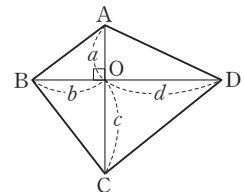
36 [답] 109

$$\begin{aligned}\triangle ABC \text{에서 피타고라스 정리에 의해} \\ \overline{AB}^2 &= 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 \\ \therefore \overline{AB} &= 10 \\ \therefore \overline{AD}^2 + \overline{BE}^2 &= \overline{DE}^2 + \overline{AB}^2 = 3^2 + 10^2 = 109\end{aligned}$$

37 [답] $b^2 + c^2, c^2 + d^2, a^2 + d^2, a^2 + b^2 + c^2 + d^2,$
 $\overline{BC}^2 + \overline{AD}^2, \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$

오른쪽 그림과 같은

$\square ABCD$ 에서 두 대각의 교
점을 O라 하고,
 $\overline{AO} = a, \overline{BO} = b, \overline{CO} = c,$
 $\overline{DO} = d$ 라 하자.



피타고라스의 정리에 의해

$$\triangle ABO \text{에서 } \overline{AB}^2 = a^2 + b^2 \dots \text{㉠}$$

$$\triangle BCO \text{에서 } \overline{BC}^2 = b^2 + c^2 \dots \text{㉡}$$

$$\triangle CDO \text{에서 } \overline{CD}^2 = c^2 + d^2 \dots \text{㉢}$$

$$\triangle DAO \text{에서 } \overline{AD}^2 = a^2 + d^2 \dots \text{㉣}$$

㉠ + ㉢에서

$$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$$

㉡ + ㉣에서

$$\overline{BC}^2 + \overline{AD}^2 = b^2 + c^2 + a^2 + d^2$$

$$\therefore \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$$

38 [답] ①

$$\begin{aligned}\triangle BOC \text{에서} \\ \overline{BC}^2 &= 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20 \\ \therefore \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 &= \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = 6^2 + 20 = 36 + 20 = 56\end{aligned}$$

39 [답] ③

$\triangle BOC$ 에서

$$\overline{BC}^2 = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$$

이때, $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$ 이므로

$$10^2 + 8^2 = 20 + \overline{AD}^2$$

$$\overline{AD}^2 = 100 + 64 - 20 = 144 \quad \therefore \overline{AD} = 12$$

따라서 정사각형의 둘레의 길이는

$$4 \times 12 = 48$$

40 [답] ②

$$x^2 + y^2 = 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52$$

41 [답] ⑤

$$\overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{DP}^2 \text{이므로}$$

$$19^2 + 7^2 = 11^2 + \overline{DP}^2$$

$$\overline{DP}^2 = 361 + 49 - 121 = 289$$

$$\therefore \overline{DP} = 17(\text{cm})$$

42 [답] ④

$$\overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{DP}^2 \text{이므로}$$

$$8^2 + 3^2 = 6^2 + \overline{DP}^2$$

$$\therefore \overline{DP}^2 = 64 + 9 - 36 = 37$$

$\triangle APD$ 에서

$$\overline{AD}^2 = \overline{AP}^2 + \overline{DP}^2 = 8^2 + 37 = 64 + 37 = 101$$

43 [답] ③

$$(\text{색칠한 반원의 넓이}) = 10 + 5 = 15(\text{cm}^2)$$

44 [답] (1) $8\pi \text{ cm}^2$ (2) 8 cm

$$(1) (\text{색칠한 반원의 넓이}) = 30\pi - 22\pi = 8\pi(\text{cm}^2)$$

$$(2) \text{색칠한 반원의 넓이가 } 8\pi \text{ cm}^2 \text{이므로}$$

반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\frac{\pi r^2}{2} = 8\pi$$

$$r^2 = 16 \quad \therefore r = 4$$

따라서 지름의 길이는 8 cm이다.

45 [답] ④

$$\overline{BC} = 14 \text{이므로}$$

$$S_1 + S_2 = (\overline{BC} \text{를 지름으로 하는 반원의 넓이})$$

$$= \frac{1}{2} \times \pi \times 7^2 = \frac{49}{2}\pi$$

46 [답] ②

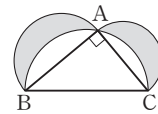
$$S_1 + S_2 = S_3 \text{이므로}$$

$$S_1 + S_2 + S_3 = 2S_3 = 2 \times \frac{\pi \times 10^2}{2} = 100\pi$$

47 [답] ⑤

$$\triangle ABC = 8 + 6 = 14(\text{cm}^2)$$

Tip



$$= \begin{array}{c} S_2 \\ S_1 \end{array} + \begin{array}{c} A \\ B \quad C \end{array} - \begin{array}{c} S_1 + S_2 = S_3 \\ S_3 \end{array}$$

$$= \begin{array}{c} A \\ B \quad C \end{array}$$

$$\therefore (\text{색칠한 부분의 넓이}) = \triangle ABC$$

48 [답] 6 cm²

$\triangle ABC$ 에서

$$\overline{AB}^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$$

$$\therefore \overline{AB} = 4$$

$$\therefore (\text{색칠한 부분의 넓이})$$

$$= \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6(\text{cm}^2)$$

49 [답] 32 cm

(색칠한 부분의 넓이)

$$= \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times \overline{AB} = 60$$

$$4\overline{AB} = 60 \quad \therefore \overline{AB} = 15(\text{cm})$$

$\triangle ABC$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{BC}^2 = 8^2 + 15^2 = 289$$

$$\therefore \overline{BC} = 17(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AB} + \overline{BC} = 15 + 17 = 32(\text{cm})$$

50 [답] 30 cm²

$\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이가 $18\pi \text{ cm}^2$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2 = 18\pi, \overline{AB}^2 = 144$$

$$\therefore \overline{AB} = 12(\text{cm})$$

직각삼각형 ABC 에서

$$\overline{AC} = 13^2 - 12^2 = 169 - 144 = 25$$

$$\therefore \overline{AC} = 5(\text{cm})$$

$$\therefore (\text{색칠한 부분의 넓이})$$

$$= \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 12 \times 5$$

$$= 30(\text{cm}^2)$$

연습 문제 [T~U]

01 [답] ③

$$\textcircled{㉠} 6^2 \neq 2^2 + 5^2$$

$$\textcircled{㉡} 13^2 = 5^2 + 12^2 = 169 \text{ (직각삼각형)}$$

$$\textcircled{㉢} 10^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \text{ (직각삼각형)}$$

$$\textcircled{㉤} 10^2 \neq 4^2 + 9^2$$

$$\textcircled{㉥} 7^2 \neq 3^2 + 5^2$$

$$\textcircled{㉦} 25^2 = 7^2 + 24^2 = 625 \text{ (직각삼각형)}$$

따라서 직각삼각형인 것은 ㉡, ㉢, ㉦의 3개이다.

02 [답] ②

$17^2 = 8^2 + 15^2$ 이므로 주어진 삼각형은 빗변의 길이가 17인 직각삼각형이다.

∴ (구하는 삼각형의 넓이)

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 15 = 60$$

03 [답] ②

삼각형의 결정조건에 의해

$$13 - 5 < x < 13 + 5$$

$$\therefore 8 < x < 18$$

즉, 가능한 두 자리 자연수 x 는

10, 11, 12, ..., 16, 17이다. ... ㉠

이때, $\angle C$ 가 둔각이므로

$$13^2 > x^2 + 5^2, \quad x^2 < 144$$

$$\therefore x < 12 \dots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡에 의해 두 자리 자연수 x 는 10 또는 11이다.

따라서 구하는 합은 $10 + 11 = 21$ 이다.

04 [답] ⑤

a 가 가장 긴 변의 길이이므로 삼각형의 결정조건에 의하여

$$12 < a < 17$$

즉, 자연수 a 는 13, 14, 15, 16이다. ... ㉠

이때, 둔각삼각형이 되려면

$$a^2 > 5^2 + 12^2, \quad a^2 > 169$$

$$\therefore a > 13 \dots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡에 의해 자연수 a 는 14 또는 15 또는 16이다.

최대값은 16, 최소값은 14이므로 구하는 합은

$$16 + 14 = 30 \text{이다.}$$

05 [답] 27

x 가 가장 긴 변의 길이이므로 삼각형의 결정조건에 의하여

$$12 < x < 21$$

즉, 가능한 자연수 x 는

13, 14, 15, ..., 19, 20 ... ㉠

이때, 예각삼각형이 되려면

$$x^2 < 9^2 + 12^2, \quad x^2 < 225$$

$$\therefore x < 15 \dots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡에 의해 가능한 자연수 x 는 13 또는 14이다.

따라서 x 의 값이 될 수 있는 모든 자연수의 합은

$$13 + 14 = 27 \text{이다.}$$

06 [답] ④

$$\textcircled{㉠} 5^2 > 2^2 + 4^2$$

$$\textcircled{㉡} 6^2 > 3^2 + 5^2$$

$$\textcircled{㉢} 7^2 < 4^2 + 6^2$$

$$\textcircled{㉤} 9^2 < 5^2 + 8^2$$

$$\textcircled{㉥} 10^2 < 6^2 + 9^2$$

$$\textcircled{㉦} 11^2 > 7^2 + 8^2$$

따라서 예각삼각형인 것은 ㉢, ㉤, ㉥이다.

07 [답] ③

$\triangle ABC$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AC}^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16 \quad \therefore \overline{AC} = 4$$

이때, $\triangle ACD$ 에서 $4^2 > 2^2 + 3^2$ 이므로 $\triangle ACD$ 는 둔각삼각형이다.

08 [답] 3

$$\overline{AC}^2 = \overline{AD} \times \overline{AB} \text{이므로}$$

$$x^2 = 3 \times \left(3 + \frac{16}{3}\right) = 3 \times \frac{25}{3} = 25 \quad \therefore x = 5$$

$$\overline{CD}^2 = \overline{AD} \times \overline{BD} \text{이므로}$$

$$y^2 = 3 \times \frac{16}{3} = 16 \quad \therefore y = 4$$

$$\overline{BC}^2 = \overline{BD} \times \overline{AB} \text{이므로}$$

$$z^2 = \frac{16}{3} \times \left(3 + \frac{16}{3}\right) = \frac{16}{3} \times \frac{25}{3} = \frac{400}{9}$$

$$\therefore z = \frac{20}{3}$$

$$\therefore \frac{xy}{z} = 5 \times 4 \times \frac{3}{20} = 3$$

09 [답] 24

$$\overline{AB} : \overline{AC} = 12 : 5 \text{이므로 } \overline{AB} = 12k,$$

$\overline{AC} = 5k$ (단, k 는 $k > 0$ 인 상수)라 하면 $\triangle ABC$ 에서

피타고라스 정리에 의해

$$\overline{BC}^2 = (12k)^2 + (5k)^2 = 144k^2 + 25k^2$$

$$= 169k^2 = (13k)^2$$

$$\therefore \overline{BC} = 13k$$

삼각형의 넓이에 의해

$$\overline{AC} \times \overline{AB} = \overline{BC} \times \overline{AD} \text{이므로}$$

$$5k \times 12k = 13k \times \frac{120}{13}$$

$$60k = 120 \quad \therefore k = 2$$

$$\therefore \overline{AB} = 12k = 12 \times 2 = 24$$

10 [답] ⑤

△ABC에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AB}^2 = 15^2 + 8^2 = 225 + 64 = 289$$

$$\therefore \overline{AB} = 17$$

$$\overline{AB}^2 + \overline{DE}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{AD}^2 \text{이므로}$$

$$17^2 + \overline{DE}^2 = \overline{BE}^2 + 10^2$$

$$\therefore \overline{BE}^2 - \overline{DE}^2 = 17^2 - 10^2 = 289 - 100 = 189$$

11 [답] 10

□ABCD는 등변사다리꼴이므로

$$\overline{AB} = \overline{CD} = x \text{라 하자.}$$

$$\overline{AC} \perp \overline{BD} \text{이므로}$$

$$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$$

$$x^2 + x^2 = 2^2 + 14^2$$

$$2x^2 = 200, x^2 = 100$$

$$\therefore x = 10$$

$$\therefore \overline{CD} = 10$$

12 [답] ①

$$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2 \text{이므로}$$

$$4^2 + \overline{CD}^2 = 7^2 + 5^2$$

$$\therefore \overline{CD}^2 = 49 + 25 - 16 = 58$$

△CDO에서 피타고라스 정리에 의해

$$x^2 + y^2 = \overline{CD}^2 = 58$$

13 [답] ④

$$2\overline{PD} = 3\overline{BP} \text{에서}$$

$$\overline{PD} : \overline{BP} = 3 : 2 \text{이므로}$$

$\overline{PD} = 3k$ cm, $\overline{BP} = 2k$ cm (단, k 는 $k > 0$ 인 상수)라 하자.

$$\overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{DP}^2 \text{이므로}$$

$$17^2 + 6^2 = (2k)^2 + (3k)^2$$

$$289 + 36 = 4k^2 + 9k^2, 13k^2 = 325$$

$$k^2 = 25 \quad \therefore k = 5$$

$$\therefore \overline{BP} = 2k = 2 \times 5 = 10 \text{ (cm)}$$

14 [답] ②

($\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)

$$= 18\pi + 14\pi = 32\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

이므로 $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는

반원의 반지름의 길이를

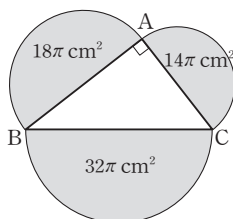
r cm라 하면

$$\frac{\pi r^2}{2} = 32\pi$$

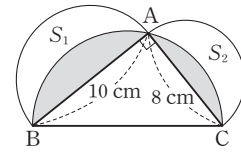
$$\pi r^2 = 64\pi$$

$$r^2 = 64 \quad \therefore r = 8$$

$$\therefore \overline{BC} = 2r = 2 \times 8 = 16 \text{ (cm)}$$



15 [답] ③



그림에서

$$S_1 + S_2 = \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 10 = 40 \text{ (cm}^2\text{)}$$

색칠한 부분의 넓이는

($\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)

+ ($\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이) - ($S_1 + S_2$)

이므로

$$\frac{1}{2} \times \pi \times 5^2 + \frac{1}{2} \times \pi \times 4^2 - (S_1 + S_2)$$

$$= \frac{25}{2} \pi + 8\pi - 40$$

$$= \frac{41}{2} \pi - 40 \text{ (cm}^2\text{)}$$

VII 대단원 총정리 [R~U]

01 [답] ③

△ABC에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AC}^2 = 17^2 - 8^2 = 289 - 64 = 225$$

$$\therefore \overline{AC} = 15 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 15 = 60 \text{ (cm}^2\text{)}$$

02 [답] ②

△ABC에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AC}^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$$

$$\therefore \overline{AC} = 5 \text{ (cm)}$$

점 O가 직각삼각형 ABC의 외심이므로

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$$

$$\therefore \overline{OB} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{5}{2} \text{ (cm)}$$

03 [답] ④

피타고라스 정리에 의해

$$x^2 = 12^2 + 9^2 = 144 + 81 = 225 \quad \therefore x = 15$$

$$y^2 = 15^2 + 8^2 = 225 + 64 = 289 \quad \therefore y = 17$$

$$\therefore x + y = 15 + 17 = 32$$

04 [답] ④

△ABC에서 피타고라스 정리에 의해
 $\overline{BC}^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$
 $\therefore \overline{BC} = 8(\text{cm})$
 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이므로
 $\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC}$
 $= 10 : 6 = 5 : 3$
 $\therefore \overline{DC} = 8 \times \frac{3}{8} = 3(\text{cm})$

05 [답] ③

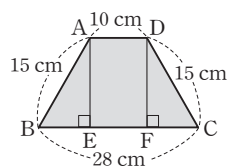
$\overline{AB} = x$ 라 하면
 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = x$
△ABC에서 피타고라스 정리에 의해
 $\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = x^2 + x^2 = 2x^2$
△ACD에서 피타고라스 정리에 의해
 $\overline{AD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CD}^2 = 2x^2 + x^2 = 3x^2$
△ADE에서 피타고라스 정리에 의해
 $\overline{AE}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{DE}^2 = 3x^2 + x^2 = 4x^2$
△AEF에서 피타고라스 정리에 의해
 $\overline{AF}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{EF}^2 = 4x^2 + x^2 = 5x^2$
 $\overline{AF}^2 = 45$ 이므로
 $5x^2 = 45, x^2 = 9$
 $\therefore x = 3$

06 [답] ④

△OAA'에서 피타고라스 정리에 의해
 $\overline{OA'}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{AA'}^2$
 $= 3^2 + 3^2 = 9 + 9 = 18$
 $\overline{OB} = \overline{OA'}$ 이므로
 $\overline{OB}^2 = \overline{OA'}^2 = 18$
△OBB'에서 피타고라스 정리에 의해
 $\overline{OB'}^2 = \overline{OB}^2 + \overline{BB'}^2$
 $= 18 + 3^2 = 18 + 9 = 27$
 $\overline{OC} = \overline{OB'}$ 이므로
 $\overline{OC}^2 = \overline{OB'}^2 = 27$
△OCC'에서 피타고라스 정리에 의해
 $\overline{OC'}^2 = \overline{OC}^2 + \overline{CC'}^2$
 $= 27 + 3^2 = 27 + 9 = 36$
 $\overline{OD} = \overline{OC'}$ 이므로
 $\overline{OD}^2 = \overline{OC'}^2 = 36$
 $\therefore \overline{OD} = 6(\text{cm})$
 $\therefore \triangle ODD' = \frac{1}{2} \times \overline{OD} \times \overline{DD'}$
 $= \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9(\text{cm}^2)$

07 [답] ②

두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$ 에
내린 수선의 발을 각각 E, F
라 하면



$\overline{EF} = \overline{AD} = 10 \text{ cm}$
□AEFD가 직사각형이므로
 $\overline{BE} = \overline{FC} = \frac{1}{2} \times (28 - 10) = 9(\text{cm})$
△ABE에서 피타고라스 정리에 의해
 $\overline{AE}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{BE}^2 = 15^2 - 9^2 = 225 - 81 = 144$
 $\therefore \overline{AE} = 12(\text{cm})$
 $\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times (10 + 28) \times 12$
 $= 38 \times 6 = 228(\text{cm}^2)$

08 [답] ④

$\angle ACB = \angle FAC$ (엇각), $\angle ACB = \angle ACF$ (접은 각)
 $\therefore \angle FAC = \angle ACF$
즉, △FAC는 이등변삼각형이다.
 $\overline{AF} = \overline{AD} - \overline{FD} = 18 - 5 = 13(\text{cm})$
 $\overline{FC} = \overline{AF} = 13 \text{ cm}$
△CDF에서 피타고라스 정리에 의해
 $\overline{DC}^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$
 $\therefore \overline{DC} = 12(\text{cm})$
 $\therefore \triangle CDF = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30(\text{cm}^2)$

09 [답] ②

$\overline{AP} = \overline{AB} - \overline{PB} = 8 - 3 = 5(\text{cm})$
 $\overline{PC} = \overline{AP} = 5 \text{ cm}$
△PBC에서 피타고라스 정리에 의해
 $\overline{BC}^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16 \quad \therefore \overline{BC} = 4(\text{cm})$
한편, 접은 도형이므로 $\triangle APQ \cong \triangle CPQ$ 이고,
 $\triangle ABC = \triangle APQ + \triangle CPQ + \triangle PBC$ 이므로
 $\frac{1}{2} \times 4 \times 8 = 2\triangle CPQ + \frac{1}{2} \times 4 \times 3$
 $16 = 2\triangle CPQ + 6, 2\triangle CPQ = 10$
 $\therefore \triangle CPQ = 5(\text{cm}^2)$

10 [답] ③

□AFGB = □ACDE + □BHIC이므로
□AFGB = 16 + 9 = 25(cm^2)
 $\overline{AB}$ = (□AFGB의 한 변의 길이) = 5 cm
 $\overline{BC}$ = (□BHIC의 한 변의 길이) = 3 cm
 $\overline{CA}$ = (□ACDE의 한 변의 길이) = 4 cm
이므로
(△ABC의 둘레의 길이) = $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}$
 $= 5 + 3 + 4 = 12(\text{cm})$

11 [답] ⑤

$\triangle AEH \equiv \triangle BFE \equiv \triangle CGF \equiv \triangle DHG$ (SAS 합동)

이므로 $\overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{HE}$,

$\angle HEF = \angle EFG = \angle FGH = \angle GHE = 90^\circ$ 에서

$\square EFGH$ 는 정사각형이다.

이때, $\triangle AEH$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{EH}^2 = 3^2 + 3^2 = 9 + 9 = 18$$

따라서 정사각형 $\square EFGH$ 의 넓이는 $\overline{EH}^2$ 이므로 18이다.

12 [답] ②

$41^2 = 9^2 + 40^2 = 1681$ 이므로 주어진 삼각형은 빗변의

길이가 41인 직각삼각형이다.

따라서 구하는 삼각형의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 40 \times 9 = 180$$

13 [답] ②

삼각형의 결정조건에 의해

$$12 - 5 < a < 12 + 5$$

$$\therefore 7 < a < 17$$

3의 배수인 a 는 9, 12, 15이다. ... ㉠

이때, $\angle A$ 가 예각이므로

$$a^2 < 5^2 + 12^2, a^2 < 169$$

$$\therefore a < 13 \dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡에 의해 $\angle A$ 가 예각이 되기 위한 3의 배수 a 는 9, 12의 2개이다.

14 [답] ①

a 가 가장 긴 변의 길이이므로 삼각형의 결정조건에 의하여

$$24 < a < 31$$

즉, 자연수 a 는 25, 26, 27, 28, 29, 30이다. ... ㉠

이때, 둔각삼각형이 되려면

$$a^2 > 7^2 + 24^2, a^2 > 625 \therefore a > 25$$

㉠, ㉡에 의해 자연수 a 의 최솟값은 26이다.

15 [답] ③

① $5^2 = 3^2 + 4^2$ 이므로 직각삼각형이다.

② $8^2 < 6^2 + 7^2$ 이므로 예각삼각형이다.

③ $9^2 > 4^2 + 8^2$ 이므로 둔각삼각형이다.

④ $9^2 < 7^2 + 8^2$ 이므로 예각삼각형이다.

⑤ $15^2 = 9^2 + 12^2$ 이므로 직각삼각형이다.

16 [답] ②, ⑤

① $5^2 = 3^2 + 4^2$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB}$ 가 빗변, 즉 $\angle C$ 가 직각인 직각삼각형이다.

② $5^2 < 4^2 + 4^2$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.

③ $5^2 < 5^2 + 4^2$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.

④ $5^2 > 2^2 + 4^2$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.

⑤ $7^2 > 5^2 + 4^2$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.

17 [답] ①

$\triangle ABC = 30 \text{ cm}^2$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 5 = 30 \therefore \overline{BC} = 12(\text{cm})$$

$\triangle ABC$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AB}^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$$

$$\therefore \overline{AB} = 13(\text{cm})$$

따라서 $\triangle ADB$ 에서 $13^2 < 10^2 + 9^2$ 이므로 $\triangle ADB$ 는 예각삼각형이다.

18 [답] ①

$\overline{AH} = 4\overline{BH}$ 이므로 $\overline{BH} = k (k > 0, k \text{는 상수})$ 라 하면

$$\overline{AH} = 4k$$

$$\overline{CH}^2 = \overline{AH} \times \overline{BH} \text{이므로}$$

$$4^2 = 4k \times k, 4k^2 = 16$$

$$k^2 = 4 \therefore k = 2$$

따라서 $\overline{BH} = 2, \overline{AH} = 8$ 이므로

$$\triangle AHC = \frac{1}{2} \times \overline{AH} \times \overline{CH} = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16$$

19 [답] ⑤

$$\overline{BE}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{BC}^2 \text{이므로}$$

$$13^2 + 9^2 = \overline{DE}^2 + 15^2$$

$$\overline{DE}^2 = 169 + 81 - 225 = 25$$

$$\therefore \overline{DE} = 5(\text{cm})$$

20 [답] ④

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DBE$ 의 닮음비가 3 : 1이므로

$$\overline{DE} = \frac{1}{3} \overline{AC} = \frac{1}{3} \times 9 = 3$$

$$\therefore \overline{AE}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{AC}^2 = 3^2 + 9^2 = 9 + 81 = 90$$

21 [답] ①

$$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 \text{이므로}$$

$$9^2 + y^2 = x^2 + 12^2$$

$$\therefore y^2 - x^2 = 12^2 - 9^2 = 144 - 81 = 63$$

22 [답] ②

$\triangle AOD$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AD}^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

$$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 \text{이므로}$$

$$6^2 + 8^2 = 25 + \overline{BC}^2$$

$$\therefore \overline{BC}^2 = 36 + 64 - 25 = 75$$

23 [답] ③

△ABD에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{BD}^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$$

$$\therefore \overline{BD} = 5$$

삼각형의 넓이에 의해

$$\overline{AB} \times \overline{AD} = \overline{AP} \times \overline{BD} \text{이므로}$$

$$3 \times 4 = \overline{AP} \times 5 \quad \therefore \overline{AP} = \frac{12}{5}$$

삼각형의 넓이에 의해

$$\overline{AB}^2 = \overline{BP} \times \overline{BD} \text{이므로}$$

$$3^2 = \overline{BP} \times 5 \quad \therefore \overline{BP} = \frac{9}{5}$$

$$\therefore \overline{DP} = 5 - \frac{9}{5} = \frac{16}{5}$$

이때, $\overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{DP}^2$ 이므로

$$\left(\frac{12}{5}\right)^2 + \overline{CP}^2 = \left(\frac{9}{5}\right)^2 + \left(\frac{16}{5}\right)^2$$

$$25\overline{CP}^2 = 81 + 256 - 144 = 193$$

$$\therefore \overline{CP}^2 = \frac{193}{25}$$

24 [답] ⑤

$$S_1 = \frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2 = 18\pi \text{에서}$$

$$\frac{\overline{AB}^2}{8} = 18, \overline{AB}^2 = 144$$

$$\therefore \overline{AB} = 12(\text{cm})$$

$$S_2 = S_3 - S_1 = 50\pi - 18\pi = 32\pi(\text{cm}^2) \text{이므로}$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2 = 32\pi \text{에서}$$

$$\frac{\overline{AC}^2}{8} = 32, \overline{AC}^2 = 256$$

$$\therefore \overline{AC} = 16(\text{cm})$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 16 \times 12 = 96(\text{cm}^2)$$

25 [답] ③

△ABC에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AB}^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$$

$$\therefore \overline{AB} = 12(\text{cm})$$

∴ (색칠한 부분의 넓이)

$$= \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30(\text{cm}^2)$$

VIII 확률

V 경우의 수

01 [답] 경우의 수

02 [답] $m+n$

03 [답] $m \times n$

04 [답] ○

05 [답] $\times$
3+4=7(가지)

06 [답] ○

07 [답] 3가지
2, 4, 6으로 3가지

08 [답] 3가지
2, 3, 5로 3가지

09 [답] 3가지
4, 5, 6으로 3가지

10 [답] 6가지
(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)으로 6가지

11 [답] 4가지
(5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6)으로 4가지

12 [답] 4가지
(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)로 4가지

13 [답] 3가지
3, 6, 9로 3가지

14 [답] 2가지
4, 8로 2가지

15 [답] 5가지
두 사건이 동시에 일어나지 않으므로
3+2=5(가지)

16 [답] 7가지
4+3=7(가지)

17 [답] 9가지
 $5+4=9$ (가지)

18 [답] 3가지

19 [답] 4가지

20 [답] 12가지
 $3 \times 4=12$ (가지)

21 [답] 6가지
 $3 \times 2=6$ (가지)

22 [답] 15가지
 $3 \times 5=15$ (가지)

23 [답] ④
 2, 3, 5, 7, 11, 13으로 6가지

24 [답] 7가지
 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15로 7가지

25 [답] ①
 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90으로 9가지

26 [답] ②
 ① 1, 5, 25로 3가지
 ② 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24로 8가지
 ③ 4, 8, 12, 16, 20, 24로 6가지
 ④ 5, 10, 15, 20, 25로 5가지
 ⑤ 6, 12, 18, 24로 4가지
 따라서 경우의 수가 가장 큰 것은 ②이다.

27 [답] ③
 1, 2, 3, 6으로 4가지

28 [답] ③
 3의 배수는 3, 6이므로 2가지
 $\therefore a=2$
 소수는 2, 3, 5이므로 3가지
 $\therefore b=3$
 $\therefore a+b=2+3=5$

29 [답] ①
 (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)으로 4가지

30 [답] ⑤
 (1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6), (3, 1), (4, 2), (5, 3),
 (6, 4)로 8가지

31 [답] 표 : 해설참조, 6가지

100원(개)	2	2	1	1	0	0
50원(개)	1	0	3	2	5	4
10원(개)	0	5	0	5	0	5

32 [답] ①
 지불하는 방법을 표로 나타내면 다음과 같다.

500원(개)	1	1	1
100원(개)	4	3	2
50원(개)	0	2	4

이므로 지불하는 방법의 수는 3가지이다.

Tip

돈을 지불하는 방법의 수를 구할 때는 내야 할 돈에 맞춰 동전의 개수를 표로 나타내자. 이때, 액수가 큰 동전의 개수부터 정하는 것이 편리하다.

33 [답] ⑤
 지불할 수 있는 금액을 표로 나타내면 다음과 같다.

500원(개) 100원(개)	1	2	3
1	600	1100	1600
2	700	1200	1700
3	800	1300	1800
4	900	1400	1900

따라서 지불할 수 있는 금액은 12가지이다.

34 [답] 4가지
 (100원짜리 동전의 개수, 50원짜리 동전의 개수)를 구하면 다음과 같다.
 (10, 4), (9, 6), (8, 8), (7, 10)
 즉, 지불할 수 있는 방법의 수는 4가지이다.

35 [답] ②
 계수가 큰 수를 기준으로 경우를 나누어 생각해 보면
 (i) $x=2$ 일 때,
 $2x+y=9$ 에 대입하면
 $4+y=9 \quad \therefore y=5$
 (ii) $x=3$ 일 때,
 $2x+y=9$ 에 대입하면
 $6+y=9 \quad \therefore y=3$
 (iii) $x=4$ 일 때,
 $2x+y=9$ 에 대입하면
 $8+y=9 \quad \therefore y=1$
 따라서 주어진 식을 만족하는 (x, y) 는 (2, 5), (3, 3),
 (4, 1)로 3가지이다.

- 36 [답] (1) ① (2) ④ (3) ⑤
 옷가락의 볼록한 면을 등, 평평한 면을 배라고 하자.
 (1) 옷이 나오는 경우는 (배, 배, 배, 배)의 1가지
 (2) 걸이 나오는 경우는 (배, 배, 배, 등), (배, 배, 등, 배),
 (배, 등, 배, 배), (등, 배, 배, 배)의 4가지
 (3) 개가 나오는 경우는 (배, 배, 등, 등), (배, 등, 배, 등),
 (배, 등, 등, 배), (등, 배, 배, 등), (등, 배, 등, 배),
 (등, 등, 배, 배)의 6가지

- 37 [답] ④
 두 주사위의 눈의 수의 합이 6인 경우 :
 (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)로 5가지
 두 주사위의 눈의 수의 합이 8인 경우 :
 (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)로 5가지
 따라서 두 주사위의 눈의 수의 합이 6인 사건과 8인 사
 건은 동시에 일어나지 않으므로 구하는 경우의 수는
 합의 법칙에 의해 $5+5=10$ (가지)이다.

- 38 [답] ②
 두 주사위의 눈의 수의 합이 5인 경우 :
 (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)로 4가지
 두 주사위의 눈의 수의 합이 10인 경우 :
 (4, 6), (5, 5), (6, 4)로 3가지
 따라서 두 사건은 동시에 일어나지 않으므로 구하는
 경우의 수는 합의 법칙에 의해 $4+3=7$ (가지)이다.

- 39 [답] (1) ② (2) ⑤ (3) ③
 (1) 두 개의 주사위 A와 B의 눈의 수의 합이 3 이하인
 경우는 2 또는 3일 때이다.
 두 개의 주사위 A와 B의 눈의 수의 합이 2인 경우
 : (1, 1)로 1가지
 두 개의 주사위 A와 B의 눈의 수의 합이 3인 경우
 : (1, 2), (2, 1)로 2가지
 두 사건은 동시에 일어나지 않으므로 구하는 경우
 의 수는 합의 법칙에 의해 $1+2=3$ (가지)이다.
 (2) 두 개의 주사위 A와 B의 눈의 수의 합이 10 이상
 인 경우는 10 또는 11 또는 12일 때이다.
 두 개의 주사위 A와 B의 눈의 수의 합이 10인 경
 우 : (4, 6), (5, 5), (6, 4)로 3가지
 두 개의 주사위 A와 B의 눈의 수의 합이 11인 경
 우 : (5, 6), (6, 5)로 2가지
 두 개의 주사위 A와 B의 눈의 수의 합이 12인 경
 우 : (6, 6)으로 1가지
 따라서 세 사건은 동시에 일어나지 않으므로
 구하는 경우의 수는 $3+2+1=6$ (가지)이다.

- (3) 두 주사위의 눈의 수의 합이 3 이하인 사건과 10 이
 상인 사건은 동시에 일어나지 않으므로 구하는 경
 우의 수는 합의 법칙에 의해 $3+6=9$ (가지)이다.

- 40 [답] ⑤
 5의 배수인 경우 : 5, 10, 15, 20, 25로 5가지
 6의 배수인 경우 : 6, 12, 18, 24로 4가지
 두 사건은 동시에 일어나지 않으므로 구하는 경우의
 수는 합의 법칙에 의해 $5+4=9$ (가지)이다.

- 41 [답] ④
 4의 배수인 경우 : 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28로 7가지
 9의 배수인 경우 : 9, 18, 27로 3가지
 두 사건은 동시에 일어나지 않으므로 구하는 경우의
 수는 합의 법칙에 의해 $7+3=10$ (가지)이다.

- 42 [답] ②
 15의 약수인 경우 : 1, 3, 5, 15로 4가지
 7의 배수인 경우 : 7, 14로 2가지
 두 사건은 동시에 일어나지 않으므로 구하는 경우의
 수는 합의 법칙에 의해 $4+2=6$ (가지)이다.

- 43 [답] ③
 3의 배수인 경우 : 3, 6, 9로 3가지
 5의 배수인 경우 : 5, 10으로 2가지
 두 사건은 동시에 일어나지 않으므로 구하는 경우의
 수는 합의 법칙에 의해 $3+2=5$ (가지)이다.

- 44 [답] ③
 두 사건은 동시에 일어나지 않으므로 구하는 경우의
 수는 합의 법칙에 의해 $5+3=8$ (가지)이다.

- 45 [답] ①
 두 사건은 동시에 일어나지 않으므로 구하는 경우의
 수는 합의 법칙에 의해 $4+2=6$ (가지)이다.

- 46 [답] 5가지
 두 사건은 동시에 일어나지 않으므로 구하는 경우의
 수는 합의 법칙에 의해 $3+2=5$ (가지)이다.

- 47 [답] ④
 두 사건은 동시에 일어나지 않으므로 구하는 경우의
 수는 합의 법칙에 의해 $3+5=8$ (가지)이다.

- 48 [답] ⑤
 세 사건은 동시에 일어나지 않으므로 구하는 경우의
 수는 합의 법칙에 의해 $5+4+3=12$ (가지)이다.

49 [답] ③

세 사건은 동시에 일어나지 않으므로 구하는 경우의 수는 합의 법칙에 의해 $5+3+2=10$ (가지)이다.

50 [답] (1) 6가지 (2) ⑤

(1) 1, 2, 3, 4, 5, 6으로 6가지
(2) 주사위 한 개를 던질 때 나오는 모든 경우의 수는 6가지이다. 두 주사위는 동시에 던지므로 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의해 $6 \times 6 = 36$ (가지)

51 [답] ④

동전 한 개를 던질 때 나오는 모든 경우의 수는 2가지이고, 주사위 한 개를 던질 때 나오는 모든 경우의 수는 6가지이다. 따라서 동전 2개와 주사위 1개를 동시에 던지므로 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의해 $2 \times 2 \times 6 = 24$ (가지)

52 [답] ③

동전의 앞면이 나오는 경우의 수는 1가지
주사위가 소수의 눈이 나오는 경우 : 2, 3, 5로 3가지
따라서 두 경우는 동시에 일어나므로 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의해 $1 \times 3 = 3$ (가지)

53 [답] ④

두 동전이 서로 같은 면이 나오는 경우의 수는 (앞, 앞), (뒤, 뒤)로 2가지
주사위가 홀수의 눈이 나오는 경우의 수는 1, 3, 5로 3가지
따라서 두 경우는 동시에 일어나므로 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의해 $2 \times 3 = 6$ (가지)

54 [답] (1) 5가지 (2) 6가지 (3) ④

(1) 1부터 10까지 적힌 카드 중 짝수가 적힌 카드는 2, 4, 6, 8, 10으로 5가지이다.
(2) 1부터 15까지 적힌 카드 중 소수가 적힌 카드는 2, 3, 5, 7, 11, 13으로 6가지이다.
(3) 두 사건은 동시에 일어나므로 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의해 $5 \times 6 = 30$ (가지)이다.

55 [답] ⑤

1부터 10까지 적힌 카드 중 한 장을 뽑는 경우의 수는 10가지이다.
뽑은 카드를 넣어 섞은 후 카드 한 장을 또 뽑는 경우의 수도 10가지이므로 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의해 $10 \times 10 = 100$ (가지)이다.

56 [답] ②

공에 적힌 숫자가 3의 배수인 경우 : 3, 6, 9, 12, 15, 18로 6가지
주사위의 눈이 짝수인 경우 : 2, 4, 6으로 3가지
따라서 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의해 $6 \times 3 = 18$ (가지)이다.

57 [답] ④

A 지점에서 B 지점으로 가는 경우의 수 : 2가지
B 지점에서 C 지점으로 가는 경우의 수 : 4가지
따라서 A 지점에서 B 지점으로 가는 사건과 B 지점에서 C 지점으로 가는 사건이 연속하여 일어나므로 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의해 $2 \times 4 = 8$ (가지)이다.

58 [답] 12가지

올라가는 사건과 내려오는 사건은 연속하여 일어나므로 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의해 $3 \times 4 = 12$ (가지)이다.

59 [답] ④

(i) $A \rightarrow B \rightarrow C$ 로 가는 경우의 수 : $A \rightarrow B$ 로 가는 경우의 수는 2가지, $B \rightarrow C$ 로 가는 경우의 수는 3가지이므로 $2 \times 3 = 6$ (가지)
(ii) $A \rightarrow C$ 로 가는 경우의 수 : 1가지
(i), (ii)의 두 경우는 동시에 일어나지 않으므로 구하는 경우의 수는 합의 법칙에 의해 $6+1=7$ (가지)이다.

60 [답] 9가지

한 사람이 낼 수 있는 것은 가위, 바위, 보로 3가지이다.
두 사람이 동시에 가위, 바위, 보를 내므로 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 $3 \times 3 = 9$ (가지)이다.

61 [답] ③

구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의해 $3 \times 4 \times 2 = 24$ (가지)이다.

62 [답] ②

구하는 개수는 곱의 법칙에 의해 $3 \times 4 = 12$ (개)이다.

63 [답] ①

구하는 개수는 곱의 법칙에 의해 $2 \times 3 \times 2 = 12$ (개)이다.

64 [답] ③

전구 하나당 2개의 신호를 만들고 모두 꺼진 것은 신호로 생각하지 않으므로 $(2 \times 2 \times 2 \times 2) - 1 = 15$ (개)



Tip

전구 n 개를 켜거나 꺼서 신호를 만드는 경우는 전구 1개에 대하여 켜진 경우와 꺼진 경우의 2가지가 있으므로 신호의 개수는

$$\underbrace{2 \times 2 \times \cdots \times 2}_{n\text{개}} = 2^n$$

이때, 전구가 모두 꺼진 경우는 신호로 생각하지 않는다면 위의 경우의 수에서 1을 빼야 함을 잊지 말자.

65 [답] ④

○와 - 중 하나를 사용하는 경우의 수는 2가지이고, 각각에 대하여 5번 선택하여 만들 수 있는 신호의 개수는 곱의 법칙에 의해 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ (가지)이다.

66 [답] ②

한 명의 학생이 깃발로 만들 수 있는 신호는 깃발을 올리거나 내리는 2가지가 있다.

이때, $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 128$ 이므로 128개의 신호를 만들기 위해서는 학생 7명이 필요하다.

W 경우의 수 (2)

01 [답] $n \times (n-1)$

02 [답] $n \times (n-1)$

03 [답] $\frac{n \times (n-1)}{2}$

04 [답] ○

05 [답] ×

0, 1, 2, 3이 각각 하나씩 적힌 4장의 카드에서 2장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리 정수의 개수는 $3 \times 3 = 9$ (개)이다.

06 [답] ×

5명 중 자격이 다른 2명의 대표를 뽑는 경우의 수는 $5 \times 4 = 20$ (가지)이다.

07 [답] 6가지

$3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지)

08 [답] 120가지

$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ (가지)

09 [답] 30가지

$6 \times 5 = 30$ (가지)

10 [답] 120가지

$6 \times 5 \times 4 = 120$ (가지)

11 [답] 4, 24, 2, 24, 2, 48

어린이 2명을 1명으로 생각하여 [4]명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ 가지이다.

이때 어린이 2명이 자리를 바꾸는 경우의 수는

$2 \times 1 = 2$ 가지이므로 구하는 경우의 수는

$24 \times 2 = 48$ (가지)이다.

12 [답] 240가지

여학생 2명을 1명으로 생각하여 5명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ (가지)이다. 이때

여학생 2명이 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2 \times 1 = 2$ (가지)

이므로 구하는 경우의 수는 $120 \times 2 = 240$ (가지)이다.

13 [답] 144가지

남학생 4명을 1명으로 생각하여 3명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지)이다.

이때, 남학생 4명이 자리를 바꾸는 경우의 수는

$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지)이므로 구하는 경우의 수는

$6 \times 24 = 144$ (가지)이다.

14 [답] 20개

$5 \times 4 = 20$ (개)

15 [답] 60개

$5 \times 4 \times 3 = 60$ (개)

16 [답] 0, 3, 3, 3, 3, 9

십의 자리에 올 수 있는 숫자는 [0]을 제외한 [3]가지이고, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 십의 자리에 온 숫자를 제외한 [3]가지이다.

따라서 구하는 자연수의 개수는 $3 \times 3 = 9$ (개)

17 [답] 4, 3, 4, 3, 12, 4, 3, 6

갑, 을, 병, 정 네 명 중에서 회장 1명을 뽑는 경우의 수는 [4]가지이고, 회장을 제외한 나머지 사람들 중에서 부회장을 뽑는 경우의 수는 [3]가지이다.

따라서 회장을 1명, 부회장을 1명 뽑는 경우의 수는

$4 \times 3 = 12$ (가지)이다.

한편, 갑, 을, 병, 정 네 명 중에서 대표 2명을 뽑을 때, 대표로 갑, 을을 뽑는 것과 을, 갑을 뽑는 것은 같은 경우이므로 두 명의 대표를 뽑는 경우의 수는

$$\frac{4 \times 3}{2} = 6 \text{ (가지)이다.}$$

18 **답** ③

$$7 \times 6 \times 5 = 210 \text{ (가지)}$$

19 **답** ④

구하는 경우의 수는 서로 다른 5개 중에서 3개를 뽑아 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

$$5 \times 4 \times 3 = 60 \text{ (가지)}$$

20 **답** ②

구하는 경우의 수는 서로 다른 6개 중에서 2개를 골라 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

$$6 \times 5 = 30 \text{ (가지)}$$

21 **답** ④

P를 제외한 나머지 5개의 문자를 일렬로 나열하고, P를 맨 앞에 놓으면 되므로 구하는 경우의 수는

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120 \text{ (가지)}$$

22 **답** ③

C를 제외한 나머지 4명의 학생을 일렬로 나열하고, C를 가운데에 세우면 되므로 구하는 경우의 수는

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 \text{ (가지)}$$

23 **답** ①

경주와 수영이를 제외한 나머지 3명을 일렬로 세우고, 경주를 가장 왼쪽에, 수영이를 가장 오른쪽에 세우면 되므로 구하는 경우의 수는

$$3 \times 2 \times 1 = 6 \text{ (가지)}$$

24 **답** ④

부모님 2명을 1명으로 생각하여 4명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지)이다.

이때, 부모님 2명이 자리를 바꾸는 경우의 수는

$$2 \times 1 = 2 \text{ (가지)이므로 구하는 경우의 수는}$$

$$24 \times 2 = 48 \text{ (가지)}$$

25 **답** ③

B, C, D를 1명으로 생각하여 3명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지)이다.

이때, B, C, D가 자리를 바꾸는 경우의 수는

$$3 \times 2 \times 1 = 6 \text{ (가지)이므로 구하는 경우의 수는}$$

$$6 \times 6 = 36 \text{ (가지)}$$

26 **답** ②

B를 제외한 6명을 일렬로 세운 후 B를 맨 앞에 서게 하면 된다.

B를 제외한 6명 중에서 D, E, F를 1명으로 생각하여 4명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 \text{ (가지)이다.}$$

이때, D, E, F가 자리를 바꾸는 경우의 수는

$$3 \times 2 \times 1 = 6 \text{ (가지)이므로 구하는 경우의 수는}$$

$$24 \times 6 = 144 \text{ (가지)}$$

27 **답** ⑤

A에 칠할 수 있는 색은 4가지, B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지, C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 2가지, D에 칠할 수 있는 색은 A, B, C에 칠한 색을 제외한 1가지이다.

따라서 구하는 경우의 수는

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 \text{ (가지)}$$

28 **답** ③

A에 칠할 수 있는 색은 5가지, B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 4가지, C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 3가지이다.

따라서 구하는 경우의 수는

$$5 \times 4 \times 3 = 60 \text{ (가지)}$$

29 **답** ①

A에 칠할 수 있는 색은 4가지, B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지, C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 2가지, D에 칠할 수 있는 색은 B, C에 칠한 색을 제외한 2가지이다.

따라서 구하는 경우의 수는

$$4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48 \text{ (가지)}$$

30 **답** ②

홀수이려면 일의 자리의 숫자가 1 또는 3이어야 한다.

(i) 일의 자리의 숫자가 1인 홀수의 개수 :

십의 자리에 올 수 있는 숫자는 1을 제외한 3가지

(ii) 일의 자리의 숫자가 3인 홀수의 개수

십의 자리에 올 수 있는 숫자는 3을 제외한 3가지

(i), (ii)에서 구하는 홀수의 개수는

$$3 + 3 = 6 \text{ (개)}$$

31 **답** ③

백의 자리, 십의 자리, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 각각 5가지이므로 구하는 자연수의 개수는

$$5 \times 5 \times 5 = 125 \text{ (개)}$$



32 [답] ⑤

500보다 크려면 백의 자리의 숫자가 5 또는 7 또는 9 이어야 한다.

(i) 백의 자리의 숫자가 5인 자연수의 개수 :

십의 자리에 올 수 있는 숫자는 5를 제외한 4가지,
일의 자리에 올 수 있는 숫자는 5와 십의 자리에 온
숫자를 제외한 3가지이므로 $4 \times 3 = 12$ (개)

(ii) 백의 자리의 숫자가 7인 자연수의 개수 :

십의 자리에 올 수 있는 숫자는 7을 제외한 4가지,
일의 자리에 올 수 있는 숫자는 7과 십의 자리에 온
숫자를 제외한 3가지이므로 $4 \times 3 = 12$ (개)

(iii) 백의 자리의 숫자가 9인 자연수의 개수 :

십의 자리에 올 수 있는 숫자는 9를 제외한 4가지,
일의 자리에 올 수 있는 숫자는 9와 십의 자리에 온
숫자를 제외한 3가지이므로 $4 \times 3 = 12$ (개)

(i), (ii), (iii)에서 구하는 자연수의 개수는

$$12 + 12 + 12 = 36(\text{개})$$

33 [답] ③

백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 4가지, 십
의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리에 온 숫자를
제외한 4가지, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자
리에 온 숫자와 십의 자리에 온 숫자를 제외한 3가지이
므로

구하는 세 자리 자연수의 개수는

$$4 \times 4 \times 3 = 48(\text{개})$$

34 [답] ②

짝수이려면 일의 자리의 숫자가 0 또는 2이어야 한다.

(i) 일의 자리의 숫자가 0인 짝수의 개수 :

십의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 3가지

(ii) 일의 자리의 숫자가 2인 짝수의 개수 :

십의 자리에 올 수 있는 숫자는 2와 0을 제외한 2
가지

(i), (ii)에서 구하는 짝수의 개수는

$$3 + 2 = 5(\text{개})$$

35 [답] ③

5의 배수이려면 일의 자리의 숫자가 0 또는 5이어야
한다.

(i) 일의 자리의 숫자가 0인 자연수의 개수 :

백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 5가지,
십의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 백의 자리에 온
숫자를 제외한 4가지이므로 $5 \times 4 = 20$ (개)

(ii) 일의 자리의 숫자가 5인 자연수의 개수 :

백의 자리에 올 수 있는 숫자는 5와 0을 제외한 4
가지, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 5와 백의 자
리에 온 숫자를 제외한 4가지이므로 $4 \times 4 = 16$ (개)

(i), (ii)에서 구하는 5의 배수의 개수는

$$20 + 16 = 36(\text{개})$$

36 [답] ⑤

회장 1명을 뽑는 경우의 수는 7가지

부회장 1명을 뽑는 경우의 수는 6가지

총무 1명을 뽑는 경우의 수는 5가지

따라서 구하는 경우의 수는

$$7 \times 6 \times 5 = 210(\text{가지})$$

[다른 풀이]

구하는 경우의 수는 서로 다른 7개 중 3개를 뽑아 일렬
로 나열하는 경우의 수와 같으므로

$$7 \times 6 \times 5 = 210(\text{가지})$$

37 [답] ④

여학생 중에서 대표 1명을 뽑는 경우의 수는 5가지

남학생 중에서 대표 1명을 뽑는 경우의 수는 6가지

따라서 구하는 경우의 수는

$$5 \times 6 = 30(\text{가지})$$

38 [답] ④

맨 앞에서 자전거를 탈 사람을 정하는 경우의 수는

10가지이고 맨 뒤에서 자전거를 탈 사람을 정하는 경
우의 수는 9가지이다.

따라서 구하는 경우의 수는

$$10 \times 9 = 90(\text{가지})$$

[다른 풀이]

구하는 경우의 수는 서로 다른 10개 중 2개를 뽑아 일
렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

$$10 \times 9 = 90(\text{가지})$$

39 [답] ②

6명 중 자격이 같은 2명을 뽑는 경우의 수는

$$\frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15(\text{가지})$$

40 [답] ①

구하는 경우의 수는 A를 먼저 뽑았다고 생각하고 A
를 제외한 4명 중 자격이 같은 2명을 뽑는 경우의 수와
같으므로

$$\frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6(\text{가지})$$

Tip

(1) n 명 중에서 자격이 같은 대표 2명을 뽑는 경우의 수

$$\rightarrow \frac{n \times (n-1)}{2 \times 1} \text{ (가지)}$$

(2) n 명 중에서 자격이 같은 대표 3명을 뽑는 경우의 수

$$\rightarrow \frac{n \times (n-1) \times (n-2)}{3 \times 2 \times 1} \text{ (가지)}$$

41 **답** ③

7명 중 자격이 같은 3명을 뽑는 경우의 수는

$$\frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35 \text{ (가지)}$$

42 **답** ①

회장 1명을 뽑는 경우의 수는 6가지

나머지 5명 중 부회장 2명을 뽑는 경우의 수는

$$\frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10 \text{ (가지)}$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$6 \times 10 = 60 \text{ (가지)}$$

43 **답** ③

2명이 악수를 한 번 하므로 구하는 악수의 횟수는 11명 중에서 자격이 같은 2명을 뽑는 경우의 수와 같다.

따라서 구하는 악수의 횟수는

$$\frac{11 \times 10}{2 \times 1} = 55 \text{ (회)}$$

44 **답** ②

4개의 점 중 순서를 생각하지 않고 2개를 선택하는 경우의 수와 같다.

따라서 구하는 선분의 개수는

$$\frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6 \text{ (개)}$$

Tip

어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않은 $n(n \geq 3)$ 개의 점 중에서

(1) 두 점을 이어서 만든 선분의 개수 : n 개 중에서 순서에 관계없이 2개를 뽑는 경우의 수와 같다.

$$\rightarrow \frac{n \times (n-1)}{2 \times 1} \text{ (개)}$$

(2) 세 점을 이어서 만든 삼각형의 개수 : n 개 중에서 순서에 관계없이 3개를 뽑는 경우의 수와 같다.

$$\rightarrow \frac{n \times (n-1) \times (n-2)}{3 \times 2 \times 1} \text{ (개)}$$

45 **답** 15개

6개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 2개를 선택하는 경우의 수와 같다.

따라서 구하는 선분의 개수는

$$\frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15 \text{ (개)}$$

46 **답** ②

5개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 3개를 선택하는 경우의 수와 같으므로 구하는 선분의 개수는

$$\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10 \text{ (개)}$$

47 **답** ②

6개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 3개를 선택하는 경우의 수는

$$\frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20 \text{ (가지)}$$

그런데 일직선 위에 있는 3개의 점을 선택하면 삼각형이 만들어지지 않고, 이때의 경우의 수는 3가지이므로 구하는 삼각형의 개수는

$$20 - 3 = 17 \text{ (개)}$$

X 확률의 뜻과 성질

01 **답** 0, 1

02 **답** 1, 0

03 **답** $1-p$

04 **답** ○

05 **답** ×
두 사건이 동시에 일어나는 경우의 확률이므로 구하는 확률은 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ 이다.

06 **답** (1) 6 (2) 3 (3) $\frac{1}{2}$

(1) 모든 경우의 수 : **6**가지

(2) 주사위의 눈의 수가 4 이상인 경우의 수 : **3**가지

(3) 주사위의 눈의 수가 4 이상일 확률 : $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

07 [답] (1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{1}{4}$

모든 경우의 수는 (앞, 앞), (앞, 뒤), (뒤, 앞), (뒤, 뒤)로 4가지이다.

(1) 앞면이 0개인 경우의 수는 (뒤, 뒤)로 1가지이므로

$$(\text{구하는 확률}) = \frac{1}{4}$$

(2) 앞면이 1개인 경우의 수는 (앞, 뒤), (뒤, 앞)으로 2가지이므로

$$(\text{구하는 확률}) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

(3) 앞면이 2개인 경우의 수는 (앞, 앞)으로 1가지이므로

$$(\text{구하는 확률}) = \frac{1}{4}$$

08 [답] 1

자연수가 적힌 10장의 카드에서 한 장을 뽑을 때, 자연수가 적힌 카드는 반드시 나온다.

09 [답] 0

흰 공 5개와 검은 공 5개가 들어 있는 주머니에서 노란 공은 절대로 나올 수 없다.

10 [답] $\frac{3}{4}$

$$(\text{비가 오지 않을 확률}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

11 [답] $\frac{4}{5}$

$$(\text{우승하지 못할 확률}) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

12 [답] $\frac{5}{8}$

짝수가 나오는 경우의 수는 2, 4, 6, 8의 4가지이므로

$$\text{짝수가 나올 확률은 } \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$7\text{이 나올 확률은 } \frac{1}{8}$$

$$\text{따라서 짝수 또는 7이 나올 확률은 } \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$$

13 [답] $\frac{1}{2}$

3의 배수가 나오는 경우의 수는 3, 6, 9의 3가지이므로

$$3\text{의 배수가 나올 확률은 } \frac{3}{8}$$

5의 배수가 나오는 경우의 수는 5의 1가지이므로

$$5\text{의 배수가 나올 확률은 } \frac{1}{8}$$

따라서 3의 배수 또는 5의 배수가 나올 확률은

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

14 [답] $\frac{5}{8}$

4 미만의 수가 나오는 경우의 수는 2, 3의 2가지이므로

$$4\text{ 미만의 수가 나올 확률은 } \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

7 이상의 수가 나오는 경우의 수는 7, 8, 9의 3가지이므로

$$7\text{ 이상의 수가 나올 확률은 } \frac{3}{8}$$

따라서 4 미만 또는 7 이상의 수가 나올 확률은

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$

15 [답] $\frac{1}{12}$

주사위의 눈의 수가 3보다 작은 경우의 수는 1, 2의 2가지이므로 주사위의 눈의 수가 3보다 작을 확률은

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

동전이 모두 뒷면이 나오는 경우의 수는 (뒷면, 뒷면)

$$\text{의 1가지이므로 동전이 모두 뒷면이 나올 확률은 } \frac{1}{4}$$

따라서 주사위의 눈의 수는 3보다 작고 동전은 모두 뒷면이 나올 확률은

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

16 [답] $\frac{1}{4}$

주사위의 눈의 수가 4의 약수인 경우의 수는 1, 2, 4의 3가지이므로 주사위의 눈의 수가 4의 약수일 확률은

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

동전이 서로 다른 면이 나오는 경우의 수는

(앞면, 뒷면), (뒷면, 앞면)의 2가지이므로 동전이 서로 다른 면이 나올 확률은

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

따라서 주사위의 눈의 수는 4의 약수이고 동전은 서로 다른 면이 나올 확률은

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

17 [답] $\frac{1}{9}$

첫 번째에 당첨 제비가 나올 확률은

$$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

두 번째에 당첨 제비가 나올 확률은

$$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

18 [답] $\frac{1}{12}$

첫 번째에 당첨 제비가 나올 확률은

$$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

두 번째에 당첨 제비가 나올 확률은

$$\frac{3-1}{9-1} = \frac{1}{4}$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

19 [답] ②

주사위의 눈의 수는 1, 2, 3, 4, 5, 6의 6가지이므로 두 개의 주사위를 던질 때 나오는 모든 경우의 수는

$$6 \times 6 = 36(\text{가지})$$

두 눈의 수의 차가 1인 경우의 수는

(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6),

(2, 1), (3, 2), (4, 3), (5, 4), (6, 5)

이므로 10가지이다.

$$\therefore (\text{구하는 확률}) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

20 [답] ③

(모든 학생의 수) = $7+8+6+5=26(\text{명})$

A형인 학생의 수는 7명이므로

$$(\text{구하는 확률}) = \frac{7}{26}$$

21 [답] ③

(모든 경우의 수) = $3+5+2=10(\text{가지})$

흰 공이 나오는 경우의 수는 3가지이므로

$$(\text{구하는 확률}) = \frac{3}{10}$$

22 [답] ④

(모든 경우의 수) = $2 \times 2 \times 6 = 24(\text{가지})$

동전의 면이 서로 같은 경우의 수는 (앞, 앞), (뒤, 뒤)

로 2가지, 주사위의 눈이 소수가 나오는 경우의 수는

2, 3, 5로 3가지이므로 동전은 서로 같은 면이 나오고

주사위는 소수의 눈이 나오는 경우의 수는

$$2 \times 3 = 6(\text{가지})$$

$$\therefore (\text{구하는 확률}) = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$$

23 [답] ④

모든 경우의 수는 $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120(\text{가지})$

A, B가 이웃하여 서는 경우의 수는

$$(4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (2 \times 1) = 48(\text{가지}) \text{이므로}$$

$$(\text{구하는 확률}) = \frac{48}{120} = \frac{2}{5}$$

24 [답] ③

모든 경우의 수는 $5 \times 4 = 20(\text{가지})$

35 이상인 경우는 십의 자리의 숫자가 3일 때, 35의 1

가지, 십의 자리의 숫자가 4, 5일 때, 일의 자리에는

십에 자리에 온 숫자를 제외한 4가지의 숫자가 각각 올

수 있으므로

$$4 + 4 = 8(\text{가지})$$

$$\therefore (\text{구하는 확률}) = \frac{1+8}{20} = \frac{9}{20}$$

25 [답] ②

6명 중에서 2명의 대표를 뽑는 경우의 수는

$$\frac{6 \times 5}{2} = 15(\text{가지})$$

여학생 3명 중에서 2명의 대표를 뽑는 경우의 수는

$$\frac{3 \times 2}{2} = 3(\text{가지})$$

$$\therefore (\text{구하는 확률}) = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

26 [답] ③

① 1이 적힌 카드가 나올 확률은 $\frac{1}{9}$ 이다.

② 두 자리 자연수가 적힌 카드가 나올 확률은 0이다.

③ 소수가 적힌 카드는 2, 3, 5, 7이므로 구하는 확률은 $\frac{4}{9}$ 이다.

④ 1 이상의 수가 적힌 카드가 나올 확률은 1이다.

⑤ 홀수가 적힌 카드는 1, 3, 5, 7, 9로 5가지이고, 짝수가 적힌 카드는 2, 4, 6, 8로 4가지이므로 홀수가 나올 확률은 $\frac{5}{9}$, 짝수가 나올 확률은 $\frac{4}{9}$ 이다.

27 [답] ④

$$\textcircled{1} 0 \quad \textcircled{2} \frac{1}{6} \quad \textcircled{3} \frac{1}{2} \quad \textcircled{4} 1 \quad \textcircled{5} \frac{2}{3}$$

28 [답] ③

③ 60의 약수는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60이므로 주사위를 던져 나온 눈이 60의 약수일 확률은 1이다.

29 [답] ④

모든 경우의 수는 1, 2, 3, 4, 5, 6으로 6가지이고

합성수인 경우의 수는 4, 6으로 2가지이므로

$$(\text{합성수일 확률}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore (\text{합성수가 아닐 확률}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$



30 [답] ②

1개의 제비를 뽑을 때, 당첨 제비를 뽑을 확률이

$$\frac{12}{40} = \frac{3}{10} \text{이므로 구하는 확률은}$$

$$1 - (\text{당첨 제비를 뽑을 확률}) = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$$

[다른 풀이]

당첨 제비가 아닌 제비의 개수는 $40 - 12 = 28(\text{개})$ 이므로 1개의 제비를 뽑을 때, 당첨 제비가 아닐 확률은

$$\frac{28}{40} = \frac{7}{10}$$

31 [답] ⑤

서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때 나오는 모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36(\text{가지})$

두 눈의 수의 합이 2인 경우의 수는 (1, 1)의 1가지이

므로 두 눈의 수의 합이 2일 확률은 $\frac{1}{36}$ 이다.

따라서 두 눈의 수의 합이 3 이상일 확률은

$$1 - \frac{1}{36} = \frac{35}{36}$$

32 [답] ④

서로 다른 두 개의 주사위를 던질 때 나오는 모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36(\text{가지})$

둘 다 3의 배수가 나오지 않으려면 둘 다 3의 배수 3, 6을 제외한 4가지의 눈만 나오면 되므로 경우의 수는 $4 \times 4 = 16(\text{가지})$

둘 다 3의 배수가 나오지 않을 확률은 $\frac{16}{36} = \frac{4}{9}$

따라서 적어도 하나는 3의 배수가 나올 확률은

$$1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

33 [답] ④

3명 중 2명의 대표를 뽑는 모든 경우의 수는

$$\frac{3 \times 2}{2 \times 1} = 3(\text{가지}) \text{이고, 이 중 2명의 대표가 모두 남학생}$$

인 경우의 수는 A, B를 대표로 뽑는 1가지이므로

2명의 대표가 모두 남학생일 확률은 $\frac{1}{3}$

$$\therefore (\text{구하는 확률}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

34 [답] ⑤

서로 다른 3개의 동전을 동시에 던져서 나오는 모든 경우의 수는 $2 \times 2 \times 2 = 8(\text{가지})$ 이다.

앞면이 하나도 나오지 않을 확률은 모두 뒷면이 나올

확률과 같으므로 $\frac{1}{8}$

$$\therefore (\text{구하는 확률}) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

35 [답] ④

A 영역의 넓이 : $\pi \times 2^2 = 4\pi(\text{cm}^2)$

B 영역의 넓이 : $\pi \times 3^2 - \pi \times 2^2 = 9\pi - 4\pi = 5\pi(\text{cm}^2)$

C 영역의 넓이 : $\pi \times 4^2 - \pi \times 3^2 = 16\pi - 9\pi = 7\pi(\text{cm}^2)$

즉, 전체 영역의 넓이는

$$4\pi + 5\pi + 7\pi = 16\pi(\text{cm}^2) \text{이고}$$

B 영역의 넓이는 $5\pi \text{ cm}^2$ 이므로

$$(\text{구하는 확률}) = \frac{5\pi}{16\pi} = \frac{5}{16}$$

36 [답] ④

8의 약수는 1, 2, 4, 8이고 원판에서 각 숫자가 적힌 부분의 넓이가 동일하므로

$$(\text{구하는 확률}) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

37 [답] (1) $\frac{2}{9}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{5}{9}$

(1) 카드에 적힌 수가 3보다 작은 경우의 수는 1, 2의 2가지이므로

$$(\text{구하는 확률}) = \frac{2}{9}$$

(2) 카드에 적힌 수가 6보다 큰 경우의 수는 7, 8, 9의 3가지이므로

$$(\text{구하는 확률}) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

(3) (구하는 확률) = $\frac{2}{9} + \frac{1}{3} = \frac{5}{9}$

38 [답] ③

가입한 동아리가 영화감상부일 확률은 $\frac{4}{20} = \frac{1}{5}$

가입한 동아리가 스케이트부일 확률은 $\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

가입한 동아리가 영화감상부이거나 스케이트부일 확률은

$$\frac{1}{5} + \frac{3}{10} = \frac{1}{2}$$

39 [답] ⑤

5의 배수인 수는 5, 10, 15, 20의 4가지이므로 그 확률은

$$\frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

카드에 적힌 수가 6의 배수인 경우의 수는 6, 12, 18의 3가지이므로 그 확률은

$$\frac{3}{20}$$

따라서 카드에 적힌 수가 5의 배수 또는 6의 배수일 확률은

$$\frac{1}{5} + \frac{3}{20} = \frac{7}{20}$$

40 [답] ③

모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$ (가지)

(i) 해가 1인 경우

$a=b$ 이므로 $(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)$ 의 6가지

$$\therefore (\text{해가 1일 확률}) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

(ii) 해가 2인 경우

$2a=b$ 이므로 $(1, 2), (2, 4), (3, 6)$ 의 3가지

$$\therefore (\text{해가 2일 확률}) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

$$\text{따라서 구하는 확률은 } \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

41 [답] ④

$$\frac{3}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{10}$$

42 [답] ①

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

43 [답] ③

첫 번째에 나온 눈의 수가 2의 배수일 확률은 $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

두 번째에 나온 눈의 수가 3의 배수일 확률은

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

44 [답] ②

$$\frac{5}{8} \times \frac{4}{9} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{6}$$

45 [답] ④

A 혼자만 합격하려면 A는 합격하고 B는 불합격하여야 한다.

B가 불합격할 확률은 $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ 이므로

$$\text{구하는 확률은 } \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

46 [답] ②

이벤트에 당첨될 확률은 $\frac{1}{6}$

이벤트에 당첨되지 않을 확률은 $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

경수와 현호가 모두 이벤트에 당첨되지 않을 확률은

$$\frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{25}{36}$$

따라서 경수와 현호 중 적어도 한 명이 이벤트에 당첨될 확률은

$$1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}$$

47 [답] ⑤

자유투를 실패할 확률은 $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$

자유투를 두 번 모두 실패할 확률은 $\frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$

따라서 자유투를 적어도 한 번 성공할 확률은

$$1 - \frac{4}{25} = \frac{21}{25}$$

48 [답] ④

A바구니에서 흰 공을 뽑을 확률은 $\frac{3}{5}$

B바구니에서 흰 공을 뽑을 확률은 $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

꺼낸 공이 모두 흰 공일 확률은 $\frac{3}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{12}{25}$

따라서 꺼낸 공이 적어도 하나는 검은 공일 확률은

$$1 - \frac{12}{25} = \frac{13}{25}$$

49 [답] ④

새가 명중되려면 A, B, C 세 사람 중 적어도 한 사람이 명중시키면 된다.

세 사람 모두 새를 명중시키지 못할 확률은

$$\left(1 - \frac{2}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{8}$$

따라서 구하는 확률은 $1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

50 [답] ④

첫 번째에 검은 바둑돌이 나올 확률은 $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

두 번째에 검은 바둑돌이 나올 확률은 $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

따라서 두 개 모두 검은 바둑돌이 나올 확률은

$$\frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$$

51 [답] ③

첫 번째에 빨간 색 카드를 뽑을 확률은 $\frac{3}{10}$

두 번째에 빨간 색 카드를 뽑을 확률은 $\frac{3}{10}$

따라서 두 장 모두 빨간 색 카드를 뽑을 확률은

$$\frac{3}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{9}{100}$$



52 [답] ②

3의 배수가 적힌 카드가 나오는 경우의 수는 3, 6, 9, 12, 15, 18의 6가지이므로 그 확률은

$$\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

소수가 적힌 카드가 나오는 경우의 수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19의 8가지이므로 그 확률은

$$\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

따라서 첫 번째에는 3의 배수가 적힌 카드가 나오고 두 번째에는 소수가 적힌 카드가 나올 확률은

$$\frac{3}{10} \times \frac{2}{5} = \frac{3}{25}$$

53 [답] ①

처음에 불량품을 꺼낼 확률은

$$\frac{3}{10}$$

두 번째에 불량품을 꺼낼 확률은

$$\frac{3-1}{10-1} = \frac{2}{9}$$

따라서 두 번 모두 불량품을 꺼낼 확률은

$$\frac{3}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{1}{15}$$

54 [답] ①

처음에 흰 바둑돌을 꺼낼 확률은

$$\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

두 번째에 검은 바둑돌을 꺼낼 확률은

$$\frac{6}{10-1} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{15}$

55 [답] ③

8의 약수가 나오는 경우의 수는 1, 2, 4, 8의 4가지이므로 처음에 8의 약수가 적힌 카드를 뽑을 확률은

$$\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

두 번째에 8의 약수가 적힌 카드를 뽑을 확률은

$$\frac{4-1}{10-1} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$$

56 [답] ⑤

지수가 당첨 쿠폰을 뽑지 않을 확률은

$$\frac{10-2}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

지수가 당첨 쿠폰을 뽑지 않았을 때 기훈이가 당첨 쿠폰을 뽑을 확률은 $\frac{2}{10-1} = \frac{2}{9}$

따라서 기훈이만 당첨 쿠폰을 뽑을 확률은

$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{9} = \frac{8}{45}$$

연습 문제 [V~X]

01 [답] ③

지하철 노선은 3개, 버스 노선은 5개이므로 지하철 또는 버스를 이용하여 가는 방법의 수는 합의 법칙에 의해 $3+5=8$ (가지)이다.

02 [답] ④

500원, 100원, 50원짜리 동전이 각각 5개씩 있을 때 1150원이 되도록 지불하는 방법의 수를 구하면 (500원의 개수, 100원의 개수, 50원의 개수)

→ (2, 1, 1), (2, 0, 3), (1, 5, 3), (1, 4, 5)로 4가지이다.

03 [답] ④

A형이 25명, O형이 29명이므로 뽑힌 학생이 A형이거나 O형인 경우의 수는 합의 법칙에 의해 $25+29=54$ (가지)이다.

04 [답] ⑤

우유가 4종류, 빵이 6종류일 때, 우유와 빵을 하나씩 사는 경우의 수는 곱의 법칙에 의해 $4 \times 6=24$ (가지)이다.

05 [답] ③

각 자리에 올 수 있는 숫자의 개수는 1, 2, 3의 3개이므로 세 자리의 비밀번호의 개수는 곱의 법칙에 의해 $3 \times 3 \times 3=27$ (개)이다.

06 [답] ⑤

역사책 4권을 1권으로 생각하여 4권을 일렬로 꽂는 경우의 수는 $4 \times 3 \times 2 \times 1=24$ (가지)이다. 이때 역사책 4권이 자리를 바꾸는 경우의 수는 $4 \times 3 \times 2 \times 1=24$ (가지)이므로 구하는 경우의 수는 $24 \times 24=576$ (가지)이다.

07 [답] ③

A에 칠할 수 있는 색은 5가지, B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 4가지, C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 3가지, D에 칠할 수 있는 색은 A, B, C에 칠한 색을 제외한 2가지, E에 칠할 수 있는 색은 A, B, C, D에 칠한 색을 제외한 1가지이다.

따라서 구하는 경우의 수는
 $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ (가지)

08 [답] ②

9명 중 자격이 같은 2명을 뽑는 경우의 수는

$$\frac{9 \times 8}{2 \times 1} = 36 \text{ (가지)}$$

09 [답] ⑤

⑤ 6 이상의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{6}$ 이다.

10 [답] ①

원희가 계단을 처음보다 9칸만큼 올라갔으므로 주사위를 2번 던졌을 때, 나온 눈의 수의 합이 9이다.

(처음 나온 눈의 수, 두 번째 나온 눈의 수)는 (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)으로 4가지이고 모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$ (가지)이므로

$$\text{(구하는 확률)} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9} \text{이다.}$$

11 [답] ④

한 개를 선택할 때, 불량품일 확률이 $\frac{3}{1000}$ 이므로

(정상 제품일 확률)

$$= 1 - (\text{불량품일 확률})$$

$$= 1 - \frac{3}{1000} = \frac{997}{1000}$$

12 [답] $\frac{7}{10}$

총 5장 중에서 자격이 같은 2장을 뽑는 경우의 수는

$$\frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10 \text{ (가지)}$$

2장 모두 자음이 적힌 카드를 뽑는 경우의 수는

$$\frac{3 \times 2}{2 \times 1} = 3 \text{ (가지)}$$

$$\therefore (\text{2장 모두 자음이 적힌 카드를 뽑을 확률}) = \frac{3}{10}$$

따라서 적어도 하나는 모음이 적힌 카드를 뽑을 확률은

$$1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$$

13 [답] ③

나온 수의 합이 4인 경우의 수는 (1, 3), (2, 2), (3, 1)의 3가지이므로 구하는 확률은

$$\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

나온 수의 합이 5인 경우의 수는 (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)의 4가지이므로 구하는 확률은

$$\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

따라서 나온 수의 합이 4 또는 5일 확률은

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{9} = \frac{7}{36}$$

14 [답] ⑤

4문제에 답하는 모든 경우의 수는

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

4문제 모두 다 틀리는 경우의 수는 1가지이므로

$$4\text{문제 모두 다 틀릴 확률} = \frac{1}{16}$$

따라서 4문제 중 적어도 한 문제는 맞출 확률은

$$1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

15 [답] ②

첫 번째에 빨간 구슬을 뽑을 확률은

$$\frac{4}{9}$$

두 번째에 파란 구슬을 뽑을 확률은

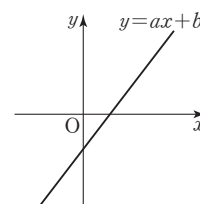
$$\frac{5}{9}$$

따라서 처음에만 빨간 구슬을 뽑을 확률은

$$\frac{4}{9} \times \frac{5}{9} = \frac{20}{81}$$

16 [답] $\frac{6}{25}$

$y = ax + b$ 의 그래프가 제2사분면을 지나지 않으려면 다음 그림과 같이 $a > 0$, $b \leq 0$ 이어야 한다.



즉, -2, -1, 1, 2, 3 중 양수는 1, 2, 3의 3개이므로

$$\text{그 확률은 } \frac{3}{5}$$

0 이하인 수는 -2, -1이므로 그 확률은 $\frac{2}{5}$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{25} \text{이다.}$$



[다른 풀이]

$y=ax+b$ 의 그래프가 제2사분면을 지나지 않으려면 $a>0, b\leq 0$ 이어야 한다.

-2, -1, 1, 2, 3이 하나씩 적힌 5개의 공이 있으므로 두 번 뽑는 모든 경우의 수는

$$5 \times 5 = 25(\text{가지})$$

이때, $a>0$ 인 경우는 1, 2, 3으로 3가지, $b\leq 0$ 인 경우는 -2, -1로 2가지이므로 $a>0, b\leq 0$ 인 경우의 수는 곱의 법칙에 의해

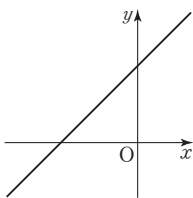
$$3 \times 2 = 6(\text{가지})\text{이다.}$$

$$\therefore (\text{구하는 확률}) = \frac{6}{25}$$

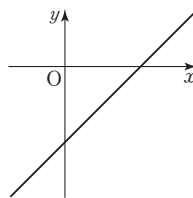
Tip

일차함수 $y=ax+b$ 의 그래프의 모양

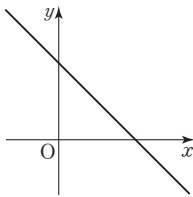
(1) $a>0, b>0$



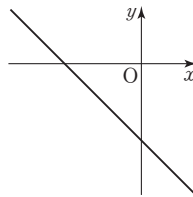
(2) $a>0, b<0$



(3) $a<0, b>0$



(4) $a<0, b<0$



VIII 대단원 총정리 [V~X]

01 답 ③

민지가 태연이를 이기는 경우의 수는
(민지, 태연)=(가위, 보), (바위, 가위), (보, 바위)로 3가지이다.

02 답 ③

라면 4종류, 김밥 5종류, 덮밥 4종류 중 하나를 먹는 방법의 수는 합의 법칙에 의해 $4+5+4=13(\text{가지})$ 이다.

03 답 ④

1부터 20까지의 자연수가 적힌 카드 중
5의 배수가 나오는 경우의 수는 5, 10, 15, 20으로 4가지
6의 배수가 나오는 경우의 수는 6, 12, 18로 3가지
따라서 구하는 경우의 수는 합의 법칙에 의해
 $4+3=7(\text{가지})$ 이다.

04 답 ④

눈의 수의 차가 1 이하인 경우는 눈의 수의 차가 1 또는 0인 경우이다.

눈의 수의 차가 1인 경우의 수는

(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6), (6, 5), (5, 4),
(4, 3), (3, 2), (2, 1)로 10가지

눈의 수의 차가 0인 경우의 수는

(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)으로 6가지

따라서 구하는 경우의 수는 합의 법칙에 의해
 $10+6=16(\text{가지})$ 이다.

05 답 ②

나온 눈의 수의 합이 8인 경우의 수는

(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)로 5가지

... ㉠

나온 눈의 수의 차가 2인 경우의 수는

(1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6), (6, 4), (5, 3), (4, 2),
(3, 1)로 8가지 ... ㉡

이때, ㉠과 ㉡에서 (3, 5), (5, 3)이 중복되므로
구하는 경우의 수는 $5+8-2=11(\text{가지})$ 이다.

06 답 ④

A → C → B로 가는 방법의 수:

A에서 C로 가는 방법의 수는 3가지, C에서 B로 가는 방법은 2가지이므로 곱의 법칙에 의해 $3 \times 2 = 6(\text{가지})$

A → D → B로 가는 방법의 수:

A에서 D로 가는 방법의 수는 2가지, D에서 B로 가는 방법은 1가지이므로 곱의 법칙에 의해 $2 \times 1 = 2(\text{가지})$

따라서 A에서 C 또는 D를 거쳐 B로 가는 방법의 수는 합의 법칙에 의해 $6+2=8(\text{가지})$

07 답 ⑤

한 사람이 낼 수 있는 경우의 수는 가위, 바위, 보로 3가지이고, 진수, 경수, 민경이가 동시에 가위바위보를 하므로

구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의해
 $3 \times 3 \times 3 = 27(\text{가지})$ 이다.

08 [답] ③

무승부인 경우는 세 사람이 모두 같은 것을 내는 경우와 세 사람이 모두 다른 것을 내는 경우이다.

(i) 세 사람이 모두 같은 것을 내는 경우의 수는 (가위, 가위, 가위), (바위, 바위, 바위), (보, 보, 보)로 3가지

(ii) 세 사람이 모두 다른 것을 내는 경우의 수는 가위, 바위, 보를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지)

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는 $3 + 6 = 9$ (가지)

09 [답] ④

자음 카드 4장과 모음 카드 5장 중에서 하나씩 뽑아서 만들 수 있는 글자의 개수는 곱의 법칙에 의해 $4 \times 5 = 20$ (개)

10 [답] ⑤

방정식 $ax=b$ 에서 $x=\frac{b}{a}$

즉, $\frac{b}{a}$ 가 정수가 되려면 b 는 a 의 배수이어야 하므로 다음과 같이 (a, b) 가 정해져야 한다.

(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6),
(2, 2), (2, 4), (2, 6), (3, 3), (3, 6),
(4, 4), (5, 5), (6, 6)

따라서 방정식 $ax=b$ 의 해가 정수가 되는 경우의 수는 14가지이다.

11 [답] ②

구하는 경우의 수는 서로 다른 7개 중에서 2개를 골라 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로 $7 \times 6 = 42$ (가지)

12 [답] ④

A, B, C를 1명으로 생각하여 4명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지)이다. 이때 A, B, C가 자리를 바꾸는 경우의 수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지)이므로 구하는 경우의 수는 $24 \times 6 = 144$ (가지)이다.

13 [답] ①

A에 칠할 수 있는 색은 4가지, B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지, C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 2가지, D에 칠할 수 있는 색은 B, C에 칠한 색을 제외한 2가지이다. 따라서 구하는 경우의 수는 $4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48$ (가지)

14 [답] ②

짝수이면 일의 자리의 숫자가 2 또는 4이어야 한다.

(i) 일의 자리의 숫자가 2인 짝수의 개수
백의 자리에 올 수 있는 숫자는 2를 제외한 4가지,
일의 자리에 올 수 있는 숫자는 2와 십의 자리에 온 숫자를 제외한 3가지이므로 $4 \times 3 = 12$ (개)

(ii) 일의 자리의 숫자가 4인 짝수의 개수
백의 자리에 올 수 있는 숫자는 4를 제외한 4가지,
일의 자리에 올 수 있는 숫자는 4와 십의 자리에 온 숫자를 제외한 3가지이므로 $4 \times 3 = 12$ (개)

(i), (ii)에서 구하는 짝수의 개수는 $12 + 12 = 24$ (개)

15 [답] ③

백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 5가지,
십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리에 온 숫자를 제외한 5가지,
일의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리에 온 숫자와 십의 자리에 온 숫자를 제외한 4가지이므로 세 자리 자연수의 개수는 $5 \times 5 \times 4 = 100$ (개)

16 [답] ③

8명 중 자격이 같은 3명을 뽑는 경우의 수는 $\frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$ (가지)

17 [답] ③

5개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 3개를 선택하는 경우의 수와 같으므로 $\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$ (개)

18 [답] ⑤

⑤ 한 번 만에 승부가 결정될 확률은 A와 B가 비기지 않을 확률과 같으므로 $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

19 [답] $\frac{47}{50}$

뽑은 전구가 불량품일 확률은 $\frac{3}{50}$
따라서 뽑은 전구가 불량품이 아닐 확률은 $1 - \frac{3}{50} = \frac{47}{50}$



20 [답] ④

서로 다른 주사위 2개를 던질 때 나오는 모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$ (가지)

서로 같은 눈이 나오는 경우의 수는 6가지

서로 같은 눈이 나올 확률은 $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

따라서 서로 다른 눈이 나올 확률은

$$1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

21 [답] ⑤

(모든 경우의 수) = $6 \times 6 = 36$ (가지)

모두 짝수의 눈만 나오는 경우의 수는

(2, 2), (2, 4), (2, 6), (4, 2), (4, 4), (4, 6), (6, 2), (6, 4), (6, 6)으로 9가지

$\therefore$ (모두 짝수의 눈만 나올 확률) = $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

따라서 적어도 한 개는 홀수의 눈이 나올 확률은

$$1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

[다른 풀이]

서로 다른 2개의 주사위를 각각 A, B라 하자.

주사위 A에서 짝수의 눈이 나올 확률은

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

주사위 B에서 짝수의 눈이 나올 확률은

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

즉, 두 주사위 A, B 모두 짝수의 눈이 나올 확률은

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

따라서 두 주사위 A, B 중 적어도 한 개는 홀수의 눈

이 나올 확률은 $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

22 [답] ⑤

A, B, C, D 네 명 중에서 두 명을 뽑는 경우의 수는

$$\frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6 \text{ (가지)}$$

남학생만 주변이 될 경우의 수는 1가지이므로

(남학생만 주변이 될 확률) = $\frac{1}{6}$

$\therefore$ (적어도 여학생 한 명이 주변이 될 확률)

$$= 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

23 [답] ③

16칸의 영역 중에서 빨간 영역은 3칸이므로

빨간 영역을 맞출 확률은 $\frac{3}{16}$

24 [답] ②

모두 앞면이 나올 확률 : $\frac{1}{8}$

모두 뒷면이 나올 확률 : $\frac{1}{8}$

따라서 모두 앞면이 나오거나 모두 뒷면이 나올 확률은

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$$

25 [답] (1) $\frac{1}{6}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{1}{2}$

(1) A가 과녁을 맞힐 확률은 $\frac{1}{2}$

B가 과녁을 못 맞힐 확률은 $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

(2) A가 과녁을 못 맞힐 확률은 $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

B가 과녁을 맞힐 확률은 $\frac{2}{3}$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

(3) (둘 중 한 명만 과녁을 맞힐 확률)

= (A만 과녁을 맞힐 확률) + (B만 과녁을 맞힐 확률)

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$$

26 [답] ④

A에서 검은 공, B에서 흰 공이 나올 확률은

$$\frac{3}{10} \times \frac{6}{10} = \frac{9}{50}$$

A에서 흰 공, B에서 검은 공이 나올 확률은

$$\frac{7}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{7}{25}$$

따라서 나온 공이 하나는 검은 공이고 다른 하나는 흰

공일 확률은

$$\frac{9}{50} + \frac{7}{25} = \frac{23}{50}$$

27 [답] ⑤

전구에 불이 들어오려면 A 스위치와 B 스위치 중 적어도 하나는 닫혀 있어야 한다.

A 스위치와 B 스위치가 모두 열려 있을 확률은

$$\left(1 - \frac{2}{3}\right) \times \left(1 - \frac{3}{4}\right) = \frac{1}{12}$$

따라서 A 스위치와 B 스위치 중 적어도 하나는 닫혀

있을 확률은

$$1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$$

28 [답] ④

처음에 당첨 제비를 못 뽑을 확률은 $\frac{7}{10}$

두 번째에 당첨 제비를 못 뽑을 확률은 $\frac{7}{10}$

두 번 모두 당첨 제비를 못 뽑을 확률은

$$\frac{7}{10} \times \frac{7}{10} = \frac{49}{100}$$

적어도 한 개의 당첨 제비가 나올 확률은

$$1 - \frac{49}{100} = \frac{51}{100}$$

29 [답] ①

꺼낸 두 바둑돌이 모두 흰 색일 확률은

$$\frac{3}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{3}{28}$$

꺼낸 두 바둑돌이 모두 검은 색일 확률은

$$\frac{5}{8} \times \frac{4}{7} = \frac{5}{14}$$

따라서 두 바둑돌의 색이 같을 확률은

$$\frac{3}{28} + \frac{5}{14} = \frac{13}{28}$$

30 [답] ③

앞면이 나온 횟수를 x , 뒷면이 나온 횟수를 y 라 하자.

동전을 3번 던졌으므로 $x+y=3$

동전을 3번 던졌을 때, 석환이가 정희보다 한 계단 위에 있으면 $y-x=1$

연립방정식 $\begin{cases} x+y=3 \cdots \textcircled{1} \\ y-x=1 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ 에서 $\textcircled{1}+\textcircled{2}$ 을 하면

$$2y=4 \quad \therefore y=2$$

$y=2$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$x+2=3 \quad \therefore x=1$$

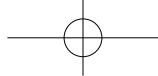
즉, 앞면이 한 번, 뒷면이 두 번 나오면 되므로

(앞, 뒤, 뒤), (뒤, 앞, 뒤), (뒤, 뒤, 앞)으로 3가지이다.

이때, 동전 앞뒤가 나오는 경우는 2가지이고 동전 3개를 던지므로 모든 경우의 수는 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (가지)이다.

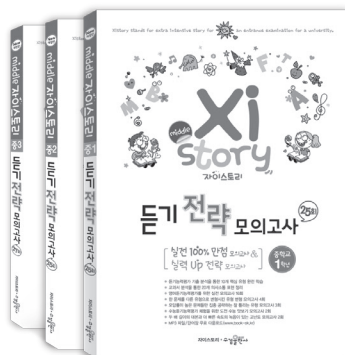
$$\therefore (\text{구하는 확률}) = \frac{3}{8}$$





재미있는 공부, 야무진 실력 향상

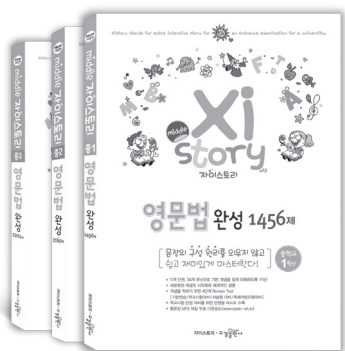
자이스토리 중등 영어



[중1 / 중2 / 중3]

듣기 전략 모의고사

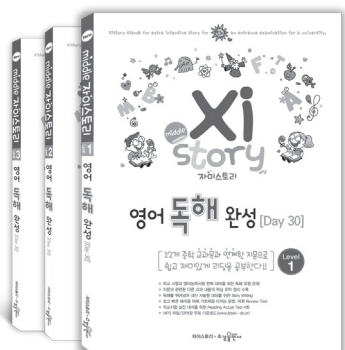
- 10개 필수 유형 총정리와 연습문제
- 실전과 똑같은 100% 만점 모의고사
- 한 문제를 다른 유형으로 바꾼 유형 변형 모의고사
- 오답률이 높은 문제들만 공략하는 잘 틀리는 유형 모의고사
- 두 배 길이의 대본과 더 빠른 속도의 녹음으로 구성된 고난도 모의고사



[중1 / 중2 / 중3]

영문법 완성

- 쉬운 이해를 위한 그림과 함께 깔끔한 문법 개념 정리
- 문법의 완벽한 개념 이해와 응용력을 높이는 단계별 테스트
 - 1단계 : 개념 체크를 위한 Exercise
 - 2단계 : 주관식 유형 문제
 - 3단계 : 객관식 유형 문제
 - 4단계 : 독해 서술형 문제
 - 5단계 : 독해 어법 유형 문제
- 학교시험 만점 대비 단원별 종합 문제



[Level 1, 2, 3]

영어 독해 완성

- 학교시험, 학력평가, 학업성취도평가의 출제 유형과 원리 반영
- 기본부터 고난도까지 단계별로 독해 실력을 높여주는 문제 구성
- 실용문부터 학술적 내용까지 읽고 직접 문장을 만들어 보는 서술형 문제
- 중등 교과서 문법과 어휘 복습을 위한 Grammar & Words Review Test